# INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

**ECUACIONES DIFERENCIALES**

TERCERA EVALUACIÓN Septiembre 14 de 2012

RÚBRICA

***TEMA 1***

Utilizando series de potencias en $x$ determinar la solución general de la siguiente ecuación diferencial:$x^{2}y^{''}-x\left(1+x\right)y^{'}+y=0$***,*** identificando las dos soluciones linealmente independientes. ***(20 puntos)***

|  |  |
| --- | --- |
|  **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Demuestra que X o= 0 es un punto singular regular y asume la solución de acuerdo a Frobenius y la deriva dos veces. | Hasta 2 |
| Reemplaza la solución asumida en la ecuación e iguala potencias de los sumatorios | Hasta 2 |
| Desarrolla los sumatorios, agrupa términos semejantes e iguala los coeficientes de la misma potencia a cero, obteniendo la ecuación indicial, los índices de singularidad y la fórmula de recurrencia general. | Hasta 4 |
| Con el índice repetido(r1=r2=1) determina la formula recursiva particular y determina la primera solución en serie reconociéndola que converge a la función Y1=**x.ex** | Hasta 4 |
| Aplica algún método para hallar una 2ª.solucion lin. ind. conociendo una solución; o también, aplica la metodología para hallar la segunda solución linealmente independiente en el caso de índices de singularidad repetidos usando series, obteniendo dicha solución que contiene termino logarítmico y una sumatoria que involucra una serie armónica | Hasta 8 |
| , **TOTAL**  | **20 PUNTOS** |

***TEMA 2 (10 puntos)***

Resuelva el siguiente problema de valores iniciales: 

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIOS** | **PUNTAJE** |
| Resuelve la primera ecuación en el intervalo , en términos de una constante C1 | Hasta 2 |
| Resuelve la segunda ecuación en el intervalo , en términos de unaconstante C2 | Hasta 2 |
| Evalúa la constante C1 con la condición dada y evalúa la otra constante C2 aplicando el **concepto de continuidad** en el punto x= | Hasta 4 |
| Expresa la solución con las dos reglas de correspondencia en los dos intervalos . | Hasta 2 |
|  ***TOTAL*** | **10 PUNTOS** |

***TEMA*** 3 ***(10 puntos)***

Demostrar que si **** y ; entonces 

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIOS** | **PUNTAJE** |
| Aplica la definición de la transformada de Laplace a la Convoución de dos funciones | Hasta 2 |
| Realiza al cambio de variable y cambia el orden de integración y la convierte en el producto de dos integrales | Hasta 4 |
| Aplica la definición de la transformada y demuestra el teorema | Hasta 4 |
|  ***TOTAL*** | **10 PUNTOS** |

***TEMA 4 (10 puntos)***

**Resuelva el siguiente problema de valor inicial: **

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIOS** | **PUNTAJE** |
| Reconoce como una ecuación homogénea y realiza una sustitución adecuada identificando su correspondiente derivada con respecto a x. | 2 |
| Sustituye y simplifica hasta obtener la ecuación de variables separables. e Integra correctamente término a término. | 3 |
| Expresa la solución general en términos de la variable original. | 3 |
| Expresa la solución general en términos de la variable original. | 2 |
|  ***TOTAL*** | **10 PUNTOS** |

***TEMA* 5**  ***(20 puntos)***

Raccoon City, una ciudad del medio oeste de los Estados Unidos con 120 mil habitantes, está sufriendo un brote viral a gran escala. Por un descuido de la Corporación Umbrella, unas ratas infectadas por el virus T lograron, a través de las alcantarillas, salir de los laboratorios donde ocurrían experimentos no autorizados para elaborar armas biológicas, portando este peligroso virus y propagándolo por toda la ciudad. Cuando una persona es infectada por este virus pierde su capacidad de razonamiento y de comunicación, convirtiéndose en una especie de “zombie” cuyo único objetivo es atacar a otros seres vivientes para alimentarse de su carne. Por esta razón es que los científicos a este virus informalmente lo llaman “resident evil”. Se conoce que el virus T se está propagando a una tasa que es proporcional al producto entre el número de infectados y el número de personas no infectadas presentes en un tiempo . Al momento de detectarse el problema, el 10% de la ciudad está infectada. A los 2 días, el virus ya había llegado al 35% de los habitantes. La ciudad está en cuarentena por el gobierno, se teme que el virus salga de la ciudad. El gobierno está investigando y un equipo enviado por Umbrella para eliminar las evidencias está intentando escapar, ¿con cuánto tiempo cuentan sabiendo que un misil nuclear será lanzado contra la ciudad cuando el número de infectados alcance el 50%?

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | P**UNTAJE** |
| Plantea el problema:* + - * Establece la ecuación diferencial del modelo
			* Especifica las condiciones del problema
 | Hasta 4 |
| Resuelve la ecuación diferencial separable hasta determinarla solución general en términos de dos constantes | Hasta 6 |
| Calcula el valor de las constantes de proporcionalidad y el de la constante de integración | Hasta 4 |
| Expresa la solución general de la variable de interés | Hasta 2 |
| Determina el tiempo pedido | Hasta 4 |
|  ***TOTAL***  |  ***20 PUNTOS*** |

***TEMA* 6**  ***(10 puntos)***

Usando la Transformada de Laplace resuelva: 

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Aplicando Laplace transforma la ecuación diferencial de orden de dos en una de primer orden |  Hasta 2 |
|  Resuelve la ecuación diferencial de primer orden para Y(s) |  Hasta 4 |
|  Determina la Transformada inversa de Y(s) y halla la solución  |  Hasta 4 |
| **TOTAL** |  **10 PUNTOS** |

***TEMA 7*** ***(20 puntos)***

 Dada la función periódica f(t)= t2 , 0< t <2, f(t)= f(t+2), determine:

1. Los 8 primeros términos no nulos de la serie de Fourier que la define.
2. Usando su respuesta de **a)** y el teorema de convergencia de las series de Fourier

halle a que es igual cada una de las sumas siguientes:

 

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Grafica correctamente la función como una función periódica y reconoce que no es par ni impar |  Hasta 2 |
| Determina las constantes de Fourier: ao , an y bn |  Hasta 8 |
| Expresa la serie de Fourier de la función hallando los primeros 8 términos de la misma. |  Hasta 4 |
|  Aplicando el Teorema de convergencia de la serie de Fourier y usando los puntos adecuados, determina correctamente las suma pedidas en b) |  Hasta 6 |
|  **TOTAL** | **20 PUNTOS** |