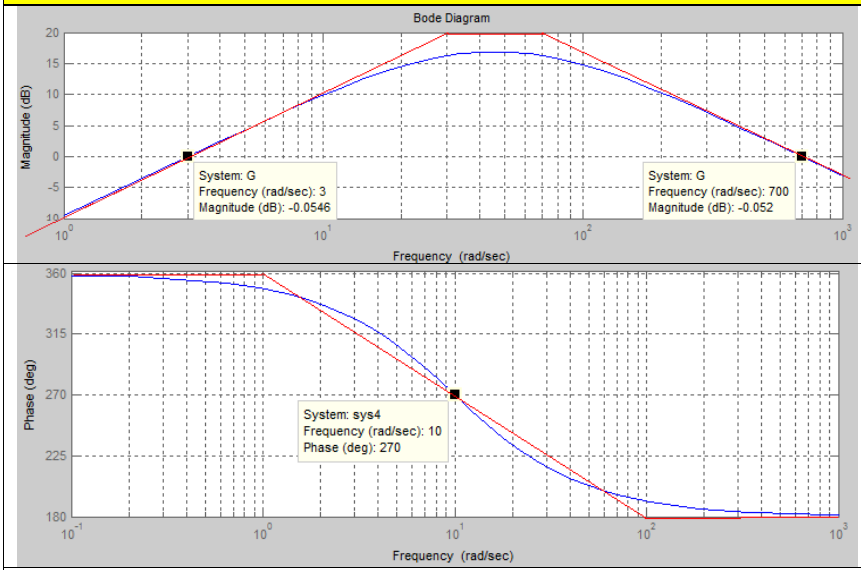
EXAMEN DE CONTROL AUTOMÁTICO
SEGUNDO PARCIAL
AGOSTO 28 DE 2012



PRIMER TEMA: (25 puntos) (a)

Dado los gráficos de magnitud de la función GH(s) con retardo de tiempo y de fase(solamente del retardo de tiempo) determine lo siguiente:

a) (10p)La función de transferencia de lazo abierto sin retardo GH(s)
b) (10p)La grafica de fase total del sistema incluido el retardo
c) (5p)El Margen de Fase y el Margen de Ganancia del sistema

Nota.- La función de fase del retardo está representada por la función Pade de primer orden.

$$e^{-sT} \approx \frac{1+\sum_{i=1}^{n}\frac{i!(-sT)^i}{(2i)!}}{1+\sum_{i=1}^{n}\frac{i!(sT)^i}{(2i)!}} = \frac{1-j\omega\frac{T}{2}}{1+j\omega\frac{T}{2}}$$

SEGUNDO TEMA: (25 puntos) (a)

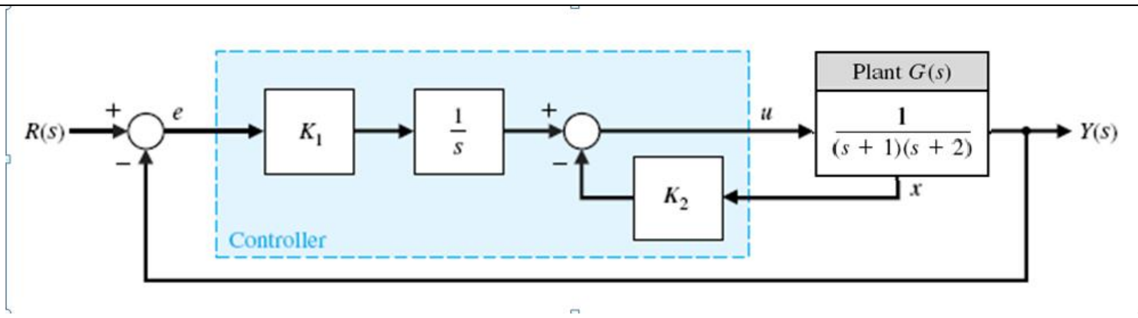
Para el sistema con ganancia de Lazo abierto:

$$GH(s)=\frac{K(s+1)}{s(s-1)}$$

a) (10p) Dibuje el trazo polar basado en el comportamiento a baja y alta frecuencia a puntos calculados para w = 0.5, 1.0, y 2.0 rad/seg.
b) (8p) A partir del trazo polar, construya el diagrama de Nyquist y úselo para determinar el rango de valores de K para estabilidad.
c) (7p) Para K = 2, usando el diagrama de Nyquist determine el Margen de Ganancia del sistema. Estime el Margen de Fase.

TERCER TEMA: (25 puntos) (a, b)

Para el sistema mostrado en la figura diseñe el Controlador de Modelo Interno "Gc(s)". Se desea que el Error de Estado Estacionario "e_{ss}" sea cero para una señal de entrada tipo escalón unitario y que el Tiempo de Estabilización "Ts" sea menor o igual a 4 segundos y el Coeficiente de Amortiguación 0.707. Nota, recuerde asegurar la dominancia de segundo orden.



CUARTO TEMA: (25 puntos) (a, b)

Considere el sistema Tipo 1 con realimentación unitaria con la siguiente función de transferencia:

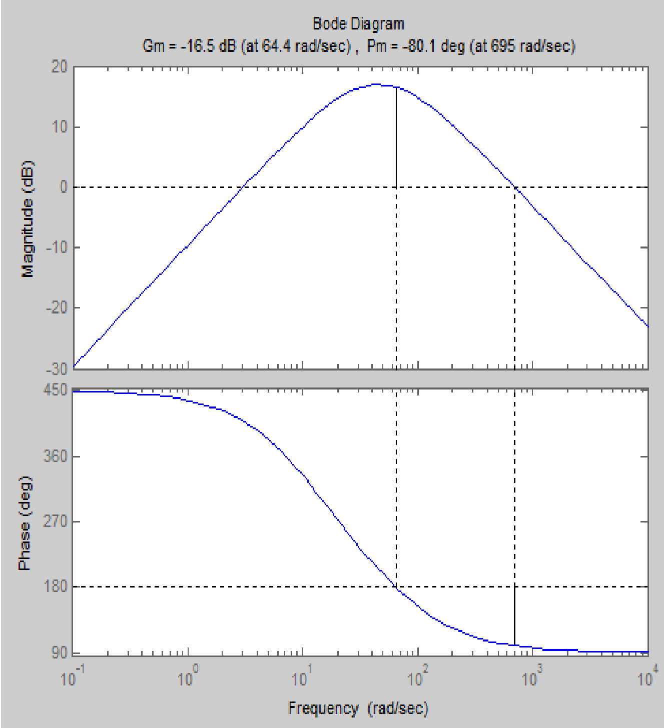
$$GH(s)=\frac{K_v}{s(s+1)}$$

El sistema trabaja en un ambiente sin ruido de altas frecuencias y debido a esto queremos aumentar el Ancho de Banda.

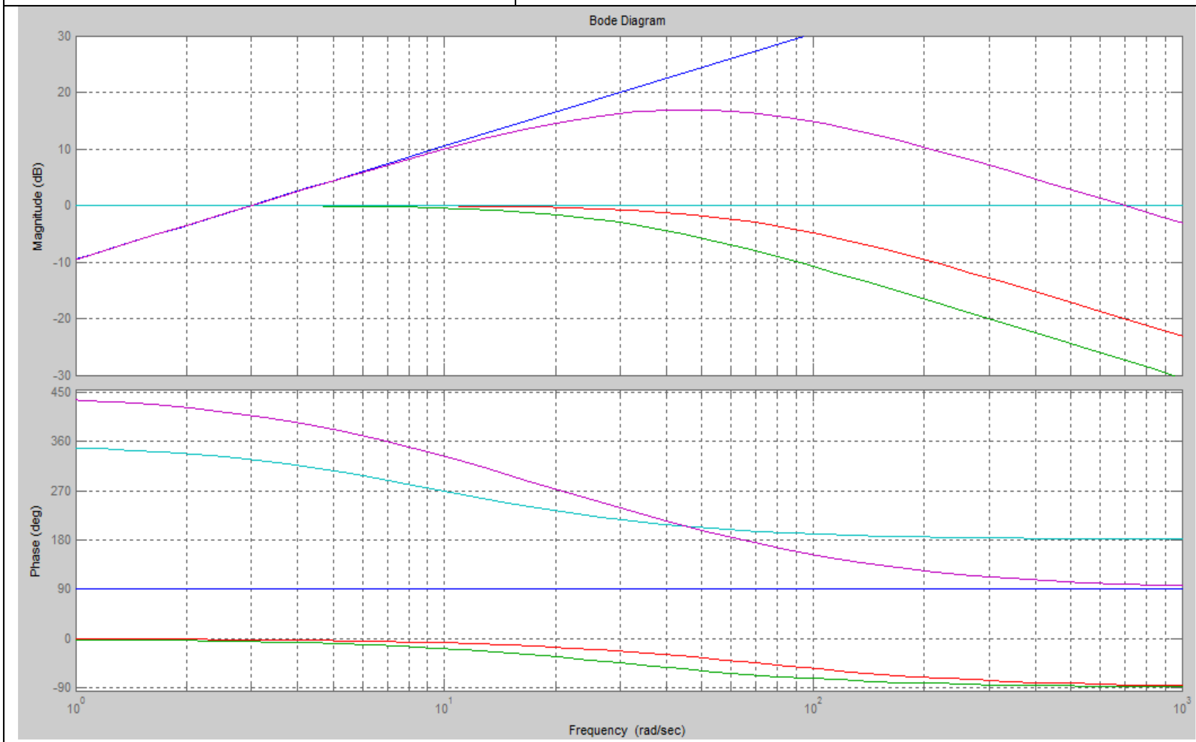
a) (8p) Se desea que el Error de Estado Estacionario sea 10%. Sin compensación proporcione el Margen de Ganancia y de Fase.
b) (7p) Con compensación, y manteniendo la condición del Error de Estado Estacionario se desea que el Coeficiente de Amortiguación ζ = 0.4. En estas condiciones proporcione el Margen de Fase.
c) (10p) Diseñe una Red de Compensación que garantice el cumplimiento de las especificaciones dadas.

Solución:
Primer tema:

```
clear, clc
%   G1=s/30
G1=tf([1/3 0],1)
hold on
bode(G1)
%   G2=1/(s/30+1)
G2=tf(1,[1/30 1])
bode(G2)
%   G3=1/(s/30+1)
G3=tf(1,[1/70 1])
bode(G3)
%   Tiempo muerto  Gr=e^-0.2s
%   Pade de 1er orden
[n,d]=pade(0.2,1)
Gr=tf(n,d)
bode(Gr)
%   Sistema Total
G=zpk(series(series(G1,G2),series(G3,Gr)))
bode(G)
%    Margen de Fase Y Magnitud
hold off
figure, margin(G)
```




```
Zero/pole/gain:
   -700 s (s-10)
--------------------
(s+70) (s+30) (s+10)
```



Tercer Tema:

$$Gp(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{1}{s^2+3s+2}=\frac{s^{-2}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}}$$

-La Planta es Tipo 0, el controlador de Modelo Interno garantiza el Error de Estado Estacionario cero para señal de estrada tipo escalón.

$$\begin{vmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}x_1\\ x_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}0\\ 1\end{vmatrix}u \quad ; \quad y=\begin{vmatrix}1 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}x_1\\ x_2\end{vmatrix}$$

–Definiendo dos variables intermedias tal que :

$$[z]=\left[\dot{x}\right] \quad ; \quad w=\dot{u}$$

$$\dot{y}=[C][z] \quad ; \quad \left[\dot{z}\right]=[A][z]+[B]w$$

$$\begin{bmatrix}\dot{y}\\ \dot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & C\\ 0 & A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y\\ z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ B\end{bmatrix}w$$

$$\begin{vmatrix}\dot{y}\\ \dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -2 & -3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y\\ z_1\\ z_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}0\\ 0\\ 1\end{vmatrix}w \quad ; \quad w=-\begin{vmatrix}K_1 & K_2 & K_3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y\\ z_1\\ z_2\end{vmatrix}+K_1 r$$

$$\begin{vmatrix}\dot{y}\\ \dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -K_1 & -K_2-2 & -K_3-3\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y\\ z_1\\ z_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}0\\ 0\\ 1\end{vmatrix}K_1\cdot r$$

$$E.C.:\quad \det\left|sI-(A-B*K)\right|=0 \quad ; \quad \det\begin{vmatrix}s & -1 & 0\\ 0 & s & -1\\ K_1 & K_2+2 & s+K_3+3\end{vmatrix}=0$$

$$s\left[s(s+K_3+3)+K_2+2\right]+K_1=0$$

$$s^3+(3+K_3)s^2+(K_2+2)s+K_1=0$$

-Para garantizar la dominancia ubicamos la tercer raíz en $(s+10)$

$$T_s=\frac{4}{\zeta\omega_n}=4 \quad ; \quad \zeta=0.707$$

$$s_{1,2}=-a\pm jb \quad ; \quad a=\zeta\omega_n=1 \quad ; \quad b=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}=1$$

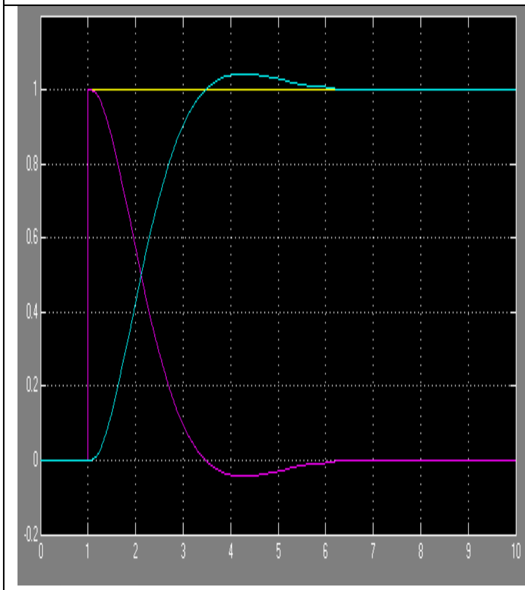
$$(s+1+j)(s+1-j)(s+10)=0 \quad \rightarrow \quad (s^2+2s+2)(s+10)=0$$

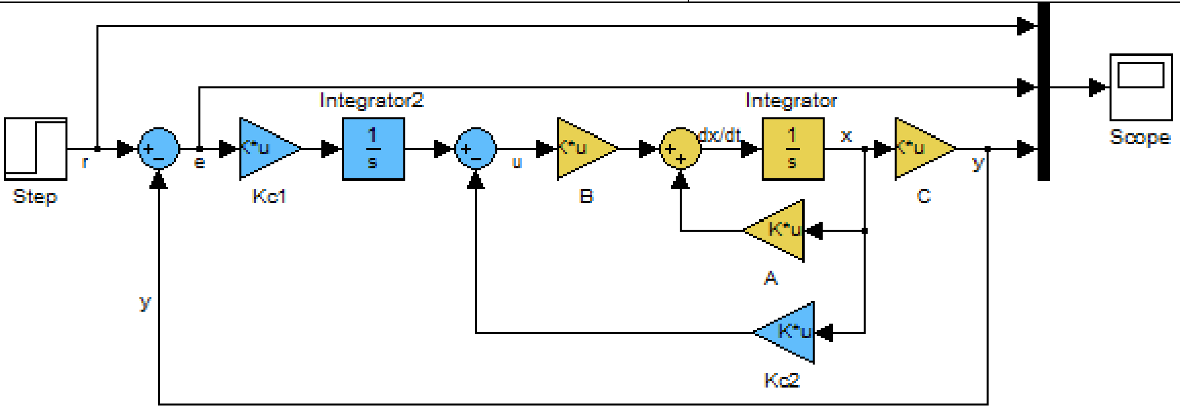
Por_comparación_de_coeficientes_con:

$$\begin{cases} s^3+12s^2+22s+20=0\\ s^3+(3+K_3)s^2+(K_2+2)s+K_1=0\end{cases}$$

$$\begin{cases} 12=3+K_3 & \rightarrow \quad K_3=9\\ 22=2+K_2 & \rightarrow \quad K_2=20\\ 20=K_1 & \rightarrow \quad K_1=20\end{cases}$$

```
clc,clear
%  Sistema
A=[ 0  1; -2 -3];B=[0; 1];C=[1 0];D=[0];
%  Matrices aumentadas
[n,n]=size(A); [n,m]=size(B);
Zmm=zeros(m,m); Znm=zeros(n,m);
Aa=[Zmm C;Znm  A], Ba=[Zmm; B]
%  Polos deseados
%  Sistema con dominancia de segundo orden
%  Ts = 4s. Zetha = 0.707
p=[-1+i -1-i -10]
%  Matriz de realimentación de estados
Kc = place(Aa,Ba,p)
Aa_cc=Aa-Ba*Kc
eig(Aa_cc)
for j=1:m
   for i=1:m
      Kc1(j,i)=Kc(j,i)
   end
   for i=1:n
      Kc2(j,i)=Kc(j,(i+m))
   end
end
Ejemplo11_12_a
```





Cuarto Tema:

De acuerdo con las especificaciones pedidas, la red apropiada de compensación debería ser una Red de
Adelanto diseñada en el Dominio de la Frecuencia.

Para lograr el error de estado estacionario de 10% con una señal de prueba tipo rampa unitaria se requiere que Kv = 10. Bajo esta condición, del diagrama de Bode se determina que el Margen de Fase del sistema sin compensar es de 18°.

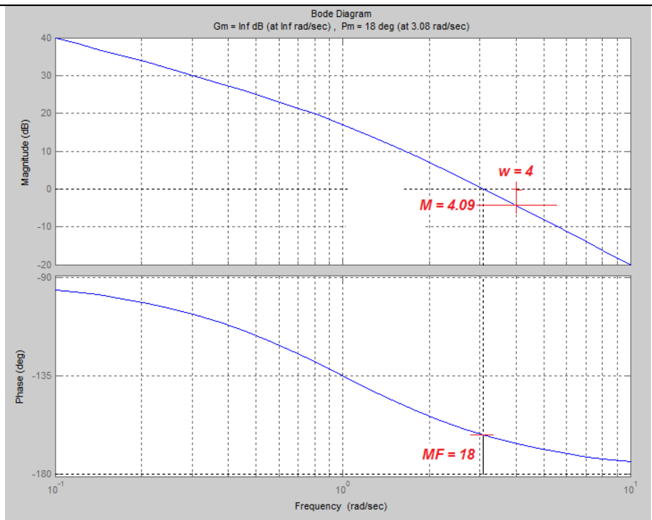
$$\Phi_m = 40 - 18 + 5 = 27$$

$$\alpha = \frac{1+\sin(\Phi_m)}{1-\sin(\Phi_m)} = 2.66$$

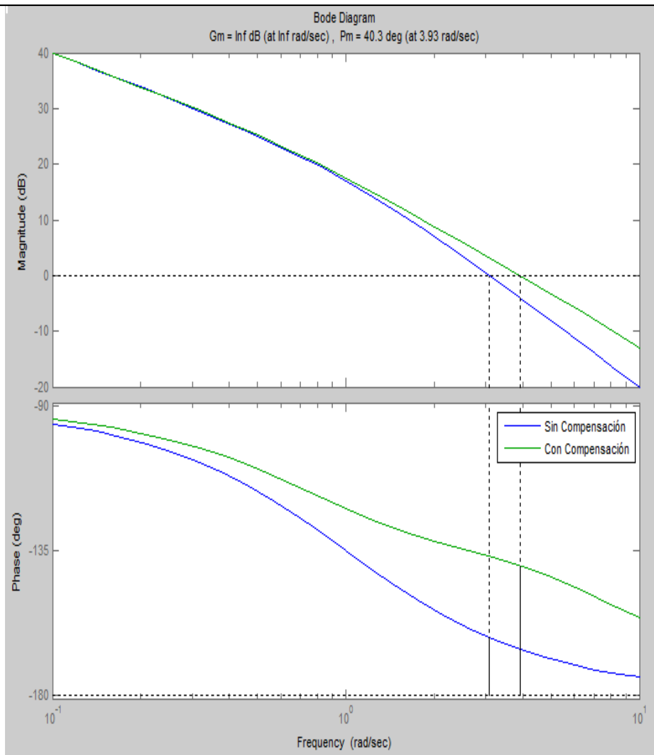
$$M = 10\log(\alpha) = 4.26 \quad \rightarrow \quad \omega_m = 4.1$$

$$z = \omega_m / \sqrt{\alpha} = 2.51 \quad ; \quad p = z \cdot \alpha = \quad 6.7$$

$$GH_{cc}(s) = \frac{26.66(s+2.51)}{s(s+1)(s+6.7)}$$




```
%  Compensación Adelanto Fase
%  Respuesta Frecuencia
clear, clc
Kv=10; MF=40; w=logspace(-1,2,200);
%  GHsc Sistema sin compensacion
GHsc=tf(Kv,[1 1 0])
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(GHsc);
%  Adelanto de fase adicional
%  Sobrecompensacion 5°
Phi=((MF+5)-Pm), Phi=Phi*pi/180;
%  Cálculo de: Alpha
Alpha=(1+sin(Phi))/(1-sin(Phi))
%  Cálculo de: Alpha/2|dB = M =
10log(Alpha)
M=10*log10(Alpha)
%  Obtener Wm
[mag,phase,w]=bode(GHsc,w);
for i=1:length(w)
   Mag=20*log10(mag(i));
   if Mag<-M, Wm=w(i), break;
   end
end
%  Cálculo compensador adelanto
z=Wm/sqrt(Alpha), p=z*Alpha
Gcp=tf([1/z 1],[1/p 1])
%  GHcp Sistema con compensación
GHcc=zpk(series(GHsc,Gcp))
%  Grafico de Bode del sistema
%  sin y con compensación
GH(1)=GHsc; GH(2)=GHcc;
hold off
for i=1:2
    margin(GH(i)), hold on
end
legend('Sin Compensación','Con
Compensación')
```



Cuarto Tema:

a)

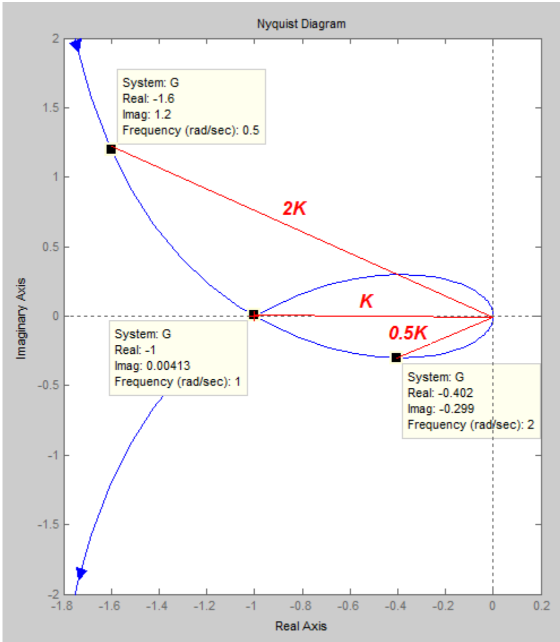
$$GH(s)=\frac{K(s+1)}{s(s-1)} \quad ; \quad s=j\omega \quad ; \quad GH(j\omega)=\frac{K(1+j\omega)}{j\omega(j\omega-1)}$$

$$GH(j\omega)=\frac{K(1+j\omega^2)^{1/2}}{\omega(1+j\omega^2)^{1/2}}\angle(-90+\tan^{-1}(\omega)-\tan^{-1}(-\omega))$$

$$GH(j\omega)=\frac{K}{\omega}\angle(-90+\tan^{-1}(\omega)-180+\tan^{-1}(\omega))$$

$$GH(j\omega)=\frac{K}{\omega}\angle(-270+2\tan^{-1}(\omega))$$

ω	$\lvert GH\rvert$	$\angle GH$
0	∞	-270
0.5	$2K$	-216.9
1.0	K	-180
2.0	$0.5K$	-143.1
∞	0	-90



b)

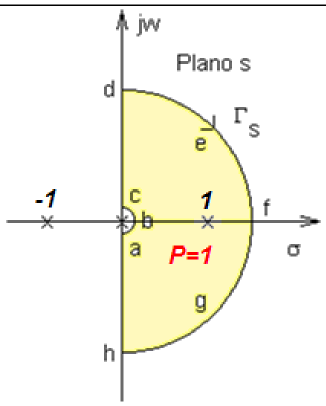
Criterio de Nyquist :

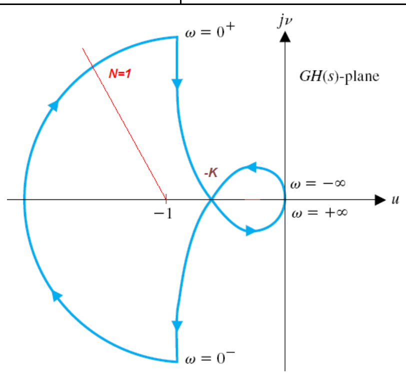
a) $K<1$

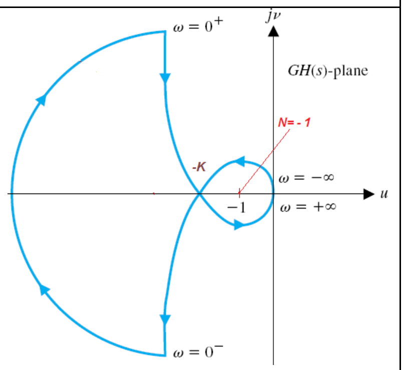
$P=1 \quad ; \quad N=1 \quad \rightarrow \quad Z=2 \quad ; \quad$ *Sistema Inestable*

b) $K>1$

$P=1 \quad ; \quad N=-1 \quad \rightarrow \quad Z=0 \quad ; \quad$ *Sistema Estable*







c)

$K=2$

$$M.G.=20\log\frac{1}{|GH|}=20\log\frac{1}{K}=-6dB$$

$$|GH(\omega)|_{\omega_{cp}}=1 \quad \rightarrow \quad |GH(\omega_{CP})| \;=\frac{2}{\omega_{CP}}=1 \quad \rightarrow \quad \omega_{CP}=2$$

$$\angle GH(\omega_{CP})=-270-\tan^{-1}(\omega_{CP})=-143.1$$

$$M.F.=180-\angle GH(\omega_{CP})$$

$$M.F.=36.9$$