

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

El conjunto \mathbb{Q} de los números racionales está formado por todos aquellos números que pueden representarse como una fracción $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y $b \neq 0$.

Simbólicamente.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} ; \text{donde } a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$$

Una fracción puede considerarse como parte de una cantidad.

Una fracción y un decimal es una división entre dos números, en donde el divisor es diferente de cero, mientras que: decimal es una expresión con número finito de cifras significativas después de la coma o con un número infinito de cifras repetitivas después de la coma.

Los números racionales sirven para expresar medidas, ya que al comparar una cantidad con su unidad el resultado es, frecuentemente, fraccionario.

Los números racionales pueden ser sumados, restados, multiplicados o divididos (excepto por cero). El resultado de estas operaciones será siempre otro número racional y la forma de concretar las operaciones, variará de acuerdo a la existencia o ausencia de igual denominador en las fracciones.

Como los números enteros pueden ser positivos o negativos, se aplica la Ley de los Signos, los números racionales no enteros se llaman fraccionarios.

Así como en el conjunto Z de los números enteros cada número tiene un siguiente (el siguiente al 7 es el 8, el siguiente al -5 es el -4), no pasa lo mismo con los racionales, pues entre cada dos números racionales existen infinitos números.

Cabe destacar que los números racionales ya se utilizaban en el Antiguo Egipto. Los matemáticos de aquella época usaban fracciones unitarias, que son aquellas cuyos denominadores son números enteros positivos. En los casos en que necesitaban fracciones con numeradores no unitarios, los egipcios apelaban a la suma de fracciones unitarias distintas (conocidas como fracción egipcia).

Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, cuya utilización persistió hasta la época medieval.

En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, famoso, entre otras cosas por la serie de Fibonacci, introdujo en Europa la barra horizontal para separar numerador y denominador en las fracciones.

A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy.

A finales del siglo XVI, Simón Stevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc., pero los escribía de una forma complicada; así para $456,765$ escribía $456(0)7(1)6(2)5(3)$.

A principios del siglo XVII, los números decimales ya aparecieron tal y como se escriben hoy, separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal, en el siglo XVIII, concretamente en 1792.

2.2 APORTES CIENTÍFICOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.2.1 FUNDAMENTACIÓN FILOSÓFICA

La matemática como ciencia abstracta, formal, exacta y deductiva ha sido históricamente definida como ciencia de las relaciones cuantitativas, esta es una concepción clásica pitagórica apoyada posteriormente por Galileo que afirmaba que “la naturaleza responde a un orden inmutable y por ello encuentra en la matemática también inmutable, el único lenguaje capaz de expresarla”¹

Esta visión formal de la matemática ha subsistido hasta nuestros días y se evidencia en el proceso tradicional de enseñar esta asignatura a la que se considera que solo puede ser estudiada como una ciencia totalmente “deductiva” que solo trata de “cantidades” y que por lo tanto exigía memorización y dominio rígido de los procesos.

Las concepciones empiristas sobre la comprensión de la matemática ponen en duda la rigidez del carácter matemático, en realidad no siempre trata solo de cantidades ni tampoco es totalmente deductiva. En algunos aspectos es cualitativa, lo que da paso a la intuición y es también generalizadora es decir inductiva. Esta visión más amplia de la matemática da paso a un modelo dinámico más interactivo donde el estudiante pueda aprender en forma práctica aquello que considera necesario y aplicable. Convertir en cuestionamientos lo que antes eran verdades inmutables. Según Michael Dumett² podemos reflexionar alrededor de preguntas como ¿Cómo sabemos que nuestras teorías matemáticas son verdaderas? ¿Qué las hace verdaderas? ¿Son necesarias las verdades matemáticas? Y lo más importante, ¿Cómo se puede aplicar las verdades matemáticas a la realidad?³

¹ Fatone, Vicente. *Lógica e Introducción a la filosofía*. Cap. La matemática pág. 173. Ed. Kapelusz Buenos Aires

² *Filosofo Británico 1925-2011*. Su obra filosófica gira en torno a las matemáticas.

³ *Filosofía de la Matemática*. http://es.wikipedia.org/wiki/Filosof%C3%ADa_de_la_matem%C3%A1tica

La última pregunta es clave para entender las dificultades en el aprendizaje de la matemática: la aplicabilidad de este conocimiento, hay estudiantes que terminan etapas completas de estudio sin lograr entender para que sirven, cabe resaltar que el ser humano es incapaz de percibir, en forma directa e inmediata, los grupos mayores a 4 objetos sin un aprendizaje previo; motivo que hace indiscutible que para el hombre este conocimiento que es vital para su supervivencia sea adquirido en un ambiente concreto y lúdico.

La razón para que actualmente se utilice un sistema de números racionales, se deriva principalmente de que el ser humano necesitó hacer una representación simbólica del conteo con su propio cuerpo, y para ello se valió básicamente de los 10 dedos de las manos y aunque éste no fue el único sistema utilizado por la humanidad sí fue el más difundido.

La matemática filosóficamente es un juego. ¿Por qué? Porque la matemática se arma con reglas que se van combinando con una lógica para llegar a conclusiones. Es así que se puede cambiar las reglas del juego y armar otra matemática. Eso por un lado, pero hay otra cosa que es importante y es que en realidad, cuando pensamos en los estudiantes, incluso en nuestros docentes que tienen que lidiar con la matemática, estamos pensando en una matemática cotidiana, no una cosa muy abstracta, muy filosófica.

La matemática mueve al mundo, es decir, la matemática tiene verdades que se las necesita para que funcione el supermercado, los colectivos, las cosas de todos los días.

El filosofar del porqué enseñar los números racionales, implica pensar en cómo y porqué debe no solo enseñar sino también aprender. No existe filosofía de los números racionales, pero sí se puede decir que está ayuda al niño y al hombre a pensar que cada acto tiene una razón. Los ejercicios que presentan los números racionales indican que cada hecho también las tiene, aprender a resolver problemas de números racionales, de una u otra forma,

ayuda al estudiante y al hombre a desarrollar su pensamiento en la toma de decisiones.

A medida que el saber humano fue evolucionando, le fue urgente el comenzar a representar las cantidades en forma de dibujos, para seguir en forma precisa los ciclos de la naturaleza, dejar mensajes a sus semejantes o para seguir con la contabilización de sus posesiones que rebasaban la cantidad de 10.

El hombre plasma en dibujos su forma de vida, los peligros que corren, cómo es su entorno, las posesiones que tiene, etc. Y las cantidades comienzan también a plasmarse en símbolos.

Surge entonces la representación pictórica de los números, los cuales consistían en una consecución de líneas o puntos consecutivos. Un sistema que para contabilizar hacía muy difícil la lectura rápida de los números, a diferencia de los grabados que se referían a los objetos que estaban representando.

2.2.2 FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

Parte de la historia y de los fundamentos pedagógicos resaltando que el estudiante tiene algunos conocimientos matemáticos dados por sus padres, pero el estudiante no comprende, ni es sensible al razonamiento deductivo. Es necesario que él experimente todas las nociones en el campo de acción antes de interiorizarlas y pensarlas, es decir, construirlas en el plano psicológico.

Por ello es comprensible que en la práctica actual se destaque la importancia del juego y el uso de material en el desarrollo de los estudiantes para la matemática. Con relación a la enseñanza se ha tomado en cuenta los materiales sugeridos por Piaget, Montessori, Decroly quienes le dieron mucha importancia al papel de la actividad matemática en el preescolar para el desarrollo de hábitos del pensamiento.

Se considera las etapas de aprendizaje de las matemáticas dadas por Dienes y el tema “escuelas de pedagogía infantil” donde se menciona la escuela maternal francesa, Carpente; la montescana y la fundada por Andrés Manjó quienes insisten que el estudiante aprende a través de la lúdica.

La lúdica matemática para los estudiantes se da a través del pensamiento creativo. La propuesta renovadora sobre la enseñanza de la matemática debe integrar todas las dimensiones del ser humano.

2.2.3 FUNDAMENTACIÓN SOCIOLÓGICA

La matemática produce visiones contradictorias: por un lado la sociedad la ve como un obstáculo insalvable, pero por otro lado, saber matemática y dominarla es socialmente valioso, y admirable incluso se le asigna una calidad de conocimiento casi mágico, destinado a unos cuantos iluminados en realidad no hay nada rebuscado en este conocimiento como lo afirma Ludwig Wittgenstein. “El conocimiento matemático es una construcción social y en su esencia se encuentran factores históricos y contingentes” es decir sujetos a cambios”⁴

Ernest P. (1986) afirma que “los valores sociales se manifiestan en las metas del currículo matemático las mismas que corresponden a los intereses de los distintos grupos sociales)⁵:

La meta utilitaria: que es el afán por adquirir destrezas funcionales, es decir conocer la matemática en forma práctica y sobre todo útil.

La meta del desarrollo personal: es la manera y la cantidad de aporte de la matemática a la formación integral del ser social.

⁴ Tornado. (2009). Sociología del conocimiento. <http://es.pschitt.info/page/Sociolog%C3%ADa>

⁵ Aportaciones de la sociología de la educación, refiere a Ernest P. Valores sociales y políticos 1986. <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL92-125.PDF>

Y la meta matemática: que se preocupa de cómo se trasmite el conocimiento matemático a los estudiantes.

Estas metas reflejan a la sociedad como un todo: a los pensadores humanistas a los educadores y a la comunidad matemática, si se hace un alto para observar se constatará que las metas matemáticas son las prioritarias, luego las metas utilitarias y al final el desarrollo personal como aspiración alcanzable a través de este conocimiento.

Le corresponde a los pedagogos, profesores en ejercicio liberar la matemática de las posiciones extremas y entregarla a la sociedad como un bien intelectual perfectamente alcanzable. Al respecto Ernest (1989) sostiene que “las reformas en la enseñanza no podrán prosperar a no ser que el profesorado posea profundas convicciones y creencias sobre la matemática y sobre los cambios necesarios en su aprendizaje y enseñanza”⁶

2.2.4 FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

La matemática es una asignatura que se aborda de manera muy directa, lo que en enseñanza se identifica como “frontalidad”, el docente no reflexiona ni para sí ni para sus estudiantes sobre aspectos como el origen, la naturaleza y las posibilidades de esta ciencia, la capacidad para el aprendizaje, los límites que la configuran. Sin embargo todos estos cuestionamientos están implícitos en la práctica docente por lo tanto es muy importante hacerlos consciente para reflexionar sobre ellos y sobre todo que los estudiantes lo hagan.

Si la matemática es considerada por el docente como realidad objetiva que según Karl Popper pertenece al mundo 3 de la ciencia y la cultura, buscará la forma de presentarla como una existencia individual, promoverá que los estudiantes la identifiquen a través de formas y representaciones visibles y objetivas como se puede mostrar un experimento de ciencias, es decir independiente de quien enseña y quien aprende. Lo fundamental es que

⁶ Aportaciones de la Sociología de la Educación, refiere a Ernest P. (1989). *La Influencia de las Creencias en la Enseñanza de las Matemáticas*. <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL92-125.PDF>

aprendan definiciones, propiedades, características esenciales y accidentales del objeto; considerando que la resolución de problemas no es prioritario. Pero también el profesor puede considerar que la matemática es una creación de la genialidad humana que tiene por objeto la resolución de problemas en el campo del comercio, la construcción, la astronomía, ellos consideran que la matemática es convencional, acordando reglas y normativas que faciliten que cada innovación, descubrimiento a alteración forme un todo organizado y armónico con el conocimiento estructurado anteriormente.

Otro aspecto de la epistemología de las matemáticas es la naturaleza infalible que se le ha atribuido, “las matemáticas son exactas” idea que actualmente es descartada por cuanto la historia ha mostrado una serie de teorías y enunciados que se han derivado de premisas equivocadas; este carácter evolucionable de la matemática aplicado a la enseñanza da por sentado que los estudiantes aprenden mediante ensayo y error, resolviendo dificultades, y adoptando planteamiento modernos que llevan a la matemática a la posición filosófica del constructivismo social⁷.

Dentro de la enseñanza tradicional se puede apreciar la tendencia a promover que el estudiante adquiera las estructuras básicas de la matemática y con ella el estudiante en forma autónoma, podrá resolver los problemas que se le presentarán en el futuro. Su orientación es fundamentalmente deductiva y se la conoce como “Concepción Idealista Platónica”.

Actualmente la postura aceptada es que la matemática es una combinación de teoría y aplicaciones y lo más importante, el estudiante debe poder visualizar la utilidad práctica de cada contenido teórico, la matemática tiene que ser una respuesta natural a las interrogantes de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento, su dirección es inicialmente inductiva ya que parte de los problemas para construir las estructuras teóricas respondiendo como ya fue mencionado anteriormente, al Constructivismo Social”

⁷J. D. Godino, C. Batanero y V. Font.(2003) *Matemática y su didáctica para maestros*<http://www.matesup.usalca.cl/modelos/articulos/fundamentos.pdf>

La matemática tiene como carácter esencial proveer de respuestas a las interrogantes de las demás ciencias o ámbitos del conocimiento de allí que es importante promover la práctica de los desempeños auténticos, mediante la manipulación de materiales del medio y un espíritu lúdico que combine con el carácter formal que posee.

2.3 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.3.1 NÚMEROS RACIONALES

2.3.1.1 DEFINICIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales son aquellos que expresan el cociente entre dos números enteros. La noción de racional proviene de ración (parte de un todo). Los números racionales están formados por los números enteros que pueden expresarse como cociente: $5 = \frac{5}{1}$, $38 = \frac{38}{1}$ y los números fraccionarios (los números racionales no enteros): $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{69}{253}$.

Es importante tener en cuenta que, mientras que en los números enteros, cada número tiene un siguiente (...-1, 0, 1, 2, 3, 4...), existen infinitos números entre cada número racional.

Al conjunto de los números racionales se le representa con la letra \mathbb{Q} , dentro de los números reales.

$$\mathbb{Q} = \left\{ x/x = \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$$
$$\mathbb{Q} = \left\{ \dots, -2, \dots, -\frac{3}{4}, \dots, -1, \dots, -\frac{1}{2}, \dots, 0, \dots, 1, \dots, \frac{1}{2}, \dots, 1, \dots, \frac{5}{4}, \dots \right\}$$

Interpretación Gráfica. Un número fraccionario $\frac{a}{b}$ significa que la unidad se ha dividido en b partes iguales, y de ellas se ha tomado a partes.

Para representar fracciones en la recta numérica, se divide cada segmento de unidad en las partes que se indica el denominador, luego a partir del **0** se cuenta las partes que indica el numerador, hacia la derecha los positivos y hacia la izquierda los negativos.

Relación de Orden de los Números Racionales

Sean: $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ dos números racionales, entonces:

a) Si $(a \cdot d) - (b \cdot c) > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

b) Si $(a \cdot d) - (b \cdot c) < 0 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

c) Si $(a \cdot d) - (b \cdot c) = 0 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2.4 DIAGNÓSTICO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La razón de ser de las matemáticas radica en la capacidad de resolver problemas, no se trata de memorizar o de repetir modelos preestablecidos, sino de darle paso a la creatividad, sin embargo como una constante encontramos la negación del estudiante ante el aprendizaje de esta asignatura, frente a ello, la respuesta del profesor es que el estudiante “no pone de su parte”.

2.5 MOTIVACIÓN PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NÚMEROS RACIONALES

La resolución de problemas no es un asunto puramente intelectual. Las emociones, y en particular el deseo de resolver un problema, tienen también una gran importancia. La incapacidad que manifiestan algunos estudiantes para resolver incluso el ejercicio más sencillo, no es producto de una deficiencia intelectual, sino de un manifiesto desinterés.

A veces no existe ni siquiera el deseo de comprender el problema, y por lo tanto el mismo no es interpretado. El docente que desee realmente ayudar a un estudiante con estas características debería ante todo despertarle su curiosidad dormida, motivarlo y transmitirle deseos de logro y superación.

Algunas creencias negativas para el proceso creativo están asociadas a una baja autoestima y pueden tener raíces emocionales profundas. Por ejemplo hay quienes enfrentados a un problema creen a priori que no podrían resolverlo, y que si lo intentan sólo conseguirán terminar con un dolor de cabeza.

El docente debe en estos casos apelar a todas sus habilidades y conocimientos como educador, aunque en casos extremos será necesaria también la ayuda de un orientador o la de un psicólogo.

En el polo opuesto, alguien que tenga confianza en su propia capacidad y crea que un problema es un desafío que vale la pena enfrentar y que resolverlo le proporcionaría una satisfacción intelectual al mismo tiempo que sería una experiencia valiosa para su formación, estará en excelentes condiciones psicológicas para abordar el proceso resolutivo.

2.6 DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA ORIGINADAS EN UN SISTEMA TRADICIONAL

Es frecuente escuchar de los docentes, que la dificultad principal de sus estudiantes es en la resolución de problemas con fracciones y la comprensión mecánica de las cuatro operaciones básicas, las causas de este problema son diversas y están asociados a múltiples factores, factores conceptuales, estrategias de enseñanza, estilo del docente, el mal uso de

medios y materiales; un pobre resultado en el dominio del cálculo matemático puede deberse en la mayoría de los casos a una enseñanza inadecuada.

Así mismo manifiestan que los salones de clase dista mucho de lo que debería ocurrir de acuerdo al ministerio de educación o a principios básicos de equidad y calidad en educación. Durante varias décadas se aplicó postulados asociacionistas⁸ en el aprendizaje del cálculo, sobre este tema Gómez (2009) menciona a Thorndike (1922.), indica que “los estudiantes que presentaban dificultades en la ejecución de tareas de cálculo, eran sometidos a enormes listados de operaciones aritméticas, al considerar que la repetición era la base para aprender y dominar el cálculo”⁹. Sin embargo una repetición sin sentido, más que un beneficio es perjudicial para el rendimiento matemático.

2.7 EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- Recordar los diferentes significados y usos de las fracciones
- Establecer el concepto de fracción equivalente, saber determinar cuándo dos fracciones son equivalentes y calcular fracciones equivalentes.
- Manipular la simplificación y amplificación de fracciones; reconocer y definir el concepto de fracción irreducible.
- Identificar las fracciones equivalentes al compararlas y ordenarlas.
- Operar con soltura las fracciones.
- Resolver problemas sencillos usando fracciones.
- Expresar porcentajes en forma de fracción y viceversa.
- Resolver distintos tipos de problemas de porcentaje.

⁸ Variante del conductismo: describe una asociación entre estímulo y respuesta contigua, de forma que si sabemos plantear los estímulos adecuados, obtendremos la respuesta deseada.

⁹ Gómez, Maritza, 2009, en su tesis *Actividades Lúdicas para Desarrollar la capacidad de cálculo en alumnos del segundo grado, distrito de Pacasmayo. Refiere a Thorndike, 1922.* <http://www.slideshare.net/949749213/actividades-ludicas-para-desarrollar-la-capacidad-de-calculo#>

2.8 CONTENIDOS CONCEPTUALES DE APRENDIZAJES RELACIONADOS CON NÚMEROS RACIONALES

- Fracciones equivalentes (simplificación, amplificación y fracción irreducible)
- Comparación de fracciones.
- Suma, resta, multiplicación y división de fracciones
- Relación entre fracción y porcentaje.

2.9 CONTENIDOS PROCEDIMENTALES (HABILIDADES Y DESTREZAS)

- Obtención de fracciones equivalentes.
- Reducción de fracciones.
- Utilización de criterios alternativos al comparar fracciones
- Adquisición de hábito de simplificar resultados en las operaciones de fracciones.
- Resolución de problemas por medio de fracciones.
- Expresión de tanto por ciento en forma de fracción y viceversa.
- Resolución de problemas de porcentajes.

2.10 CONTENIDOS ACTITUDINALES (EJES TRANSVERSALES)

- Curiosidad por conocer la gama de situaciones en las que se puede usar las fracciones.

- Reconocimiento de la utilidad de adquirir el hábito de operar con la economía, observar los datos e identificar la conveniencia por la simplificación.
- Confianza en las propias capacidades para seleccionar las situaciones donde las fracciones son la herramienta idónea.
- La fortaleza de hacer trabajos colaborativos.
- La responsabilidad de sus trabajos.
- El respeto a la diversidad.
- Equidad de género.
- El respeto hacia su entorno.
- Derecho a la democracia.
- Interés por la justicia.

2.11 ACTIVIDADES LÚDICAS

2.11.1 ¿QUÉ SON LAS ACTIVIDADES LÚDICAS?

*"Nunca dejamos de ser niños, con el paso del tiempo, tan solo cambiamos de juguetes"*¹⁰

Actividades lúdicas es la que permite el desarrollo integral de la persona, crecer en nuestro interior y exterior, disfrutar del entorno natural, por medio del juego aprendemos normas y pautas del comportamiento social todo lo que hemos aprendido y hemos vivido se hace, mediante el juego.

Las actividades lúdicas pueden ser exclusivamente de ambientación o de motivación, pero también pueden estar interconectadas al aprendizaje de tal manera que no se produzca un desfase o actividades divididas, donde los niños diferencien momentos para jugar y momentos para "trabajar". Lo ideal es que el niño aprenda mientras juega y juegue mientras aprende. De este modo se producirán aprendizajes imposibles con otras estrategias más conservadoras.

¹⁰Ernesto Yturralde:<http://www.yturralde.com/ludica.htm>

2.11.2 DEFINICIÓN DE JUEGO

Una definición de juego es: Acción u ocupación voluntaria, que se desarrolla dentro de límite temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas; acción que tiene un fin en sí mismo y está acompañada de un sentimiento de tensión y alegría.

2.11.3 ORÍGENES DE LAS ACTIVIDADES LÚDICAS APLICADAS A LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

El juego, como método de enseñanza, es muy antiguo, ya que en la Comunidad Primitiva era utilizado de manera empírica en el desarrollo de habilidades en los niños y jóvenes que aprendían de los mayores la forma de cazar, pescar, cultivar, y otras actividades que se trasmitían de generación en generación. De esta forma los niños lograban asimilar de una manera más fácil los procedimientos de las actividades de la vida cotidiana.

A finales del siglo XIX se inician los trabajos de investigación psicológica por parte de K. Groos, quien define una de las tantas teorías acerca del juego, denominada Teoría del Juego, en la cual caracteriza al juego como un adiestramiento anticipado para futuras capacidades serias. A partir de los estudios efectuados por filósofos, psicólogos y pedagogos, han surgido diferentes teorías que han tratado de dar diversas definiciones acerca del juego. Existen diferentes tipos de juegos: juegos de reglas, juegos constructivos, juegos de dramatización, juegos de creación, juegos de roles, juegos de simulación, y juegos didácticos. Los juegos infantiles son los antecesores de los juegos didácticos y surgieron antes que la propia Ciencia Pedagógica.

Hugo Díaz, 2008 pág. 68"El mundo evoluciona y la educación con este. En consecuencia se debe estimular el aprendizaje para potenciar las capacidades de los estudiantes, recordar que aprende el 20% de lo que escucha, el 50% de lo que ve y el 80% de lo que hace. A través de actividades lúdicas potencia al 80% la capacidad de aprendizaje".

Una de las características del juego, es ser básicamente una actividad libre. El involucrar a un individuo en un juego por mandato hace que el juego deje de serlo, es decir, el juego en sí mismo, no debe suponer ninguna obligación, ya que cada individuo debe decidir participar en este o no. Para Piaget (1981), el juego es una palanca del aprendizaje y sobre ello señala: "siempre que se ha conseguido transformar en juego la iniciación a la lectura, el cálculo o la ortografía se ha visto a los estudiantes apasionarse por estas ocupaciones que ordinariamente se presentan como desagradables"¹¹.

El juego es una actividad propia del estudiante, la cual mediante una correcta dirección puede ser convertida en un estimulador importante del aprendizaje. Combinando esta con otros medios, es posible desarrollar en los alumnos cualidades morales, intereses y motivación por lo que realizan. El juego es un factor espontáneo de educación y cabe el uso didáctico del mismo, siempre y cuando, la intervención no desvirtúe su naturaleza y estructura diferencial.

(Ortega: Vigotski (1979), expresó: "El juego funciona como una zona de desarrollo próximo, que se determina con ayuda de tareas, y se solucionan bajo la dirección de los adultos y también en colaboración con los condiscípulos más inteligentes El niño, en el juego, hace ensayos de conductas más complejas, de mayor madurez de las que hace en la actividad cotidiana".¹²

Al jugar el estudiante aprende a distinguir los objetos por sus formas, tamaños y colores; a utilizarlos debidamente en dependencia de su cualidad, además reflexiona sobre lo que ha visto y le surgen preguntas, las que deben ser

¹¹ Piaget, Jean: (1981) *Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Ariel.

¹² Ballera, Ninoska. *La Matemática como un Medio Universal Esencial para la Formación Integral del Ser Humano* universidad de Zulia. 2003. <http://www.monografias.com/trabajos89/matematica-como-medio-universal/matematica-como-medio-universal.shtml>

utilizadas, en muchos casos, para profundizar en los contenidos que aprende, enriquecer y transformar sus experiencias. Jugar no es estudiar ni trabajar, pero jugando, el estudiante aprende sobre todo a conocer y a comprender el mundo social que le rodea, para la mayor parte de los docentes el juego y la matemática son incompatibles.

Córdova (2003) opina que el aprendizaje de los números ha tenido un componente lúdico que ha sido el que ha dado lugar a las creaciones más interesantes que en ella han surgido. La historia de la matemática está llena de pasatiempos, acertijos, juegos de ingenio, historias paradójicas, ilusiones ópticas... El juego ha dado frutos al desarrollo aplicado y teórico de la matemática. Por el contrario, la enseñanza de la matemática ha insistido en un desarrollo formal, deductivo, dando énfasis a los procesos de cálculo algorítmico, dejando a un lado esta faceta "juguetona", atractiva del quehacer matemático.¹³

2.11.4 JUEGOS DIDÁCTICOS

El juego es una actividad amena de recreación que sirve de medio para desarrollar capacidades mediante una participación activa y afectiva de los estudiantes, por lo que en este sentido el aprendizaje creativo se transforma en una experiencia feliz.

Los juegos infantiles son los antecesores de los juegos didácticos y surgieron antes que la propia Ciencia Pedagógica. El juego es una actividad amena de recreación que sirve de medio para desarrollar capacidades mediante una participación activa y afectiva de los estudiantes, por lo que en este sentido el aprendizaje creativo se transforma en una experiencia feliz.

La idea de aplicar el juego en la institución educativa no es una idea nueva, se tienen noticias de su utilización en diferentes países y sabemos además que en el Renacimiento se le daba gran importancia al juego. La utilización de la actividad lúdica en la preparación de los futuros profesionales se

¹³ Córdova (2003) *Actividad Lúdica Y Elaboración De Recursos Didácticos En La Enseñanza De La Matemática*. http://www.paulovi.edu.pe/aulavirtual/docentes/ulises/01_ludica.pdf

aplicó, en sus inicios, en la esfera de la dirección y organización de la economía. El juego, como forma de actividad humana, posee un gran potencial emotivo y motivacional que puede y debe ser utilizado con fines docentes, fundamentalmente en la institución educativa.

El **juego didáctico** es una técnica participativa de la enseñanza encaminado a desarrollar en los estudiantes métodos de dirección y conducta correcta, estimulando así la disciplina con un adecuado nivel de decisión y autodeterminación; es decir, no sólo propicia la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades, sino que además contribuye al logro de la motivación por las asignaturas; o sea, constituye una forma de trabajo docente que brinda una gran variedad de procedimientos para el entrenamiento de los estudiantes en la toma de decisiones para la solución de diversas problemáticas.

El juego es una actividad, naturalmente feliz, que desarrolla integralmente la personalidad del hombre y en particular su capacidad creadora. Como actividad pedagógica tiene carácter didáctico y cumple con los elementos intelectuales, prácticos, comunicativos y valorativos de manera lúdica.

Para tener un criterio más profundo sobre el concepto de juego, se tomará uno de sus aspectos más importantes, su contribución al desarrollo de la capacidad creadora en los jugadores, toda vez que este influye directamente en sus componentes estructurales: intelectual-cognitivo, volitivo- conductual, afectivo-motivacional y las aptitudes.

En el **intelectual-cognitivo** se fomentan en la observación, la atención, las capacidades lógicas, la fantasía, la imaginación, la iniciativa, la investigación científica, los conocimientos, las habilidades, los hábitos, el potencial creador.

En el **volitivo-conductual** se desarrollan el espíritu crítico y autocrítico, la iniciativa, las actitudes, la disciplina, el respeto, la perseverancia, la

tenacidad, la responsabilidad, la audacia, la puntualidad, la sistematicidad, la regularidad, el compañerismo, la cooperación, la lealtad, la seguridad en sí mismo, estimula la emulación fraternal, etc.

En el **afectivo-motivacional** se propicia la camaradería, el interés, el gusto por la actividad, el colectivismo, el espíritu de solidaridad, dar y recibir ayuda, etc.

Como se puede observar el juego es en sí mismo una vía para estimular y fomentar la creatividad, si en este contexto se introduce además los elementos técnico-constructivos para la elaboración de los juegos, la asimilación de los conocimientos técnicos y la satisfacción por los resultados, se enriquece la capacidad técnico-creadora del individuo.

Entre estas actividades técnico-creativas pueden figurar el diseño de juegos y juguetes, reparación de juguetes rotos, perfeccionamiento de juegos y juguetes, y pruebas de funcionamiento de juegos y juguetes.

Los juegos, durante cientos de generaciones, han constituido la base de la educación del hombre de manera espontánea, permitiendo la transmisión de las normas de convivencia social, las mejores tradiciones y el desarrollo de la capacidad creadora. Esta última como elemento básico de la personalidad del individuo que le permitan aceptar los retos, en situaciones difíciles y resolver los problemas que surgen en la vida.

Los juegos didácticos son el soporte material con que se desarrolla el método para el cumplimiento del objetivo, permitiendo con su utilización el desarrollo de las habilidades, los hábitos, las capacidades y la formación de valores del estudiante.

El juego como recurso metodológico se recomienda su estudio e implementación en aquellos temas conflictivos para el estudiante o que la práctica señale que tradicionalmente es repelido por el estudiante pero que

constituye un objetivo básico y transferible a diversas esferas de la actividad o por la repercusión de su aplicación en su profesión o la vida cotidiana.

Hacer un uso excesivo del juego y poco fundamentado puede traer consecuencias lamentables en la efectividad del proceso. Teniendo presente tal afirmación es menester, que en el proceso de construcción del juego didáctico, diseñar y construir éstos cumpliendo las reglas del diseño y las normas técnica que garanticen la calidad de estos artículos.

Por la importancia que reviste, para la efectividad del juego didáctico en el proceso docente, es necesario que éstos cumplan con las diferentes especificaciones de calidad establecidas en los documentos normativos. Salvador, A (2005) afirma “se puede jugar sin aprender nada, lo importante es saber sacar partido de las ventajas del juego para el aprendizaje”¹⁴

Los juegos didácticos deben corresponderse con los objetivos, contenidos y métodos de enseñanza y adecuarse a las indicaciones, acerca de la evaluación y la organización escolar.

Entre los aspectos a contemplar en este índice científico-pedagógico están:

- Correspondencia con los avances científicos y técnicos
- Posibilidad de aumentar el nivel de asimilación de los conocimientos.
- Influencia educativa.
- Correspondencia con la edad del alumno.
- Contribución a la formación y desarrollo de hábitos y habilidades.
- Disminución del tiempo en las explicaciones del contenido.

¹⁴Salvador, Adela. *El Juego como Recurso Didáctico en el aula de Matemáticas. Universidad Politécnica de Madrid*-
<http://www.caminos.upm.es/matematicas/Fdistancia/MAIC/actividades/conferencias/conferencias/12.Juego.pdf>

- Accesibilidad.

2.11.5 LOS JUEGOS DE CONOCIMIENTO Y DE ESTRATEGIA

La clasificación en "JUEGOS DE CONOCIMIENTO Y JUEGOS DE ESTRATEGIA" se relaciona con las capacidades de memoria y de razonamiento que caracterizan la cognición humana.

Los juegos de conocimiento, además de favorecer el aprendizaje de conocimientos específicos, favorecen el desarrollo de la atención y otras habilidades cognitivas básicas.

Los juegos de conocimiento son bastante aceptados por la comunidad escolar, desde la perspectiva pedagógica. Son útiles para adquirir algoritmos y conceptos. Proveen una enseñanza más rica, activa y creativa que la tradicional.

A diferencia de los anteriores, los juegos de estrategia permiten poner en marcha procedimientos típicos para la resolución de problemas y del pensamiento matemático de alto nivel.

También favorecen la actitud para abordar e intentar resolver los problemas. Los juegos de estrategia encuentran mayor oposición por los profesores (por factores ideológicos y por lo difícil de visualizar logros de objetivo en el corto plazo), pero son bien acogidos por los estudiantes y los representantes.

Los juegos de estrategia favorecen el desarrollo del pensamiento, es decir de diversas habilidades cognitivas.

2.11.6 FASES DE LOS JUEGOS DIDÁCTICOS

2.11.6.1 INTRODUCCIÓN

Comprende los pasos o acciones que posibilitarán comenzar o iniciar el juego, incluyendo los acuerdos o convenios que posibiliten establecer las normas o tipos de juegos.

2.11.6.2 DESARROLLO

Durante el mismo se produce la actuación de los estudiantes en dependencia de lo establecido por las reglas del juego.

2.11.6.3 CULMINACIÓN

El juego culmina cuando un jugador o grupo de jugadores logra alcanzar la meta en dependencia de las reglas establecidas, o cuando logra acumular una mayor cantidad de puntos, demostrando un mayor dominio de los contenidos y desarrollo de habilidades. Los profesores que se dedican a esta tarea de crear juegos didácticos deben tener presente las particularidades psicológicas de los estudiantes para los cuales están diseñados los mismos.

Los juegos didácticos se diseñan fundamentalmente para el aprendizaje y el desarrollo de habilidades en determinados contenidos específicos de las diferentes asignaturas, la mayor utilización ha sido en la consolidación de los conocimientos y el desarrollo de habilidades. Además permiten el perfeccionamiento de las capacidades de los estudiantes en la toma de decisiones, el desarrollo de la capacidad de análisis en períodos breves de tiempo y en condiciones cambiantes, a los efectos de fomentar los hábitos

y habilidades para la evaluación de la información y la toma de decisiones colectivas.

2.11.7 PRINCIPIOS BÁSICOS QUE RIGEN LA ESTRUCTURACIÓN Y APLICACIÓN DE LOS JUEGOS DIDÁCTICOS

2.11.7.1 LA PARTICIPACIÓN

Es el principio básico de la actividad lúdica que expresa la manifestación activa de las fuerzas físicas e intelectuales del jugador, en este caso el estudiante.

La participación es una necesidad intrínseca del ser humano, porque se realiza, se encuentra a sí mismo, negársela es impedir que lo haga, no participar significa dependencia, la aceptación de valores ajenos, y en el plano didáctico implica un modelo verbalista, enciclopedista y reproductivo, ajeno a lo que hoy día se demanda. La participación del estudiante constituye el contexto especial específico que se implanta con la aplicación del juego.

2.11.7.2 EL DINAMISMO

Expresa el significado y la influencia del factor tiempo en la actividad lúdica. Todo juego tiene principio y fin, por lo tanto el factor tiempo tiene en éste el mismo significado primordial que en la vida. Además, el juego es movimiento, desarrollo, interacción activa en la dinámica del proceso pedagógico.

2.11.7.3 EL ENTRETENIMIENTO

Refleja las manifestaciones amenas e interesantes que presenta la actividad lúdica, las cuales ejercen un fuerte efecto emocional en el estudiante y puede ser uno de los motivos fundamentales que propicien su participación activa en el juego.

El valor didáctico de este principio consiste en que el entretenimiento refuerza considerablemente el interés y la actividad cognoscitiva de los estudiantes, es decir, el juego no admite el aburrimiento, las repeticiones, ni las impresiones comunes y habituales; todo lo contrario, la novedad, la singularidad y la sorpresa son inherentes a éste.

2.11.7.4 EL DESEMPEÑO DE ROLES

Está basado en la modelación lúdica de la actividad del estudiante, y refleja los fenómenos de la imitación y la improvisación. Debe aplicarse de manera interconectada y rotativa entre los miembros de cada grupo. Uno de los elementos de planificación del juego de roles, es asignar a algunos de sus integrantes desempeños o funciones, que deben cumplir para el bien de todos en conjunto.

Dejando claro que no se fomenta una actitud competitiva sino colaborativa, de tal manera que cada estudiante voluntariamente asume papeles que ya ha vivido en su contexto real para representarlo en el trabajo de aula. “Este juego le permite acceder al conocimiento en forma significativa, favorece el cálculo mental y la riqueza expresiva. Es una de las formas más vitales de aprender”¹⁵.

¹⁵Juego de roles como herramienta educativa (2008)

2.12 MATERIAL DIDÁCTICO CONCRETO

2.12.1 USO DE MATERIAL CONCRETO PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE.

La aplicación del material concreto ayuda a desarrollar la parte cognitiva del estudiante gracias a la manipulación de objetos ya que los hace crítico de sus propias experiencias y desarrolla en ellos:

- La facilidad al elegir estrategias para resolver problemas.
- Aprovechar el error como fuente de diagnóstico y de aprendizaje para el estudiante.
- Adaptarse a las posibilidades individuales de cada estudiante con el medio.

Los juegos pueden estar basados en la modelación de determinadas situaciones, permitiendo incluso el uso de la computación. La diversión y la sorpresa del juego provocan un interés en los estudiantes, válido para concentrar la atención de los mismos hacia los contenidos.

La particularidad de los juegos didácticos consiste en el cambio del papel del profesor en la enseñanza, quien influye de forma práctica en el grado o nivel de preparación del juego, ya que en éste, él toma parte como guía y orientador, llevando el análisis del transcurso del mismo. Se pueden emplear para desarrollar nuevos contenidos o consolidarlos, ejercitar hábitos y habilidades, formar actitudes y preparar al estudiante para resolver correctamente situaciones que deberá afrontar en su vida.

El juego favorece un enfoque interdisciplinario en el que participan tanto los profesores como los estudiantes y elimina así una interrelación vacía entre las diversas asignaturas. Es necesario concebir estructuras participativas para aumentar la cohesión del grupo en el aula, para superar diferencias de

formación y para incrementar la responsabilidad del estudiante en el aprendizaje.

Los juegos didácticos en las instituciones educativas:

- Garantizar la posibilidad de la adquisición de una experiencia práctica del trabajo colectivo y el análisis de las actividades organizativas de los estudiantes.
- Contribuir a la comprensión de los conocimientos teóricos de las diferentes asignaturas, partiendo del logro de un mayor nivel de satisfacción en el aprendizaje creativo.
- Preparar a los estudiantes a tomar decisiones ante problemas de la vida y la sociedad.

Características de los juegos didácticos:

- Despiertan el interés hacia las asignaturas.
- Provocan la necesidad de adoptar decisiones.
- Crean en los estudiantes las habilidades del trabajo interrelacionado de colaboración mutua en el cumplimiento conjunto de tareas.
- Exigen la aplicación de los conocimientos adquiridos en las diferentes temáticas o asignaturas relacionadas con éste.
- Se utilizan para fortalecer y comprobar los conocimientos adquiridos en clases demostrativas y para el desarrollo de habilidades.
- Constituyen actividades pedagógicas dinámicas, con limitación en el tiempo y conjugación de variantes.
- Aceleran la adaptación de los estudiantes a los procesos sociales dinámicos de su vida.
- Rompen con los esquemas del aula, del papel autoritario e informador del docente, ya que se liberan las potencialidades creativas de los estudiantes.

2.12.2 ¿QUÉ SE ALCANZA CON EL USO DEL MATERIAL CONCRETO?

Con el material concreto de que se disponga nos permitirán alcanzar el desarrollo de los conocimientos deseables tanto al conocer, hacer y ser en lo referente al aprendizaje de los números racionales.

En primer lugar hará posible alcanzar el objetivo que consiste en: Aprender a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos.

Estudiar de las fracciones por sí mismo, pues permite el desarrollo de nociones útiles para el conocimiento de temas más avanzados, como son el razonamiento proporcional y el estudio de las expresiones racionales en el álgebra.

2.13 TEORIA CONCEPTUAL

Álgebra Elemental: Es la parte de la matemática que trata del cálculo con símbolos literales y con operaciones abstractas que generalizan las cuatro operaciones fundamentales. El álgebra usa símbolos, en particular las letras del abecedario en español, con estos, se efectúan las mismas operaciones que en Aritmética, es decir: +, -, ×, ÷.

Análisis: Es la fundamentación de todos los procesos lógicos que intervienen en el cálculo.

Simplificar.- Es dividir por un mismo número tanto el numerador como el denominador.

Fracción Irreducible.- Son aquellas que no se pueden simplificar, esto sucede cuando el numerador y el denominador son primos entre sí.

Fracciones Equivalentes.- Cuando el producto de extremos es igual al producto de medios.

Fracciones Heterogéneas.- Cuando estas poseen distinto denominador,

Fracciones Homogéneas.- Cuando tienen el denominador en común.

Fracciones Propias.- Cuando el numerador es menor que el denominador. Su valor comprendido entre cero y uno.

Fracciones Impropias.- Son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador. Su valor es mayor que 1.

Fracciones Mixtas.- Está compuesta de una parte entera y otra fraccionaria.

Expresión algebraica: Combinación de símbolos números y letras, a través de las diferentes operaciones fundamentales. Los términos de la expresión algebraica corresponden a cada una de sus partes, las cuales están separadas entre sí por los signos + o - .

Mínimo común múltiplo: Es el menor entero positivo que es múltiplo de cada uno de los números dados.

Variable: Una variable es un símbolo que representa un elemento o cosa no especificada de un conjunto dado, por lo general una letra, que se usa para representar números o características de un objeto.