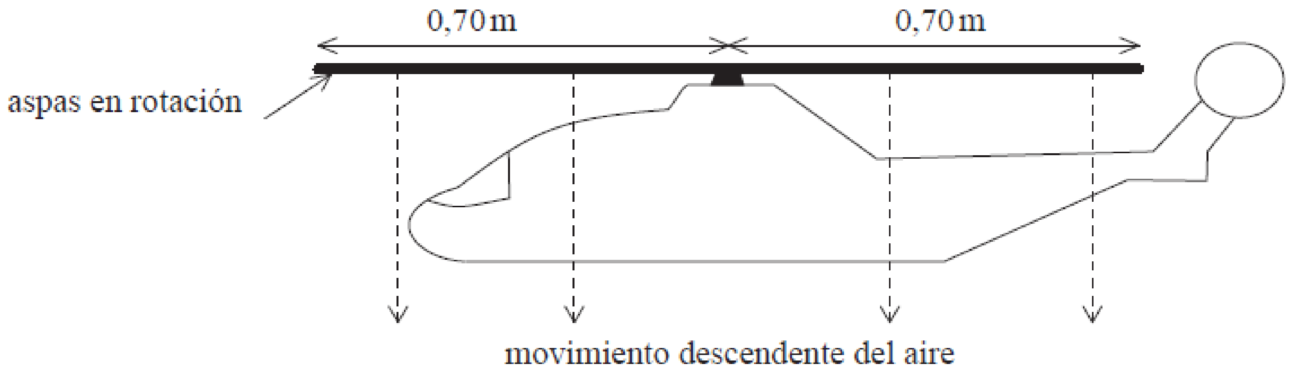
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

SEGUNDA EVALUACIÓN DE FÍSICA A
FEBRERO 12 DE 2014

SOLUCIÓN

TEMA 1 (12 puntos)
El diagrama ilustra un modelo de helicóptero que se mantiene en vuelo parado en una posición estacionaria.



a) Las aspas en rotación del helicóptero hacen que una columna de aire se mueva hacia abajo. Explique cómo esto hace posible que el helicóptero permanezca quieto. (3 puntos)

El aire cambia su momento hacia abajo dando lugar a una fuerza y de acuerdo a la tercera ley de Newton habrá una fuerza hacia arriba (de igual magnitud) sobre el helicóptero, y si esta fuerza es igual al peso del helicóptero, la fuerza vertical neta en el helicóptero será cero (primera ley de Newton).

b) Se supone que todo el aire por debajo de las aspas del helicóptero es empujado en vertical hacia abajo con la misma velocidad de 4.0 m/s. El resto del aire no se ve afectado. Si la densidad del aire es de 1.2 kg/m^3, calcule la masa por segundo (en kg/s) del aire desplazado hacia abajo por las aspas en rotación. (4 puntos)

$$\frac{masa}{tiempo} = \frac{densidad \cdot volumen}{tiempo} = \frac{densidad \cdot área \cdot distancia}{tiempo}$$

$$\frac{masa}{tiempo} = densidad \cdot área \cdot velocidad$$

$$\frac{masa}{tiempo} = (1.2)\pi(0.70)^2(4.0)$$

$$\frac{masa}{tiempo} = 7.4\ kg/s$$

c) Determine la magnitud de la fuerza que el aire por debajo de las aspas ejerce sobre éstas. (3 puntos)

Las aspas ejercen sobre el aire que se encuentra debajo de ellas una fuerza (debido a la variación de su cantidad de movimiento) y ésta es de igual magnitud a la que el aire por debajo de las aspas producen sobre éstas (tercera ley de Newton):

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v = (7.4)(4.0)$$

$$F = 30\ N$$

d) Calcule la masa del helicóptero y su carga. (2 puntos)

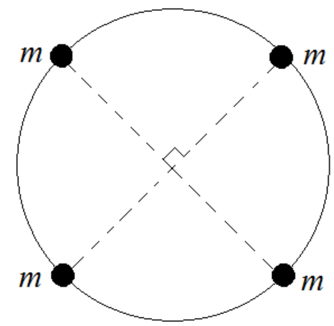
La fuerza que el aire por debajo de las aspas producen sobre éstas debe ser de igual magnitud al peso del helicóptero y su carga (primea ley de Newton):

$$F = mg \Rightarrow m = 30/10$$

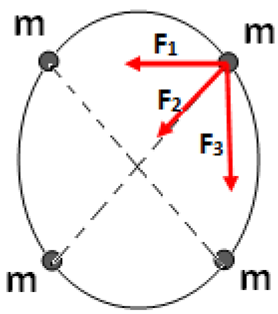
$$m = 3.0\ kg$$

TEMA 2 (12 puntos)

Se tiene un sistema formado por cuatro partículas de masas iguales m = 5.0 kg, colocadas sobre una circunferencia de diámetro d = $2\sqrt{2}$ m, tal como se muestra en la gráfica adjunta. La constante de gravitación universal: G = 6.67×10^{-11} N·m²/kg². Determinar:



a) La magnitud de la fuerza gravitatoria que cada partícula experimenta debido a las otras 3 partículas. (5 puntos)



$$F_1 = F_3 = G\frac{m \times m}{r^2} = (6.67 \times 10^{-11})\frac{(5)^2}{2^2} = 4.17 \times 10^{-10} N$$

(Magnitud)

$$F_2 = G\frac{m \times m}{r^2} = (6.67 \times 10^{-11})\frac{(5)^2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2} = 2.08 \times 10^{-10} N$$

$$F_T = -4.17 \times 10^{-10} N\,\hat{i} - 4.17 \times 10^{-10} N\,\hat{j} - 2.08 \times 10^{-10}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) N\,\hat{i} - 2.08 \times 10^{-10}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) N\,\hat{j}$$

$$\boxed{F_T = -5.64 \times 10^{-10}\,\hat{i} - 5.64 \times 10^{-10}\,\hat{j}\,[N]}$$

$F_T = 7.98 \times 10^{-10} N\ (Magnitud)$ ∴ para cada partícula

b) La energía potencial gravitatoria que una partícula experimenta debido a las otras. (4 puntos)

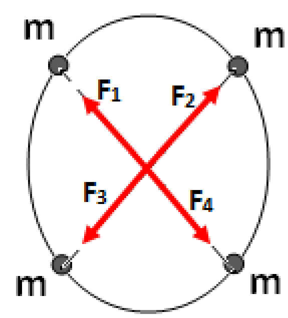
$$U = -G\frac{m \times m}{r} = -(6.67 \times 10^{-11})\frac{(5)^2}{\left(2\sqrt{2}\right)} - (6.67 \times 10^{-11})\frac{(5)^2}{(2)} - (6.67 \times 10^{-11})\frac{(5)^2}{(2)}$$

$$U = -5.90 \times 10^{-10} J - 8.34 \times 10^{-10} J - 8.34 \times 10^{-10} J$$

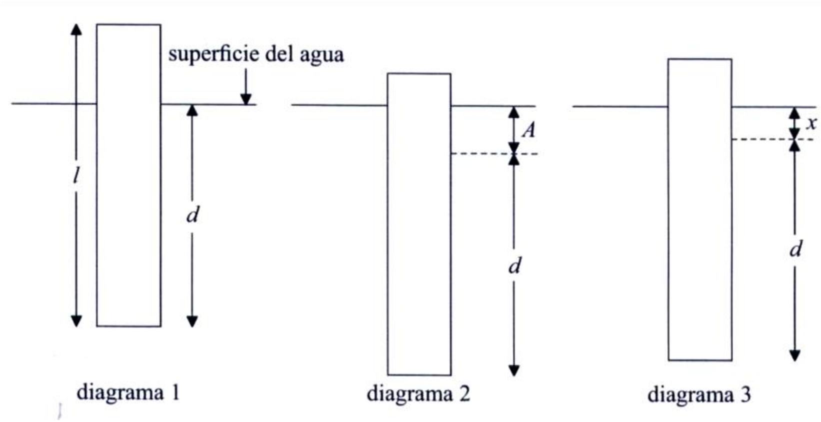
$$\boxed{U = -22.58 \times 10^{-10} J}$$

c) Asuma que se coloca una quinta partícula de igual masa m en el centro de la circunferencia. ¿Cuál es el valor de la aceleración de la misma? (3 puntos)

Por razones de simetría se puede apreciar que la Fuerza gravitatoria resultante en el centro de la circunferencia es CERO, por lo tanto la aceleración que experimenta la misma también lo es.



TEMA 3 (12 puntos)
Un trozo de madera rectangular de longitud *l* flota en el agua con su eje vertical tal como se muestra en el diagrama 1.



La longitud de la madera que está por debajo de la superficie es d. Se empuja el trozo de madera en vertical hacia abajo una distancia *A* de modo que una porción de la madera permanece por encima de la superficie del agua tal como se muestra en el diagrama 2. A continuación se suelta el trozo de madera y se pone a oscilar en vertical. En el instante que se muestra en el diagrama 3, el trozo de madera se está moviendo hacia abajo y la longitud de madera que está por debajo de la superficie es $d + x$.

La aceleración a del trozo de madera (en m/s^2) está relacionada con x (en m) mediante la siguiente ecuación.

$$a = -\frac{14}{l}x$$

a) Explique por qué esta ecuación muestra que el trozo de madera exhibe un movimiento armónico simple. (2 puntos)

La ecuación propuesta tiene la forma $a = -\omega^2 x$ que es la ecuación de un objeto en movimiento armónico simple (indica que sobre el objeto actúa una fuerza restauradora)

b) El periodo de oscilación del trozo de madera es de 1.4 s. Determine la longitud *l* del trozo de madera. (3 puntos)

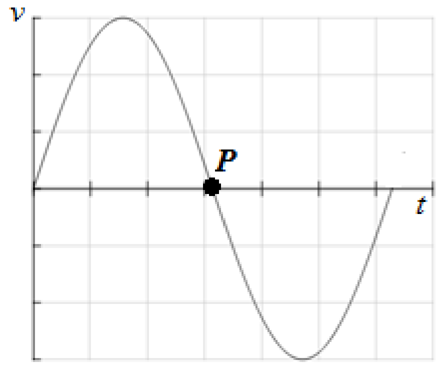
Por comparación:

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{14}{l}$$

$$l = \frac{14T^2}{4\pi^2} = \frac{14(1.4)^2}{4\pi^2}$$

$l = 0.70$ m

c) En el instante t = 0 se suelta el trozo de madera, tal como se muestra en el diagrama 2. Sobre los siguientes ejes, esquematice una gráfica que muestre cómo varía la velocidad *v* del trozo de madera con respecto al tiempo en un período de oscilación. (3 puntos)



d) Sobre el bosquejo de grafica anterior, rotule con la letra P un punto en el instante que la aceleración alcance un máximo. (2 puntos)

El instante en que la aceleración alcanza un máximo ocurre cuando se encuentra en el punto de máxima amplitud, donde la velocidad es cero. (El punto marcado en la gráfica es uno de los tres posibles)

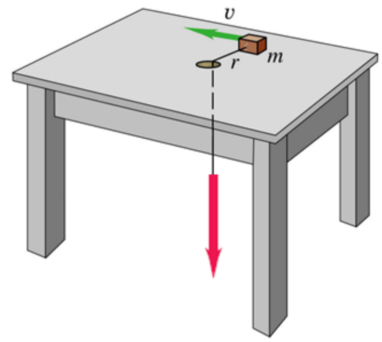
e) Si la distancia *A* hasta la que se empuja hacia abajo inicialmente el trozo de madera es de 0.12 m, calcule el módulo de la aceleración máxima del trozo de madera. (2 puntos)

$$a_{máx} = \omega^2 A = \frac{4\pi^2}{T^2} A = \frac{4\pi^2}{(1.4)^2}(0.12)$$

$$a_{máx} = 2.4\, m/s^2$$

TEMA 4 (12 puntos)

Un bloque pequeño de masa m = 0.0250 kg se encuentra en una superficie horizontal sin fricción y está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie, como se muestra en la figura. El bloque inicialmente está girando a una distancia r = 0.300 m del agujero, con rapidez angular de 1.75 rad/s. Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0.150 m. El bloque puede tratarse como partícula.



a) ¿Se conserva el momento angular del bloque? ¿Por qué? (2 puntos)

La fuerza neta se debe a la tensión en la cuerda, que siempre actúa en la dirección radial, por lo que no produce torque (momento de torsión) y el momento angular con respecto al orificio es constante.

b) ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular? (4 puntos)

$$L_1 = m\omega_1 r^2{}_1 \qquad\qquad L_2 = m\omega_2 r_2{}^2,$$

$$L_1 = L_2$$

$$\omega_2 = \omega_1 (r_1/r_2)^2 = 7.00\,\mathrm{rad}/s$$

c) Calcule el cambio de energía cinética del bloque. (4 puntos)

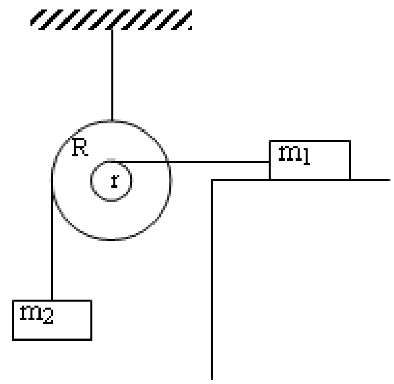
$$\Delta K = (1/2)m[(\omega_2 r_2)^2 - (\omega_1 r_1)^2] = 1.03\times 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

d) ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar del cordón? (2 puntos)

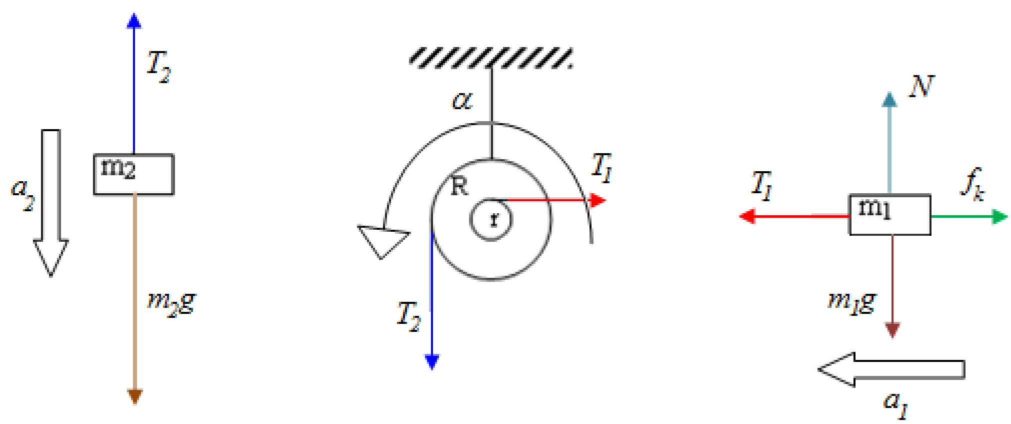
Ninguna otra fuerza hace trabajo, y recordando que el trabajo neto es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo, se deduce que $1.03 \times 10^{-2}\ J$ de trabajo se realizaron en tirar del cable.

TEMA 5 (12 puntos)

Para el sistema mostrado en la figura, considere que m_1 = 1.00 kg, m_2 = 2.00 kg, M = 4.00 kg, R = 0.100 m, r = 0.050 m y el coeficiente de fricción cinético entre la superficie y el bloque de masa m_1 es μ_k = 0.1. Desprecie el rozamiento en el eje de la rueda y considere que es un cilindro de radio R, donde $I_o = \frac{1}{2} MR^2$.



a) Realice los correspondientes diagramas de cuerpo libre. (3 puntos)



Nota: sobre la rueda se han dibujado solamente las fuerzas que producen torque

b) Planteé las ecuaciones del movimiento. ¿Qué principio físico está aplicando? (4 puntos)

Todos los puntos de la rueda giran con la misma aceleración angular. Los bloques al estar conectados a distancias distintas del centro de la rueda tendrán diferentes aceleraciones.

$$a_1 = \alpha r \qquad\qquad a_2 = \alpha R$$

Planteando la segunda ley de Newton de traslación para los bloques:

$$m_2 g - T_2 = m_2 \alpha R \qquad (1)$$

$$T_1 - \mu_k m_1 g = m_1 \alpha r \qquad (2)$$

Planteando la segunda ley de Newton de rotación para la rueda:

$$T_2R - T_1r = I_0\alpha = \tfrac{1}{2}MR^2\alpha \qquad (3)$$

c) Determine la aceleración angular de la rueda y la de traslación de cada bloque. (5 puntos)

R(1) + r(2) + (3)

$$m_2gR - \mu_k m_1 gr = m_2\alpha R^2 + m_1\alpha r^2 + \tfrac{1}{2}MR^2\alpha$$

$$\alpha = \frac{m_2gR - \mu_k m_1 gr}{m_2R^2 + m_1r^2 + \tfrac{1}{2}MR^2}$$

α = 45 rad/s^2

a_1 = 2.25 m/s^2

a_2 = 4.5 m/s^2