



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
SEGUNDA EVALUACIÓN DE MÉTODOS CUANTITATIVOS III (FCSH)
10 DE FEBRERO DE 2014



Profesor: _____

Paralelo: ____

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. Además no debo usar calculadora alguna, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

Firma: _____

Número de matrícula _____

Paralelo ____

1. (5 puntos) Defina:

a) Conjunto linealmente independiente

b) Valores propios de una matriz A

c) Vectores característicos de una matriz A .

2. (20 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA. Justifique su respuesta.

a) El conjunto de vectores $s = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$ es ortogonal.

b) La transformación $T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(x) = \begin{pmatrix} x \\ x^2 \end{pmatrix}$ no es lineal.

c) Si $V = P_2$ entonces el conjunto $s = \{x^2 - 1, x + 1, x - 1\}$ es linealmente independiente en V

d) Si $A \in M_{3 \times 3}$ tal que el rango de A es igual a 3, entonces A es invertible.

e) Considere el sistema de ecuaciones mostrado a continuación.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 3 \\ 3x + y - 2z = 2 \end{cases}$$

Si A es la matriz de coeficientes del sistema anterior, entonces $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \in C^A$, donde C^A es el espacio columna de A .

3. (20 puntos) Sea $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que:

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ z + w \end{pmatrix}$$

y sean $\beta_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ y $\beta_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ dos

subconjuntos de \mathbb{R}^4 y \mathbb{R}^3 respectivamente.

- a) Determine si β_2 es una base de \mathbb{R}^3
- b) Si β_2 es una base de \mathbb{R}^3 , encuentre la representación matricial de T con respecto a β_1 y β_2 .
- c) Determine si T es uno a uno
- d) Determine si T es sobreyectiva.
- e) Encuentre una base ortonormal para el núcleo de la transformación T

4. (15 puntos) Sea $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a)* (5 puntos) Encuentre los valores propios y vectores propios de A , e indique respectivamente su multiplicidad algebraica y geométrica
- b)* (7 puntos) Encuentre una matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz A .
- c)* (3 puntos) Encuentre la descomposición espectral de la matriz A

(10 puntos) Considere la forma cuadrática

$$3x^2 + 2xy - 3y^2 = 4$$

1. (2 puntos) Determine la matriz A , asociada a la forma cuadrática dada.
2. (3 puntos) Encuentre la matriz Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz A
3. (5 puntos) En el diagrama mostrado a continuación, grafique la cónica dada.

