ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Año: 2015	Período: Segundo Término Académico
Materia: Álgebra Lineal	Profesor:
Evaluación: Segunda	Fecha: Febrero 4 de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y guardarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** _____ ***PARALELO:*** _____

TEMA 1 [15 PUNTOS]

Sea $T : P_2 \to R^3$ una transformación lineal con regla de correspondencia:

$$T\left(a\,x^2 + bx + c\right) = \begin{pmatrix} a - b + 2c \\ 3a + b + c \\ a + 3\left(b - c\right) \end{pmatrix}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión del Núcleo de T

b) Encuentre una base y determine la dimensión de la Imagen de T

c) Encuentre la representación matricial de T con las bases ordenadas $B_1 = \left\{1, x, x^2\right\}$ de P_2 y $B_2 = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ de R^3

<u>TEMA 2</u> [5 PUNTOS]

Defina formalmente "Producto Interno"

<u>TEMA 3</u> [6 PUNTOS]

Sea $T : C^2 \to C^2$ una transformación lineal tal que $T\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{z_1} + z_2 \\ \overline{z_2} + z_1 \end{pmatrix}$ donde C^2 es el espacio vectorial de todos los pares ordenados complejos. Pruebe que:

$$\forall X \in C^2 \ (ToT)(X) = 2\overline{T(X)}$$

<u>TEMA 4</u> [12 PUNTOS]

Encuentre la matriz ortogonal Q que diagonaliza ortogonalmente a la matriz simétrica:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

<u>TEMA 5</u> [12 PUNTOS]

Sea el espacio vectorial $V = R^3$. Sea el subespacio de V :

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 \,/\, x + y + z = 0 \right\}$$

a) Encuentre una base y determine la dimensión de $H^{\perp}$

b) Dado el vector $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \in R^3$. Encuentre un vector $h \in H$ y un vector $p \in H^{\perp}$ tal que $v = h + p$