ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Año: 2015	Período: Segundo Término Académico
Materia: Álgebra Lineal	Profesor:
Evaluación: Tercera	Fecha: Febrero 18 de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y guardarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________________________ NÚMERO DE MATRÍCULA: _____________________ PARALELO: _______

TEMA 1 [20 PUNTOS]

Sea $T: P_2 \to R^2$ una función con regla de correspondencia:

$$T(p(x)) = \begin{pmatrix} \int_{-1}^{2} p(x)\,dx \\ p'(1) \end{pmatrix}$$

a) Demuestre que T es lineal
b) Encuentre la nulidad y el rango de T
c) Encuentre la representación matricial de T con las bases ordenadas $B_1 = \{1, x, x^2\}$ de P_2 y $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ de R^2

TEMA 2 [20 PUNTOS]

Defina formalmente:

a) Espacios Vectoriales Isomorfos

b) Subespacio Vectorial

c) Imagen de una Matriz

d) Matriz Diagonalizable Ortogonalmente

<u>TEMA 3</u> [20 PUNTOS]

Sea T un operador lineal en el espacio vectorial de dimensión finita V. Sean B_1 y B_2 bases de V. Sea A_1 la representación matricial de T con respecto a la base B_1 y A_2 la matriz asociada a T con respecto a la base B_2.

a) Demuestre que A_1 y A_2 son matrices semejantes

b) Demuestre que $\det(A_1) = \det(A_2)$

c) Demuestre que A_1 y A_2 tienen los mismos valores propios

<u>TEMA 4</u> [20 PUNTOS]

Considere la matriz $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y el subespacio de M_{2x2}:

$$H = \left\{ A \in M_{2x2} \, / \, AC = C^T A \right\}$$

a) Pruebe que $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \notin H$

b) Encuentre una base y determine la dimensión de H

c) Usando el producto interno convencional en M_{2x2}, encuentre la matriz que pertenece a H que está más próxima a la matriz A

<u>TEMA 5</u> [20 PUNTOS]

Construya un operador lineal T en P_2 que cumpla con las siguientes condiciones:

i) El polinomio $1+x+x^2$ es un vector propio de T que está asociado al valor propio $\lambda=3$

ii) El polinomio $1+x-2x^2$ pertenece al *Kernel* de T

iii) $T(x)=1+x+x^2$