ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL ECUADOR

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

EXAMEN COMPLEXIVO

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

MAGISTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA

TEMA

¿EL PROGRAMA DEL BI (BACHILERATO INTERNACIONAL) MEJORA LOS ENTORNOS DE APRENDIZAJE?

AUTOR

DAVID ESTEBAN VÉLEZ ZAMBRANO

Guayaquil – Ecuador

AÑO

2015

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Francisco Vera Alcívar, P.hD.
PRESIDENTE DEL TIBUNAL

MEd. Sonnia Reyes Ramos
DIRECTORA DEL PROYECTO

Msc. Carlos Martin Barreiro
VOCAL DEL TRIBUNAL

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.

David Esteban Vélez Zambrano

Justificación.

Los cambios que se están dando en educación no solo en nuestro país si no en el mundo entero, se presentan por el hecho de tener individuos con habilidades que desarrollen la capacidad de innovar, comunicar, servir, criticar, aprender, no hay un orden en lo expuesto, pero explica como los modelos que se aplicaron a nivel básico y medio en décadas anteriores no sirven. Los países del primer mundo a diferencia de los del tercer mundo están aplicando los cambios desde hace unos veinte años como mínimo, mediante estudios (investigación educativa) que permiten tomar decisiones en el camino a tomar.

En el presente ensayo se pretende establecer que el modelo o programa a seguir en nuestro país ***es o no*** suficiente para generar los cambios que se requieren, por cierto, no se trata de criticar la decisión tomada sino más bien de poner en sintonía a aquellos que piensan de forma inmediatista y con ello frenar lo que se hace; para el análisis he tomado dos instituciones una particular y otra del estado, y mediante los resultados obtenidos en la asignatura de matemáticas y el obtenido en el diploma, tratar de establecer una radiografía de cómo el perfil del joven que se desea está o no acorde con el que se requiere.

Antecedentes.

Hace unos 20 años me inicie como profesor de matemáticas en el programa del BI (Bachillerato Internacional), presentando estudiantes en los niveles de Estudios Matemáticos y Matemáticas N.M., conocer el mismo me tomo aproximadamente tres años y aplicarlo en la dimensión que lo establece yo diría que unos seis años, mi formación no fue en docencia pero por la afinidad de la carrera que elegí (Ingeniería) hizo que el manejo de la asignatura no fuese un problema, lo que si genero dificultades son los aspectos que se deben considerar en el aula, los cuales van cambiando si se trabaja con jóvenes púber o adolescentes, cada etapa es diferente y requiere de atención diferente, esto hizo que buscara material que me permitiese manejar mejor los aspectos que desconocía, pero esto tampoco era suficiente, había que considerar la didáctica a aplicar. Por lo tanto la impericia genero múltiples errores los que se corregían año tras año, con la llegada de BI, conocí una nueva forma de interactuar, entre la disciplina, el entorno, y por supuesto los chicos.

Con la llegada de un nuevo Gobierno hace ocho años, y luego de que este evalúa el sistema educativo, decide cambiarlo, y se considera la aplicación del programa BI en los colegios fiscales; en la ciudad de Guayaquil el plan piloto se inicia en tres colegios, uno de ello es el TAO y desde su inicio la institución en la que presto mis servicios le dio apoyo no solo en gestión si no, en su implementación, claro está que el colegio debía cumplir con las exigencias que la Organización del Bachillerato Internacional solicita al colegio postulante para dictar el programa(acreditación IB) y las capacitaciones que se establecieron desde el BI para que el colegio empezara su primera presentación.

Los estudiantes que acceden al programa de IB en los colegios fiscales son por selección y para ello se consideran, su entorno familiar y la actitud para enfrentar el reto.

En el colegio particular se presentan todos los estudiantes que así lo decidiesen y no hay restricción alguna para presentarse al Diploma IB, así mismo el estudiante que no desea el diploma y quiere solo certificación en alguna disciplina lo puede hacer también sin ninguna restricción.

Desarrollo.

Para el presente análisis se procede a considerar los resultados de los últimos 5 años, desde el periodo escolar 2010 – 2011 hasta el 2014 – 2015, hay que señalar que en el colegio fiscal el último año no se presentó en el mismo nivel de matemáticas al que se venía presentando hasta esa fecha, esto es, ya no se presenta en Matemáticas NM si no que lo hace es Estudios Matemáticos.

En anexo 1 se puede observar las diferencias que se establecen en el currículo entre los niveles de matemáticas mencionados.

Otro aspecto a considerar es que el colegio particular (COPOL) se presenta a exámenes IB desde hace 16 años.

Colegio Fiscal TAO

Periodo 2010 – 2011

Nota/Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Math NM	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
Monografia	27	26								26		24									

Periodo 2011 – 2012

Nota/Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Math NM	2	3	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Monografia	27	26	24													

Periodo 2012 – 2013

Nota/Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Math NM	2	2	2	1	2	1	2	4	1	1	1	2	2
Monografía		24					24	31					

Periodo 2013 – 2014

Nota/Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Math NM	3	2	4	2	2	3	2	3	2	3	3	2
Monografia	24		30			24		25				

Periodo 2014 – 2015

Nota/Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Estudios Math	3	3	4	3	3	2	3	5	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2
Monografia			25		27			30	27	24				25				

Colegio Particular COPOL

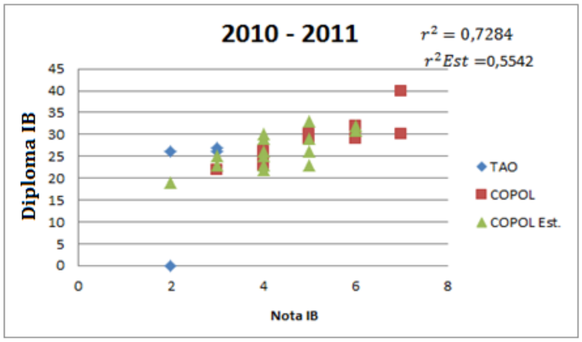
Periodo Escolar	2010 - 2011			2011 - 2012			2012 - 2013		
Estudiante/Nota	Estudios Math.	Nota Diploma	Math NM	Estudios Math	Monog.	Math NM	Estudios Math	Nota Diploma	Math NM
1	6	31			20	4	3	25	
2	5	26			28	5	4	11	
3	6	32			25	3	4	28	
4		23	4		27	5	4	24	
5		25	4	5	32		5	28	
6		26	4	4	28		4	20	
7		29	6	6	31		4	18	
8	4	26		4	29			29	4
9	5	33			28	5	4	25	
10	3	25			29	6		25	3
11	3	23		3	24			11	2
12	4	29		4	27			22	3
13	4	30		4	23			28	5
14	4	23			22	3	6	25	
15		30	7		32	6		24	3
16	4	25			36	7	6	33	
17		40	7		29	5		31	6
18		32	6		24	3	6	31	
19		29	5	5	27		5	29	
20	6	31		4	29		5	36	
21	4	22		5	28		5	21	
22	5	29		3	26		3	25	
23	2	19		3	28			26	4
24		22	3	4	24		4	31	
25		30	5	4	30		4	29	
26	5	23		3	24		5	30	
27							4	24	
28							3	27	
29								23	4
30								23	4
31							4	29	
32							5	27	

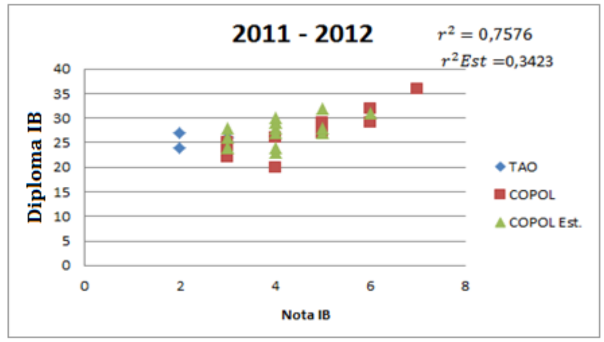
33							4	26	
34							4	28	
35							4	30	
36							6	28	
37							4	24	
38								23	4
39							7	37	
40							3	21	
41							4	27	
42							4	26	

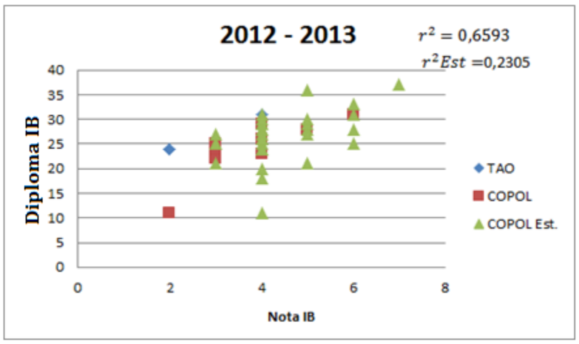
Periodo Escolar	**2013 - 2014**			**2014 - 2015**		
Estudiante/Nota	**Estudios Math**	**Nota Diploma**	**Math NM**	**Estudios Math**	**Nota Diploma**	**Math NM**
1	2	17			19	2
2	4	32			22	3
3	4	26			19	4
4	2	18			21	3
5	4	25			29	4
6	4	26			21	4
7	4	25			28	5
8		25	4		20	3
9		22	3		30	4
10		21	3		26	3
11		30	5		22	4
12	2	21			16	2
13	4	27			21	2
14	4	28			20	3
15	6	28			23	3
16		24	5		41	6
17		16	2		26	4
18		21	3		27	4
19		21	4		19	3
20		23	4		30	5
21	4	25			18	3
22	5	27			25	5
23		24	6		23	4
24		26	4		27	4
25	4	28			34	5
26		23	3		23	4
27		17	2		24	3

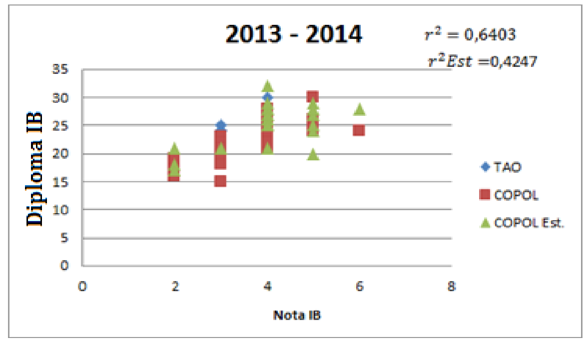
28		26	5		19	2
29		22	3		20	2
30	2	17			30	4
31	4	28		5	28	
32		22	3		26	3
33		21	3	2	20	
34	3	21		4	28	
35	4	21		3	25	
36	5	29		4	28	
37	5	24		3	25	
38		20	3	3	24	
39	4	27		2	21	
40	5	25		4	30	
41		19	3		27	4
42		18	3		24	3
43		21	3	3	25	
44	5	20		3	21	
45		24	5		15	2
46		17	2		34	4
47	5	28			25	3
48		17	2	3	25	
49		19	2	4	28	
50		15	3	5	28	
51		19	2	4	28	
52		16	2	3	22	
53		23	4		25	2
54		26	5	3	28	
55		28	4			
56		24	4			
57		22	4			

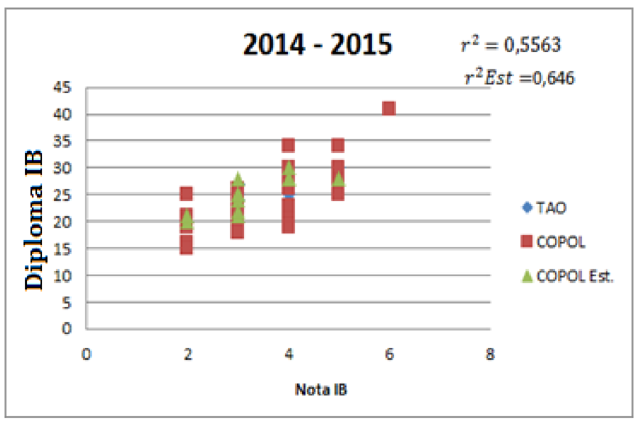
Para empezar el análisis estableceré si hay correlación entre el puntaje obtenido en la asignatura y el que se dio en el diploma, para cada periodo escolar. Para el caso del TAO no será posible establecerlo debido a que no se entregó completa la información solicitada.









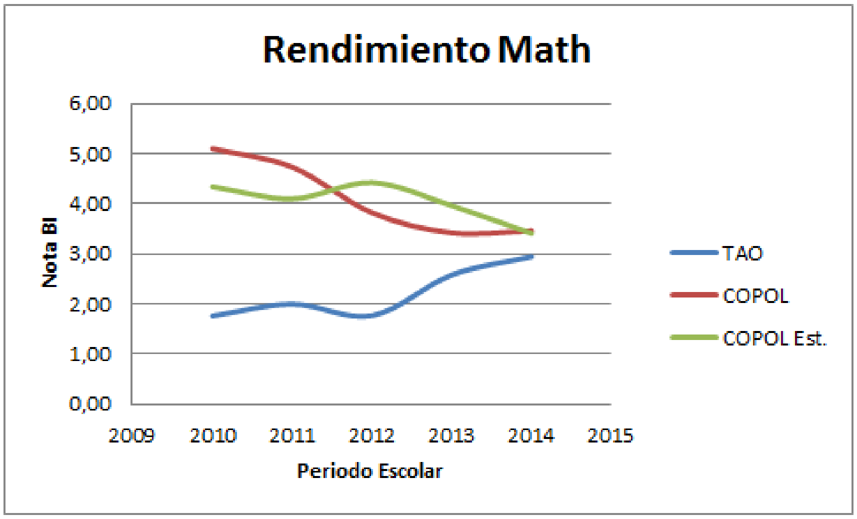


Los índices de correlación van disminuyendo año tras año, entonces a mayor dispersión no es predecible el comportamiento, esto implica que los niveles de lógica y abstracción que trabaja las matemáticas no van acorde al desempeño general, esto se lo podrá apreciar mejor en los aspectos que a continuación se trataran.

Se debe anotar que luego del éxito obtenido en el COPOL en la primera prueba del INEVAL y posterior acceso a BECAS (periodo 2012 – 2103) por parte del estado para estudiar en el extranjero, disparo la cantidad de estudiantes que deseaban el diploma IB en los años siguientes, pero como se puede notar no es solo desear hacerlo, si no tener las competencias, y de ahí que el aumento de la población (DIPLOMA)en las dos últimas promociones, género un bajo promedio final a nivel de colegio.

Ahora estableceré como se comportaron los promedios de matemáticas a través de los cinco años.

	Promedio Exam. BI		
Periodo	TAO	COPOL	COPOL Est.
2010	1,76	5,1	4,34
2011	2,00	4,73	4,1
2012	1,77	3,82	4,42
2013	2,58	3,42	3,96
2014	2,94	3,46	3,41

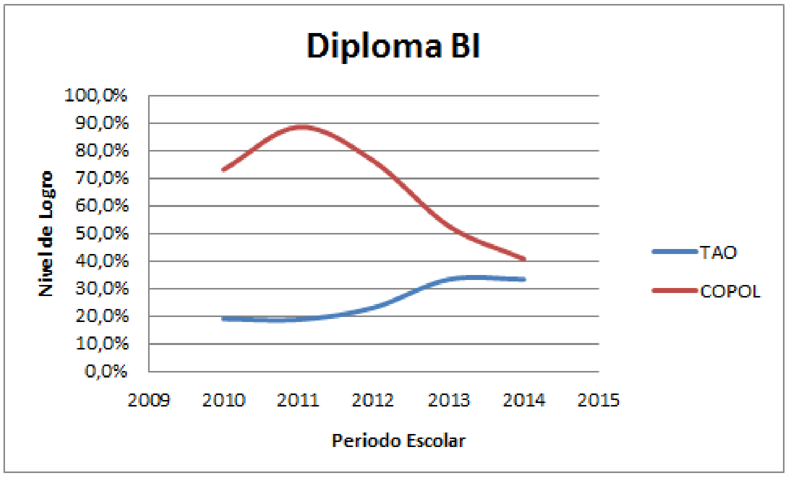


Como se puede apreciar, los resultados en el colegio particular la tendencia es decreciente en los dos niveles de matemáticas que presenta regularmente, causas:

- ✓ Los procesos no se cumplen
- ✓ Recurso humano (Docentes)se desmejoro notablemente debido a la elevada rotación
- ✓ Incremento de estudiantes al grupo del diploma, muchos de ellos sin competencias mínimas

En el colegio fiscal, no se tiene el problema de rotación, por lo tanto la capacitación del recurso humano (Docentes) es clave en el desempeño del estudiante, considerando que la cantidad que accede al programa es pequeña y que el estado ha invertido en mejorar la infraestructura de las instituciones educativas.

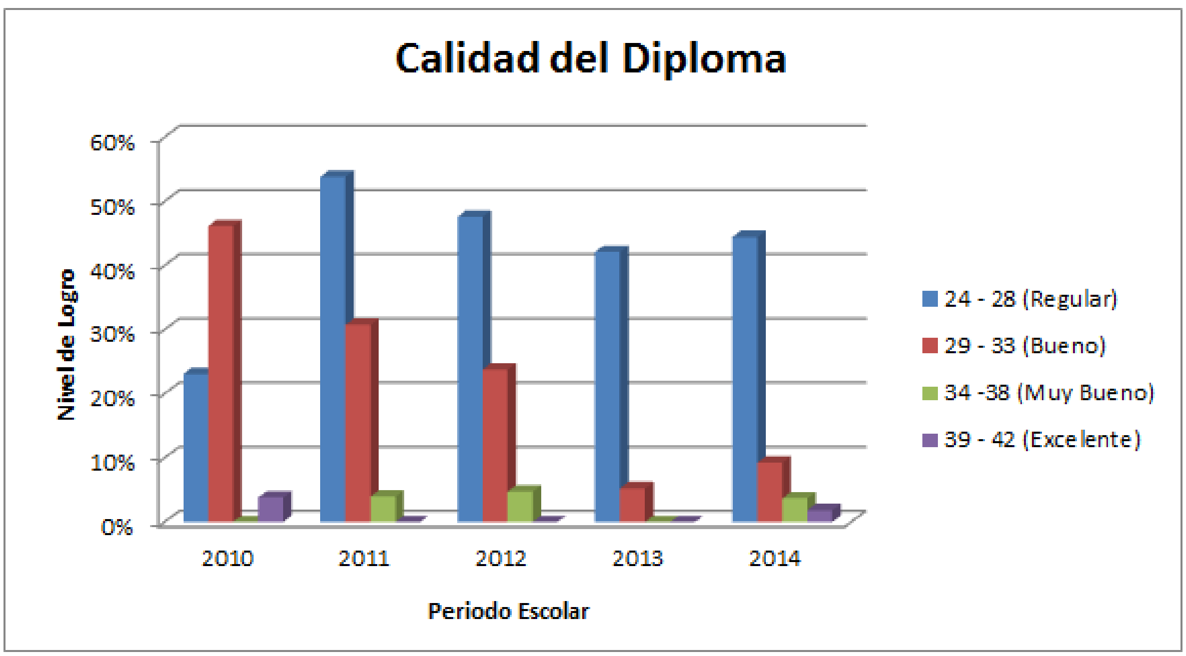
Si consideramos que la media mundial en Matemáticas NM está en ascenso y a la fecha se encuentra en 4,80 puntos; y de igual manera Estudios Matemáticos cuya media se encuentra en 5,0 puntos. El trabajo a realizar ahora es lograr que los estudiantes alcancen los estándares mínimos, y con ello tener jóvenes cultos cuyos atributos establezcan diferencias.



	Logro Diploma BI	
Periodo	TAO	COPOL
2010	19,0%	73,1%
2011	18,8%	88,5%
2012	23,1%	76,2%
2013	33,3%	52,6%
2014	33,3%	40,7%

La curva de desempeño general va acorde con la obtenida en la asignatura, lo cual permite señalar que el estudio esta disciplina como bien señalan los estudios de investigación educativa es clave en el desarrollo del individuo y de ahí que sea considerada en cualquier currículo educativo.

Conociendo ahora cómo se comporta el desempeño general del grupo, habría que observar la calidad del diploma obtenido.



Se observa que los Diplomas al que llamo Muy bueno y Excelentes son marginales, y el Diploma ¨Bueno¨ tiene una tendencia fuerte de decrecimiento, esto implica entonces que el desarrollo del perfil en los estudiantes no se cumple en la medida que se espera, por lo que el Recurso Humano (Docentes) tiene que ser mejorado, y los procesos deben tener supervisión y acompañamiento permanente.

Conclusión.

La educación es un proceso continuo y como sabemos se establece desde el entorno familiar, sociedad, colegio, cada una cumple un rol, y el que se analizó aquí es solo uno de ellos, se desprende entonces que hay mucho por hacer, debido a que la docencia no ha sido atendida y peor valorada.

Los profesores que inician su camino no tienen el apoyo de profesores expertos que corrijan acciones de aula, los cuales por su falta de experiencia o impericia generan situaciones inadecuadas. Y otros que teniendo la vocación tuvieron que aprender en base a ensayo y error, esto mejoro su trabajo pero cuánto daño generaron y cuantas generaciones se vieron afectadas.

Los colegios fiscales tienen un gran reto, y a la vez una necesidad muy grande, *formación técnica y docente)*; a esto generar cultura organizacional, rigor académico, entornos agradables y seguros, en fin todo aquello que solo un buen recurso humano puede lograr; si bien es cierto la infraestructura es necesaria pero no es indispensable.

El análisis demuestra que las diferencias en poco tiempo se han acortado y no es por una mejor o peor infraestructura y no por tener o no el programa BI. Es la forma en que se establecen los aprendizajes, los ambientes que se construyen, la forma en que evalúa, entonces, es verdad que partimos de un programa, pero no es así de simple, es construir al individuo basado en las necesidades del mundo que les tocara vivir. Los avances en tecnología colocan a la educación en otra situación, y esto hace que los docentes en su gran mayoría se intimiden ante lo que no conoce y el temor frene lo que podría ser una gran oportunidad.

Algunos colegios particulares tienen ventaja, hay organización, una mejor supervisión y aquellos que eligieron ser evaluados externamente permiten conocer cómo enfrentar mejor los desafíos/retos que plantea el nuevo milenio. El problema que enfrentan en menor grado es la formación docente, lo están tratando de hacer es redireccionar el trabajo en el aula debido a que las TIC mejoran los entornos de aprendizaje.

Recomendación.

El presente trabajo deja muchas interrogantes, ya que solo se analizó desde una disciplina lo cual podría generar conclusiones no validas, por ello el vincular las otras disciplinas así como los trabajos de TOK, CAS y MONOGRAFIA permitan ver con mejor claridad como el estudiante desarrolla los atributos del perfil, esto hará que las decisiones no estén sujetas a la improvisación, y el profesorado aprenda también a trabajar en forma colaborativa.

Bibliografía

Organizacion Bachillerato Internacional. (2012). *Guia de Estudios Matematicos NM.* Ginebra: Publicaciones IB.

Organizacion Bachillerato Internacional. (2012). *Guia de Matematicas NM.* Ginebra: Publicaciones IB.

Organizacion del Bachillerato Internacional. (2009). *Programa del Diploma: de los Principios a la Práctica.* Ginebra: Publicaciones IB.

Anexos.

Todo el Material que se ubica en esta sección es tomado de los documentos que BI entrega a los colegios acreditados al programa, y los mismos se mencionan en la bibliografía.

El Programa del Diploma de la Organización del Bachillerato Internacional, creado en 1968, es un curso preuniversitario exigente que culmina con exámenes. Está destinado a estudiantes de16 a 19 años de edad muy motivados.

Requisitos para el Diploma

Teoría del Conocimiento

La Teoría del Conocimiento (TdC) es un curso interdisciplinario que pretende estimular la reflexión crítica sobre el conocimiento y la experiencia adquiridos en las aulas y fuera de ellas.

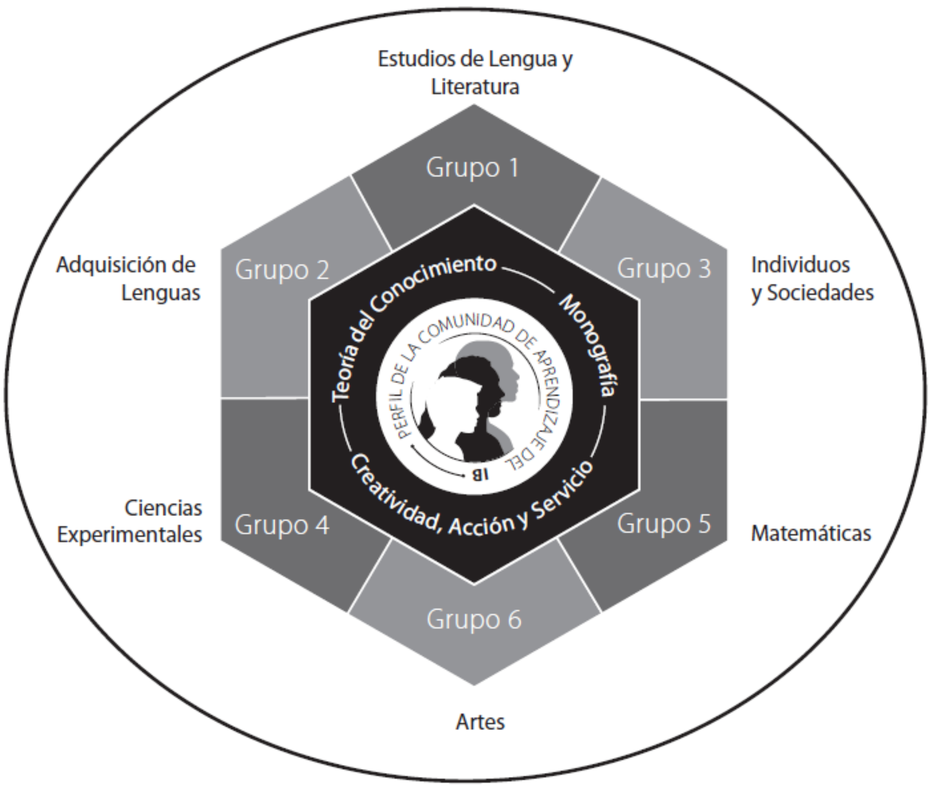
Cada estudiante tiene que presentar un trabajo escrito de entre 1.200 y 1.600 palabras sobre un título tomado de una lista de 10 títulos prescritos por IBO para cada convocatoria de exámenes

La Monografía

Los estudiantes del Programa del Diploma han de realizar una investigación propia y escribir una monografía de hasta 4.000 palabras.

Creatividad, Acción y Servicio (CAS)

CAS es un componente fundamental del Programa del Diploma. Las actividades de CAS reconocen seriamente la importancia de la vida fuera del mundo académico y procuran actuar de contrapeso vivificante al excesivo aislamiento que puede experimentarse en entornos escolares muy exigentes.



Cursos de Nivel Superior (NS) y Nivel Medio (NM)

Los estudiantes del Programa del Diploma tienen que seleccionar una asignatura de cada uno de los seis grupos de materias. Estos grupos corresponden a los principales dominios del conocimiento. Por lo menos tres, pero no más de cuatro asignaturas deberán hacerse en el Nivel

Superior (NS), y las restantes en el Nivel Medio (NM). Se recomienda dedicar a cada curso de NS un total de 240 horas de clase, y unas 150 horas a cada curso de NM. Al organizar el trabajo de esta manera los estudiantes podrán, a lo largo del periodo de dos años, especializarse y profundizar en algunas áreas de estudio a la vez que estudian un currículo amplio y coherente.

El sistema de calificación

Las asignaturas se califican en base una escala que del 1 (mínimo) al 7 (máximo). Para obtener el diploma, el estudiante tiene que cumplir determinadas normas y condiciones, incluyendo un mínimo de 24 puntos en total, y superar satisfactoriamente los tres requisitos del Diploma: la Teoría del Conocimiento, la Monografía y CAS.

La nota mínima de 24 se basa en la noción de que un 4 representa el nivel de aprobado en cada una de las seis asignaturas. Se aplican reglas específicas al rendimiento o desempeño general del estudiante; estas normas se recogen en un reglamento que los colegios se comprometen a observar y constituye un documento aparte. Un nivel excelente alcanzado en las 6 asignaturas da como resultado un **total de 42 puntos** (7 puntos por asignatura).

La nota más alta que puede obtener un estudiante del **Diploma es 45**. La contribución de la TdC y la Monografía a la nota total se decide tomando como base una matriz que otorga hasta tres puntos según el rendimiento combinado del alumno en ambos elementos.

Perfil.

Atributo del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB	Responsabilidades	Indicadores
Indagadores	Liderazgo pedagógico Demostrar una actitud de aprendizaje durante toda la vida	Demuestra entusiasmo por la investigación sobre la eficacia de la educación, la enseñanza y el aprendizaje y la gestión del cambio. Evalúa constantemente con objeto de mejorar las prácticas.
Informados e instruidos	Comprender los principios y prácticas del IB Comprender los contextos culturales y locales	Comprende el contexto local, y además tiene conciencia de la realidad global y se interesa por ella.
Pensadores	Incrementar el conocimiento colectivo de la organización	Respalda sus decisiones con pruebas claras y razonadas de cómo llegó a las conclusiones. Piensa de modo creativo.
Buenos comunicadores	Transparencia Colaboración	Todas las reuniones tienen agendas públicas. Las decisiones se toman en colaboración. Se comunica en varias lenguas.

Íntegros	Aceptar la responsabilidad de sus acciones y no culpar a los demás	Las decisiones están basadas en la ética. El liderazgo se basa en la integridad, la honestidad, la equidad y la solidaridad.
De mentalidad abierta	Valorar los puntos de vista de los demás que puedan ser distintos de los propios	Fomenta el debate abierto y crítico de los temas. Reacciona positivamente ante las críticas de los demás.
Solidarios	Ser sensible al clima del colegio Comportamiento solidario Apoyar el desarrollo del personal	El bien del colegio está por encima del interés personal. Da ejemplo de un comportamiento ético. Brinda apoyo al personal además de a los alumnos.
Audaces	Liderazgo con visión de futuro Disposición para delegar el liderazgo en otras personas Valor	Es abierto a ideas nuevas y diferentes para mejorar la calidad del programa y el ambiente de aprendizaje.
Equilibrados	Énfasis en el desarrollo integral del alumno Apoyo a los componentes obligatorios del Programa del Diploma	Busca pruebas de crecimiento y desarrollo en todas las áreas de la vida escolar.
Reflexivos	Autocrítica constructiva Esfuerzo por mejorar	Fomenta y facilita el intercambio de comentarios constructivos de todos los integrantes de la comunidad escolar (alumnos, profesores y consejo escolar).

Programa Estudios Matemáticos.

Unidad 1: Número y álgebra 20 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en introducir algunos elementos y conceptos básicos de matemáticas, y relacionarlos con temas financieros y otras aplicaciones.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.1	Números naturales, $\mathbb{N}$; números enteros, $\mathbb{Z}$; números racionales, $\mathbb{Q}$; y números reales, $\mathbb{R}$ **No se requiere:** Demostrar que ciertos números son irracionales, por ejemplo, $\sqrt{2}$	Relacionar con dominio y recorrido del apartado 6.1	**Dimensión internacional:** desarrollo histórico del sistema de numeración. Conciencia de que nuestros números modernos se desarrollan a partir de la notación árabe. **TdC:** ¿tienen sentido los símbolos matemáticos del mismo modo que lo tienen las palabras? ¿El cero es diferente? ¿Los números se crean o se descubren? ¿Existen estos números?
1.2	Aproximación: lugares decimales y cifras significativas Porcentajes de error Estimación	Los alumnos han de ser conscientes de los errores que se pueden dar si se redondea antes de tiempo. Los alumnos han de ser capaces de reconocer si los resultados de los cálculos son coherentes, incluidos los valores de, por ejemplo, longitudes, medidas de ángulos y áreas. Por ejemplo, las longitudes no pueden ser valores negativos.	**Aplicación:** aproximaciones de divisas al número entero más cercano, por ejemplo, en pesos o en yenes. Aproximaciones de divisas al céntimo/penique más cercano, por ejemplo, en euros, dólares o libras esterlinas. **Aplicación:** Física 1.1 (escala de magnitudes). **Aplicación:** meteorología, métodos de redondeo alternativos. **Aplicación:** Biología 2.1.5 (mediciones microscópicas). **TdC:** apreciación de las diferencias de escala en los números y del modo en que se utilizan los números en situaciones bien lejanas a nuestra experiencia cotidiana.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.3	Expresión de números en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \le a < 10$ y k es un número entero Operaciones con números escritos en esta forma	Los alumnos han de ser capaces de utilizar la calculadora de pantalla gráfica en modo científico. **No** se acepta la notación de la calculadora. Por ejemplo, **no** se acepta 5.2E3.	**Aplicación:** números muy grandes y muy pequeños, por ejemplo, las distancias en astronomía y las partículas subatómicas; Física 1.1; cifras financieras globales. **Aplicación:** Química 1.1 (número de Avogadro). **Aplicación:** Física 1.2 (notación científica). **Aplicación:** Química y Biología (notación científica). **Aplicación:** ciencias de la Tierra (escala de medición de terremotos).
1.4	SI (Sistema Internacional) y otras unidades básicas de medición: por ejemplo, kilogramo (kg), metro (m), segundo (s), litro (l), metro por segundo ($m\ s^{-1}$) y escala Celsius	Los alumnos han de ser capaces de hacer conversiones entre las diferentes unidades. Relacionar con la notación a la que se refiere el apartado 1.3, por ejemplo, $5\text{km} = 5 \times 10^6 \text{mm}$.	**Aplicación:** velocidad, aceleración y fuerzas; Física 2.1, Física 2.2; concentración de soluciones; Química 1.5. **Dimensión internacional:** notación del SI. **TdC:** el uso de la notación del SI, ¿nos ayuda a pensar en las matemáticas como un "lenguaje universal"? **TdC:** ¿qué es susceptible de medición? ¿Cómo se puede medir la habilidad matemática?
1.5	Conversión de divisas	Los alumnos han de ser capaces de realizar cambios de divisa que incluyan comisión.	**Aplicación:** Economía 3.2 (tipos de cambio) **Objetivo general 8:** implicaciones éticas del comercio de divisas y sus consecuencias en las distintas comunidades nacionales **Dimensión internacional:** el efecto de las fluctuaciones en los tipos de cambio de divisas en el comercio internacional

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.6	Uso de la calculadora de pantalla gráfica para resolver: • Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas • Ecuaciones cuadráticas	En los exámenes, no se requerirá un método de resolución específico. Se debe enseñar la terminología habitual, como ceros o raíces. Relacionar con los modelos cuadráticos del apartado 6.3.	**TdC:** ecuaciones sin solución. Conciencia de que cuando los matemáticos se refieren a soluciones "imaginarias" o "reales" están utilizando términos técnicos precisos, que no tienen el mismo significado que los términos cotidianos.
1.7	Progresiones aritméticas, series aritméticas y sus aplicaciones Uso de las fórmulas del término n-ésimo y de la suma de los n primeros términos de la progresión	Los alumnos pueden utilizar la calculadora de pantalla gráfica para realizar los cálculos, pero deben saber identificar el primer término y la diferencia de la progresión.	**TdC:** razonamiento formal e informal en matemáticas. Diferencia entre las demostraciones matemáticas y los razonamientos de la vida cotidiana. ¿Es el razonamiento matemático distinto del razonamiento científico? **TdC:** la belleza y la elegancia de las matemáticas. Números de Fibonacci y relaciones con la proporción áurea.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.8	Progresiones geométricas y series Uso de las fórmulas del término n-ésimo y de la suma de los n primeros términos de la progresión. **No se requieren:** Demostraciones formales de las fórmulas **No se requiere**: Uso de logaritmos para hallar n, dada la suma de los n primeros términos, ni la suma de los infinitos términos	 Los alumnos pueden utilizar la calculadora de pantalla gráfica para realizar los cálculos, pero deben saber identificar el primer término y la razón de la progresión.	
1.9	Aplicaciones financieras de las progresiones geométricas y las series: • Interés compuesto • Depreciación anual **No se requiere:** Uso de logaritmos	Se espera que se utilicen las calculadoras de pantalla gráfica, incluidos los paquetes financieros incorporados. El concepto de interés simple se puede utilizar como una introducción al interés compuesto, pero no será objeto de examen. En los exámenes, no se plantearán problemas donde se pida a los alumnos que deduzcan la fórmula. Se puede calcular el interés compuesto anual, semestral, cuatrimestral o mensual. Relacionar con los modelos exponenciales del apartado 6.4.	**Aplicación:** Economía 3.2 (tipos de cambio). **Objetivo general 8:** percepción ética de los préstamos financieros. **Dimensión internacional:** ¿todas las sociedades consideran la inversión y el interés del mismo modo?

Unidad 2: Estadística descriptiva 12 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en desarrollar técnicas para describir e interpretar conjuntos de datos como preparación para otras aplicaciones estadísticas.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.1	Clasificación de datos en discretos y continuos	Los alumnos deben comprender los conceptos de población y de muestra aleatoria y representativa. Las muestras no serán objeto de examen, pero se pueden utilizar en la evaluación interna.	**Aplicación:** Psicología 3 (metodología de la investigación) **Aplicación:** Biología 1 (análisis estadístico) **TdC:** validez de los datos e introducción del sesgo
2.2	Datos discretos simples: tablas de frecuencias		
2.3	Datos discretos o continuos: tablas de frecuencias, valores centrales de los intervalos y límites superior e inferior de los intervalos Histogramas de frecuencias	En los exámenes, los histogramas de frecuencias tendrán intervalos de clase de la misma amplitud.	**Aplicación:** Geografía (análisis geográficos)
2.4	Tablas de frecuencias acumuladas para datos discretos agrupados y para datos continuos agrupados, curvas de frecuencias acumuladas, mediana y cuartiles Diagrama de caja y bigotes **No se requiere:** Tratamiento de valores no esperados	Uso de la calculadora de pantalla gráfica para elaborar histogramas y diagramas de caja y bigotes	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.5	Medidas de posición central Para datos discretos simples: media, mediana y moda Para datos discretos agrupados y datos continuos: estimación de la media y de la clase modal	Los alumnos deben usar los valores centrales de los intervalos para estimar la media en datos agrupados. En los exámenes, no se plantearán preguntas que utilicen la notación $\sum$.	**Objetivo general 8:** implicaciones éticas del uso de la estadística para inducir a error
2.6	Medidas de dispersión: rango, rango intercuartil y desviación típica	Los alumnos deben usar los valores centrales de los intervalos para estimar la desviación típica en datos agrupados. En los exámenes: • Se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular las desviaciones típicas. • El conjunto de datos será considerado como la población. Los alumnos deben tener en cuenta que la notación del IB puede ser distinta de la notación que aparece en las calculadoras de pantalla gráfica. Se recomienda el uso de programas de hoja de cálculo en el tratamiento de los temas de esta unidad.	**Dimensión internacional:** beneficios de compartir y analizar datos de distintos países. **TdC:** la desviación típica, ¿es un descubrimiento matemático o una creación de la mente humana?

Unidad 3: Lógica, conjuntos y probabilidad — 20 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en introducir los principios de la lógica, utilizar la teoría de conjuntos para introducir la probabilidad y determinar la probabilidad de sucesos aleatorios utilizando una variedad de técnicas.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.1	Conceptos básicos de la lógica simbólica: definición de proposición y notación simbólica de las proposiciones		
3.2	Proposiciones compuestas: implicación, $\Rightarrow$; equivalencia, $\Leftrightarrow$; negación, $\neg$; conjunción, $\wedge$; disyunción, $\vee$; disyunción exclusiva, $\underline{\vee}$ Traducción entre las proposiciones verbales y la forma simbólica		
3.3	Tablas de verdad: conceptos de contradicción lógica y tautología	En las tablas de verdad se utilizará un máximo de tres proposiciones. Se pueden utilizar las tablas de verdad para ilustrar las propiedades asociativa y distributiva de los conectores, y para mostrar diversos enunciados de implicaciones y equivalencias, por ejemplo, $\neg q \Rightarrow \neg p$.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.4	Recíproca, contraria y contrarrecíproca Equivalencia lógica Comprobar la validez de argumentos sencillos a través del uso de tablas de verdad	La unidad se puede ampliar para incluir los silogismos. Esto no será objeto de examen.	**Aplicación:** uso de los argumentos para desarrollar una estructura lógica en la redacción **Aplicación:** programación informática; circuitos digitales; Física NS 14.1; Física NM C1 **TdC:** lógica inductiva y deductiva, falacias
3.5	Conceptos básicos de la teoría de conjuntos: elementos $x \in A$; subconjuntos $A \subset B$; intersección $A \cap B$; unión $A \cup B$; complementario A' Diagramas de Venn y aplicaciones sencillas **No se requiere:** Conocimiento de las leyes de Morgan	En los exámenes, el conjunto universal U no incluirá más de tres subconjuntos. El conjunto vacío se indica como $\varnothing$.	
3.6	Espacio muestral; suceso A y suceso complementario A' Probabilidad de un suceso Probabilidad del suceso complementario Valor esperado	El concepto de probabilidad se puede introducir y enseñar mediante ejemplos prácticos con monedas, dados, juegos de cartas y otros donde se puedan observar los comportamientos aleatorios. En los exámenes, no se plantearán problemas relativos a juegos de cartas.	**Aplicación:** estudios actuariales, probabilidad de la esperanza de vida y sus efectos sobre los seguros **Aplicación:** planificación gubernamental basada en cifras previstas **TdC**: probabilidad teórica y experimental

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.7	Probabilidad de sucesos compuestos, sucesos incompatibles y sucesos independientes Uso de diagramas de árbol, diagramas de Venn, diagramas de espacios muestrales y tablas de resultados Probabilidad en situaciones "con reposición" y "sin reposición" Probabilidad condicionada	Se debe recomendar a los alumnos que elijan el método más adecuado para resolver cada problema. Los problemas de probabilidad se plantearán dentro de un contexto y se representarán mediante diagramas. En los exámenes, no se plantearán preguntas que requieran el uso exclusivo de las fórmulas del apartado 3.7 del cuadernillo de fórmulas.	**Aplicación:** Biología 4.3 (genética teórica); Biología 4.3.2 (cuadro de Punnett) **Aplicación:** Física NS 13.1 (determinación de la posición del electrón); Física NM B1 **Objetivo general 8:** la ética de los juegos de azar **TdC:** la percepción del riesgo, en los negocios, en la medicina y en la seguridad en los viajes

Unidad 4: Aplicaciones estadísticas 17 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en el desarrollo de técnicas de inferencia estadística para analizar conjuntos de datos, extraer conclusiones e interpretarlas.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.1	La distribución normal El concepto de variable aleatoria, de los parámetros μ y σ, de forma acampanada y de la simetría respecto de $x = \mu$	Los alumnos deben ser conscientes de que aproximadamente el 68% de los datos se encuentran entre $\mu \pm \sigma$, el 95% entre $\mu \pm 2\sigma$ y el 99% entre $\mu \pm 3\sigma$.	**Aplicación:** ejemplos de mediciones, que van desde fenómenos psicológicos a físicos, que se pueden aproximar, en distintos grados, por la distribución normal **Aplicación:** Biología 1 (análisis estadístico) **Aplicación:** Física 3.2 (teoría cinética molecular)
	Representación mediante diagramas	Se espera que, cuando usen la calculadora de pantalla gráfica, los alumnos hagan dibujos aproximados de curvas normales y los sombreen.	
	Cálculos de probabilidades en una distribución normal	Se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular las probabilidades en la distribución normal y que manejen la tabla inversa de la distribución normal.	
	Valor esperado		
	Cálculos con la tabla inversa de la distribución normal	En los exámenes, las preguntas sobre la tabla inversa de la distribución normal no incluirán hallar la media ni la desviación típica.	
	No se requiere: Transformación de una variable normal cualquiera a la variable normal tipificada	La transformación de una variable normal cualquiera a la variable normal tipificada, z, puede ser apropiada para la evaluación interna. En los exámenes, no se plantearán preguntas que requieran el uso de valores z.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.2	Variables bidimensionales: el concepto de correlación Diagramas de dispersión; recta de ajuste óptimo, dibujada por aproximación, que contiene a la media Coeficiente de correlación momento-producto de Pearson, r Interpretación de correlaciones positivas, cero y negativas, y de correlaciones fuertes o débiles	Los alumnos deben ser capaces de distinguir entre correlación y causalidad. El cálculo de r a mano puede reforzar la comprensión. En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular r.	**Aplicación:** Biología; Física; Química; Ciencias Sociales. **TdC:** ¿la correlación implica causalidad?
4.3	Recta de regresión de y sobre x Uso de la recta de regresión para realizar predicciones	El cálculo de la recta de regresión a mano puede reforzar la comprensión. En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para hallar la recta de regresión. Los alumnos deben ser conscientes de los peligros de la extrapolación.	**Aplicación:** Química 11.3 (técnicas gráficas). **TdC:** ¿se puede utilizar la ecuación de la recta de regresión para hacer predicciones de manera fiable?

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.4	La prueba χ^2 para la independencia: formulación de la hipótesis nula y alternativa, niveles de significación, tablas de contingencia, frecuencias esperadas, grados de libertad, valores del parámetro *p*	En los exámenes: • El número máximo de filas o columnas en una tabla de contingencia será de cuatro • Los grados de libertad serán siempre mayores que uno • El valor crítico de χ^2 se dará siempre • Solo se plantearán preguntas sobre contrastes de cola superior con los niveles de significación habitualmente utilizados (1%, 5%, 10%) Se requiere el cálculo a mano de las frecuencias esperadas. Los cálculos a mano de χ^2 pueden reforzar la comprensión. En los exámenes se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular el estadístico χ^2. Si se usa la prueba χ^2 en la evaluación interna, los alumnos deben ser conscientes de las limitaciones de la prueba para frecuencias esperadas pequeñas; las **frecuencias esperadas** han de ser mayores de cinco. Si el grado de libertad es uno, entonces se debe aplicar la corrección de Yates a la continuidad.	**Aplicación:** Biología (evaluación interna); Psicología; Geografía **TdC:** el método científico

Unidad 5: Geometría y trigonometría 18 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en desarrollar las destrezas necesarias para dibujar con precisión diagramas claros en dos dimensiones, y aplicar las técnicas geométricas y trigonométricas adecuadas a la resolución de problemas en dos y tres dimensiones.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.1	Ecuación de la recta en el plano: las formas $y = mx + c$ y $ax + by + d = 0$ Pendiente y puntos de corte con los ejes Intersección de dos rectas Rectas con pendientes, m_1 y m_2 Rectas paralelas, $m_1 = m_2$ Rectas perpendiculares, $m_1 \times m_2 = -1$	Relacionar con las funciones lineales del apartado 6.2 Relacionar con las soluciones de los sistemas de dos ecuaciones lineales del apartado 1.6	**Aplicación:** pendientes de las carreteras de montaña, por ejemplo, la autopista canadiense Canadian Highway. Pendientes de las rampas de acceso. **Aplicación:** Economía 1.2 (elasticidad). **TdC:** Descartes mostró que los problemas geométricos se pueden resolver algebraicamente, y viceversa. ¿Qué nos dice esto sobre la representación matemática y el conocimiento matemático?
5.2	Uso de las razones seno, coseno y tangente para calcular los lados y ángulos de un triángulo rectángulo Ángulos de elevación y depresión	Los problemas pueden incluir el teorema de Pitágoras. En los exámenes, las preguntas se plantearán solo en grados.	**Aplicación:** triangulación, cartografía, cálculo de mediciones prácticas mediante la trigonometría. **Dimensión internacional:** en antiguos manuscritos de China e India aparecen diagramas del teorema de Pitágoras. Las referencias más antiguas a la trigonometría se encuentran en las matemáticas de la India.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.3	Uso del teorema del seno: $\frac{a}{sen\,A}=\frac{b}{sen\,B}=\frac{c}{sen\,C}$ Uso del teorema del coseno $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$; $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ Uso del área de un triángulo = $\frac{1}{2}ab\,sen\,C$ Elaboración de diagramas rotulados a partir de enunciados verbales	En toda esta unidad se debe fomentar que los alumnos dibujen aproximadamente diagramas bien rotulados como fundamento de sus resoluciones. El caso ambiguo puede explicarse, pero no será objeto de examen. En los exámenes, las preguntas se plantearán solo en grados.	**Aplicación:** vectores; Física 1.3; rumbos **TdC:** utilizar el hecho de que el teorema del coseno es una posible generalización del teorema de Pitágoras para explorar el concepto de "generalidad"

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.4	Geometría de los sólidos en el espacio: ortoedro, prisma recto, pirámide recta, cono recto, cilindro, esfera, semiesfera y combinaciones de estos sólidos La distancia entre dos puntos, por ejemplo, entre dos vértices, o entre un vértice y un punto medio, o entre dos puntos medios El tamaño de un ángulo entre dos rectas, o entre una recta y un plano **No se requiere:** Ángulo entre dos planos	En los exámenes, en relación con las figuras en el espacio, solo se plantearán preguntas de trigonometría en triángulos rectángulos.	**TdC:** ¿qué es un sistema axiomático? ¿Los ángulos de un triángulo siempre suman 180°? Geometría no euclídea, como la geometría de Riemann. Mapas de vuelo de las líneas aéreas. **Aplicación:** arquitectura y diseño.
5.5	Volumen y superficie de los sólidos en el espacio definidos en el apartado 5.4		

Unidad 6: Modelos matemáticos 20 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en desarrollar la comprensión de algunas funciones matemáticas que se pueden utilizar para crear modelos de situaciones prácticas. En esta unidad se debe fomentar un amplio uso de la calculadora de pantalla gráfica.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.1	Concepto de función, dominio, recorrido y gráfico Notación de funciones, por ejemplo, $f(x)$, $v(t)$, $C(n)$ Concepto de función como modelo matemático	En los exámenes: • El dominio es el conjunto de todos los números reales, a menos que se indique de otro modo. • Notación de aplicación. No se utilizará $f : x \mapsto y$.	**TdC:** ¿por qué podemos utilizar las matemáticas para describir el mundo y hacer predicciones?, ¿es porque descubrimos los fundamentos matemáticos del mundo o porque imponemos nuestras propias estructuras matemáticas al mundo? La relación entre los problemas de la vida real y los modelos matemáticos.
6.2	Modelos lineales Funciones lineales y sus gráficos, $f(x) = mx + c$	Relacionar con la ecuación de la recta del apartado 5.1	**Aplicación:** gráficos de conversión, por ejemplo, de temperaturas o de divisas; Física 3.1; Economía 3.2
6.3	Modelos cuadráticos. Funciones cuadráticas y sus gráficos (parábolas): $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ Propiedades de la parábola: simetría, vértice, intersecciones con el eje x y con el eje y. Ecuación del eje de simetría: $x = -\frac{b}{2a}$	Relacionar con las ecuaciones cuadráticas en el apartado 1.6. Se incluyen las funciones con cero, una o dos raíces reales. Al principio, se puede intentar llegar a la expresión de la ecuación del eje de simetría mediante la investigación. Las propiedades se deben explicar utilizando la calculadora de pantalla gráfica o programas informáticos de gráficos.	**Aplicación:** funciones de costo; movimiento de proyectiles; Física 9.1; funciones de áreas

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.4	Modelos exponenciales Funciones exponenciales y sus gráficos: $f(x)=ka^{x}+c;\ a\in\mathbb{Q}^{+},\ a\neq 1,\ k\neq 0$ $f(x)=ka^{-x}+c;\ a\in\mathbb{Q}^{+},\ a\neq 1,\ k\neq 0$ Concepto y ecuación de una asíntota horizontal	En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen métodos gráficos, incluido el uso de las calculadoras de pantalla gráfica, en la resolución de problemas.	**Aplicación:** Biología 5.3 (poblaciones) **Aplicación:** Biología 5.3.2 (crecimiento de una población); Física 13.2 (desintegración radiactiva); Física I2 (atenuación por rayos X); enfriamiento de un líquido; propagación de un virus; depreciación
6.5	Modelos que utilizan funciones de la forma $f(x)=ax^{m}+bx^{n}+\ldots,\ m,n\in\mathbb{Z}$ Funciones de este tipo y sus gráficos El eje y como una asíntota vertical	En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen métodos gráficos, incluido el uso de las calculadoras de pantalla gráfica, en la resolución de problemas. Ejemplos: $f(x)=3x^{4}-5x+3$; $g(x)=3x^{2}-\dfrac{4}{x}$	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.6	Precisión en la representación gráfica. Creación de un dibujo aproximado a partir de la información proporcionada. Transferencia de un gráfico de la calculadora de pantalla gráfica al papel. Leer, interpretar y hacer predicciones utilizando los gráficos. Se incluyen todas las funciones mencionadas, y sus sumas y restas.	Los alumnos deben ser conscientes de la diferencia entre los términos de instrucción "dibuje con precisión" y "dibuje aproximadamente". Todos los gráficos han de estar rotulados e incluir alguna indicación de la escala. Ejemplos: $f(x)=x^3+5-\frac{2}{x}$; $g(x)=3^{-x}+x$	**TdC:** ¿tiene algún significado un gráfico sin rotular o sin indicación de la escala?
6.7	Uso de la calculadora de pantalla gráfica para la resolución de ecuaciones que incluyan combinaciones de las funciones mencionadas	Ejemplos: $x+2=2x^3+3x-1$; $5x=3^x$ Se pueden utilizar otras funciones para la utilización de modelos en la evaluación interna, pero no se incluirán en los exámenes.	

Unidad 7: Introducción al cálculo diferencial — 18 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en introducir el concepto de derivada de una función y aplicarlo a los problemas de optimización y otros.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
7.1	Concepto de derivada como tipo de cambio Tangente a una curva **No se requiere:** Tratamiento formal de límites	Se fomenta la introducción por parte de los profesores de las derivadas mediante un enfoque gráfico, en lugar de hacerlo de una manera formal. Se hace hincapié en la interpretación del concepto en distintos contextos. En los exámenes, no se plantearán preguntas de cálculo de la derivada a partir de la definición.	**Aplicación:** tipos de cambio en economía, cinemática y medicina. **Objetivo general 8:** plagio y reconocimiento de las fuentes, por ejemplo, el conflicto entre Newton y Leibnitz, que abordaron el desarrollo del cálculo desde distintas orientaciones. **TdC:** la intuición, ¿constituye una forma válida de conocimiento en matemáticas? ¿Cómo es posible llegar a la misma conclusión desde distintas líneas de investigación?
7.2	Reglas de derivación: $f(x)=ax^n \Rightarrow f'(x)=anx^{n-1}$ Derivada de las funciones de la forma $f(x)=ax^n+bx^{n-1}+...$, donde todos los exponentes son enteros	Los alumnos deben conocer la notación alternativa para las derivadas $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ o $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}$. En los exámenes, no se considerará necesario el conocimiento de la derivada segunda.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
7.3	Pendiente de una curva para un valor dado de x Valores de x dado el valor de $f'(x)$ Ecuación de la tangente a una curva en un punto dado Ecuación de la recta que es perpendicular a la tangente a una curva en un punto dado (normal)	También se fomenta el uso de medios tecnológicos para hallar la pendiente en un punto. También se fomenta el uso de medios tecnológicos para dibujar las rectas tangente y normal a una curva en un punto. Relación con las rectas perpendiculares del apartado 5.1.	
7.4	Funciones crecientes y decrecientes Interpretación gráfica de $f'(x) > 0$, $f'(x) = 0$ y $f'(x) < 0$		
7.5	Valores de x donde la pendiente de la curva es cero Resolución de $f'(x) = 0$ Puntos estacionarios Puntos máximos y mínimos locales	También se fomenta el uso de medios tecnológicos para visualizar $f(x)$ y $f'(x)$, y hallar las soluciones de $f'(x) = 0$. Conciencia de que un máximo/mínimo local no va a ser necesariamente el mayor/menor valor de la función en el dominio dado. Se deben explicar los puntos de inflexión con pendiente nula, aunque no serán objeto de examen.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
7.6	Problemas de optimización	Ejemplos: maximizar el beneficio, minimizar el costo, maximizar el volumen para una superficie dada. En los exámenes, no se plantearán problemas de cinemática.	**Aplicación:** uso eficiente del material en los envases **Aplicación:** Física 2.1 (cinemática)

Programa Matemáticas NM.

Unidad 1: Álgebra 9 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en introducir algunos conceptos y aplicaciones algebraicos elementales.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.1	Progresiones aritméticas y series aritméticas; suma finita de series aritméticas; progresiones geométricas y series geométricas; suma finita e infinita de series geométricas Notación de sumatoria Aplicaciones	Se puede hacer uso de la tecnología para generar y obtener progresiones de diversas formas. Relacionar con las funciones exponenciales del apartado 2.6 Ejemplos incluyen el interés compuesto y el crecimiento de poblaciones.	**Dimensión internacional:** la leyenda del ajedrez (Sissa ibn Dahir) **Dimensión internacional:** Aryabhatta suele considerarse el "padre del álgebra". Comparar con al-Khawarizmi. **TdC:** ¿cómo calculó Gauss la suma de enteros del 1 al 100? Discutir la idea de la intuición matemática como base para la demostración formal. **TdC:** debatir sobre la validez de la noción de "infinito": los finitistas, como L. Kronecker, consideran que "un objeto matemático no existe a menos que pueda construirse a partir de los números naturales en un número finito de pasos" **TdC:** ¿qué es la paradoja de la dicotomía de Zenón? ¿Hasta qué punto los hechos matemáticos pueden estar alejados de la intuición?

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.2	Estudio elemental de potencias y logaritmos Propiedades de las potencias; propiedades de los logaritmos Cambio de base	Ejemplos: $16^{\frac{3}{4}}=8$; $\frac{3}{4}=\log_{16}8$; $\log 32=5\log 2$; $(2^3)^{-4}=2^{-12}$ Ejemplos: $\log_4 7=\frac{\ln 7}{\ln 4}$, $\log_{25}125=\frac{\log_5 125}{\log_5 25}\left(=\frac{3}{2}\right)$ Relacionar con las funciones logarítmicas del apartado 2.6	**Aplicación:** Química 18.1 (cálculo del pH) **TdC:** ¿son los logaritmos una invención o un descubrimiento? (Este tema ofrece una oportunidad para la reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas.)
1.3	Teorema del binomio: desarrollo de $(a+b)^n$, $n\in\mathbb{N}$ Cálculo de los coeficientes del desarrollo de la potencia de un binomio usando el triángulo de Pascal y $\binom{n}{r}$ **No se requiere:** Estudio formal de permutaciones ni la fórmula para ${}^nP_r$	Se pueden usar las reglas de conteo para el desarrollo del teorema. $\binom{n}{r}$ se debe hallar mediante el uso **tanto** de la fórmula **como** de la tecnología. Ejemplo: hallar $\binom{6}{r}$ introduciendo $y=6^nC_rX$ y leyendo después los coeficientes de la tabla Relacionar con la distribución binomial del apartado 5.8	**Objetivo general 8:** el triángulo de Pascal. Atribución errónea del origen de un descubrimiento matemático. **Dimensión internacional:** el llamado "triángulo de Pascal" era conocido en China con anterioridad a Pascal.

Unidad 2: Funciones y ecuaciones 24 horas

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.1	Concepto de función $f : x \mapsto f(x)$ Dominio, recorrido; imagen (valor)	Ejemplo: para $x \mapsto \sqrt{2-x}$, el dominio es $x \leq 2$ y el recorrido es $y \geq 0$. Un gráfico ayuda a visualizar el recorrido.	**Dimensión internacional:** el desarrollo de las funciones, Rene Descartes (Francia), Gottfried Wilhelm Leibniz (Alemania) y Leonhard Euler (Suiza)
	Composición de funciones	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$	**TdC:** ¿es lo mismo "cero" que "nada"?
	Función identidad. Función inversa f^{-1}.	$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$	**TdC:** ¿son las matemáticas un lenguaje formal?
	No se requiere: Restricción del dominio	En los exámenes solo se pedirá hallar las inversas de funciones inyectivas.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.2	Gráfico de una función, su ecuación $y = f(x)$ Habilidades referidas a la representación gráfica de funciones Indagación de las características clave de los gráficos, como máximos y mínimos, puntos de corte con los ejes, asíntotas horizontales y verticales, simetrías y consideración de dominio y recorrido Uso de la tecnología para obtener el gráfico de una diversidad de funciones, incluidas las no específicamente mencionadas Gráfico de $y = f^{-1}(x)$ como simétrico respecto de la recta $y = x$ del gráfico de $y = f(x)$	**Téngase en cuenta** la diferencia entre los términos de instrucción "dibujar con precisión" y "dibujar aproximadamente". También se espera que se aborde un enfoque analítico para las funciones sencillas, incluidas todas las que aparecen mencionadas en la unidad 2. Relacionar con los puntos máximos y mínimos locales del apartado 6.3	**Aplicación:** Química 11.3.1 (dibujar aproximadamente/esquematizar gráficos e interpretar el comportamiento descrito); destrezas geográficas **TdC:** ¿qué precisión tiene una representación visual de un concepto matemático? (Limitaciones de los gráficos para aportar información sobre las funciones y los fenómenos en general, pertinencia de los modos de representación.)

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.3	Transformaciones de gráficos Traslaciones: $y = f(x) + b$; $y = f(x-a)$ Simetrías (respecto a los dos ejes): $y = -f(x)$; $y = f(-x)$ Estiramiento vertical de razón p: $y = pf(x)$ Estiramiento en la dirección del eje x de razón $\frac{1}{q}$: $y = f(qx)$ Transformaciones compuestas	Se debe hacer uso de la tecnología para investigar estas transformaciones. La traslación por el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ indica un desplazamiento horizontal de 3 unidades a la derecha y un desplazamiento vertical de 2 unidades hacia abajo. Ejemplo: $y = x^2$ utilizada para obtener $y = 3x^2 + 2$ mediante un estiramiento de razón 3 en la dirección del eje y, seguido de la traslación $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.	**Aplicación:** Economía 1.1 (desplazamiento de las curvas de oferta y demanda)
2.4	La función cuadrática $x \mapsto ax^2 + bx + c$, su gráfico, su intersección con el eje y, $(0, c)$. Eje de simetría. La forma $x \mapsto a(x-p)(x-q)$, intersecciones con el eje x $(p, 0)$ y $(q, 0)$ La forma $x \mapsto a(x-h)^2 + k$, vértice (h, k)	Se espera que los alumnos sean capaces de cambiar de una forma a otra. Relacionar con las transformaciones del apartado 2.3 y las ecuaciones cuadráticas del apartado 2.7	**Aplicación:** Química 17.2 (ley de equilibrio) **Aplicación:** Física 2.1 (cinemática) **Aplicación:** Física 4.2 (movimiento armónico simple) **Aplicación:** Física 9.1 (solo NS) (movimiento de proyectiles)

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.5	La función recíproca: $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \neq 0$: su gráfico y la propiedad de coincidir con su inversa La función racional $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ y su gráfico Asíntotas horizontales y verticales	Ejemplos: $h(x) = \frac{4}{3x-2}, x \neq \frac{2}{3}$; $y = \frac{x+7}{2x-5}, x \neq \frac{5}{2}$ Los gráficos deben incluir todas las asíntotas y los puntos de corte con los ejes.	
2.6	Funciones exponenciales y sus gráficos: $x \mapsto a^x$, $a > 0$, $x \mapsto \mathrm{e}^x$ Funciones logarítmicas y sus gráficos: $x \mapsto \log_a x$, $x > 0$, $x \mapsto \ln x$, $x > 0$ Relaciones entre las funciones: $a^x = \mathrm{e}^{x \ln a}$; $\log_a a^x = x$; $a^{\log_a x} = x$, $x > 0$	Relacionar con las progresiones geométricas del apartado 1.1, las propiedades de las potencias y de los logaritmos del apartado 1.2, la función inversa del apartado 2.1, el gráfico de la función inversa del apartado 2.2, y los límites del apartado 6.1	**Dimensión internacional:** el método de la multiplicación de Babilonia: $ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$. Los Sulba Sutras en la antigua India y el manuscrito Bakhshali contenían una fórmula algebraica para resolver ecuaciones cuadráticas.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
2.7	Resolución de ecuaciones, tanto de forma gráfica como analítica Uso de la tecnología para resolver una diversidad de ecuaciones, incluidas aquellas para las que no existe un enfoque analítico adecuado Resolución de $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ La fórmula de la solución de una ecuación cuadrática El discriminante $\Delta=b^2-4ac$ y la naturaleza de las raíces, es decir, dos raíces reales distintas, dos raíces reales iguales o ninguna raíz real Resolución de ecuaciones exponenciales	Las soluciones podrán denominarse tanto raíces de las ecuaciones como ceros de las funciones. Relacionar con las habilidades referidas a la representación gráfica de funciones del apartado 2.2 y las ecuaciones relacionadas con determinadas funciones de los apartados 2.3-2.6 Ejemplos: $e^x=\sin x$, $x^4+5x-6=0$ Ejemplo: hallar k sabiendo que la ecuación $3kx^2+2x+k=0$ tiene dos raíces reales iguales Ejemplos: $2^{x-1}=10$, $\left(\frac{1}{3}\right)^x=9^{x+1}$ Relacionar con las potencias y los logaritmos del apartado 1.2	
2.8	Aplicaciones de las habilidades referidas a la representación gráfica de funciones y resolución de ecuaciones relacionadas con situaciones de la vida real	Relacionar con las series geométricas del apartado 1.1	**Aplicación:** interés compuesto, crecimiento y decrecimiento; movimiento de proyectiles; distancia de frenada; circuitos eléctricos **Aplicación:** Física 7.2.7–7.2.9, 13.2.5, 13.2.6, 13.2.8 (desintegración y semivida radiactiva)

Unidad 3: Funciones circulares y trigonometría 16 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en estudiar las funciones circulares y resolver problemas aplicando la trigonometría. En los exámenes se debe asumir que las medidas son en radianes, salvo que se indique lo contrario.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.1	El círculo: medida de ángulos en radianes; longitud de un arco; área del sector circular	La medida en radianes puede expresarse como múltiplos enteros de π, o como números decimales.	**Dimensión internacional:** el cálculo de Seki Takakazu para π hasta 10 cifras decimales **Dimensión internacional:** Hiparco, Menelao y Ptolomeo **Dimensión internacional:** ¿por qué una vuelta completa tiene 360 grados? Relacionar con las matemáticas de Babilonia. **TdC:** ¿cuál es la mejor unidad para medir los ángulos: grados o radianes? ¿Cuáles son los mejores criterios para decidirlo? **TdC:** los axiomas de Euclides, componentes básicos de la geometría euclídea. Relacionar con geometrías no euclídeas.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.2	Definición de $\cos\theta$ y $\operatorname{sen}\theta$ a partir del círculo de radio unidad Definición de $\tan\theta$ como $\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$	La ecuación de una recta que pasa por el origen es $y = x\tan\theta$.	**Objetivo general 8:** ¿quién inventó en realidad el "teorema de Pitágoras"? **Dimensión internacional:** el primer trabajo que hace referencia explícita al seno como función de un ángulo es el *Aryabhatiya* de Aryabhata (año 510). **TdC:** la trigonometría fue desarrollada por sucesivas civilizaciones y culturas. ¿Cómo se considera el conocimiento matemático desde una perspectiva sociocultural?
	Valores exactos de las razones trigonométricas de $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ y sus múltiplos	Ejemplos: $\operatorname{sen}\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan 210° = \frac{\sqrt{3}}{3}$	
3.3	Relación fundamental $\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$ Identidades del ángulo doble para el seno y el coseno Relación entre las razones trigonométricas	Se pueden utilizar diagramas geométricos sencillos o hacer uso de la tecnología para ilustrar las fórmulas del ángulo doble (y otras identidades trigonométricas). Ejemplos: dado el $\operatorname{sen}\theta$, hallar posibles valores de $\tan\theta$ sin necesidad de hallar θ Sabiendo que $\cos x = \frac{3}{4}$, y que x es un ángulo agudo, hallar $\operatorname{sen} 2x$ sin hallar x	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.4	Funciones trigonométricas (circulares) $\operatorname{sen} x$, $\cos x$ y $\tan\theta$: dominios y recorridos; amplitud; periodicidad; gráficos		**Aplicación:** Física 4.2 (movimiento armónico simple)
	Funciones compuestas de la forma $f(x) = a\operatorname{sen}(b(x+c)) + d$	Ejemplos: $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, $f(x) = 2\cos(3(x-4)) + 1$	
	Transformaciones	Ejemplo: $y = \operatorname{sen} x$ utilizada para obtener $y = 3\operatorname{sen} 2x$ mediante un estiramiento de razón 3 en la dirección del eje y, seguido de un estiramiento de razón $\frac{1}{2}$ en la dirección del eje x Relacionar con las transformaciones de gráficos del apartado 2.3	
	Aplicaciones	Ejemplos incluyen la altura de las mareas o el movimiento de la noria o rueda de la fortuna	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
3.5	Resolución de ecuaciones trigonométricas en un intervalo finito, tanto de forma gráfica como analítica Ecuaciones que llevan a ecuaciones cuadráticas en, por ejemplo, $\operatorname{sen} x$, $\cos x$ o $\tan\theta$ **No se requiere:** La solución general de ecuaciones trigonométricas	Ejemplos: $2\operatorname{sen} x = 1$, $0 \le x \le 2\pi$, $2\operatorname{sen} 2x = 3\cos x$, $0° \le x \le 180°$, $2\tan\left(3\left(x-4\right)\right) = 1$, $-\pi \le x \le 3\pi$ Ejemplos: $2\operatorname{sen}^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ para $0 \le x < 4\pi$, $2\operatorname{sen} x = \cos 2x$, $-\pi \le x \le \pi$	
3.6	Resolución de triángulos Teorema del coseno Teorema del seno, incluido el caso ambiguo Área del triángulo: $\frac{1}{2}ab\operatorname{sen} C$ Aplicaciones	El teorema de Pitágoras como un caso particular del teorema del coseno Relacionar con el producto escalar del apartado 4.2, observando que: $c = a - b \;\Rightarrow\; \left\|c\right\|^2 = \left\|a\right\|^2 + \left\|b\right\|^2 - 2a \cdot b$ Ejemplos pueden ser la navegación o problemas en dos y tres dimensiones, incluidos ángulos de elevación y depresión.	**Objetivo general 8:** atribución errónea del origen de un descubrimiento matemático **Dimensión internacional:** Teorema del coseno: Al-Kashi y Pitágoras **TdC:** geometrías no euclídeas: suma de ángulos mayores a 180º en un globo

Unidad 4: Vectores 16 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en proporcionar una introducción básica a los vectores, incluidos enfoques tanto algebraicos como geométricos. El uso de programas informáticos de geometría dinámica es de gran utilidad para visualizar situaciones en tres dimensiones.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.1	Los vectores como desplazamientos en el plano y en el espacio	Relacionar con la geometría en tres dimensiones, ejes x, y, z	**Aplicación:** Física 1.3.2 (suma y diferencia de vectores), Física 2.2.2, 2.2.3 (resultantes de vectores) **TdC:** ¿cómo relacionamos una teoría con su autor? ¿Quién desarrolló el análisis de vectores, J. W. Gibbs u O. Heaviside?
	Componentes de un vector; representación en columna $\boldsymbol{v}=\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}=v_1\boldsymbol{i}+v_2\boldsymbol{j}+v_3\boldsymbol{k}$	Los componentes están referidos a los vectores unitarios $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$, (la base canónica).	
	Enfoques algebraico y geométrico de los siguientes temas:	Son fundamentales las aplicaciones a figuras geométricas sencillas.	
	• Suma y diferencia de dos vectores; el vector nulo, el vector $-\boldsymbol{v}$	La diferencia de $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$ es $\boldsymbol{v}-\boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}+(-\boldsymbol{w})$. Las diagonales de un paralelogramo se pueden utilizar como ejemplos de sumas y diferencias de vectores.	
	• Multiplicación por un escalar, $k\boldsymbol{v}$; vectores paralelos	La multiplicación por un escalar se puede ilustrar mediante las homotecias.	
	• Módulo de un vector: $\lvert\boldsymbol{v}\rvert$		
	• Vectores unitarios; la base $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$		
	• Vectores de posición $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\boldsymbol{a}$		
	• $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$	La distancia entre dos puntos A y B es el módulo de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.2	Producto escalar de dos vectores Vectores perpendiculares; vectores paralelos Ángulo entre dos vectores	El producto escalar también se denomina "producto punto" o "producto interior". Relacionar con el teorema del coseno del apartado 3.6 Para vectores no nulos, $v \cdot w = 0$ equivale a que los vectores son perpendiculares. Para vectores paralelos, $w = kv$, $\lvert v \cdot w \rvert = \lvert v \rvert \lvert w \rvert$	
4.3	Ecuación vectorial de una recta en dos y tres dimensiones: $r = a + tb$ Ángulo entre dos rectas	Relevancia de a (posición) y b (dirección) Interpretación de t como tiempo y b como velocidad, con $\lvert b \rvert$ representando la celeridad como escalar	**Objetivo general 8:** la teoría de vectores se utiliza para el seguimiento del desplazamiento de objetos, tanto con fines pacíficos como no pacíficos. **TdC:** ¿son el álgebra y la geometría dos campos del saber independientes? (El álgebra de vectores ofrece una buena oportunidad para la discusión sobre el modo en que las propiedades geométricas se describen y generalizan mediante métodos algebraicos.)
4.4	Distinción entre rectas coincidentes y paralelas Cálculo del punto de intersección entre dos rectas Determinación de la posición relativa de dos rectas		

Unidad 5: Estadística y probabilidad 35 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en introducir conceptos básicos. La mayoría de los cálculos requeridos se realizarán haciendo uso de la tecnología, pero las explicaciones de los cálculos hechos a mano pueden reforzar la comprensión. Se hará énfasis en la comprensión y la interpretación, en contexto, de los resultados obtenidos. Las tablas estadísticas ya no estarán permitidas en los exámenes. Aunque muchos de los cálculos requeridos en los exámenes son estimaciones, es posible que se utilicen los términos de instrucción "escriba", "halle" y "calcule".

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.1	Conceptos de población, muestra, muestra aleatoria, y datos discretos y continuos Presentación de los datos: distribuciones de frecuencia (tablas); histogramas de frecuencia con intervalos de clase de la misma amplitud Diagramas de caja y bigotes; valores no esperados Datos agrupados: uso de los valores centrales de los intervalos para los cálculos; amplitud del intervalo; límites superior e inferior de los intervalos; clase modal **No se requiere:** Histogramas de densidad de frecuencias	Datos continuos y discretos Un valor no esperado es aquél mayor a $1{,}5 \times \text{IQR}$ del cuartil más próximo. Se puede hacer uso de la tecnología para elaborar histogramas y diagramas de caja y bigotes.	**Aplicación:** Psicología (estadística descriptiva, muestra aleatoria; en diversas partes de la guía) **Objetivo general 8:** uso de la estadística para conducir a engaño **Dimensión internacional:** la paradoja de St. Petersburg, Chebychev, Pavlovsky

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.2	Medidas estadísticas y su interpretación Medidas de posición central: media, mediana y moda Cuartiles y percentiles Dispersión: rango; rango intercuartil; varianza; desviación típica Efecto producido por constantes en los datos originales Aplicaciones	En los exámenes, el conjunto de datos será considerado como la población. Cálculo de la media mediante la fórmula y haciendo uso de la tecnología. Los alumnos deben usar los valores centrales de los intervalos para estimar la media en datos agrupados. Cálculo de la desviación típica/varianza solo mediante la tecnología Relacionar con las transformaciones del apartado 2.3 Ejemplos: Si se resta 5 al valor de cada uno de los datos, entonces la media queda disminuida en 5, pero la desviación típica no cambia. Si se dobla el valor de cada uno de los datos, la mediana se dobla, pero la varianza queda multiplicada por 4.	**Aplicación:** Psicología (estadística descriptiva; en diversas partes de la guía) **Aplicación:** los cálculos estadísticos para mostrar modelos y cambios; destrezas geográficas; gráficos estadísticos **Aplicación:** Biología 1.1.2 (cálculo de la media y la desviación típica); Biología 1.1.4 (comparar medias y dispersión de datos de dos o más muestras) **Dimensión internacional:** discusión de las distintas fórmulas para la varianza **TdC:** ¿expresan las distintas medidas de posición central distintas propiedades de los datos? ¿Son estas medidas una invención o un descubrimiento? ¿Se pueden elaborar en matemáticas fórmulas alternativas igualmente válidas? ¿Qué nos dice esto sobre las verdades matemáticas? **TdC:** ¿es fácil engañar con la estadística?
5.3	Frecuencia acumulada; gráficos de la frecuencia acumulada; su uso para hallar la mediana, cuartiles y percentiles	Los valores de la mediana y los cuartiles obtenidos mediante la tecnología pueden ser distintos a los obtenidos a partir de un gráfico de frecuencias acumuladas.	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.4	Correlación lineal de variables bidimensionales Coeficiente de correlación momento-producto de Pearson, r Diagramas de dispersión; rectas de ajuste óptimo Ecuación de la recta de regresión de y sobre x Uso de la ecuación para realizar predicciones Interpretación matemática y de contexto **No se requiere:** El coeficiente de determinación R^2	Variable independiente x, variable dependiente y Se debe hacer uso de la tecnología para calcular r; sin embargo, los cálculos a mano de r pueden reforzar la comprensión. Positiva, cero, negativa; fuerte, débil, sin correlación La recta de ajuste óptimo pasa por la media. Se debe hacer uso de la tecnología para hallar la ecuación. Interpolación, extrapolación	**Aplicación:** Química 11.3.3 (curvas de ajuste óptimo) **Aplicación:** Geografía (destrezas geográficas) Medidas de correlación; destrezas geográficas **Aplicación:** Biología 1.1.6 (correlación no supone relación causal) **TdC:** ¿se puede predecir el valor de x a partir de y usando esta ecuación? **TdC:** ¿se pueden generar modelos para cualquier conjunto de datos mediante una función matemática (conocida)? Considerar la fiabilidad y validez de los modelos matemáticos para describir los fenómenos de la vida real.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.5	Conceptos de experimento, resultado, resultados equiprobables, espacio muestral (U) y suceso La probabilidad de un suceso A es $\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(U)}$. Los sucesos complementarios A y A' (no A) Uso de diagramas de Venn, diagramas de árbol y tablas de resultados	El espacio muestral se puede representar mediante diagramas de diversas formas. Los experimentos con monedas, dados, juegos de cartas y otros, pueden contribuir a una mejor comprensión de la diferencia entre la frecuencia relativa (obtenida en un experimento) y la probabilidad (teórica). Se pueden hacer simulaciones para reforzar este tema. Relacionar con la frecuencia del apartado 5.1 y la frecuencia acumulada del apartado 5.3	**TdC:** ¿hasta qué punto las matemáticas ofrecen modelos de la vida real? ¿Existe siempre una función que ofrezca un modelo para el comportamiento de un conjunto de datos?
5.6	Sucesos compuestos, $\mathrm{P}(A \cup B)$ Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes $\mathrm{P}(A \cap B)=0$ Probabilidad condicionada; definición $\mathrm{P}(A \mid B)=\frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$ Sucesos independientes; definición $\mathrm{P}(A \mid B)=\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A \mid B')$ Probabilidades con y sin reposición	El "o" no exclusivo Los problemas se resuelven mejor, por lo general, con la ayuda de diagramas de Venn y diagramas de árbol sin el uso explícito de las fórmulas.	**Objetivo general 8:** el tema de los juegos de azar: uso de la probabilidad en los casinos. ¿Podrían y deberían las matemáticas ayudar a incrementar las ganancias en los juegos de azar? **TdC:** ¿son útiles las matemáticas para valorar los riesgos? **TdC:** ¿pueden considerarse los juegos de azar como una aplicación de las matemáticas? (Esto ofrece una buena oportunidad para debatir sobre la naturaleza, el papel y la ética de las aplicaciones matemáticas.)

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.7	Concepto de variable aleatoria discreta y sus distribuciones de probabilidad Esperanza matemática (media), $\mathrm{E}(X)$ para datos discretos Aplicaciones	Únicamente ejemplos sencillos, tales como: $\mathrm{P}(X=x)=\frac{1}{18}(4+x)$ para $x \in \{1,2,3\}$; $\mathrm{P}(X=x)=\frac{5}{18},\frac{6}{18},\frac{7}{18}$ $\mathrm{E}(X)=0$ indica que se trata de un juego justo, donde X representa la ganancia de uno de los jugadores. Algunos ejemplos son los juegos de azar.	
5.8	Distribución binomial Media y varianza de una distribución binomial **No se requiere:** Demostración formal de la media y la varianza	Relacionar con el teorema del binomio del apartado 1.3 Condiciones bajo las cuales las variables aleatorias tienen esta distribución Por lo general, el uso de la tecnología es el mejor modo de calcular las probabilidades en la distribución binomial.	
5.9	Distribuciones normales y curvas normales Tipificación o estandarización de la variable en una distribución normal (valores z, puntuaciones z) Propiedades de la distribución normal	Las probabilidades y valores de la variable se deben hallar haciendo uso de la tecnología. Relacionar con las transformaciones del apartado 2.3 La variable tipificada (z) da el número de unidades de desviación típica que dista de la media.	**Aplicación:** Biología 1.1.3 (enlaces a la distribución normal) **Aplicación:** Psicología (estadística descriptiva; en diversas partes de la guía)

Unidad 6: Análisis 40 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en introducir conceptos y técnicas elementales del cálculo diferencial e integral y sus aplicaciones.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.1	Idea informal de límite y convergencia Notación de límite Definición de derivada, a partir del concepto, como $f'(x)=\lim_{h\to 0}\left(\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right)$	Ejemplo: 0,3; 0,33; 0,333; ... converge a $\frac{1}{3}$. Se debe hacer uso de la tecnología para explorar el concepto de límite, de forma numérica y gráfica. Ejemplo: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{x-1}\right)$ Relacionar con las series geométricas infinitas del apartado 1.1, y las funciones racionales y exponenciales, y asíntotas de los apartados 2.5-2.7 Uso de esta definición únicamente para hallar las derivadas de las funciones polinómicas sencillas Mediante el uso de la tecnología se pueden ilustrar otras derivadas. Relacionar con el teorema del binomio del apartado 1.3 Uso de las dos formas de notación, $\frac{dy}{dx}$ y $f'(x)$, para la derivada primera	**Aplicación:** Economía 1.5 (costo marginal, ingreso marginal, beneficio marginal) **Aplicación:** Química 11.3.4 (interpretación de la pendiente de una curva) **Objetivo general 8:** debate sobre si fue Newton o Leibnitz quien descubrió ciertos conceptos del cálculo **TdC:** ¿qué valor tiene el conocimiento de límites? ¿Es aplicable a la vida real el comportamiento infinitesimal? **TdC:** se pueden abordar oportunidades para discutir la formación y validación de hipótesis, y después la demostración formal, comparando ciertos casos, mediante un enfoque de investigación. (continúa en la página siguiente)

	Contenido	Información adicional	Vínculos
	Interpretación de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva y como medida de la razón de cambio entre dos variables Tangentes, normales y sus ecuaciones **No se requiere:** Métodos analíticos para el cálculo de límites	Identificación de los intervalos en los que las funciones son crecientes o decrecientes Uso de los dos enfoques, analítico y mediante la tecnología Se puede hacer uso de la tecnología para explorar los gráficos y sus derivadas.	(proviene de la página anterior)
6.2	Derivada de: x^n $(n \in \mathbb{Q})$, $\operatorname{sen} x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x y $\ln x$ Derivada de la suma y del producto por un escalar de estas funciones Regla de la cadena para la composición de funciones Regla del producto y del cociente Derivada segunda Extensión a derivadas de orden mayor	Relacionar con la composición de funciones del apartado 2.1 Se puede hacer uso de la tecnología para investigar la regla de la cadena. Uso de las dos formas de notación, $\frac{d^2y}{dx^2}$ y $f''(x)$ $\frac{d^ny}{dx^n}$ y $f^{(n)}(x)$	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.3	Puntos máximos y mínimos locales Comprobación de máximos y mínimos	Mediante el cambio de signo de la derivada primera y mediante el signo de la derivada segunda Uso de los términos "cóncava hacia arriba" para $f''(x) > 0$ y "cóncava hacia abajo" para $f''(x) < 0$	**Aplicación:** beneficios, áreas, volúmenes
	Puntos de inflexión con pendiente nula y no nula	En un punto de inflexión, $f''(x) = 0$ y cambia el signo (cambia la concavidad). $f''(x) = 0$ no es una condición suficiente para que exista un punto de inflexión: por ejemplo, $y = x^4$ en $(0,0)$.	
	Comportamiento de los gráficos de las funciones, incluida la relación entre los gráficos de f, f' y f'' Optimización	Tanto comportamientos "globales" (para un amplio $\|x\|$) como "locales" Mediante la tecnología se puede obtener el gráfico de una derivada sin hallar explícitamente una expresión para la misma. Uso de la comprobación de la derivada primera o segunda para justificar la existencia de valores máximos o mínimos	
	Aplicaciones **No se requiere:** Puntos de inflexión donde $f''(x)$ no está definida: por ejemplo, $y = x^{1/3}$ en $(0,0)$	Ejemplos incluyen beneficios, áreas y volúmenes. Relacionar con la representación gráfica de funciones del apartado 2.2	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.4	La integral indefinida como primitiva (antiderivada) de una función		
	Integral indefinida de x^n $(n \in \mathbb{Q})$, $\operatorname{sen} x$, $\cos x$, $\frac{1}{x}$ y e^x	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$, $x > 0$	
	Funciones compuestas de las anteriores con la función lineal $ax + b$	Ejemplo: $f'(x) = \cos(2x+3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x+3) + C$	
	Integración por comparación o sustitución en la expresión $\int f(g(x))g'(x)dx$	Ejemplos: $\int 2x(x^2+1)dx$, $\int x\, sen\, x^2\, dx$, $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} dx$	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.5	Integración con una restricción para determinar el término constante	Ejemplo: si $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 3x^2 + x$ e $y = 10$ cuando $x = 0$, entonces $y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 10$	**Dimensión internacional:** cálculo correcto del volumen de un tronco de pirámide por los antiguos egipcios (el papiro de Moscú, documento matemático del antiguo Egipto) Uso de los infinitesimales por los geómetras griegos
	Integrales definidas, tanto de forma analítica como haciendo uso de la tecnología	$\int_a^b g'(x)\mathrm{d}x = g(b) - g(a)$ El valor de algunas integrales definidas solo se puede hallar mediante el uso de la tecnología.	Cálculo preciso del volumen de un cilindro por el matemático chino Liu Hui
	Cálculo de áreas bajo curvas (entre la curva y el eje x) Cálculo de áreas entre curvas Volúmenes de revolución alrededor del eje x	Los alumnos deben escribir primero una expresión correcta antes de calcular el área. Se puede hacer uso de la tecnología para reforzar la comprensión de áreas y volúmenes.	**Dimensión internacional:** Ibn Al Haytham, primer matemático en calcular la integral de una función, con el objeto de hallar el volumen de un paraboloide
6.6	Problemas de cinemática relativos al desplazamiento s, la velocidad v, y la aceleración a Distancia total recorrida	$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$; $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$ Distancia total recorrida $= \int_{t_1}^{t_2} \lvert v \rvert \,\mathrm{d}t$	**Aplicación:** Física 2.1 (cinemática)