



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

**APLICACIÓN DE REDES BAYESIANAS PARA PREDECIR EL
DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES EN EL ESTUDIO DE LA
REFLEXIÓN DE LA LUZ**

TESIS DE GRADO

Previa a la obtención del título de

MAGISTER EN ENSEÑANZA DE FÍSICA

Presentada por:

Diana Ercilia Gallegos Zurita

GUAYAQUIL-ECUADOR

2015

AGRADECIMIENTO

A Dios, por ser quien guía mi camino y la de mi familia.

A mi esposo Mauricio, por apoyarme, comprenderme, por cuidar de nuestro hijo Alex los fines de semana, por haberme soportado y apoyado en todas mis frustraciones durante este proceso.

A mi familia por el apoyo moral, por demostrarme que con esfuerzo y constancia se consiguen grandes cosas, en especial a mi madre que cada día con su ejemplo ha sabido inspirarme.

A mis suegros, por confiar en mí y darnos la oportunidad de superarnos, cuidando de mi hijo, que de seguro este ser tan importante en nuestras vidas no podría estar en mejores manos.

A los profesores de los departamentos de Física y Matemáticas, por sus conocimientos, experiencias y su apoyo incondicional compartido.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Mauricio y Alex, quienes son las personas que amo, las que siempre están a mi lado en todo momento, y que juntos pudimos alcanzar este logro y de seguro que con ellos seguiremos en camino de los éxitos.

A mi mama, mis hermanos y la familia de mi esposo, que son parte importante en mi vida.

Al cuerpo docente y administrativo de la ESPOL, quienes de una u otra manera han apoyado a la realización de este trabajo.

TRIBUNAL DE GRADO

Mg. Eduardo Montero Carpio
Presidente del Tribunal

M.Sc. Jorge Flores Herrera
Director de Tesis

M.Sc. Luis Del Pozo Barrezueta
Vocal del Tribunal

DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesis, corresponden exclusivamente a su autor, y el patrimonio intelectual de la Tesis de Grado corresponderá a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL)

Diana Ercilia Gallegos Zurita

RESUMEN

Uno de las principales incertidumbres que enfrentamos los profesores en el aula de clase, es saber cómo diagnosticar y evaluar el estado del conocimiento de los alumnos, usando técnicas que permitan hacer estimaciones más reales sobre el estado cognitivo de los mismos.

Hoy en día se están desarrollando técnicas de modelados que permiten estimar el estado del conocimiento, medidas a partir de las respuestas a un test. Enfocando en el área de Física, uno de las metas es desarrollar un análisis instruccional, que permita hacer un mapa de objetivos jerárquico para diseñar una prueba y a través de este utilizar la TRI y la Redes Bayesiana, para estimar el estado del conocimiento de cada uno de los estudiantes y del grupo, en la unidad de Óptica Geométrica, de una Universidad Pública de la ciudad de Guayaquil.

Para realizar este estudio participo un grupo intacto de 30 estudiantes; para el diagnóstico de la habilidad de cada estudiante se tomó una prueba a medida que el profesor fue desarrollando el contenido del tema: Reflexión y *refracción en una superficie plana*. Con los resultados de los test, se realizó el análisis de Bayes con las redes bayesianas, para determinar el estado de los conocimientos de cada uno de los estudiantes y del grupo.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN	VII
ÍNDICE GENERAL	IX
ÍNDICE DE TABLAS	XI
ÍNDICE DE FIGURAS	XII
CAPITULO I	1
INTRODUCCIÓN	1
1.1 <i>CONTEXTO DEL PROBLEMA</i>	1
1.2 <i>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</i>	3
1.3 <i>PREGUNTA DE INVESTIGACION</i>	3
1.4 <i>OBJETIVOS</i>	4
1.5 <i>JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA</i>	5
CAPITULO II	7
REVISIÓN DE LA LITERATURA	7
2.1 <i>ÓPTICA GEOMÉTRICA</i>	7
2.1.1 Reflexión y refracción en una superficie plana	7
2.1.2 Reflexión en una superficie esférica	15
2.2 <i>MODELO DE DISEÑO DE INSTRUCCIONAL DE DICK Y CAREY, 1985.</i>	20
2.3.2 Formulación de la meta Instruccional.....	22
2.3.3 Conducir el Análisis Instruccional	23
2.3.4 Análisis instruccional de las destrezas subordinadas.....	25
2.3.5 Escribir los Objetivos.....	29
2.3.6 Desarrollar el Instrumento de Evaluación	31
2.3 <i>TAXONOMÍA DE BLOOM</i>	37
2.4 <i>DEFINICIONES DE LA TEORÍA DE PROBABILIDAD</i>	38
2.5 <i>TEOREMA DE BAYES</i>	41
2.6 <i>DEFINICIONES SOBRE GRAFOS</i>	44
2.7 <i>REDES BAYESIANAS</i>	45
2.8 <i>APLICACIÓN DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA EDUCACION</i>	47
2.9 <i>INTELIGENCIA ARTIFICIAL (IA)</i>	48
2.10 <i>MODELO DE TEORIA DE RESPUESTA AL ÍTEM (TRI)</i>	48
CAPITULO III	51
MÉTODO	51
3.1 <i>PARTICIPANTES</i>	51
3.2 <i>TAREAS INSTRUCCIONALES E INSTRUMENTOS.</i>	52
3.3 <i>DESARROLLO DEL ANALISIS INSTRUCCIONAL</i>	52
3.4 <i>DIAGNOSTICO DEL ESTADO DE CONOCIMIENTO MEDIANTE REDES BAYESIANAS</i>	54
3.5 <i>VARIABLES</i>	54

3.6	ARCOS.....	55
3.7	PARÁMETROS.....	57
CAPITULO IV.....		59
RESULTADOS.....		59
4.1	<i>RESULTADOS QUE SE OBTUVO DE LA RED BAYESIANA</i>	59
4.1.1	Resultados y discusión del subtema 1: Formación de imágenes por espejo plano.....	61
4.1.2	Resultados y discusión del subtema 2: regla de los signos.....	62
4.1.3	Resultados y discusión del subtema 3: imagen de un objeto extenso.....	63
4.2	<i>RESULTADOS Y DISCUSIÓN DEL TEMA 2: RESOLVER EJERCICIOS DE FORMACION DE IMAGENES EN ESPEJO PLANO</i>	65
4.3.1	Gráfico del nivel de competencia de cada tema del grupo.....	65
4.3.2	Gráfico del nivel de competencia de cada tema individual.....	66
CAPITULO V.....		68
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		68
5.1	<i>CONCLUSIONES</i>	68
5.2	<i>RECOMENDACIONES</i>	69
ANEXOS		71
ANEXO A:.....		72
CAPITULO II DEL PROGRAMA DE ESTUDIO DE FISICA D, ESPECIFAMENTE LOS TEMAS 2.1 Y 2.2.....		72
ANEXO B:.....		73
PRUEBA DEL TOPICO FORMACION DE IMÁGENES EN ESPEJOS PLANOS		73
ANEXO C:.....		76
TABLA No 3: CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES INTELECTUALES AGRUPADAS Y ORDENADAS DE MENOR A MAYOR COMPLEJIDAD CON SUS VERBOS OBSERVABLES PARA OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DEL DOMINIO COGNITIVO.		76
ANEXO D:		77
GRAFICO AMPLIADO DEL NIVEL DE DOMINIO DE CADA ESTUDIANTE.....		77
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		78

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1: Tipos de comportamientos con sus respectivos ítems de la prueba.....	41
Tabla 2: Selección de subdestrezas de las habilidades intelectuales para este ejemplo, todas las preguntas y las situaciones están escritas con un lenguaje familiar para este grupo.....	43
Tabla 3: Conocimientos y habilidades intelectuales agrupadas y ordenadas de menor a mayor complejidad con sus verbos observables para objetivos de aprendizaje del dominio cognitivo.....	81
Tabla 4: Cuadro de calificaciones con sus respectivas equivalencias, en probabilidad, puntaje y clasificación según el nivel de dominio.....	61

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1: Los rayos luminosos provenientes del objeto situado en el punto p se reflejan en un espejo plano. Los rayos reflejados que penetran en el ojo se ven como si proviniesen del punto de imagen P'	14
Figura 2: Diagrama de rayos para encontrar la ubicación de la imagen formada por un espejo plano de un objeto puntual.....	16
Figura 3: La distancia de objeto s es positiva (regla 1) y la distancia de imagen s' es negativa (regla 2)	17
Figura 4: Diagrama de rayos para calcular la altura de una imagen formada por reflexión en una superficie reflectante plana de un objeto extenso.....	19
Figura 5: La imagen formada por un espejo plano es virtual, derecha e inversa. es del mismo tamaño que el objeto.....	20
Figura 6: Las imágenes P_1' y P_2' se forman por reflexión de un objeto situado en P . La imagen P_3' , tratando cualquiera de las otras imágenes como objeto, se forma por doble reflexión de cada rayo.....	20
Figura 7: Construcción para hallar la posición P' de la imagen formada por un espejo esférico cóncavo.....	22
Figura 8: Construcción para determinar posición, orientación y altura de una imagen formada por un espejo esférico cóncavo.....	24
Figura 9: Formación de imagen por un espejo convexo. a) Construcción para determinar la posición de una imagen formada por un espejo convexo b) construcción para determinar el aumento de una imagen formada por un espejo convexo.....	26
Figura 10: Modelo de diseño instruccional propuesto por Dick y Carey, 1985.....	27
Figura 11: Las cuatro fases que se utilizó del modelo de diseño instruccional propuesto por Dick y Carey, 1985, para este estudio.....	28
Figura 12: Análisis Jerárquico de Gagné de una Habilidad Intelectual de (Resolución De Problemas).....	33
Figura 13: El aprendizaje de una habilidad intelectual cuyo objetivo resolver ejercicios de formación de imágenes en espejos planos.....	59
Figura 14: Red bayesiana para el diagnóstico del conocimiento mediante una prueba.....	62
Figura 15: Red bayesiana con las relaciones entre preguntas, subtemas y tema.....	66
Figura 16: Resultados del subtema 1 (correcto, incorrecto y sin diagnosticar) de los 30 estudiantes...	67
Figura 17: Resultados del subtema 2 (correcto, incorrecto y sin diagnosticar) de los 30 estudiantes...	68
Figura 18: Resultados del subtema 3 (correcto, incorrecto y sin diagnosticar) de los 30 estudiantes..	69
Figura 19: Resultados de los subtemas (sabe concepto, no sabe el concepto y sin diagnosticar) de los 90 subtemas diagnosticados para los estudiantes.....	70
Figura 20: Grafico de barras de los 30 estudiantes del tema “resolver ejercicios de formación de imágenes en espejos planos”. Clasificación según el dominio o habilidad (alto, medio y bajo).....	71
Figura 21: Grafico de nivel de dominio de cada uno de los 30 estudiantes. Las barras indican la probabilidad de cada estudiante en el tema.....	73

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 CONTEXTO DEL PROBLEMA

Dado que un sistema de educación se basa en mejorar la calidad educativa, aparece en estos tiempos la nueva concepción de la función del profesor universitario, la tutoría académica, esta busca optimizar el proceso enseñanza aprendizaje, tomando en cuenta el potencial de cada alumno o grupo. Para realizar esta función el maestro necesita tener indicadores del estado de cognitivo de cada alumno y del grupo en general.

Es por esto que, los profesores que enseñan la materia de Física D de una universidad ecuatoriana tienen la inquietud de saber cómo diagnosticar y evaluar su clase, cuando los estudiantes resuelven problemas cualitativos y cuantitativos de reflexión de la luz en espejos planos, usando técnicas que permitan hacer estimaciones más reales sobre el estado cognitivo de los mismos. De acuerdo a (Almond, Shute, Underwood, & Zapata, 2008), el maestro puede hacerse varias preguntas para evaluar su clase y predecir los logros o fracasos de sus estudiantes: (1) ¿Cuántos estudiantes están alcanzando o superando los objetivos del plan de estudios?; (2) ¿Cuáles estudiantes están en la cúspide de cumplir los objetivos? (3) ¿Cuáles estudiantes no están alcanzando los objetivos?

Además, hay que considerar que Física es una ciencia de carácter jerárquico, esto significa que los conceptos se construyen a partir de los conceptos previos. Por lo tanto se debe implementar metodologías que permitan diseñar test o pruebas que sigan esta estructura, para de esta manera evaluar que partes del dominio que se enseñó ya domina y cuáles son las que desconoce.

He aquí la importancia de diseñar y desarrollar herramientas de modelado que sea capaz de determinar el estado cognitivo del estudiante después de la instrucción. Solo de esta manera será posible mejorar o adaptar una

estrategia instructora más conveniente. La dificultad que se presenta al desarrollar un sistema tutorial es el gran esfuerzo que significa para el maestro y en otras ocasiones el desconocimiento de los mismos, hace que por lo general es estado del conocimiento se midan como un objetivo final y de forma globalizada para todo un curso.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El propósito de este estudio es determinar el estado cognitivo, e inferir el desempeño futuro, utilizando un enfoque basado en redes bayesianas y la Teoría de Respuesta al Ítem en los alumnos que cursan la materia de Física D.

1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACION

¿Cómo las Redes Bayesianas pueden ser utilizadas para el diagnóstico y evaluación del estado de los conocimientos, y hacer inferencias sobre un objetivo planteado (variable de la red bayesiana)?

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo General

Determinar el estado cognitivo y hacer inferencias sobre el éxito o fracaso que tendrán los estudiantes de Física D, de una universidad pública de la ciudad de Guayaquil a través de un enfoque bayesiano, utilizando como herramienta la TRI.

1.4.2 Objetivos Específicos

1. Diseñar un Mapa de Objetivos Jerárquico según el modelo instruccional de Dick & Carey, para el desarrollo de instrumento.
2. Formular las preguntas de la prueba con cada objetivo tanto cuantitativas como cualitativas, para obtener las evidencias de los alumnos.
4. Diseñar el modelo de la red bayesiana con dos niveles basado en un enfoque jerárquico, es decir, las relaciones de dependencia e independencia entre las variables formuladas.
5. Obtener las probabilidades condicionales para cada nivel de la red bayesiana, basado en los resultados de las pruebas.
6. Inferir el éxito o fracaso que tendrán los estudiantes en base a los resultados obtenidos.

1.5 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Los profesores típicamente hacen inferencias sobre el rendimiento de sus estudiantes, generalizando para toda el aula de clase en un parcial, mientras que un profesor que califica una evaluación utilizando una red bayesiana puede hacer inferencia para cada uno de sus alumnos de forma objetiva. Para cada alumno, el profesor dispone de una colección de variables de competencia que representa la mejor estimación del estado de los conocimientos del estudiante en dicha competencia (Almound, et al., 2008).

En el año 2007, la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) menciona que es importante diferenciar de los enfoques que están orientados a la comprobación de hipótesis; las redes bayesianas se aplican con el objeto de que el análisis de respuestas sobre relaciones que puedan darse en un conjunto de variables observables.

La ventaja utilizar una red bayesiana es que esta hace inferencia a partir de evidencias y está diseñada para trabajar con una persona a la vez (Almound, et al., 2008).

Las Redes Bayesianas son herramientas gráficas de modelado que han demostrado ser muy potentes en educación y en una variedad de contextos de aplicación (Millán, Loboda, Pérez de la Cruz, 2010).

Además este trabajo proporciona a los profesores que dictan la materia de Física D una propuesta de un diseño instruccional, del tópico de reflexión de la luz en espejos planos y el uso del enfoque bayesiano para diagnosticar y evaluar el estado de los conocimientos de los alumnos así como también inferir sobre el éxito o fracaso en el futuro de los mismos.

Como se puede apreciar este estudio es de suma importancia para los profesores y los sistemas de tutoría académica, ya que ellos pueden utilizar la información de los resultados de las competencias para intervenir y proporcionar una instrucción personalizada y focalizada a fin de ayudar a sus estudiantes a cumplir los resultados de aprendizaje.

CAPITULO II

REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 ÓPTICA GEOMÉTRICA

2.1.1 Reflexión y refracción en una superficie plana

Estudiar el concepto de objeto como se utiliza en óptica, es primordial para definir imagen. Cualquier cosa desde donde se irradian rayos de luz se conoce como objeto. Esta luz podría ser emitida por el objeto mismo si éste es autoluminoso, como los objetos fosforescentes. Por otro lado, la luz podría

ser emitida por una fuente distinta (como una lámpara o el Sol) y luego reflejarse en el objeto; un ejemplo de ello es la luz que llega a nuestros ojos desde las páginas de este documento. Por lo tanto, la mayoría de los objetos que vemos es porque la luz se refleja por medio de ellos. (Sears & Zemansky, 2009)

Un **objeto puntual** no posee dimensión física. Los objetos que vemos en la realidad son tridimensionales poseen ancho, alto y profundidad se llaman **objetos extensos**. (Sears, et al., 2009)

Suponga que algunos de los rayos provenientes del objeto inciden en una superficie reflectante plana y lisa por ejemplo una superficie metálica pulida que refleja casi el 100% de la luz que incide en ella. (Sears, et al., 2009)

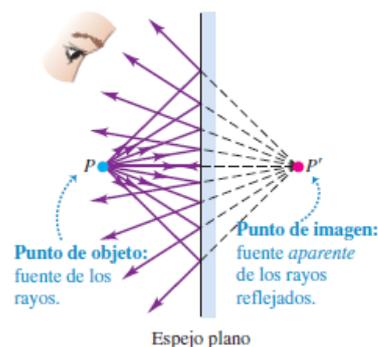


Figura 1: Los rayos luminosos provenientes del objeto situado en el punto P se reflejan en un espejo plano. Los rayos reflejados que penetran en el ojo se ven como si proviniesen del punto de imagen P'.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1158

Al punto P se le llama **punto de objeto**. En tanto que el punto P' es el **punto de imagen**; la superficie reflectante forma una imagen del punto P en P'. Un observador que ve únicamente los rayos reflejados en la superficie, y que no sabe que está viendo un reflejo, piensa que el origen de los rayos se encuentra en el punto de imagen. (Sears,et al. ,2009)

El punto de imagen permite describir la dirección de los rayos reflejados, del mismo modo que el punto de objeto P describe la dirección de los rayos incidentes. Si la superficie de la figura 5 no fuera lisa, la reflexión sería difusa, y los rayos provenientes de distintas partes de la superficie seguirían direcciones no correlacionadas. En este caso, no habría una imagen definida del punto P. (Sears,et al. ,2009)

Si la intercepción de los rayos reflejados no está en frente de la superficie reflectante o si la imagen se forma con la prolongación de estos rayos hacia atrás de la superficie reflectante se dice que la imagen es una **imagen virtual**. En los casos donde los rayos salientes pasan por un punto de imagen del mismo lado del objeto o la imagen se forma con la intersección de los rayos reflejados, en cuyo caso la imagen recibe el nombre de **imagen real**. (Sears,et al. ,2009)

Formación de imágenes por espejo plano

Para determinar la ubicación precisa de la imagen P' que un espejo plano forma de un objeto puntual situado en P , construimos un gráfico a partir de dos rayos que divergen del objeto situado a una distancia s frente al espejo plano. Llamamos a s la **distancia de objeto** y s' la **distancia de imagen**. (Sears, et al. ,2009)

La dirección de *todos* los rayos reflejados (salientes) es como si cada uno hubiera tenido su origen en el punto P' , o visto de otra forma la prolongación de los rayos reflejados hacia atrás del espejo, siempre se intersecan en un mismo punto P' . Por lo tanto **No importa dónde se encuentre el observador, siempre se verá la imagen en el mismo punto (P')**. (Sears, et al. ,2009)

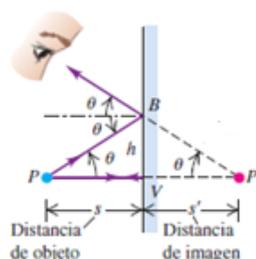


Figura 2: Diagrama de rayos para encontrar la ubicación de la imagen formada por un espejo plano de un objeto puntual.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1159

Reglas de signos

Para formación de imágenes por superficies reflectantes o refractivas, plana o esférica, o por un par de superficies refractivas que forman una lente. Las reglas son las siguientes: (Sears, et al. ,2009)

1. Para la distancia de objeto: cuando el objeto está del mismo lado de la luz entrante en una superficie reflectante o refractiva, la distancia de objeto s es *positiva*; en caso contrario, es negativa. (Sears, et al. ,2009)
2. Para la distancia de imagen: cuando la imagen está del mismo lado de la superficie reflectante o refractiva que la luz saliente, la distancia de imagen s' es positiva; en caso contrario, es negativa. (Sears, et al. ,2009)
3. Para el radio de curvatura de una superficie esférica: cuando el centro de curvatura C está del mismo lado que la luz saliente, el radio de curvatura es positivo; en caso contrario, es negativo. (Sears, et al. ,2009)

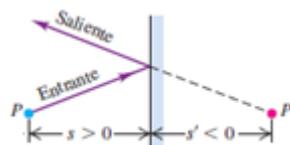


Figura 3: La distancia de objeto s es positiva (regla 1) y la distancia de imagen s' es negativa (regla 2).

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1159.

Por la situación descrita en la figura. La relación entre las distancias de objeto y de imagen s y s' es:

$$s = -s'(\text{espejo plano})$$

En el caso de una superficie reflectante o refractiva plana, el radio de curvatura es infinito, en estos casos no se necesita la tercera regla de los signos. (Sears, et al. ,2009)

Imagen de un objeto extenso: Espejo plano

Un objeto extenso de tamaño finito. Para efectos de demostración, se considerara un objeto con una sola dimensión, como una flecha delgada, orientada paralela a la superficie reflectante. La distancia de la cabeza a la cola de una flecha objeto es la altura representada por “y” y la altura de la fecha imagen por “y’”. (Sears, et al. ,2009)

La razón de la altura de la imagen con respecto a la altura del objeto, se la llama **aumento lateral (m)**, para cualquier situación de formación de imágenes. (Sears, et al. ,2009)

$$m = \frac{y'}{y} (\text{aumento lateral})$$

En el caso de un espejo plano $y = y'$ por lo tanto el aumento lateral m es la unidad.

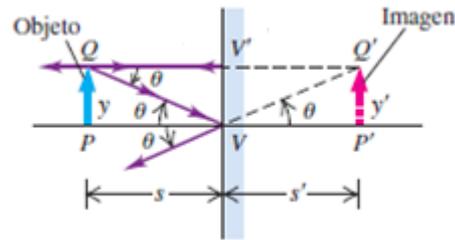


Figura 4: Diagrama de rayos para calcular la altura de una imagen formada por reflexión en una superficie reflectante plana de un objeto extenso.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1159.

La figura muestra la dirección de la flecha imagen es la *misma* que la flecha objeto; en estos casos la imagen es **derecha**; por lo que, y y y' tienen el mismo signo, y el aumento lateral m es positivo. La imagen que forma un espejo plano siempre es derecha, y de acuerdo con la ecuación del aumento lateral para un espejo plano este es siempre $m=+1$. (Sears, et al. ,2009)

En otras situaciones la imagen puede ser **invertida**; cuando, la flecha imagen apunta en dirección *opuesta* a la de la flecha objeto. En el caso de una imagen invertida, y y y' tienen signos *opuestos*, y el aumento lateral m es *negativo*. (Sears, et al. ,2009)

La figura muestra un objeto *tridimensional* con su imagen tridimensional formada por un espejo plano. El objeto y la imagen tienen la misma relación de una mano izquierda con una mano derecha. (Sears, et al. ,2009)

La imagen **inversa** de un objeto tridimensional formada por un espejo plano es del mismo *tamaño* que el objeto en todas sus dimensiones. Cuando las dimensiones transversales del objeto e imagen están en la misma dirección, la imagen es derecha. Lo particular de un espejo plano es que éste siempre forma una imagen derecha, aunque inversa. (Sears, et al. ,2009)

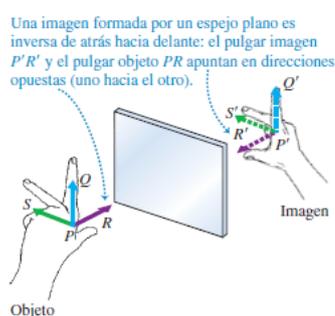


Figura 5: La imagen formada por un espejo plano es virtual, derecha e inversa. Es del mismo tamaño que el objeto.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1160.

Una propiedad importante de todas las imágenes formadas por superficies reflectantes o refractivas es que una imagen formada por una superficie o un dispositivo óptico puede servir como el objeto de una segunda superficie o dispositivo. (Sears, et al. ,2009)

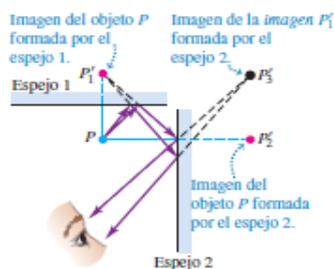


Figura 6: Las imágenes P_1' y P_2' se forman por reflexión de un objeto situado en P . La imagen P_3' , tratando cualquiera de las otras imágenes como objeto, se forma por doble reflexión de cada rayo.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1160 .

2.1.2 Reflexión en una superficie esférica

En un espejo esférico se puede obtener una imagen **real**, **aumentada**, **reducida** o **invertida**; a diferencia de los espejos planos que por sí solo no es capaz de realizar ninguna de estas tareas. (Sears, et al. ,2009)

Imagen de un objeto puntual

La figura muestra un espejo esférico con radio de curvatura R , con lado cóncavo hacia la luz incidente. El **centro de curvatura** C de la superficie (el punto centro de la esfera de la cual forma parte la superficie), el vértice V del espejo (el centro de la superficie del espejo). La recta CV se la llama **eje óptico**. El punto P es un punto de objeto; se encuentra en el eje óptico y que en este caso la distancia de P a V es mayor que R . (Sears, et al. ,2009)

Se encuentra ahora la ubicación del punto de imagen real P' de la figura 7 y se prueba la aseveración de que todos los rayos provenientes de P se intersecan en P' (siempre y cuando el ángulo que forman con el eje óptico sea pequeño; α). La distancia de objeto, medida desde el vértice V , es s ; la distancia de imagen, también medida desde V , es s' . Los signos de s , s' y el radio de curvatura R están determinados por las reglas de signos. (Sears, et al. ,2009)

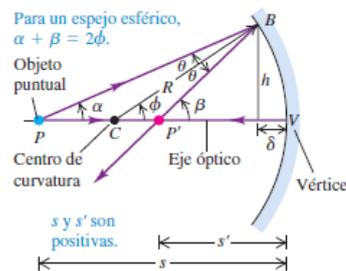


Figura 7: Construcción para hallar la posición P' de la imagen formada por un espejo esférico cóncavo.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1161.

Utilizando teoremas de geometría plana se obtiene una relación general entre s , s' y R :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \text{ (relacion objeto - imagen, objeto esferico)}$$

Esta ecuación no contiene el ángulo α . Por lo tanto, todos los rayos provenientes de P que forman ángulos suficientemente pequeños con el eje se intersecan en P' después de reflejarse. Estos rayos, casi paralelos al eje y próximos a él, se llaman **rayos paraxiales**. Debido a que todos estos rayos reflejados convergen en el punto de imagen, a los espejos cóncavos también se les llama espejos convergentes. (Sears, et al. ,2009)

Si se aumenta el ángulo α de un rayo que forma con el eje óptico, el punto P' donde el rayo interseca el eje óptico se acerca un poco más al vértice, que en el caso de un rayo paraxial. En consecuencia, un espejo esférico, a diferencia de un espejo plano, no forma una imagen puntual precisa de un

objeto puntual; la imagen se “embarra”. Esta propiedad de los espejos esféricos se llama **aberración esférica**. (Sears, et al. ,2009)

Punto focal y distancia focal

Cuando el punto del objeto P está muy lejos del espejo esférico ($s = \infty$), los rayos entrantes son paralelos, estos rayos incidentes converge, después de reflejarse en el espejo, en un punto F situado a una distancia $R/2$ del vértice del espejo. El punto F se llama punto focal o foco; de este modo decimos que estos rayos se enfocan. La distancia del vértice al punto focal, que se denota con f, recibe el nombre de distancia focal. (Sears, et al. ,2009)

De esta manera, el punto focal F de un espejo esférico tiene las siguientes propiedades: 1) todo rayo entrante paralelo al eje óptico se refleja a través del punto focal y 2) todo rayo entrante que pasa por el punto focal se refleja paralelamente al eje óptico. (Sears, et al. ,2009)

En el caso de espejos esféricos y parabólicos, estos enunciados se cumplen sólo cuando los rayos son paraxiales.

Por lo regular, expresaremos la relación entre las distancias de objeto y de imagen de un espejo en términos de la distancia focal f:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \text{ (relación objeto – imagen, objeto esférico)}$$

Imagen de un objeto extenso: Espejo esférico

Suponga ahora que se tiene un objeto de tamaño finito, representado por la flecha PQ en la figura. La imagen de P formada por rayos paraxiales está en P'. La distancia de objeto correspondiente al punto Q es casi idéntica a la correspondiente al punto P, por lo que la imagen P'Q' es casi recta y perpendicular al eje. Las flechas objeto e imagen son de distinto tamaño y de orientación opuesta. (Sears, et al., 2009)

Como los triángulos PVQ y P'VQ' de la figura son semejantes, se hace la relación $\frac{y}{s} = \frac{-y'}{s'}$. El signo negativo es necesario porque el objeto y la imagen están en lados opuestos del eje óptico; si y es positiva, y' es negativa. Por lo tanto, (Sears, et al., 2009)

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \text{ (aumento lateral, espejo esférico)}$$

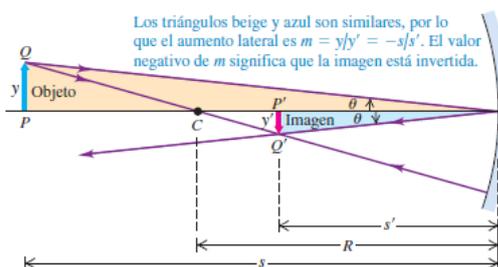


Figura 8: Construcción para determinar posición, orientación y altura de una imagen formada por un espejo esférico cóncavo.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1163.

En todo el análisis de los espejos cóncavos se consideró la posición del punto objeto mayor que R o en el punto focal. En este caso el punto de imagen está del mismo lado del espejo que los rayos salientes, y la imagen es real e invertida. Si se coloca un objeto entre el punto focal y el vértice de un espejo cóncavo, la imagen resultante es virtual, derecha y más grande que el objeto. (Sears, et al. ,2009)

Espejos convexos

En la figura (a) el lado convexo de un espejo esférico esta hacia la luz incidente. El centro de curvatura está en el lado opuesto a los rayos salientes; de acuerdo con la tercera regla de signos de la sección, R es negativo. El rayo PB se refleja, con ángulos de incidencia y reflexión iguales ambos a θ . El rayo reflejado, proyectado hacia atrás, interseca el eje en P' . Como en el caso del espejo cóncavo, todos los rayos provenientes de P que se reflejan en el espejo divergen a partir del mismo punto P' , siempre y cuando el ángulo θ sea pequeño. Por consiguiente, P' es la imagen de P . La distancia de objeto s es positiva, la distancia de imagen s' es negativa, y el radio de curvatura R es negativo en el caso de un espejo convexo. (Sears, et al. ,2009)

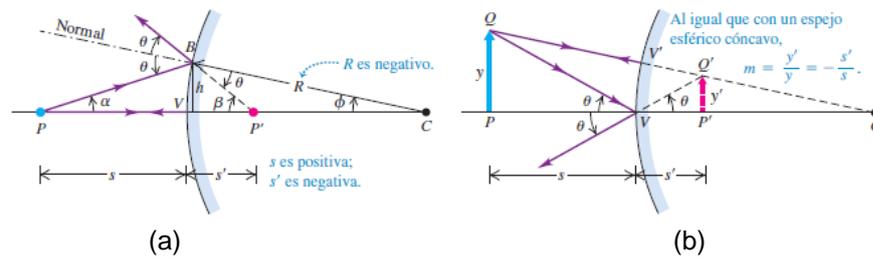


Figura 9: Formación de imagen por un espejo convexo. a) Construcción para determinar la posición de una imagen formada por un espejo convexo b) Construcción para determinar el aumento de una imagen formada por un espejo convexo.

Fuente: De Sears & Zemansky: Física Universitaria, decimosegunda edición, vol.2, pg.1165.

2.2 MODELO DE DISEÑO DE INSTRUCCIONAL DE DICK Y CAREY, 1985.

El proceso de diseño de instrucción comienza con la identificación de uno o más problemas. El proceso de identificación de problemas se refiere típicamente a la evaluación de las necesidades. La manera de mejorar la instrucción es *mejorar al instructor*, es decir, una forma de exigir al maestro a aprender más conocimientos y métodos para transmitir a los estudiantes. Este modelo utiliza el enfoque de sistemas para el diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la enseñanza. (Dick & Carey, 1985)

El modelo es parte de un sistema constituido de diez fases interrelacionadas que trabajan juntas para lograr un objetivo definido, la primera fase comienza con la Identificación de las Metas Instruccionales y finaliza con la Evaluación Sumativa, pero todo sistema utiliza una retroalimentación para determinar si

su objetivo deseado ha sido alcanzado. Si no es así, entonces el sistema se modifica hasta que se logra alcanzar el objetivo. (Dick, et al. ,1985)

Las fases son los procedimientos y técnicas empleadas por el diseñador instruccional para diseñar, producir, evaluar y revisar la instrucción, estas se describen brevemente en el siguiente esquema: (Dick, et al. ,1985)

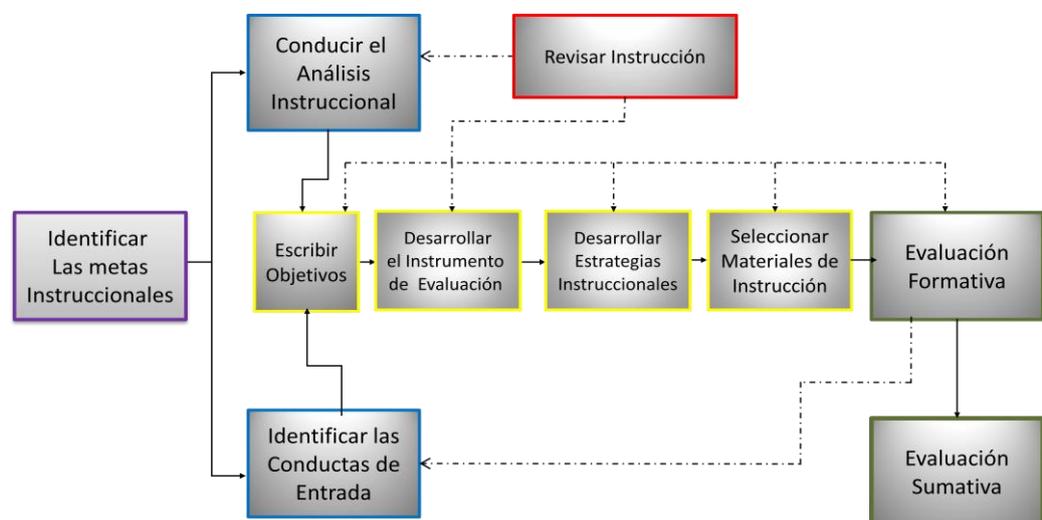


Figura 10: Modelo de diseño Instruccional propuesto por Dick y Carey, 1985.

Fuente: Adaptado de Dick & Carey, The system design of instruction, 2nd ed., chapter 1, pg.2.

Para el desarrollo de este estudio se utilizó las primeras cuatro fases del diseño instruccional de Dick y Carey; las cuales fueron: Identificar la Meta Instruccional, Conducir el Análisis Instruccional, Escribir los Objetivos y Desarrollar el Instrumento de Evaluación; estas se describen a continuación: (Dick, et al. ,1985)

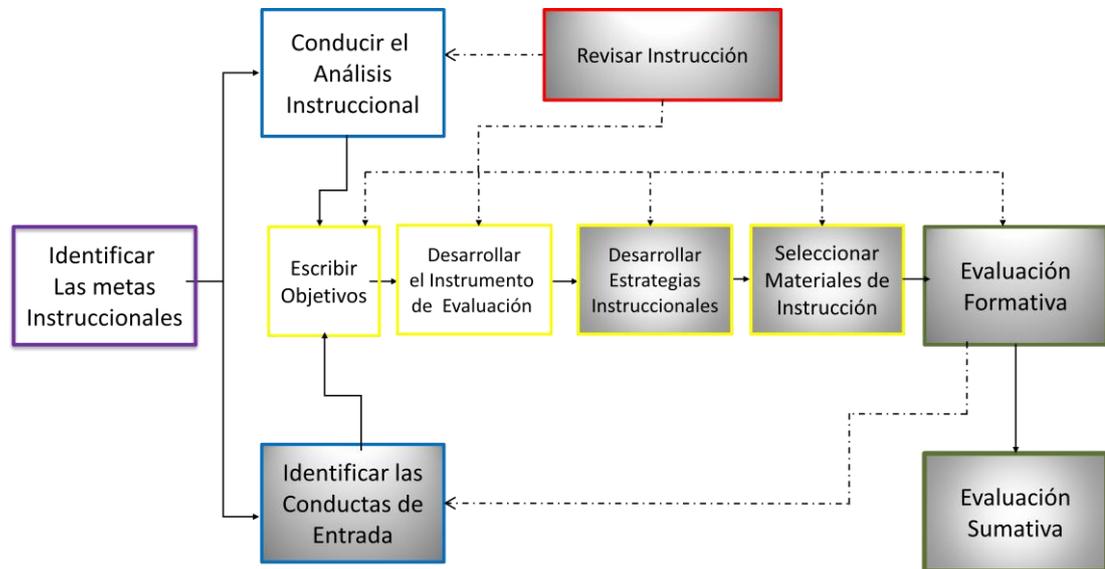


Figura 11: Las cuatro fases que se utilizó del Modelo de diseño Instruccional propuesto por Dick y Carey, 1985, para este estudio.

Fuente: Adaptado de Dick & Carey, The system design of instruction, 2nd ed., chapter 1, pg.2

2.3.2 Formulación de la meta Instruccional

El primer paso en el modelo es determinar qué es lo que se quiere que los estudiantes sean capaces de hacer cuando hayan completado su instrucción. La definición del objetivo o meta instruccional se pueden derivar de una lista de objetivos de evaluación de las necesidades de un plan de estudios en particular, de la experiencia práctica de las dificultades de aprendizaje de los alumnos en el aula, a partir del análisis de una persona que ya está haciendo un trabajo, o de algún otro requisito para la nueva instrucción. (Dick, et al. ,1985)

2.3.3 Conducir el Análisis Instruccional

Después de identificar la meta de instrucción, se determinará qué tipo de aprendizaje requiere el estudiante. El objetivo será para analizar e identificar las habilidades subordinadas que deben ser aprendidas y algunos procedimientos que se deben seguir para aprender un determinado proceso. Este proceso dará como resultado un *gráfico o diagrama* que representa estas habilidades y muestra la relación entre ellos. (Dick, et al. ,1985)

Un análisis de instrucción es un procedimiento que se aplica a un objetivo educativo, tiene como resultado la identificación de las habilidades subordinadas relevantes necesarios para que un estudiante pueda alcanzar la meta. Una habilidad subordinada es una habilidad que, si bien tal vez no es importante en sí mismo como un resultado de aprendizaje, se debe lograr a fin de aprender alguna habilidad superior o de orden superior. La adquisición de la habilidad subordinada facilita o proporciona una transferencia positiva para el aprendizaje de habilidades de orden superior. (Dick, et al. ,1985)

El análisis de la instrucción para un objetivo incluye dos pasos fundamentales. El Primer paso es clasificar la declaración de la meta de acuerdo con el tipo de aprendizaje que se producirá (destrezas psicomotoras, habilidades intelectuales, información verbal y /o actitudinal). (Las diferentes

categorías de aprendizaje se denominan dominios de aprendizaje). El segundo paso es utilizar un análisis de procesamiento de información para describir exactamente lo que el estudiante va a hacer cuando él o ella están realizando la meta. (Dick,et al. ,1985)

Habilidades intelectuales

Según Dick, Carey, 1985:

Las habilidades intelectuales son aquellos que requieren que el alumno realice alguna actividad cognitiva única, único en el sentido de que el estudiante debe ser capaz de resolver un problema o realizar una actividad con la información previamente encontrada o dar ejemplos. Hay cuatro tipos de habilidades intelectuales: discriminaciones, conceptos, reglas y resolución de problemas.

Análisis del Procesamiento de la Información

El análisis del procesamiento de la información o una meta de instrucción es una lista de los pasos específicos que el alumno haría al realizar el objetivo instruccional. Usted puede simplemente enumerar los pasos: 1, 2, 3, etc. (Dick,et al. ,1985)



2.3.4 Análisis instruccional de las destrezas subordinadas

Rara vez es posible enseñar los componentes de un objetivo educativo sin tener en cuenta lo que los estudiantes deben saber y ser capaces de hacer para aprender a realizar el objetivo. Estas competencias se refieren a veces a los *requisitos previos*, pero se va a usar el término de habilidades subordinadas. Habilidades subordinadas son aquellas habilidades que el alumno debe dominar con el fin de aprender a realizar eficientemente el objetivo instruccional. (Dick, et al. ,1985)

Enfoque Jerárquico

¿Cómo el diseñador va a identificar las habilidades subordinadas que un estudiante debe aprender a fin de lograr un nivel de habilidad intelectual superior? La técnica de análisis jerárquico propuesto por Gagné consiste en hacerse la pregunta, "¿Qué es lo que alumno tiene que saber y hacer para que, con un mínimo de instrucción, esta tarea se puede aprender?". Al hacer

esta pregunta, el diseñador puede identificar una o más habilidades críticas subordinadas que se requerirán del estudiante antes de intentar la instrucción de la tarea final. Después de estas habilidades subordinadas han sido identificados, a continuación, el diseñador hace la misma pregunta con respecto a cada uno de ellos, para saber: "¿Qué es lo que el alumno ya debe saber y cómo hacerlo, sin la cual sería imposible de aprender esta habilidad subordinada?". Esto dará lugar a la identificación de una o más habilidades subordinadas adicionales. (Dick & Carey, 1985)

La Figura 12 es el análisis jerárquico de Gagné para habilidades intelectuales. Gagné ha señalado que con el fin de aprender a realizar habilidades para resolver problemas, el alumno debe conocer las reglas que han de aplicarse en la situación de resolución de problemas. Así, los subdestrezas inmediatas a la meta de instrucción son las normas que deben aplicarse en la situación del problema. (Dick & Carey, 1985)

Si el objetivo es una habilidad de resolución de problemas, entonces las subdestrezas deben incluir las correspondientes normas, conceptos y discriminaciones. (Dick & Carey, 1985)

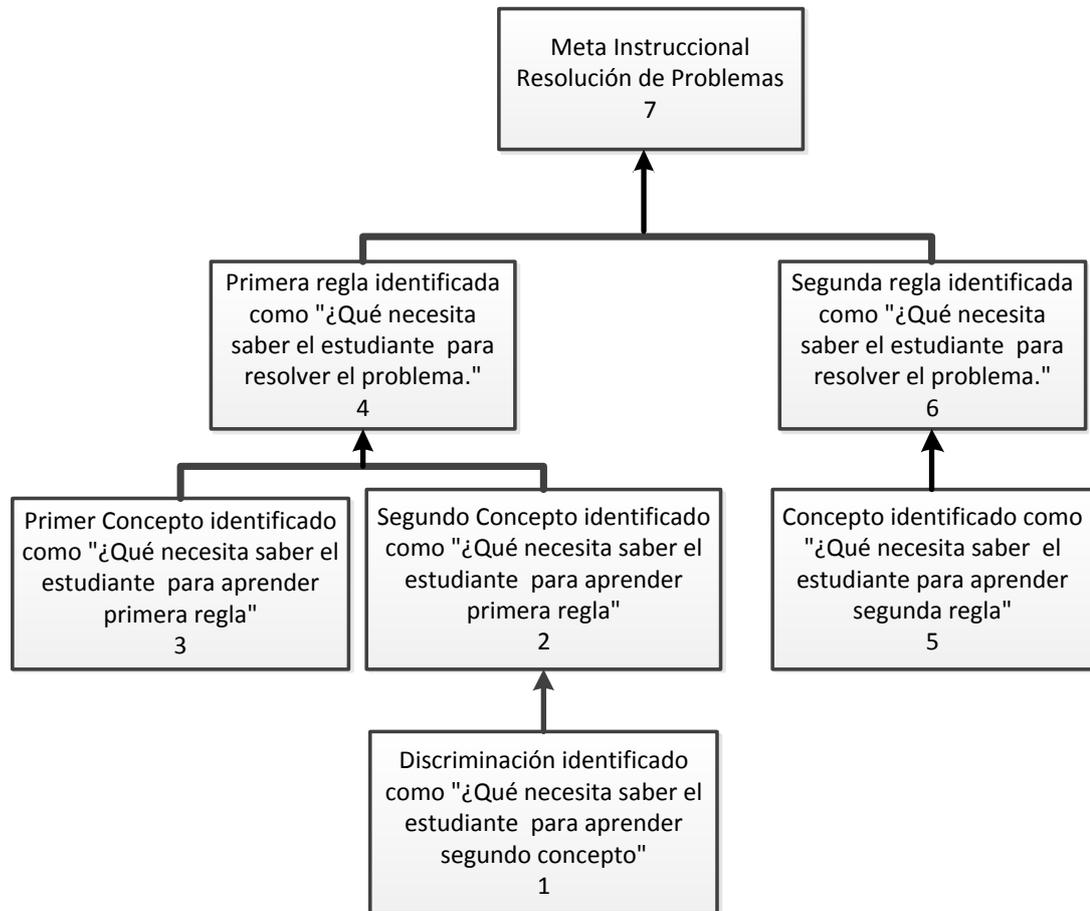


Figura 12: Análisis Jerárquico de Gagné de una habilidad intelectual de (Resolución de Problemas).

Fuente: Adaptado de Dick & Carey, The system design of instruction, 2nd ed., chapter 4, pg.49.

Análisis Instruccional Jerárquico de una Habilidad Intelectual

Una regla puede incluir una información verbal, en la jerarquía de habilidades es colocar la información en una caja al lado de la habilidad que se apoya y conectar las dos cajas con este símbolo: (Dick & Carey, 1985)



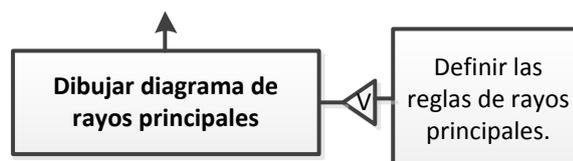
La meta y la información verbal adjunta se ilustra en la jerarquía de la siguiente manera:



Desde un completo análisis jerárquico de un objetivo en particular se requeriría una estructura elaborada de pasos. Basado en el objetivo instruccional. (Dick & Carey, 1985)

Ejemplo:

Dibujar diagrama de rayos principales de objeto. Ahora, ¿Que necesitan saber los estudiante para poder llevar a cabo esta tarea? Ellos necesitan saber las definiciones de las reglas de los rayos principales antes de que pudieran diagramar. Las definiciones de estos términos se puede enseñar como la información verbal, y la relación entre estas tareas podrían ser diagramado de la siguiente manera:



2.3.5 Escribir los Objetivos

Un objetivo de desempeño es una descripción detallada de lo que los estudiantes serán capaces de hacer cuando completen una unidad de instrucción. Robert Mager desde la publicación de su libro en 1962 titulado "Preparing Instructional Objectives" (Preparando Objetivos de Aprendizaje), el utilizó por primera vez el término objetivo conductual para enfatizar que se trata de una declaración que describe lo que el alumno será capaz de hacer. (Dick & Carey, 1985)

El trabajo de Mager ha sido y continúa siendo el estándar para el desarrollo de objetivos. Su modelo para un objetivo es una declaración que incluye tres componentes principales. El primer componente describe la habilidad o conducta identificada en el análisis de instrucción. El objetivo debe describir lo que es el alumno será capaz de hacer. (Dick & Carey, 1985)

El segundo componente de un objetivo es describir las condiciones que prevalecerán mientras que el estudiante lleva a cabo la tarea. ¿Los estudiantes recibirán una prueba de papel y lápiz? ¿Se les dará un punto a analizar? Esta es una de las declaraciones de las condiciones en las que el alumno llevará a cabo el comportamiento deseado. (Dick & Carey, 1985)

En el tercer componente del objetivo se describen los criterios que se utilizan para evaluar el rendimiento en el objetivo. El criterio indica los límites de tolerancia para la respuesta, es decir la rúbrica con que se evaluara. (Dick & Carey, 1985)

La mayoría de las habilidades intelectuales pueden ser descritas por verbos como discriminar, identificar, clasificar, demostrar o generar. Tenga en cuenta que la lista no incluye verbos como saber o comprender.

El instructor debe revisar cada objetivo y preguntarse: "¿Puedo observar a un alumno haciendo esto?". Es imposible constatar que un estudiante "sabe" o "comprende". A menudo, estos verbos se asocian con la información que el profesor quiere que los estudiantes aprendan. Para dejar claro lo que se pretende que los estudiantes aprendan ciertas habilidades, es preferible declarar en el objetivo exactamente cómo los estudiantes deben demostrar que han aprendido estas habilidades. (Dick & Carey, 1985) Por ejemplo, el alumno declara: *un espejo plano siempre forma una imagen de igual tamaño que el objeto, virtual, derecha aunque inversa*. Si los estudiantes están en condiciones de afirmar o escribir este hecho, se puede inferir que ellos saben.

Con base del análisis de la instrucción y las conductas de entrada, se escriben las declaraciones específicas de lo que los alumnos serán capaces de hacer cuando se complete su instrucción. Estas declaraciones, que se derivan de las competencias identificadas en el análisis de instrucción, se identificarán las habilidades que se pueden aprender, las condiciones bajo las cuales las habilidades se deben realizar y los criterios para un desempeño exitoso. (Dick & Carey, 1985)

El producto de este componente consiste en elaborar el objetivo final y una lista completa de los objetivos de desempeño para todas las habilidades en el análisis de instrucción. Los objetivos incluyen las condiciones de desempeño, los resultados requeridos, y los criterios para juzgar el desempeño exitoso.

Los objetivos de contenido se derivan del análisis de instrucción. Al menos uno o más objetivos pueden ser escritos para cada una de las habilidades identificadas en el análisis de instrucción.

2.3.6 Desarrollar el Instrumento de Evaluación

Las pruebas diseñadas para medir un conjunto explícito de objetivos se llaman *pruebas referidas a criterios*. Este tipo de prueba es importante para (1) diagnosticar y evaluar el progreso del estudiante, y (2) para proporcionar

información sobre la eficacia de la instrucción. Los resultados de las pruebas referidas a criterios indican al instructor exactamente como los estudiantes fueron capaces de lograr cada objetivo instruccional, e indican al diseñador precisamente qué componentes de la instrucción funcionan bien, y cuales necesitan revisión. Pruebas de este tipo, son una característica fundamental de casi todos los modelos de diseño instruccional. (Dick & Carey, 1985)

El desarrollo de la prueba aparece en este momento del proceso de diseño instruccional puesto que los elementos de prueba deben corresponder uno a uno con los objetivos que se han desarrollado. El desempeño requerido en el objetivo debe coincidir con el desempeño requerido con los temas de la prueba. Del mismo modo, la naturaleza de los temas de la prueba que se dan a los estudiantes sirve de clave para el desarrollo de la estrategia de enseñanza. (Dick & Carey, 1985)

El término criterio se utiliza cuando se refiere a los temas de una prueba; a la relación entre los objetivos de rendimiento y los ítems de la prueba. Si los estudiantes ejercen adecuadamente el comportamiento indicado en el objetivo, entonces han llegado a un criterio o dominio en ese objetivo.

Escritura de los ítems de la Prueba

Hay varias consideraciones que el instructor debe tomar en cuenta al escribir los temas de una prueba referida a criterios. En primer lugar, los ítems deben coincidir con el desempeño y las condiciones que se especifican en el objetivo. Los temas también deben proporcionar a los estudiantes la oportunidad de conocer los criterios necesarios para demostrar el dominio de un objetivo. (Dick & Carey, 1985)

Es importante observar cuidadosamente el comportamiento descrito por el verbo del objetivo. Si el verbo es emparejar, listar, seleccionar, o describir, entonces se debe proporcionar una prueba que permite a un estudiante emparejar, listar, seleccionar, o describir. El objetivo será determinar la naturaleza del tema. (Dick & Carey, 1985)

Una pregunta importante que surge siempre es: "¿Cuál es el número adecuado de temas necesarios para determinar el dominio de un objetivo?" ¿Cuántos ítems necesitan los estudiantes responder correctamente para ser juzgado el éxito en un objetivo particular? ¿Si los estudiantes responden correctamente una pregunta, se puede asumir que han logrado el objetivo? O si pierden ese único tema, se puede estar seguro de que no han dominado el concepto. Tal vez si se les dio diez temas por objetivo a los alumnos y ellos

contestaron todos correctamente o no contestado todos, usted tendría más confianza en su evaluación. Hay algunas sugerencias prácticas que pueden ayudar a determinar el número de temas de prueba que un objetivo requerirá. Si el tema o prueba tiene formato de respuesta que permita al estudiante adivinar la respuesta correcta, entonces es posible que desee incluir varios elementos de prueba en paralelo para el mismo objetivo. Si la probabilidad de adivinar la respuesta correcta es pequeña, entonces usted puede decidir que uno o dos elementos son suficientes para determinar la capacidad del alumno para realizar la habilidad. (Dick & Carey, 1985)

Si examina esta cuestión en términos de aprendizaje de dominio por objetivo, entonces es más fácil ser específico. Para evaluar las habilidades intelectuales por lo general es necesario proporcionar tres o más oportunidades para demostrar la habilidad. Sin embargo, con la información verbal, sólo un elemento se necesita para recuperar la información específica de la memoria. Si el objetivo de la información cubre una amplia gama de conocimientos y se supone que el desempeño del estudiante representa la proporción del objetivo de la información verbal que se ha dominado. (Dick & Carey, 1985)

Otra información importante a considerar es: "¿Qué tipo de elemento de prueba mejor evalúan el desempeño de los estudiantes?" Existen muchos

tipos de formatos para los temas de una prueba. Las más comunes son de verdadero / falso, completar, llenar los espacios en blanco, emparejar, de opción múltiple y definiciones.

En la tabla N° 1 la columna izquierda muestra el tipo de comportamiento prescrito para un objetivo conductual y en la parte superior los tipos de elementos de la prueba que pueden utilizarse para evaluar el rendimiento del estudiante para cada tipo de comportamiento. La tabla incluye sólo sugerencias. (Dick & Carey, 1985)

Tabla N° 1
Tipos de comportamientos con sus respectivos ítems de la prueba

Tipo de Objetivo de Comportamiento	Tipos de Ítems de la Prueba						
	Ensayo	Llenar espacio en blanco	Completar	Opción Múltiple	Emparejar	V/F	Resaltar-Subrayar
Declarar	X	X	X				
Identificar		X	X	X			
Analizar	X		X				
Definir	X	X	X				
Seleccionar				X	X	X	
Discriminar				X	X	X	
Resolver	X	X	X	X		X	X
Desarrollar	X		X				X
Localizar	X	X	X	X	X	X	X
Construir	X	X	X				X
Generar	X		X				X

Fuente: Adaptado de Dick & Carey, The system design of instruction, 2nd ed., chapter 7, pg.114.

Cada tipo de elemento de prueba tiene sus ventajas y sus inconvenientes. Para seleccionar el mejor tipo de elemento de entre los que se consideran adecuados, se deben considerar factores tales como el tiempo de respuesta requerido por los estudiantes, el tiempo necesario para clasificar y analizar las respuestas, y la probabilidad de adivinar la respuesta correcta. (Dick & Carey, 1985)

Un factor importante a considerar es el tiempo que requieren los estudiantes para completar un test. Si un objetivo de conducta requiere que los estudiantes definan y el tiempo disponible para la prueba es limitado, es recomendable construir los temas de la prueba para que los estudiantes requieran completar palabras clave de la definición, en lugar de una declaración completa de la definición. (Dick & Carey, 1985)

Algunos formatos de ítems serían inapropiados si se quiere acelerar el proceso de la prueba. No sería apropiado utilizar una pregunta de verdadero/falso para determinar si un estudiante sabe la correcta definición de un término. Dada esta opción, el estudiante no se define, pero discrimina entre la definición. (Dick & Carey, 1985)

Ejemplo:

Tabla N° 2
Escritura de las Subdestrezas, Objetivos de Rendimiento y los Ítems de la prueba de las Habilidades Intelectuales

Sub Habilidades	Objetivos de Rendimiento	Ítems del Test
1. Analizar la posición de la imagen de un objeto realizando un diagrama de rayos. (Aplicando las leyes de la reflexión).	1. Tomando en cuenta la vista superficial de una figura, localice la imagen de una piedra vista por dos observadores.	1. En la vista superficial de la figura adjunta, la imagen de la piedra vista por el observador 1 está en C. Construya un diagrama de rayos de la piedra para el observador 1 y 2, y localice dónde el observador 2 ve la imagen. ¿En A, en B, en C, en D, en E, o en ninguna de éstas?

Fuente: Adaptado de Dick & Carey, *The system design of instruction*, 2nd ed., chapter 7, pg.120.
Elaborado por: El Autor

En base a los objetivos que se han escrito, se redactan los temas de la evaluación, estos miden la capacidad del alumno para lograr la habilidad que se describe en los objetivos. El mayor énfasis se pone sobre la relación del tipo de comportamiento descrito en los objetivos en cuanto los temas requieren. (Dick & Carey, 1985)

2.3 TAXONOMÍA DE BLOOM

Hace ya varias décadas en 1956, un grupo de expertos en evaluación educativa, dirigido por *Benjamín Bloom*, se decidió a mejorar los instrumentos de evaluación universitarios. La transcendencia de su trabajo

ha llegado a todos los niveles educativos en el mundo entero (Anderson y Sosniak, 1994). Bloom y su equipo desarrollaron una **taxonomía**, un sistema de clasificación, de objetivos educativos. Los objetivos se dividieron en tres dominios: Cognitivo, afectivo y psicomotor (Woolfolk, 2005). La taxonomía de Bloom dentro del campo cognitivo está formada por seis niveles de aprendizaje: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

Según la taxonomía de Bloom los verbos observables para objetivos de aprendizaje de dominio cognitivo pueden clasificarse según el grado de complejidad que van de los más sencillo a lo más complejo, por lo tanto ¿Qué verbos se deben utilizar al redactar un objetivo de aprendizaje según el nivel cognitivo de Bloom? (López, Camps, & Jordi, 2005)

En el anexo c, la tabla N° 3 muestra los seis niveles de dominio cognitivo de Bloom con sus respectivos verbos que son utilizados para redactar los objetivos de las sub-habilidades para las preguntas de la prueba.

2.4 DEFINICIONES DE LA TEORÍA DE PROBABILIDAD

Variable aleatoria.- Es aquella que toma valores que, a priori, no se conoce con certeza. (Díez, 2012)

Para construir un modelo matemático de una parte del mundo real es necesario seleccionar un conjunto de variables que lo describan y determinar los posibles valores que tomara cada una de ellas. Los valores que toma una variable han de ser *exclusivos* y *exhaustivos*. Estos valores son exclusivos porque los valores que toman las variables son excluyentes entre sí, no pueden haber dos de ellos a la vez. Son también exhaustivos porque encierra todas las posibilidades. (Díez, 2012)

Se acostumbra a representar cada variable mediante una letra mayúscula, acompañada por un subíndice, y los valores que toma cada variable con letras minúsculas con superíndices a veces para las diferenciar, categorías de una misma variable.

Cuando se tiene un conjunto de variables $\{X_1, \dots, X_n\}$, lo representaremos mediante \mathbf{X} . la configuración $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ representa los valores que toma cada variable X_i . (Díez, 2012)

Probabilidad conjunta

Dado un conjunto de variables discretas $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$, se define la *probabilidad conjunta* como una aplicación que a cada configuración $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ se le asigna un número real no negativo de modo que; (Díez, 2012)

$$\sum_{\mathbf{x}} P(\mathbf{x}) = \sum_{x_1} \cdots \sum_{x_n} P(x_1, \dots, x_n) = 1$$

$P(x_1, \dots, x_n)$, representa la probabilidad de que, para cada i , la variable X_i tome el valor x_i .

Probabilidad marginal

Dada la distribución de probabilidad conjunta $P(x_1, \dots, x_n)$, la *probabilidad marginal* para un subconjunto de variables $\mathbf{X}' = \{X'_1, \dots, X'_{n'}\} \subset X$ viene dado por (Díez, 2012)

$$P(\mathbf{x}') = P(x'_1, \dots, x'_{n'}) = \sum_{x_i | X_i \notin \mathbf{X}'} P(x_1, \dots, x_n)$$

El sumatorio dice que hay que sumar las probabilidades correspondientes a todos los valores de todas las variables de \mathbf{X} que no se encuentran en \mathbf{X}' . Por tanto, la distribución marginal para una variable X_i se obtiene sumando las probabilidades para todas las configuraciones posibles de las demás variables: (Díez, 2012)

$$P(x_i) = \sum_{x_j | X_j \neq X_i} P(x_1, \dots, x_n)$$

Probabilidad condicional

La probabilidad condicional, está dada con respecto a la ocurrencia de un primer evento B para hallar la probabilidad de que ocurra un segundo evento A, en otras palabras que un segundo evento A ocurrirá si un primer evento ya ha ocurrido.

Dados dos subconjuntos disjuntos de variables, $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$ e $\mathbf{Y} = \{Y_1, \dots, Y_n\}$, y una configuración x de \mathbf{X} tal que $P(x) > 0$, la *probabilidad condicional* de y dado x , $P(y|x)$, se define como

$$P(y|x) = \frac{P(x, y)}{P(x)}$$

Variables independientes

Dos variables X e Y son independientes sii todos los pares de valores x e y son independientes, es decir, sii (Díez, 2012)

$$\forall x, \forall y, \quad P(x, y) = P(x) \cdot P(y)$$

2.5 TEOREMA DE BAYES

El concepto de Bayes hace énfasis en eventos secuenciales y básicamente en la probabilidad de que un efecto en particular se dé, por consecuencia de una causa específica. En otras palabras en el siglo XVII, Thomas Bayes

formulo un teorema que lleva su nombre el cual, utiliza información obtenida de un segundo evento para revisar la probabilidad de que haya ocurrido un primer evento.

Según (Weiers, 2006), el Teorema de Bayes para la revisión de la probabilidad se expresa de la siguiente manera:

En particular dado dos eventos A y B. Probabilidad de A, dado que haya ocurrido el evento B:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{[P(A) \times P(B|A) + P(A') \times P(B|A')]}$$

Teorema de Bayes generalizado

En forma general. Probabilidad del evento A_i , dado que haya ocurrido el evento B:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i) \times P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^k [P(A_i) \times P(B|A_i)]}$$

Donde A_i = el i-ésimo de los k eventos mutuamente exclusivos y exhaustivos.

Aplicación del teorema de Bayes

El teorema de Bayes se utiliza para conocer la probabilidad a posteriori de cierta variable de interés dado un conjunto de hallazgos o evidencias. En

otras palabras es una herramienta de cálculo útil cuando se quiere modificar probabilidades a priori cuando recibimos evidencias sobre alguna de las variables. Las definiciones formales son las siguientes:

Hallazgo

Es la determinación del valor de una variable, $H = h$, a partir de un dato (una observación, una medida, etc.). (Díez, 2012)

Evidencia

Es el conjunto de todos los hallazgos disponibles en un determinado momento o situación: $e = \{H_1 = h_1, \dots, H_r = h_r\}$. (Díez, 2012)

Probabilidad a priori

Es la probabilidad de una variable o un conjunto de variables cuando no hay ningún hallazgo. La probabilidad a priori de \mathbf{X} coincide, con la probabilidad marginal $P(x)$.

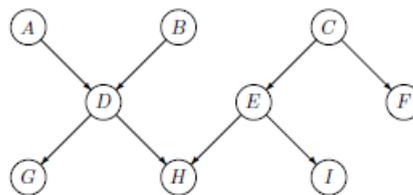
Probabilidad a posteriori

Es la probabilidad de una variable o un conjunto de variables dada la evidencia \mathbf{e} : $P(x | e)$.

2.6 DEFINICIONES SOBRE GRAFOS

Grafo.- Un grafo está constituido por un conjunto de nodos y enlaces; es un par $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, A)$ donde \mathcal{N} es un conjunto de nodos y A un conjunto de enlaces definidos sobre los nodos de \mathcal{N} .

Grafo dirigido.- Es aquel cuyos enlaces son todos dirigidos. Un enlace (X, Y, dirigido) puede representarse como $X \rightarrow Y$.



Un grafo dirigido
(De F.J. Díez, Introducción a los Modelos Gráficos Probabilistas, pg.22)

Padre.- X es un padre de Y si y solo si existe un enlace o arco $X \rightarrow Y$.

Hijo.- Y es un hijo de X si y solo si existe un enlace $X \rightarrow Y$.

Grafos Dirigidos Acíclicos (GDA)

Poliárbol.- Un poliárbol es un grafo dirigido que no contiene ciclos.

2.7 REDES BAYESIANAS

Una red bayesiana consta de tres elementos: un conjunto de variables aleatorias, X ; un grafo dirigido acíclico (GDA) $G = (X, A)$, cada nodo representa una variable X_i ; y una distribución de probabilidad sobre X , $P(X)$, que puede ser expresada de la siguiente manera: (Díez, 2012)

$$P(\mathbf{x}) = \prod_i P(x_i | pa(X_i))$$

donde las $P(x_i | pa(X_i))$ son las probabilidades condicionadas que definen la probabilidad de cada estado en los que puede estar una variable, dados los posibles estados de sus padres, estas se obtienen a partir de $P(\mathbf{x})$.

Observe que en esta ecuación se tiene una probabilidad condicionada por cada nodo del grafo: el nodo X_i es la variable condicionada y sus padres son las variables condicionantes. Por tanto, la definición de red bayesiana establece una relación entre el grafo y la distribución de probabilidad, pues es el grafo el que determina como se factoriza la probabilidad. Visto de otra manera, por cada forma en que puede factorizarse una distribución de probabilidad tenemos una red bayesiana diferente, cada una con su propio GDA. (Díez, 2012).

Interpretación causal de un grafo

En un grafo dirigido acíclico; la interpretación causal de un enlace $X \rightarrow Y$, se entiende que la presencia de X hace que se produzca Y.

Características de la red Bayesiana:

a) Inferencia bidireccional

Las redes Bayesianas pueden hacer inferencias en ambos sentidos, es decir, dado un primer evento se puede predecir un segundo evento y viceversa.

b) Valores de confianza

La salida de una red Bayesiana es una probabilidad de distribución en lugar de valores únicos, esto es esencial si el modelo se ha construido para ser usado en toma de decisiones. Por ejemplo, en una variable con estados alto, medio, y bajo, la red Bayesiana estima la probabilidad de cada uno de estos estados (Tuya, *et al.*, 2007).

Además, la red bayesiana tiene un conjunto de funciones de probabilidad condicional, una por cada variable en la red, sobre los que ha de aplicarse la regla de Bayes. Más específicamente, cada variable de la red está

caracterizada por una tabla de probabilidad condicional donde se representan los valores que puede tomar esa variable en función de los valores que toman el conjunto de variables de las que depende. (López, et al., 2007)

2.8 APLICACIÓN DE LAS REDES BAYESIANAS EN LA EDUCACION

Las redes bayesianas se están convirtiendo en la forma más común de representar el estado de los conocimientos de los estudiantes, habilidades o capacidades, medido sobre un conjunto de variables en orden jerárquico (Almound, et al., 2008). El éxito o fracaso de un estudiante sobre una variable de competencia específica va a depender del estado del mismo en dicha competencia en orden de jerarquía.

Las redes bayesianas están diseñadas para hallar las relaciones de dependencia e independencia entre todas las variables que conforman el dominio de estudio. Basado en ello, se utilizan métodos de razonamiento probabilístico que permiten realizar predicciones sobre el valor de cualquier variable desconocida basados en los valores de las conocidas. (Fergaer, nd)

Un conjunto de variables describen la competencia del estudiante siguiendo una secuencia o un orden jerárquico, estas se expresan como un árbol en forma de red Bayesiana. Además existe una correlación entre las variables y sus padres en la jerarquía. (Almond, et al., 2008)

2.9 INTELIGENCIA ARTIFICIAL (IA)

La IA se define como una *ciencia que tiene por objetivo el diseño y construcción de maquinas capaces de imitar el comportamiento inteligente de las personas.* (Álvarez, 1994)

En la actualidad las líneas de investigación en Inteligencia Artificial, buscan que las maquinas sean capaces de hacer generalizaciones a partir de lo particular, de una situación del entorno. Hoy en día se utilizan técnicas como las redes y métodos probabilísticos (redes bayesianas) o de Markov. (García, 2012)

2.10 MODELO DE TEORIA DE RESPUESTA AL ÍTEM (TRI)

La TRI analiza el comportamiento de los tests e intenta dar fundamentos probabilísticos al problema de cálculo de rasgos no observables.

Los modelos TRI tienen características generales: (a) considera la existencia de aptitudes, habilidades o rasgos latentes que permiten estimar o explicar la conducta de un individuo a partir de un ítem de un test; (b) se asume que existe una relación entre el rasgo y la respuesta dados por el examinado al ítem puede ser modelado por medio de una función monótona creciente $P_i(\theta)$ de parámetro θ , que recibe el nombre de Curva Característica del Ítem (CCI). (Conejo, Millan, Perez de la Cruz, & Trella, 2001)

Modelo Logísticos de dos Parámetros 2PL (o Modelo de Birnbaum)

Actualmente se están utilizando modelos como los llamados Modelos Logísticos, basados en la función de distribución logística cuya forma de la CCI describe toda una familia de curvas de apariencia similar a la Normal. Dentro de los que se destacan encontramos a los modelos de un parámetro (Rasch, 1960), y los de dos y tres parámetros (Birnbaum, 1968), siendo este último el más general y el más realista desde el punto de vista empírico. Todos estos modelos están fundamentados en suponer la independencia local que afirma que si la aptitud θ (el rendimiento en el test) permanece invariante, las respuestas de los examinados a un par de ítem cualquiera, son estadísticamente independientes. En el modelo de dos parámetros la CCI_i representa la probabilidad de que el alumno responda correctamente al ítem i ($p_i = 1$) supuesto que $\theta = C_j$. (Conejo, et al., 2001)

$$P_i(C_j) = P(p_i = 1 | \theta = C_j) = \frac{1}{1 + e^{-a_i(C_j - b_i)}}$$

Índice de discriminación (a_i): Es una medida de la capacidad que tiene el ítem de distinguir entre un estudiante hábil y uno menos hábil.

Nivel de dificultad (b_i): Es el nivel de dificultad del ítem, que describe qué cantidad de aptitud requiere el ítem para ser resuelto correctamente.

Este modelo de respuesta se utilizara para obtener la estimación de la habilidad θ . Además se empleara el método de máxima verosimilitud, que busca el valor de θ que hace máxima la función de probabilidad. (Conejo, et al., 2001)

$$L(\bar{p} | \theta = C_j) = L(p_1, \dots, p_n | \theta = C_j) = \prod_{i=1}^n P_i(C_j)^{p_i} (1 - P_i(C_j))^{1-p_i}$$

donde el vector de respuestas del alumno es $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, p_i puede tomar dos valores: 1 si el alumno contestó correctamente al ítem i ésimo y es 0, en caso contrario, y $P_i(C_j)$ es la probabilidad de responder de manera correcta al ítem i cuando el nivel de conocimiento de la variable latente es $\theta = C_j$. (Conejo, et al., 2001)

CAPITULO III

MÉTODO

3.1 PARTICIPANTES

Para realizar este estudio participo un grupo intacto de 30 estudiantes de tercer semestre registrados en la asignatura de Física D; esta materia se dicta dentro del p nsum de las carreras de Ingeniería que ofrece una universidad ecuatoriana.

3.2 TAREAS INSTRUCCIONALES E INSTRUMENTOS.

Para el diagnóstico de la habilidad de cada estudiante se tomó una prueba al término que el profesor desarrolló uno de los temas del programa de estudios de la materia de Física D; este test fue un instrumento de desarrollo, basado en pruebas referida a criterio. La tarea instruccional utilizada en este estudio fue la unidad de Óptica Geométrica, específicamente el tema: *Reflexión y refracción en una superficie plana.*

Cada una de estas pruebas fueron diseñadas utilizando el modelo instruccional de Dick & Carey. Los ítems de las pruebas se desarrollaron para cada uno de los objetivos del mapa de objetivos. Para tomar la prueba se dispuso de cuarenta minutos.

3.3 DESARROLLO DEL ANALISIS INSTRUCCIONAL

A continuación se muestra el Análisis Instruccional del aprendizaje de una habilidad intelectual cuyo objetivo es *resolver ejercicios de formación de imágenes en espejos planos* de acuerdo al modelo de Dick a Carey, en la unidad de óptica geométrica. En la figura se muestran las habilidades

subordinadas siguiendo una secuencia u orden jerárquico, donde cada nodo representa un objetivo o variable de contenido.

Tópico: Formación de imágenes en superficies Reflectantes (Óptica Geométrica).

Logro Instruccional: Al finalizar esta unidad el estudiante estará en capacidad de identificar la posición orientación y naturaleza de una imagen producida en una superficie reflectante por método gráfico y analítico.

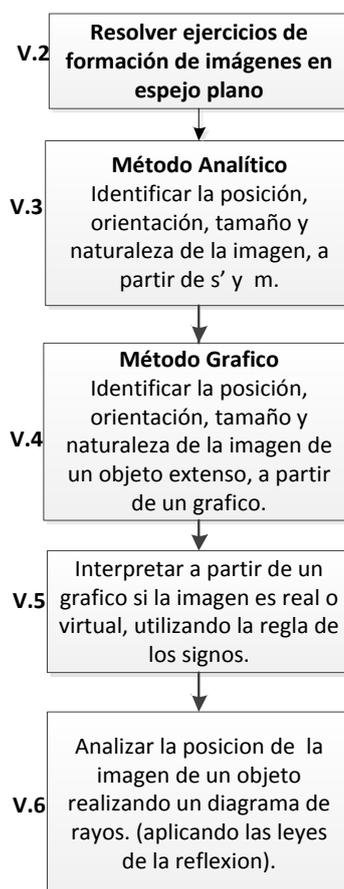


Figura 13: El aprendizaje de una habilidad intelectual cuyo objetivo *resolver ejercicios de formación de imágenes en espejos planos*.

Elaborado por: El Autor

3.4 DIAGNOSTICO Y EVALUACION DEL ESTADO DE CONOCIMIENTO MEDIANTE REDES BAYESIANAS

Aquí, se hizo una descripción del como las redes bayesianas pueden ser utilizadas en el diagnóstico y evaluación del estado de los conocimientos del alumno y la manera en cómo se estructuró el modelo estructura de la red, además se definió las variables, arcos y parámetros de entrada.

3.5 VARIABLES

Dentro del modelo se consideró dos tipos de variables: variables para medir el nivel de conocimiento alcanzado por el alumno, y variables evidencias. Las variables de conocimiento están ubicadas en la red bayesiana según el nivel de jerarquía, para hacer una evaluación específica. A continuación se describe cada una de ellas.

VARIABLES que miden el conocimiento del alumno. Se utilizó dos niveles de jerarquía. En el nivel más bajo de la jerarquía están los subtemas, que son el conjunto de todos los conceptos. Subiendo de nivel se colocan los temas, que son la agrupación de todos los subtemas. En el nivel inmediatamente superior se colocan los capítulos, que son el conjunto de todos los temas. Y en el nivel más alto de la red aparecería la asignatura,

que son la agrupación de todos los temas. El capítulo y la asignatura en esta ocasión no será objeto de estudio. Se consideró que todos los nodos de la red son binarios, pero la interpretación que se le a la probabilidad difiere de cada uno de los distintos tipos de nodo. En los nodos de subtemas la probabilidad representa como que el estudiante conoce o no los conceptos del subtema, a diferencia que en los nodos de tema, capítulos y asignatura esta probabilidad se interpreta como una medida del nivel de conocimiento alcanzado por el alumno (alto, medio o bajo). A continuación se presenta la tabla de puntuaciones, en las que se basará la interpretación de probabilidad del nodo de tema.

Tabla N° 4
Cuadro de calificaciones con sus respectivas equivalencias, en probabilidad, puntaje y clasificación según el nivel de dominio.

Probabilidad	Puntaje	Clasificación
0 - 0.59	0 – 5.99	Bajo
0.6 - 0.79	6- 7.9	Medio
0.8 -1	8 -10	Alto

Elaborado por: El Autor

VARIABLES DE EVIDENCIA. Para este estudio fueron preguntas de desarrollo. Las respuestas a estas preguntas pueden ser correctas o incorrectas, para esto se estableció un umbral $z=0.7$, si la calificación que obtuvo el estudiante es mayor o igual que z , se consideró correcto y si es inferior a z como incorrecto.

3.6 ARCOS

Aquí se definió las relaciones entre las variables de conocimiento. Se consideró que dominar un nodo de conocimiento tiene una influencia causal en dominar aquellos nodos de conocimiento de nivel inmediatamente superior en la jerarquía. Por otro lado la relación entre nodos de conocimiento y las preguntas, se tomó en cuenta que poseer el conocimiento tiene influencia causal en responder a las preguntas. La red bayesiana se muestra en la Figura 14, donde cada uno de los nodos se han etiquetado de la siguiente manera: *Cap.* un nodo de capítulo, T_j representa un nodo tema, ST_{ij} representa un nodo de subtema y P_i un nodo pregunta.

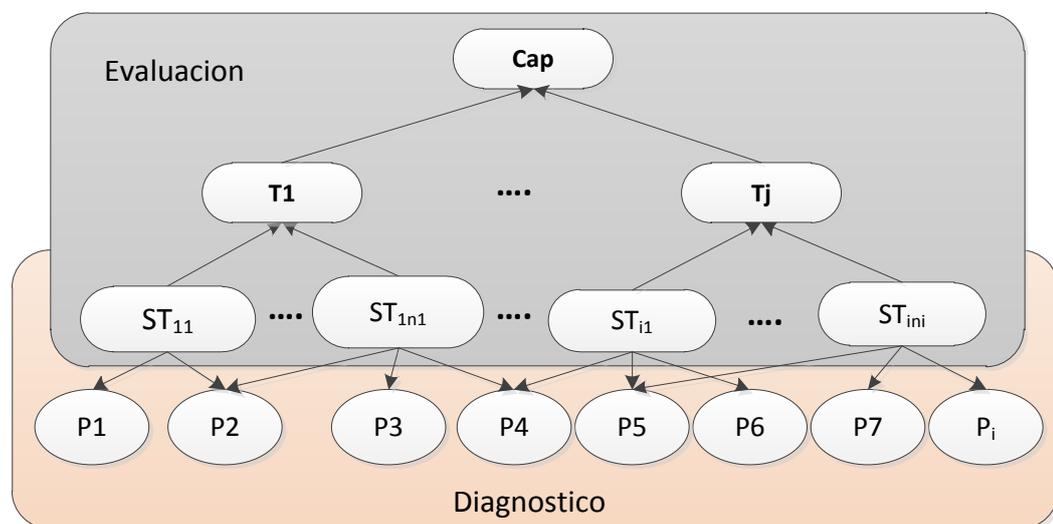


Figura 14: Red bayesiana para el diagnóstico y evaluación del conocimiento mediante una prueba.

Fuente: Adaptado de Conejo, et al., Modelado del alumno: un enfoque bayesiano, 2001

Elaborado por: El Autor

Se puede ver que la red bayesiana se la dividido en dos segmentos que se intersecan en los subtemas: el segmento que sostiene la fase de diagnóstico, en el que se determinan el nivel de los conocimientos obtenido en cada uno de los subtemas, en base a las respuestas del alumno en la prueba, y el segmento que sustenta la fase de evaluación, en el que a partir de los resultados en la fase de diagnóstico se determina el grado de conocimiento adquirido por el alumno, en los temas y posteriormente capítulos.

3.7 PARÁMETROS

Probabilidad a priori de los nodos de subtema. Se definió $P(E_{ik})$ como la probabilidad de un estudiante i en un concepto k , es decir, se utilizo la información que se tenía del estudiante en particular, en este caso fue la nota que obtuvo en la materia pre-requisito/s a Física D.

Probabilidad condicional de cada pregunta dados los subtemas. Para aquello se utilizó el modelo TRI de dos parámetros: a , que es índice de discriminación y b , que es el nivel de dificultad de la pregunta. A partir de a y b se define la función F mediante la expresión:

$$F(C_j) = \frac{1}{1 + e^{-a_i(C_j - b_i)}}$$

Esta función representa la probabilidad de responder correctamente a la pregunta dado un conjunto de subtemas j que en ella participan para un estudiante en particular, de modo que mientras más conceptos se sepan será más probable que responda correctamente.

Probabilidad condicional de los temas dados los subtemas. Estas probabilidades se pueden calcular de la siguiente manera: a partir de la cuantificación de la importancia de cada subtema en el tema. Para esto se va a decir que $ST_{ij}, i = 1, \dots, n_j$, son todos los subtemas relacionados con el tema T_j , y W_{ij} representa el peso del subtema ST_{ij} en el tema $T_j, i = 1, \dots, n_j$. Por lo tanto, la distribución de probabilidad conjunta se calcula con la siguiente expresión, para cada $S \subseteq \{1, \dots, n_j\}$: (Conejo, *et al.*, 2001)

$$P(T_j | (\{C_{ij} = 1\}_{i \in S}, \{C_{ij} = 0\}_{i \in S})) = \frac{\sum_{i \in S} W_{ij}}{\sum_{i=1}^n W_{ij}}$$

CAPITULO IV

RESULTADOS

4.1 RESULTADOS QUE SE OBTUVO DE LA RED BAYESIANA

Probabilidad a posteriori

Después de tomar las pruebas, se calcula la probabilidad *posteriori* a nuestras creencias (probabilidad *priori*) de la situación del objetivo para cada estudiante en particular, y de acuerdo al nivel de desempeño se inferirá el éxito o fracaso futuro de cada estudiante.

Para diagnosticar el conocimiento de los alumnos en un tema en particular se utilizo una red bayesiana compuesta por el tema T_2 , tres subtemas ST_{21} ,

ST₂₂, ST₂₃ y siete preguntas P₁,...P₇. Cada pregunta se relaciona con un concepto a la vez, como se representa en la Figura 15.

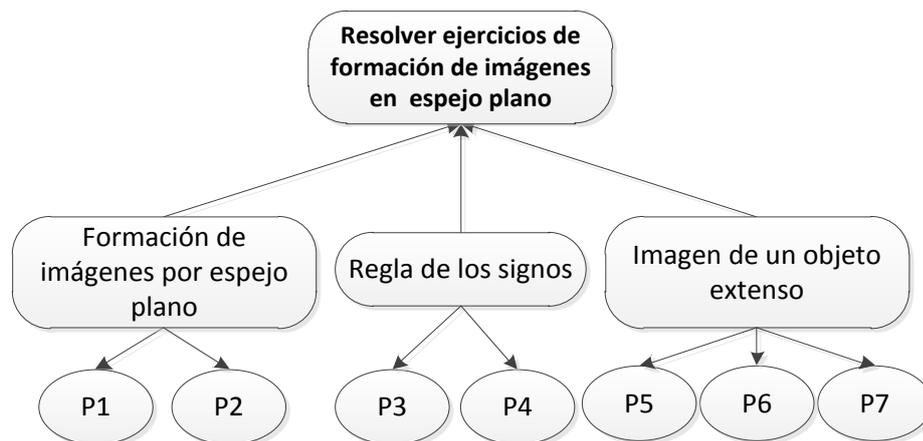


Figura 15: Red bayesiana con las relaciones entre preguntas, subtemas y tema.
Elaborado por: El Autor

Para evaluar el funcionamiento del modelo de diagnóstico se utilizó el grupo de 30 estudiantes y se procedió de la siguiente manera. Como primer punto se estableció un umbral c' de 0.4. Luego de tener los resultados de las pruebas, se calculó mediante Bayes la probabilidad de cada uno de los conceptos, mediante la expresión $P(E_{ik}|P_i)$, que es la distribución condicional de un estudiante i en un concepto k (E_{ik}) dado los resultados observados de la prueba escrita (P_i), si la probabilidad de un concepto es mayor que $1-c'$ se consideró que el alumno sabe el concepto, si es inferior a c' que el alumno

no lo sabe, y si el valor está entre $0.4 < P(E_{ik}|P_i) < 0.6$, el modelo no pudo diagnosticar si el alumno en cuestión sabe o no.

$$P(E_{ik}|P_i) = \frac{P(E_{ik}) \times P(P_i|E_{ik})}{\sum_{E'_{ik}} P(E'_{ik}) \times P(P_i|E'_{ik})}$$

Al cada alumno se tomo un test de siete preguntas. El total de subtemas diagnosticados es de (3x30=90 subtemas) correctos/ incorrectos y aquellos que él modelo no pudo diagnosticar en total y 30 por cada subtema. A continuación se presentan los resultados obtenidos para el subtema 1, subtema 2, subtema 3 y el total.

4.1.1 Resultados y discusión del subtema 1: Formación de imágenes por espejo plano

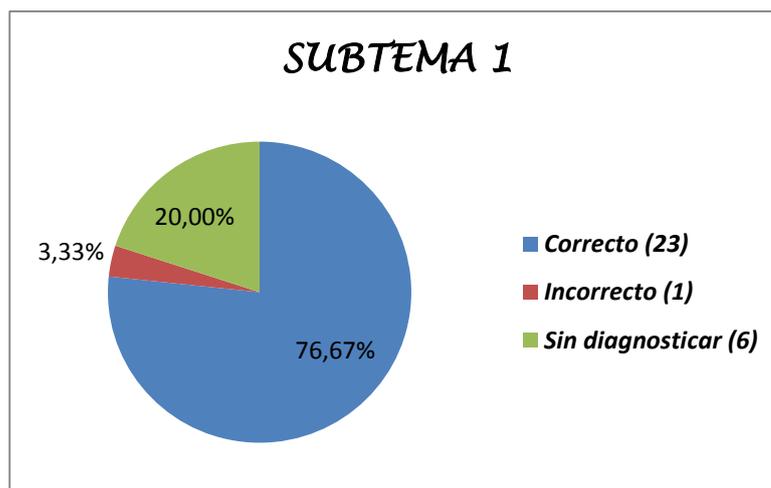


Figura16: Resultados del subtema 1 (correcto, incorrecto y sin diagnosticar) de los 30 estudiantes.

Elaborado por: El Autor

En la figura 16, se puede observar que el modelo pudo diagnosticar el 77% correcto, el 3% incorrecto y un 20% no pudo evaluar, obtenidos del grupo de 30 estudiantes. Considerando que solo fueron dos preguntas para este subtema, se puede declarar que los resultados obtenidos son aceptables.

4.1.2 Resultados y discusión del subtema 2: regla de los signos

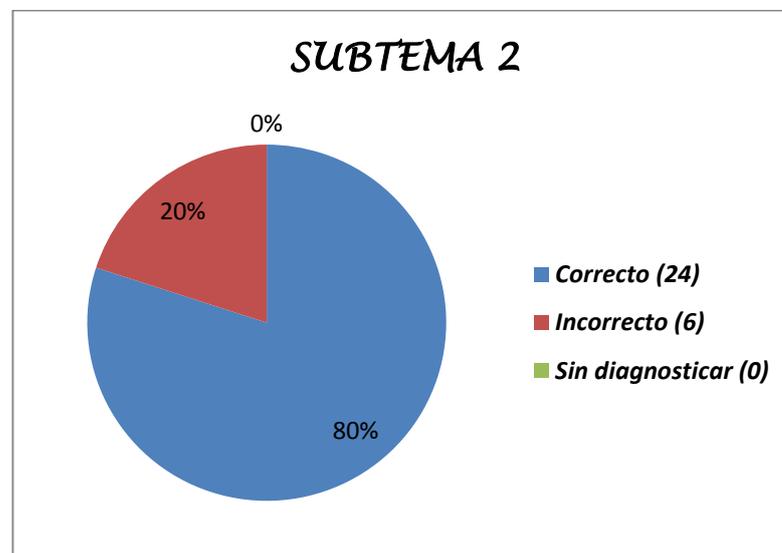


Figura 17: Resultados del subtema 2 (correcto, incorrecto y sin diagnosticar) de los 30 estudiantes.
Elaborado por: El Autor

En la figura 17, se puede observar que el modelo pudo diagnosticar el 80% correcto y el 20% incorrecto, obtenidos del grupo de 30 estudiantes. Considerando que solo fueron dos preguntas, se puede declarar que los resultados obtenidos son aceptables.

4.1.3 Resultados y discusión del subtema 3: imagen de un objeto extenso

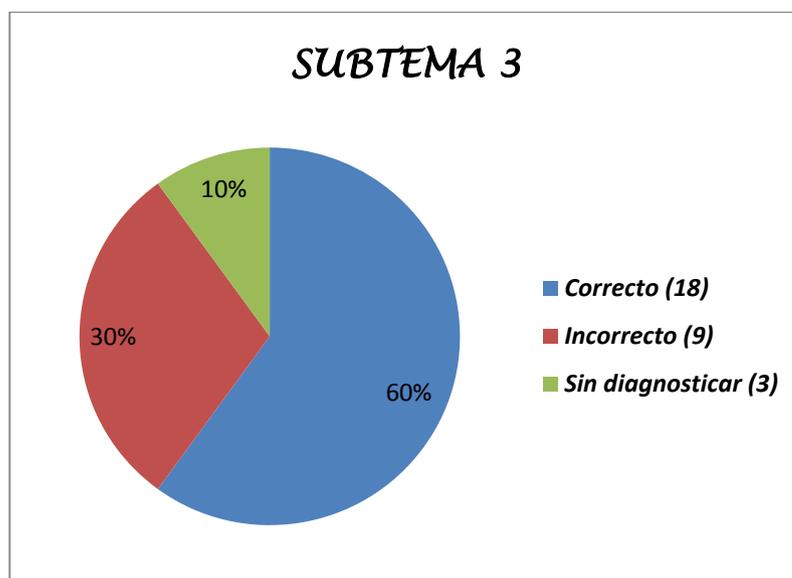


Figura 18: Resultados del subtema 3 (correcto, incorrecto y sin diagnosticar) de los 30 estudiantes.

Elaborado por: El Autor

En la figura se puede observar que el modelo pudo diagnosticar el 60% correcto, el 30% incorrecto y un 10% no pudo evaluar, obtenidos del grupo de 30 estudiantes. Considerando que solo fueron tres preguntas, se puede declarar que los resultados obtenidos son aceptables.

4.1.4 Resultados y discusión de los subtemas con los resultados de la prueba.

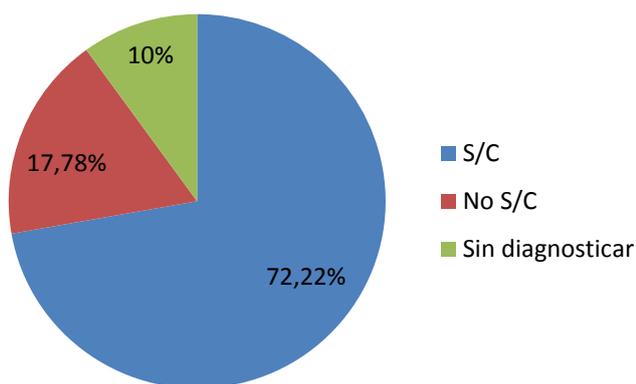


Figura 19: Resultados de los subtemas (sabe concepto, no sabe el concepto y sin diagnosticar) de los 90 subtemas diagnosticados para los estudiantes.

Elaborado por: El Autor

En la figura se puede observar que el modelo pudo diagnosticar el 72.22% saben los conceptos, el 17.78% no saben los conceptos y un 10% no pudo evaluar, obtenidos del grupo de 30 estudiantes. Considerando que solo fueron siete preguntas, y tres subtemas diagnosticados, se puede declarar que los resultados obtenidos son aceptables; esto se debe a la forma de cómo se concibió el modelo.

4.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN DEL TEMA 2: RESOLVER EJERCICIOS DE FORMACION DE IMAGENES EN ESPEJO PLANO

4.3.1 Gráfico del nivel de competencia de cada tema del grupo

Sumando las distribuciones marginales de cada estudiante, $\sum_i [P(E_{ik}|P_i)]$ se obtiene la probabilidad de los estudiantes en cada nivel de dominio (alto, medio y bajo), si dividimos para el tamaño de de la clase nos da un valor en porcentaje.

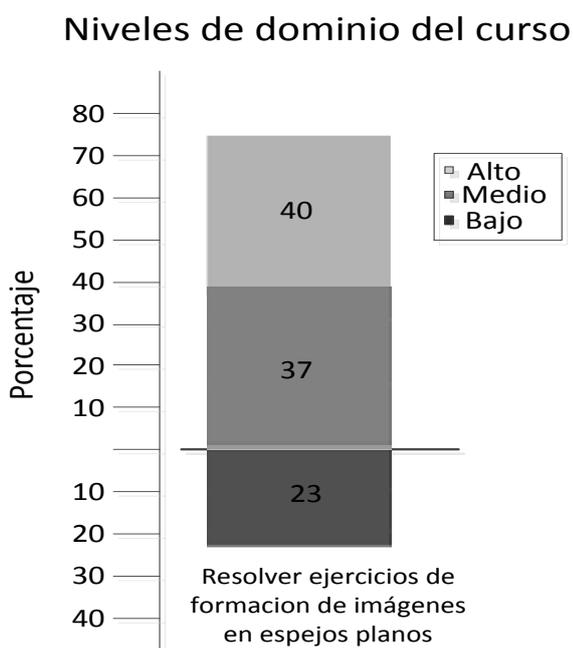


Figura 20: Gráfico de barras de los 30 estudiantes del tema “resolver ejercicios de formación de imágenes en espejos planos”. Clasificación según el dominio o habilidad (alto, medio y bajo).

Elaborado por: El Autor

La figura nos indica: los números en las barras dan el porcentaje para cada nivel de dominio. La línea que corta el eje de la ordenada representa el porcentaje de estudiantes que están encima y por debajo de la nota mínima de seis. Como podemos apreciar que un 77% de los estudiantes tiene una calificación arriba de seis mientras que el 23% tiene notas inferiores a seis, con estos resultados se puede inferir que los estudiantes de este grupo tienen una probabilidad del 0.77 de tener éxito en este tema, y una probabilidad de 0.23 de fracasar.

4.3.2 **Gráfico del nivel de competencia de cada tema individual**

Del grafico anterior al ver que el 23% de los estudiantes están en el nivel bajo de la variable “*resolver ejercicios de formación de imágenes en espejos planos*”, la pregunta que se hace el profesor es, ¿“Cuáles son estos estudiantes”? La respuesta viene de la red Bayes, es la probabilidad para cada estudiante.

Pero la una pregunta más interesante aun se refiere a la identificación de los estudiantes que necesitan ayuda adicional, aquellos que sometiéndolos a un proceso de tutoría están en la capacidad de alcanzar el siguiente nivel de dominio más alto, y en realidad eso es lo que buscamos hallar aquellos estudiantes, para de esta manera “rescatarlos”, esta pregunta se puede

responder graficando las calificaciones de cada uno de los estudiantes en el tema, la figura 21, muestra estos resultados.

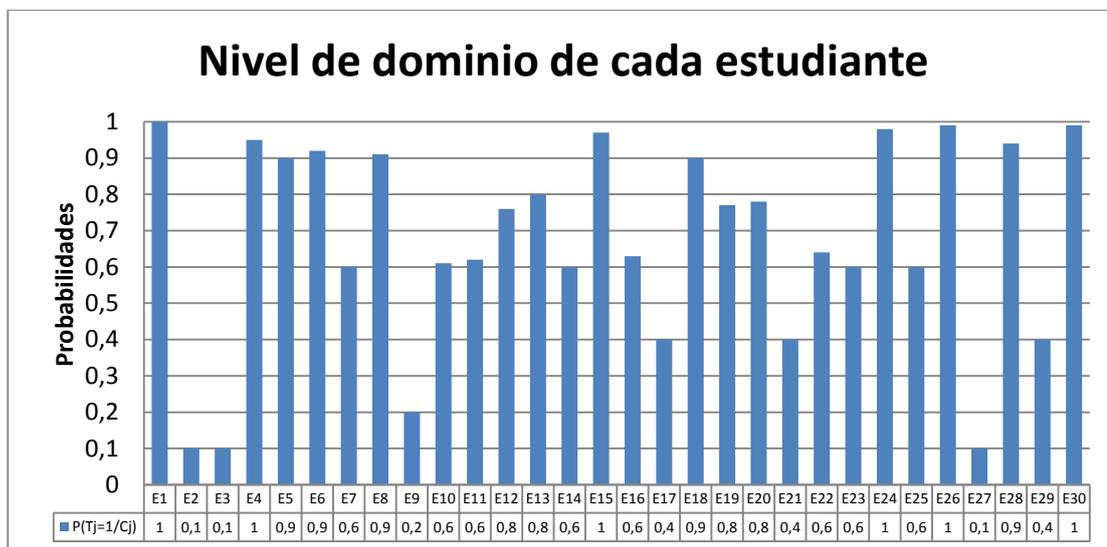


Figura 21: Gráfico de nivel de dominio de cada uno de los 30 estudiantes. Las barras indican la probabilidad de cada estudiante en el tema.

Elaborado por: El Autor

Como podemos apreciar de la figura los estudiantes E12, E19 y E20 cuyas probabilidades son de 0.76, 0.77, 0.78 respectivamente, son de interés porque están muy próximos de alcanzar el siguiente nivel (alto), pero, más interesante sería poder subir de nivel a aquellos que estén en el nivel bajo para pasarlos al nivel medio, ya que estos estudiantes están dentro de las probabilidades de fracasar en el tema y posteriormente en la materia. Sin embargo de acuerdo a los resultados de los alumnos que están en nivel bajo estos presentan puntajes muy bajos o lejanos del siguiente nivel (medio), de tal manera que sería un trabajo casi imposible para que ellos puedan alcanzar el siguiente nivel.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

En este trabajo se mostraron herramientas tanto para el diseño de una instrucción basada en el modelo de Dick & Carey y se dio una pauta a lo que se podría hacer para diseñar modelos de sistemas de tutorías, con el uso de la TRI y las redes bayesianas en la estimación del estado cognitivo de los estudiantes a partir de los resultados de un test.

Además se pudo notar que el uso de la TRI y las redes bayesianas son herramientas que proporcionan estimaciones más reales del estado cognitivo de los alumnos de una clase.

Por último; estas aplicaciones sin duda tienen un valor agregando en cuanto a enseñanza de la ciencia y la forma cómo se diagnostica y evalúan los resultados de aprendizaje.

5.2 RECOMENDACIONES

Es importante aclarar que esta metodología no solo se puede aplicar en cursos presenciales sino también en cursos a distancias, pero en nuestro medio estas herramientas en la actualidad no están disponibles.

Sería, importante diseñar y desarrollar un software que se conoce hoy en día como Sistema Tutor Inteligente (STI) que permita dar retroalimentación inmediata a los estudiantes que lo requieran de acuerdo a los resultados que el sistema proporcione al profesor de cada estudiante.

Dictar un taller sobre la TRI y las redes bayesianas para que los profesores tengan conocimientos sobre estas técnicas, e impulsen el desarrollo de las mismas en las universidades.

Para hacer que estos dos enfoques sean amigables se necesitan conocimientos más profundos en lo que concierne a estadística, informática, didáctica, psicología educativa.

Este trabajo no proporciona una estimación del estado cognitivo en la asignatura, por lo cual queda un camino abierto para aquellos que se interesen en este estudio y le agreguen otros parámetros que no se consideraron por efecto del diseño de la prueba y otras limitaciones.

ANEXOS

ANEXO A:

CAPITULO II DEL PROGRAMA DE ESTUDIO DE FISICA D, ESPECIFICAMENTE LOS TEMAS 2.1 Y 2.2.

(Adaptado del programa de estudio de Física D de la Escuela Superior Politécnica del Litoral)

1. ÓPTICA GEOMÉTRICA (Unidad 2)

2.1. Reflexión y refracción en una superficie plana (Tema 1)

2.11 Imágenes formadas por espejo plano (Subtema 1)

2.12 Regla de los signos (Subtema 2)

2.13 Imagen de un objeto extenso (Subtema 3)

2.2. Reflexión de una superficie esférica (Tema 2)

2.2.1 Imagen de un objeto puntual (Subtema 1)

2.2.2 Punto focal y distancia focal (Subtema 2)

2.2.3 Imagen de un objeto extenso (Subtema 3)

2.2.4 Espejos convexos (Subtema 4)

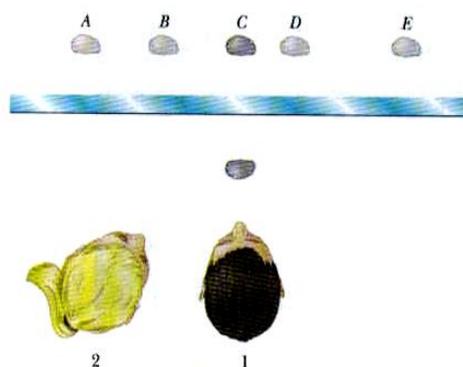
2.2.5 Método grafico para espejos (Subtema 5)

ANEXO B:

PRUEBA FORMATIVA DEL TOPICO FORMACION DE IMÁGENES EN ESPEJOS PLANOS

Tema #1

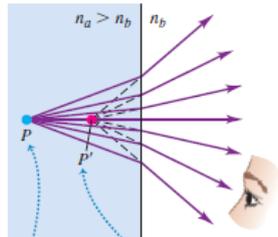
V6. En la vista superficial de la figura adjunta, la imagen de la piedra vista por el observador 1 está en C. Construya un diagrama de rayos de la piedra para el observador 1 y 2, y localice dónde el observador 2 ve la imagen. ¿En A, en B, en C, en D, en E, o en ninguna de éstas?



V6. A partir del grafico construido en el literal anterior y la propiedad de los espejos planos. ¿Cree usted que es importante saber la ubicación del observador para determinar el punto de imagen (P')?.

Tema #2

V5. Con respecto a la situación de la figura mostrada. Interprete de acuerdo a la ley de los signos; la distancia de imagen s' es positivo o negativo y a partir de aquello defina si la imagen es real o virtual.



Tema #3

V4. La imagen del espejo representa a la mano derecha de una persona. Marque con **V** o **F** a cada literal con respecto a esta imagen que forma el espejo.



- a) La imagen esta invertida ()
- b) La imagen es inversa ()
- c) La imagen es real ()
- d) La imagen es virtual ()
- e) La imagen es derecha ()

Tema #4

V4. Una vela de 4.85 cm de alto está 39.2 cm a la izquierda de un espejo plano. Construya un diagrama de rayos y responda: ¿Dónde el espejo forma la imagen, cuál es la altura de ésta, orientación y naturaleza de la imagen?

Tema #5

V3. Una vela de 4.85 cm de alto está 39.2 cm a la izquierda de un espejo plano. Interprete los resultados de las ecuaciones de relación (objeto – imagen) y aumento lateral. Responda: ¿Dónde el espejo forma la imagen, cuál es la altura de ésta, orientación y naturaleza de la imagen?

Tema #6

V2. La imagen de un árbol cubre exactamente la longitud de un espejo plano de 4.00 cm de alto, cuando el espejo se sostiene a 35.0 cm del ojo. El árbol está a 28.0 m frente al espejo. ¿Cuál es su altura?

ANEXO C:

Tabla No 3: Conocimientos y habilidades intelectuales agrupadas y ordenadas de menor a mayor complejidad con sus verbos observables para objetivos de aprendizaje del dominio cognitivo.

Conocimiento:		Comprensión:		Aplicación:	
Recordar y memorizar hechos, principios y conceptos.		Interpretar información poniéndola en sus propias palabras		Usar el conocimiento o la generalización en la solución de un problema o una nueva situación	
Afirmar	Listar	Clasificar	Inferir	Aplicar	Operar
Calificar	Memorizar	Describir	Interpretar	Calcular	Predecir
Citar	Nombrar	Distinguir	Justificar	Clasificar	Presentar
Clasificar	Organizar	Decir	Juzgar	Construir	Preparar
Describir	Reconocer	Discutir	Nombrar	Demostrar	Practicar
Definir	Relacionar	Explicar	Ordenar	Escoger	Programar
Enumerar	Recordar	Expresar	Relacionar	Examinar	Resolver
Emparejar	Repetir	Formular	Reconocer	Explicar	Seleccionar
Enunciar	Reproducir	Identificar	Representar	Emplear	Solucionar
Escribir	Resumir	Indicar	Seleccionar	Manifestar	Usar
Identificar	Seleccionar	Ilustrar	Ubicar	Mostrar	Utilizar
Análisis:		Síntesis:		Evaluación:	
Dividir el conocimiento en partes y mostrar relaciones entre ellas		Juntar o unir, partes o fragmentos de conocimiento para formar un todo y construir relaciones para situaciones nuevas.		Hacer juicio críticos en base a criterios dados. Valorar la información de manera cuantitativa y cualitativa.	
Analizar	Dividir	Concluir	Modificar	Aconsejar	Identificar
Buscar	Encontrar	Construir	Ordenar	Apoyar	Juzgar
Categorizar	Examinar	Crear	Organizar	Apreciar	Otorgar puntaje
Comparar	Experimentar	Desarrollar	Planear	Calificar	Predecir
Contrastar	Identificar	Discutir	Plantear	Comparar	Priorizar
Concluir	Inventariar	Diseñar	Precisar	Concluir	Reconocer
Criticar	Inferir	Escribir	Proponer	Criticar	Resolver
Cuestionar	Justificar	Esquematizar	Preparar	Defender	Seleccionar
Determinar	Reducir	Ensamblar	Recopilar	Determinar	Valorar
Diagramar	Resolver	Formular	Redactar	Discriminar	
Diferenciar	Seleccionar	Generalizar	Revisar	Elegir	
Discriminar	Señalar	Integrar	Seleccionar	Estimar	
Distinguir	Separar	Inventar	Trazar	Evaluar	

ANEXO D:

GRAFICO AMPLIADO DEL NIVEL DE DOMINIO DE CADA ESTUDIANTE

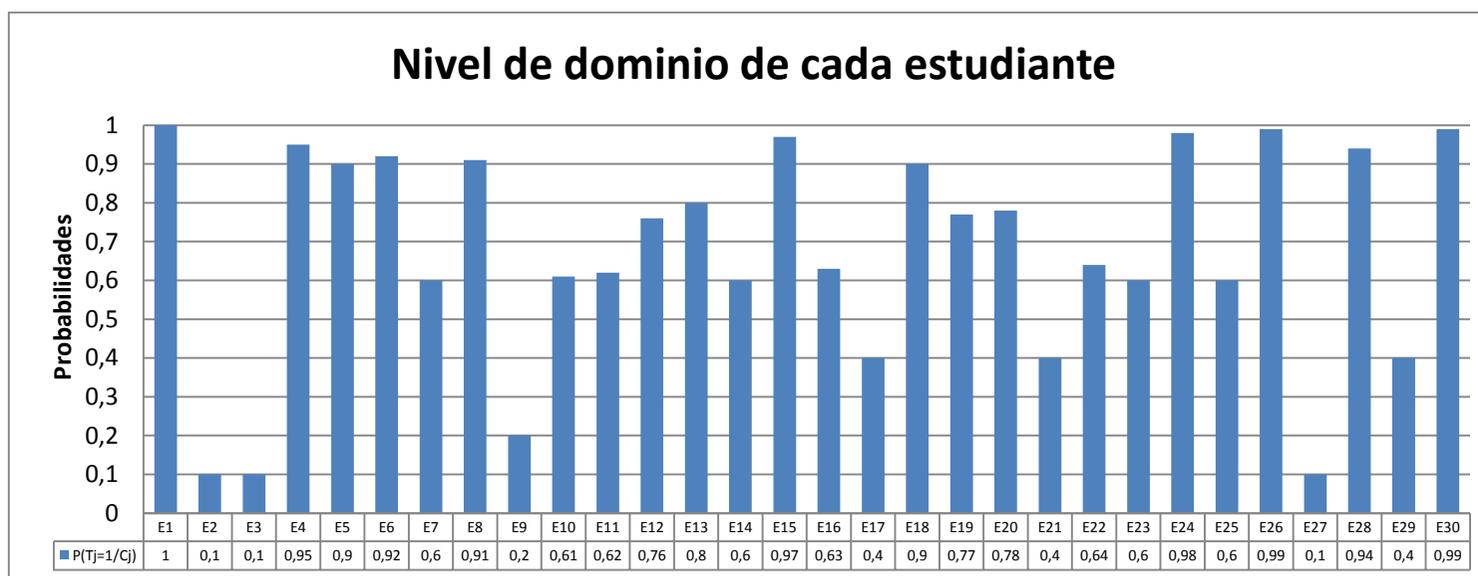


Figura 20: Grafico de nivel de dominio de cada uno de los 30 estudiantes. Las barras indican la probabilidad de cada estudiante en el tema.
Elaborado por: El Autor

Referencias Bibliográficas

- Almond, R. G., Shute, V. J., Underwood, J. S., & Zapata, J. D. (2008). Bayesian networks: A teacher's view. (P. b. Inc., Ed.) *International Journal of Approximate Reasoning*, 50 (2009) , 450-460.
- Álvarez Munárris, L. (1994). *Fundamentos de Inteligencia Artificial* (ed.II ed.). (U. d. Murcia, Ed.) Murcia: Selegráfica, S.L.
- ANUIES. (2007). Retencion y Desercion en un grupo de Instituciones mexicanas de Educacion Superior. En B. d. Superior, *Analisis de Probabilidades condicionales a partir del Metodo de Redes Bayesianas* (págs. 113-114). Mexico: Tunayuca 200.
- Bimbaum, A. (1968). Some latent trait models and their use in inferring an examinee's mental ability. En *Statistical theories of mental test scores*. MA: Addison-Wesley.
- CEDEFORP. (Marzo/Abril de 2011). *Centro europeo para el Desarrollo de la Formacion Profesional*, págs. 1-4.
- Conejo, R., Millan, E., Perez de la Cruz, J. L., & Trella, M. (2001). Modelado del alumno: un enfoque bayesiano. *Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*(12), 50-58.
- Dick, W., & Carey, L. (1985). *The Systematic Design of Instruction* (Segunda ed.). United State of America: Scott, Foresman and Company.
- Díez, F. J. (2012). Introduccion a los Modelos Graficos Probabilistas. *Dpto. Inteligencia Artificial UNED*.
- Eva Millán, T. L.-d.-I.-C. (December de 2010). Bayesian networks for student model engineering. *ELSEVIER/Computers & Education*, 55(4), 1663-1683.
- Fergaer, P. (nd). Optimizacion de las Redes Bayesianas en Tecnicas de Aprendizaje por Induccion. Buenos Aires, Argentina.
- Gagné, R. &. (1979). *Principles of instructional design* (Segunda ed.). New York: Hold, Rinehart, and, Winston.

- García, A. (2012). *Inteligencia Artificial, Fundamentos, práctica y aplicaciones*. Madrid: RC Libros.
- López, Camps, & Jordi. (2005). *Planificar la Formación con Calidad* (Primera ed.). Madrid, España: CISSPRAXIS.
- Lopez, Garcia, Sanchez, & De laFuente. (Diciembre de 2007). Las Redes Bayesianas como herramienta de modelado en psicología. *anales de psicología universidad de Murcia*, 23(2), 307-316.
- Marín, Á. (2005). Sistemas Expertos, Redes Bayesianas y sus aplicaciones. *Semana ESIDE*.
- Mergel, B. (mayo de 1998). Diseño instruccional y teoría del aprendizaje. Canada, Canada. Neapolitan. (2004). *Learning Bayesian networks*. Prentice Hall.
- Rodriguez, D., & Dolado, J. (2007). Redes Bayesianas en la Inteligencia del Software. 205.
- Sears, & Zemansky. (2009). *Física Universitaria* (Decimosegunda ed., Vol. 2). Mexico: PEARSON EDUCACION.
- Tuya, J., Ramos, I., & Dolado Cosín, J. J. (2007). Técnicas Cuantitativas para la Gestión en la Ingeniería del Software. En J. D. Daniel Rodriguez, *Redes Bayesianas en la Ingeniería del Software* (págs. 205-219). España: Netbiblo.
- Weiers, R. M. (2006). Introducción a la estadística para negocios. En *El Teorema de Bayes y la Revisión de la Probabilidad* (Quinta ed., pág. 184). Mexico: THOMSON.
- Woolfolk, A. (2005). *Psicología Educativa* (Novena ed.). Estado de Ohio: PERSON Educación.