



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería Marítima, Ciencias Biológicas, Oceánicas y

Recursos Naturales

**RESISTENCIA EXPERIMENTAL DE PANELES DE PLANCHA
REFORZADOS ORTOGONALMENTE SOMETIDOS A CARGA DE
IMPACTO**

TESIS DE GRADO

Previa la obtención del Título de

INGENIERO NAVAL

Presentado por

Carina Alexandra Agila Villacis

Guayaquil – Ecuador

2015

AGRADECIMIENTO

A Dios por guiar cada paso de mi vida, a mis padres Carlos y Carmen, por su infinito amor, cariño y apoyo tanto moral como económico. A mis hermanos Juan y Jonathan por su apoyo incondicional. Un agradecimiento especial a mi director de tesis profesor José Marín por su paciencia, guía y ayuda en el desarrollo de este trabajo. A toda mi familia y amigos que de una u otra manera colaboraron durante mis años de estudio, en especial Dennys, Cristopher y Betzabeth.

DEDICATORIA

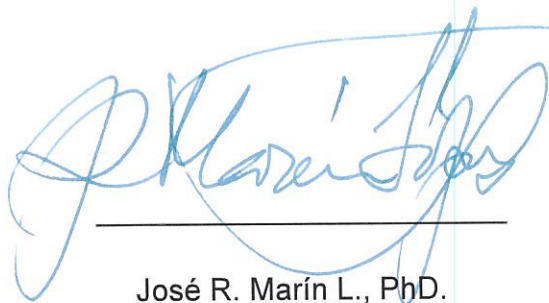
A dios por darme la oportunidad de vida y regalarme una maravillosa familia. A mis padres y hermanos por ser el motor fundamental de mi vida, ya que me han enseñado el valor de la humildad, perseverancia y dedicación. En especial a mi abuelito Angelito (+) que repentinamente se fue y aunque físicamente no está presente, estoy segura que desde el cielo me acompaña y me bendice siempre. A todas las personas que han formado y forman parte de mi vida.

TRIBUNAL DE GRADO



Alejandro Chanabá R., M.Sc.

Presidente del Tribunal



José R. Marín L., PhD.

Director de Tesis



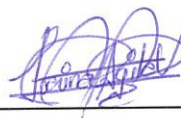
Guillermo García T., M.Sc.

Miembro del Tribunal de Grado

DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad por las ideas y doctrinas expuestas en esta tesis, corresponden exclusivamente a su autor, y el patrimonio intelectual de la Tesis de Grado corresponderá a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL)



Carina Alexandra Agila Villacis

RESUMEN

Se analiza en forma numérica y experimental, la respuesta al impacto del modelo de un panel del fondo de una lancha planeadora construida localmente en aleación de Aluminio, que presta servicio de patrulla en aguas de baja profundidad. Primero se aplica a nivel lineal la Teoría de Planchas Ortotrópicas, PO, y el Método de Elementos Finitos, al panel de 1.125x0.675 m que incluye 2 refuerzos longitudinales tipo platina de 35x3mm, y, 2 refuerzos transversales del mismo tipo de 70x3mm. Para esto, primero se ha desarrollado un programa usando lenguaje Visual Fortran, que implementa la solución de la flexión de una PO, mediante el Método de Diferencias Finitas. La solución proporciona valores aproximados de las deflexiones en los nodos, y a partir de ellas se calculan los momentos y fuerzas internas, y a su vez con ellas los esfuerzos. Luego, se modela el panel con elementos finitos planos, usando el programa ANSYS APDL 14, empleando un tamaño de malla de 1.5 cm, y considerando como empotrados todos los bordes del panel. Comparando las soluciones numéricas la TPO-DF predice valores de esfuerzos mayores a los obtenidos con el MEF, en aproximadamente 37%.

Para la parte experimental, se construyeron tres especímenes del panel reforzado con Aleación de Aluminio Naval 5086 de 3 mm de espesor. Se realizaron cuatro tipos de pruebas con cada especimen: carga estática, impacto preliminar, impacto y post impacto. En cada prueba se registran dos

valores de deformación unitaria y desplazamiento vertical, con diferente razón de registro, de acuerdo con el tipo de carga aplicada. Las pruebas de impacto constituyen la parte medular en esta experimentación, y se desarrollaron dejando caer verticalmente un golpeador cilíndrico sobre el espécimen desde una altura de 2.03 m; se emplearon 834 y 1500 registros/seg, para el medidor de deformaciones unitarias y deflexión, respectivamente. La velocidad de impacto de 5.78 m/s se midió con sensores de luz “LDR”.

Los resultados de las pruebas estáticas sirvieron para determinar la relación directa entre la deformación unitaria y deflexión, con el peso aplicado. Las pruebas preliminares de impacto se desarrollaron dejando caer una botella de plástico con agua sobre el espécimen y permitieron confirmar la operatividad de los equipos. En las pruebas de impacto el máximo valor de deformación unitaria fue de $800 \mu\epsilon$, 3.5 veces por debajo del correspondiente al esfuerzo de fluencia del material; sin embargo, este parámetro no fue medido en el borde del golpeador, que es donde se produce el máximo esfuerzo. La deflexión máxima por impacto fue de 12.5 mm. Luego de las pruebas, se registró una deformación permanente máxima de 3.0 mm en los bordes del golpeador.

Para analizar la influencia de los refuerzos, se comparó los resultados del panel con los de la zona central entre refuerzos, considerando como

empotrados todos sus bordes. Se encontró que esta rigidización disminuye los esfuerzos en 35% aproximadamente.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL.....	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
ÍNDICE DE TABLAS.....	xvi
ÍNDICE DE ANEXOS.....	xviii
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1.....	6
1.1 Descripción de la Teoría de Planchas Ortotrópicas.....	6
1.2 Implementación computacional de la Teoría de Planchas Ortotrópicas.....	12
1.3 Esquematización del panel reforzado a analizarse.....	26
1.4 Aplicación del programa computacional para analizar los paneles..	33
1.5 Modelo numérico utilizando Elementos Finitos.....	40
1.6 Descripción del proceso que lleva a la deformación plástica del material.....	46
CAPÍTULO 2.....	53
2.1 Construcción de especímenes.....	53
2.2 Descripción del proceso de las pruebas.....	59
2.3 Resumen de resultados experimentales.....	73
CAPÍTULO 3.....	79
3.1 Comparación de resultados entre modelos numéricos.....	79

3.2	Análisis de la interacción entre plancha y refuerzos.	95
3.3	Descripción del proceso de falla de los paneles.	106

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Panel reforzado modelado como Plancha Ortotrópica y convención de signos adoptado para el análisis.....	8
Figura 2: Plancha reforzada en uno de sus lados por refuerzos equidistantes en dos direcciones perpendiculares.....	10
Figura 3: Coeficientes en DF de la ecuación de Planchas Ortotrópicas, [5].	14
Figura 4: Diagrama de flujo del cálculo de una plancha reforzada por Diferencias Finitas.	17
Figura 5: Representación de la discretización del dominio de un panel, (Ejemplo: $n_{px} = n_{py} = 5$ divisiones en ambas direcciones).	19
Figura 6: Representación de las variables utilizadas para definir las características geométricas de una plancha reforzada.....	23
Figura 7: Plano de Líneas de Formas de la lancha LP-AST-1304, [10].	28
Figura 8: Ubicación del panel seleccionado de la lancha LP-AST-1304, [10].	30
Figura 9: Características geométricas del panel reforzado.....	31
Figura 10: Esquema del mapa de áreas dibujado con AutoCAD.....	32
Figura 11: Deflexión vertical (UZ) del panel a lo largo del nodo central.....	38
Figura 12: Distribución de momento flector–x del panel a lo largo del nodo central.	38

Figura 13: Distribución de momento flector–y del panel a lo largo del nodo central.	39
Figura 14: Representación de la geometría del panel en ANSYS.	41
Figura 15: Modelo numérico del panel.....	43
Figura 16: Detalle de la discretización de las áreas circulares del panel.	43
Figura 17: Asignación de desplazamientos conocidos al modelo numérico.	45
Figura 18: Impacto transversal central de un cuerpo cilíndrico rígido contra una plancha cuadrada empotrada, [14].	49
Figura 19: Proceso de deformación de un material asumido en la Teoría Clásica de Impacto, [13].	50
Figura 20: Plano en centímetros del panel reforzado.	54
Figura 21: Corte de los segmentos de plancha y refuerzos tipo platina.....	55
Figura 22: Soldadura de los refuerzos a los segmentos de plancha.....	55
Figura 23: Especímenes resultantes.....	56
Figura 24: Medición de espesores en cada espécimen.	59
Figura 25: Ubicación y denominación de los extensómetros.	61
Figura 26: Esquema de la posición de los extensómetros instalados.....	62
Figura 27: Esquema de los equipos de medición y elementos de ensayo....	64
Figura 28: Conexión de los dispositivos de adquisición de datos.	65
Figura 29: Disposición final de los equipos utilizados durante las pruebas. .	67

Figura 30: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y , y , deflexión (voltios) por acción de peso de: 4.32, 9.32, 14.32, 9.32, 4.32 kg.	69
Figura 31: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y , y , deflexión (milivoltios) por impacto de peso de 500 gr desde una altura de 2.00 m.	70
Figura 32: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y , y , deflexión (milivoltios) por impacto del golpeador de 4.32 kg desde una altura de 2.03 m.	71
Figura 33: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y por acción del retiro del golpeador de 4.32 kg.	72
Figura 34: Asignación de desplazamientos específicos con el MEF.....	81
Figura 35: Panel deformado en el sistema de coordenadas global, con asignación de desplazamientos 1 y 2.	83
Figura 36: σ_x y σ_y del panel en el sistema de referencia global. Asignación 1.	84
Figura 37: σ_x y σ_y del panel en el sistema de referencia global. Asignación 2.	84
Figura 38: Perfil longitudinal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.....	86
Figura 39: Perfil longitudinal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.....	86
Figura 40: Perfil transversal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.....	87

Figura 41: Perfil transversal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.....	87
Figura 42: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.	89
Figura 43: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.	90
Figura 44: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.	90
Figura 45: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.	91
Figura 46: Modelos numéricos, empotrados en sus bordes y en la zona central del panel. Asignación 1 y 2, respectivamente.	97
Figura 47: Deflexión en dirección “x”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.....	98
Figura 48: Deflexión en dirección “x”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.....	98
Figura 49: Deflexión en dirección “y”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.....	99
Figura 50: Deflexión en dirección “y”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.....	100
Figura 51: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.	101

Figura 52: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1.	102
Figura 53: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.	102
Figura 54: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2.	103
Figura 55: Estado final de los especímenes luego del impacto.	108
Figura 56: Deflexión residual en el eje x de los 3 especímenes..	109
Figura 57: Deflexión residual en el eje y en los 3 especímenes.	109

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla I: Descripción de las variables que contiene el archivo de datos.	24
Tabla II: Dimensiones y características principales de la lancha	27
Tabla III: Propiedades elásticas y mecánicas de la aleación Al 5086.	29
Tabla IV: Archivo de datos de entrada del panel.	34
Tabla V: Características geométricas y numéricas del panel.	37
Tabla VI: Características del modelo numérico.....	44
Tabla VII: Dimensiones finales de los especímenes, y espaciamiento real entre refuerzos.....	58
Tabla VIII: Posición de los extensómetros instalados.	62
Tabla IX: Razones de cambio de deformación unitaria y deflexión por unidad de carga aplicada.....	74
Tabla X: Deformación unitaria y deflexión máxima por impacto preliminar...	75
Tabla XI: Microdeformación unitaria y deflexión máxima por impacto (W: 4.32 kg y h: 2.03 m).	76
Tabla XII: Razones de deformación unitaria en post impacto por unidad de peso aplicado.....	78
Tabla XIII: Comparación porcentual de las componente de esfuerzo obtenidas mediante la aplicación de los métodos numéricos.	92

Tabla XIV: Desplazamiento máximo, que origina que los esfuerzos máximos alcancen el límite de fluencia del material.	94
Tabla XV: Máximos valores de esfuerzo para los modelos numéricos, plancha-refuerzos y solo plancha. Asignación 1.....	105
Tabla XVI: Máximos valores de esfuerzo para los modelos numéricos, plancha-refuerzos y solo plancha. Asignación 2.....	105
Tabla XVII: Esfuerzo cuasi-estático MEF y experimental (impacto), en el punto de medición de las deflexiones ($E: 7.1E+04 \text{ N/mm}^2$).	111

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A.....	120
ANEXO B.....	125
ANEXO C.....	130
ANEXO D.....	132
ANEXO E.....	134
ANEXO F.....	137
ANEXO G.....	138
ANEXO H.....	141
ANEXO I.....	143

INTRODUCCIÓN

Las embarcaciones fluviales se ven expuestas a daños considerables por impactos al chocar contra objetos sólidos que flotan en los ríos. Como consecuencia de dicha carga los paneles de plancha y refuerzos que forman parte del fondo pueden fallar y comprometer la integridad de la embarcación. Ante esta situación, es necesario estudiar el proceso que conduce a la falla de un panel reforzado expuesto a carga de impacto para lograr que futuros diseños estructurales sean capaces de enfrentar este problema y la estructura permanezca sustancialmente intacta, aunque dañada, [1]. Las referencias [2] y [3] describen cuatro procedimientos analíticos y/o numéricos, para el análisis lineal de paneles reforzados: Teoría de Planchas Ortotrópicas, Teoría de Vigas en Base Elástica, Teoría de Rejilla ("Grillage") y Método de Elementos Finitos. Sin embargo, a fin de conocer la forma en que se desarrolla la falla total, se debe sobrepasar el límite lineal, lo cual es muy complicado de manejar analítica o numéricamente, por lo que una opción para entender este proceso de falla es la experimentación.

La teoría de Planchas Ortotrópicas, TPO, es una metodología simple y rápida para estimaciones preliminares de los niveles de esfuerzos y deformaciones que puede desarrollar una plancha reforzada, en comparación con el método de Elementos Finitos, [4]. En la TPO se idealiza el panel reforzado como una plancha Ortotrópica equivalente para obtener las deformaciones y esfuerzos

a través de la aplicación de las relaciones constitutivas y propiedades seccionales, [3] y [5]. En el Método de Elementos Finitos se tiene una mayor inversión de tiempo, pero en etapas más avanzadas del proceso de diseño es necesario su uso, ya que se requiere un análisis con mayor nivel de detalle. Sin embargo, evidenciar físicamente la resistencia de un panel reforzado al ser sometido a carga de impacto, complementaría la interpretación de los resultados de la aplicación de los métodos numéricos. Entonces, un enfoque experimental es la manera adecuada de comprobar las soluciones numéricas propuestas por estos métodos de análisis, dentro de las limitaciones dadas.

Según el fabricante de máquinas *Instron*, [6], un ensayo de impacto es un método para determinar el comportamiento de un material sometido a una carga de choque en flexión, tracción o torsión. Existen varios tipos de ensayos de impacto y entre los más sencillos se encuentra el de Caída de Peso ("*Falling weight*"), el cual permite experimentar con probetas de dimensiones considerables. En este ensayo cierta cantidad de trabajo es aplicado sobre la probeta, parte del cual se transforma en Energía de Deformación Elástica y Cinética, mientras que el resto se disipa a través de varios mecanismos. El parámetro que se mide con esta prueba es la energía absorbida al romperse la probeta en un solo golpe. Por lo que en general un ensayo de impacto se realiza para valorar la capacidad de resistencia de los

materiales metálicos a las cargas de impacto y determinar su tendencia a la destrucción frágil.

Ante la inquietud de conocer la forma en que se desarrolla la falla de un panel reforzado característico de diseños típicos de embarcaciones fluviales nacionales, es necesario someterlo a cargas de impacto. Liu et al. [7], han construido especímenes de planchas sin refuerzos y los han sometido a ensayos de impacto, a fin de examinar las características de falla de planchas de Aluminio rectangulares empotradas golpeadas por penetradores cilíndricos y esféricos. Koteski et al. [8], estudiaron el comportamiento de placas delgadas sometidas a cargas de impacto utilizando el método de los elementos discretos, para lo cual tomaron datos de los ensayos experimentales sobre un polímero amorfo. Estos estudios proporcionan una idea con respecto al desarrollo de las pruebas experimentales, pero en ninguno de los casos se ha ensayado con paneles reforzados. Sin embargo, dichos paneles reforzados son estructuras típicas que constituyen una embarcación, por lo que es este elemento estructural el que debe ser analizado.

OBJETIVO GENERAL

Comprender mediante pruebas destructivas, el proceso de falla de un panel reforzado ortogonalmente sometido a la acción de carga de impacto por Caída de un Peso.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Implementar la teoría de Planchas Ortotrópicas para analizar a nivel lineal el comportamiento estructural de un panel reforzado, y compararlo con el método de Elementos Finitos.
2. Desarrollar los ensayos de impacto por Caída de Peso sobre paneles reforzados, utilizando especímenes que representan diseños típicos locales.
3. Analizar el proceso de falla del conjunto plancha-refuerzo cuando es impactado por la caída súbita de un peso.

BENEFICIOS

En nuestro país, se tiene poca experiencia en el análisis de resistencia estructural de paneles reforzados de una embarcación, cuando se encuentran expuestos a cargas severas de impacto. Implementar las formulaciones de teorías disponibles y desarrollar modelos numéricos a través de la ayuda de un computador, permitirá conocer a nivel preliminar el

comportamiento estructural de un panel. Además, mediante la experimentación, se empezaría a enfrentar este problema de compleja solución y en el futuro se obtendría confianza en los resultados obtenidos por medio de la implementación de fórmulas y métodos numéricos.

HIPÓTESIS

La falla total de un panel de una embarcación reforzado ortogonalmente, puede estudiarse de manera experimental a través de pruebas de impacto de caída de peso.

CAPÍTULO 1

COMPARACIÓN ENTRE LA TEORÍA DE PLANCHAS ORTOTRÓPICAS Y ELEMENTOS FINITOS.

1.1 Descripción de la Teoría de Planchas Ortotrópicas.

Los paneles de plancha reforzados con vigas soldadas ortogonalmente, se pueden analizar en forma simplificada como planchas ortotrópicas. En esta teoría el panel reforzado es representado como material ortotrópico, esto es las rigideces a la flexión y torsión varían en dos direcciones perpendiculares entre sí y se consideran uniformes dentro de cada dirección. La derivación de la ecuación diferencial del equilibrio de una Plancha Ortotrópica se basa en la teoría de flexión de una plancha delgada, bajo las hipótesis de elasticidad lineal de deformaciones pequeñas. Para dicho

proceso, se define un nuevo conjunto de relaciones esfuerzo - deformación, a través de una reformulación de la ley de Hooke que refleja las propiedades ortotrópicas del material equivalente. La resultante es una ecuación diferencial parcial de cuarto orden para el desplazamiento vertical. La solución analítica de tal ecuación es complicada de obtener, por lo que comúnmente se recurre al uso de métodos numéricos.

La Teoría de Planchas Ortotrópicas, TPO, modela a la plancha con refuerzos como una plancha de material ortotrópico equivalente de espesor constante. Esto significa que la misma puede representar el comportamiento deseado de la estructura original con razonable exactitud, manteniendo las características de rigidez que alcanza la combinación real plancha-refuerzos. Esta plancha de material ortotrópico, PO, se caracteriza por la variación de las rigideces a la flexión y torsión, en dos direcciones ortogonales correspondientes a la dirección de los refuerzos ("x" y "y"). Se ilustra en la Figura 1, un panel reforzado modelado como una PO equivalente y la convención de signos adoptada para el presente análisis. En esta figura las fibras dibujadas en la PO representan la variación de la rigidez en cada dirección. Una vez que se acepta esta teoría, es posible analizar el problema de flexión de un panel reforzado a través de una relación constitutiva válida para el material, desarrollada por la TPO. Dicha relación permite determinar

las deformaciones, momentos y esfuerzos de una plancha reforzada cuando es sometida a la acción de carga lateral.

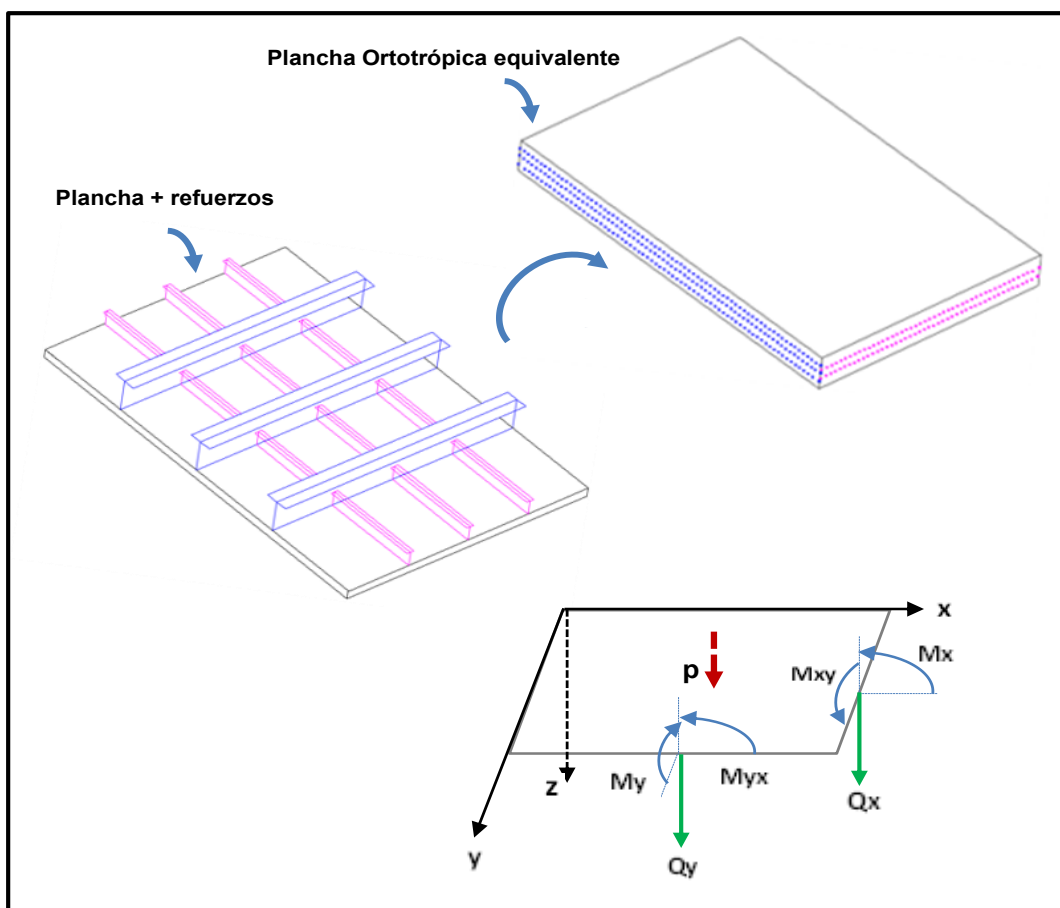


Figura 1: Panel reforzado modelado como Plancha Ortotrópica y convención de signos adoptado para el análisis.

La obtención de la ecuación diferencial que rige la flexión de una PO de acuerdo con [3] y [4], sigue los mismos pasos que en el caso de una

isotrópica, es decir, relaciona el conjunto de ecuaciones constitutivas y las de equilibrio de una plancha. El material que constituye el panel reforzado es elástico, por lo tanto, recordando la Ley de Hooke para materiales elásticos, se aplican las siguientes relaciones constitutivas entre esfuerzo– deformación para un panel reforzado, modelado como una PO, [3]:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= E'_x \varepsilon_x + E'' \varepsilon_y, \\ \sigma_y &= E'_y \varepsilon_y + E'' \varepsilon_x, \\ \tau_{xy} &= G \gamma_{xy},\end{aligned}\tag{1}$$

donde E'_x , E'_y , E'' y G caracterizan las propiedades elásticas del material.

Los esfuerzos también se pueden escribir considerando la Hipótesis Cinemática, en términos de las curvaturas. Luego, integrando tales expresiones se deducen los momentos internos de flexión y torsión (M_x , M_y , M_{xy}). A partir de las condiciones de equilibrio de un elemento de la plancha se determinan las expresiones para las fuerzas cortantes (Q_x , Q_y), y reemplazando las expresiones de los momentos, se obtiene la ecuación diferencial que rige la deflexión w de una PO linealmente elástica, la que se expresa de la siguiente forma:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p \tag{2}$$

donde D_x , D_y y H representan las rigideces flexurales y torsional respectivamente, de una PO en las dos direcciones perpendiculares, y, p corresponde a la carga lateral distribuida sobre el panel. Las referencias [5] y [9] presentan fórmulas para la obtención de las constantes de rigidez en algunos casos de interés práctico de planchas estructuralmente ortotrópicas. A continuación se muestran las ecuaciones adecuadas para este estudio, que corresponden a planchas reforzadas en uno de sus lados (superior o inferior), por refuerzos equidistantes entre sí en dos direcciones ortogonales, tal como se ilustra en la Figura 2.

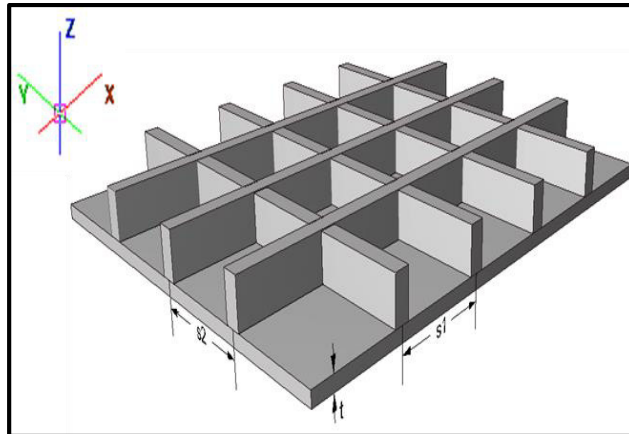


Figura 2: Plancha reforzada en uno de sus lados por refuerzos equidistantes en dos direcciones perpendiculares.

$$D_x = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{Etz_{px}^2}{(1-\nu^2)} + \frac{E'I_x}{s_2},$$

$$D_y = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{Etz_{py}^2}{(1-\nu^2)} + \frac{E'I_y}{s_1}, \quad (3)$$

$$H = D_1 + 2D_{xy} ; \quad D_1 = 0 \quad \longrightarrow H = \frac{G}{2} \left(\frac{t^3}{3} + \frac{J_1}{s_1} + \frac{J_2}{s_2} \right)$$

donde:

E, E' : Módulo elástico de la plancha y refuerzos, respectivamente.

t : Espesor de la plancha.

s_1 : Separación entre refuerzos en dirección y (refuerzos secundarios)

s_2 : Separación entre refuerzos en dirección x (refuerzos primarios).

z_{px} : Distancia entre el plano medio de la plancha y el centroide de la combinación plancha-refuerzos en dirección x .

z_{py} : Distancia entre el plano medio de la plancha y el centroide de la combinación plancha-refuerzos en dirección y .

I_x, J_2 : Inercia seccional y polar de un refuerzo primario independiente, es decir, sin considerar la plancha.

I_y, J_1 : Inercia seccional y polar de un refuerzo secundario independiente, es decir, sin considerar la plancha.

El conjunto de ecuaciones (3) tiene su origen en la energía de deformación equivalente, lo cual implica que en este análisis, el efecto de la contracción transversal (D_1) sea despreciable. Además, las constantes de rigidez flexural (D_x, D_y) resultan de la suma de los términos: rigidez efectiva de la plancha y rigidez de los refuerzos respecto del centroide de la combinación.

La ecuación (2) corresponde a una ecuación diferencial de cuarto orden para la deformación, reduciéndose el problema a encontrar el valor de la flecha w que cumpla con las condiciones de frontera impuestas al panel reforzado. La solución analítica de esta ecuación resultante no siempre es posible de obtener, o a su vez presenta bastante dificultad, por lo que es necesario recurrir a métodos de aproximación numérica para su solución. Entre los principales métodos de aproximación numérica se tiene al Método de Diferencias Finitas (MDF) y Método de Elementos Finitos (MEF).

1.2 Implementación computacional de la Teoría de Planchas Ortotrópicas.

El Método de Diferencias Finitas, MDF, reemplaza la ecuación diferencial parcial de la plancha Ortotrópica con un sistema de ecuaciones algebraicas en diferencias equivalentes, en función de los desplazamientos nodales. Con este proceso, el problema de flexión de la Plancha Ortotrópica se reduce a la solución simultánea de un conjunto de ecuaciones lineales algebraicas para cada punto nodal en el dominio de la plancha. El diagrama de flujo del programa, para resolver numéricamente el problema incluye: lectura de las variables de entrada, cálculo de las rigideces flexional y torsional, reemplazo de la ecuación diferencial por ecuaciones de diferencias centrales, implementación de las condiciones de frontera, inclusión de la carga

equivalente en los nodos, y, finalmente solución del sistema de ecuaciones algebraicas a través del método de Gauss. La solución proporciona valores aproximados de las deflexiones en cada uno de los nodos, a partir de las cuales se puede determinar la distribución de momentos, fuerzas internas y esfuerzos en la plancha reforzada.

El problema de flexión de un panel reforzado modelado como plancha Ortotrópica, puede ser resuelto a través de la implementación del MDF, para lo cual cada término de la ecuación diferencial se sustituye por diferencias equivalentes de valores numéricos en una serie de puntos determinados. Tales puntos corresponden a los nodos, resultantes de la partición rectangular del panel. Las cuartas diferencias centrales y mixtas con respecto a x e y , que se encuentran en la ecuación diferencial original para un nodo ubicado en la posición (x_m, y_n) ¹ son, [5]:

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_{m,n} = \frac{1}{\Delta x^4} [w(x_{m+2}, y_n) - 4w(x_{m+1}, y_n) + 6w(x_m, y_n) - 4w(x_{m-1}, y_n) + w(x_{m-2}, y_n)] + O(h^2),$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_{m,n} = \frac{1}{\Delta x^2 \Delta y^2} \left\{ w(x_{m-1}, y_{n+1}) - 2 \left[\begin{array}{l} w(x_m, y_{n-1}) + w(x_{m-1}, y_n) \\ + w(x_{m+1}, y_n) + w(x_m, y_{n-1}) \end{array} \right] \right. \\ \left. + w(y_{m+1}, y_{n+1}) + 4w(x_m, y_n) + w(x_{m-1}, y_{n-1}) \right. \\ \left. + w(x_{m+1}, y_{n-1}) \right\} + O(h^2), \quad (4)$$

¹ En este trabajo se emplea la notación: $w(x_m, y_n) = w_{m,n}$; donde $x_m = m^* \Delta x$ y $y_n = n^* \Delta y$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_{m,n} = \frac{1}{\Delta y^4} [w(x_m, y_{n+2}) - 4w(x_m, y_{n+1}) + 6w(x_m, y_n) - 4w(x_m, y_{n-1}) + w(x_m, y_{n-2})] + O(h^2),$$

donde Δx y Δy son las separaciones entre nodos en dirección x e y , respectivamente. Al reemplazar el conjunto de ecuaciones (4) en la ecuación diferencial (2) se tiene una ecuación algebraica para la Plancha Ortotrópica, en términos de diferencias finitas. La referencia [5], presenta un esquema general sencillo de los coeficientes patrones para el desarrollo de las expresiones de diferencias finitas de la ecuación de PO, que se reproduce a continuación:

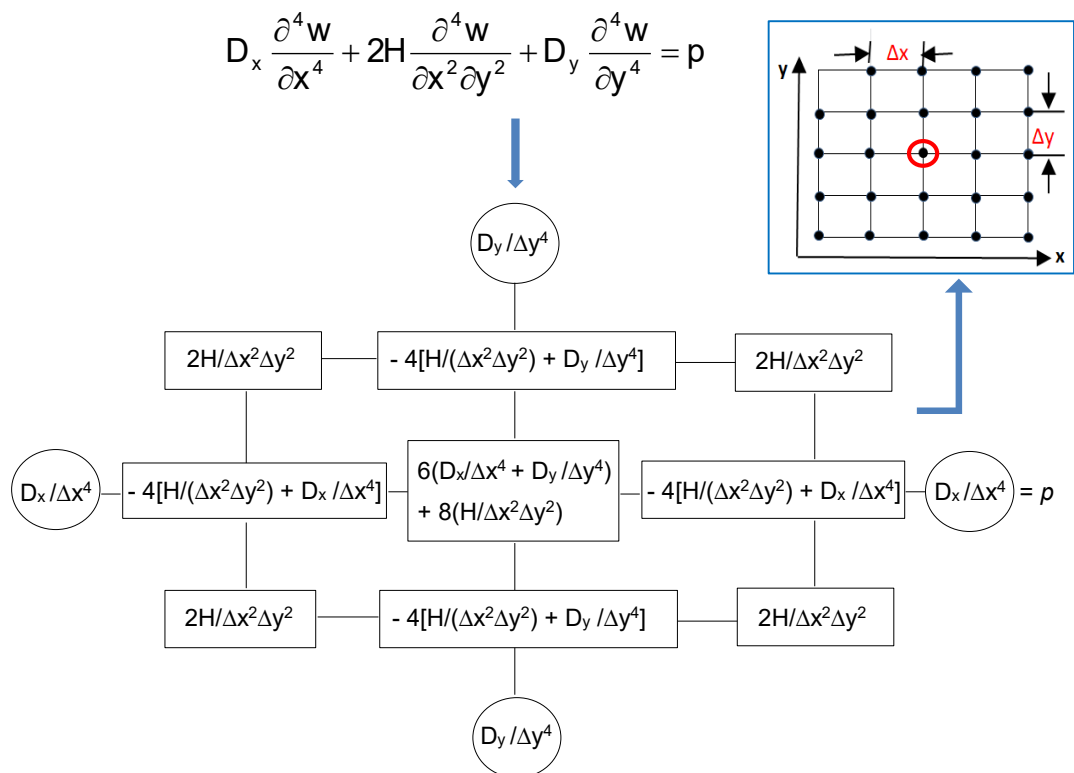


Figura 3: Coeficientes en DF de la ecuación de Planchas Ortotrópicas, [5].

Los coeficientes de la Figura 3 se aplican a cada uno de los puntos nodales del dominio del panel reforzado y junto con la aproximación de las condiciones de frontera, se implementan en un programa computacional mediante el lenguaje de programación Visual Fortran.

Descripción general del programa Ortho_Plate

Se desarrolla un programa Visual Fortran denominado `Ortho_Plate` que implementa la solución de la flexión de una PO mediante el MDF. Se calculan las deflexiones y a partir de ellas, los momentos (flexional y torsional), fuerzas cortantes y esfuerzos, en cada uno de los puntos nodales del dominio del panel. La estructura e implementación del programa contempla los siguientes pasos:

1. Lectura de las variables de entrada y discretización del dominio del panel.
2. Cálculo de inercias seccionales y polares de los refuerzos, y de las constantes de rigidez ortotrópicas.
3. Reemplazo de la ecuación diferencial por ecuaciones en diferencias centrales.
4. Asignación de las condiciones de frontera en los bordes.
5. Inclusión de la carga equivalente en los nodos correspondientes, y, finalmente,

6. Solución del sistema de ecuaciones lineales algebraicas por medio del método de Reducción de Gauss.

Para implementar el proceso descrito se prepara un programa principal que interactúa con diez subrutinas, capaces de resolver numéricamente el problema de flexión de paneles reforzados. El desarrollo de la implementación y funcionamiento general del programa se resume en el diagrama de flujo de la Figura 4.

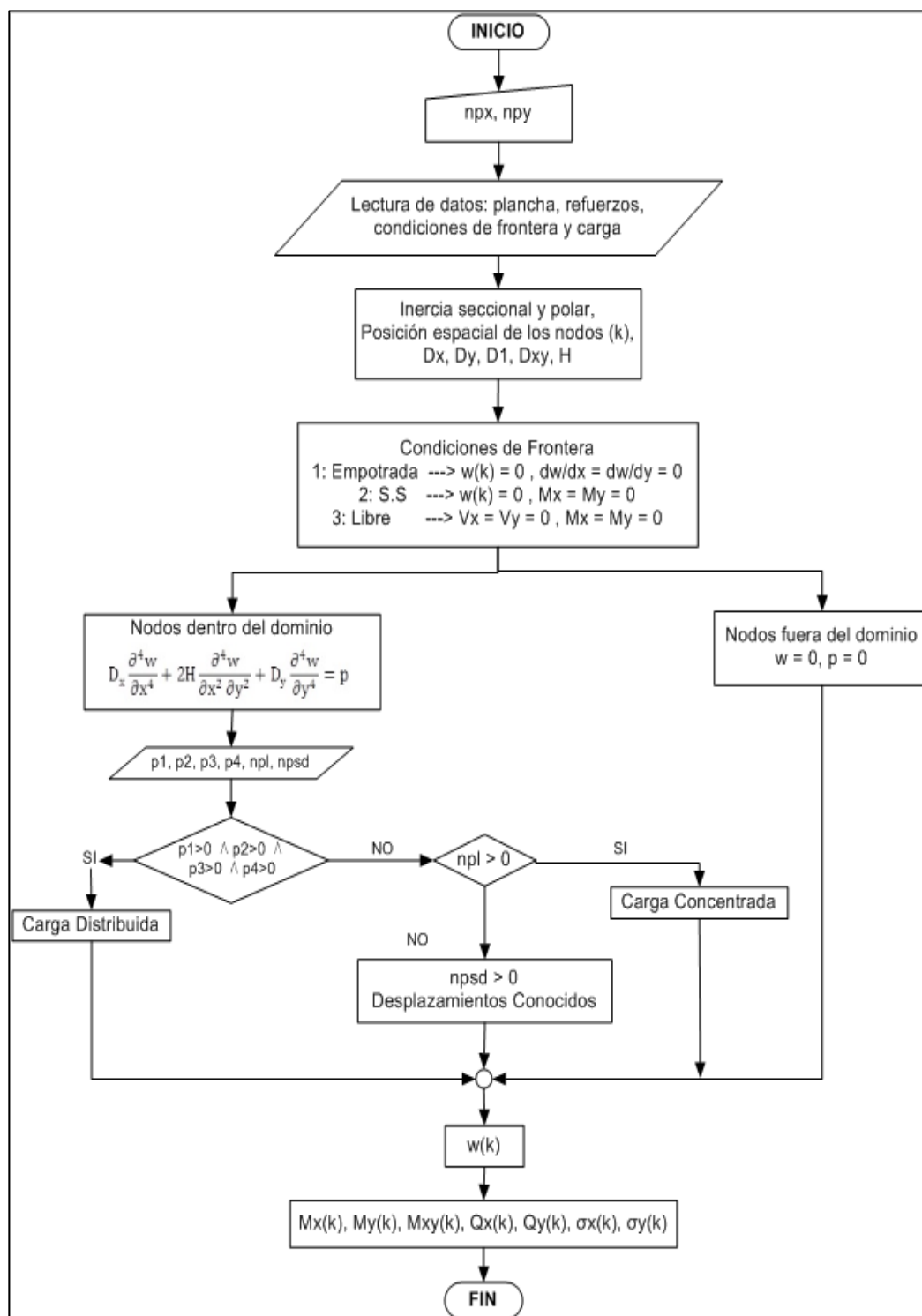


Figura 4: Diagrama de flujo del cálculo de una plancha reforzada por Diferencias Finitas.

El programa requiere el ingreso por pantalla de la cantidad de puntos en dirección “x” (npx) y “y” (npy), para discretizar el dominio del panel (es decir con separación $a/(npx-1)$, y, $b/(npy-1)$). Luego, lee los valores de las variables de entrada de un archivo externo de datos tipo texto y procede a realizar el cálculo de los momentos de inercia seccional y polar de los refuerzos. Establece luego la posición espacial de los nodos en el dominio y calcula las rigideces flexurales y torsional. A continuación, llama a la subrutina `Method_FiniteDifferences` donde calcula la matriz de coeficientes, a través de las ecuaciones en diferencias finitas aplicado a cada uno de los nodos situados dentro de la zona marcada en la Figura 5.

La ejecución del programa continúa con la identificación de las condiciones de frontera del panel, admitiendo el programa bordes Empotrados, Simplemente soportados y Libres. Esta última condición solo la pueden adoptar los bordes paralelos al eje “y”. Las ecuaciones de las condiciones de frontera del panel, se reemplazan también por ecuaciones de diferencias finitas centrales, lo que implica incluir nodos auxiliares, es decir ubicados fuera del dominio del panel, tal como se observa en la Figura 5. Dado que el número de divisiones del dominio es un parámetro controlado por el usuario, es posible discretizar el panel a través de mallas formadas por elementos rectangulares o cuadrangulares. La numeración que el programa asigna a cada nodo una vez realizada la discretización del dominio, se ilustra también

en la Figura 5, donde los nodos auxiliares se representan con color azul y los nodos de los bordes e internos con negro.

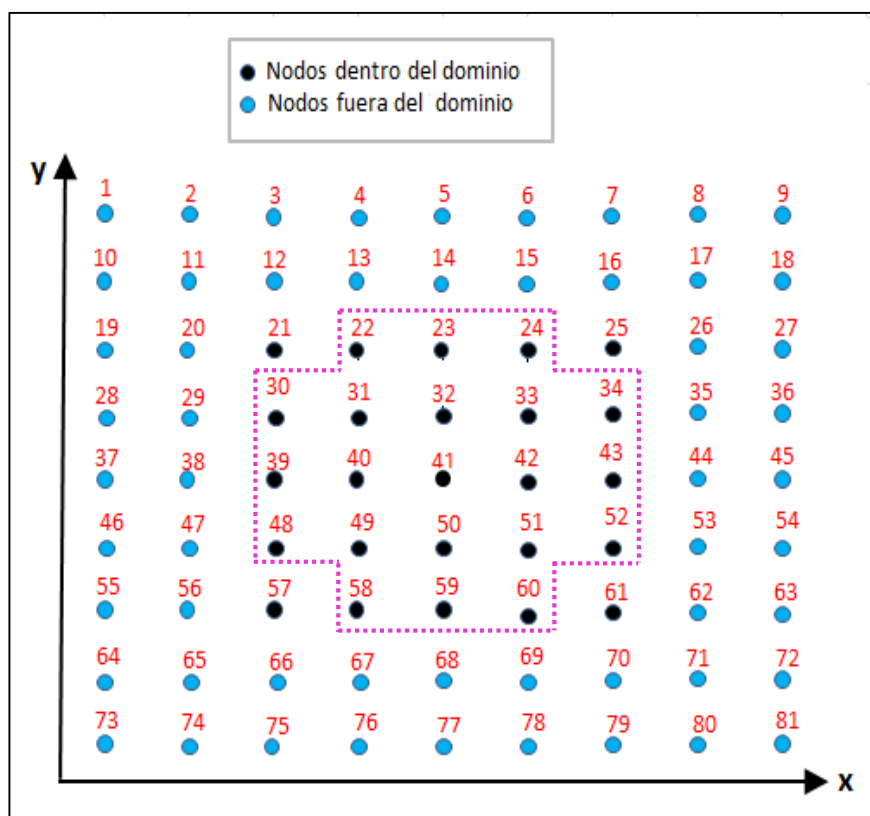


Figura 5: Representación de la discretización del dominio de un panel,
(Ejemplo: $npx = npy = 5$ divisiones en ambas direcciones).

Previo a la solución del panel, se realiza la inclusión de la carga, para esto el programa permite analizar paneles sometidos a la acción de 3 tipos de carga: Distribuida, Concentrada y Carga equivalente (para que ciertos nodos alcancen un desplazamiento requerido). En el caso de carga distribuida se

ingresa en el archivo de datos, el valor de la presión a ser aplicada en los 4 nodos de las esquinas del panel. Con estos valores el programa primero realiza una interpolación lineal para determinar el valor de la carga que le corresponde a cada nodo de los bordes, y luego continúa con otra interpolación lineal para calcular la carga aplicada a los nodos internos del panel.

Si se requiere analizar la respuesta del panel bajo carga concentrada, se establece en el archivo de datos la cantidad de nodos a los que se va a aplicar la carga, seguido de la posición espacial de los mismos (x , y) y del valor de la fuerza a ser aplicada. El programa identifica los nodos en las posiciones más cercanas a las leídas y asigna el valor de la carga correspondiente.

En caso de que se desconozca el valor de la carga a aplicar al panel, pero se conozca el valor de la deformación que alcanza el mismo, el programa lee la cantidad de nodos de los cuales se conoce su desplazamiento vertical, la posición espacial de los mismos y el valor del desplazamiento que alcanzan. Internamente el programa, calcula la carga equivalente para conseguir que los nodos especificados alcancen tal deformación.

Una vez que se ha realizado la inclusión de la carga en los nodos correspondientes, el programa finaliza con la solución del sistema de ecuaciones lineales algebraicas que se forman, a través del método de

Reducción de Gauss. Se genera un total de $[(npx+4)*(npy+4)]$ ecuaciones algebraicas, que representa el número total de grados de libertad que contiene el sistema. Finalmente, se obtiene las deformaciones en cada uno de los nodos, a partir de las cuales se calculan los momentos flectores y torsores, fuerzas cortantes y luego los esfuerzos. Para un nodo situado en un punto (x_m, y_n) , se emplean las siguientes expresiones para los momentos flectores, [5]:

$$M_x(x_m, y_n) = - \left[\frac{D_x}{\Delta x^2} (w_{m+1,n} - 2w_{m,n} + w_{m-1,n}) + \frac{D_1}{\Delta y^2} (w_{m,n+1} - 2w_{m,n} + w_{m,n-1}) \right] + O(h^2),$$

$$M_y(x_m, y_n) = - \left[\frac{D_y}{\Delta y^2} (w_{m,n+1} - 2w_{m,n} + w_{m,n-1}) + \frac{D_1}{\Delta x^2} (w_{m+1,n} - 2w_{m,n} + w_{m-1,n}) \right] + O(h^2), \quad (5)$$

$$M_{xy}(x_m, y_n) = 2D_{xy} \left[\frac{1}{4\Delta x \Delta y} (w_{m+1,n-1} - w_{m-1,n-1} - w_{m-1,n+1} + w_{m+1,n+1}) \right] + O(h^2)$$

Las expresiones para calcular las fuerzas cortantes son, [5]:

$$Q_x(x_m, y_n) = - \left\{ \frac{D_x}{2\Delta x^3} [(w_{m,n} - w_{m-2,n}) - 2(w_{m+1,n} - w_{m-1,n}) + (w_{m+2,n} - w_{m,n})] + \frac{H}{2\Delta x \Delta y^2} [(w_{m+1,n-1} - w_{m-1,n-1}) - 2(w_{m+1,n} - w_{m-1,n}) + (w_{m+1,n+1} - w_{m-1,n+1})] \right\} + O(h^2),$$

$$Q_y(x_m, y_n) = - \left\{ \frac{D_y}{2\Delta y^3} [(w_{m,n-2} - w_{m,n}) - 2(w_{m,n-1} - w_{m,n+1}) + (w_{m,n} - w_{m,n+2})] + \frac{H}{2\Delta y \Delta x^2} [(w_{m-1,n-1} - w_{m-1,n+1}) - 2(w_{m,n-1} - w_{m,n+1}) + (w_{m+1,n-1} - w_{m+1,n+1})] \right\} + O(h^2) \quad (6)$$

Los esfuerzos normales se obtienen aplicando la relación entre dicho parámetro con el momento flector, lo que incluye el módulo seccional al ala del refuerzo. El programa al finalizar su ejecución imprime los datos de entrada y los resultados obtenidos en un archivo tipo texto. Resulta importante mencionar que los momentos flectores y fuerzas cortantes calculados por el programa, están dados por unidad de longitud: $F.L/L$, y en el caso de la fuerza cortante F/L . Luego, para obtener los momentos flectores y fuerzas cortantes de la combinación (plancha +refuerzos) para cada nodo, ($F.L$, y F), es necesario realizar una integración numérica de estos parámetros. Dicha integración se realiza en un rango determinado, que en este análisis corresponde al espaciamiento entre refuerzos, en dirección x y y según sea el caso.

Estructura del archivo de datos

El programa `Ortho_Plate` lee los valores de las variables de entrada que se encuentran ordenadas por grupos de la siguiente manera: dimensiones del panel, propiedades elásticas del material de plancha y refuerzos, dimensiones de los refuerzos, cantidad de refuerzos en las dos direcciones perpendiculares, condiciones de frontera, y, características de la carga. Para una mejor comprensión de la estructura del archivo de datos, en la Figura 6 se muestra el esquema de un panel reforzado, en el que se ilustra parte de las variables de entrada que requiere el programa.

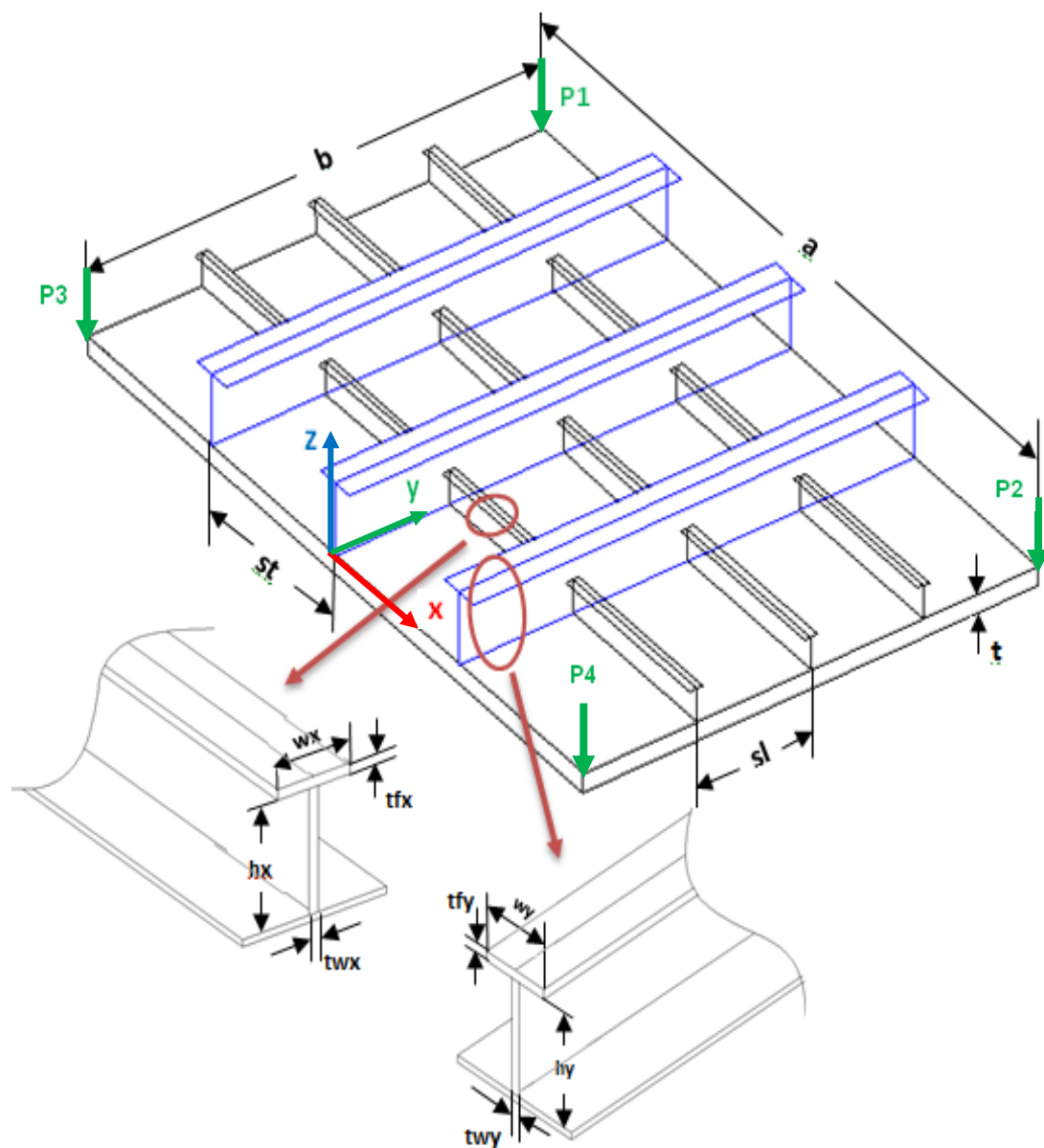


Figura 6: Representación de las variables utilizadas para definir las características geométricas de una plancha reforzada.

Cada grupo mencionado contiene distintas variables, las que están dispuestas en un archivo tipo texto, que se describe a continuación:

Línea	Variable	Descripción	Unidades
1	a	Longitud del panel en dirección x	[L]
2	b	Ancho del panel en dirección y	[L]
3	t	Espesor de la plancha	[L]
4	E	Módulo de Young de la plancha	[F/L ²]
5	Es	Módulo de Young de los refuerzos	[F/L ²]
6	nu	Razón de Poisson de la plancha	-----
7	nus	Razón de Poisson de los refuerzos	-----
8	hx	Altura del alma de los refuerzos	[L] (Dirección x)
9	twx	Espesor del alma de los refuerzos	[L] (Dirección x)
10	wx	Ancho del ala de los refuerzos	[L] (Dirección x)
11	tfx	Espesor del ala de los refuerzos	[L] (Dirección x)
12	hy	Altura del alma de los refuerzos	[L] (Dirección y)
13	twy	Espesor del alma de los refuerzos	[L] (Dirección y)
14	wy	Ancho del ala de los refuerzos	[L] (Dirección y)
15	tfy	Espesor del ala de los refuerzos	[L] (Dirección y)
16	bex	Efectividad de la plancha asociada a cada refuerzo (0.0 - 1.0)	(Dirección x)
17	bey		(Dirección y)
18	nx	# de refuerzos longitudinales	
19	ny	# de refuerzos transversales	
20	tps	C.F del borde superior del panel	1: Empotrado, 2: S.S , 3: Libre
21	rgs	C.F del borde derecho del panel	
22	lws	C.F del borde inferior del panel	
23	lfs	C.F del borde izquierdo del panel	
24	P1 (C. Dist.)	Sobre el nodo de la esq. superior izquierda	[F/L ²]
	P2 (C. Dist.)	Sobre el nodo de la esq. superior derecha	[F/L ²]
	P3 (C. Dist.)	Sobre el nodo de la esq. inferior izquierda	[F/L ²]
	P4 (C. Dist.)	Sobre el nodo de la esq. inferior derecha	[F/L ²]
25	npl	# de nodos con carga concentrada	-----
26	solo lee estas líneas si npl>0	Posición espacial x del nodo	[L]
		Posición espacial y del nodo	[L]
		Carga concentrada aplicada	[F]
27	npsd	# de nodos con desplazamiento específico	-----
28	solo lee estas líneas si npsd>0	Posición espacial x del nodo	[L]
		Posición espacial y del nodo	[L]
		Desplazamiento del nodo	[L]

Tabla I: Descripción de las variables que contiene el archivo de datos.

Verificación del programa

Para verificar la implementación del método TPO se resuelven dos ejemplos desarrollados en la referencia [5], adjuntos en el anexo A de este trabajo. Los ejemplos analizados corresponden a una PO con bordes empotrados (Ejemplo 1) y una plancha isotrópica simplemente soportada en todos sus bordes (Ejemplo 2), cuyo dominio se ha dividido en 16 elementos cuadrangulares. En ambos casos las planchas están sometidas a una carga uniformemente distribuida de 10000 N/m^2 . Los resultados de los ejemplos ejecutados por el programa indican que: en el caso de la PO se obtiene un porcentaje de diferencia de 5% aproximadamente, mientras que para la plancha isotrópica, el porcentaje de diferencia es de 0.05%. Estas diferencias porcentuales se han alcanzado al comparar la solución para la deflexión central, calculada por el programa con la solución “exacta” presentada en la referencia [5]. Como se puede notar, son porcentajes relativamente bajos lo cual sugiere que el programa desarrollado funciona correctamente en el caso de carga distribuida. No se han encontrado ejemplos desarrollados para planchas bajo la acción de carga concentrada y desplazamientos conocidos, para realizar la respectiva comparación de resultados. Por esta razón en base a los ejemplos comparados, se acepta el funcionamiento del programa, de tal manera que puede ser usado para el análisis estructural del modelo del panel reforzado del fondo de la lancha LP-AST-1304.

1.3 Esquematización del panel reforzado a analizarse.

El panel que se estudia en esta tesis es un modelo del fondo de la lancha patrullera LP-AST-1304 de 13 metros de eslora, construida con aleación de aluminio y con cuadernaje longitudinal. El panel analizado incluye: dos cuadernas tipo ángulo de 2" x 2" x 3/16", dos longitudinales del mismo tipo de 2" x 2" x 1/4", y el planchaje del fondo del casco que tiene 1/4" de espesor. Se analiza el panel a escala 2:1, y, para simplificar su construcción se reemplazan los refuerzos tipo ángulo por platinas. El esquema del modelo de panel a ser analizado, preparado con AutoCAD, permite identificar detalles de conexión, a fin de comprobar que las líneas que forman la geometría del esquema estén correctamente unidas.

La lancha LP-AST-1304, fue construida por ASTINAVE E.P, para alcanzar una velocidad de servicio máxima de 25 nudos. La estructura de la embarcación tiene cuadernaje longitudinal, con un espaciamiento entre cuadernas de 500 mm (Espejo-C10) y 750 mm (C10-C1), y, con espaciamiento entre refuerzos longitudinales de 450 mm. El panel del fondo del casco seleccionado para este análisis, comprende las cuadernas 8 y 9 junto a dos longitudinales semejantes de 2" x 2" x 1/4". Las dimensiones y características principales de la lancha patrullera cuyo panel del fondo es motivo de este estudio, se presentan en la Tabla II.

Característica	Valor	Unidades
Eslora Total	13	m
Eslora de Flotación	12.62	m
Manga Total	3.80	m
Puntal	1.96	m
Calado de Diseño	0.80	m
Velocidad de Servicio	25	nudos
Desplazamiento al Calado de Diseño	23.91	Ton
Coeficiente Prismático	0.823	-----
Coeficiente Block	0.603	-----
Coeficiente Sección media	0.732	-----
Ángulo de Astilla Muerta	12	°

Tabla II: Dimensiones y características principales de la lancha

LP-AST-1304, [10].

En la Figura 7 se presenta el plano de líneas de formas de la embarcación, cuya sección transversal en V, presenta dos chinasy un espejo completamente recto.

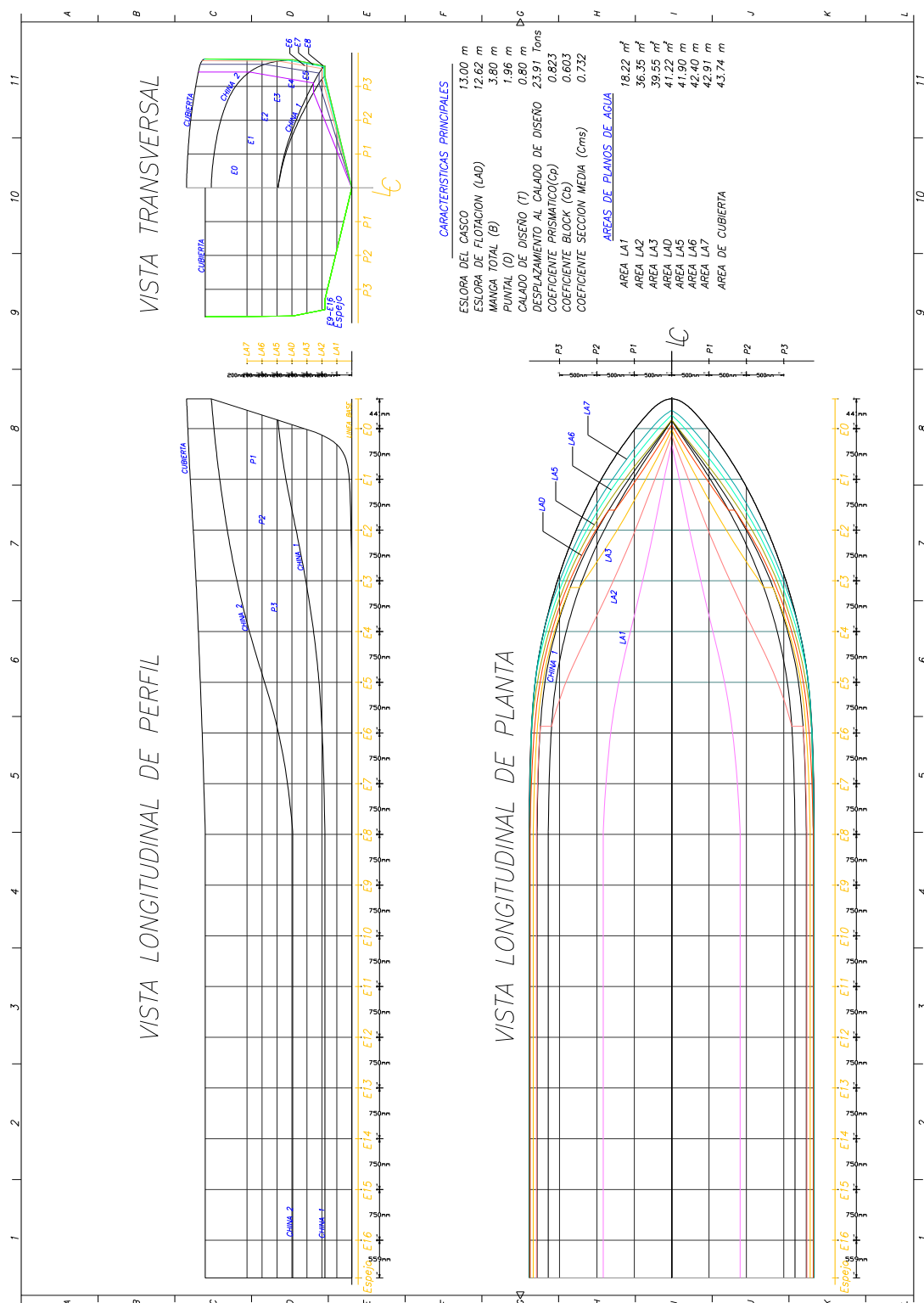


Figura 7: Plano de Líneas de Formas de la lancha LP-AST-1304, [10].

El material empleado para la construcción de la lancha LP-AST-1304, [10], es Aluminio Naval 5086, cuyas características principales mecánicas y físicas se describen en la Tabla III.

Parámetro		Proporción	Unidades
Límite elástico	σ_y	207.08	N/mm ²
Módulo de elasticidad	E	7.1E+04	N/mm ²
Módulo de corte	G	2.5E+04	N/mm ²
Peso específico	γ	2.62E-05	N/mm ³
Coefficiente de Poisson	ν	0.33	-----

Tabla III: Propiedades elásticas y mecánicas de la aleación Al 5086.

Fuente: http://www.alcoa.com/mill_products/europe/en/nautical_products.asp

El panel seleccionado para el análisis está situado en la proa de la embarcación, ya que esa zona es la que se encuentra mayormente expuesta a daños por impactos al chocar contra objetos duros que flotan en los ríos. En la Figura 8, se ilustra la ubicación del panel que se analiza en este trabajo. Una vez que se ha identificado el panel, se lo define con una escala 2:1, el mismo que conserva la separación entre refuerzos longitudinales (0.225 m) y transversales (0.375 m). Para minimizar el trabajo de construcción se reemplazan los refuerzos tipo ángulo por platinas.

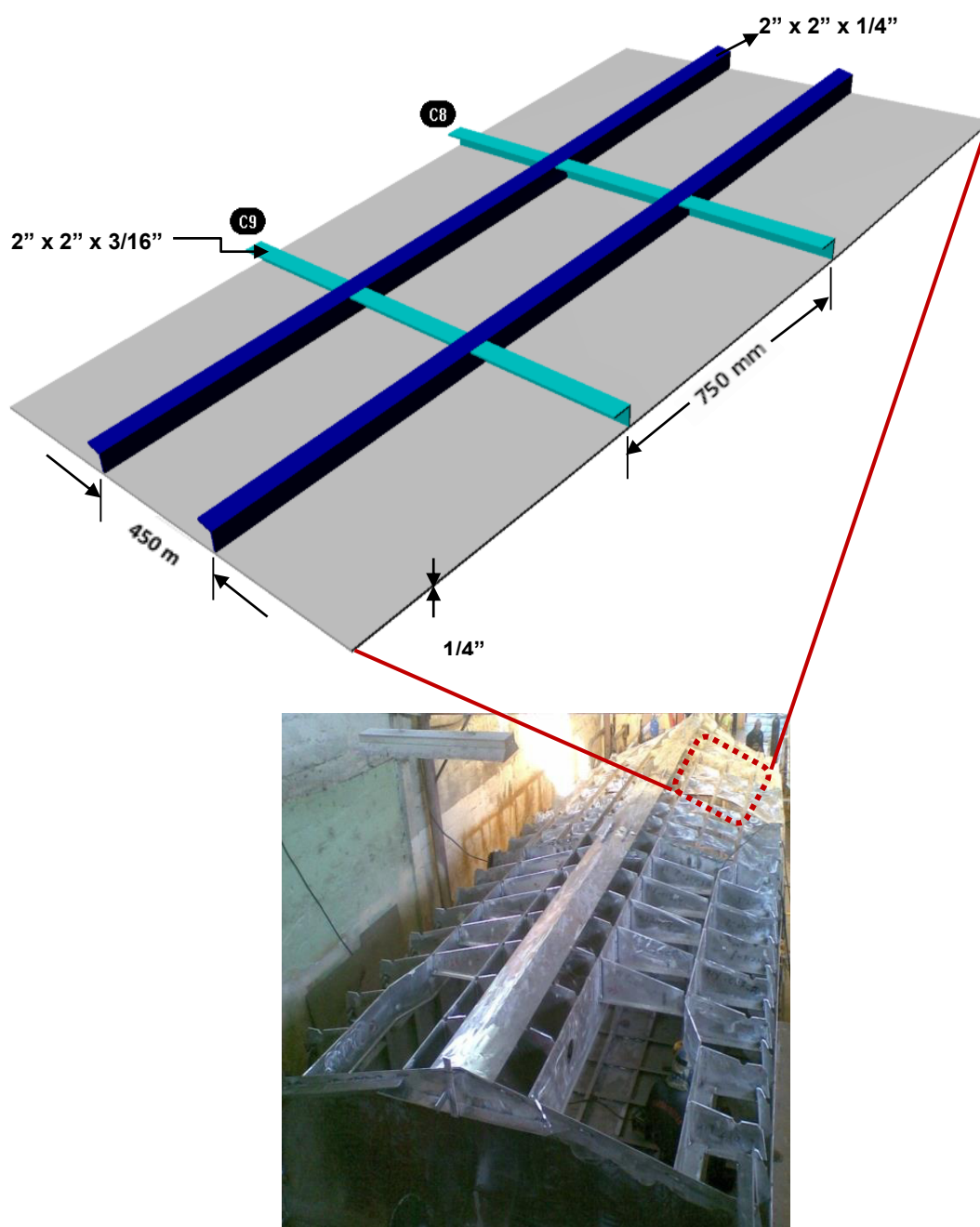


Figura 8: Ubicación del panel seleccionado de la lancha LP-AST-1304, [10].

El panel reforzado seleccionado para este estudio, es de forma rectangular de 1.125 m de largo por 0.675 m de ancho, con un espesor de 3 mm tanto la plancha como los refuerzos, y se emplea el mismo material que la

embarcación real. A continuación se muestra la geometría del panel reforzado a ser analizado posteriormente con el programa Ortho_Plate y ANSYS.

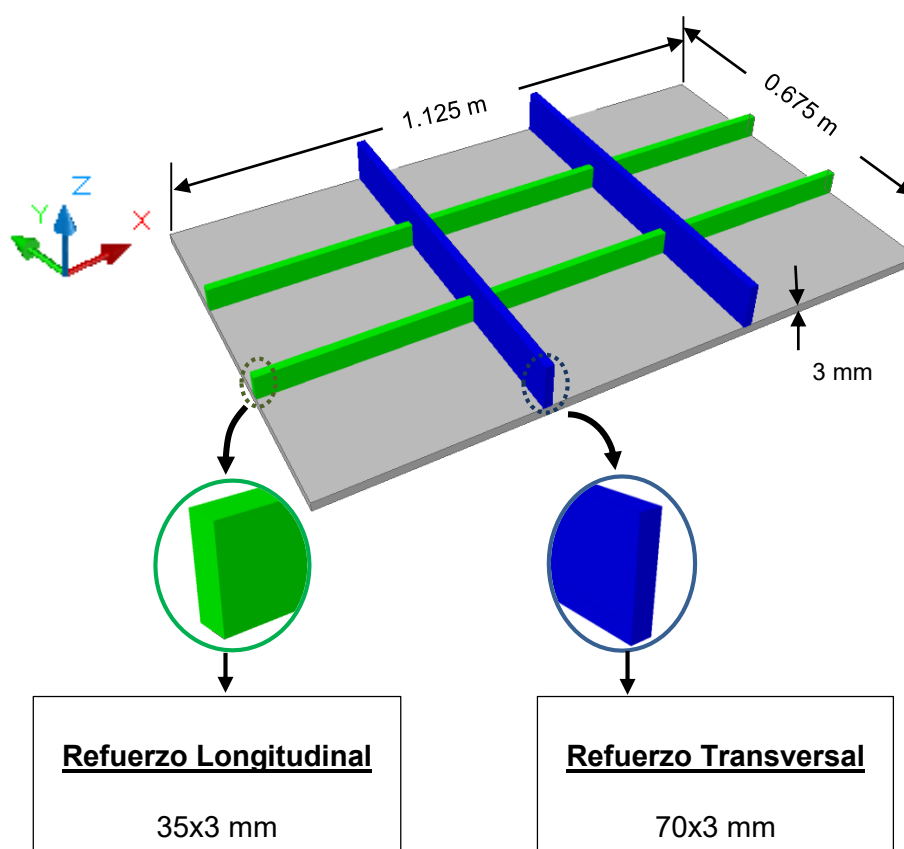


Figura 9: Características geométricas del panel reforzado.

La separación entre refuerzos longitudinales es de 0.225 m y entre refuerzos transversales es de 0.375 m. Definido el escantillonado del panel se genera con AutoCAD el mapa de enmallado de áreas, a través de líneas y puntos de control, siguiendo el sistema de referencia global adoptado por este programa, el cual se ilustra en la Figura 9. Se dibujan en total 122 líneas

con 225 puntos de control, que en conjunto limitan 35 áreas entre plancha y refuerzos, para el panel reforzado que se analiza. En la Figura 10, se presenta el esquema del mapa de áreas del panel y el sistema de referencia empleado.

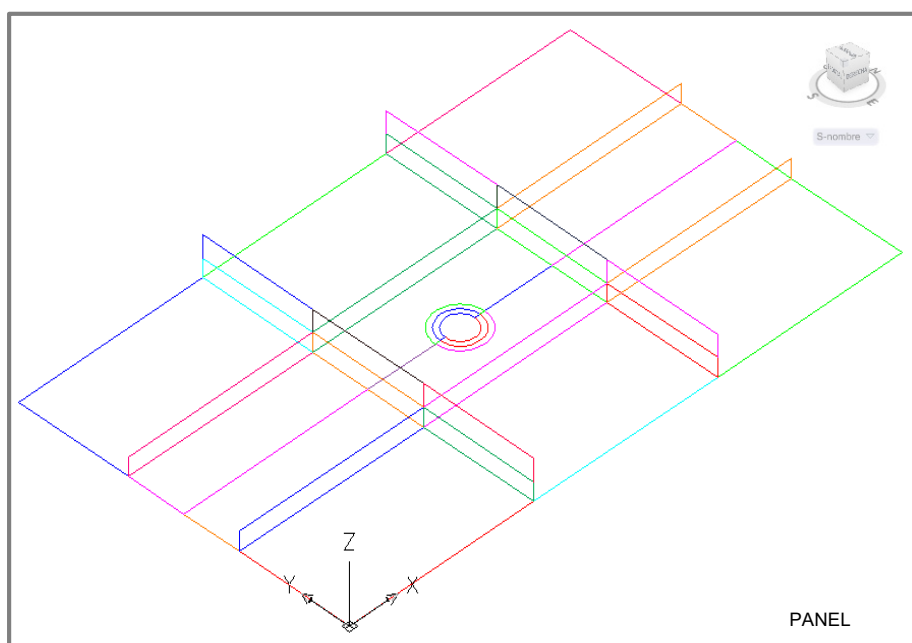


Figura 10: Esquema del mapa de áreas dibujado con AutoCAD.

Las áreas circulares dibujadas en el centro del panel, corresponden al área estimada del golpeador cilíndrico que impacta sobre el panel. Se grafican las áreas de forma circular para lograr una mejor discretización en el posterior análisis mediante elementos finitos. El mapa de enmallado de áreas del panel preparado con AutoCAD, ayuda a detectar posibles errores de conexión entre líneas y puntos de control en el modelo geométrico que se desarrollará posteriormente.

1.4 Aplicación del programa computacional para analizar los paneles.

Se aplica el programa computacional `Ortho_Plate` que emplea el Método de Diferencias Finitas para la solución de la flexión del panel reforzado modelado como Plancha Ortotrópica, al panel esquematizado previamente. Para el presente análisis se prepara el archivo de datos de entrada tipo texto, considerando todos los bordes del panel empotrados. La carga se incluye como la equivalente para lograr que algunos nodos se desplacen un valor conocido en forma uniforme, correspondientes a la acción de un objeto rígido que golpea el panel. El programa al finalizar su ejecución genera un archivo tipo texto con los resultados de las deformaciones, momentos y esfuerzos internos, para cada punto nodal dentro del dominio de la plancha.

Para ejecutar el programa `Ortho_Plate`, se prepara para el panel un archivo de datos, de la manera indicada en la Tabla I. Todos los bordes del panel se encuentran empotrados, introduciendo por lo tanto la opción 1 (bordes empotrados) en el archivo de datos. Tal opción reconoce que la deflexión y pendiente son nulos en los nodos situados en el borde del panel. A continuación, se muestra el archivo de datos de entrada del panel.

Línea	Variable	Panel 2	Unidades
1	a	1.125	[m]
2	b	0.675	[m]
3	t	0.003	[m]
4	E	7.1E+10	[N/m ²]
5	Es	7.1E+10	[N/m ²]
6	nu	0.33	-----
7	nus	0.33	-----
8	hx	0.035	[m]
9	twx	0.003	[m]
10	wx	0	[m]
11	tfx	0	[m]
12	hy	0.07	[m]
13	twy	0.003	[m]
14	wy	0	[m]
15	tfy	0	[m]
16	bex	1	-----
17	bey	0.24	-----
18	nx	2	# refuerzos en x
19	ny	2	# refuerzos en y
20	tps	1	Borde superior empotrado
21	rgs	1	Borde derecho empotrado
22	lws	1	Borde inferior empotrado
23	lfs	1	Borde izquierdo empotrado
24	npsd	11	# nodos
25		0.2993	"x", "y" y "w" [m]
26		0.3038	
27		0.3038	
28		0.3038	
29		0.3375	
30		0.3375	
31		0.3375	
32		0.3713	
33		0.3713	
34		0.3713	
35		0.3758	

Tabla IV: Archivo de datos de entrada del panel.

En este trabajo la efectividad de la plancha asociada a cada refuerzo, se calcula siguiendo las recomendaciones de la referencia [11], y como se observa en la Tabla IV, se lo ingresa como dato de entrada ya que interviene en el cálculo de la inercia seccional total (plancha+refuerzos). Además, este valor incide directamente en la obtención de los esfuerzos, a través del cálculo del módulo seccional de la combinación plancha efectiva más refuerzos. Luego, se indica el número de nodos a los cuales se les asignará un desplazamiento vertical (UZ) de 1 cm, que corresponde al valor que se requiere que alcancen los nodos centrales en este análisis. Posterior a esto, se enlista la posición espacial de los nodos junto al valor del desplazamiento que se desea alcanzar. Este parámetro que corresponde a la asignación de la carga equivalente, depende en gran medida de la discretización del dominio del panel que se realice, ya que en lo posible, es necesario que la cantidad de nodos y su posición, estén de acuerdo al tamaño de la malla, para lograr mejores resultados. En consecuencia previo a la asignación de la carga equivalente se define el tamaño del enmallado del panel.

Análisis de convergencia para la discretización del dominio del panel

Aun cuando, la división del dominio del panel es un parámetro controlado por el usuario, y, además recordando que para la solución de la ecuación de planchas ortotrópicas se ha optado por el MDF, resulta importante realizar un análisis de convergencia de las soluciones, para definir un tamaño mínimo y

adecuado para las divisiones del dominio. Este análisis de convergencia se presenta en el anexo B de este estudio, cuyo resultado indica que cuando se requiere aplicar desplazamientos específicos a ciertos nodos, es necesario discretizar el dominio del panel en por lo menos 361 elementos que equivale a dividir el dominio en 20 puntos nodales en cada dirección. Esto implica que la razón entre el espaciamiento de los nodos en cada dirección y la dimensión del borde paralelo a la dirección analizada, debe ser mayor que 0.053. A partir de esa cantidad de elementos las soluciones arrojadas por el programa convergen y por lo tanto se consideran aceptables. Entonces, para el análisis del panel se empleará un enmallado con 441 nodos en total (21 nodos en cada dirección).

Definida la discretización del dominio se introduce en el archivo de datos la posición espacial de los nodos a los cuales se les asigna un desplazamiento vertical de 1 cm. Una vez que se han completado todos los parámetros que se requiere para analizar el panel, se procede con la ejecución del programa. La Tabla V muestra en resumen las características geométricas y numéricas que genera el programa para el panel.

Parámetro		Panel
Espaciamiento entre refuerzos en dirección x	[m]	0.225
Espaciamiento entre refuerzos en dirección y	[m]	0.375
Ancho efectivo de los refuerzos en dirección x	[m]	0.225
Ancho efectivo de los refuerzos en dirección y	[m]	0.0879
Inercia total en dirección x	[m ⁴]	0.4403E-07
Inercia total en dirección y	[m ⁴]	0.2433E-06
Módulo seccional en dirección x	[m ³]	0.1297E-05
Módulo seccional en dirección y	[m ³]	0.4382E-05
Dx	[N.m]	0.1111E+05
Dy	[N.m]	0.8959E+05
H	[N.m]	0.7240E+04
# de nodos en dirección x	----	21
# de nodos en dirección y	----	21
# total de nodos	----	441
Tamaño de los elementos	[m ²]	0.056x0.03 4
# de elementos	----	400
Separación entre puntos nodales en dirección x	[m]	0.056
Separación entre puntos nodales en dirección y	[m]	0.034
Ecuaciones a resolver	----	625

Tabla V: Características geométricas y numéricas del panel.

A continuación, se grafica el perfil de deformación en dirección “x” y la distribución de las componentes de momento flector obtenido, para el panel reforzado, a lo largo del nodo central.

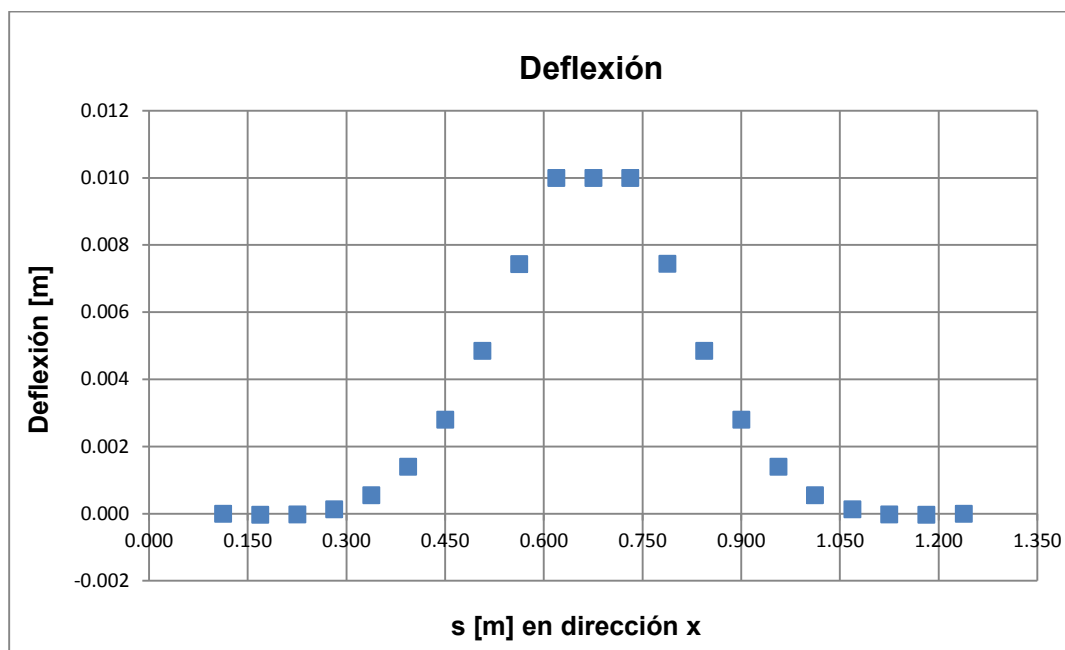


Figura 11: Deflexión vertical (UZ) del panel a lo largo del nodo central.

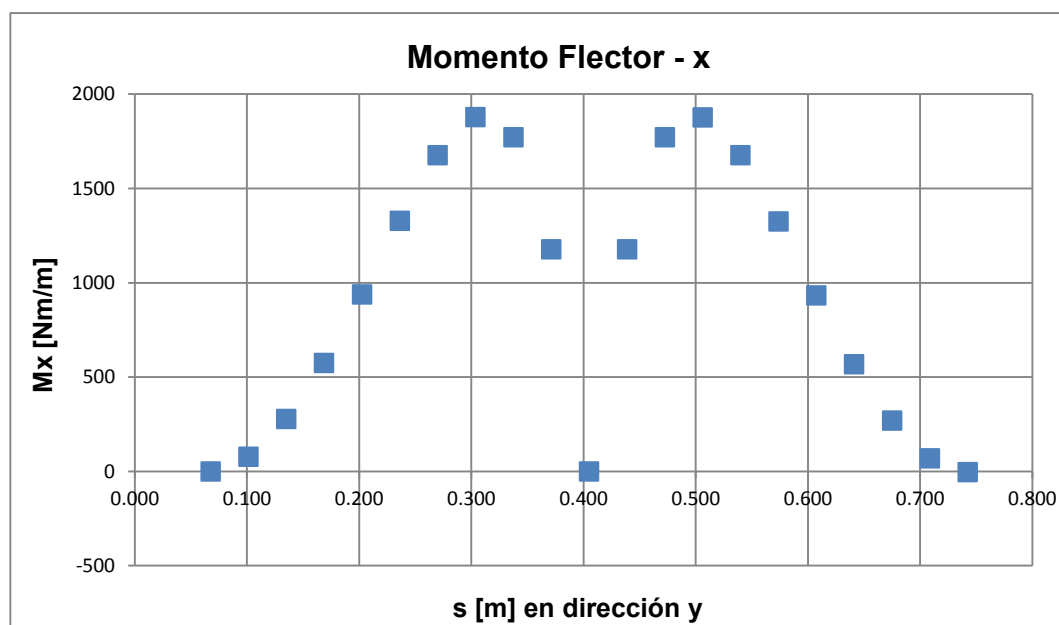


Figura 12: Distribución de momento flector-x del panel a lo largo del nodo central.

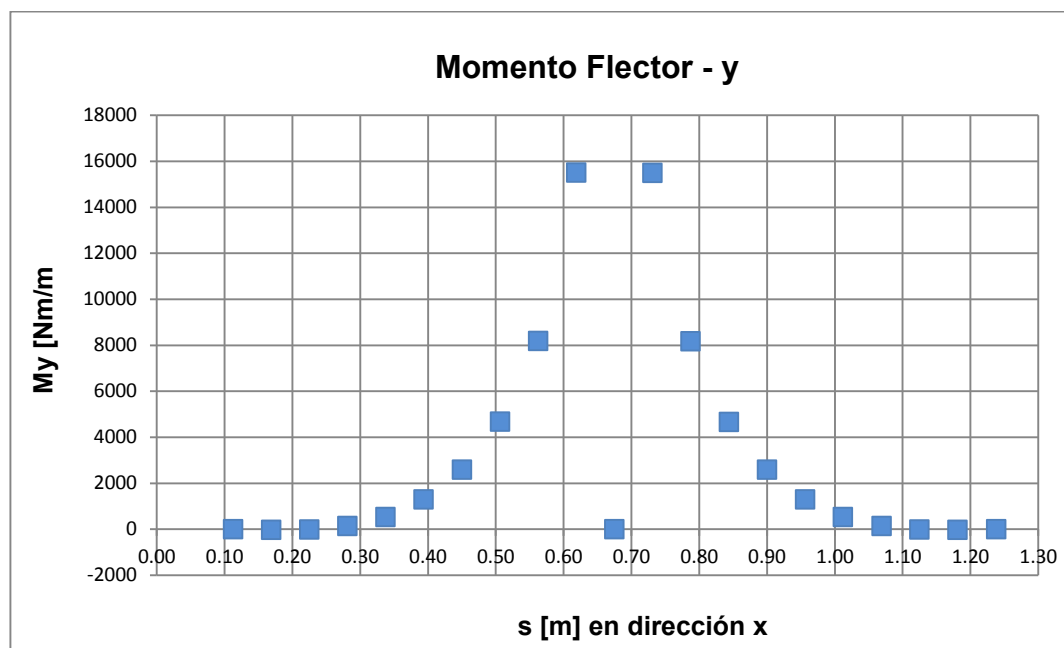


Figura 13: Distribución de momento flector-y del panel a lo largo del nodo central.

Tal como se esperaba, se observa en la Figura 11, que la máxima deformación del panel ocurre en su parte central; zona que corresponde a la superficie de contacto entre la plancha y el golpeador.

El archivo completo de resultados que el programa genera, se adjunta en el anexo C de este trabajo.

1.5 Modelo numérico utilizando Elementos Finitos.

Se analiza numéricamente el conjunto plancha-refuerzos modelado con elementos finitos planos, usando el programa ANSYS APDL 14.0. Se desarrolla primero el esquema geométrico del panel reforzado, el que se guarda en un archivo con formato IGES, y, se importa desde el software de análisis estructural. En ANSYS APDL 14.0 el panel es modelado con elementos planos tipo “SHELL181”, definidos por cuatro nodos, con seis grados de libertad en cada uno, y, que desarrollan resistencia en el plano y en flexión. Tanto la plancha como los refuerzos se representan como material isotrópico. Se aplica la carga, las restricciones correspondientes y se procede a la solución del problema. Los resultados permiten identificar distribuciones detalladas de deflexiones, y, esfuerzos en la plancha y refuerzos.

El mapa de enmallado de áreas del espécimen desarrollado previamente con AutoCAD (Ver Figura 10), se guardan con formato IGES para ser importados desde el programa de análisis mediante Elementos Finitos ANSYS MECHANICAL APDL, teniendo en ambos programas el mismo sistema de referencia global. Luego de la importación del esquema del panel, se selecciona el elemento finito SHELL 181 con el cual se modela completamente la combinación plancha+refuerzos; se continúa después con la asignación de las características elásticas del material (Ver Tabla III), y, el

espesor de cada sección. Definidos estos parámetros se generan las áreas que conforman el panel, agrupando las líneas que limitan cada área definidas en el esquema del mapa de enmallado de áreas dibujado con AutoCAD. La Figura 14 ilustra la geometría resultante del panel 1 generado con ANSYS.

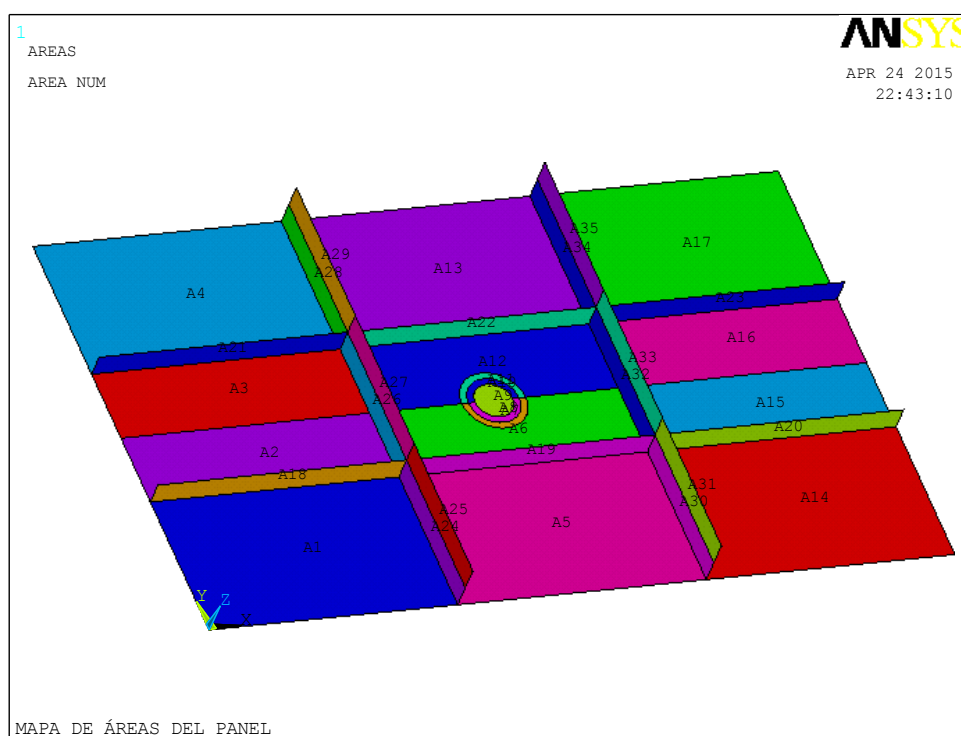


Figura 14: Representación de la geometría del panel en ANSYS.

Para continuar con el proceso de análisis, es preciso verificar que el sentido de las áreas sea el correcto de acuerdo con el sistema de referencia global de ANSYS. A continuación, se procede con la discretización del dominio del panel, el cual es un proceso fundamental, ya que influye directamente en la generación de resultados proporcionado por este programa.

Discretización del dominio del panel – Modelo Numérico

Para determinar el enmallado adecuado para el modelo, se realiza un Análisis de Sensibilidad de Malla, cuyo detalle se adjunta en el anexo D de este trabajo. A partir de tal análisis, se ha decidido hacer una discretización del dominio en elementos finitos de 1.5 cm, teniendo además una razón de aspecto menor a 2 de acuerdo a la recomendación establecida por la Sociedad de Clasificación ABS referente a elementos planos, [12].

Una vez que se ha establecido el valor para la discretización del dominio del panel, se enmalla la geometría completa del panel con el programa ANSYS y se definen como empotrados todos los nodos situados en la zona de contacto entre los bordes del panel y el ala del ángulo de la base de soporte de ensayo. Se observa en la Figura 15 , el modelo numérico del panel con sus respectivas condiciones de frontera, el cual está formado por 4554 elementos SHELL181 respectivamente. Además, se observa que se ha seleccionado una malla cuadrangular y regular (igual separación entre nodos) para discretizar la geometría completa del panel, ya que este tipo favorece la discretización de las áreas circulares, situadas en la zona central del panel. Lo que se persigue es lograr una adecuada discretización de esta zona ya que se verá expuesta a mayor concentración de esfuerzos y deflexiones, manteniendo constante el tamaño de los elementos, sin exceder

los 1.5 cm. En la Figura 16 se ilustra en detalle la discretización realizada por ANSYS en la zona central del panel.

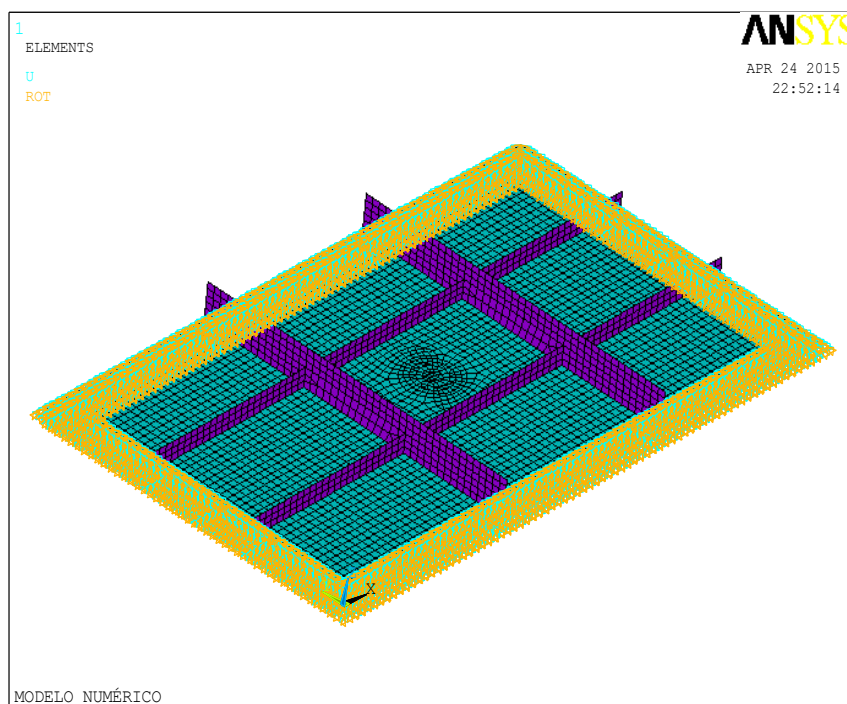


Figura 15: Modelo numérico del panel.

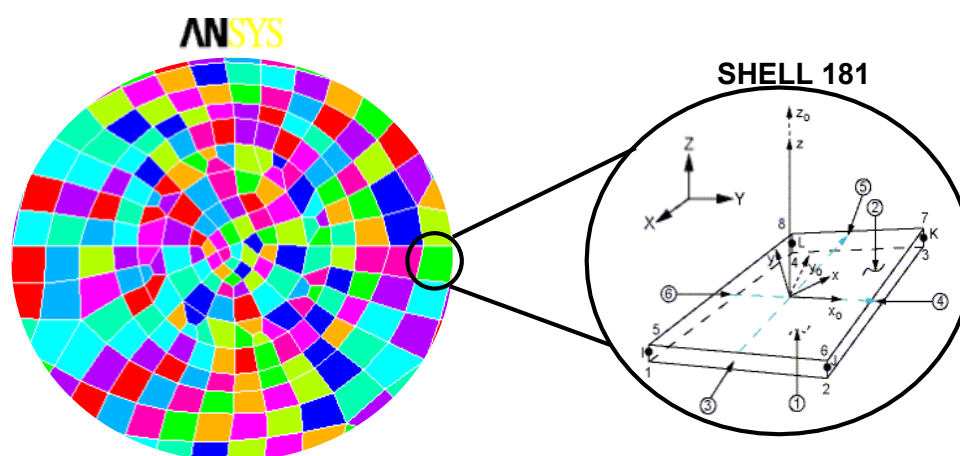


Figura 16: Detalle de la discretización de las áreas circulares del panel.

A continuación, en la Tabla VI se presenta en resumen las características del modelo numérico desarrollado. Además se corrobora a través de la ventana auxiliar de ANSYS que la razón de aspecto de los elementos no excede el valor recomendado.

Parámetros	Panel
# de puntos de control	225
# de líneas	122
Tamaño de los elementos de la malla	1.5x1.5 cm ²
# de áreas enmalladas	35
# de nodos	4678
# de elementos SHELL181	4554
# de ecuaciones a resolver	26264
% excedencia en razón de aspecto	0 %

Tabla VI: Características del modelo numérico.

Asignación de desplazamientos nodales verticales – Carga equivalente

Para finalizar el modelo numérico, como ya se ha mencionado, para este estudio se asigna a todos los puntos nodales situados en el borde y dentro de las áreas circulares un desplazamiento vertical (dirección perpendicular al plano de la plancha “x” y “y”) de 1 cm. Este valor corresponde a la deformación máxima que se espera que el panel alcance, al ser golpeado por un objeto rígido en su parte central. Se ilustra en la Figura 17, la asignación de los desplazamientos nodales al modelo numérico del panel.

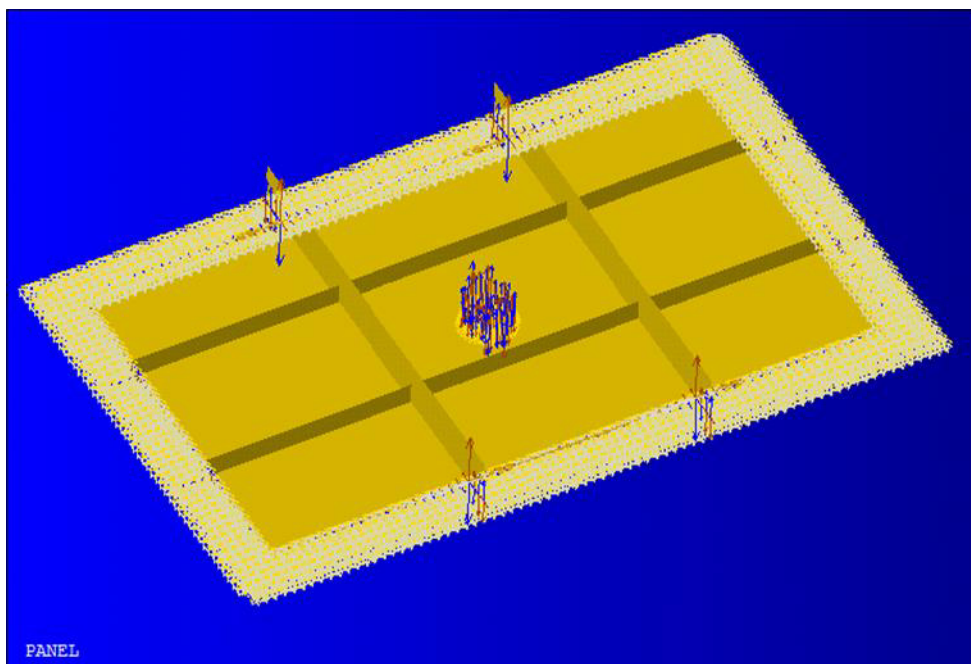


Figura 17: Asignación de desplazamientos conocidos al modelo numérico.

Definido el modelo numérico del panel se procede a ejecutar finalmente la resolución del modelo con ANSYS. Todo el proceso descrito para generar el modelo numérico del panel, se lo ha realizado a través de la ejecución de comandos escritos en un archivo tipo texto, de tal manera que puede ser modificado fácilmente, si se desea analizar el panel con otro tipo de condiciones de frontera y carga aplicada. De esta manera el proceso para obtener la solución del modelo numérico se reduce a dos pasos: importar el archivo IGES del mapa de áreas del panel, y, ejecutar en el menú de utilidades de ANSYS el archivo tipo texto que contiene todos los comandos para generar el modelo numérico y su solución.

El archivo con formato IGES y tipo texto del modelo numérico desarrollado en esta tesis, se encuentra disponible en la página electrónica de la FIMCBOR de la ESPOL.

1.6 Descripción del proceso que lleva a la deformación plástica del material.

Cuando un objeto rígido impacta sobre un panel reforzado, después de un corto tiempo, algún punto del panel alcanza el esfuerzo de fluencia, y si el material es tomado como perfectamente plástico ante la aplicación de más carga la deformación se incrementa con el mismo nivel de esfuerzo. Una vez que el peso impactante llega al máximo desplazamiento, el sistema puede: recuperar su posición inicial, regresar parcialmente a su posición inicial, o, quedar completamente deformado, situaciones que se explican a través de la Teoría Clásica de Impacto. Los refuerzos permiten rigidizar a la plancha y alteran la distribución de esfuerzos en el sistema, de tal manera que analizar un panel reforzado, permitirá observar un cambio en la zona de falla del sistema y por ende en la deformación plástica resultante. Determinar analíticamente la respuesta plástica de un material sujeto a cargas laterales de impacto, constituye un proceso bastante complejo, por lo que se recurre a la ejecución de simulaciones o a experimentación.

La Teoría Clásica de Impacto está basada principalmente en la Ley de Conservación de Cantidad de Movimiento y Momento Cinético para cuerpos rígidos. Dicha teoría establece que cuando un objeto rígido impacta contra un panel reforzado provocando una deformación permanente, se requiere de una segunda relación para su análisis. Tal relación (Ley de Conservación de Energía Mecánica) que permite determinar la velocidad final de los objetos, es reemplazada en el proceso por la introducción de un coeficiente denominado Coeficiente de Restitución, e , [13]. Este coeficiente junto a la razón de deformación (*strain - rate*) del material que constituye el panel, describen el grado de plasticidad de la colisión.

Coeficiente de restitución y razón de deformación

El Coeficiente de Restitución evalúa la pérdida de energía cinética luego de un choque, por lo que usualmente se define como la relación de las componentes de velocidad relativa después del choque a dichas componentes antes del choque de los objetos impactados, en la dirección normal a la superficie de contacto. Lo mencionado se resume a través de la siguiente expresión :

$$e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}} \quad (7)$$

donde:

v_{1i}, v_{1f} : Velocidades del golpeador antes y después del impacto.

v_{2i}, v_{2f} : Velocidades de la superficie (panel reforzado) antes y después del impacto.

En este caso de estudio $v_{2i} = v_{2f} = 0$, de tal manera que reemplazando en (7), se tiene:

$$e = \frac{v_{1f}}{v_{1i}} \quad (8)$$

Valores de 1, 0 – 1, y 0, denotan los conceptos de impacto perfectamente elástico, parcialmente elástico y perfectamente plástico, respectivamente.

La razón de deformación, $\dot{\epsilon}$, se define como “la tasa de cambio en la deformación de un material con respecto al tiempo” y tiene unidades de s^{-1} . Estudios realizados por el Profesor Norman Jones sobre Cargas de Impacto sobre Planchas Cuadradas, [14], aseguran la influencia de la razón de deformación de un material, en la respuesta de planchas cuadradas golpeadas por una masa rígida en su parte central. Por esta razón constituye un parámetro de gran importancia en el proceso de deformación de un material cuando soporta un impacto. La referencia mencionada presenta la expresión (9), que permite estimar el promedio de la razón de deformación de una plancha, como resultado del impacto de una masa rígida en el centro de la misma. Las variables que intervienen en tal ecuación, se explican a través de la Figura 18, que ilustra el impacto de un cuerpo cilíndrico de masa G contra una plancha cuadrada empotrada en sus bordes.

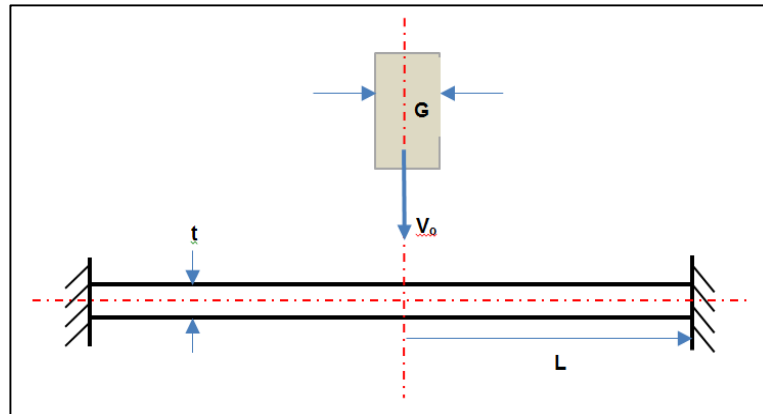


Figura 18: Impacto transversal central de un cuerpo cilíndrico rígido contra una plancha cuadrada empotrada, [14].

$$\varepsilon \cong (V_o W_f) / (3\sqrt{2} * L^2) \quad (9)$$

donde:

V_o : Velocidad de impacto.

W_f : Desplazamiento transversal permanente

L : Media longitud de una plancha cuadrada.

Las referencias [13] y [14], han estudiado la respuesta de paneles golpeados por un objeto rígido en su zona central, a partir de un análisis simplificado, que asume que el material es rígido perfectamente plástico, y, que retienen efectos de deformaciones finitas. Para verificar su teoría han realizado varias pruebas experimentales, cuyos resultados predicen que la razón de deformación que experimenta una plancha cuadrada ensayada, se encuentra dentro del rango $0.8 < \dot{\varepsilon} < 2.3 \text{ s}^{-1}$, aproximadamente. Dado que se evidencia cierta semejanza entre las pruebas experimentales realizadas por

estos autores y las que se realizan en este trabajo, se va a aplicar la ecuación (9), para tener una idea de la magnitud de la plasticidad que alcanza la combinación plancha-refuerzos.

Proceso de deformación

A pesar de que la deformación de un material ocurre durante un periodo de tiempo muy corto, Werner Goldsmith, [13], ha identificado el proceso de deformación de un material, y lo representa en la Figura 19. A partir de esta ilustración se observa que la deformación ocurre durante dos intervalos de tiempo: Período de Deformación (*Approach Period*) y Período de Restitución (*Restitution Period*).

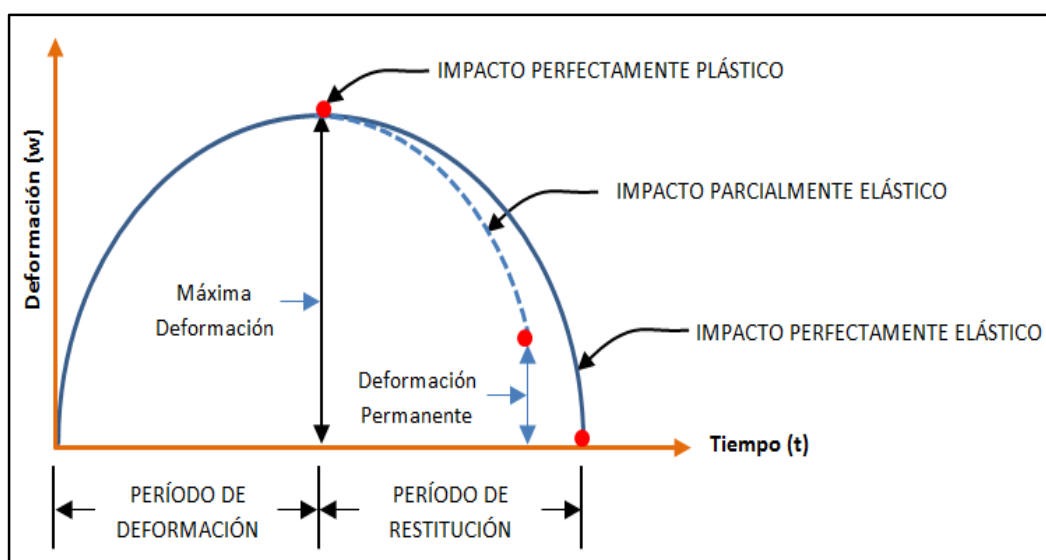


Figura 19: Proceso de deformación de un material asumido en la Teoría Clásica de Impacto, [13].

De la Figura 19, el período de Deformación se extiende desde el instante de contacto entre el golpeador y la superficie del panel hasta el punto de máxima deformación, cuando el panel queda completamente deformado. Esto ocurre después de que algún punto del material cede más allá del límite de fluencia, alcanzando la ruptura en el punto de contacto. Mientras que el Período de Restitución comprende desde el instante en que el golpeador y la superficie de contacto se separan, luego de que la acción de la carga desaparece, para tratar de recuperar su posición inicial. Esto se produce cuando la magnitud de la carga de impacto no es lo suficientemente grande como para provocar deformaciones irreversibles en el material.

Recordando de la Teoría Clásica de Impacto, de acuerdo a la masa del golpeador se producen 3 tipos de impacto: Impacto perfectamente plástico, parcialmente elástico y perfectamente elástico. De tal manera que, si la masa del peso impactante es tal, que no provoca deformación alguna al panel se produce un impacto perfectamente elástico, y el panel regresa a su posición inicial ya que no hay pérdida de energía durante el choque. Un impacto parcialmente elástico ocurre cuando el golpeador logra el máximo desplazamiento y el sistema regresa parcialmente a su posición inicial, dado que parte de la energía cinética inicial del golpeador se transforma en energía de deformación, provocando una restauración parcial del panel. El segundo sub-intervalo de tiempo desaparece en el caso de un impacto totalmente plástico, que ocurre cuando los cuerpos no se separan

alcanzando el sistema una deformación permanente, donde la energía cinética de entrada (golpeador) se convierte completamente en energía de deformación.

Al tratar linealmente el problema de flexión de paneles reforzados sometidos a la acción de una carga de impacto determinada, los refuerzos proporcionan mayor rigidez a la plancha y alteran la distribución de esfuerzos en el conjunto (plancha + refuerzos). De manera que en forma global se altera el daño final del panel que permanece sustancialmente intacto, aun cuando haya sufrido daños locales severos. Para conocer la forma en que se desarrolla la falla del sistema, es necesario sobrepasar el límite lineal, lo cual resulta muy complicado de manejar analítica o numéricamente, siendo la experimentación el recurso más favorable para entender el proceso de falla de la combinación plancha-refuerzos.

CAPÍTULO 2

PRUEBAS EXPERIMENTALES DE IMPACTO SOBRE PANELES REFORZADOS.

2.1 Construcción de especímenes.

Se describe el proceso de construcción de los tres especímenes del panel reforzado que se analiza experimentalmente en este trabajo, y que representan el diseño típico local de un panel del fondo de la lancha LP-AST-1304. Los especímenes tienen una razón de escala 2:1, y para facilitar su construcción los refuerzos tipo ángulo se reemplazan por platinas. Todos los especímenes se fabrican con plancha de Aluminio Naval 5086 de 3 mm de espesor. Los refuerzos se unen a los segmentos de planchas para formar

los paneles a través de soldadura MIG, para reducir deformaciones iniciales del material.

En base a las dimensiones mencionadas en el capítulo 1, se elaboran tres especímenes del panel reforzado del fondo de la lancha, objeto de este estudio y para ello se emplea el plano que se presenta a continuación:

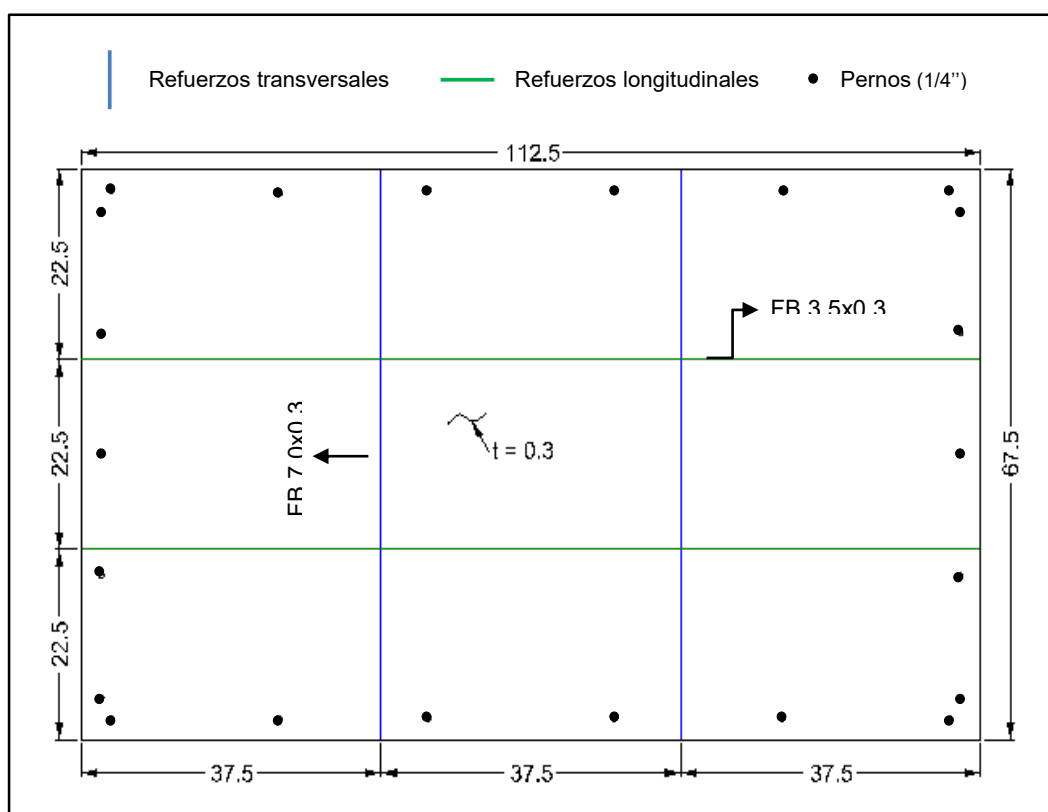


Figura 20: Plano en centímetros del panel reforzado.

Los orificios (6.35 mm = 1/4" de diámetro) que se observan en la Figura 20, sirven para representar como empotrados los bordes de los paneles a los

marcos de la base de soporte, la cual se describirá posteriormente. Para la elaboración de la combinación plancha - refuerzos, se emplea planchas del mismo material de construcción que el panel real (Al 5086), con espesor de 3 mm. Las principales características elásticas y mecánicas de este material se mencionaron en la Tabla III, del capítulo 1. El proceso de elaboración de los especímenes sigue el orden que se ilustra en las siguientes figuras:

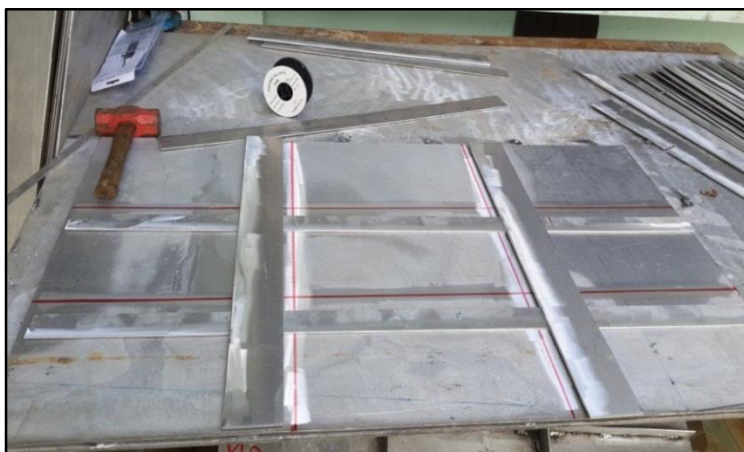


Figura 21: Corte de los segmentos de plancha y refuerzos tipo platina.



Figura 22: Soldadura de los refuerzos a los segmentos de plancha.

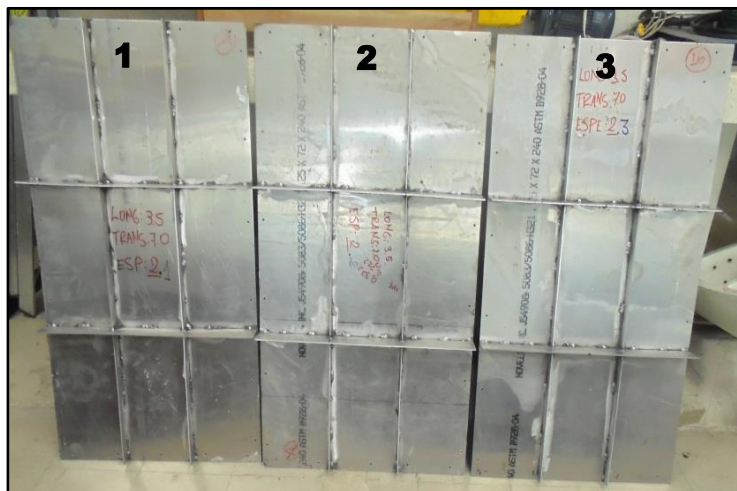
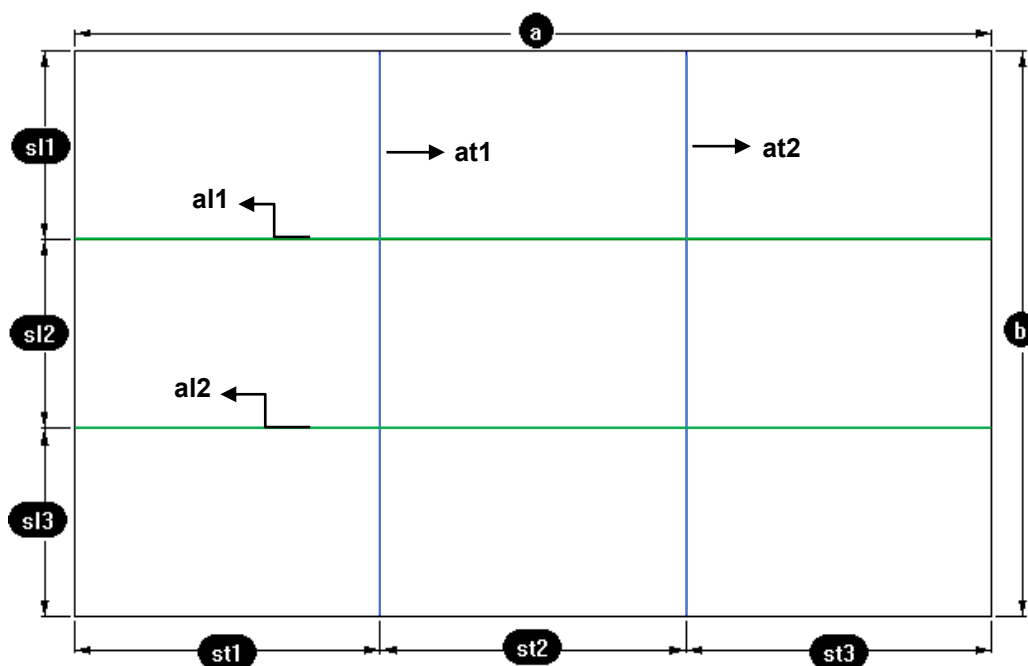


Figura 23: Especímenes resultantes.

El corte de las piezas y la soldadura para formar cada panel, implica pequeñas alteraciones en las dimensiones originales de la plancha y refuerzos. Por lo que, previo al desarrollo de las pruebas experimentales, se registran en la Tabla VII las dimensiones finales de la plancha y refuerzos que conforman los tres especímenes, y, los espaciamientos reales entre refuerzos. En cuanto a las dimensiones de los refuerzos, se reportan tres alturas para cada refuerzo longitudinal y transversal, puesto que este parámetro se ve afectado principalmente por los cordones de soldadura. Tales alturas se han tomado cerca de los extremos y en la parte central de cada elemento, véase la siguiente figura.



Parámetros	Especimen 1	Especimen 2	Especimen 3
a [cm]	111.4	111.6	111.5
b [cm]	66.5	66.4	66.7
$at1_1$ [cm]	7.08	7.07	7.0
$at1_2$ [cm]	7.09	7.1	7.025
$at1_3$ [cm]	6.99	7.16	7.06
$at2_1$ [cm]	7.0	7.03	7.0
$at2_2$ [cm]	7.06	7.03	7.055
$at2_3$ [cm]	7.05	7.08	7.01
$al1_1$ [cm]	3.56	3.55	3.65
$al1_2$ [cm]	3.53	3.525	3.41
$al1_3$ [cm]	3.55	3.38	3.47
$al2_1$ [cm]	3.52	3.59	3.53
$al2_2$ [cm]	3.56	3.53	3.52
$al2_3$ [cm]	3.575	3.46	3.52

Parámetros	Especimen 1	Especimen 2	Especimen 3
sl1 [cm]	22.2	22.4	22.2
sl2 [cm]	22.0	22.1	22.2
sl3 [cm]	22.2	22.1	22.5
st1 [cm]	36.9	37.1	37.4
st2 [cm]	37.2	37.2	36.8
st3 [cm]	37.15	37.0	37.2

Tabla VII: Dimensiones finales de los especímenes, y espaciamiento real entre refuerzos.

El refuerzo sobre el cual se registra las mediciones de alturas se denota como: at1 y at2 en el caso de los transversales, y, al1 y al2, para los longitudinales. Los subíndices que acompañan a cada variable indican el número de la posición registrada. Con respecto a las alturas de los refuerzos reportadas en la Tabla VII, se tiene que el porcentaje de diferencia entre el mayor y menor valor respecto del promedio de las mediciones es de 2.4% para los refuerzos transversales, y, 7.7% en los longitudinales. En tanto que, las dimensiones de los especímenes (a y b) son menores a las descritas en el plano de la Figura 20, en aproximadamente 1.2%. Valores relativamente bajos, por lo que los especímenes construidos corresponden cercanamente al panel analizado en el Capítulo 1.

Para finalizar, se verifica también el espesor de cada especimen utilizando un medidor de espesores ultrasónico TT100, con precisión de centésimas de

milímetro. Se realizaron mediciones en el centro de cada una de las zonas de los paneles limitadas por los refuerzos, con un total de 9 registros en cada espécimen. Los espesores promedio resultantes son 2.99, 2.96 y 3.0 mm, para cada espécimen respectivamente. Como se puede notar estos valores son muy cercanos al espesor nominal de la plancha que se está utilizando (3 mm). Se ilustra en la Figura 24 la medición de los espesores realizada.

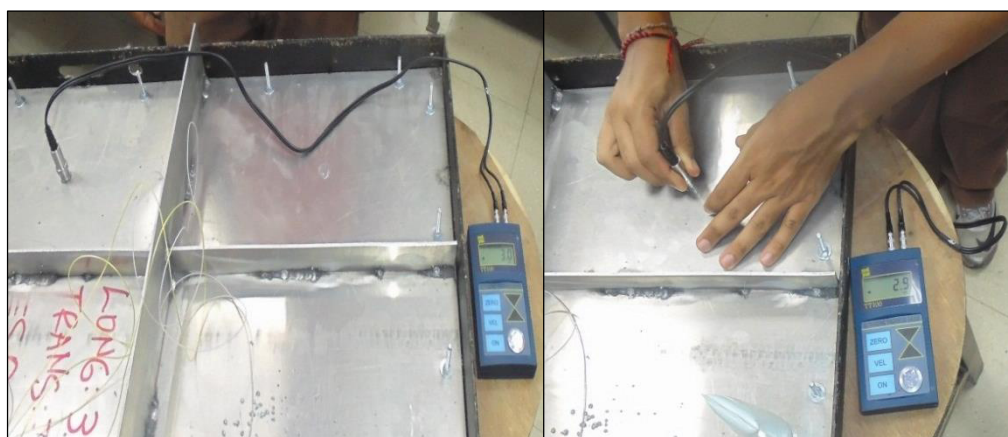


Figura 24: Medición de espesores en cada espécimen.

2.2 Descripción del proceso de las pruebas.

Se describe el equipo utilizado para las pruebas de impacto sobre los paneles reforzados. Primero se detalla la instalación de dos extensómetros para registrar la deformación unitaria en cada panel reforzado. A continuación, se describe el equipo utilizado para las pruebas de impacto, las

cuales incluyen: equipos registrador de deformaciones unitarias y desplazamientos, base de sujeción de los especímenes, golpeador, y, torre de caída del golpeador. Luego, se procede a estimar la velocidad de impacto del golpeador, a través de sensores de luz “LDR”, que registran el tiempo transcurrido al viajar el golpeador entre dos puntos separados una distancia conocida. Luego se describen las pruebas desarrolladas que incluyen: carga estática, impacto preliminar, impacto y post impacto.

Instalación de los medidores de deformación

Una vez que se ha registrado las dimensiones reales de los especímenes, se procede a instalar los medidores de deformación (extensómetros ó *strain gages*) en las zonas del panel que se consideran de mayor importancia para el registro de datos. Los extensómetros que se emplean en este trabajo son de la marca Vishay y corresponden a la Serie EA-06-120LZ-120/E, cuya resistencia nominal es de $120\ \Omega$, y, tienen un Factor de Medidor (*Gage Factor*) de 2.045. Para la instalación se preparó la superficie con lija fina, y luego de la limpieza con alcohol se emplea pegamento epóxico para adosarla al espécimen.

Los puntos sobre los cuales se colocan los extensómetros, se identifican a través de un análisis preliminar mediante el MEF. A partir de este análisis, la zona donde se espera que se presenten los máximos valores de deformación

unitaria, corresponde a los bordes del golpeador, y, área de contacto superficie del panel-golpeador. Sin embargo, no es posible colocar un extensómetro en el punto central del panel ó en un punto que corresponda al borde del golpeador, donde se espera alcanzar la máxima deformación, ya que es muy probable que por el impacto el extensómetro se dañe ó desprenda. Por esta razón, se los instala en la zona central, cerca al punto medio de cada tramo de refuerzo, en dirección perpendicular a ellos. Se observa en la Figura 25, la ubicación final y denominación de los extensómetros instalados en uno de los especímenes.

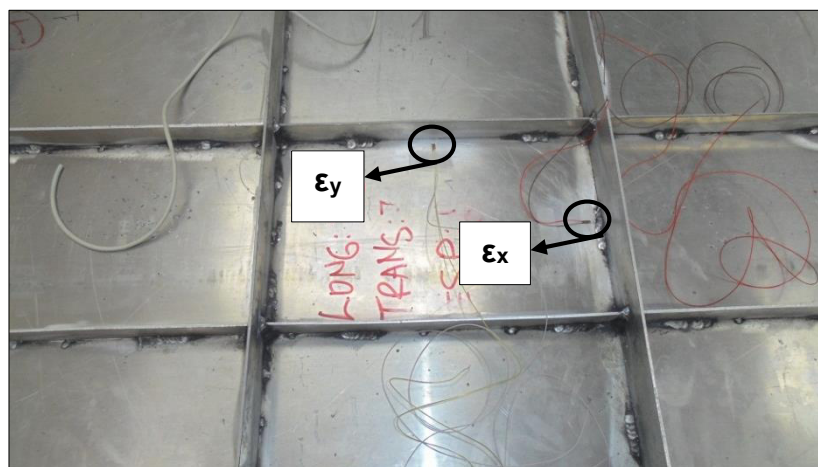


Figura 25: Ubicación y denominación de los extensómetros.

En la Figura 26 se muestra un esquema de la ubicación final de los extensómetros y en la Tabla VIII se registran las posiciones, en cada espécimen.

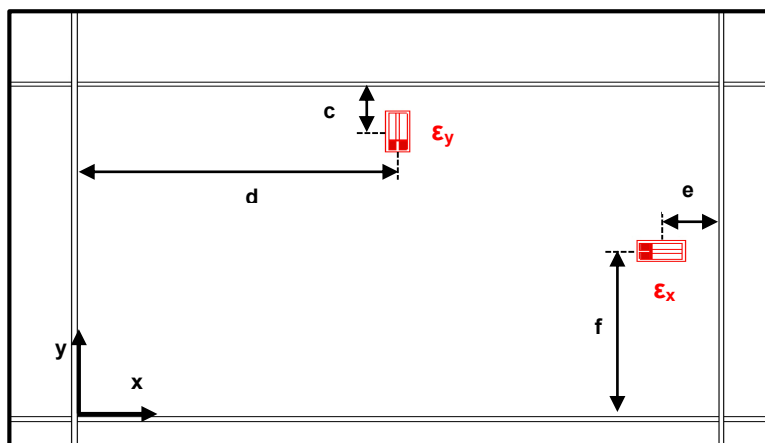


Figura 26: Esquema de la posición de los extensómetros instalados.

	Parámetro	Especimen 1	Especimen 2	Especimen 3
ϵ_x	e [cm]	1.3	1.2	1.5
	f [cm]	10.6	11.0	10.7
ϵ_y	c [cm]	0.9	0.5	0.8
	d [cm]	18.3	18.1	18.2

Tabla VIII: Posición de los extensómetros instalados.

El detalle de la soldadura de los cables de los extensómetros se adjunta en el anexo E de este trabajo.

Descripción de los equipos

Los equipos utilizados para realizar las pruebas de impacto por caída de peso y registro de datos, se muestran en el esquema de la Figura 27, y son:

1. Base metálica para la sujeción de los paneles construída en acero.
2. Mecanismo a través del cual se deja caer el Golpeador construido en acero (denominado como torre de guía del golpeador en los ensayos normalizados "*Falling Weight*"), que incluye un tubo de diámetro interior de 7.92 cm.
3. Golpeador (peso impactante).
4. Medidor de desplazamiento.
5. Registrador de deformaciones unitarias.
6. Tarjeta de adquisición de datos, y,
7. Computadora portátil.

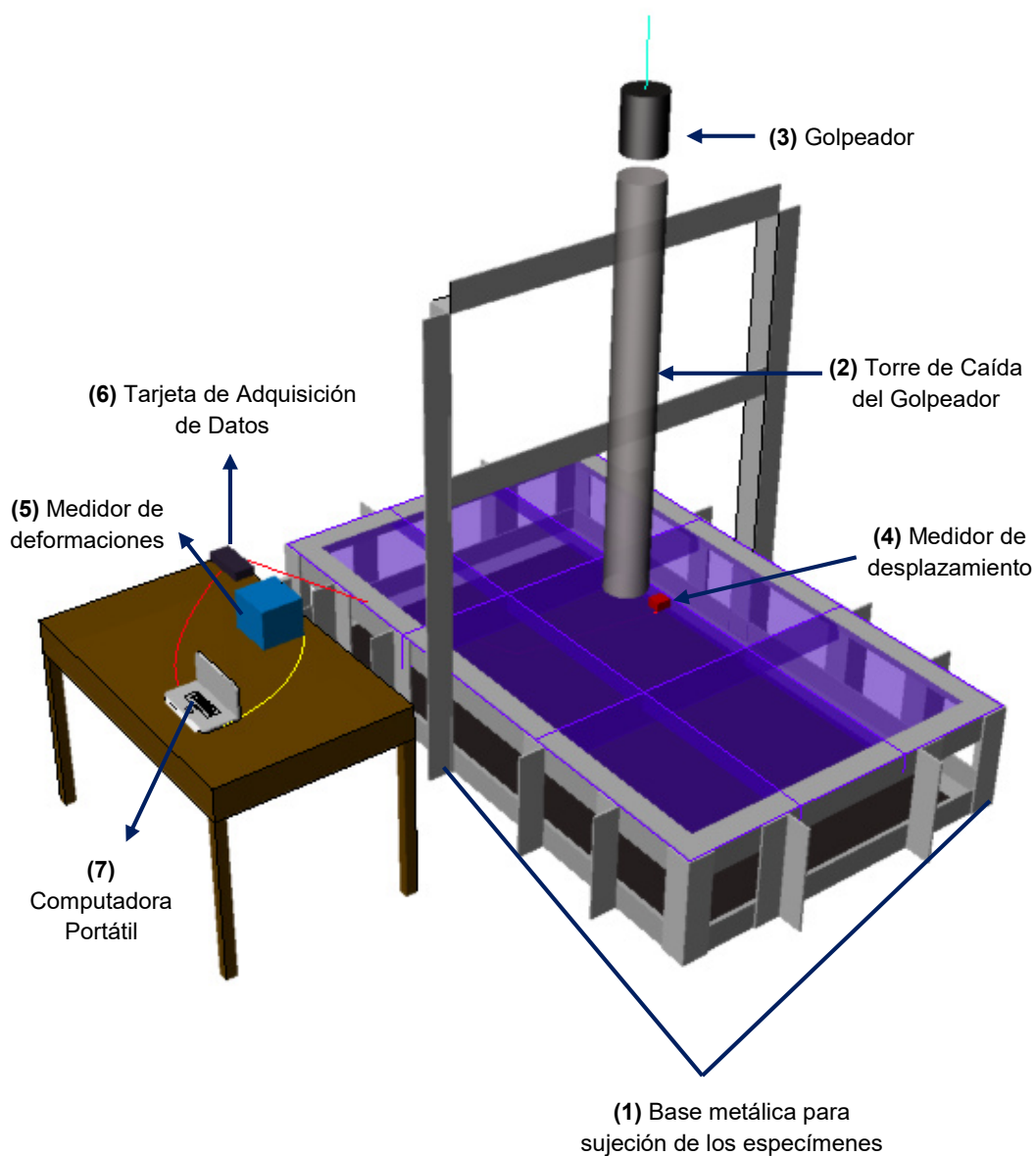


Figura 27: Esquema de los equipos de medición y elementos de ensayo.

El equipo empleado para la medición de las deformaciones unitarias de los extensómetros es el *instruNet i555*, incluye una tarjeta de adquisición de datos y que envía los registros a una computadora portátil, donde se

almacenan usando un programa denominado *instruNet World*. Para sensar la deflexión durante las pruebas en un punto del especimen, se acopló en la parte superior del especimen un medidor de desplazamiento marca Celesco; la señal producida (v) se registra versus tiempo a través de una tarjeta de adquisición de datos marca Omega, usando el programa *DaqView*. La Figura 28 ilustra en detalle la conexión final de los equipos de ensayo.

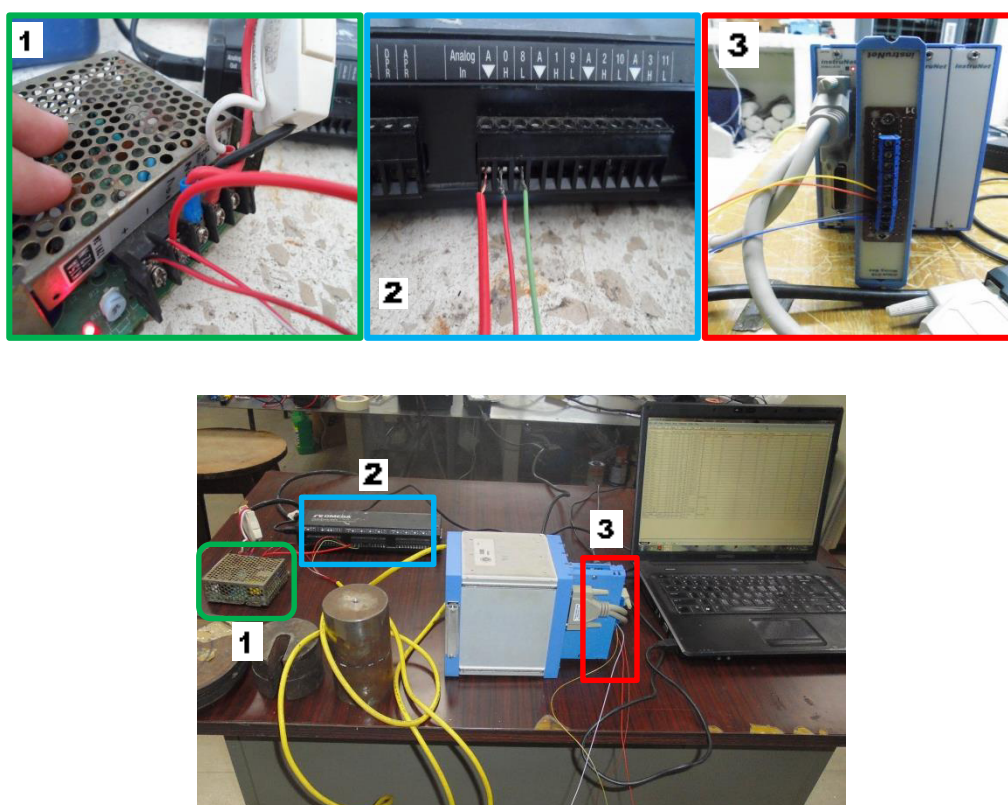


Figura 28: Conexión de los dispositivos de adquisición de datos.

El golpeador que se emplea está fabricado de acero de transmisión, con forma cilíndrica de: 7.65 cm de diámetro, 12.06 cm de altura y 4.32 kg de

peso. La selección del peso del golpeador se lo estimó a través de un análisis cuasi-estático previo, realizado con el programa ANSYS, cuyo desarrollo se muestra en el anexo F de este documento. Este cilindro se desliza verticalmente por el interior de un tubo de acero de 7.92 cm de diámetro interior, y golpea al espécimen, cuya superficie se encuentra 7 cm por debajo del extremo inferior del tubo. El detalle de las características geométricas de la base sujeción de los especímenes y del mecanismo a través del cual se deja caer el peso se detallan en el anexo G de este trabajo.

Estimación de la velocidad de impacto

Antes de la prueba de impacto, se mide la velocidad que alcanza el golpeador al chocar contra el espécimen. Para ello se mide el tiempo de viaje entre dos puntos ubicados en el extremo inferior del tubo guía. Se emplean sensores por Barrera de Luz conocidos comúnmente como LDR (*Light Dependant Resistor* ó Resistor dependiente de la luz) para estimar el tiempo de viaje, con precisión de milésima de segundo². Dado que la superficie del espécimen se encontraba 7 cm por debajo del extremo del tubo, para promediar la velocidad, el segundo punto de medición se ubicó a una distancia de 14 cm del primero, que coincidía con el extremo inferior del tubo.

² El funcionamiento de este dispositivo electrónico, se presenta en el anexo H de este documento.

Descripción de las pruebas

En cada prueba se registran los valores de deformación unitaria y desplazamiento vertical, con diferente razón de registro, de acuerdo con el tipo de carga aplicada. Se ilustra en la Figura 29 la disposición final de los equipos y elementos de ensayo.

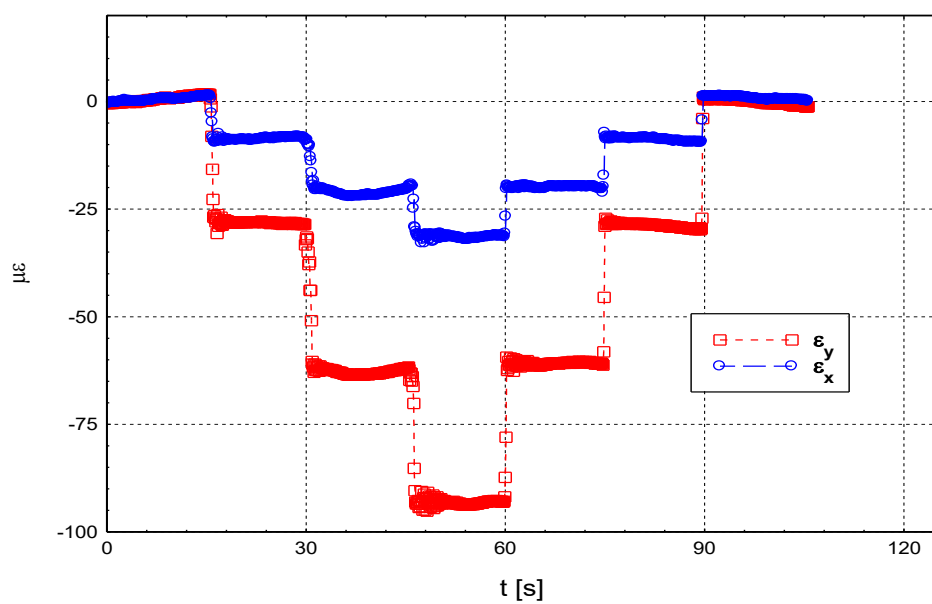


Figura 29: Disposición final de los equipos utilizados durante las pruebas.

i.- Carga Estática: Se miden las deformaciones unitarias y la deflexión aplicando carga estática en forma escalonada; dada la naturaleza de la

carga, se emplean razones bajas de registro. En la siguiente figura se muestran resultados típicos de esta prueba.

Deformaciones Unitarias



Deflexión

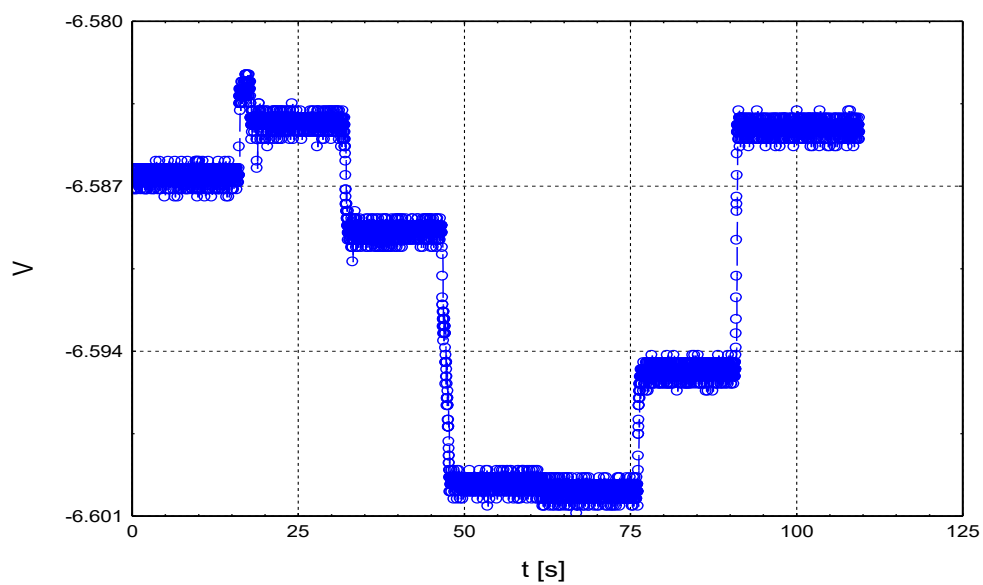
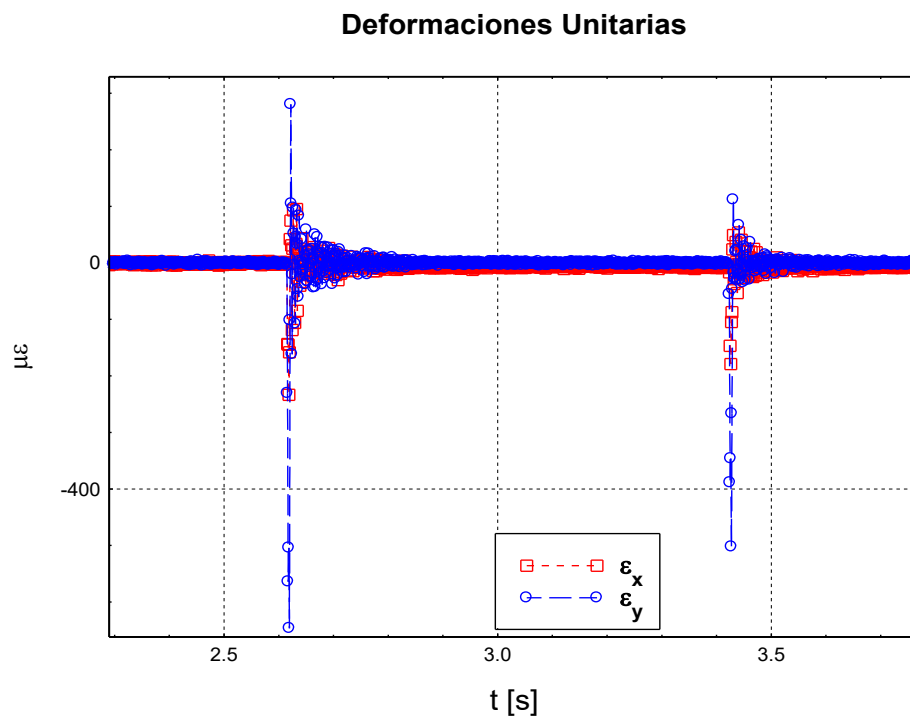


Figura 30: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y , y, deflexión (voltios) por acción de peso de: 4.32, 9.32, 14.32, 9.32, 4.32 kg.

ii.- Carga Dinámica Preliminar: Para comprobar el buen funcionamiento de los equipos, se realiza una prueba de impacto preliminar utilizando una botella plástica con medio litro de agua. En este caso, las razones de registro se incrementan a: 834 y 1500 registros/seg, para el medidor de deformaciones unitarias y deflexión (potenciómetro), respectivamente.

Esta prueba se repite varias veces, dada su naturaleza no destructiva. En la siguiente figura se muestran resultados típicos de esta prueba.



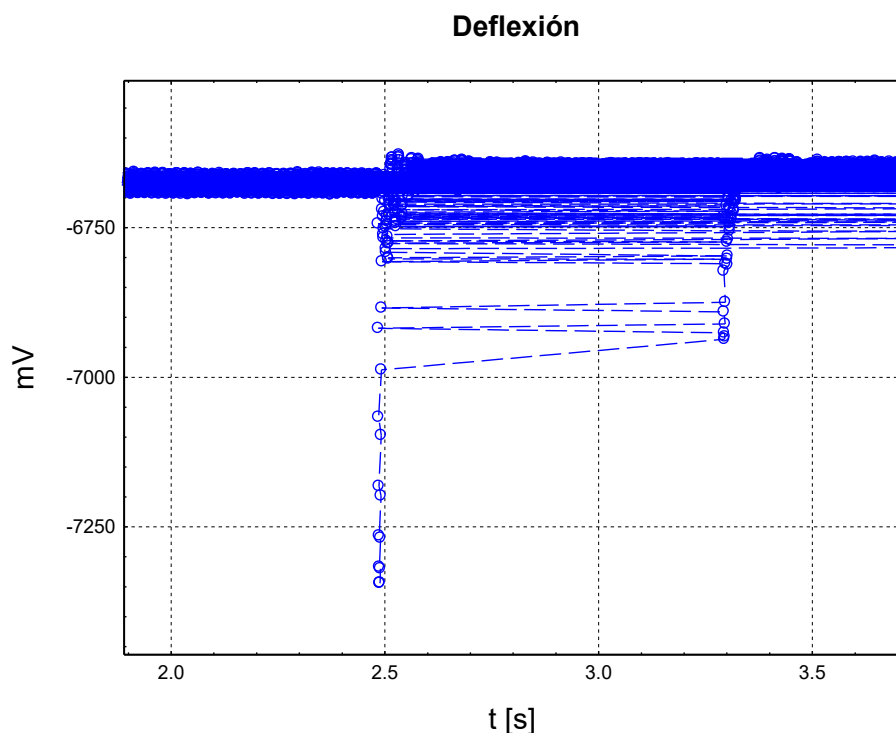


Figura 31: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y , γ , deflexión (milivoltios) por impacto de peso de 500 gr desde una altura de 2.00 m.

iii.- Impacto: Esta es la prueba central del trabajo, se emplean razones de registro igual que en el caso anterior, y dado que el espécimen resulta dañado permanentemente, no se la puede repetir. En este caso, se deja caer el golpeador en el interior del tubo que lo dirige verticalmente hacia el espécimen ubicado en la parte inferior. La altura de caída es de $(=2.02-0.06+0.07 \text{ m})$ 2.03 m desde la cara inferior del golpeador, y la velocidad registrada en las pruebas preliminares es de 5.78 m/s. En la siguiente figura se muestran resultados típicos de esta prueba.

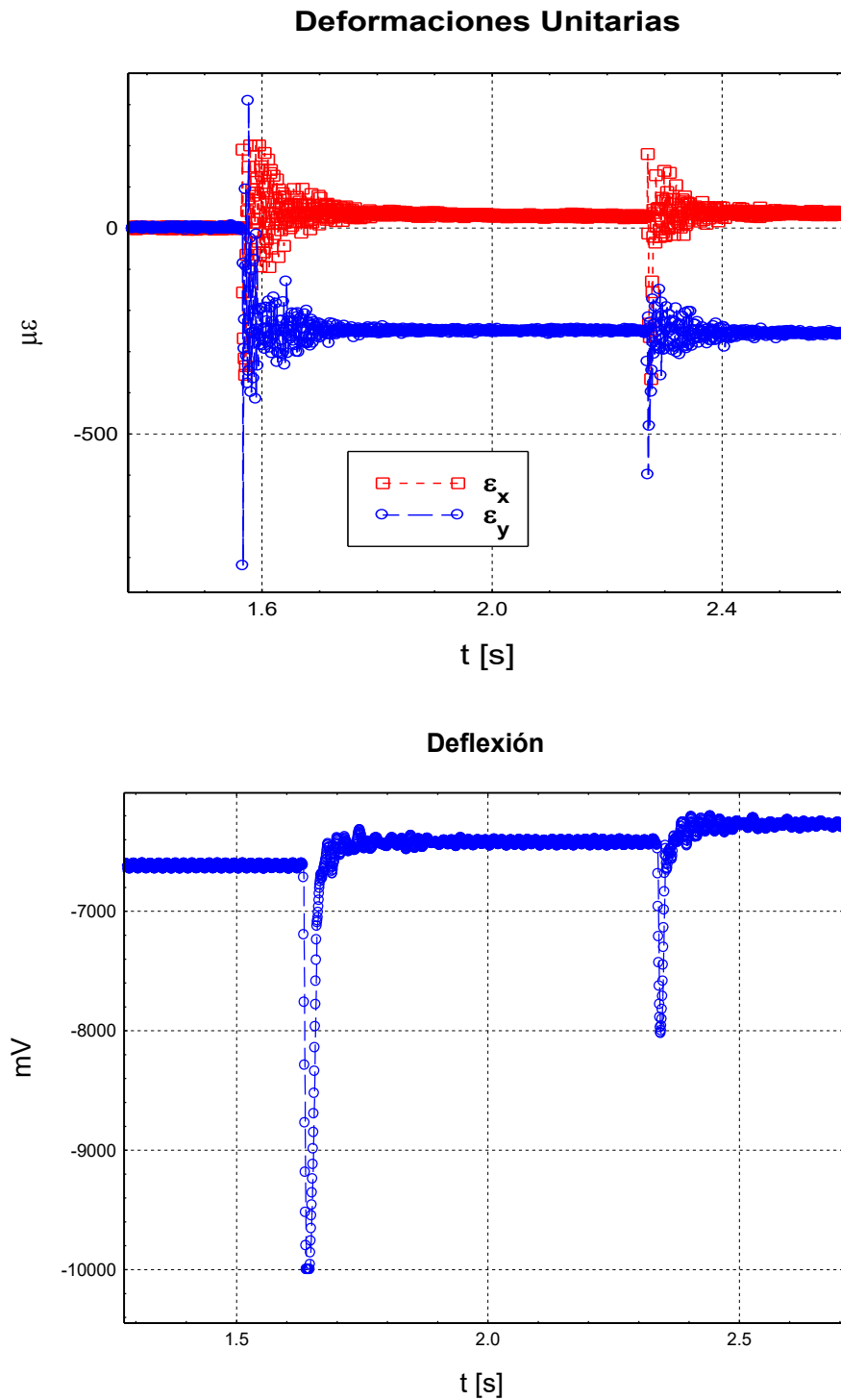


Figura 32: Microdeformaciones unitarias ε_x , ε_y , y , deflexión (milivoltios) por impacto del golpeador de 4.32 kg desde una altura de 2.03 m.

iv.- Medición post impacto: Para medir la elasticidad remanente en el espécimen, luego de que se alcanza el equilibrio estático en la prueba anterior, se levanta el golpeador y se registra la deformación unitaria debida a la recuperación del espécimen. Finalmente, para confirmar que la respuesta es elástica, se asienta nuevamente el golpeador sobre el espécimen. En la siguiente figura se muestran resultados típicos de esta prueba.

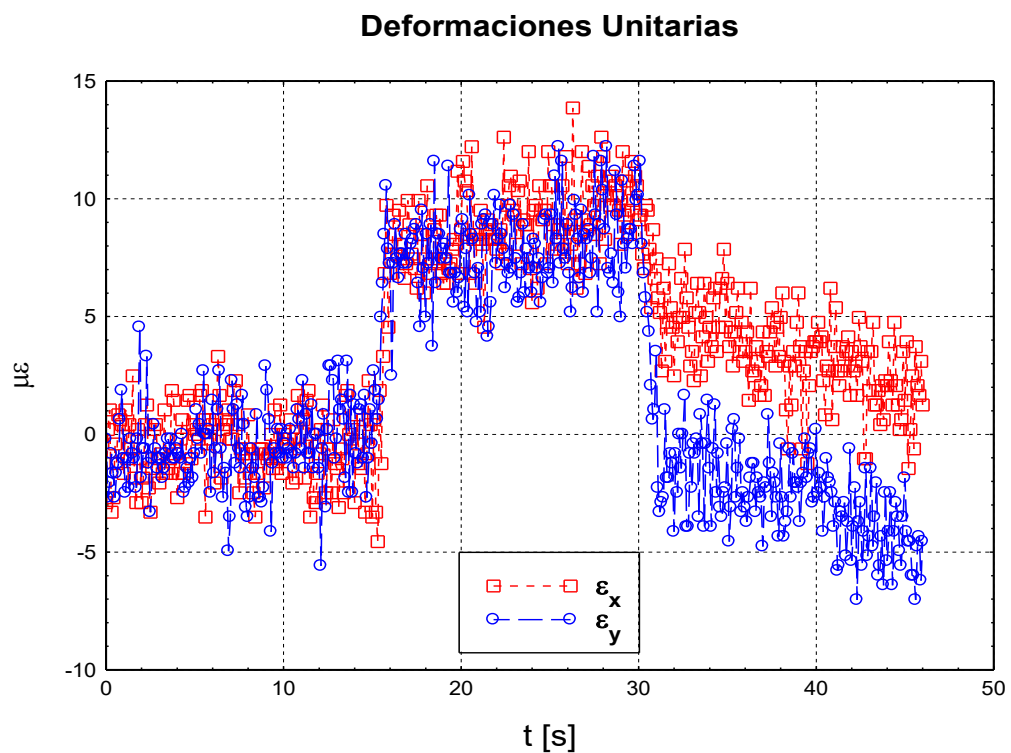


Figura 33: Microdeformaciones unitarias ϵ_x , ϵ_y por acción del retiro del golpeador de 4.32 kg.

2.3 Resumen de resultados experimentales.

Se reportan las mediciones registradas de deformación unitaria y desplazamiento vertical para cada espécimen, primero por acción estática, luego durante el desarrollo de las pruebas de impacto preliminar y con el golpeador, y, finalmente en la prueba de post impacto. Las pruebas estáticas permiten determinar la razón de deformación y desplazamiento por unidad de peso aplicado y la linealidad del fenómeno. Las pruebas preliminares de impacto permiten comprobar la funcionalidad de los equipos y programas de registro de datos. Las pruebas de impacto sirven para determinar las máximas deformaciones unitarias y deflexiones alcanzadas por acción de la caída del golpeador. Finalmente las pruebas de post impacto permiten determinar la razón de deformación unitaria por unidad de peso aplicado, en los paneles permanentemente deformados.

i.- Pruebas de Carga Estática: A partir de los resultados de aplicación de carga estática, que se presentan en el anexo I de este trabajo, se grafican las deformaciones unitarias y deflexiones versus carga aplicada. Luego con Regresión lineal se determinan las razones de cambio por peso aplicado, que se resumen en la siguiente tabla:

Especimen	# Prueba	$\mu\epsilon_x/W$ [μ /kg]	$\mu\epsilon_y/W$ [μ /kg]	w/W [mm/kg]
1	1	-1.33	-6.29	-0.0044
	2	-1.73	-6.55	-0.0086
	3	-2.11	-7.09	-0.0048
	Promedio	-1.72	-6.65	-0.0059
2	1	-2.67	-5.21	-0.0038
	2	-2.48	-4.69	-0.0040
	3	-2.54	-4.84	-0.0055
	Promedio	-2.56	-4.91	-0.0044
3	1	-2.25	-6.56	-0.0045
	2	-2.44	-6.60	-0.0056
	3	-1.96	-6.29	-0.0045
	Promedio	-2.21	-6.48	-0.0049
Promedio total		-2.17	-6.01	-0.0051

Tabla IX: Razones de cambio de deformación unitaria y deflexión por unidad de carga aplicada.

En las Regresiones se calcula también el Coeficiente de Correlación, R^2 , en cada prueba, siendo este parámetro para las deformaciones unitarias en x y y , y deflexión de 0.96, 0.995 y 0.71, respectivamente. Estos valores confirman que existe una relación directa positiva entre la deformación unitaria y peso aplicado; en el caso de las lecturas de deflexión por peso aplicado, el promedio indica presencia de interferencia, aunque en el caso del espécimen 2, este valor llegó a 0.81.

ii.- Pruebas Preliminares de Impacto: A partir de los resultados de impacto empleando un golpeador pequeño (W : 500 gr y h : 2.00 m), se determinan los valores máximos de deformación unitaria y desplazamiento, que se resumen en la siguiente tabla. El tiempo reportado es el que toma desde el inicio del impacto, hasta que se alcanza la máxima deformación.

Especimen	# Prueba	$\mu\epsilon_{x\max}$	$\mu\epsilon_{y\max}$	$W_{\max}$ [mm]	Tiempo [s]
1	1	-204	-241	-2.0	0.0165
	2	-212	-316	-2.5	
	3	-242	-347	-2.3	
	Promedio	-219	-301	-2.24	
2	1	-335	-426	-3.3	0.0168
	2	-241	-439	-2.9	
	3	-319	-435	-2.6	
	Promedio	-298	-433	-2.90	
3	1	-234	-646	-3.0	0.0112
	2	-278	-632	-3.0	
	3	-238	-573	-3.0	
	Promedio	-250	-617	-3.01	
Promedio total		-256	-451	-2.7	0.015

Tabla X: Deformación unitaria y deflexión máxima por impacto preliminar.

De la Tabla X, se evidencia diferencias apreciables en las deformaciones unitarias y deflexión máximas, entre pruebas y especímenes. La diferencia porcentual máxima calculada para la deformación unitaria, entre

especímenes es de 26% aproximadamente, y, entre pruebas de 19%. Con respecto a la deflexión se calcula una diferencia porcentual máxima de 9%. El tiempo promedio que le toma al panel en alcanzar los valores máximos de deformación y deflexión es de 15 milésimas de segundo.

iii.- Pruebas de Impacto: A partir de la prueba de impacto sobre cada espécimen, se pudo determinar los valores extremos de deformación unitaria y deflexión que se alcanzaron durante la prueba. Los resultados se presentan en la Tabla XI.

Especimen	$\mu\epsilon_{x\max}$	$\mu\epsilon_{y\max}$	$W_{\max}$ [mm]
1	-293	-826	-8,32
2	-392	-479	-10,16
3	-356	-817	-11,87
Promedio	-347	-708	-10.12

Tabla XI: Microdeformación unitaria y deflexión máxima por impacto (W: 4.32 kg y h: 2.03 m).

De los valores registrados en la Tabla XI, se observa que para cada componente de deformación existe una prueba (segundo espécimen) que difiere en gran medida de las demás. Además, considerando los valores de

esfuerzo de Fluencia y Módulo de Young para el material, la micro deformación unitaria en Fluencia es de 2930 (véase la Tabla III del capítulo 1), es decir 4.1 veces el promedio de la máxima deformación unitaria experimental. Cabe mencionar que el esfuerzo máximo que alcanza el panel (en el borde del golpeador) no corresponde al registrado en la experimentación (en la intersección plancha-refuerzo).

Además, en el tercer espécimen, se adaptó un pequeño cilindro (aproximadamente 3 mm de diámetro) de plastilina en contacto con la plancha en la zona central. Luego de la prueba se midió la longitud resultante, y la diferencia con la original, se la tomó como medida de la máxima deflexión alcanzada durante la prueba. El valor resultante fue de 12.5 mm, que es algo mayor que el registrado por el medidor de desplazamiento, lo cual es esperado dado que este valor se obtuvo en el punto de máxima deflexión.

iv.- Pruebas de Post impacto: A partir de las pruebas de post impacto se pudo determinar la deflexión elástica remanente luego de la acción del golpeador. Se calcula la diferencia entre el valor de deformación unitaria una vez que se levanta el peso, y el promedio de los valores inicial y cuando se lo vuelve a asentar. En la siguiente tabla se reportan los valores por unidad de peso aplicado.

Especimen	# Prueba	$\mu\epsilon_x/W$ [μ/kg]	$\mu\epsilon_y/W$ [μ/kg]
1	1	-1.21	-1.65
2	1	-0.92	-1.54
	2	-1.72	-1.82
	Promedio	-1.32	-1.68
3	1	-1.85	-1.95
	2	-1.41	-2.37
	3	-1.39	-2.04
	Promedio	-1.55	-2.12
Promedio total		-1.36	-1.81

Tabla XII: Razones de deformación unitaria en post impacto por unidad de peso aplicado.

Comparando los resultados de deformación por unidad de peso aplicado en el caso estático y las de post impacto, se notan diferencias importantes. En el caso del sensor en dirección x, dichos valores fueron -2.17 y $-1.36 \mu\epsilon/kg$, respectivamente. En la dirección y, los valores fueron -6.01 y $-1.81 \mu\epsilon/kg$. En la dirección y se nota una mayor diferencia, producto de los mayores niveles de esfuerzo que se alcanzan durante el impacto, debido a la menor dimensión del panel en esa dirección.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DEL PROCESO DE FALLA DE UN PANEL REFORZADO.

3.1 Comparación de resultados entre modelos numéricos.

Se realiza la comparación de resultados de las distribuciones de esfuerzos y deflexiones en ciertas secciones del panel, obtenidas a través de la aplicación de los programas ANSYS APDL 14.0 y ORTHO_PLATE. Ambos programas se ejecutan para dos modelos numéricos, que difieren en cuanto a la cantidad de nodos, a los que se les asigna desplazamientos específicos. Es decir, se comparan los resultados obtenidos para los dos modelos numéricos, correspondientes a la aplicación del Método de Elementos Finitos

y el de Diferencias Finitas para resolver el problema equivalente aplicando Teoría de Planchas Ortotrópicas.

A los modelos numéricos desarrollados mediante el MDF (aplicando la TPO) y el MEF, descritos detalladamente en los subcapítulos 1.4 y 1.5, respectivamente, se les asignó desplazamientos de 1 cm a los nodos comprendidos en el área de contacto entre el golpeador y la superficie del panel, en las pruebas de impacto. Sin embargo no se tiene la certeza de a qué nodos se debe aplicar esta condición, a los que están en el borde del golpeador, o, a todos los nodos situados en el área de contacto golpeador - superficie del panel. Por esta razón se ha decidido analizar las dos situaciones de asignación de desplazamientos específicos. De tal forma que, en lo siguiente se identificará como *Asignación 1*, al análisis realizado cuando se asigna 1cm de desplazamiento a los nodos que corresponden al borde del golpeador, y, *Asignación 2* para el otro caso de estudio (nodos del área de contacto).

Al implementar las asignaciones del desplazamiento específico únicamente a los nodos de los bordes del golpeador (*Asignación 1*), la cantidad de nodos restringidos disminuye. En el caso del programa ORTHO_PLATE se ingresa la posición espacial de 8 nodos, y, en el programa ANSYS se selecciona 32 nodos a los cuales se les asigna 1 cm de desplazamiento. El resto de parámetros permanece igual, en ambos programas. En la Figura 34 se

presenta el modelo numérico con el MEF preparado con el programa ANSYS, para las dos formas de desplazamiento especificados.

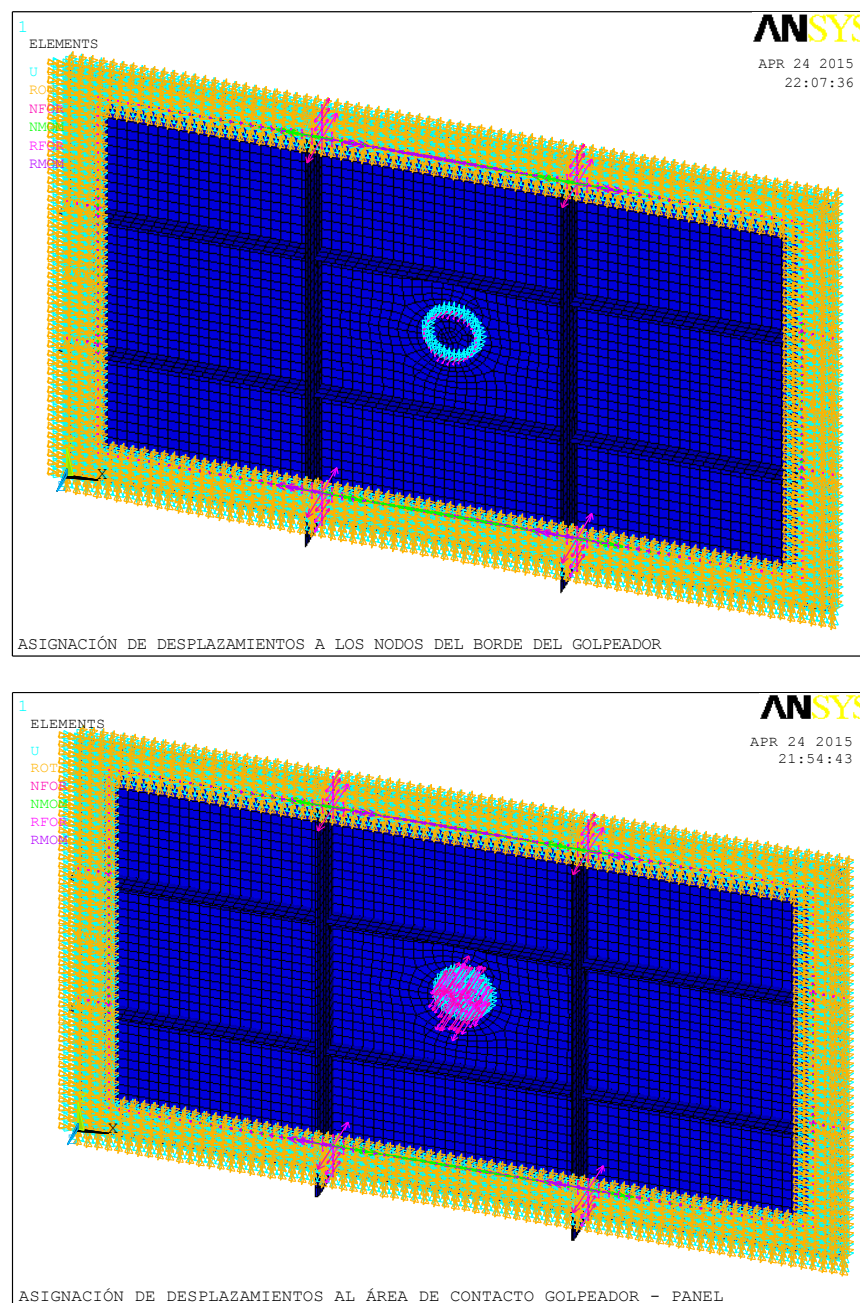
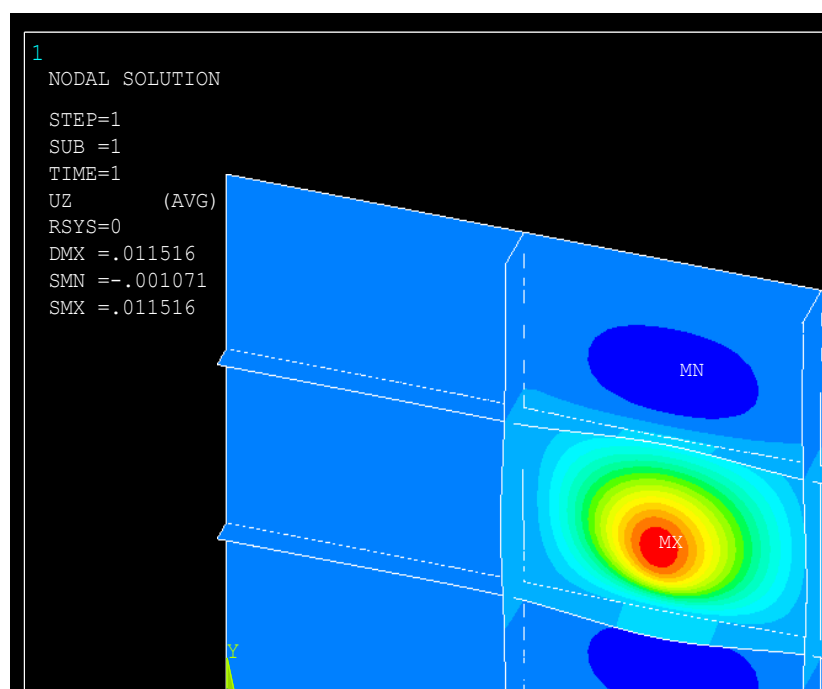


Figura 34: Asignación de desplazamientos específicos con el MEF.

Una vez que se ejecutan los programas ANSYS y ORTHO_PLATE, se obtienen valores de deflexiones y esfuerzos en los puntos nodales del dominio del panel. Previo a la comparación de resultados obtenidos por cada programa, se muestra gráficamente las distribuciones de deflexión y esfuerzos resultantes, proporcionado por el programa ANSYS.

La Figura 35 ilustra la deflexión final del panel, a través de un mapa de colores, en el que el rojo indica la deflexión máxima y el azul la mínima.



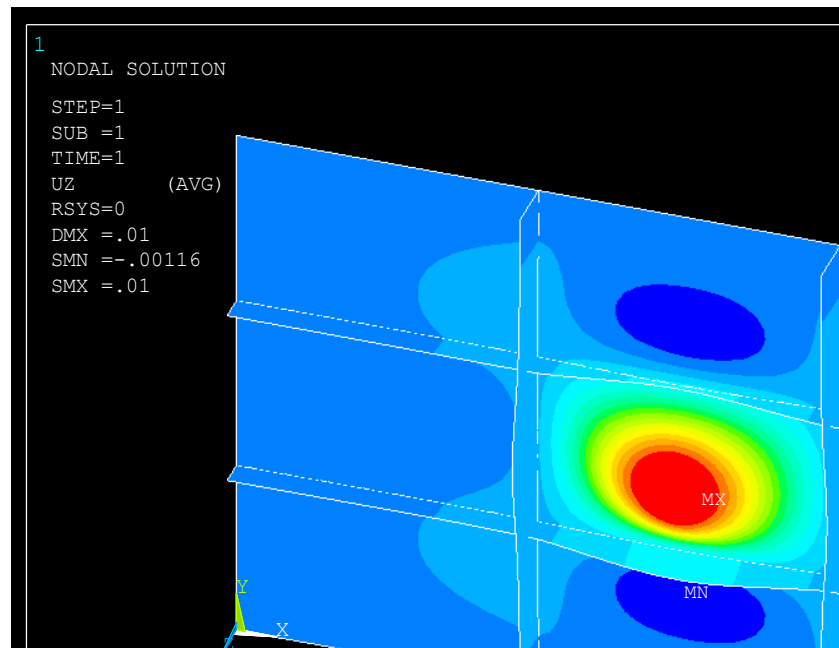


Figura 35: Panel deformado en el sistema de coordenadas global, con asignación de desplazamientos 1 y 2.

De igual forma, se muestra en las Figuras 36 y 37 la distribución de las dos componentes de esfuerzo, de acuerdo al sistema de referencia global del programa ANSYS.

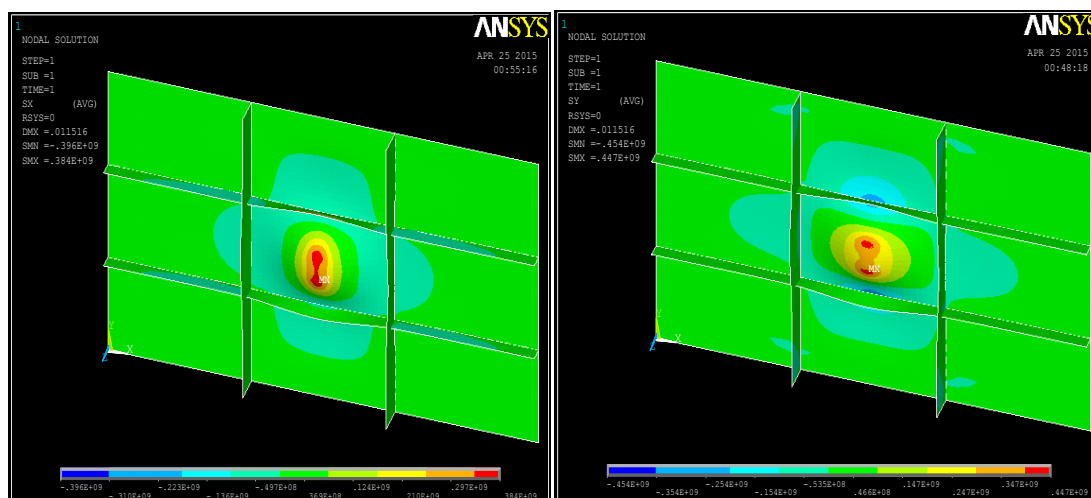


Figura 36: σ_x y σ_y del panel en el sistema de referencia global. Asignación 1.

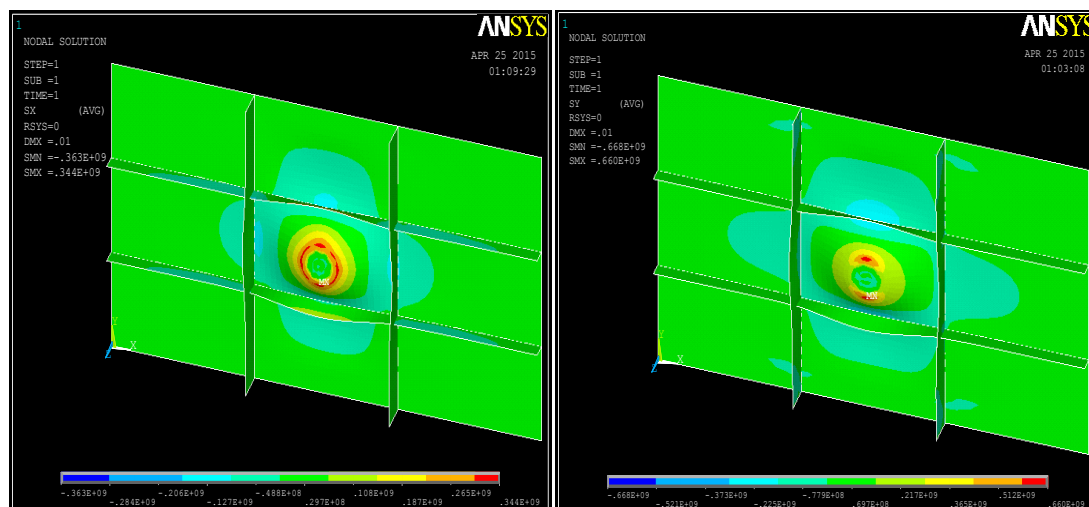


Figura 37: σ_x y σ_y del panel en el sistema de referencia global. Asignación 2.

Como se puede visualizar, los máximos valores de deflexión ocurren en la parte central del panel, y, existe mayor concentración de esfuerzos alrededor del borde de contacto del golpeador y en el centro del panel. Además,

claramente se observa que la manera en la cual se realiza la asignación de desplazamientos al modelo numérico, cambia la distribución de esfuerzos y la forma de la deflexión final del panel.

Análisis y comparación de deflexiones

Luego de la ejecución de los programas ANSYS y ORTHO_PLATE, en las Figuras 38, 39, 40 y 41 se presenta en forma gráfica los resultados obtenidos, para el panel reforzado analizado linealmente mediante el MEF y el MDF. Los resultados de ambos programas se muestran en una misma figura, para las debidas comparaciones. En las Figuras 38 y 39 se muestran la distribución de las deflexiones en dirección “x”, a lo largo del centro de la plancha, intersección de la plancha con uno de los refuerzos, y, a la altura de la fibra más alejada del refuerzo. Mientras que, en las Figuras 40 y 41 se presenta la distribución de deflexión de los modelos en la otra dirección ortogonal, a lo largo de las mismas posiciones.

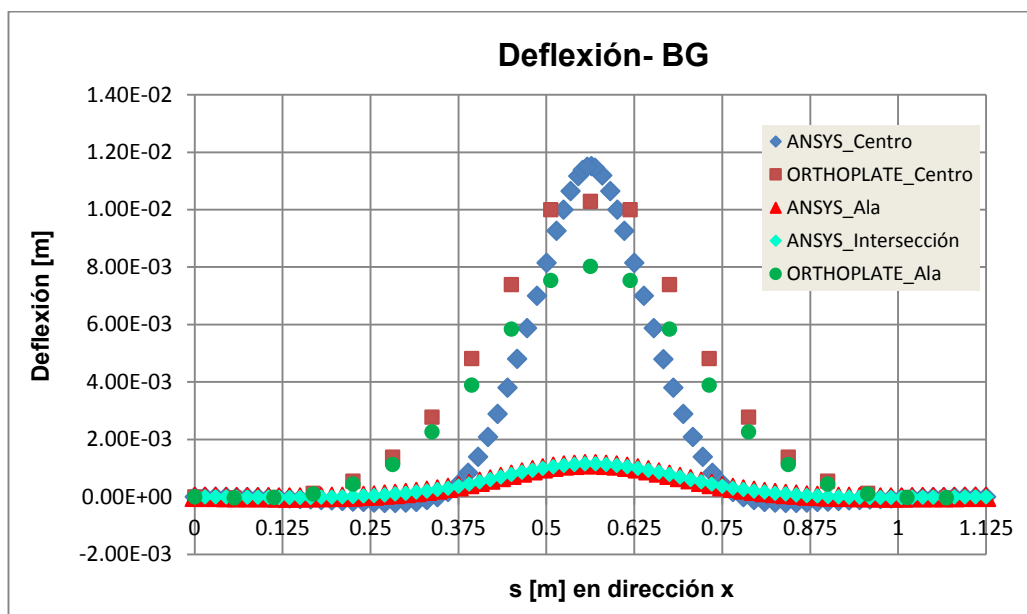


Figura 38: Perfil longitudinal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1: BG.

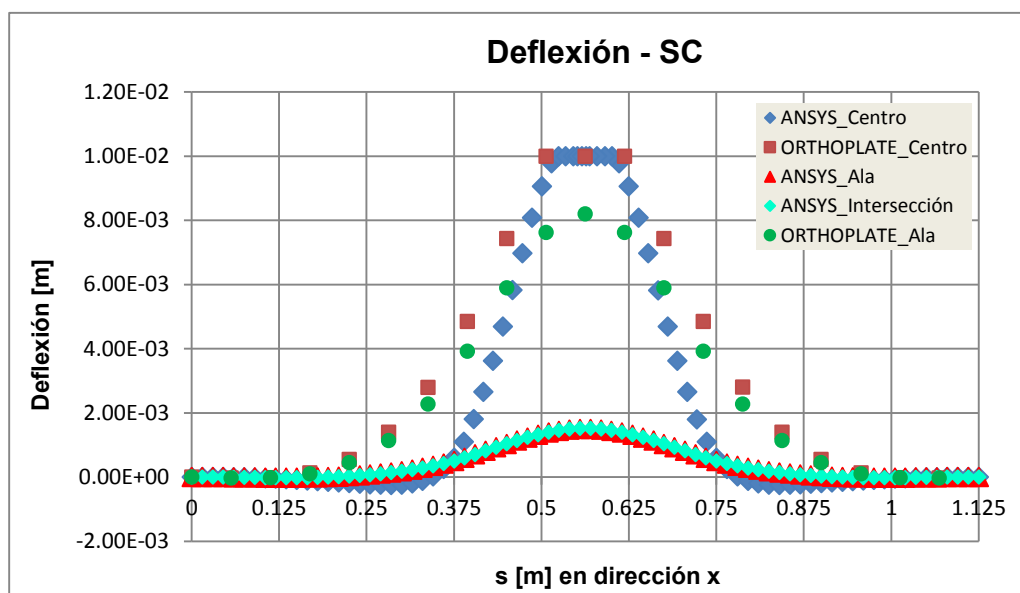


Figura 39: Perfil longitudinal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2: SC

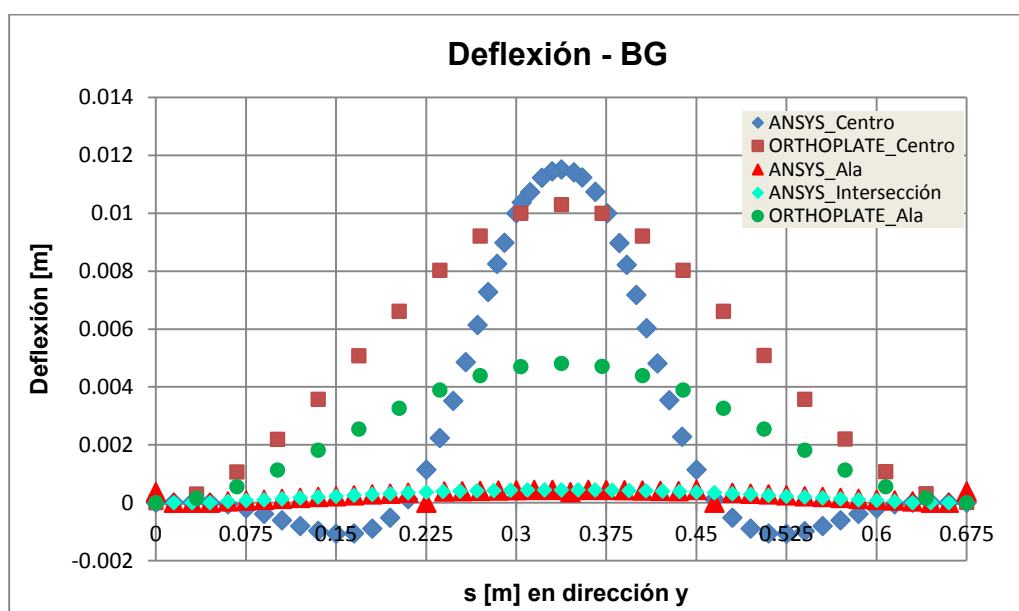


Figura 40: Perfil transversal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1: BG.

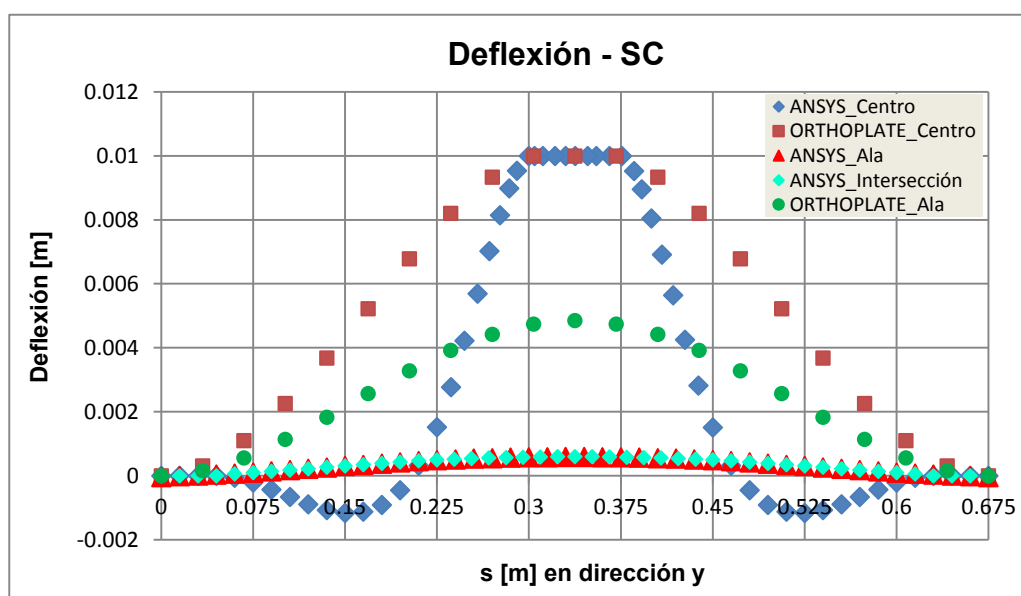


Figura 41: Perfil transversal de deflexión, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2: SC.

Tomando como referencia los resultados calculados por el programa ANSYS, se observa que los perfiles de deformación obtenidos con el programa ORTHO_PLATE, presentan una tendencia semejante a los perfiles obtenidos con ANSYS. La diferencia entre los valores calculados, principalmente es notoria alrededor de la conexión de la plancha con los refuerzos, lo cual se esperaba, ya que recordando del subcapítulo 1.1 la TPO modela a la combinación plancha-refuerzo como una plancha Ortotrópica uniforme equivalente. Razón por la cual en las zonas de conexión plancha-refuerzo, la TPO predice valores de deflexión mucho mayores a los calculados por el MDF, pero alrededor de la zona central del panel los valores difieren en aproximadamente 30%. Además, en el caso del análisis identificado como Asignación 1, las deflexiones resultantes en el centro del panel, calculadas por el programa Ortho_Plate, son menores a los valores presentados por el programa ANSYS en 11% aproximadamente.

Las diferencias porcentuales son realmente aceptables considerando que el MEF, realiza un análisis estructural a nivel terciario, lo que implica distribuciones detalladas de deflexiones, a lo largo de cualquier sección del panel.

Análisis y comparación de esfuerzos

En forma similar a las deflexiones, para la comparación de los esfuerzos desarrollados en el panel, en las dos direcciones ortogonales, se presenta en las Figuras 42, 43, 44 y 45 la distribución de las componentes de esfuerzo, a lo largo de las mismas posiciones que en el caso de las deflexiones. Estas son las posiciones consideradas como las de mayor importancia en la respuesta final del panel.

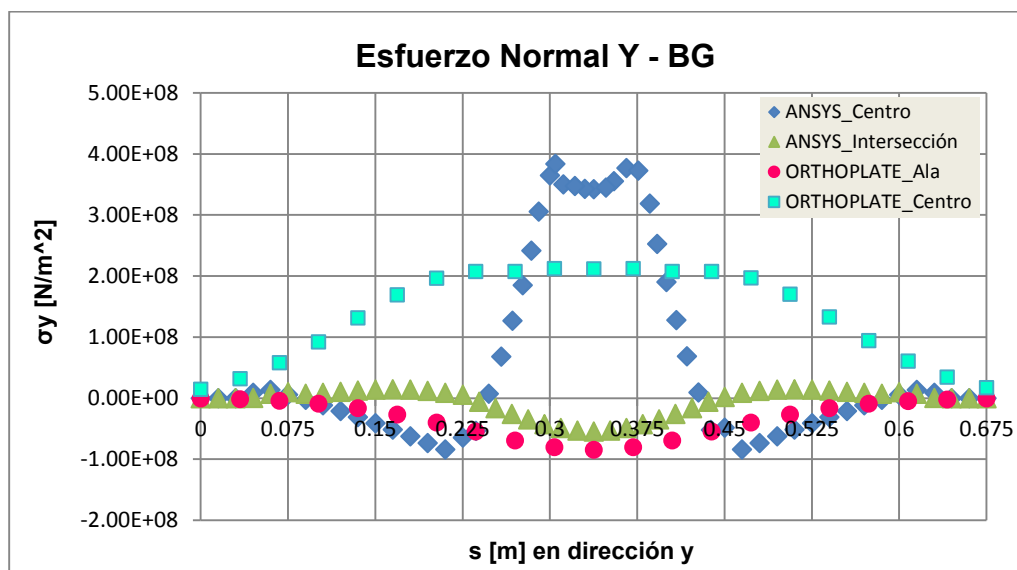


Figura 42: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 1: BG.

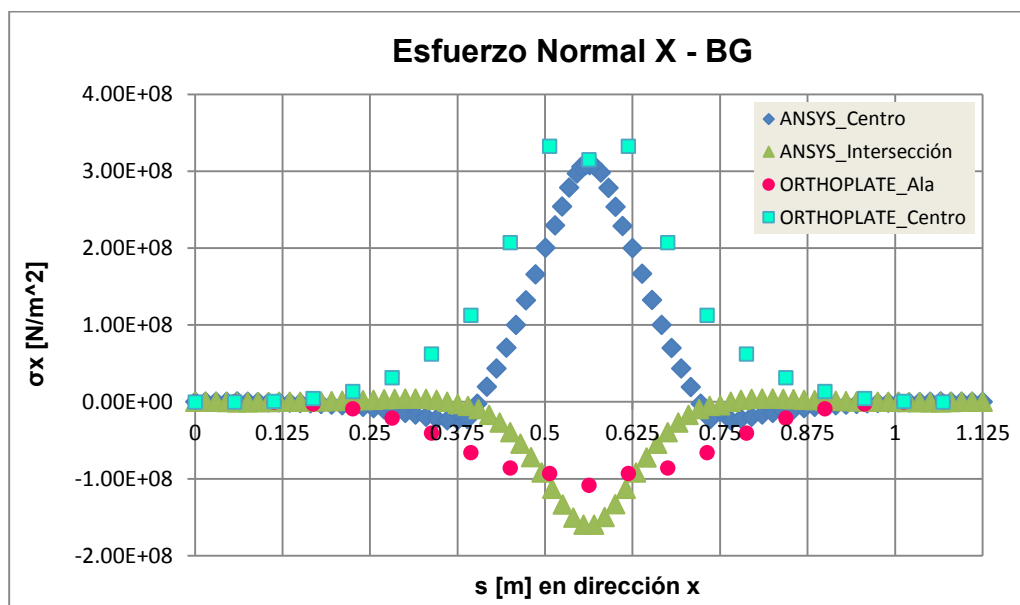


Figura 43: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 1: BG.

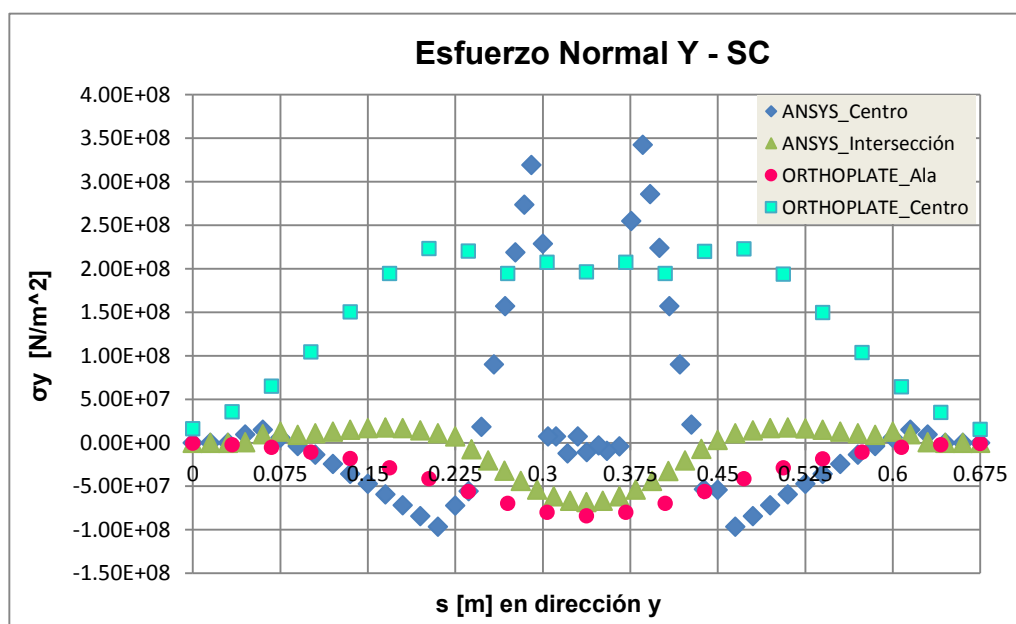


Figura 44: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 2: SC.

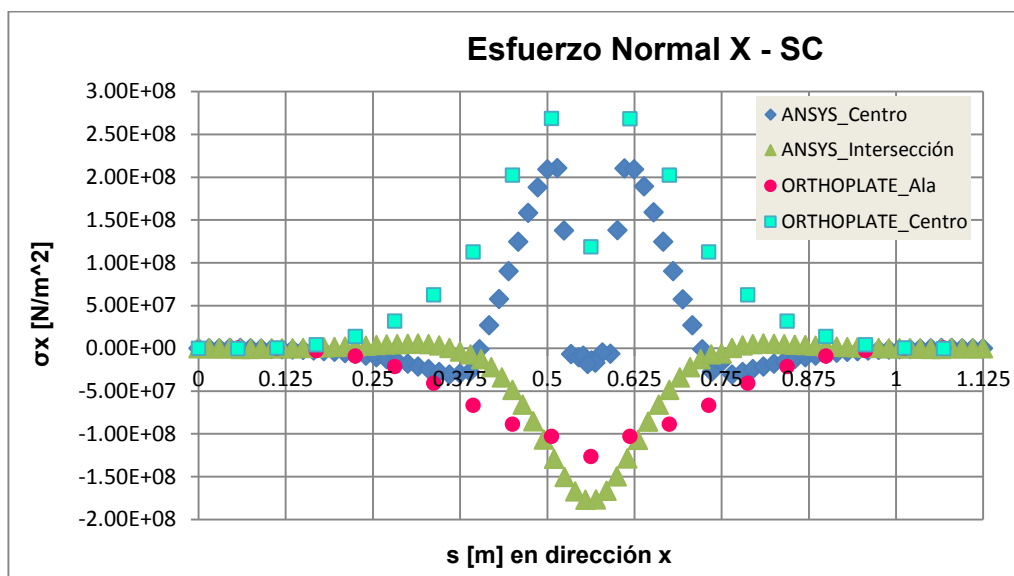


Figura 45: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 2: SC.

De las gráficas se puede observar que la distribución de esfuerzo a lo largo del nodo central del panel, en la dirección más corta del panel (σ_y) difiere en gran medida del perfil de esfuerzo obtenido con ANSYS. Los resultados obtenidos con ORTHO_PLATE a la altura plancha-refuerzo, lucen bastante cercanos a los de ANSYS. Al igual que en el caso de las deflexiones, alrededor de los refuerzos la TPO predice valores de esfuerzo mayores a los de ANSYS. En la zona central los resultados de ambos programas son más cercanos entre sí. Pensando en aplicar el programa aquí desarrollado para estimaciones preliminares de escantillonado, se requiere conocer los máximos esfuerzos que puede soportar un elemento estructural. Entonces, a continuación se establecen comparaciones entre los resultados obtenidos en

la zona central del panel, que es donde se produce mayores concentraciones de esfuerzo.

En la Tabla XIII se presenta en resumen las diferencias porcentuales promedio de esfuerzo, obtenidas a lo largo del nodo central, y, a la altura de la combinación plancha-refuerzo.

Posición	Centro del panel		Plancha+refuerzos	
	$\Delta\sigma_x$ (%)	$\Delta\sigma_y$ (%)	$\Delta\sigma_x$ (%)	$\Delta\sigma_y$ (%)
ASIGNACIÓN 1	<32	>17	>37	<15
ASIGNACIÓN 2	<10	> 22	>21	<14

Tabla XIII: Comparación porcentual de las componente de esfuerzo obtenidas mediante la aplicación de los métodos numéricos.

El signo que acompaña a las diferencias porcentuales de la Tabla XIII, son un indicativo de cuán por encima o por debajo, se encuentran los valores calculados con el programa `ORTHO_PLATE`, en comparación con los valores proporcionados por el programa ANSYS. Se piensa que los elevados porcentajes de diferencia mostrados en la tabla, posiblemente se dan debido a que el rango considerado para integrar los momentos por unidad de longitud no son los más adecuados. Cabe recordar que, en este estudio se interpolan los momentos proporcionados por el programa `ORTHO_PLATE`, a lo largo del ancho efectivo de la plancha, y con el módulo seccional de la combinación (plancha-refuerzo), se calculan los respectivos esfuerzos.

En términos generales y considerando las diferencias porcentuales obtenidas tanto en deflexiones como en rigidez, la TPO aproxima los valores de esfuerzos y deflexiones razonablemente bien, si se comparan con los resultados obtenidos a través del MEF (considerando como de referencia los resultados obtenidos por este método).

Desplazamiento máximo para alcanzar el Límite de Fluencia del material

Para finalizar, se obtiene el valor del desplazamiento máximo que se debe asignar a los nodos, en los dos casos analizados en este estudio, para que el panel alcance el límite de fluencia del Al-5086. Esto se realiza, relacionando linealmente el esfuerzo máximo que se obtiene, cuando los desplazamientos asignados son de 1 cm, de acuerdo al análisis anterior desarrollado con ANSYS. De tal manera que, en la Tabla XIV se presenta los resultados obtenidos.

Desplazamiento		10 mm			
		ASIGNACIÓN 1		ASIGNACIÓN 2	
		σ_x [N/m ²]	σ_y [N/m ²]	σ_x [N/m ²]	σ_y [N/m ²]
TOP	Nodo	1866	1866	1647	1647
	Valor	3.835E+08	4.469E+08	3.436E+08	6.600E+08
BOTTOM	Nodo	1866	1866	1647	1647
	Valor	-3.963E+08	-4.539E+08	-3.627E+08	-6.682E+08

Desplazamiento		4.565 mm		3.101 mm	
		σ_x [N/m ²]	σ_y [N/m ²]	σ_x [N/m ²]	σ_y [N/m ²]
TOP	Nodo	1866	1866	1647	1647
	Valor	1.751E+08	2.040E+08	1.066E+08	2.047E+08
BOTTOM	Nodo	1866	1866	1647	1647
	Valor	-1.809E+08	-2.072E+08	-1.125E+08	-2.072E+08

Tabla XIV: Desplazamiento máximo, que origina que los esfuerzos máximos alcancen el límite de fluencia del material.

Como se puede observar en la Tabla XIV primero se presentan los máximos valores de esfuerzo, tanto en la cara del tope como en la del fondo de la plancha, cuando se aplicó al panel 1 cm de desplazamiento. Relacionando linealmente el desplazamiento con el esfuerzo máximo que se obtuvo en los dos casos de análisis, se tiene que: al asignar 4.57 mm de desplazamiento a los nodos que coinciden con el borde del golpeador, y, 3.10 mm a los nodos comprendidos en el área de contacto, los esfuerzos máximos resultantes alcanzan el límite de fluencia del material.

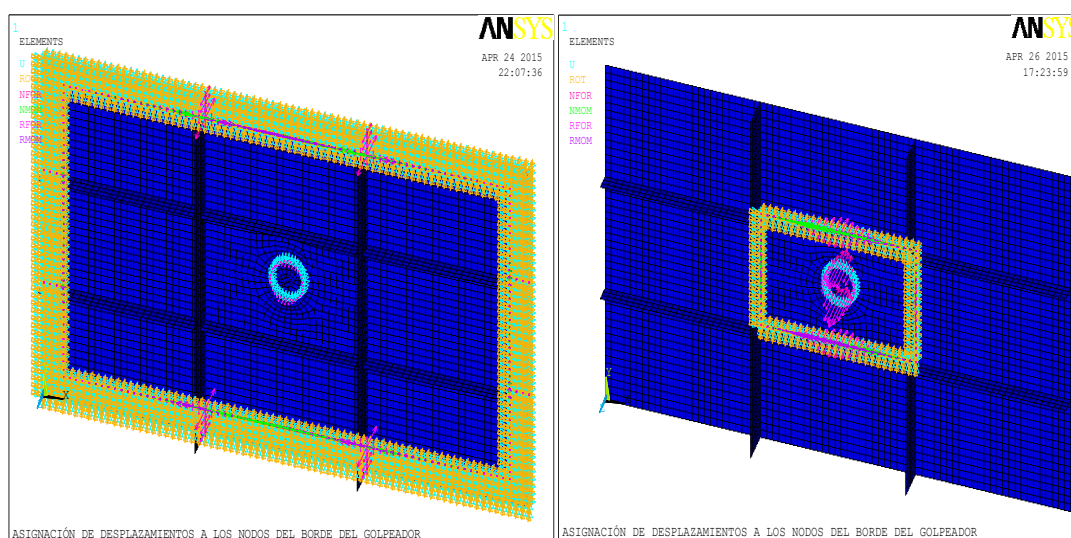
3.2 Análisis de la interacción entre plancha y refuerzos.

En este subcapítulo se analiza la influencia de los refuerzos sobre el panel reforzado, comparando los resultados de distribuciones de deflexiones y esfuerzos que proporciona el programa ANSYS. Para lo cual, se modela nuevamente la geometría del panel mediante el MEF, considerando como empotrados los nodos de la intersección plancha - refuerzo que limitan la zona central del panel. Luego, los resultados calculados con este modelo, se comparan con los del desarrollado en el subcapítulo 3.1, a fin de determinar la interacción e influencia que ejercen los refuerzos sobre la plancha, y, analizar la forma en que interactúan los elementos estructurales plancha-refuerzo.

Entonces, se modela nuevamente con el programa ANSYS APDL 14.0, el panel reforzado analizado en el subcapítulo anterior, pero modificando las condiciones de frontera, esto es, se consideran como empotrados los nodos que corresponden a la intersección de la plancha con los refuerzos, que limitan la zona central del panel. Se consideran de igual manera que en el cálculo previo, las dos formas de asignación de desplazamientos, Para esto, se reemplaza en el archivo tipo texto (realizado en el capítulo 1) los nodos de los bordes del panel, por los que limitan la zona central del mismo. Siguiendo el mismo procedimiento descrito en el subcapítulo 1.5, se importa nuevamente el archivo IGES del mapa de áreas del panel, y, se ejecuta en el

menú de utilidades de ANSYS el archivo tipo texto para generar el modelo numérico y su solución.

La idea de desarrollar nuevamente el modelo numérico del panel, empotrando los nodos que bordean la plancha central del mismo, corresponde a representar una plancha uniforme, sin refuerzos. De esta forma se podrá determinar la influencia que ejercen los refuerzos soldados a la plancha. En la Figura 46 se ilustra los modelos numéricos que se comparan y analizan a continuación.



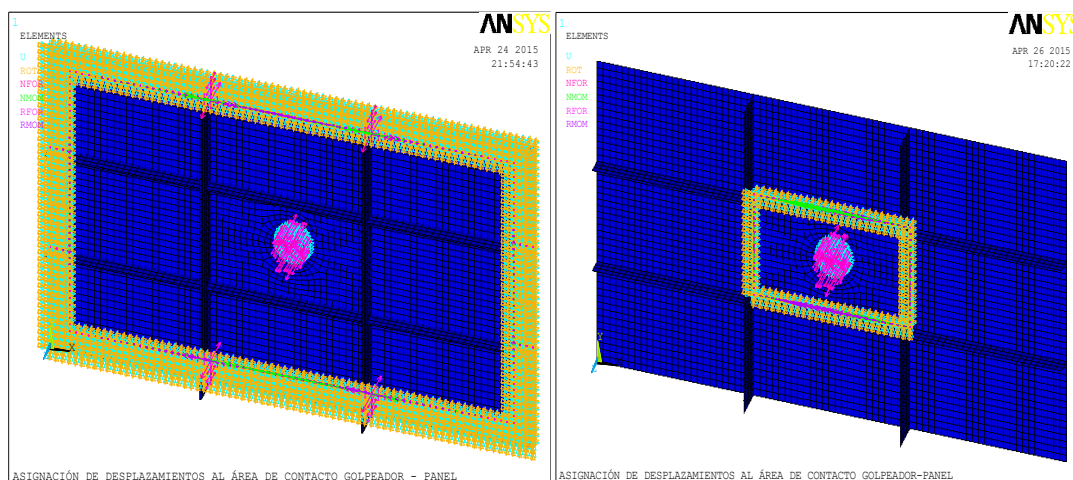


Figura 46: Modelos numéricos, empotrados en sus bordes y en la zona central del panel. Asignación 1 y 2, respectivamente.

A continuación, se grafican en forma conjunta los resultados de deflexiones y esfuerzos obtenidos para los modelos numéricos que se indican en la Figura 46.

Análisis de deflexiones

A continuación, se grafica la distribución de deflexión resultante de los modelos numéricos desarrollados, en dirección x y y , a lo largo del nodo central del panel, y , a la altura de la intersección de la plancha con los refuerzos.

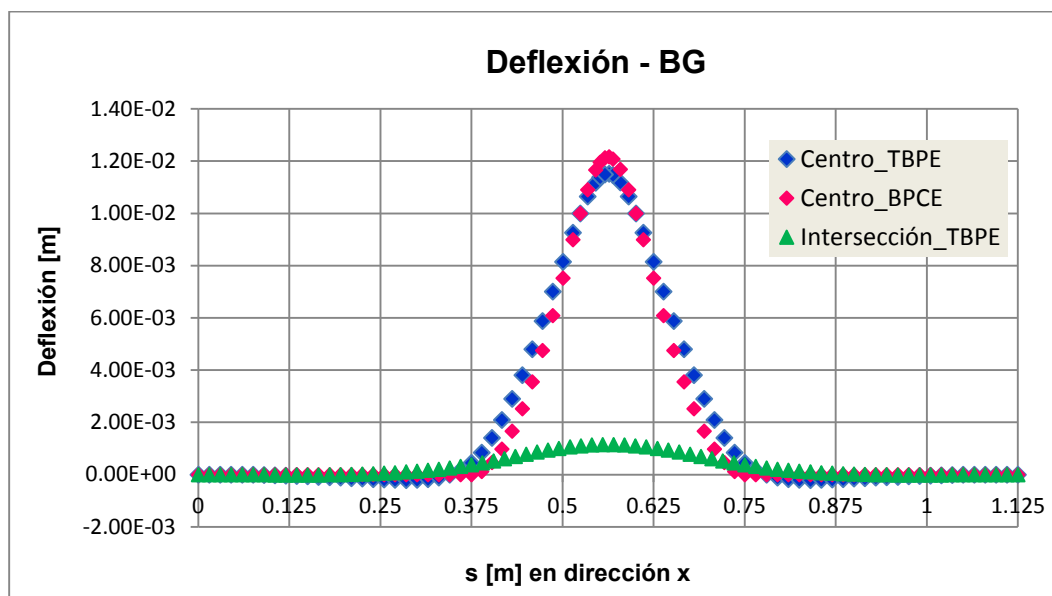


Figura 47: Deflexión en dirección “x”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1: BG.

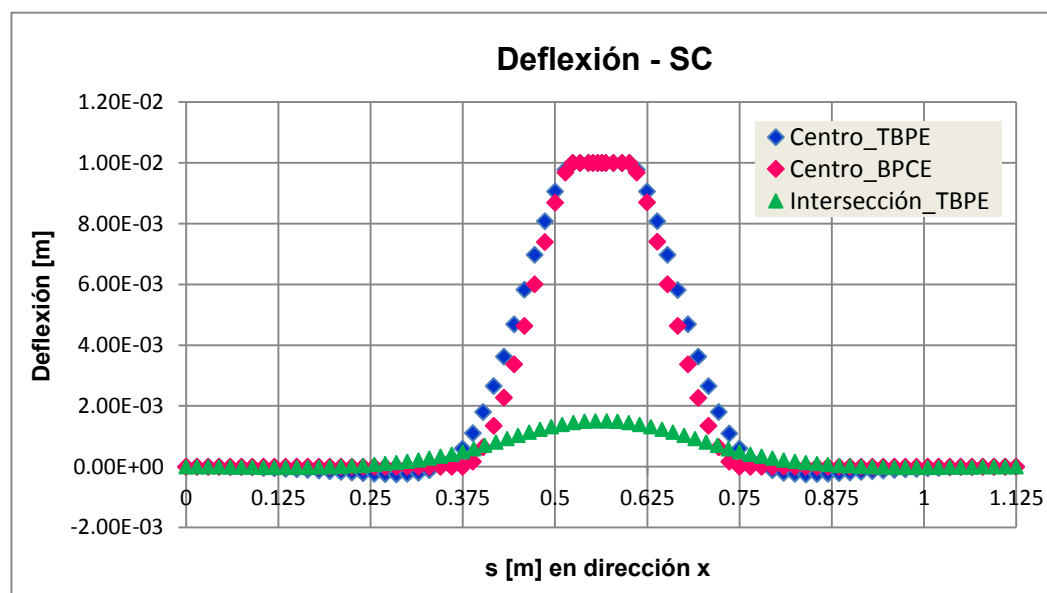


Figura 48: Deflexión en dirección “x”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2: SC.

Las Figuras 47 y 48, muestran el perfil de deflexión del lado de mayor longitud del panel, para las 2 formas de asignación de desplazamientos analizadas. Se observa que en ambas situaciones de asignación de desplazamientos, la ausencia de refuerzos provoca una distribución de deflexión localizada hacia el centro de la plancha. Mientras que, los refuerzos tratan de rigidizar a la plancha limitada por los mismos, disminuyendo la deflexión local. Gran parte de la deflexión que experimenta el sistema se transmite a los puntos de intersección plancha-refuerzo, ocasionando desplazamiento de estos puntos de intersección, representados con color verde en las gráficas de las Figuras 47 y 48.

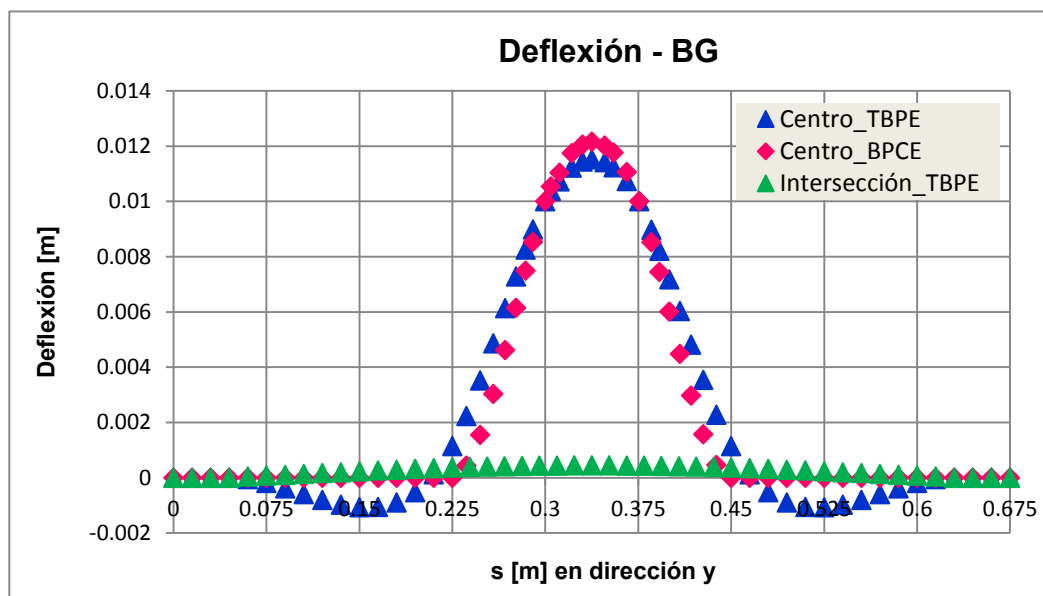


Figura 49: Deflexión en dirección “y”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 1: BG.

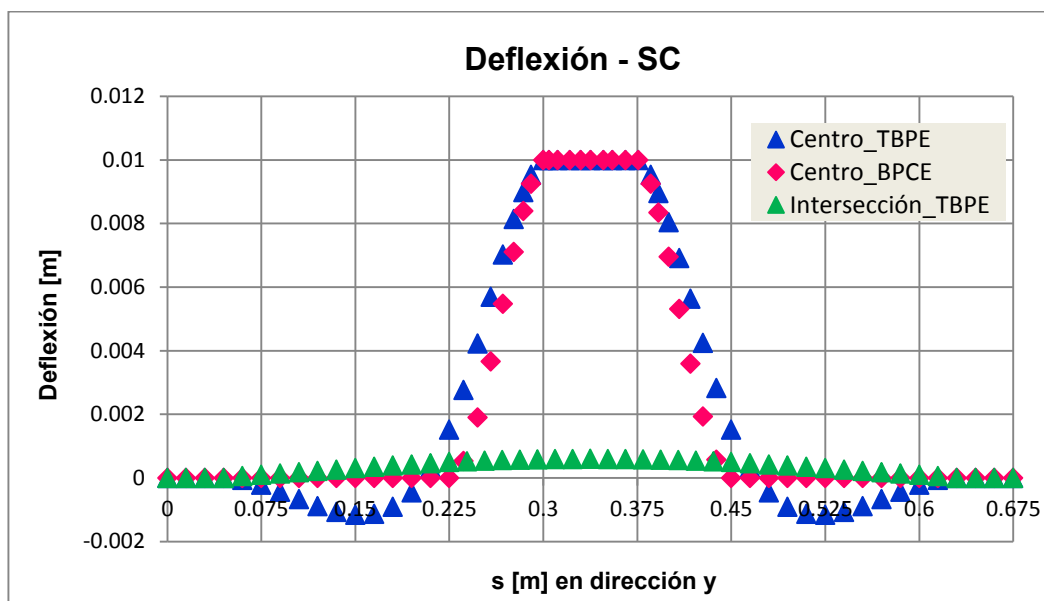


Figura 50: Deflexión en dirección “y”, a lo largo de distintas posiciones del panel. Asignación 2: SC.

En sentido transversal (dirección y), Figuras 49 y 50, se observa que el perfil de distribución de deflexión, para la plancha con y sin refuerzos, adopta una forma semejante al perfil de deformación longitudinal. Sin embargo, claramente se visualiza que, los nodos alrededor de los puntos de intersección plancha-refuerzo, en la dirección central del modelo numérico empotrado en todos sus bordes, se desplazan verticalmente una mayor cantidad, en comparación a la deflexión longitudinal.

Con respecto a los modelos numéricos sujetos a la asignación de desplazamiento 1, la interacción de los refuerzos (longitudinales y

transversales) con la plancha central, logran disminuir en aproximadamente 5% la deflexión máxima central resultante.

Análisis de esfuerzos

La influencia que ejercen los refuerzos sobre una plancha, principalmente puede ser juzgada, a través de este parámetro. En las Figuras 51, 52, 53 y 54 se muestran las distribuciones de las componentes de esfuerzo, en dos secciones consideradas de mayor importancia en el análisis de resistencia del panel.

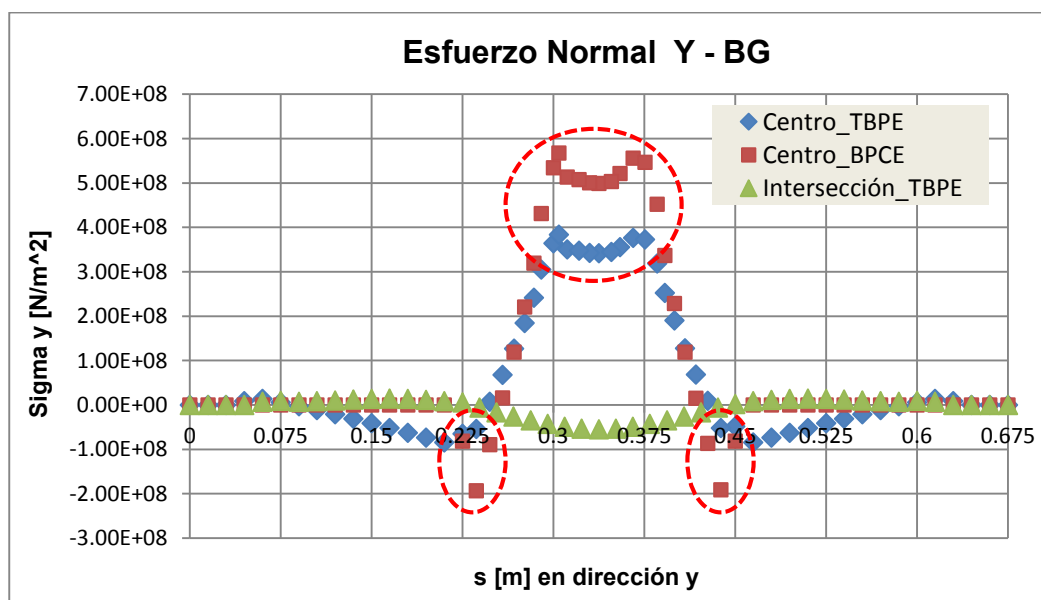


Figura 51: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 1: BG.

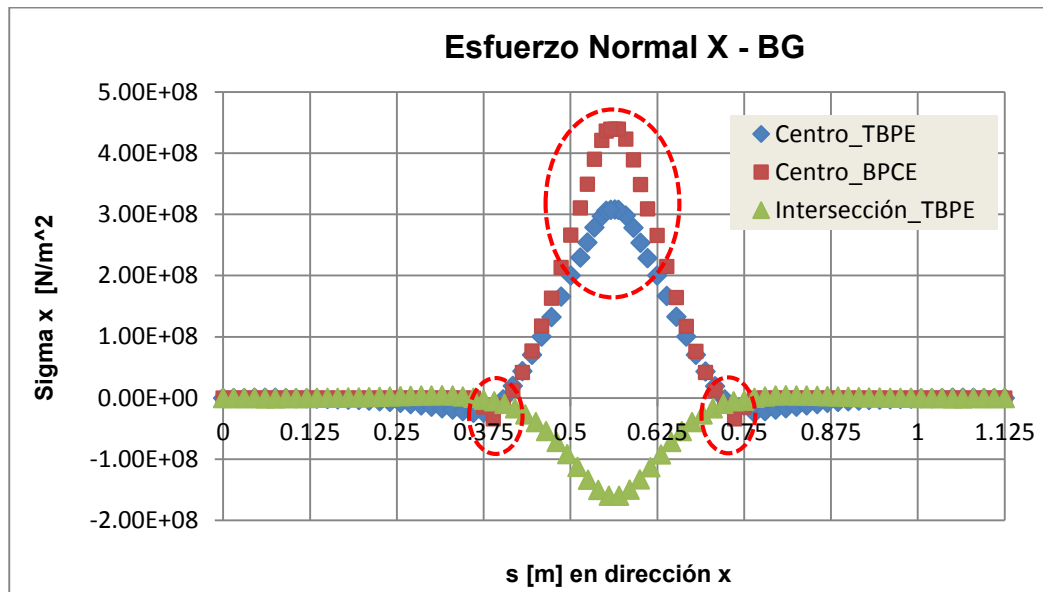


Figura 52: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 1: BG

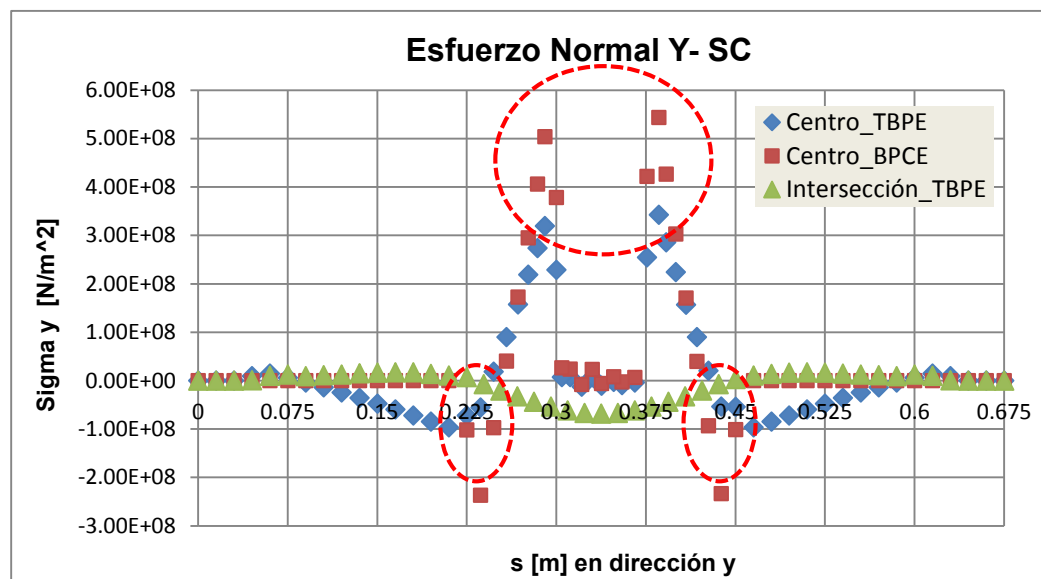


Figura 53: Distribución de σ_y a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 2: SC.

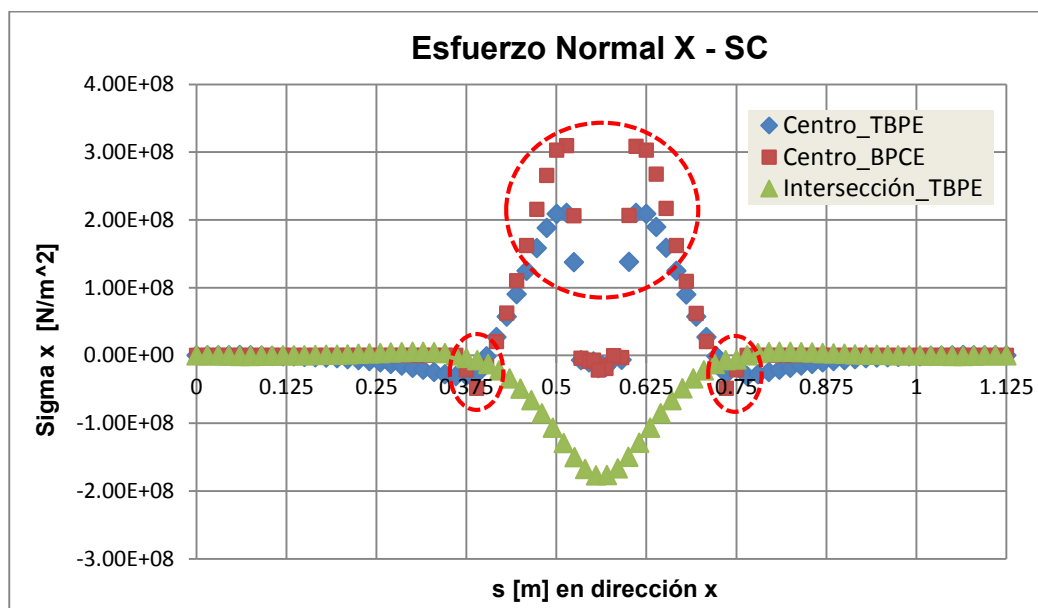


Figura 54: Distribución de σ_x a lo largo de distintas posiciones del panel.

Asignación 2: SC.

De las curvas de las componentes de esfuerzos, obtenidas para las dos formas de asignación de desplazamientos, no se evidencia una diferencia considerable de los valores de esfuerzo hasta nodos cercanos a las proximidades de la zona de impacto. Se marca con líneas punteadas en los perfiles de distribución de esfuerzos, graficados a lo largo del nodo central de los modelos numéricos, las zonas en las que se presentan diferencias apreciables de esfuerzo. Estas zonas corresponden al borde del golpeador (en el caso de la asignación 1) o área de impacto (en el caso de la asignación 2), y, nodos aledaños a la intersección de la plancha con los refuerzos longitudinales o transversales, según sea el caso.

Se resume en las Tablas XV y XVI, los valores de esfuerzo obtenidos en las zonas marcadas con líneas punteadas, cuando se consideran empotrados los nodos de los bordes del panel (Modelo TBPE³), y, los nodos que corresponden a la intersección plancha – refuerzo que limitan la zona central de los modelos numéricos (Modelo BPCE⁴).

³ TBPE = Todos los Bordes del Panel Empotrados.

⁴ BPCE = Bordes de la Plancha Central Empotrados.

		ASIGNACIÓN 1								
		σ_x [N/m ²]					σ_y [N/m ²]			
		Nodo	1843	1855	1866	1872	1876	1852	1860	1876
Centro	TBPE	Valor	3,65E+08	3,50E+08	3,84E+08	3,77E+08	3,42E+08	2,78E+08	2,79E+08	3,08E+08
	BPCE	Valor	5,34E+08	5,13E+08	5,68E+08	5,56E+08	4,99E+08	3,89E+08	3,90E+08	4,39E+08
		Nodo	1275	1719	1774			417	1657	1658
Plancha+ref.	TBPE	Valor	-6,46E+07	7,29E+06	-5,38E+07			-2,35E+07	-2,22E+07	-2,27E+06
	BPCE	Valor	-8,15E+07	-8,93E+07	-1,93E+08			-1,47E+07	-3,43E+07	-1,29E+07

Tabla XV: Máximos valores de esfuerzo para los modelos numéricos, plancha-refuerzos y solo plancha. Asignación 1.

		ASIGNACIÓN 2						
		σ_x [N/m ²]			σ_y [N/m ²]			
		Nodo	1648	1813			1655	1665
Centro	TBPE	Valor	3,19E+08	2,74E+08			2,11E+08	2,09E+08
	BPCE	Valor	5,04E+08	4,06E+08			3,10E+08	3,03E+08
		Nodo	1275	1719	1774	417	1657	1658
Plancha+ref.	TBPE	Valor	-7,24E+07	1,83E+07	-5,59E+07	-2,96E+07	-2,72E+07	-1,01E+06
	BPCE	Valor	-1,02E+08	-9,69E+07	-2,36E+08	-2,10E+07	-4,82E+07	-1,61E+07

Tabla XVI: Máximos valores de esfuerzo para los modelos numéricos, plancha-refuerzos y solo plancha. Asignación 2.

Estableciendo comparaciones entre los valores de esfuerzos obtenidos para la combinación plancha+refuerzos y solo plancha, de acuerdo al resumen de resultados presentados en las Tablas XV y XVI, se tiene que: los esfuerzos calculados para la plancha sin refuerzos, son mayores a los de la combinación plancha+refuerzos en aproximadamente: 32% para σ_x , y, 29% para σ_y , en el caso de la Asignación 1. Mientras que, en el caso de la Asignación 2, los esfuerzos son mayores en aproximadamente 35% y 31%, para σ_x y σ_y , respectivamente.

Valores porcentuales relativamente altos, lo cual indica que, al interactuar los refuerzos con la plancha incrementan la rigidez del conjunto, y como consecuencia la concentración de esfuerzos originados tras la acción de una carga específica equivalente, se disminuyen favorablemente, garantizando la integridad global del conjunto plancha+refuerzo.

3.3 Descripción del proceso de falla de los paneles.

Se presentan los perfiles de deflexión permanente que experimentan los especímenes, luego de las pruebas de impacto. Los resultados muestran que las fallas resultantes en los especímenes producto de un impacto son altamente sensitivas a la geometría de la sección del golpeador. Las fallas se observan en forma de deformación principalmente localizada en la zona

del impacto. Finalmente dada la alta dificultad analítica del fenómeno de impacto, se toma como referencia los resultados de los cálculos con el MEF considerando el fenómeno como cuasi estático. En esta forma simplificada, se verifica que los esfuerzos obtenidos a partir de las deformaciones unitarias, registradas durante las pruebas de impacto, superan a los esfuerzos calculados con el programa ANSYS, que predicen linealmente la deflexión para alcanzar la fluencia del material del espécimen.

Al finalizar las pruebas, se observa una deflexión permanente que ha sufrido cada espécimen, por lo que en la Figura 55, se muestra fotografías de la zona mayormente afectada, tras la ejecución de las pruebas de impacto.



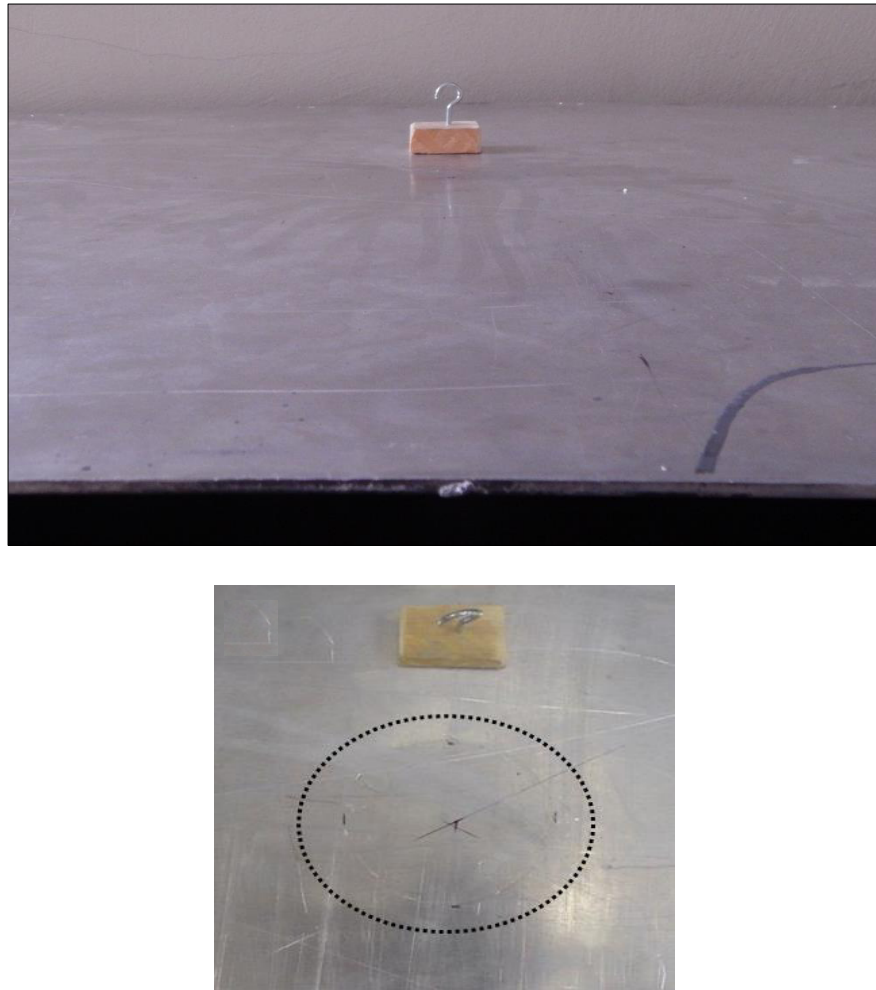


Figura 55: Estado final de los especímenes luego del impacto.

Utilizando un calibrador de Vernier, se midió la deflexión permanente que presentaba cada uno de los especímenes, a lo largo del centro del espécimen y en la intersección de la plancha con uno de los refuerzos. Las deflexiones se registran en las dos direcciones ortogonales; en sentido transversal las deflexiones no fueron registradas a lo largo del centro de los paneles, debido a la presencia del pedazo de madera sobre el cual se

aseguraba el cáncamo para medir las deflexiones. Se muestra en las Figuras 56 y 57 la distribución de deflexión permanente de los especímenes.

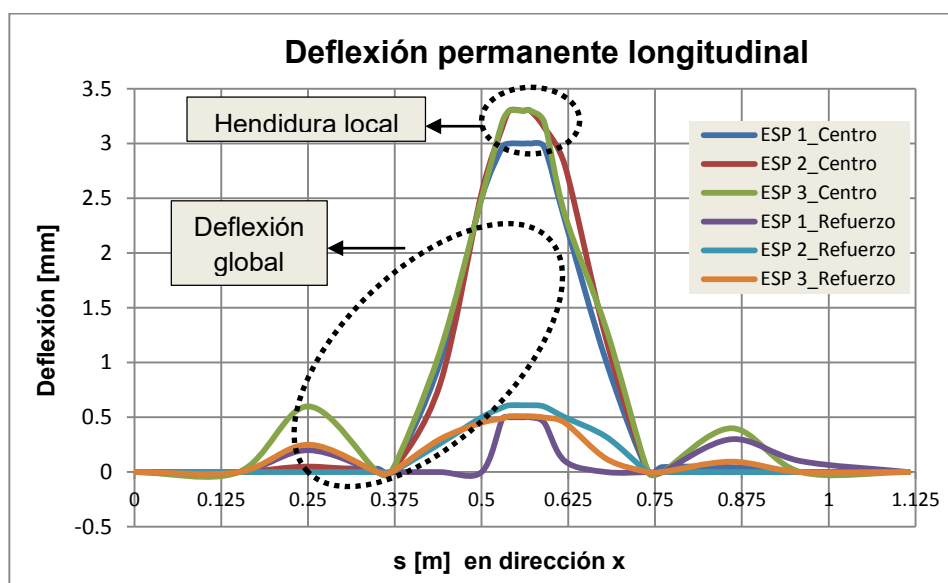


Figura 56: Deflexión residual en el eje x de los 3 especímenes.

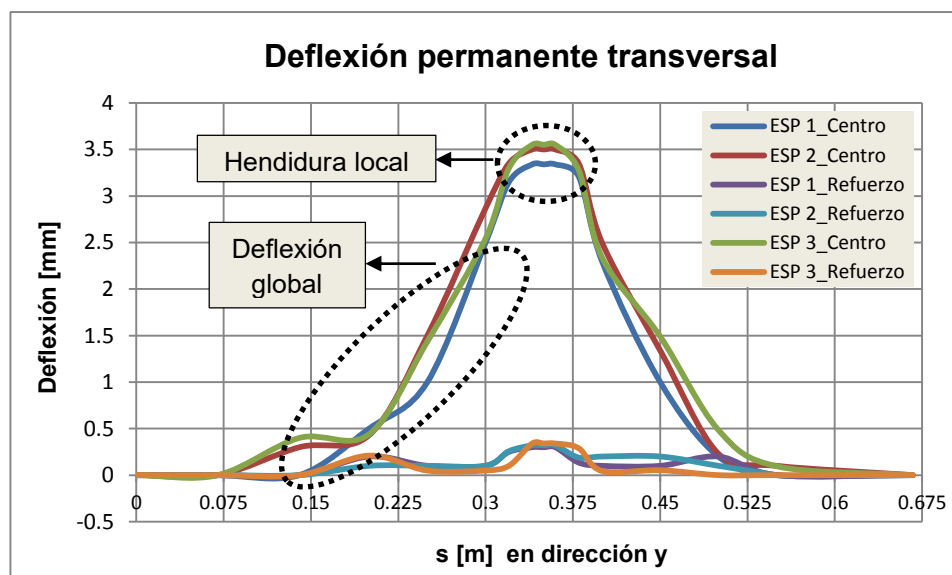


Figura 57: Deflexión residual en el eje y de los 3 especímenes.

En base a las curvas presentadas en las Figuras 56 y 57, las fallas resultantes del impacto alrededor de la zona central del panel se observan en forma de deformación, dividida en dos partes: hendidura local y deflexión global. Se ha traducido como hendidura al término "*local indentation*", que da el profesor Guedes Soares a este tipo de fallas, en sus estudios experimentales, [7]. En cada figura se identifica con líneas punteadas estas deformaciones, y, claramente se observa que la hendidura local adopta cercanamente la forma circular de la sección del golpeador cilíndrico, que era lo esperado al inicio de este trabajo experimental. La deflexión permanente máxima promedio, medida en los especímenes deformados es de 3.3 mm.

Además, de los perfiles de deflexión medidos a la altura de la intersección de la plancha con los refuerzos, una vez más se evidencia la influencia positiva de las refuerzos sobre la plancha, pues reduce considerablemente las deflexiones de la plancha alrededor de ellos.

Esfuerzos en los puntos de medición experimental

En cada uno de los dos puntos de medición se tiene un valor de deformación unitaria, en las direcciones de máximo esfuerzo. Entonces, asumiendo que las deformaciones en las direcciones ortogonales a las registradas son pequeñas, se van a considerar los estados como uniaxiales. A continuación, en la Tabla XVII, se presenta el esfuerzo correspondiente a los puntos de

medición de las deformaciones, durante las pruebas de impacto. El esfuerzo cuasi-estático se lo obtiene cuando se ejecuta el programa ANSYS, bajo la asignación de 3.101 mm a los nodos que coinciden con el área del golpeador. Este desplazamiento fue calculado en el subcapítulo 3.1, pues con este valor el panel alcanza el límite de fluencia del material. También se muestra la deflexión y deformación unitaria máxima alcanzada en las pruebas de impacto.

	ANSYS	Experimental	
Especimen	σ [kg/m ²]	ϵ	σ [kg/m ²]
1	-2,05E+07	-0,00083	-5,86E+07
2	-2,85E+06	-0,00048	-3,40E+07
3	-3,90E+07	-0,00082	-5,80E+07

Tabla XVII: Esfuerzo cuasi-estático MEF y experimental (impacto), en el punto de medición de las deflexiones (E: 7.1E+04 N/mm²).

Como se puede observar los valores máximos de esfuerzo, calculados a partir de las deformaciones unitarias máximas, registradas durante el ensayo de impacto, son mayores a los obtenidos con el programa ANSYS. Lo cual era lo esperado, considerando que ANSYS realiza un análisis cuasi-estático del panel, y la experimentación corresponde a un análisis dinámico. Sin embargo, a partir de estos valores se podría decir que ciertas zonas de los especímenes alcanzaron el límite de fluencia del material (σ_{fluencia} : 207.08 N/mm²).

Comparación con impacto elástico

A continuación se va a comparar la deflexión estática máxima obtenida a partir de las pruebas experimentales, con la deflexión dinámica máxima, considerando en forma simplificada al material como elástico.

La deflexión estática debido al peso del golpeador (4.32 Kg) se la calcula a partir del promedio de las razones de cambio de las deflexiones por unidad de carga aplicada, calculadas con los resultados de las pruebas estáticas, (ver Tabla IX):

$$\frac{\Delta_{st}}{W} = 0.005 \text{ [mm/Kg]} \rightarrow \Delta_{st} = 0.022 \text{ [mm]} \quad (10)$$

De la ecuación (10) se tiene que la deflexión en el punto de medición es de 0.022 mm.

La máxima deflexión dinámica se la obtiene empleando la ecuación tomada del clásico libro de Popov, Introducción a la Mecánica de Sólidos, [16]. Representa la deflexión dinámica debido a la caída de un cuerpo desde una altura h , cuando el espécimen es de masa despreciable:

$$\Delta_{dyn} = \Delta_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} \right) \quad (11)$$

Reemplazando en esta ecuación, el valor de la deflexión estática y considerando la altura de caída en las pruebas de impacto, $h=2.03$ m, se tiene que la deflexión dinámica máxima esperada es de 9.46 mm.

La máxima deflexión experimental promedio durante las pruebas de impacto es de 10.12 mm (ver Tabla IX). Como se puede observar esta deflexión es un poco mayor que la calculada considerando al sistema como elástico. Esta diferencia probablemente se deba a que se sobrepasó el Límite Elástico del material, y la deformación experimental es mayor que la estimada considerando que el material aún se comporta linealmente.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo, primero se implementó la Teoría de Planchas Ortotrópicas, y se resolvió la flexión a través del Método de Diferencias Finitas, MDF, con lenguaje de programación Visual Fortran. Luego, con el Método de Elementos Finitos, se analizó el modelo de un panel reforzado del fondo de la lancha LP-AST-1304, a una escala 2:1. A continuación, se construyeron tres especímenes del panel reforzado, para someterlo a la acción de carga de impacto, registrando las deformaciones unitarias y deflexión vertical que experimenta cada espécimen. Finalmente, se comparan los modelos numéricos desarrollados empleando el MDF y el MEF. Además, dada la alta dificultad analítica del fenómeno de impacto, se toma como referencia los resultados de los cálculos con el MEF considerando el

fenómeno como cuasi-estático. Una vez que se ha completado el trabajo, se puede concluir lo siguiente:

1. Luego de implementar la Teoría de Planchas Ortotrópicas, TPO, y resolver la ecuación diferencial mediante el MDF en un programa de computación, se afirma que este proceso realmente es sencillo, y, para su aplicación únicamente se requieren parámetros geométricos del conjunto plancha-refuerzo y mecánicos del material. Además, el proceso permite analizar el dominio del panel sometido a la acción de otros tipos de carga y condiciones de frontera.
2. En el presente caso de análisis de un panel, con razón de aspecto de 1.7, y, con dos refuerzos en las dos direcciones ortogonales, se tiene que la TPO predice valores de deflexión mayores que los del MEF, en las zonas de conexión entre refuerzos, en aproximadamente 30%. Mientras que los esfuerzos calculados con la TPO superan a los del MEF en 22% aproximadamente, alrededor de la misma zona. Considerando la simplicidad de aplicación, estas diferencias porcentuales pueden ser aplicadas a los resultados obtenidos aplicando la TPO, para una estimación preliminar de un panel. De tal manera que, en caso de modificar algún parámetro del conjunto, se evite la necesidad de generar un nuevo modelo mediante el MEF, y todo el proceso que esto conlleva.

3. Se observa deformación permanente en el estado final de los especímenes, por lo que se concluye que durante las pruebas de impacto cierta zona de los especímenes sobrepasa el límite de fluencia del material. Del análisis simplificado de referencia con el MEF aplicando carga estática correspondiente a desplazamientos específicos de los nodos que coinciden con el área de contacto golpeador-superficie del panel, se determinó el desplazamiento máximo para lograr que el panel alcance el límite de fluencia del material. El máximo desplazamiento registrado durante las pruebas experimentales de impacto es mayor a dicho valor, lo que confirma que el material de los especímenes, sobrepasó el límite de fluencia.
4. Las razones de cambio de deformación unitaria por unidad de carga estática aplicada, calculadas con los resultados experimentales de las pruebas estáticas, son mayores a las obtenidas en las pruebas de post impacto. Tal diferencia permite concluir que los especímenes experimentaron una cierta rigidización. Al parecer la deflexión permanente alcanzada por los especímenes, generan una componente vertical que rigidiza el sistema.

RECOMENDACIONES

1. Dada la naturaleza de las pruebas de impacto se requiere de un elevado registro de datos por unidad de tiempo. En este trabajo experimental para lograr registrar una mayor cantidad de scan/segundo, fue necesario ensayar los paneles únicamente con dos extensómetros. Para futuras pruebas de impacto sería recomendable mejorar la capacidad de las tarjetas de los equipos de adquisición de datos.
2. Una vez que se ha realizado la discretización del dominio de los modelos numéricos desarrollados con el programa ANSYS, se observa que la numeración de los nodos no obedece a un patrón de incremento determinado. Tratar de identificar un nodo, en la etapa de post proceso del programa, realmente requiere una inversión considerable de tiempo. Por este motivo se recomienda implementar un programa, que lea el

3. archivo de resultados generado por ANSYS, y facilite la identificación de los nodos a partir de su posición.
4. Dado que un panel reforzado es una estructura típica en un buque, se recomienda implementar una plantilla tipo texto, que contenga los comandos necesarios para generar el modelo numérico de un panel para analizarlo usando el programa ANSYS. De tal manera que, cambiando ciertos parámetros, como por ejemplo: características elásticas y mecánicas del material, espesores, número de áreas, selección de líneas y nodos para asignación de carga o desplazamientos, etc., se obtenga rápidamente la discretización del problema.
5. Preparar un archivo tipo texto con los comandos necesarios para desarrollar un modelo numérico para resolverlo con ANSYS, a partir del mismo archivo de entrada al programa `ORTHO_PLATE`, sería realmente beneficioso. Por lo que, como un complemento a la sugerencia anterior, se recomienda para el futuro implementar un programa que realice lo mencionado, ya que modificar datos en el archivo de entrada al programa `ORTHO_PLATE`, es sumamente fácil y sencillo.

ANEXOS

ANEXO A

COMPROBACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL PROGRAMA

ORTHO_PLATE

Se ejecuta el programa `ORTHO_PLATE` que aplica la Teoría de Planchas Ortotrópicas para dos ejemplos tomados de la referencia [5], para comprobar su correcta implementación. Cabe mencionar que solo el primer ejemplo que se presenta corresponde a plancha ortotrópica, porque el segundo es un caso isotrópico; en ninguno de los casos las planchas incluyen refuerzos, sin embargo son útiles para comprobar la ejecución del programa, con las debidas modificaciones en los datos de entrada. A continuación se compara principalmente la deformación en el centro de la plancha.

EJEMPLO 1 - Plancha Ortotrópica: Bordes empotrados

Ugural 8.2: Plancha ortotrópica cuadrada sujeta a carga uniforme de intensidad p_0 .- Los bordes de la plancha se consideran empotrados y paralelos a las direcciones principal de ortotropía. Se va a calcular la deflexión, usando la discretización con Diferencias Finitas a través de la división del dominio en redes iguales, con $h=a/4$. Se toman los siguientes datos: $D_x = D_0$, $D_y = 0.5 D_0$, $H = 1.2148 D_0$, y, $\nu_x = \nu_y = 0.3$.

En este caso, la expresión de gobierno para la deflexión de Planchas Ortotrópicas, queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2.4296 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 0.5 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p_o}{D_o}$$

La Figura A 1 y Figura A 2, ilustran la discretización del dominio considerada por la referencia [5], y, por el programa `Ortho_Plate`, respectivamente. En cada una de ellas se muestra la forma adoptada para la numeración de los nodos y el correspondiente sistema de referencia utilizado. El Profesor Ugural analiza solo la parte sombreada de la plancha ya que considera la simetría del problema, mientras que, en el programa no se ha considerado esa situación y se analiza todo el dominio de la plancha.

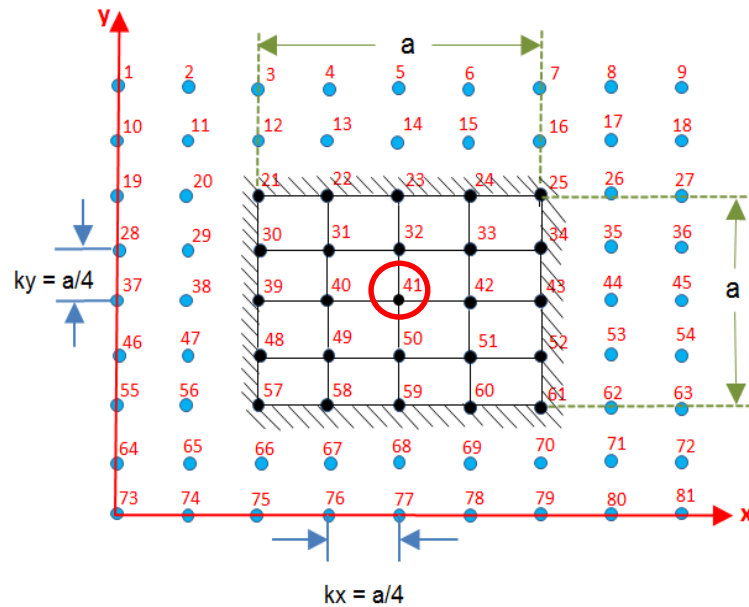


Figura A 1: Discretización del dominio realizada por `ORTHO_PLATE`.

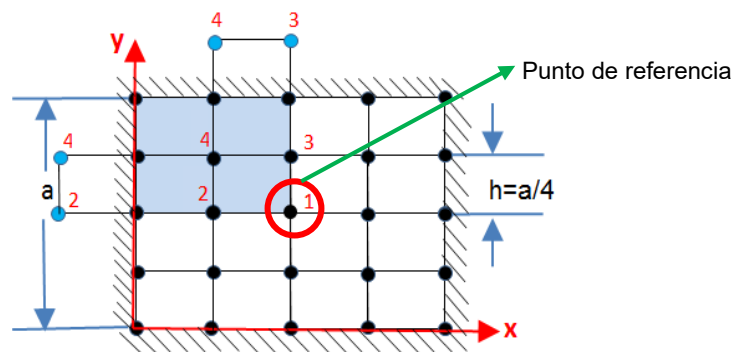


Figura A 2: Discretización del dominio realizada por Ugural, [5].

Para ejecutar el programa `ORTHO_PLATE`, se ha asumido los siguientes valores: $D_o = 170$ [N.m], $a=b=1.125$ [m], $t = 0.003$ [m], y, $p_o = 10000$ [N/m²]. En la Tabla A I, se presentan los valores de las deflexiones interiores resultantes de la plancha, calculadas por Ugural y las obtenidas a través de la ejecución del programa. Para poder establecer comparaciones se ejecuta el programa con la misma cantidad de nodos que la referencia [5], y, se reemplaza los valores considerados previamente para D_o , a y p_o en los resultados del Profesor Ugural.

Ugural (m)		Ortho_Plate (m)		% Error
w	(m)	w	(m)	
w ₁	0.1826	w ₄₁	0.1963	7.5
w ₂	0.1248	w ₄₀	0.1306	4.7
w ₃	0.1321	w ₃₂	0.1379	4.4
w ₄	0.0887	w ₃₁	0.09247	4.2

Tabla A I: Deflexiones internas de la plancha cuadrada Ortotrópica, obtenidas por Ugural y el programa `ORTHO_PLATE`.

De la Tabla A I, se observa que existe una diferencia porcentual promedio de aproximadamente 5%, entre los valores de las deflexiones calculadas a través de la ejecución del programa y los obtenidos por el Profesor Ugural. Tal diferencia porcentual representa un porcentaje relativamente bajo.

EJEMPLO 2 – Plancha Isotrópica: Bordes simplemente soportados

Ugural 7.1: Usando el Método de Diferencias Finitas se va a analizar la flexión de una plancha cuadrada ($a \times a$) con bordes simplemente soportados, sujeta a una carga uniformemente distribuida p_o .

En este caso, dado que se trata de una plancha isotrópica ($D_x = D_y = H = D_o$), la ecuación de gobierno para la deflexión de la plancha se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p_o}{D_o}$$

Tomando en cuenta las condiciones de frontera y simetría, la referencia [5] realiza la discretización del dominio de la forma ilustrada en la Figura A 3, mientras que, el programa `ORTHO_PLATE` divide el dominio de la plancha de la manera indicada en el ejemplo anterior (Ver Figura A 1).

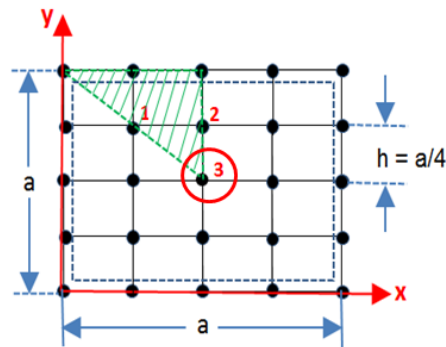


Figura A 3: Discretización del dominio de una placa con todos sus bordes simplemente soportados, [5].

Para ejecutar el programa se ha tomado los mismos valores para D_o , a y p_o , considerados en el ejemplo anterior. Reemplazando estos valores en las ecuaciones para las deflexiones de la placa determinadas por la referencia [5], y, ejecutando el programa con la misma cantidad de nodos, se obtienen los resultados que se presentan en la Tabla A II.

Ugural (m)		Ortho_Plate (m)		% Error
w	(m)	w	(m)	
w ₁	2.01412	w ₃₁	2.011	0.15
w ₂	2.75765	w ₃₂	2.757	0.02
w ₃	3.79294	w ₄₁	3.791	0.05

Tabla A II: Comparación de deflexión placa isotrópica SS.

De la Tabla A II, se observa que existe una diferencia porcentual promedio de aproximadamente 0.07%, entre los valores de las deflexiones obtenidas por Ugural y las calculadas por el programa, valor insignificante.

ANEXO B

CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN CON ORTHO_PLATE

Se realiza un análisis de convergencia de las soluciones obtenidas con el programa ORTHO_PLATE, para determinar la discretización adecuada a ser aplicada en este trabajo. Este análisis se realiza para dos casos de carga aplicada: distribuida, y, carga equivalente para conseguir que ciertos nodos se desplacen una cantidad específica.

Carga Distribuida

Para este caso se emplean los mismos ejemplos propuestos por el Profesor Ugural, ya que en ambos se aplica carga de este tipo. Entonces, se ejecuta el programa para los dos ejemplos, con varias divisiones del dominio, reduciendo el paso hasta lograr una convergencia de la solución. La Tabla B I, presenta en resumen la deflexión central calculada por el programa Ortho_Plate, la que presenta el libro de Ugural, y, la solución “exacta” propuesta por Lekhnitskii en su libro “*Anisotropic Plates*”, aplicadas a los Ejemplos 1 y 2, respectivamente.

Ejemplo 1 – Bordes Empotrados					
	Deformación central (m)			% Error	
# Puntos “x” y “y”	Ortho_Plate	Ugural	"Exacta"	Ortho_Plate	Ugural
5	0.1963	0.1826	0.14699	33.5	24.2

11	0.1507			2.5	
21	0.1417			3.6	
31	0.1400			4.8	
41	0.1392			5.2	
51	0.1391			5.4	
61	0.1389			5.5	
65	0.1388			5.6	
71	0.1388			5.6	
Ejemplo 2 – Bordes Simplemente Soportados					
5	3.791	3.7929	3.8212	0.79	0.74
11	3.819			0.06	
21	3.822			0.02	
31	3.823			0.05	
41	3.823			0.05	
51	3.823			0.05	
61	3.823			0.05	

Tabla B I: Convergencia del valor de la deflexión central.

Los resultados obtenidos en la ejecución del programa `Ortho_Plate`, se muestran también gráficamente en la Figura B 1 y Figura B 2, para visualizar la convergencia de las soluciones.

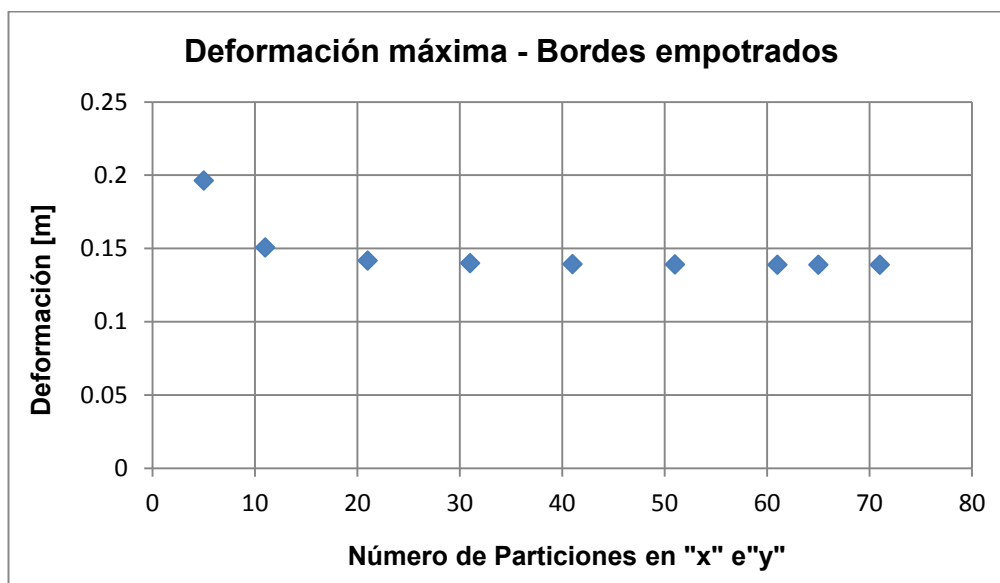


Figura B 1: Convergencia de la solución con ORTHO_PLATE. Ejemplo 1.

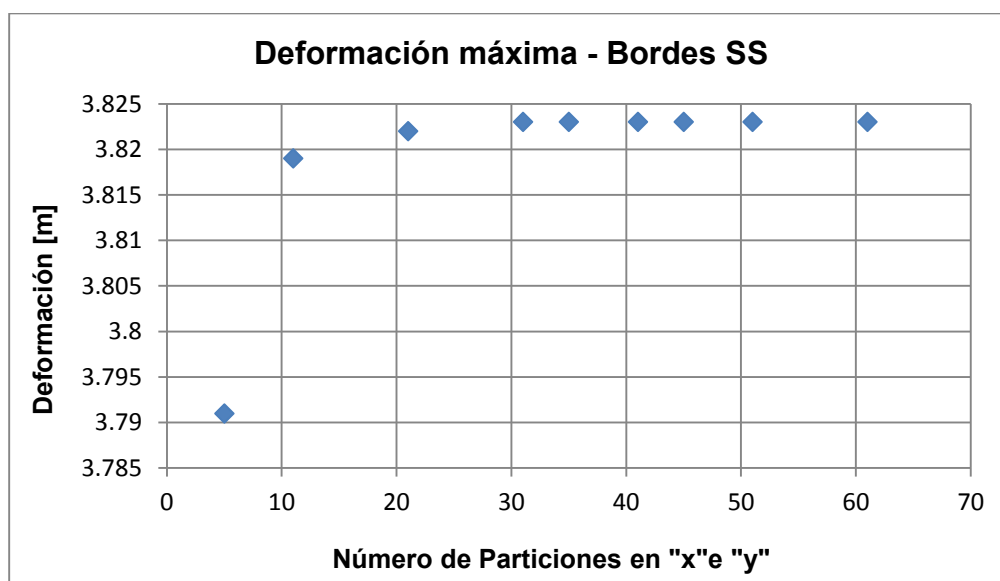


Figura B 2: Convergencia de la solución con ORTHO_PLATE. Ejemplo 2.

En el caso del Ejemplo 1 que corresponde a una Plancha Ortotrópica empotrada en todos sus bordes, la solución converge a partir de una malla

de 1600 elementos (1681 nodos= 41×41), véase la Figura B 1. En tanto que, para el Ejemplo 2, se observa en la Figura B 2 que la solución converge a partir de una malla constituida por 900 elementos (961 nodos en total, es decir 31 particiones en “ x ” y “ y ”).

Comparando el valor calculado por el programa y la solución propuesta por Lekhnitskii considerada como solución “exacta”, para el Ejemplo 1 se obtiene un error de 5% aproximadamente, mientras que, para el Ejemplo 2 la solución del programa excede a la solución “exacta” en aproximadamente 0.05%.

Además, se puede observar que en el caso de planchas simplemente soportadas, la solución converge mucho más rápido que en el caso de las empotradas.

Desplazamientos Específicos

Para este caso impone 1 cm de desplazamiento a los nodos comprendidos en el área de contacto golpeador-superficie del panel, y, se prueba con varias particiones del dominio en las dos direcciones perpendiculares. En la Figura B 3, se grafica el momento flector obtenido en el nodo central del borde de mayor longitud del panel, para distintas particiones del dominio.

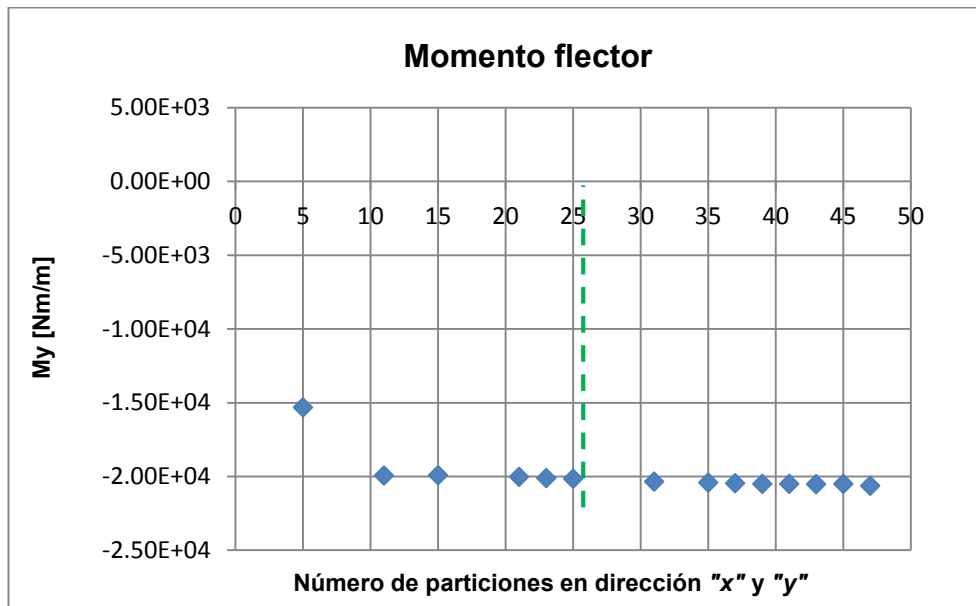


Figura B 3: Análisis de convergencia, a partir del momento flector.

Se observa en la Figura B 3, que la solución converge con alrededor de 20 divisiones del dominio en las dos direcciones. En consecuencia, a partir de estos resultados, en lo sucesivo se discretiza el dominio del panel, para el caso de desplazamientos específicos con 400 elementos, que equivale a 441 nodos en total.

ANEXO C

ARCHIVO DE RESULTADOS DEL PROGRAMA ORTHO_PLATE

El programa implementado al finalizar su ejecución genera un archivo de resultados tipo texto, dividido en dos partes: resumen de los datos de entrada y resultados propiamente dichos. Los resultados se muestran en el orden que se menciona a continuación:

- Discretización del dominio del panel,
- Espaciamiento entre refuerzos (primarios y secundarios) y puntos nodales,
- Inercia de la combinación plancha-refuerzo, y solo refuerzos en las dos direcciones ortogonales (“x” y “y”),
- Posición del centroide y módulo seccional de la combinación plancha-refuerzo en las dos direcciones ortogonales (“x” y “y”),
- Rigidices flexional y torsional, y,
- Resultados: Deflexión, componentes de momento flector, fuerza cortante, y, esfuerzos para cada nodo dentro del dominio de la plancha.

En la Figura C 1, se muestra un ejemplo del archivo de resultados proporcionado por el programa ORTHO_PLATE al finalizar su ejecución.

```

----- SECTIONAL MODULUS WITH RESPECT Y-Y and X-X AXIS -----
      Plate + Girders      Plate + Stiffeners
SMx:  0.9348E-06 [m^3]    ;    Smy:  0.4256E-05 [m^3]

----- RIGIDITIES -----
DX:  0.8792E+04 [N.m]    ;    Dy:  0.2335E+05 [N.m]    ;    D1:  0.0000E+00 [N.m]    ;    Dxy:  0.1487E+04 [N.m]    ;    H:  0.2973E+04 [N.m]

                                S O L U T I O N

Solution for nodes inside the domain:

#Node(k)  x(k)      y(k)      w(k)      MOMENT-X      MOMENT-Y      MOMENT-XY      Qx(k)      Qy(k)      STRESS-X      STRESS-Y
          [m]      [m]      [m]      [F*L/L]      [F*L/L]      [F*L/L]      [F/L]      [F/L]      [F*/L^3]      [F*/L^3]

21  0.5625E+00  0.1013E+01  0.3159E-18  0.1631E-09  0.3131E-12  0.1190E+02  -.1413E+03  0.8450E+02  0.1745E-03  0.7357E-07
22  0.8438E+00  0.1013E+01  -.7334E-15  -.1599E+00  -.1245E+04  0.4706E+00  -.1811E+04  -.6617E+04  -.1711E+06  -.2927E+09
23  0.1125E+01  0.1013E+01  0.1439E-05  0.3198E+00  -.8000E+04  -.3639E-02  0.2398E-01  -.4975E+05  0.3421E+06  -.1880E+10
24  0.1406E+01  0.1013E+01  0.2230E-16  -.1599E+00  -.1245E+04  -.4706E+00  0.1811E+04  -.6617E+04  -.1711E+06  -.2926E+09
25  0.1688E+01  0.1013E+01  0.5133E-18  -.4877E-11  0.1680E-11  -.1190E+02  0.1413E+03  0.8453E+02  -.5218E-05  0.3947E-06
30  0.5625E+00  0.8438E+00  0.1579E-19  -.1688E+03  -.2225E-12  0.0000E+00  -.6111E+03  0.3048E+03  -.1806E+09  -.5228E-07
31  0.8438E+00  0.8438E+00  0.7593E-03  -.3720E+03  0.1230E+03  -.1566E+03  0.1872E+04  -.5841E+04  -.3979E+09  0.2891E+08
32  0.1125E+01  0.8438E+00  0.4865E-02  0.9127E+03  -.2223E+03  -.6716E-03  0.3157E-01  -.5057E+05  0.9764E+09  -.5224E+08
33  0.1406E+01  0.8438E+00  0.7593E-03  -.3720E+03  0.1231E+03  0.1566E+03  -.1872E+04  -.5841E+04  -.3979E+09  0.2892E+08
34  0.1688E+01  0.8438E+00  -.4738E-18  -.1688E+03  -.2928E-12  -.3396E-14  0.6109E+03  0.3048E+03  -.1806E+09  -.6882E-07
39  0.5625E+00  0.6750E+00  -.1296E-19  -.3042E+03  -.4098E-09  0.0000E+00  -.8843E+03  0.6711E-01  -.3255E+09  -.9629E-04
40  0.8438E+00  0.6750E+00  0.1369E-02  -.8073E+03  0.9988E+03  -.5702E-01  0.5858E+04  -.1126E+01  -.8636E+09  0.2347E+09
41  0.1125E+01  0.6750E+00  0.1000E-01  0.1919E+04  0.8417E+04  0.5464E-03  0.2020E-01  -.2193E+02  0.2053E+10  0.1978E+10
42  0.1406E+01  0.6750E+00  0.1369E-02  -.8073E+03  0.9988E+03  0.5702E-01  -.5858E+04  -.9483E+00  -.8636E+09  0.2347E+09
43  0.1688E+01  0.6750E+00  -.1104E-17  -.3042E+03  -.4871E-11  -.1019E-13  0.8842E+03  0.5934E-01  -.3255E+09  -.1145E-05
48  0.5625E+00  0.5063E+00  0.4997E-15  -.1689E+03  0.8205E-09  0.0000E+00  -.6116E+03  -.3048E+03  -.1806E+09  0.1928E-03
49  0.8438E+00  0.5063E+00  0.7596E-03  -.3723E+03  0.1235E+03  0.1566E+03  0.1875E+04  0.5841E+04  -.3983E+09  0.2902E+08
50  0.1125E+01  0.5063E+00  0.4869E-02  0.9135E+03  -.2152E+03  0.6716E-03  0.4830E-02  0.5052E+05  0.9772E+09  -.5056E+08
51  0.1406E+01  0.5063E+00  0.7596E-03  -.3723E+03  0.1235E+03  -.1566E+03  -.1875E+04  0.5841E+04  -.3983E+09  0.2902E+08
52  0.1688E+01  0.5063E+00  0.4207E-17  -.1689E+03  0.7804E-11  0.6932E-14  0.6116E+03  -.3048E+03  -.1806E+09  0.1834E-05
57  0.5625E+00  0.3375E+00  -.1253E-17  -.3320E-12  -.4118E-09  -.1190E+02  -.1410E+03  -.8459E+02  -.3551E-06  -.9677E-04
58  0.8438E+00  0.3375E+00  0.2405E-18  0.6520E-13  -.1246E+04  -.7838E-11  -.1807E+04  0.6621E+04  0.6975E-07  -.2927E+09
59  0.1125E+01  0.3375E+00  0.1147E-17  0.2176E-12  -.7984E+04  0.1482E-11  -.6195E-02  0.4970E+05  0.2328E-06  -.1876E+10
60  0.1406E+01  0.3375E+00  0.9571E-19  -.1062E-12  -.1246E+04  0.8150E-13  0.1807E+04  0.6621E+04  -.1136E-06  -.2927E+09
61  0.1688E+01  0.3375E+00  0.0000E+00  -.2028E-13  -.3449E-11  0.1190E+02  0.1410E+03  -.8459E+02  -.2170E-07  -.8106E-06

Maximum displacement:  0.1000E-01

```

Figura C 1: Estructura del archivo de resultados generado por el programa.

ANEXO D

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL TAMAÑO DE MALLA - MEF

Se desarrolla el modelo geométrico del panel con diversos enmallados, definiendo un desplazamiento conocido de 5 mm para los nodos centrales y considerando empotrados todos los bordes del panel. En este caso se ha decidido emplear una malla cuadrangular y regular para todas las áreas del panel, lo que implica que la mayoría de elementos de la malla tengan las mismas dimensiones. La elección del tamaño óptimo de la malla se hará en base a la convergencia de los valores de los esfuerzos normales máximos. En la Tabla D I se presenta un resumen de los resultados obtenidos, iniciando con una malla de pocos elementos e incrementando el número hasta determinar la malla adecuada.

Tamaño E.F	Nº de E.F	Deflexión	σ_x	σ_y
[cm ²]		[m]	[N/m ²]	
3x3	1240	0.005	1.599E+08	3.031E+08
2.5x2.5	1726	0.005	1.461E+08	2.741E+08
2x2	2600	0.005	1.476E+08	2.695E+08
1.75x1.75	3321	0.005	1.880E+08	3.825E+08
1.5x1.5	4328	0.005	1.896E+08	4.038E+08
1.45x1.45	4924	0.005	1.900E+08	4.038E+08

Tabla D I: Análisis de sensibilidad de malla.

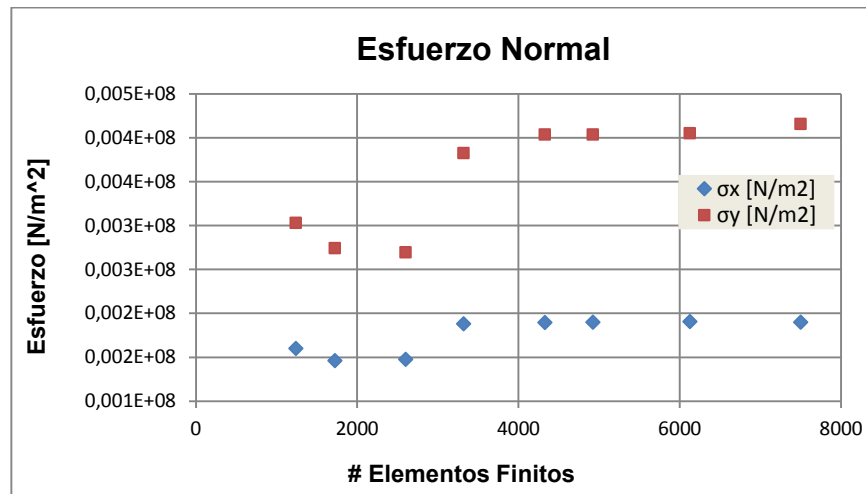


Figura D 1: Esfuerzo normal máximo para diferentes números de elementos de la malla.

Los resultados de la Tabla D I, se muestran gráficamente en la Figura D 1, la cual muestra que a partir de 4000 elementos aproximadamente, los resultados tienden a estacionarse alrededor de un valor dado. Estableciendo diferencias porcentuales entre los resultados de los esfuerzos normales (σ_x y σ_y) obtenidos, se tiene que entre un enmallado con 4328 elementos y uno con 4924 elementos existe una diferencia de 0.21 y 0.0% respectivamente, razón por la cual para el análisis del modelo desarrollado en este trabajo se empleará un tamaño de 1.5 cm para todos los lados de los elementos que forman la malla del modelo numérico del panel.

ANEXO E

DETALLE DE LA SOLDADURA DE LOS EXTENSÓMETROS

(“*STRAIN GAGES*”)

Los extensómetros una vez pegados en la superficie se les debe soldar cables en sus terminales para conectarlos al equipo de registro de mediciones. Por su fragilidad es evidente que se debe prestar mucha atención a esta soldadura. Debido al reducido tamaño de los terminales de los *strain gages*, se requiere de algunos cuidados técnicos para soldarlos, y disponer de las herramientas adecuadas para este proceso. Por ello, en base a la experiencia vivida en este trabajo experimental, a continuación se mencionan las características de las herramientas utilizadas en este trabajo, para una adecuada soldadura.

- **Cautín:** Tipo lápiz, marca Weller específicamente de 25W, para evitar que los extensómetros se dañan por exceso de calor.
- **Estaño:** Alambre para soldar fino y brillante de 1mm de diámetro.
- **Pasta de soldar:** Marca Burnley, antioxidante, para evitar que la soldadura se pegue a la punta del cautín.
- **Soporte con lupa:** Ayuda a sujetar los alambres que se están soldando, y, favorece en gran medida la visibilidad de los terminales de los extensómetros.

En la Figura E 1 se muestra las herramientas mencionadas, en tanto que en la Figura E 2, se ilustra la forma en la cual se soldaron los terminales de los extensómetros a los cables que se conectan al medidor de deformaciones.

	
Cautín	Estaño
	
Pasta de soldar	Soporte con lupa

Figura E 1: Elementos utilizados en el proceso de soldadura de los extensómetros.



Figura E 2: Soldadura de los terminales de los extensómetros a los cables conductores.

Resulta importante mencionar que para evitar que los extensómetros sufran alteraciones en sus funciones, el punto de soldadura no debe estar en contacto con la plancha. Además, es necesario que el cautín sea de 25 W para garantizar una soldadura fresca y evitar quemar los terminales de los extensómetros, que es lo que frecuentemente ocurre.

ANEXO F

ESTIMACIÓN DEL PESO DEL GOLPEADOR

Para estimar el peso requerido del golpeador, para lograr que el panel alcance el límite de fluencia del material, se ha realizado un análisis Cuasi-estático con Elementos Finitos, mediante el programa ANSYS APDL 14.0, empleando el modelo desarrollado en el subcapítulo 1.5. Se obtuvo que para lograr que los nodos situados en el área de contacto golpeador-superficie del panel, se desplacen 1 cm, la carga aplicada es de total es de 6.42E+04 N. Tomando del libro de Popov, Introducción a la Mecánica de Sólidos, [15], la carga dinámica en términos del peso del golpeador y la deflexión estática del panel es:

$$P_{dyn} = W_{golpeador} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{est}}} \right) \quad (12)$$

Entonces, despejando W de la ecuación (10) y considerando: $h = 2.027$ m (altura de caída, comprendida entre la base superior del tubo hasta la superficie del panel), y $\Delta_{est}=1$ cm, se tiene que el peso del golpeador debe ser de 16.07 kg, aproximadamente. De tal manera que, relacionando linealmente este peso con el desplazamiento de 3.101 mm, necesario para alcanzar la fluencia del material, se tiene que el peso del golpeador debe ser de 4.98 kg.

ANEXO G

BASE DE SUJECCIÓN Y TORRE DE CAÍDA DE PESO

Se describe las características geométricas de la base construida para sujetar los especímenes, y, de la torre de caída a través de la cual se deja caer libremente el golpeador. Se ha utilizado hierro negro para su construcción.

Base para fijación de los especímenes

La base de ensayo esta formada por: dos marcos (superior e inferior), contruidos por ángulos de 50x50x4 mm, unidos en sus esquinas mediante los mismos ángulos a una altura de 20 cm. Los marcos se unen con segmentos de ángulos, 4 en los lados más largos y 2 en los otros. Además se realizan orificios igualmente espaciados en el marco superior de la base, para representar como empotrados todos los bordes de los especimenes.

Torre de caída

La torre de caída sirve para dirigir verticalmente eel golpeador, para que impacte al panel en su zona central. El tubo se acopla a la base de ensayo, mediante un marco construido por ángulos del mismo tipo que forman la base. La construcción de la base y de la torre de caída, se basa en el plano que se presenta a continuación:

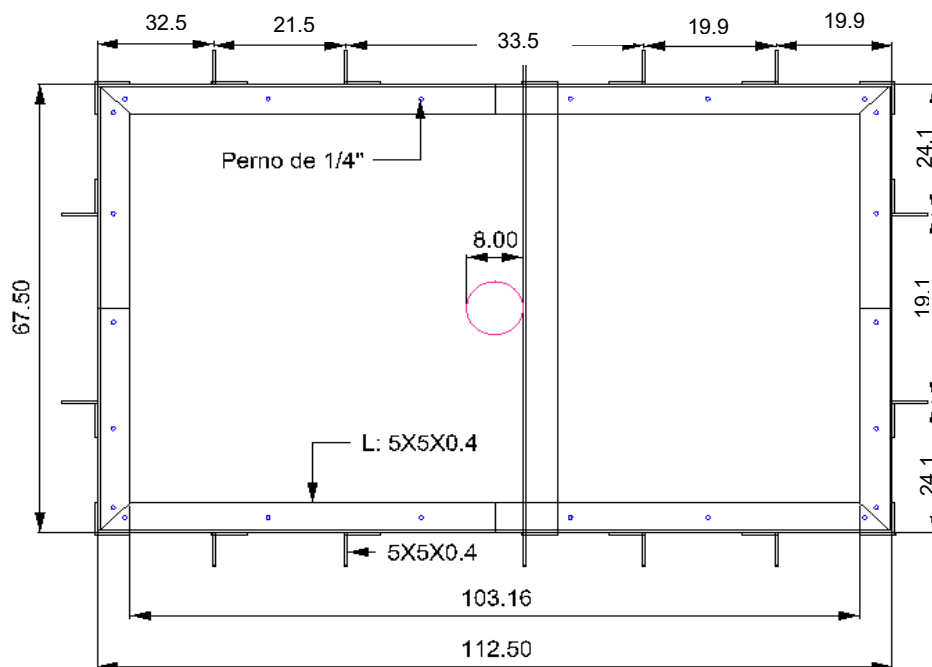
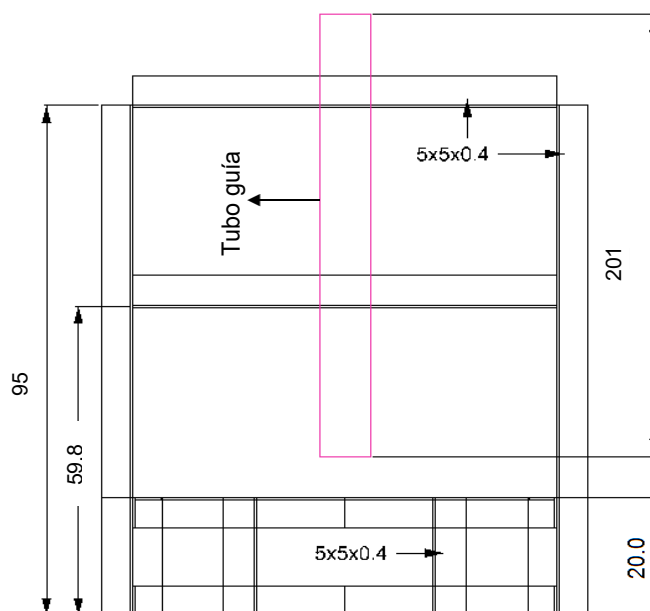
VISTA EN PLANTA**VISTA TRANSVERSAL**

Figura G 1: Plano en centímetros de la base y torre de caída.

Como se observa en el plano de la Figura G 1, existe una pequeña distancia de 7.7 cm entre la sección inferior del tubo y la superficie del panel, para evitar que el golpeador se desvie de la vertical, como consecuencia del rebote inevitable, luego del impacto. Todas las piezas que forman la base y la torre de caída son desmontables, de tal manera que facilitan el traslado de la misma hacia el lugar de ensayo. La construcción final de estos mecanismos de ensayo, lucen de la siguiente forma:

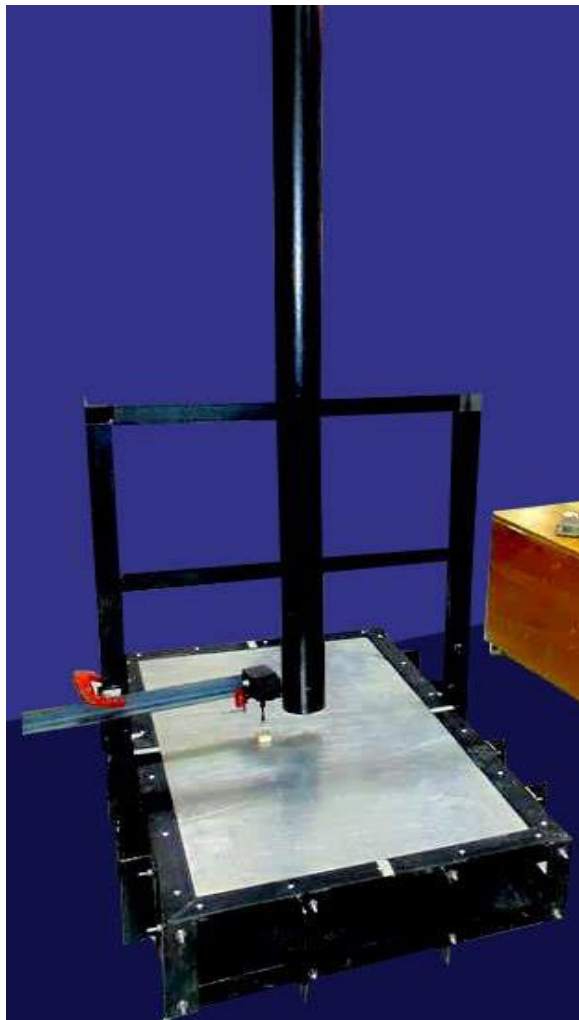


Figura G 2: Resultado final de la base de ensayo y de la torre de caída.

ANEXO H

SENSORES POR BARRERA DE LUZ LDR

Este sensor por Barrera de Luz “LDR”, es un dispositivo electrónico que responde al cambio en la intensidad de la luz, por lo que están compuestos de dos partes, un componente que emite el haz de luz, y otro componente que lo recibe. Estableciéndose un punto de detección donde el objeto a detectar es reconocido cuando el mismo interrumpe el haz de luz, [16]. En la siguiente figura se muestra el diagrama del circuito.

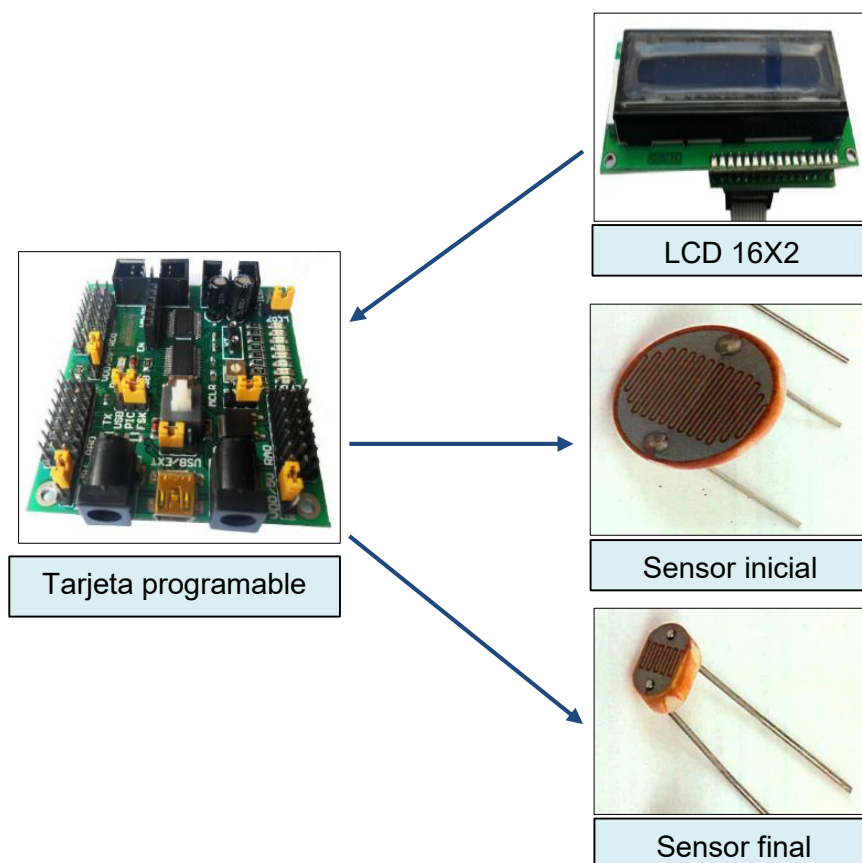


Figura H 1: Diagrama del circuito principal del sistema de sensores.

La tarjeta principal ha sido programada para sensor el tiempo de un objeto, con una precisión de milésimas de segundo. La medición del tiempo inicia, una vez que el objeto interrumpe el haz de luz del sensor inicial, y lo detiene cuando el objeto interrumpe el haz de luz del sensor final. La confiabilidad de los registros de tiempo, dependen en gran medida de la intensidad del haz de luz. Es por ello que en este trabajo se ha empleado apuntadores láser con base magnética, para fijarlos sobre una estructura rígida y lograr que los mismos apunten hacia el centro de los sensores. En la Figura H 2, se muestra la calibración de los sensores y la disposición final de los apuntadores láser.

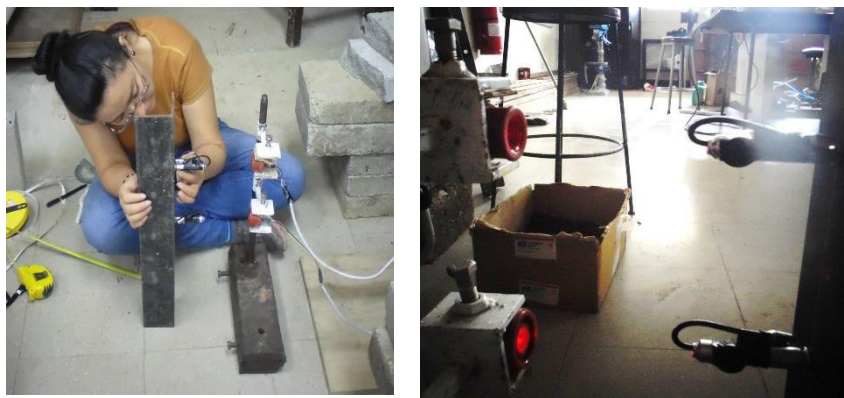


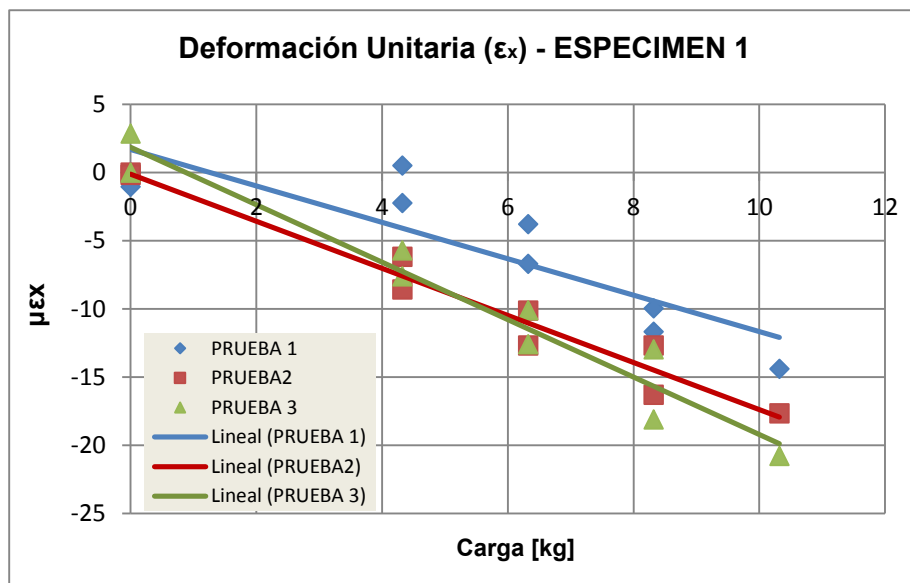
Figura H 2: Disposición final de los sensores y apuntadores láser.

Estos dispositivos se colocan bajo la base inferior de la torre de caída, de tal manera que registran el tiempo, una vez que el golpeador atraviesa el haz de luz. El tiempo transcurrido se puede observar a través del dispositivo LCD 16X2.

ANEXO I

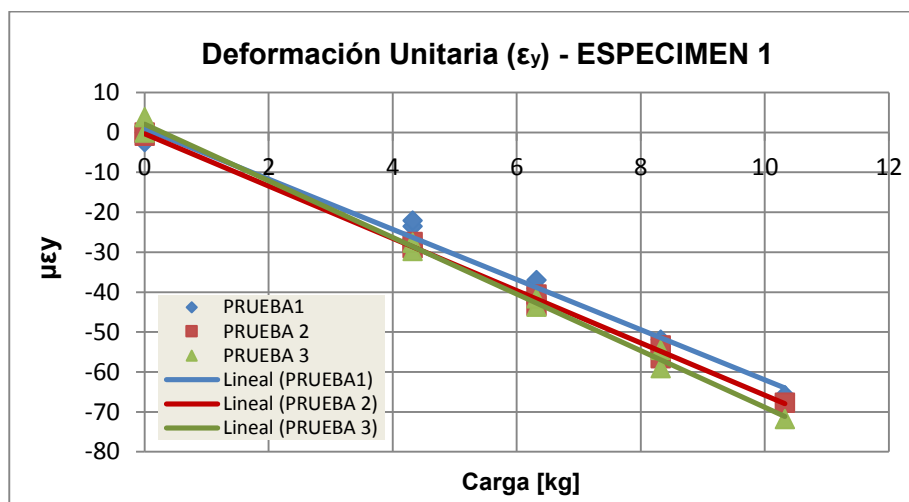
RESULTADOS EXPERIMENTALES DE APLICACIÓN DE CARGA ESTÁTICA

Especimen 1:



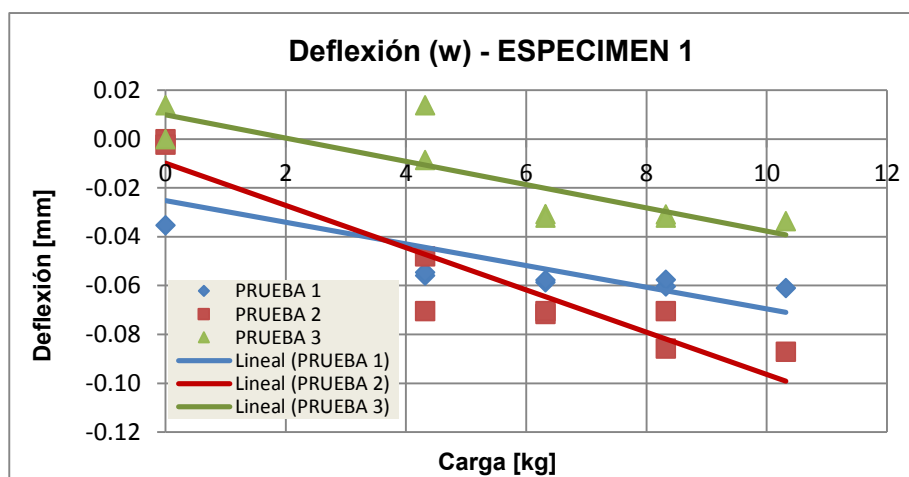
PRUEBA	Ecuación	R ²
1	$y = -1,3332x + 1,6791$	0,772
2	$y = -1,7277x - 0,111$	0,959
3	$y = -2,1053x + 1,8452$	0,950

Figura I 1: Microdeformación unitaria ϵ_x por acción de peso de: 4.32, 6.32, 8.32, 10.32, 8.32, 6.32, 4.32 kg.



PRUEBA	Ecuación	R ²
1	$y = -6,2927x + 0,891$	0,988
2	$y = -6,55x - 0,3207$	0,998
3	$y = -7,0927x + 2,0169$	0,996

Figura I 2: Microdeformación unitaria ϵ_y por acción de peso de: 4.32, 6.32, 8.32, 10.32, 8.32, 6.32, 4.32 kg.



PRUEBA	Ecuación	R ²
1	$y = -0,0044x - 0,0252$	0,639
2	$y = -0,0086x - 0,0099$	0,879
3	$y = -0,0048x + 0,0099$	0,698

Figura I 3: Deflexión por acción de peso de: 4.32, 6.32, 8.32, 10.32, 8.32, 6.32, 4.32 kg.

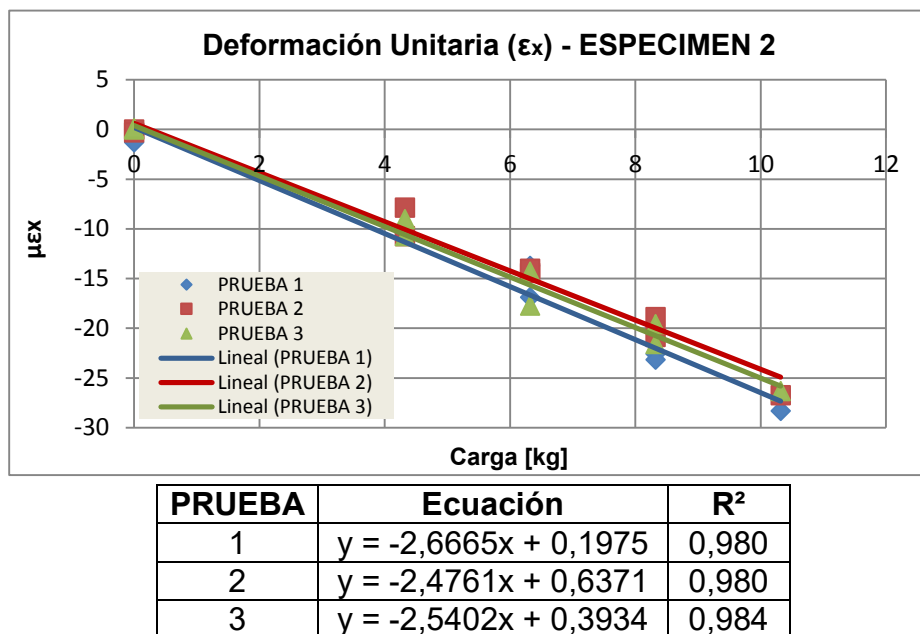
Especimen 2:

Figura I 4: Microdeformación unitaria ϵ_x por acción de peso de: 4.32, 6.32, 8.32, 10.32, 8.32, 6.32, 4.32 kg.

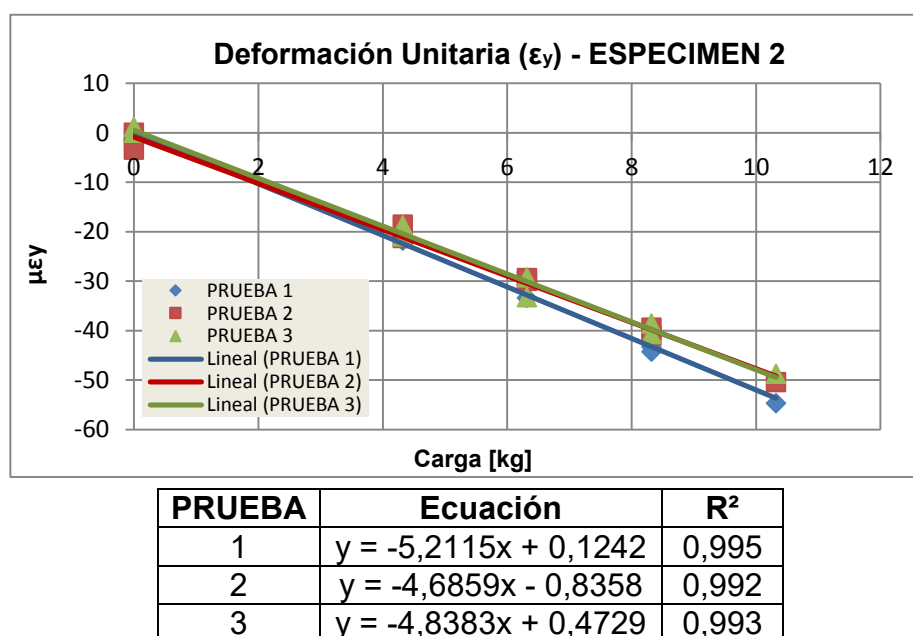


Figura I 5: Microdeformación unitaria ϵ_y por acción de peso de: 4.32, 6.32, 8.32, 10.32, 8.32, 6.32, 4.32 kg.

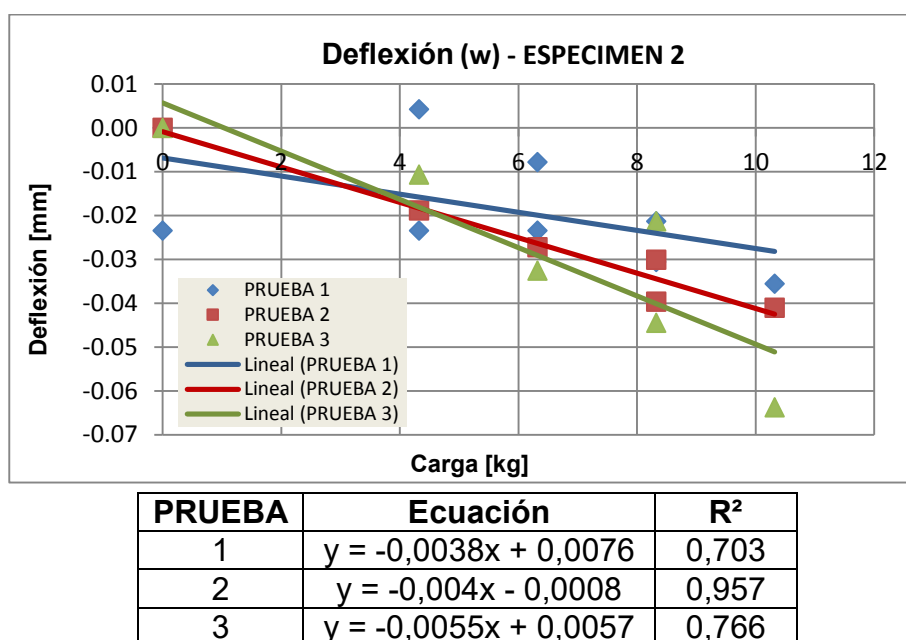


Figura I 6: Deflexión por acción de peso de: 4.32, 6.32, 8.32, 10.32, 8.32, 6.32, 4.32 kg.

Especimen 3:

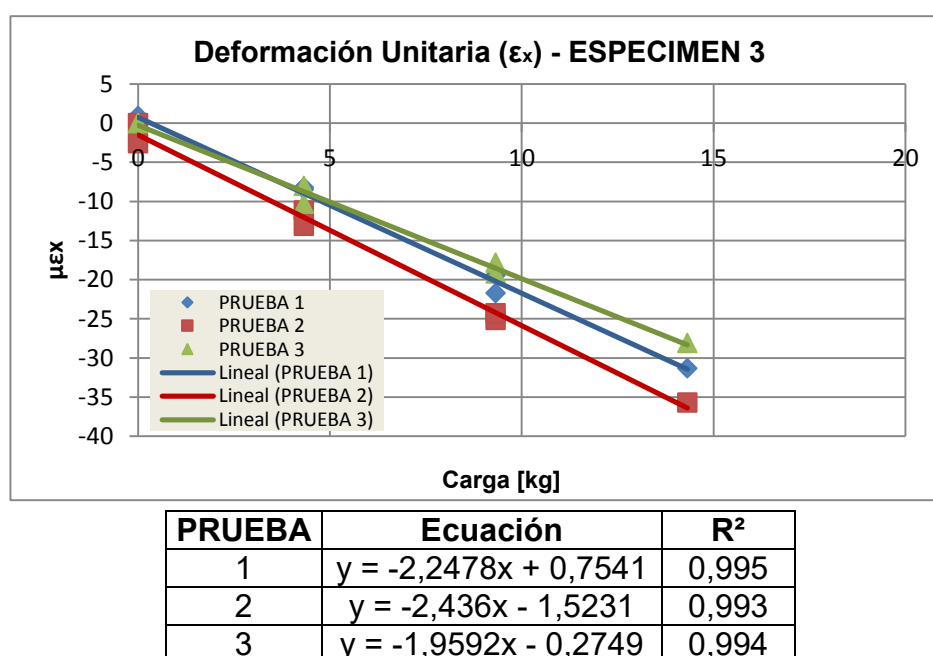
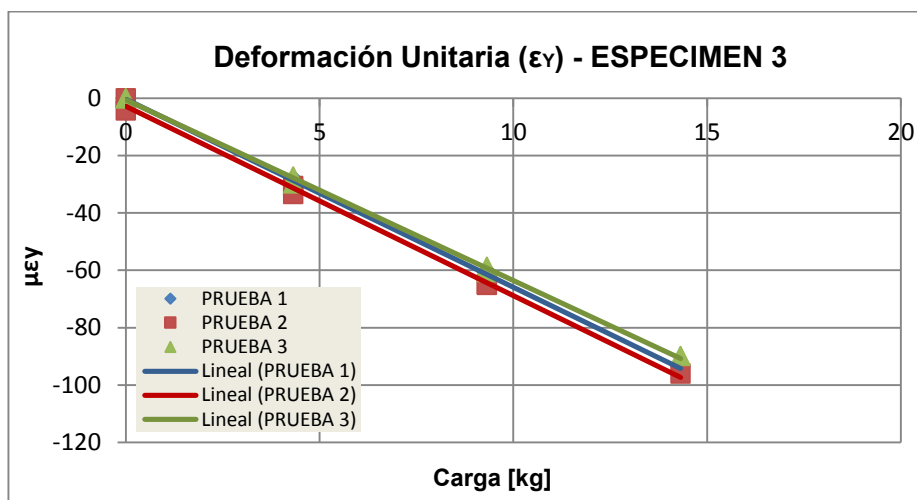
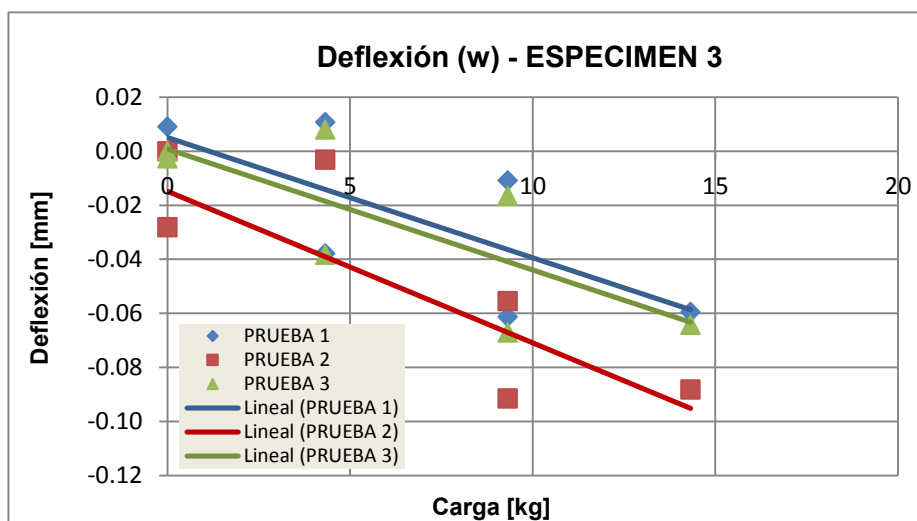


Figura I 7: Microdeformación unitaria ϵ_x por acción de peso de: 4.32, 9.32, 14.32, 9.32, 4.32 kg.



PRUEBA	Ecuación	R ²
1	$y = -6,5586x - 0,3375$	0,999
2	$y = -6,5955x - 2,8449$	0,998
3	$y = -6,2946x - 0,6005$	0,999

Figura I 8: Microdeformación unitaria ϵ_y por acción de peso de: 4.32, 9.32, 14.32, 9.32, 4.32 kg.



PRUEBA	Ecuación	R ²
1	$y = -0,0045x + 0,0051$	0,573
2	$y = -0,0056x - 0,0148$	0,605
3	$y = -0,0045x + 0,0008$	0,586

Figura I 9: Deflexión por acción de peso de: 4.32, 9.32, 14.32, 9.32, 4.32 kg.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Hughes, O.F. & Paik, J.K., Ship Structural Analysis and Design. SNAME, 2010.

[2] Lewis, E. V., Stability and Strength, PNA Volumen I. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1998.

[3] Timoshenko, S. P., Theory of Plates and Shells, 2nd ed. McGraw-Hill Book Company, 1959.

[4] Sarzosa, D.F., Análisis Comparativo de los Niveles de Esfuerzo en Paneles Reforzados utilizando MEF y Modelos Simples. Instituto Panamericano de Ingeniería Naval, Sao Paulo, 2007.

[5] Ugural, A.C., Stresses in Plates and Shells, 2nd ed. McGraw-Hill Book Company, 1999.

- [6] Instron, Ensayo de Impacto, <http://es.scribd.com/doc/86534496/Ensayo-de-impacto>, 2012.
- [7] Guedes, C. & Romanoff, J., Shear and Tensile Failure of Thin Aluminium Plates Struck by Cylindrical and Spherical Indenters. Analysis and Design of Marine Structures, Taylor and Francis Group, 2013.
- [8] D'ambraa, R.B., Kostaschi, L., Podestá, J. M., Uberti, B. & Iturrioz, I., Estudio del Comportamiento de Placas Delgadas Sometidas a Cargas de Impacto utilizando el Método de los Elementos Discretos (MED). Mecánica Computacional Vol XXVIII, Tandil-Argentina, 2009.
- [9] Huffington, N., Theoretical Determination of Rigidity Properties of Orthogonally Stiffened Plates. The Johns Hopkins University, 1954.
- [10] DNV, Hull Structure Design Ships with Length less than 100 m, Hull and Equipment mean Class, Part 3 – Chapter 2, 1991.
- [11] Astilleros Navales Ecuatorianos, Planos Estructurales y Líneas de Formas: Lancha Patrullera LP-AST-1304, ASTINAVE, 2011.
- [12] American Bureau of Shipping, Guide for Building and Classing High-Speed Craft. ABS, 2012.
- [13] Goldsmith, W., Impact: The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids, Dover Publications, 2001.

[14] Jones, N., On the Mass Impact Loading of Ductile Plates, University of Liverpool, 2003.

[15] Popov, E., Engineering Mechanics of Solids, 2nd ed.

[16] http://es.wikipedia.org/wiki/Sensor_fotoel%C3%A9ctrico.