

ESCUELA SUPERIOR  
POLITECNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

"DESARROLLO Y SIMULACION TEORICA DE UN MODULADOR-DEMODU  
LADOR MSK PARA TRANSMISION DE ALTA VELOCIDAD"

TESIS DE GRADO  
Previa a la obtención del Título de:  
INGENIERA ELECTRICA  
ESPECIALIZACION ELECTRONICA

Presentada por:  
ANA SONIA LEON GOYBURU

GUAYAQUIL - ECUADOR  
1.987

## A G R A D E C I M I E N T O

Mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que en alguna forma han contribuido en la realización del presente trabajo.

En especial, al ING. JAIME SANTORO DONOSO, Director de esta Tesis, y al Ph.D. RODGER E. ZIEMER por su colaboración y gentileza.



ING. GUSTAVO BERMUDEZ FLORES  
SUB-DECANO  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA



ING. JAIME SANTORO DONOSO  
DIRECTOR DE TESIS



ING. PEDRO CARLO PAREDES  
MIEMBRO DEL TRIBUNAL



ING. CESAR YEPEZ FLORES  
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

DECLARACION EXPRESA

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL".

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL).

  
ANA SONIA LEÓN GOYBURÚ

## R E S U M E N

El presente trabajo constituye un análisis de una nueva técnica de modulación digital, denominada MSK (Codificación digital por desplazamiento de frecuencia mínima), la cual ha surgido en las últimas décadas como una solución a los problemas de congestión espectral, debidos a la creciente demanda de sistemas de transmisión digital.

Los dos primeros capítulos constituyen una recopilación de conocimientos básicos, necesarios para comprender el análisis matemático de cualquier sistema de modulación y demodulación.

Por su parte, el tercer capítulo consiste en una introducción al MSK, describiendo algunas técnicas de modulación digital y las diversas características necesarias que debe tener cualquier sistema de transmisión.

Finalmente, en el cuarto capítulo se realiza el análisis detallado de esta técnica de modulación, presentando sus propiedades y ventajas. Para complementar este estudio se ha desarrollado un programa el cual consta básicamente

de dos partes. La primera parte compara el espectro de potencia del MSK con el de otras técnicas populares; mientras que en la segunda parte del programa se realiza la simulación teórica del sistema, pudiéndose apreciar claramente como se desarrollan los procesos de modulación y de demodulación.

## INDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN .....	V
INDICE GENERAL .....	VII
INDICE DE FIGURAS .....	XII
INDICE DE TABLAS .....	XVIII
INTRODUCCION .....	21
I. CAPITULO .....	24
ANALISIS EN FRECUENCIA DE LOS SISTEMAS ...	24
1.1 Funciones Periódicas y la Serie de Fou rier. ....	25
1.2 Funciones No Periódicas y la Transfor- mada de Fourier. ....	33
1.3 Teoremas de las Transformadas .....	39
1.4 Espectros de líneas y espectros conti- nuos. ....	41
1.5 Teorema de la Potencia de Parseval ..	46
1.6 La función impulso y la Integral de convolución. ....	48
1.6.1 Teorema de la Convolución en el Tiempo. ....	51
1.6.2 Teorema de la Convolución en Frecuencia. ....	53
1.6.3 Interpretación Gráfica de la Convolución. ....	54

	Pág.
1.6.4 Propiedades de la convolución .	55
1.7 Densidad Espectral de Energía y Potencia. ....	58
1.7.1 Densidad Espectral de Energía .	59
1.7.2 Densidad Espectral de Potencia.	60
1.8 La Función de Autocorrelación .....	61
II. CAPITULO .....	65
SEÑALES A TRAVES DE SISTEMAS LINEALES .....	65
2.1 Sistemas Lineales .....	65
2.2 Los Sistemas lineales como filtros ..	70
2.3 Transmisión sin Distorsión .....	71
2.4 Filtros reales e ideales .....	75
2.5 Consideraciones de ancho de banda y tiempo de subida. ....	81
III. CAPITULO .....	85
SISTEMAS DIGITALES DE DATOS .....	85
3.1 Técnicas de Modulación .....	86
3.1.1 Modulación de Señales Analógicas. ....	87
3.1.2 Modulación de Señales Digitales	90
3.1.2.1 Codificación por Desplazamiento de Amplitud (ASK). ....	93
3.1.2.2 Codificación por Desplazamiento de Fase (PSK). ....	98
3.1.2.3 Codificación por Des-	

	Pág.
plazamiento de Frecuen cia (FSK): .....	
3.2 Características de los Sistemas de Trans misión. ....	105
3.2.1 Ruido Gaussiano .....	105
3.2.2 Tasa de Bits Erróneos (BER) ...	109
3.2.3 Diagrama en Ojo .....	115
3.2.4 Eficiencia .....	117
3.3 Métodos de Modulación Espectralmente Eficientes .....	118
3.3.1 Modulación FSK y PSK .....	121
3.3.2 Modulación QPSK y OQPSK .....	123
3.3.3 Modulación MSK .....	129
IV. CAPITULO .....	131
CODIFICACION DIGITAL POR DESPLAZAMIENTO MINI MO (MSK). ....	131
4.1 MSK como una Técnica de Modulación es- pectralmente eficiente. ....	132
4.2 Tipos de modulación MSK .....	144
4.3 Diagrama de Trellis .....	147
4.4 Espectro de Potencia de los Pulsos ..	154
4.5 Modulación y Demodulación de la Señal MSK. ....	161
4.5.1 Análisis de la Modulación ...	162
4.5.2 Análisis de la Demodulación .	182
4.6 Filtros de Conversión y de Acoplamien to para MSK-Serie. ....	197

	Pág.
4.6.1 Equivalente Pasa-bajo del filtro de Conversión. ....	199
4.6.2 Equivalente Pasa-bajo del filtro de Acoplamiento. ....	207
4.6.3 Aproximaciones de los Filtros equivalentes Pasa-bajo. ....	217
4.6.3.1 Aproximaciones del Filtro de Conversión. ..	218
4.6.3.2 Filtros a la salida del modulador. ....	232
4.6.3.3 Aproximaciones del filtro de Acoplamiento. .	234
4.7 Circuitos de Sincronización .....	250
4.8 Análisis del comportamiento de la Señal .....	267
4.8.1 Probabilidad de error $P_e$ .....	267
4.8.2 Interferencia entre símbolos ..	270
4.8.3 Evaluación de la Señal en canales limitados en banda. ....	278
4.8.4 Interferencia con canales adyacentes. ....	283
4.8.5 Eficiencia del ancho de banda ..	285
4.8.6 Eficiencia de comunicación ...	286
4.9 Extensiones y generalizaciones .....	291
4.10 Simulación Teórica del Sistema .....	292
4.10.1 Graficación de los espectros de potencia. ....	293
4.10.2 Simulación del modulador-demodulador. ....	295
4.10.3 Diagrama de flujo .....	303
4.10.4 Programa .....	305
4.10.5 Manual del Usuario .....	314
4.10.6 Desarrollo del Programa .....	318

	Pág.
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	340
APENDICES .....	343
BIBLIOGRAFIA .....	354

## I N T R O D U C C I O N

Hace algunas pocas décadas, la transmisión analógica era la única herramienta disponible en la industria de la comunicación. Luego, con la evolución de la ciencia, la revolución causada por los computadores y la necesidad de eliminar el control manual y los errores humanos, se impulsó el desarrollo de los sistemas integrados para el procesamiento de datos. Es así como hoy en día se genera una gran cantidad de datos digitales en los diversos campos en que se desenvuelve el ser humano, como son el gobierno, el comercio, la industria y la ciencia; convirtiendo la transmisión y distribución de señales digitales en la tarea más vasta de la comunicación eléctrica.

De esta manera, los enlaces de comunicación digital, capaces de llevar información a una velocidad de cientos de megabits por segundo, (Mb/s) han tomado una gran importancia en muchas de sus aplicaciones, al mismo tiempo que se produce un serio problema de congestión espectral debido al incremento de la demanda de canales en la banda de radio frecuencia.

En los últimos años, las investigaciones realizadas en el área de las comunicaciones, han sido dirigidas hacia la búsqueda de nuevas técnicas de modulación digital, que ofrezcan mayores ventajas en lo que respecta a la eficiencia del uso del espectro de frecuencias. Es así como en la década de los 60 surge el MSK como una solución a los mencionados problemas espectrales y a partir de ese momento ha sido gradualmente usado en diferentes aplicaciones, entre las cuales podemos citar, sistemas de comunicación bajo agua a frecuencias extremadamente bajas, el sistema de satélites domésticos propuesto por la AT & T, la red de datos propuesta por la Data Transmission Co. y la tecnología satelital canadiense.

Este esquema es especialmente utilizado para la transmisión de datos digitales a través de canales en los cuales la información debe estar eficientemente agrupada en un ancho de banda limitado, siendo considerado como una de las mejores alternativas, ya que la mayor parte de su energía se encuentra concentrada en el lóbulo central y en una menor escala en los lóbulos laterales.

Además, presenta otras características favorables como son las propiedades de poseer envolvente y fase constantes, lo cual es un punto primordial en aplicaciones satelitales en que los equipos operan cerca de la zona de saturación y toma importancia la eficiencia de potencia.

La selección de una técnica particular de modulación en determinada aplicación muchas veces involucra otras consideraciones a más de la eficiencia de comunicación o la eficiencia de ancho de banda, tales como facilidad de implementación, comportamiento del sistema bajo circunstancias especiales o recursos económicos.

El objetivo esencial de este trabajo, es realizar un análisis de esta nueva técnica de modulación, examinar diversos métodos para la implementación de los moduladores y demoduladores, comparar sus características con otros esquemas populares de modulación, así como su eficiencia y el comportamiento de la señal. Como complemento a este estudio, se ha creído conveniente la realización de un programa en computadora que simule la operación del sistema, y así tener una visión más clara de como se produce la modulación y la demodulación de cualquier información digital.

El estudio realizado sobre este tema, se basa en datos y pruebas realizadas por la Hughes Aircraft Company y la NASA, así como en información obtenida de las conferencias sobre comunicaciones del IEEE y material suministrado por autores de diversos artículos publicados en las revistas de Comunicaciones del IEEE.

## CAPITULO I

### ANALISIS EN FRECUENCIA DE LOS SISTEMAS

El estudio de los sistemas de comunicación, se encuentra íntimamente relacionado a la transmisión de señales variables en el tiempo, como son el voltaje y la corriente. Debido a la complejidad de los sistemas modernos, las investigaciones y los análisis se realizan simulando el comportamiento de las señales o mediante el uso de subsistemas, antes de la construcción real del sistema deseado. De esta manera, los modelos matemáticos del comportamiento de los diferentes componentes, constituyen herramientas fundamentales en el desarrollo de tales sistemas. En el análisis de equipos para comunicación, a menudo es más conveniente describir las señales en el dominio de la frecuencia, donde la variable independiente es  $f$ . Se puede decir que la función del tiempo está compuesta de un cierto número de componentes de frecuencias con amplitud y fase apropiadas. A la descripción de las señales en el dominio de la frecuencia, se denomina el espectro de la señal.

El análisis en frecuencia presenta varias ventajas: te-

niendo en cuenta la gran cantidad de señales que un sistema puede manejar, sería imposible encontrar soluciones detalladas de los transientes de cada una de ellas. Además el análisis espectral, nos permite considerar clases completas de señales que poseen propiedades similares en el dominio de la frecuencia. Por último, muchos de los componentes de un sistema de comunicación, se pueden clasificar como dispositivos lineales e invariantes en el tiempo y por lo tanto pueden ser descritos según sus características de respuesta en frecuencia.

### 1.1 FUNCIONES PERIODICAS Y LA SERIE DE FOURIER.-

En general, toda función periódica puede ser expresada en términos de su serie de Fourier. Se dice que una señal  $f(t)$  es periódica con un período de repetición  $T_0$ , si para cualquier entero  $m$ :

$$f(t \pm mT_0) = f(t) \quad (1.1)$$

Siendo  $f(t)$  periódica, puede descomponerse en la siguiente Serie de Fourier:

$$f(t) = \frac{A_0}{T} + \frac{2}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega n t + b_n \sin \omega n t) \quad (1.2)$$

donde:

$$\omega n = \frac{2\pi n}{T}$$

La expresión(1.2) corresponde a la forma trigonométrica de la serie de Fourier.

El valor de la constante  $A_n$  se obtiene multiplicando la serie por  $\cos \omega n t$  e integrando sobre el período. De esta manera, los términos del segundo miembro se anulan, con excepción de  $A_n$ , puesto que:

$$\int_{-T/2}^{T/2} \cos \omega j t \cos \omega n t dt = 0 \quad j \neq n$$

$$\int_{-T/2}^{T/2} \sin \omega j t \cos \omega n t dt = 0 \quad \forall j$$

De donde tenemos:

$$\begin{aligned} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \omega n t dt &= \frac{2 A_n}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos^2 \omega n t dt \\ &= \frac{2 A_n}{T} \frac{T}{2} = A_n \end{aligned}$$

$$A_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos wnt \, dt \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (13)$$

En forma análoga:

$$b_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \operatorname{Sen} wnt \, dt \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (14)$$

Muchas veces, la Serie de Fourier se la expresa en términos de su amplitud y fase angular, obteniéndose la llamada forma exponencial compleja:

$$f(t) = \frac{A_0}{T} + \frac{2}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{A_n^2 + b_n^2} \cos (wnt + \theta_n)$$

donde:

$$\theta_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{A_n}$$

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jwnt} \quad (15)$$

El coeficiente de Fourier  $C_n$  es un número complejo definido por:

El coeficiente de Fourier  $C_n$  es un número complejo definido por:

$$\begin{aligned} C_n &= A_n - jB_n \\ &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} e^{j\theta_n} \\ &= \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega n t} dt \end{aligned} \quad (1.6)$$

$|C_n| = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$  es entonces el espectro de amplitud deseado y

$$\theta_n = \tan^{-1} - \frac{B_n}{A_n} \quad (1.7)$$

representa la característica de fase. Los coeficientes  $C_n$  proporcionan el espectro de frecuencia completo.

Como un ejemplo de la forma compleja de Fourier consideramos el siguiente tren de pulsos:

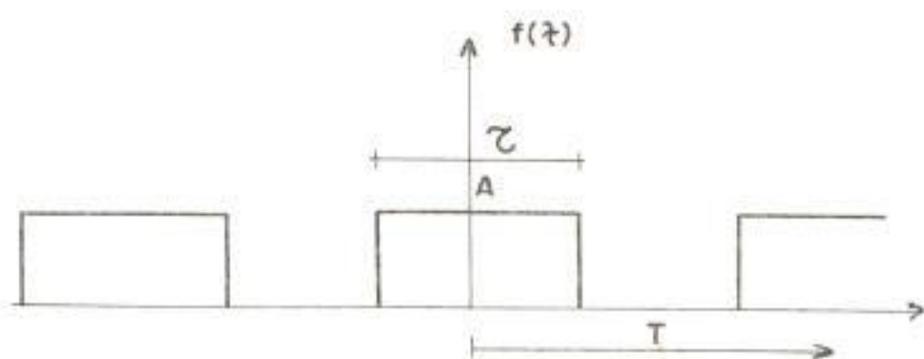


FIGURA 1.1 TREN DE PULSOS

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}$$

$$c_n = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j\omega n t} dt$$

$$= \frac{A}{j\omega n} e^{-j\omega n t} \Big|_{-\tau/2}^{\tau/2}$$

$$= A \frac{e^{j\omega n \tau/2} - e^{-j\omega n \tau/2}}{j\omega n}$$

$$= \frac{2A}{\omega n} \text{Sen} \frac{\omega n \tau}{2}$$

$$= \tau A \frac{\text{Sen}(\omega n \tau/2)}{\omega n \tau/2}$$

$$\omega n = 2\pi n/T$$

$$= \tau A \operatorname{Sinc} \frac{n\tau}{T}$$

la Serie de Fourier para el tren de pulsos será:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tau A \operatorname{Sinc} \frac{n\tau}{T} e^{j\omega n t} \quad (1.8)$$

Graficando el espectro de la magnitud y fase en función de la frecuencia:

$$|f(t)| = \tau A \operatorname{Sinc} \frac{n\tau}{T} e^{j\omega n t} \quad (1.9)$$

La magnitud de los coeficientes de Fourier corresponden a la amplitud de las componentes espectrales: (Ver Figura 2).

Todas las líneas espectro de frecuencia mostrado se presentan en múltiplos de la frecuencia fundamental  $2\pi/T$ . (Ver Figura 3).

Correspondencia entre la frecuencia y el Tiempo:

Aunque la función periódica contiene componentes de frecuencia para todos los múltiplos enteros de la

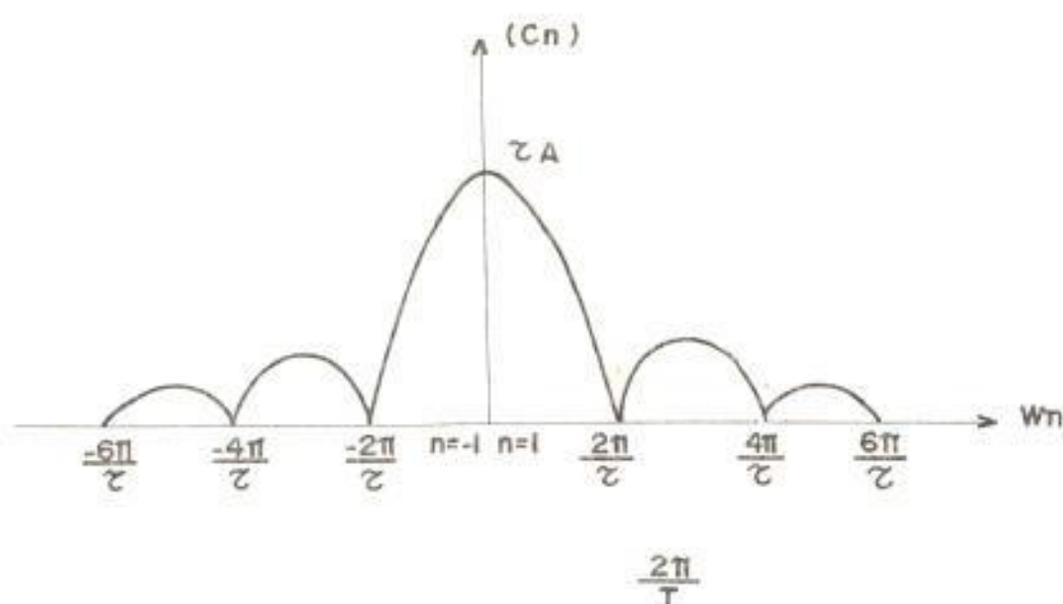


FIGURA 1.2 MAGNITUD DE LOS COEFICIENTES DE FOURIER.

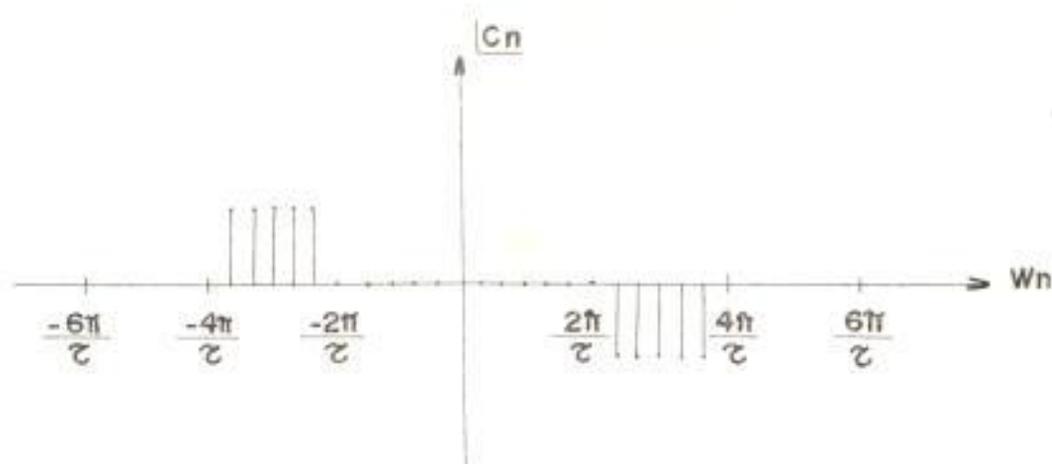


FIGURA 1.3 FASE DE LOS COEFICIENTES DE FOURIER

frecuencia fundamental, la envolvente de la amplitud decrece con las frecuencias altas. Sin embar-

go, a medida que el período fundamental  $T$  disminuye (más pulsos por segundo), las líneas de frecuencia se desplazan más lejos. Se comprueba entonces que una variación más rápida de la función en el tiempo corresponde a componentes de frecuencia superiores.

De la misma forma, a medida que  $T$  aumenta, las líneas se juntan más, dando lugar a un espectro de componentes muy próximas y casi continuo. Debido a que las líneas que se concentran en el intervalo de frecuencias inferiores son de mayor amplitud, se aprecia que la mayor parte de la energía asociada con esta onda periódica se concentra en frecuencias bajas. A medida que la función varía más rápidamente ( $T$  disminuye), la cantidad relativa de energía contenida en el intervalo de frecuencias superiores se hace mayor.

Otro interesante fenómeno que se presenta, es que en cuanto el ancho del pulso disminuye, el contenido de frecuencias de la señal se extiende sobre un intervalo de frecuencia mayor. El primer cruce de cero, en  $\omega_n = 2\pi/\tau$  se desplaza hacia frecuencias mayores. Existe una relación inversa entre el ancho del pulso, o su duración, y la dispersión de frecuencia de los pulsos.

Si  $T \rightarrow 0$ , es decir que los pulsos son muy angostos, la mayor parte de la energía quedará incluida en el intervalo:

$$0 < \omega n < \frac{2\pi}{\tau} \quad (10)$$

## 1.2 FUNCIONES NO PERIÓDICAS Y LA TRANSFORMADA DE FOURIER

El análisis realizado, se encuentra restringido al caso de funciones periódicas que son representables por medio de series de Fourier. Aunque estas funciones son muy útiles en las pruebas que se realizan en muchos sistemas, en la práctica, no representan realmente a las funciones que se usan en los sistemas de comunicaciones.

Una aproximación más adecuada de las señales reales usadas en la práctica, lo constituyen las funciones no periódicas en el tiempo. El análisis de estas señales no periódicas se realiza mediante la integral de Fourier. Esto se logra simplemente tomando en cuenta que cualquier función del tiempo definida únicamente en un período específico de  $T$  segundos

de duración, puede desarrollarse en una serie de Fourier con un período básico  $T$ .

Se hace entonces que la función del tiempo se repita en forma artificial fuera del intervalo especificado de tiempo. A medida que el intervalo de interés se hace mayor, el período de Fourier se incrementa en proporción. Finalmente, a medida que la región de interés se hace crecer indefinidamente, la serie de Fourier resultante se transforma en el límite, en la integral de Fourier.

Considerando una función periódica  $f(t)$ :

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j\omega_n t} \quad \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

$$C_n = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega_n t} dt \quad (1.11)$$

El espaciamiento entre las sucesivas armónicas será:

$$\Delta \omega = \omega_{n+1} - \omega_n = \frac{2\pi}{T} \quad (1.12)$$

$f(t)$  podrá entonces escribirse como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j\omega n t} \Delta\omega \quad (1.13)$$

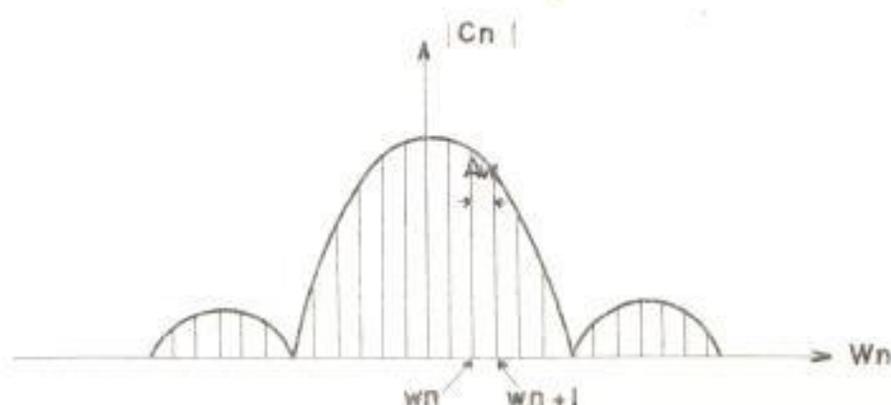


FIGURA 1.4 COEFICIENTES DE FOURIER

Considerando el caso límite cuando  $T \rightarrow \infty$ . Entonces  $\omega \rightarrow 0$ , y las líneas discretas en el espectro se confunden, obteniéndose un espectro continuo en frecuencia.

Matemáticamente, la suma infinita de ecuación de  $f(t)$  se transforma en la integral común de Riemann.  $C_n$  se define ahora para todas las frecuencias, y no solamente para los múltiplos enteros de  $2\pi/T$ . A medida que  $T \rightarrow \infty$ ,  $\omega n \rightarrow \omega$  y  $C_n$  se transforma en una función continua  $F(\omega)$ .

$$F(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} c_n \quad (1.14)$$

Por lo tanto, la representación de una función no periódica se la hará utilizando la integral de Fourier.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1.15)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = |F(\omega)| e^{j\theta(\omega)} \quad (1.16)$$

Los pulsos periódicos que se consideraron en el análisis de la serie de Fourier, sirven como ejemplo para ilustrar la transición entre la serie de Fourier y la integral de Fourier.

El espectro de frecuencia de los pulsos periódicos, es una representación de los coeficientes de Fourier  $C_n$ .

$$C_n = A \tau \frac{\text{Sen}(\omega n \tau / 2)}{\omega n \tau / 2} \quad (1.17)$$

$$\omega n = \frac{2 \pi n}{T}$$

A medida que  $T \rightarrow \infty$ , todos los pulsos, excepto el situado en el centro en  $t=0$  desaparecen con lo que tenemos un pulso único de amplitud  $A$  y ancho  $\tau$  segundos.

En el diagrama de frecuencias  $\omega n \rightarrow \omega$  cuando  $T \rightarrow \infty$ , las líneas se mueven para agruparse y confundirse, por lo que el espectro se transforma en continuo.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (118)$$

Para un pulso simple:

$$f(t) = \begin{cases} A & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases} \quad (119)$$

$$\begin{aligned} F(\omega) &= A \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{A}{-j\omega} (e^{-j\omega \tau/2} - e^{j\omega \tau/2}) \end{aligned}$$

$$= \frac{A \tau}{\omega \tau / 2} \operatorname{Sen}(\omega \tau / 2) =$$

$$= A \tau \operatorname{Sinc}(f \tau) \quad (1.20)$$

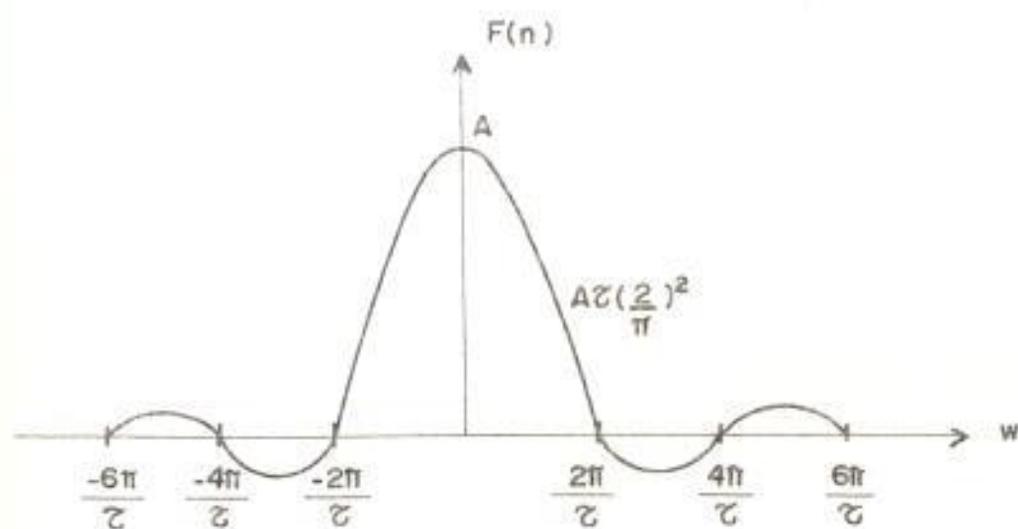


FIGURA 1.5 ESPECTRO DE UN PULSO RECTANGULAR

La integral de Fourier se la denomina a menudo Transformada de Fourier de  $f(t)$ . La introducción de la Transformada de Fourier permite determinar con rapidez la respuesta temporal de las redes lineales.

### 1.3 TEOREMAS DE LAS TRANSFORMADAS.-

Los teoremas son de gran valor para la interpretación de espectros, ya que expresan relaciones entre operaciones del dominio del tiempo y del dominio de la frecuencia. Citaremos los más importantes:

- Linealidad:

$$A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t) \iff A_1 F_1(w) + A_2 F_2(w) \quad (1.21)$$

- Retardo en el tiempo:

$$f(t - t_0) \iff F(w) e^{-jw t_0} \quad (1.22)$$

- Cambio de escala:

$$f(at) \iff |a|^{-1} F(w/a) \quad (1.23)$$

- Inversión en el tiempo:

$$f(-t) \iff F(-w) = F^*(w) \quad (1.24)$$

- Dualidad:

$$F(t) \iff 2\pi f(-w) \quad (1.25)$$

- Traslación en frecuencia:

$$f(t) e^{jw_0 t} \iff F(w - w_0) \quad (1.26)$$

- Modulación:

$$f(t) \cos w_0 t \iff \frac{1}{2} F(w - w_0) + \frac{1}{2} F(w + w_0) \quad (1.27)$$

- Diferenciación:

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \iff (jw)^n F(w) \quad (1.28)$$

- Integración:

$$\int_{-\infty}^t f(t') dt' \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega} F(\omega) + \frac{F(0) \delta(\omega)}{2} \quad (1.29)$$

- Convolución:

$$f_1 * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t-t') f_2(t') dt' \Leftrightarrow F_1(\omega) F_2(\omega) \quad (1.30)$$

- Multiplicación:

$$f_1(t) f_2(t) \Leftrightarrow F_1(\omega) * F_2(\omega) \quad (1.31)$$

#### 1.4 ESPECTROS DE LINEAS Y ESPECTROS CONTINUOS.-

La interpretación espectral de una señal periódica, dada por la serie de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0) e^{j2\pi n f_0 t} \quad f_0 = \frac{1}{T_0} \quad (1.32)$$

contiene únicamente aquellos componentes de frecuencia que con múltiplos enteros de la frecuencia fundamental  $f_0 = 1/T_0$ , es decir que todas las frecuencias son armónicas de la fundamental. Dado que el coeficiente de la  $n$ -ésima armónica es  $c(nf_0)$ , su amplitud y fase son:

$$|c(nf_0)| \quad \text{magnitud} \quad (1.33)$$

$$C(nf_0) \quad \text{fase} \quad (1.34)$$

Por lo tanto tenemos un espectro de línea de dos lados con  $|C(nf_0)|$  como amplitud y  $[C(nf_0)]$  como fase. A continuación se listan algunas propiedades de tales espectros de línea:

- a) Todas las líneas espectrales están igualmente espaciadas por  $f_0$ , puesto que todas las frecuencias son armónicas en relación con la fundamental.
- b) La componente de DC es igual al valor promedio de la señal, puesto que haciendo  $n=0$  se tiene:

$$C(0) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} f(t) dt = \langle f(t) \rangle \quad (1.35)$$

lo cual corresponde al valor DC de una señal

c) Si  $f(t)$  es real, el espectro de amplitud tiene simetría par, mientras que el espectro de fase tiene simetría impar, es decir,

$$|C(-n\omega)| = |C(n\omega)| \quad (1.36)$$

$$\arg [C(-n\omega)] = - \arg [C(n\omega)] \quad (1.37)$$

d) Si una señal real tiene simetría par en el tiempo, tal que:

$$f(t) = f(-t) \quad (1.38)$$

entonces  $C(n\omega)$  es completamente real y

$$\arg C(n\omega) = 0 \text{ o } \pm 180^\circ \quad (1.39)$$

donde el valor de  $\pm 180^\circ$  corresponde a  $C(n\omega)$  cuando es negativo.

De la misma manera, si una señal real tiene simetría impar, es decir,

$$f(-t) = -f(t) \quad (1.40)$$

entonces  $C(nfo)$  es completamente imaginaria y

$$\arg [C(nfo)] = \pm 90^\circ \quad (1.41)$$

Las señales no periódicas en cambio, son representadas por la integral de Fourier:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{j2\pi ft} df \quad (1.42)$$

Donde observamos que  $F(w)$  juega el mismo papel para señales no periódicas que  $C(nfo)$  para señales periódicas. De este modo,  $F(w)$  es el espectro de la señal no periódica  $f(t)$ . Sin embargo,  $F(w)$  es una función continua definida para todos los valores de  $f$ , mientras que  $C(nfo)$  está definida para frecuencias discretas.

Por lo tanto, una señal no periódica tendrá un espe

tro continuo y no únicamente un espectro de líneas. De esta manera,  $|F(\omega)|$  será el espectro de amplitud y  $[F(\omega)]$  será el espectro de fase. Paralelamente a las propiedades de  $C(nfo)$  tenemos algunas propiedades para  $F(\omega)$ :

a) Si  $f(t)$  es real, entonces  $F(-\omega) = F^*(\omega)$  y

$$|F(-\omega)| = |F(\omega)| \quad (1.43)$$

$$\arg [F(-\omega)] = - \arg [F(\omega)] \quad (1.44)$$

Por lo que el espectro tiene simetría hermitiana.

b) Si  $f(t)$  tiene simetría en tiempo ya sea par o impar, entonces  $F(\omega)$  se simplifica a:

$$f(\omega) = \begin{cases} 2 \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t \, dt & f(t) \text{ par} \\ -2j \int_0^{\infty} f(t) \sin \omega t \, dt & f(t) \text{ impar} \end{cases} \quad (1.45)$$

Donde se observa que si  $f(t)$  es también real, entonces  $F(\omega)$  es puramente real o imaginaria, respectivamente.

- c) El valor de  $F(w)$  en  $w = 0$  es igual al área neta de  $f(t)$ , es decir:

$$F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt. \quad (1.46)$$

Lo cual se compara con el caso periódico donde  $C(0)$  es igual al valor promedio de  $f(t)$ .

#### 1.5 TEOREMA DE LA POTENCIA DE PARSEVAL.-

Este teorema relaciona la potencia promedio  $P$  de una señal periódica con los coeficientes de la serie de Fourier. Siendo:

$$f_n(t) = C_n e^{j\omega_n t} \quad (1.47)$$

La potencia promedio estará dada por:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T |f_n(t)|^2 dt = |C_n|^2 \quad (1.48)$$

Sustituyendo  $f(t)$  por su desarrollo en serie de Fourier:

$$\bar{P} = \frac{1}{T^3} \int_0^T \left[ \sum_m \sum_n C_m^* C_n e^{j(\omega_n - \omega_m)t} \right] dt \quad (1.49)$$

Intercambiando el orden de las sumatorias y la integración y notando que:

$$\int_0^T e^{j(\omega_n - \omega_m)t} dt = \begin{cases} T & \omega_n = \omega_m \\ 0 & \omega_n \neq \omega_m \end{cases} \quad (1.50)$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt \\ &= \sum_n^{\infty} \left| \frac{C_n}{T} \right|^2 \end{aligned} \quad (1.51)$$

El teorema de Parseval implica una superposición de la potencia promedio en la que la potencia promedio total de  $f(t)$  es la suma de las potencias promedio de sus componentes fasoriales.

Si se consideran por ejemplo, un tren de pulsos rectangulares:

$$\bar{P} = \frac{A^2 \tau}{T}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\tau A)^2 \text{Sen}^2 (wn \tau/2)}{\tau (wn \tau/2)^2} \quad (1.52)$$

Se puede determinar las contribuciones relativas de potencia de las diversas frecuencias.

## 1.6 LA FUNCION IMPULSO Y LA INTEGRAL DE CONVOLUCION.-

La operación matemática conocida como convolución, constituye una herramienta muy importante dentro de los análisis en comunicaciones, ya que es un buen modelo de los procesos físicos que existen en un sistema lineal, a la vez que nos ayuda a comprender las relaciones entre los dominios del tiempo y la frecuencia. En ambos casos, la convolución se encuentra ligada al uso de la función impulso.

Siendo la función de entrada a una red la función impulso, su transformada de Fourier será:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = 1 \quad (1.53)$$

definiendo la función impulso:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) r(t) dt = r(0) \quad (1.54)$$

La función impulso tiene entonces una característica de frecuencia plana, dando lugar a iguales amplitudes para todas las frecuencias. Si este impulso se aplica a un sistema lineal, es equivalente a excitar el sistema con todas las frecuencias en forma simultánea. El sistema selecciona las frecuencias de salida de acuerdo con su propia característica de transferencia  $H(\omega)$ , proporcionando la respuesta a la función impulso:

$$\text{Con } G(\omega) = H(\omega) F(\omega) = H(\omega) \quad (1.55)$$

$$g(t) = h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1.56)$$

La respuesta al impulso y la función de transferencia del sistema representan un par de la transformada de Fourier. Esta es una relación de mucha utilidad en la medición de la función de transferencia de cualquier sistema lineal.

El teorema de la convolución es quizás uno de los instrumentos más eficaces en el análisis armónico.

Con su empleo, se obtiene con facilidad muchos resultados importantes.

La convolución de dos funciones de la misma variable, digamos  $v(t)$  y  $w(t)$  se define por:

$$v(t) * w(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) w(t - \tau) d\tau \quad (1.57)$$

Suponiendo que se tiene un sistema lineal e invariante en el tiempo con una respuesta a impulso  $h(t)$ , puede aplicarse la integral de convolución para obtener la respuesta  $g(t)$  para cualquier entrada  $f(t)$ :

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t - \tau) d\tau \quad (1.58)$$

Tomando la transformada de Fourier a ambos lados de la ecuación, se obtendrá:

$$G(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) f(t - \tau) \right] e^{-j\omega t} dt \quad (1.59)$$

Intercambiando el orden de las integraciones del segundo miembro de la ecuación y usando las relaciones

de la transformada de Fourier y el teorema del retardo en el tiempo, se encuentra:

$$G(\omega) = H(\omega) F(\omega)$$

$$H(\omega) \longleftrightarrow h(t)$$

$$F(\omega) \longleftrightarrow f(t) \tag{1.60}$$

Las relaciones anteriores se pueden expresar como:

$$g(t) = h(t) * f(t) \longleftrightarrow G(\omega) = H(\omega) F(\omega) \tag{1.61}$$

#### 1.6.1 Teorema de la Convolución en el tiempo.

Si

$$f_1(t) \longleftrightarrow F_1(\omega)$$

y

$$f_2(t) \longleftrightarrow F_2(\omega)$$

entonces:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \iff F_1(w) F_2(w)$$

es decir:

$$f_1(t) * f_2(t) \iff F_1(w) F_2(w) \quad (1.62)$$

Demostración:

$$\begin{aligned} F[f_1(t) * f_2(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} f_2(t - \tau) dt \right] d\tau \end{aligned}$$

Por la propiedad de desplazamiento en el tiempo la integral entre paréntesis es igual a:

$$F_2(w) = e^{-j\omega\tau}$$

por lo que:

$$\begin{aligned} F[f_1(t) * f_2(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) e^{-j\omega\tau} F_2(w) d\tau \\ &= F_1(w) F_2(w) \end{aligned}$$

1.6.2 Teorema de la Convención en frecuencia.-

Si

$$f_1(t) \iff F_1(w)$$

y

$$f_2(t) \iff F_2(w)$$

entonces:

$$f_1(t) f_2(t) \iff \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(u) F_2(w - u) du$$

O sea

$$f_1(t) f_2(t) \iff \frac{1}{2\pi} \left[ F_1(w) * F_2(w) \right] \quad (1.63)$$

Este teorema se comprueba igual que el anterior por la simetría que existe entre las transformadas directa e inversa de Fourier.

Se concluye por lo tanto, que la convolución de dos funciones en el dominio del tiempo equivale a multiplicar sus espectros en el dominio de la frecuencia; y que la multiplicación de dos funciones en el dominio del tiempo, equivale a la convolución de sus espectros en el dominio de la frecuencia.

### 1.6.3 Interpretación gráfica de la convolución.-

El cálculo de  $v(t) * w(t)$  no es más difícil que una integración ordinaria cuando las dos funciones son continuas para toda  $t$ . Sin embargo, a menudo una de las funciones o las dos, se definen en forma fragmentada, y la interpretación gráfica resulta útil.

Considerando las funciones de las figuras a y b, por la integral de Fourier, tenemos:

$$f_1(t) * f_2(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \Leftrightarrow F_1(w) F_2(w) \quad (1.64)$$

Donde  $f_1(\tau)$  no es otra cosa que  $f_1(t)$  con  $t = \tau$ .

Pero  $f_2(t - \tau)$  como función se debe obtener en dos pasos: Primeramente,  $f_2(-\tau)$  es  $f_2(t)$  invertida en el tiempo con  $t$  substituida por  $\tau$ ; entonces, para un valor dado de  $t$ , desplazando a  $f_2(-\tau)$ , a la derecha  $t$  unidades, se obtiene  $f_2(t - \tau)$ .

Conforme  $f_1(t) * f_2(t)$  se evalúa dentro del intervalo  $-\infty < t < \infty$ , la gráfica de  $f_2(t - \tau)$  se mueve de izquierda a derecha con respecto a  $f_1(\tau)$ , y la forma real de la integral de convolución puede cambiar dependiendo del valor de  $t$ .

#### 1.6.4 Propiedades de la convolución.-

$$f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t) \quad (1.65)$$

$$f_1 * (f_2 * f_3) = (f_1 * f_2) * f_3 \quad (1.66)$$

$$(af_1 + bf_2) * f_3 = a(f_1 * f_3) + b(f_2 * f_3) \quad (1.67)$$

$$\frac{d}{dt} (f_1 * f_2) = f_1 * \frac{df_2}{dt} = \frac{df_1}{dt} * f_2 \quad (1.68)$$

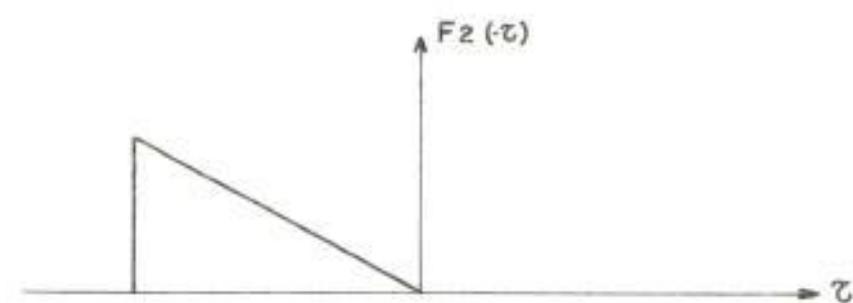
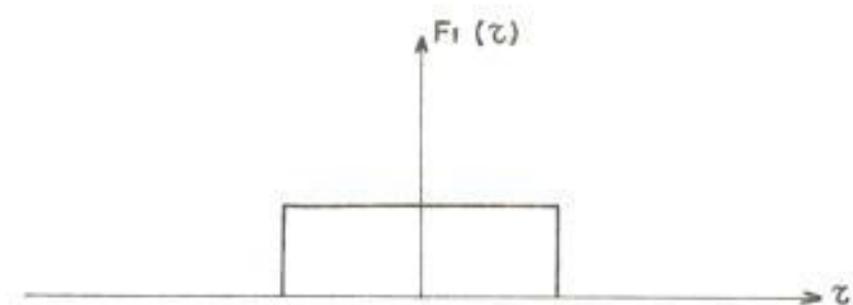
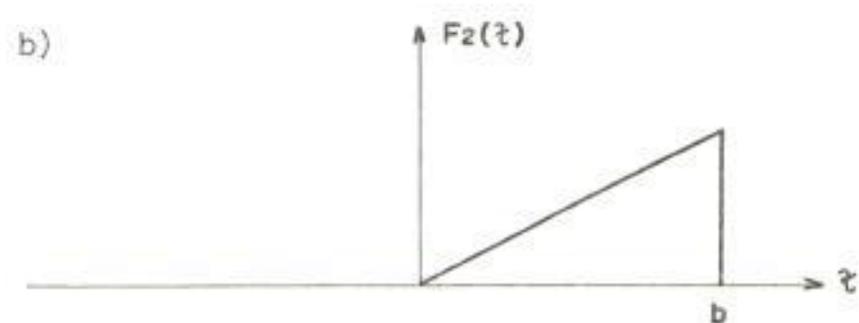
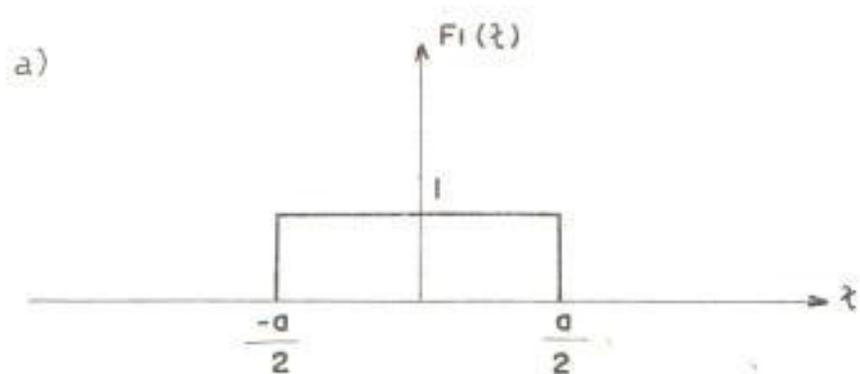
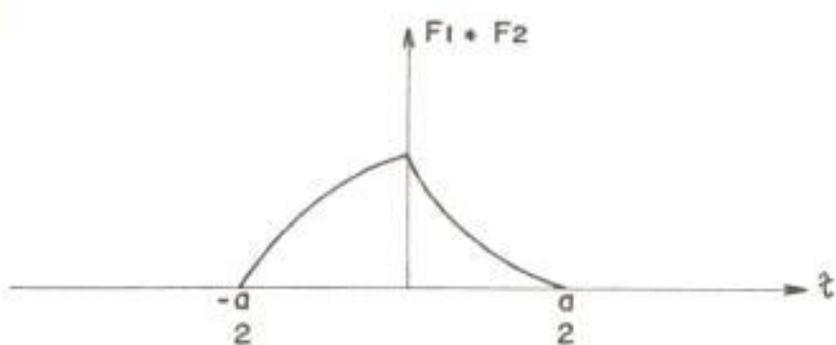
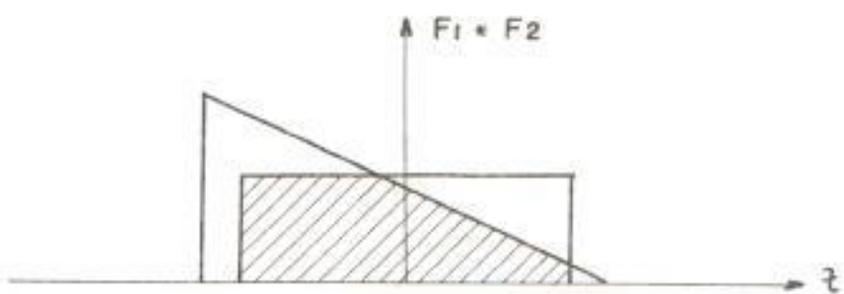
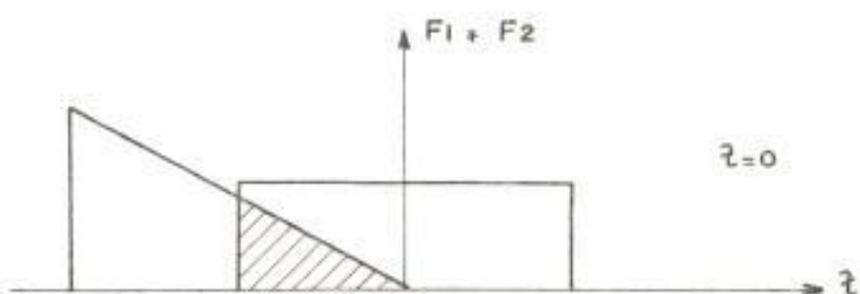
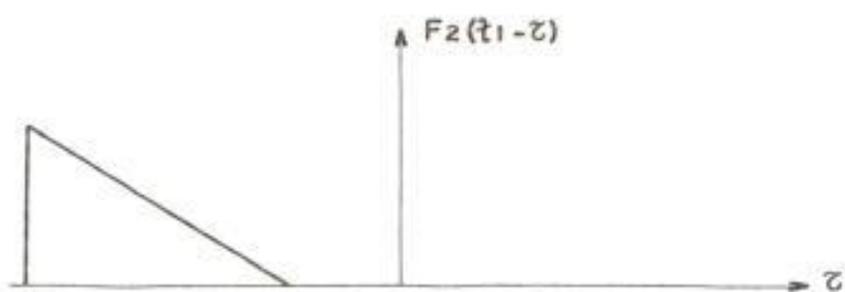


FIGURA 1.5.- INTERPRETACION GRAFICA DE LA CONVOLUCION



INTERPRETACION GRAFICA DE LA CONVOLUCION

### 1.7 DENSIDAD ESPECTRAL DE ENERGIA Y POTENCIA.-

La forma como se representan las señales, depende fundamentalmente del tipo de señal. Se considera que existe dos tipos fundamentales: aquellas que tienen energía finita o señales de energía, y aquellas que poseen potencia finita o señales de potencia.

Para una señal arbitraria  $x(t)$ , que puede en general, ser compleja, definimos la energía total normalizada como:

$$\begin{aligned}
 E &\triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt, \quad (1.69)
 \end{aligned}$$

y la potencia normalizada como:

$$P \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (1.70)$$

Basándonos en las definiciones (1.69) y (1.70) tenemos dos tipos de señales:

1.  $x(t)$  es una señal de energía, sí y solo sí  $0 < E < \infty$  de modo que  $P = 0$ .
2.  $x(t)$  es una señal de potencia, sí y solo sí  $0 < p < \infty$  y  $E = \infty$ .

### 1.7.1 Densidad espectral de energía.-

La energía de una señal definida por (169), puede ser expresada en el dominio de la frecuencia.

$$\begin{aligned}
 E &\triangleq \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j\omega t} df \right] dt \quad (171)
 \end{aligned}$$

donde  $x(t)$  se ha expresado en términos de la transformada de Fourier, invirtiendo el orden de la integración.

$$\begin{aligned}
 E &= \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) e^{j\omega t} dt \right] df \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] df
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} X(f) X^*(f) df \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \quad (1.72)
 \end{aligned}$$

Definimos entonces la densidad espectral de energía como:

$$G(f) \triangleq |X(f)|^2 \quad (1.73)$$

Por lo tanto, de (1.72) y (1.73) tenemos que la energía total se obtiene integrando la densidad espectral de energía sobre todas las potencias.

### 1.7.2 Densidad espectral de potencia.-

Análogamente a la densidad espectral de energía  $G(f)$ , definimos para las señales de potencia la densidad espectral de potencia  $S(f)$  como una función de la frecuencia, real, par y no negativa, la cual al ser integrada proporciona la potencia promedio total.

$$S(f) = |X(f)|^2 \quad (1.74)$$

$$\begin{aligned}
 P &= \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df \\
 &= \langle X(t) \rangle \quad (175)
 \end{aligned}$$

### 1.8 LA FUNCION DE AUTOCORRELACION.-

Considerando una señal de energía, cuya densidad espectral de energía está dada por (173), suponemos que tomamos la transformada inversa de Fourier de  $G(f)$ .

$$\begin{aligned}
 \phi(\tau) &= F^{-1} [G(f)] \\
 &= F^{-1} [X(f) X^*(f)] \\
 &= F^{-1} [X(f)] + F^{-1} [X^*(f)] \\
 &= x(\tau) * (-\tau) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t') x(t' + \tau) dt' \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T x(t') x(t' + \tau) dt' \quad (176)
 \end{aligned}$$

La expresión (176) corresponde a la función de autocorrelación de una señal de energía. Esta, es una

medida de la similaridad o coherencia entre una señal cualquiera, y la misma señal con un cierto retardo. Nótese que  $\phi(0) = E$ , la señal de energía.

Además, se debe tener presente que la función de autocorrelación y la densidad espectral de energía constituyen un par transformado de Fourier.

En el caso de señales de potencia, la función de autocorrelación  $R(\tau)$ , se define como:

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \langle x(t) x(t + \tau) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t + \tau) dt \quad (177) \end{aligned}$$

Si la señal  $x(t)$  es periódica, con período  $T_0$ , el integrando de (177) es periódico y el tiempo promedio puede ser tomado en un solo período.

$$R(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) x(t + \tau) dt \quad (178)$$

Al igual que  $\phi(\tau)$ ,  $R(\tau)$  es una medida de la simila-

ridad entre la señal a un tiempo  $t$  y a un tiempo  $t + \tau$ . Nótese además que:

$$R(0) = \langle x^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df \quad (179)$$

Así, la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia se encuentran íntimamente relacionadas, al igual que en el caso de las señales de energía. Esta relación es establecida formalmente, mediante el teorema de Wiener-Khinchine, el cual dice que la función de autocorrelación y la densidad espectral de energía constituyen un par transformado de Fourier.

$$S(f) = F[R(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (180)$$

y

$$R(\tau) = F^{-1}[S(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j\omega\tau} d\tau \quad (181)$$

Citaremos algunas propiedades útiles de la función de autocorrelación  $R(\tau)$ .

1.  $R(0) = \langle x^2(t) \rangle \geq |R(\tau)|$ , para todo  $\tau$

2.  $R(-\tau) = \langle x(t) x(t-\tau) \rangle = R(\tau)$ , es decir,  $R(\tau)$  es par.
3.  $\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} R(\tau) = \langle x(t) \rangle^2$  si  $x(t)$  no contiene una componente periódica.
4. Si  $x(t)$  es periódica en  $t$  con período  $T_0$  entonces  $R(\tau)$ , es periódica en  $\tau$  con período  $T_0$ .
5. La función de autocorrelación de cualquiera señal, tiene una transformada de Fourier, la cual no es negativa.

## CAPITULO II

### SEÑALES A TRAVES DE SISTEMAS LINEALES

La respuesta en frecuencia, el ancho de banda, la transformada de Fourier, etc., son herramientas que permiten conocer el efecto del paso de una señal a través de los sistemas de comunicación. En muchas ocasiones, se presentan efectos distorsionantes, los cuales pueden en algunos casos ser deseables, como en el caso de los filtros diseñados para producir señales con características determinadas a su salida. En otros casos, esta distorsión puede ser indeseable, y aún inevitable, como en el caso de la transmisión de varias señales por un mismo sistema de comunicaciones.

#### 2.1 SISTEMAS LINEALES.-

La respuesta de un sistema lineal a una señal de entrada  $f(t)$  cualquiera, se relaciona con la función de transferencia del sistema, y por lo tanto, con su respuesta en frecuencia.

Cualquier función  $f(t)$ , puede expresarse como una

sumatoria de exponenciales complejas. Cada una de estas exponenciales da lugar a una exponencial de la misma frecuencia a la salida, multiplicada por la función de transferencia adecuada. Superponiendo todas las salidas, se obtiene la señal de salida deseada.

Los sistemas estacionarios y lineales, se definen en base a dos propiedades fundamentales:

1. La respuesta a una suma de excitaciones, es igual a la suma de las respuestas a esas mismas excitaciones consideradas individualmente.
2. Las relaciones entre la entrada y la salida son invariantes en el tiempo o estacionarias.

La primera condición, corresponde al principio de superposición, mientras que la segunda, expresa que los elementos del sistema no se modifican con el tiempo.

Siendo las operaciones lineales más conocidas, la suma, resta, multiplicación por una constante, diferenciación e integración, cualquier combinación de

estas operaciones da lugar a un sistema lineal definido por ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.

El principio de superposición puede resumirse diciendo que si una entrada  $f_1(t)$  da lugar a una salida  $g_1(t)$ , en tanto que una entrada  $f_2(t)$  produce una salida  $g_2(t)$ , la entrada  $af_1(t) + bf_2(t)$  producirá una salida  $ag_1(t) + bg_2(t)$ :

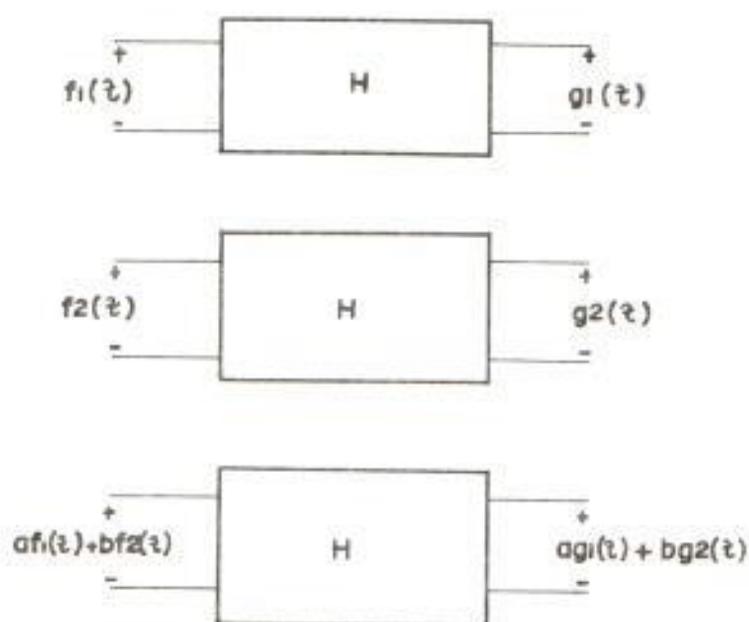


FIGURA 2.1.- ILUSTRACION DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.

La condición de invariabilidad en el tiempo, expre-

sa que una entrada  $f_1(t - \tau)$  da lugar a una salida  $g_1(t - \tau)$ . Aplicando estas dos condiciones, y mediante el uso del análisis de Fourier, si descomponemos la señal de entrada  $f_1(t)$  en una serie de exponenciales, la señal a la salida será la suma de las respuestas a cada exponencial considerada individualmente, lo cual corresponde a la integral de Fourier de la función de salida  $g(t)$ .

Siendo las transformadas directa e inversa de Fourier:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.1)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.2)$$

la señal  $f(t)$  es una suma de términos de la forma:

$$\frac{1}{2\pi} F(\omega) e^{j\omega t} \quad (2.3)$$

Cada uno de estos términos produce una salida del tipo:

$$\left[ \frac{H(\omega)}{2\pi} \right] F(\omega) e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

De esta manera, por superposición se debe tener como respuesta al conjunto de exponenciales complejas que representan a la señal de entrada  $f(t)$ :

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.5)$$

Por lo tanto, la salida de un sistema lineal, será:

$$G(\omega) = H(\omega) F(\omega) \quad (2.6)$$

donde  $G(\omega)$  es la transformada de Fourier de la señal de salida  $g(t)$ .

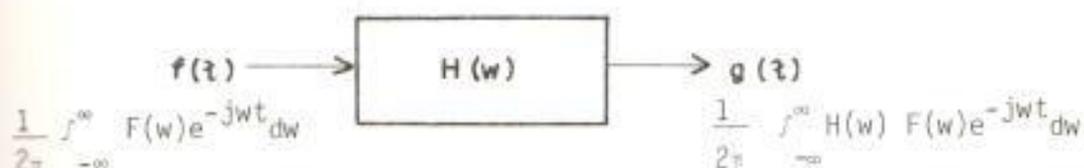


FIGURA 2.2.- SISTEMA LINEAL

Esta relación, permite determinar exactamente, el efecto de un sistema lineal en las señales que se apliquen a la entrada, así como rastrear los cambios que experimentan las señales a medida que se mueven a través del sistema. Además, permite conocer con rapidez, el efecto aproximado que tiene una

red lineal en las señales que pasan por ella.

## 2.2 LOS SISTEMAS LINEALES COMO FILTROS.-

El paso de señales a través de sistemas lineales, puede estar sujeto a diversas modificaciones, dependiendo de la función de transferencia  $H(\omega)$  del sistema. Así, la intensidad de algunas componentes de frecuencia son amplificadas, mientras otras se atenúan o permanecen iguales. De la misma manera, cada componente experimenta una variación de fase diferente.

Estas modificaciones, dependen del comportamiento del sistema con función de transferencia  $H(\omega)$ . De esta forma, ante una densidad espectral de entrada  $F(\omega)$ , se tendrá a la salida una respuesta  $F(\omega) H(\omega)$ .

Los sistemas o redes que presentan características selectivas de frecuencia, se designan como filtros. Así, un filtro pasabajo, (LPF), deja pasar únicamente las frecuencias bajas, es decir que la relación de magnitudes de  $H(f)$  es mucho mayor a frecuencias bajas que para frecuencias elevadas. Los filtros pasa-alto, en cambio, permiten el paso únicamente de las componentes correspondientes a frecuencias

elevadas. Además, se tienen los filtros basabanda y los filtros supresores de banda, los cuales permiten el paso de componentes de determinadas frecuencias.

### 2.3 TRANSMISION SIN DISTORSION.-

Siendo la respuesta de un sistema, dependiente de la función de transferencia del mismo, tanto la amplitud como la fase de las componentes del espectro sufrirán modificaciones al pasar por dicho sistema.

Para que no exista distorsión en la señal de salida, el sistema debe atenuar en forma igual, todas las componentes de frecuencia, es decir,  $H(\omega)$  deberá tener una magnitud constante para todas las frecuencias.

Sin embargo, esta no es la única condición necesaria para garantizar una transmisión sin distorsión. Además, se debe tener presente ciertas condiciones con respecto al cambio de fases, ya que no se obtendría la misma señal, si en el proceso de transmisión, las componentes adquieren diferentes desfases.

Cuando la transmisión se realiza sin distorsión alguna, la respuesta es una replica exacta de la señal de entrada, siendo de mucha importancia la forma de la onda y no su magnitud relativa. Además, se puede presentar un retardo de tiempo con respecto a la entrada. Por lo tanto, se puede considerar que la transmisión se realiza sin distorsión cuando ante una entrada  $f(t)$  se tiene una salida:

$$g(t) = K f(t - t_0) \quad (27)$$

De esta forma, la respuesta es una replica exacta de la entrada con una magnitud  $k$  veces la señal original y un retraso de  $t_0$  segundos.

Empleando el teorema del retardo de tiempo de la transformada de Fourier, tenemos:

$$G(w) = K F(w) e^{-wt_0} \quad (29)$$

Siendo:

$$G(w) = F(w) H(w) = K F(w) e^{-wt_0} \quad (210)$$

Tenemos que la función de transferencia para un sistema sin distorsión será:

$$H(\omega) = K e^{-\omega t_0} \quad (2.11)$$

La magnitud de  $H(\omega)$ ,  $K$ , es constante para todas las frecuencias, mientras que el desfaseamiento es proporcional a la frecuencia, es decir:

$$\theta(\omega) = -\omega t_0 \quad (2.12)$$

Esto se debe a que si dos componentes de frecuencias diferentes se desfasan el mismo intervalo de tiempo, los cambios de fase correspondientes son proporcionales a la frecuencia. Así por ejemplo, si una señal  $\cos \omega t$  se desfasa  $t_0$  seg., la señal de salida será:

$$\cos \omega(t - t_0) = \cos(\omega t - \omega t_0) \quad (2.13)$$

Donde la variación de fase es  $-\omega t_0$ , la cual es proporcional a la frecuencia  $\omega$ .

En general, se tienen tres tipos diferentes de distorsión:

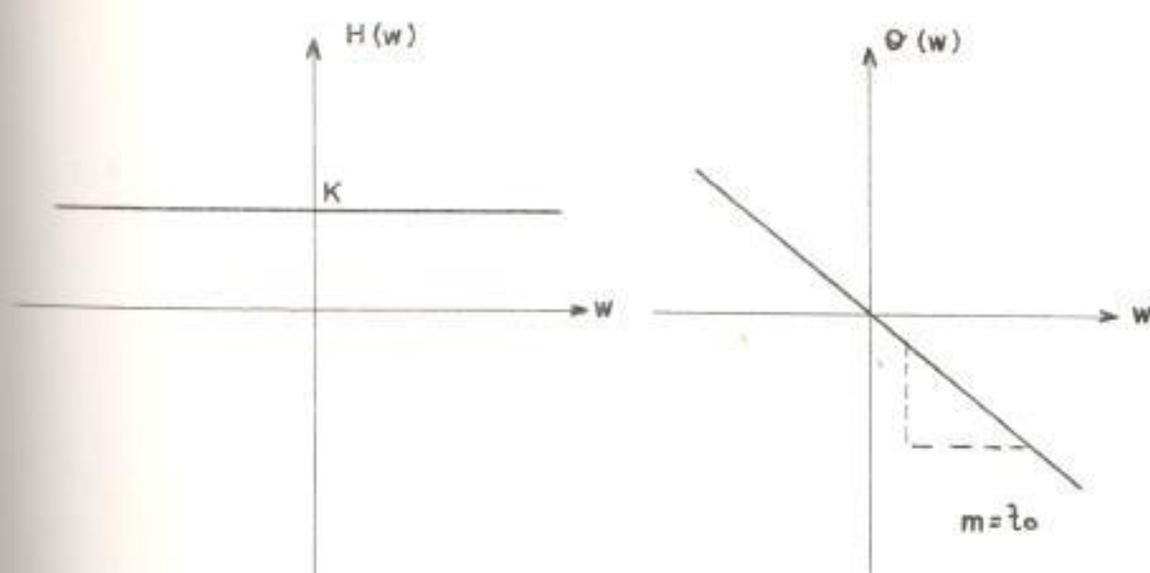


FIGURA 2.3.- MAGNITUD Y FASE DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

a) Distorsión de amplitud:

El sistema es lineal pero la respuesta de amplitud no es constante.

b) Distorsión de fase o de retardo:

El sistema es lineal pero el desfaseamiento no es lineal con respecto a la frecuencia.

c) Distorsión no lineal:

El sistema no es lineal

#### 2.4 FILTROS REALES E IDEALES.-

Algunas veces, para facilitar el trabajo, se utilizan filtros con funciones de transferencia idealizadas con respuestas de amplitud rectangulares, las cuales son constante en la banda pasante y cero fuera de esta.

Idealmente, los filtros deberían tener un límite agudo entre las bandas de supresión y pasantes, de tal manera que el ancho de banda sería simplemente el ancho del pasabanda. Sin embargo, esto no ocurre en la realidad, ya que las curvas de relación de amplitudes presentan zonas de transición entre las bandas.

Al tratar con filtros reales, el ancho de banda generalmente se toma del intervalo de frecuencias en el cual  $|H(\omega)|$  no decrece a valores menores de  $1/\sqrt{2}$  veces el valor máximo de  $H(\omega)$ . Esta convención particular de ancho de banda se conoce como la potencia media o ancho de banda a 3 decibeles. El nombre se debe al hecho de que, la respuesta a una entrada senoidal a la frecuencia de corte a 3 db, tie

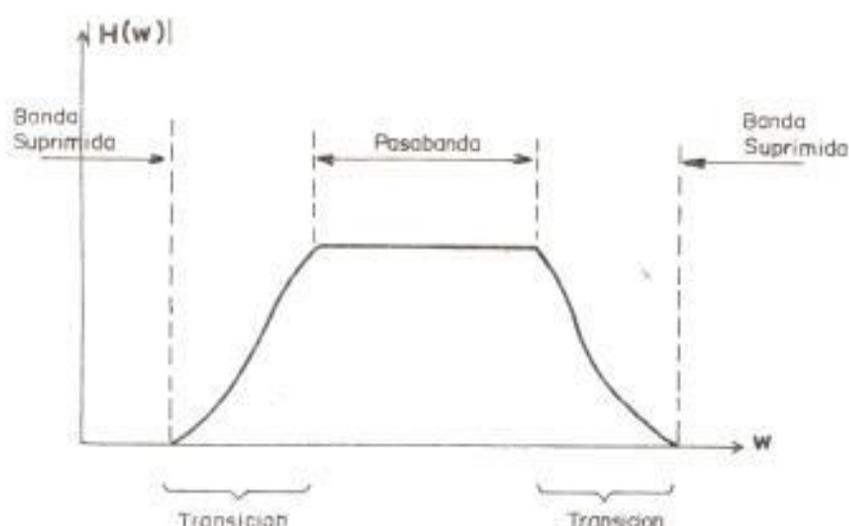


FIGURA 2.4.- MAGNITUD REAL DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA,

ne una potencia promedio reducida en  $(1/\sqrt{2})^2 = 1/2$  comparada con una sinusoidal con una frecuencia en el centro de la banda pasante. Reduciendo esta relación a decibeles, se tiene:

$$10 \log 1/2 = -3\text{dB} \quad (2.14)$$

de tal manera que la relación de potencia en el borde de la banda pasante está 3 dB, abajo del centro.

En general, se pueden considerar tres tipos de filtros ideales; pasa-bajo, pasa-banda y pasa-alto, De esta forma, si B es el ancho de banda del filtro,

Las funciones de transferencia correspondientes a estos filtros son:

Pasa-bajo:

$$H_{LP}(f) = H_0 \Pi(f/2B) e^{-j\omega t_0} \quad (2.15)$$

Pasa-banda:

$$H_{BP}(f) = \left[ H_1(f-f_0) + H_1(f+f_0) \right] e^{-j\omega t_0}$$

$$H_1(f) = H_0 \Pi(f/2B) \quad (2.16)$$

Pasa-alto:

$$H_{HP}(f) = H_0 \left[ 1 - \Pi(f/2B) \right] e^{-j\omega t_0} \quad (2.17)$$

Las respuestas correspondientes, en el dominio del tiempo, se obtienen mediante la transformada inversa de Fourier. Así por ejemplo, la respuesta de un filtro pasa-bajo está dada por:

$$h_{LP}(t) = 2BH_0 \text{ Senc} \left[ 2B(t - t_0) \right] \quad (2.18)$$

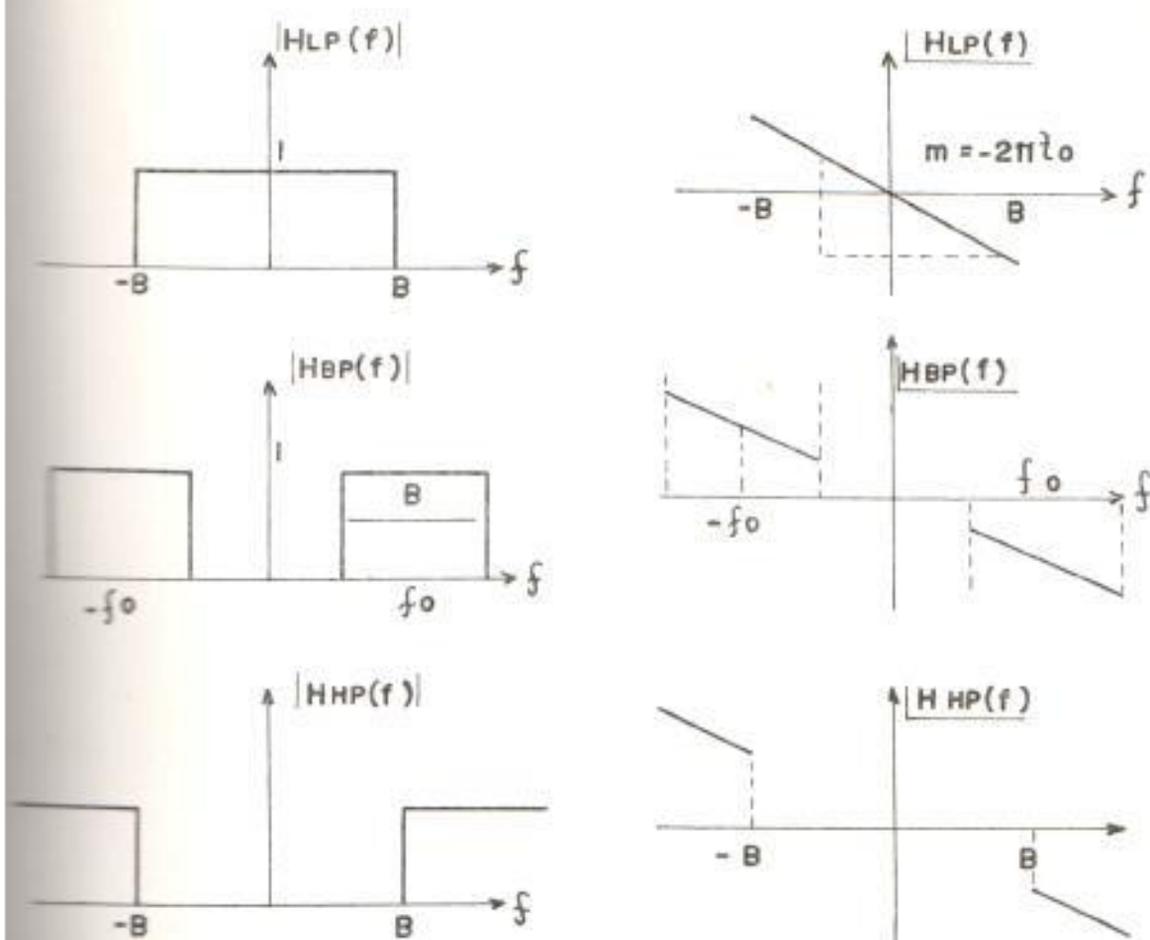


FIGURA 2.5.- RESPUESTA DE AMPLITUD Y FASE DE UN FILTRO IDEAL.

Como se puede apreciar,  $h_{LP}(t)$  no es cero para  $t < 0$ , por lo que un filtro pasa-bajo ideal no se puede ser construido en la práctica. Sin embargo, los filtros ideales son conceptos útiles, ya que los análisis y cálculos se simplifican considerablemente mediante su uso, a la vez que producen resultados satisfactorios.

Al igual que para filtros pasa-bajo, en el caso de filtros pasa-alto, tenemos que la respuesta en el dominio del tiempo es:

$$\begin{aligned}
 h_{HP}(t) &= F^{-1} \left[ H_0 e^{-j\omega t_0} \right] - F^{-1} \left[ H_0 \Pi(f/2B) e^{-j\omega t_0} \right] \\
 &= H_0 \delta(t - t_0) - H_0 2B \operatorname{Sinc} \left[ 2B(t - t_0) \right] \\
 &= H_0 \left[ \delta(t - t_0) - 2B \operatorname{Sinc} \left[ 2B(t - t_0) \right] \right] \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

En el caso de filtros pasa-banda ideales, utilizando el teorema de la modulación, tenemos que la respuesta a un impulso será:

$$h_{BP}(t) = 2h_1(t - t_0) \operatorname{Cos} \omega_0 (t - t_0) \quad (2.20)$$

donde:

$$h_1(t) = F^{-1} \left[ H_1(f) \right] = H_0 B \operatorname{Sinc}(Bt) \quad (2.21)$$

De esta forma, la respuesta total, corresponde a una señal oscilante:

$$h_{BP}(t) = 2 H_o B \text{ Sinc}[B(t - t_o)] \text{ Cos}[w_o(t - t_o)] \quad (2.22)$$

Se tiene que para  $w_o/2\pi \gg B$  se observa que la envolvente  $2H_o \text{ Sinc}(Bt)$  modula la señal oscilante  $\text{Cos}(w_o t)$  desplazada a la derecha  $t_o$  seg. .

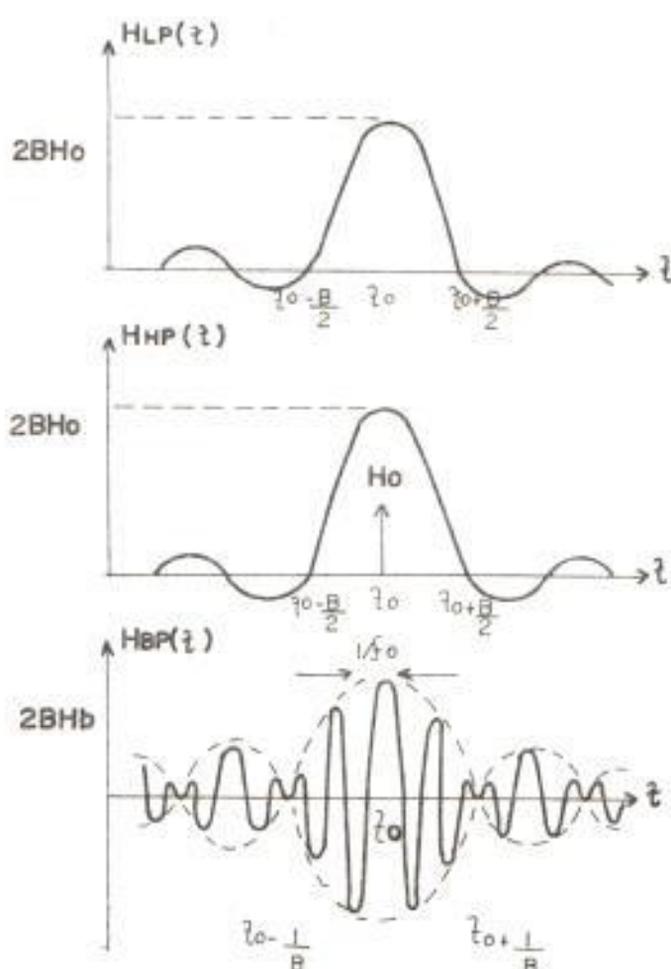


FIGURA 2.6 .- RESPUESTAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO DE FILTROS IDEALES.

Siendo los filtros ideales prácticamente irrealizables, existen filtros reales, diseñados de tal manera que se aproximan en lo posible a las características deseadas. Así por ejemplo, en el caso del filtro pasa-bajo, tenemos los filtros Butterworth, Chebyshev y de Bessel.

## 2.5 CONSIDERACIONES DE ANCHO DE BANDA Y TIEMPO DE SUBIDA.-

Se ha establecido, que la señal de entrada no es modificada si se tiene un filtro cuya función de transferencia tiene magnitud constante y fase proporcional a la frecuencia, dentro de la banda pasante. Sin embargo, en algunas ocasiones se tienen señales que no se encuentran limitadas en banda.

En este caso, se utiliza una aproximación con altura  $X(0)$  y duración  $T$  con un área igual a  $X(t)$ :

De esta forma:

$$T \cdot X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt \geq \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt = X(0) \quad (2.23)$$

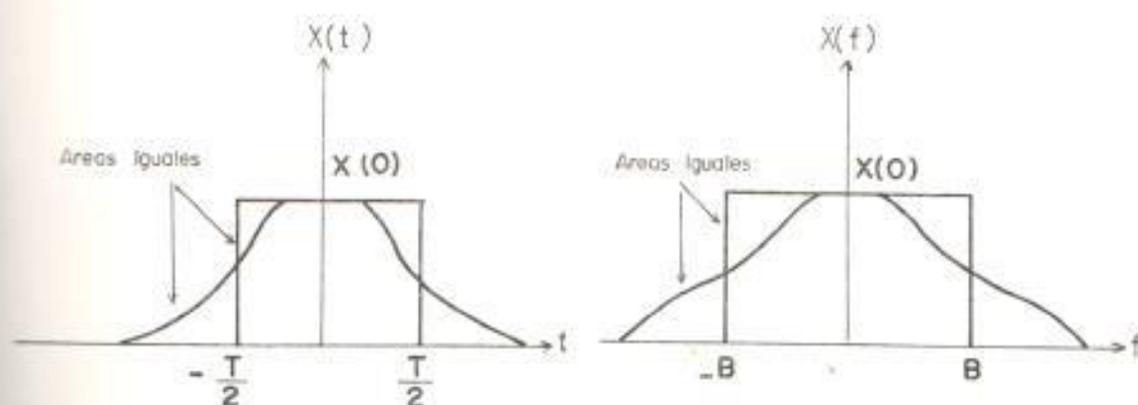


FIGURA 2.7.- APROXIMACIONES DE SEÑALES NO LIMITADAS EN BANDA.

Donde:

$$X(0) = F \left[ x(t) \right] \Big|_{f=0} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi t \cdot 0} dt. \quad (2.24)$$

De la misma manera, obtenemos una desigualdad similar para la aproximación rectangular del espectro del pulso:

$$2B X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)| df \geq \int_{-\infty}^{\infty} X(f) df = X(0) \quad (2.25)$$

donde:

$$x(0) = F^{-1} \left[ X(f) \right] \Big|_{t=0} = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f \cdot 0} df \quad (2.26)$$

Entonces:

$$\frac{x(o)}{X(o)} \geq \frac{1}{T}$$

$$2B \geq \frac{x(o)}{X(o)}$$

$$2B \geq \frac{1}{T}$$

$$B \geq \frac{1}{2T} \text{ Hz} \quad (2.27)$$

En el caso de pulsos pasabanda, la relación será:

$$B \geq \frac{1}{T} \quad (2.28)$$

Una relación similar existe entre el tiempo de subida  $T_r$  y el ancho de banda del pulso. Se define como tiempo de subida al tiempo requerido para que la señal pase de 10%, al 90% de su valor final.

Existe una estrecha relación entre el ancho de banda del filtro y el tiempo de subida de la señal. Se tiene que un cambio pronunciado en la amplitud

de una señal implica variaciones rápidas de dicha señal en el tiempo, lo cual da lugar a la existencia de componentes a frecuencias elevadas. Por el contrario, una señal con cambios leves contiene fundamentalmente frecuencias bajas.

Se ha observado, que si se transmite una señal con una discontinuidad pronunciada por un filtro pasa-bajo, la discontinuidad desaparece a la salida, es decir el cambio es gradual. También se observa que si a la entrada de un filtro ideal pasa-bajo se aplica una función escalón unitario, la salida presentará una elevación gradual. De esta manera, se tiene que el tiempo de elevación de la salida dependerá de la frecuencia de corte del filtro, de tal forma que a medida que la frecuencia de corte es más pequeña, más gradual se vuelve la subida de la señal de salida.

## CAPITULO III

### SISTEMAS DIGITALES DE DATOS

Hasta la década de los 50, la transmisión analógica de señales era la técnica empleada en la industria de la comunicación, con excepción del telégrafo y el teletipo. Luego vino el advenimiento de la automatización y la revolución causada por los computadores, los cuales se usan en todos los campos de las actividades sociales y económicas, impulsando de esta manera, el desarrollo de las técnicas de semiconductores, de técnicas de procesamiento de señales digitales, lográndose además la digitalización de señales telefónicas y de señales de video.

En nuestros días, se generan enormes cantidades de datos digitales en el comercio, el gobierno y la ciencia. Además, la necesidad de eliminar el manejo manual de errores humanos, condujo al concepto de los sistemas integrados para el procesamiento de datos. Estos desarrollos, con una tendencia creciente hacia la descentralización, hicieron de la transmisión y distribución de señales digitales, la tarea más vasta de la comunicación eléctrica.

### 3.1 TECNICAS DE MODULACION.-

Antes de que alguna información sea transmitida a través de un canal de comunicación, esta debe sufrir un proceso de modulación para que la señal pueda ser fácilmente acomodada en dicho canal. La elección de la técnica de modulación empleada, está fundamentalmente influenciada por las características del canal, las características del mensaje enviado, el funcionamiento de todo el sistema de comunicaciones, el uso que se le va a dar a la información transmitida y el costo de su implementación.

Muchas señales de entrada no pueden ser enviadas directamente hacia el canal de comunicación, tal como vienen del transductor. Por este motivo, se modifica una onda portadora, cuyas propiedades se adaptan mejor al medio de transmisión, para representar el mensaje. La modulación es la alteración sistemática de una onda portadora de acuerdo con el mensaje, o puede ser también una codificación.

Además de acoplar la señal con el medio de transmisión, la modulación presenta otras ventajas, entre las cuales tenemos: facilidad de radiación al imprimir la señal sobre portadoras de frecuencias eleva-

das, obteniéndose una reducción sustancial del tamaño de la antena; reducción del ruido y la interfe<sup>re</sup>ncia en ciertos tipos de modulación; asignación de frecuencia a las estaciones transmisoras, lo cual permite que varias estaciones puedan transmitir en el mismo medio; la multicanalización, por medio de lo cual se puede transmitir simultáneamente varias señales entre dos puntos; superación de las limitaciones de equipo; entre otras.

El éxito de un sistema de comunicación en una misión determinada, depende en gran parte de la modulación, tanto así, que el tipo de modulación es una decisión alrededor de la cual gravita el diseño del sistema, por lo que muchas técnicas de modulación han evolucionado y cubierto diversas tareas y requisitos de muchos sistemas, desarrollándose nuevas técnicas conforme aparecen nuevas exigencias.

Los métodos de modulación varían según la naturaleza de la señal transmitida, es decir si es analógica o digital.

### 3.1.1 Modulación de señales analógicas.-

Existen dos tipos básicos de modulación de

señales analógicas: continua y por pulsos.

En la modulación de onda continua una portadora de frecuencia elevada varía proporcionalmente a la señal del mensaje. Siendo este un proceso continuo, es posible adaptarlo a señales que están variando constantemente en el tiempo. Por lo general, la portadora senoidal es de mayor frecuencia que cualquiera de las frecuencias contenidas en la señal moduladora. El proceso de modulación se caracteriza pues por una traslación de frecuencia, es decir, el espectro del mensaje se corre a otra banda de mayor frecuencia.

Siendo la portadora generalmente sinusoidal, únicamente dos parámetros pueden ser variados: la amplitud instantánea y la fase instantánea. Cuando la amplitud instantánea se encuentra relacionada linealmente con la señal modulante tenemos modulación lineal; y cuando la fase o la frecuencia varían en relación a la señal modulante, tenemos modulación angular.

La modulación de pulsos es un proceso discontinuo o discreto, en el sentido de que los pulsos aparecen solo en ciertos intervalos

de tiempo. Por este motivo, la modulación por pulsos se adapta mejor a los mensajes que son discretos por naturaleza. Con la ayuda del muestreo, las señales que varían continuamente pueden ser transmitidas sobre portadoras pulsadas.

Existen dos tipos básicos de modulación de pulsos: la analógica, en la cual la amplitud (PAM), el ancho (PWM), o la posición (PPM) del pulso, pueden variar sobre un rango continuo de acuerdo a la amplitud del mensaje en el momento del muestreo; y la modulación digital en la cual los muestreos transmitidos toman únicamente valores discretos, como es el caso de la modulación Delta (DM), y la modulación de pulsos codificados (PCM) entre otras.

La modulación de pulsos ofrece dos ventajas esenciales sobre la modulación continua. Primero tenemos que la potencia transmitida se puede concentrar en ráfagas cortas en vez de ser enviada en forma continua; y segundo que los intervalos entre pulsos se pueden llenar con valores muestra de otros mensajes, permiti

tiéndose así la transmisión de muchos mensajes en un sistema de comunicación. A la multicanalización en el dominio del tiempo se le conoce como multicanalización por división en el tiempo (TDM).

### 3.1.2 Modulación de señales digitales.-

La creciente importancia de la transmisión de datos digitales y el consecuente desarrollo de la industria adecuada que se dedica a la producción especializada de equipos de modulación digital han dado un gran impulso al desarrollo de sistemas digitales, los cuales presentan grandes ventajas como son la facilidad de adaptarse a la demanda creciente del tráfico, el alto nivel de confiabilidad y capacidad del sistema a costos más económicos, etc.

Las técnicas de modulación que se usan para las señales digitales y las analógicas son conceptualmente iguales. Sin embargo, el estudio de los sistemas con portadora digital, especialmente de tipo binario, es con frecuencia más simple que el de los analógicos. Ana

lizando primero los sistemas digitales se obtiene una visión general del problema en el proceso de la modulación con onda senoidal, lo cual es muy útil al analizar luego la operación de sistemas con portadora analógica. Esto se aprecia fundamentalmente en las propiedades espectrales de tales sistemas, en que las características pueden obtenerse más simplemente para las señales senoidales moduladas en forma digital.

Mientras que de acuerdo con la teoría de la información es posible la transmisión de datos con mucha eficiencia y virtualmente sin errores, la mayor parte de las aplicaciones sencillamente no justifica el costo y la complejidad que demanda un sistema de comunicación cercano al ideal. En consecuencia, el diseño de un sistema práctico de datos es basado en dos consideraciones elementales: la velocidad de la fuente en dígitos por segundo para diferenciarla de la velocidad de entropía en bits por segundo; y la seguridad buscada en la transmisión, es decir la frecuencia tolerada de error.

Así como las señales analógicas tienen un intervalo amplio de anchos de banda, también las señales digitales tienen un intervalo amplio de velocidad de bits dependiendo de la fuente y la aplicación. Es común que los mejores sistemas de banda ancha tengan capacidades de velocidad de varios cientos de megabits por segundo.

Los métodos de modulación fundamentales, para el caso en que una señal digital modula una portadora sinusoidal, se clasifican en modulación de amplitud, fase y frecuencia, al igual que en caso de señales analógicas. Para el caso de señales digitales tenemos ASK (Amplitud Shift Keying: Codificación por desplazamiento de amplitud), PSK (Phase Shift Keying: Codificación por desplazamiento de fase) y FSK (Frequency shift Keying: Codificación por desplazamiento de frecuencia).

En los métodos de modulación señalados, solamente un parámetro de la onda portadora senoidal (amplitud, fase o frecuencia) varía de acuerdo a la señal modulante. Sin embargo, existen otros métodos de modulación digital

más eficientes, los cuales se obtienen combinando los anteriores o haciendo ciertas modificaciones en alguna característica de ellos.

### 3.1.2.1 Codificación por desplazamiento de amplitud (ASK).-

Suponemos que a una señal moduladora  $S(t)$  (Tren de impulsos rectangulares de amplitud unitaria), añadimos las dos condiciones siguientes: la proporción de los impulsos "marca" (representación del 1) es de  $1/2$  y la aparición de los impulsos es aleatoria. Si esta señal de impulsos modula en amplitud una onda portadora cuya frecuencia angular es  $(\omega_c t)$ , la onda modulada  $E(t)$  se indica por:

$$E(t) = \{1 + KS(t)\} \cos(\omega_c t + \theta) \quad (3.1)$$

en donde  $K$  es el índice de modulación.

Por lo general para reducir la potencia de transmisión se emplea el método de modulación equilibrada, en la cual la componente de onda portadora está suprimida. En este caso  $E(t)$  será:

$$E(t) = S(t) \cos(\omega_c t + \theta) \quad (32)$$

Este tipo de modulación se denomina modulación de amplitud de doble banda lateral (DBS: Double Side Band). Si  $S(t)$  representa un tren de pulsos unipolares, la forma de onda de  $E(t)$  será: (Figura 3.1.)

La forma de onda mostrada es igual a la que se obtiene mediante la modulación "ON-OFF" de onda continua por medio de un interruptor ideal. Por este motivo se la denomina ON-OFF-ASK o ON-OFF Keying.

Otro tipo de modulación en amplitud es aquel en que la amplitud de la

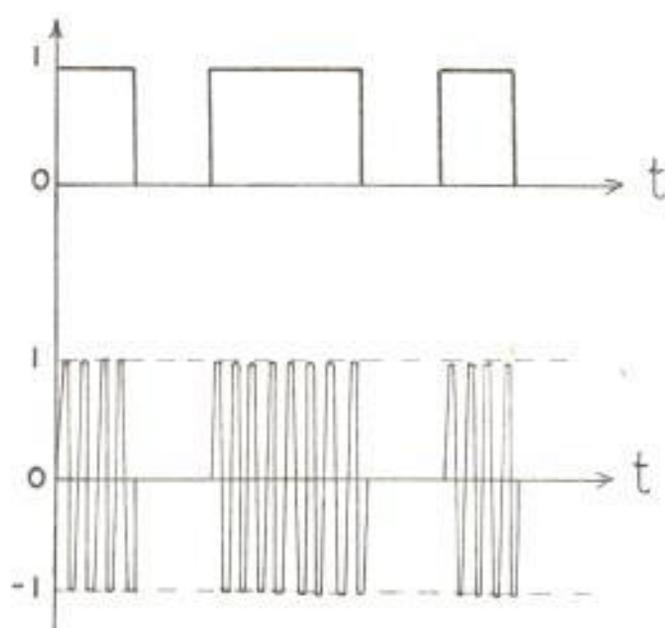


FIGURA 3.1 .- MODULACION ASK

envolvente no varía, utilizándose, una variación de fase para representar el "1" o el "0". Se lo denomina ASK por inversión de fase y puede ser considerado como una modulación PSK. (Figura 3.2).

Comparando los dos tipos de modulación ASK señalados, tenemos que ambas señales tienen la misma potencia media, siendo la única diferencia que los niveles de polarización de la corriente directa son distintos.

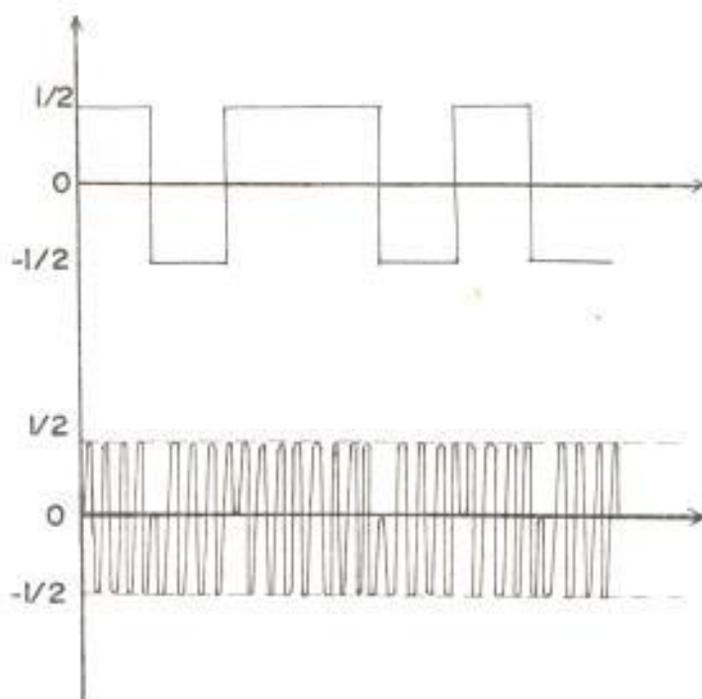


FIGURA 3.2 .- MODULACION ASK POR INVERSION DE FASE

Analizando el diagrama vectorial, tenemos que para el primer caso, la distancia  $\overline{AB}$  entre la marca y el espacio es igual que la  $\overline{CD}$  correspondiente al segundo caso. Por lo tanto, los márgenes de ruido contra errores de bits para ambos casos también son iguales. (Figura 3.3).

Con respecto a los niveles de las ondas no moduladas, que se indican

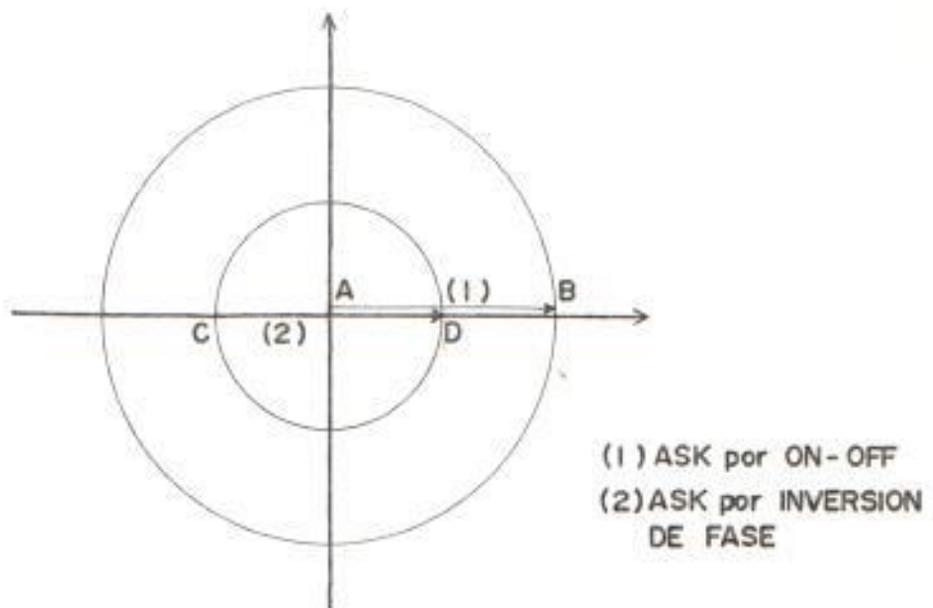


FIGURA 3.3.- DIAGRAMA VECTORIAL DE UNA SEÑAL ASK

por los radios de los círculos mostrados, el nivel del primer caso es mayor que el del segundo, lo cual indica que, considerando la tasa de bits erróneos (BER) en relación con la S/N de la onda no modulada, tenemos que el primer caso requiere más potencia. Esto se debe a que en el segundo caso la onda modulada contiene la información tanto en amplitud como en fase, mientras que en el primero la contiene únicamente en amplitud. Por lo tanto, en cuanto a

BER y relación S/N el segundo método es más favorable.

En lo que se refiere a facilidad de demodulación, tenemos que el primer método requiere la detección de envolvente sencilla, mientras el segundo necesita la detección coherente para extraer la información contenida en forma de fase.

### 3.1.2.2 Modulación por desplazamiento de fase (PSK).-

Siendo  $S(t)$  la señal modulante, la respuesta del sistema  $E(t)$  será una onda sinusoidal de amplitud unitaria cuya fase  $\theta(t)$  toma los valores de 0 o  $\pi$  según la señal  $S(t)$  sea un "1" o un "0".

$$\begin{aligned}
 E(t) &= \text{Cos} \{w_c t + \theta + \phi(t)\} \\
 &= \text{Cos} \{w_c t + \phi + \pi \cdot S(t)\} \quad (33)
 \end{aligned}$$

$$E(t) = \begin{cases} \cos(\omega_c t + \theta); & S(t) = 1 \\ -\cos(\omega_c t + \theta); & S(t) = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Para analizar este modulador, utilizamos un diagrama vectorial cuyo eje de referencia corresponde a la fase de la onda portadora no modulada.  $\overline{OP}$  representa el vector de la onda portadora no modulada. Puesto que el ancho de banda es infinito, el punto extremo del vector de la onda modulada se traslada instantáneamente de P a Q según varía  $S(t)$ . Sin embargo, para el caso en que el ancho de banda se encuentra limitado, se realiza la traslación con cierto retardo. (Figura 3.4).

En el caso de que el punto extremo se traslada de P a Q, o viceversa, a lo largo de la circunferencia, tenemos una modulación por desplazamiento de fase. Si por el contrario, el punto extremo se mueve a lo largo de la línea POQ, se tiene una modulación por desplazamiento de amplitud.

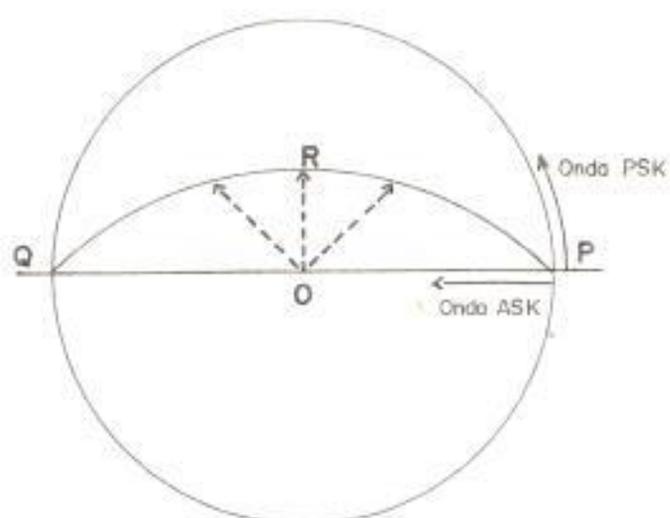


FIGURA 3.4.- DIAGRAMA VECTORIAL DE UNA SENAL PSK.

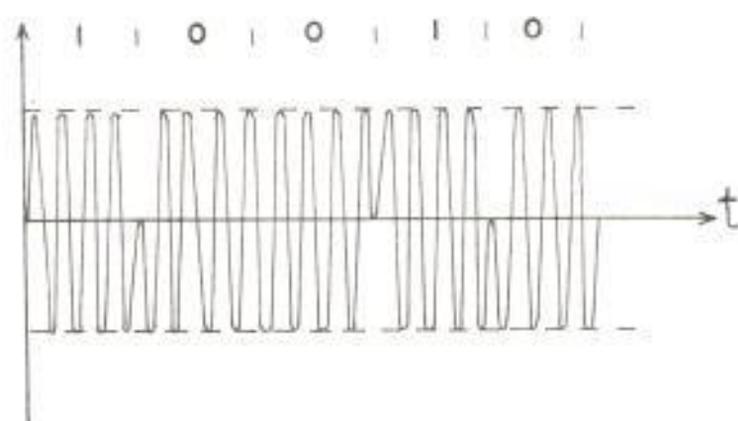


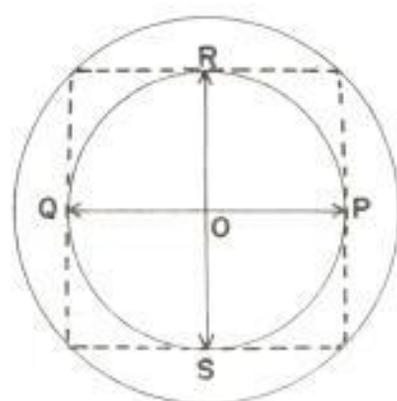
FIGURA 3.5.- MODULACION PSK

En los moduladores ordinarios, muchas veces el punto extremo se mueve a lo largo de caminos distintos (por ejemplo por el punto R), por lo que se tendrá una combinación de ASK y PSK.

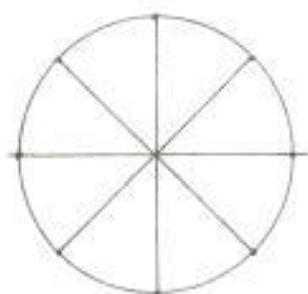
En transmisión digital los estados de una onda portadora, o sea los puntos P y Q, portan la información, por lo que el movimiento transitorio del vector no es tan importante para la transmisión del mensaje. Sin embargo la trayectoria descrita determina el espectro de la onda modulada.

Si al vector  $\overline{OP}$  ( $\overline{OQ}$ ), el cual toma valores de 0 y 1 le agregamos otro vector  $\overline{OR}$  ( $\overline{OS}$ ) ortogonal al anterior, obtenemos una onda PSK cuadrivalente (4 - PSK). Este nuevo vector puede agregarse o quitarse sin que afecte a la modulación bivalente (2 PSK).

La onda 4 PSK tiene el mismo margen de ruido que la onda 2-PSK pero ofrece el doble de capacidad de transmisión. Sin embargo, la distancia que existe entre los estados que portan la información es  $\sqrt{2}$  veces mayor que para el caso de 2-PSK, por lo que se necesitará una mayor potencia de transmisión.



4-PSK



8-PSK



16-PSK

FIGURA 3.6 .- ASIGNACION DE CODIGO DE UNA ONDA PSK MULTIVALENTE.

Por lo general, el método que realiza la transmisión multinivel mediante  $n$  puntos de código colocados a intervalos de  $2\pi/n$  en una circunferencia que representa la fase de la onda portadora, se denomina PSK  $n$ -valente. Así si  $n = 2^m$ , se puede transmitir  $m$ -trenes de impulsos de dos niveles.

### 3.1.2.3 Modulación por desplazamiento de frecuencia (FSK).-

En este tipo de modulación, la frecuencia instantánea de la onda portadora se desplaza de acuerdo a la señal de banda base, siendo la forma de onda:

$$E(t) = \cos \{ \omega_c t + \theta + m_t \int^t S(t) dt \} \quad (3.5)$$

La onda FSK se obtiene desplazando la frecuencia sobre y bajo el valor de  $\omega_c$  (frecuencia angular de la onda portadora). Es decir, siendo  $m_t = 2 \omega_d$  ( $\omega_d$ : frecuencia angular de

desplazamiento), para  $S(t)$  que toma valores de  $+1/2$  y  $-1/2$  al azar, se tiene:

$$E(t) = \begin{cases} \text{Cos } \{(\omega_c + \omega_d)t + \theta\} & S(t) = 1/2 \\ \text{Cos } \{(\omega_c - \omega_d)t + \theta\} & S(t) = -1/2 \end{cases} \quad (3.6)$$

Lo anterior se puede expresar como:

$$E(t) = \frac{1}{2} \text{Cos } \{(\omega_c + \omega_d)t + \theta\} + \frac{1}{2} \text{Cos } \{(\omega_c - \omega_d)t + \theta\} \\ + S(t) \text{Cos } \{(\omega_c + \omega_d)t + \theta\} - S(t) \text{Cos } \{(\omega_c - \omega_d)t + \theta\} \quad (3.7)$$

En esta ecuación, si  $S(t)$  toma valores de  $1/2$  o  $-1/2$ , se tiene:

$$\begin{cases} S(t) = 1/2 \rightarrow E(t) = \text{Cos } \{(\omega_c + \omega_d)t + \theta\} \\ S(t) = -1/2 \rightarrow E(t) = \text{Cos } \{(\omega_c - \omega_d)t + \theta\} \end{cases} \quad (3.8)$$

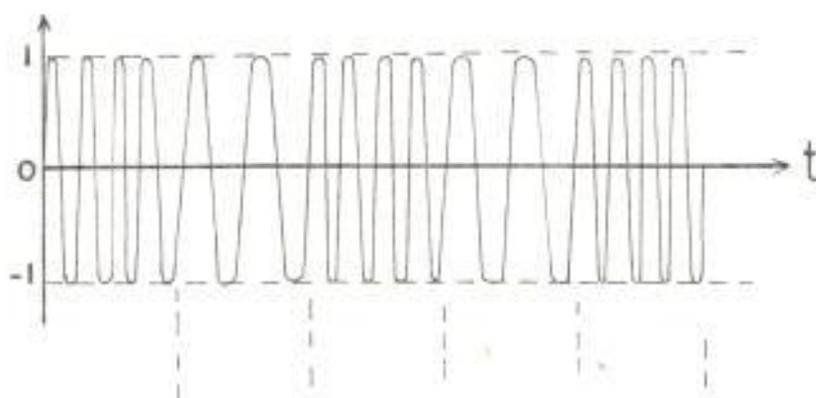
En la ecuación para  $E(t)$  se puede apreciar que, en caso de que las frecuencias se conmuten idealmente, la onda FSK se compone de dos componentes no moduladas cuyas frecuencias

angulares son  $(\omega_c + \omega_d)$  y  $(\omega_c - \omega_d)$ , y de dos componentes moduladas en amplitud por el tren de impulsos aleatorios  $S(t)$  cuyas frecuencias angulares también son  $(\omega_c + \omega_d)$  y  $(\omega_c - \omega_d)$ .

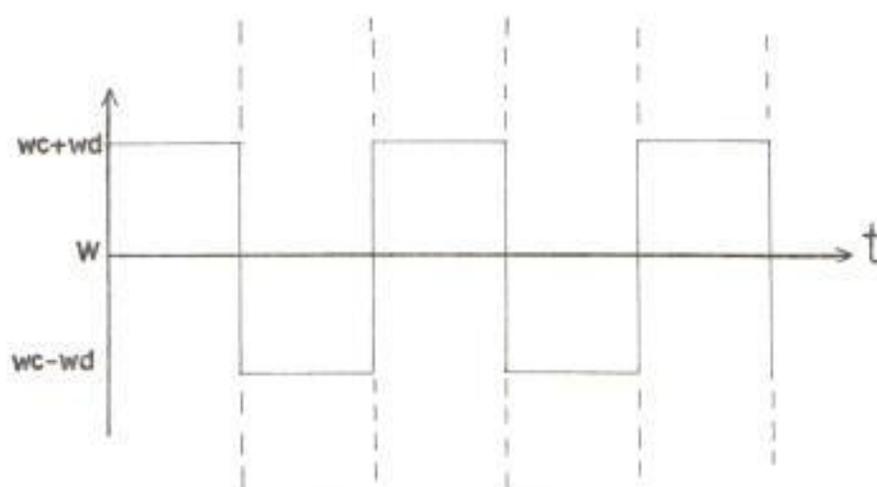
En la Figura que a continuación se muestra, se puede apreciar una onda FSK cuya frecuencia angular toma valores de  $\omega_c + \omega_d$  (marca) y  $\omega_c - \omega_d$  (espacio) alternadamente. El hecho de que no se genere una variación brusca de fase en los puntos de cambio de estado (frecuencia), indica que se satisface la condición de continuidad de fase. Si la frecuencia angular varía en la forma de onda rectangular mostrada en la segunda figura, la fase se representa por la onda triangular mostrada. (Figura 3.7)

### 3.2 CARACTERISTICAS DE LOS SISTEMAS DE TRANSMISION.-

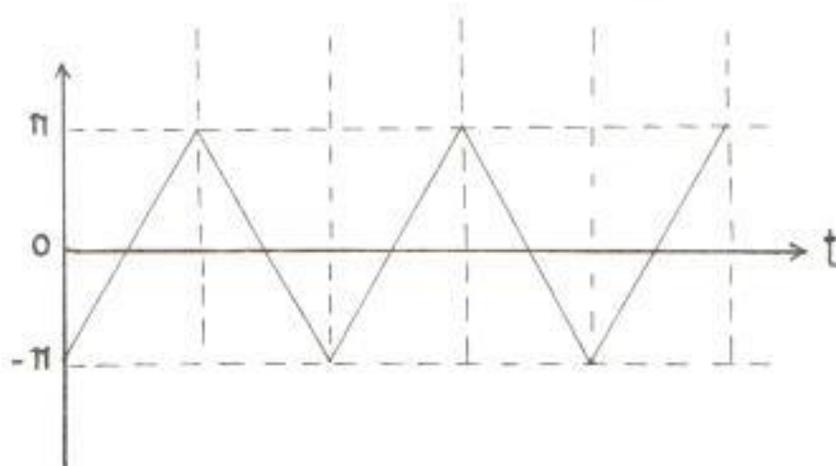
#### 3.2.1 Ruido Gaussiano.-



a) Variación de la forma de Onda



b) Variación de la frecuencia angular



c) Variación de fase

FIGURA 3.7.- ANALISIS DE UNA SEÑAL FSK

En circuitos de transmisión, se generan diversos tipos de ruidos, los cuales dan lugar a errores de bits. Estos se deben a tres causas principales:

- Ruido térmico
- Interferencia entre símbolos
- Interferencia externa

Existen ruidos impulsivos que se producen en momentos discretos, y ruidos periódicos, los cuales se repiten cada cierto tiempo fijo. Siendo el ruido aleatorio el que produce la mayor parte de los problemas, analizaremos su efecto.

Si  $p(x)dx$  es la probabilidad de que la tensión del ruido tome un valor entre  $x$  y  $x + dx$  en un momento dado, la función densidad de probabilidad  $p(x)$  se representará por la distribución gaussiana o normal:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.9)$$

En esta ecuación,  $\sigma$  representa el valor efec

tivo de la tensión del ruido y  $\sigma^2$  representa la potencia efectiva del ruido (valor cuadrático medio).

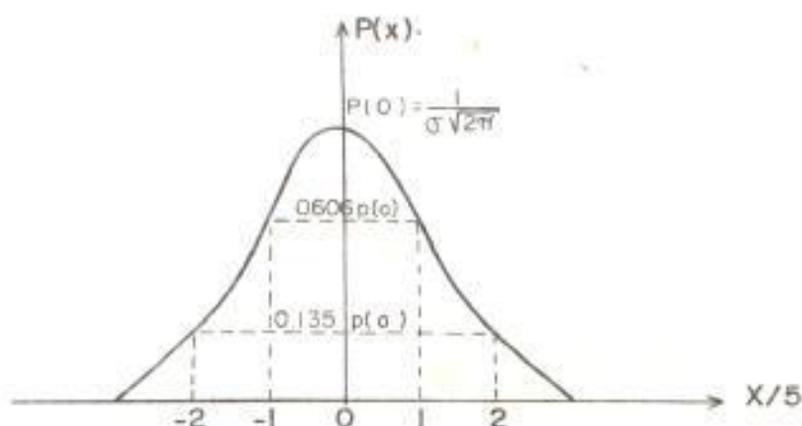


FIGURA 3.3.- DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE LA TENSION DEL RUIDO GAUSSIANO.

Para obtener la probabilidad de que la tensión de ruido  $x$  se sea menor a un valor determinado  $V$ , se integra la función densidad de probabilidad desde  $-\infty$  hasta  $V$ :

$$\begin{aligned}
 P(x < V) &= \int_{-\infty}^V p(x) dx \\
 &= \frac{1}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{V}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right) \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

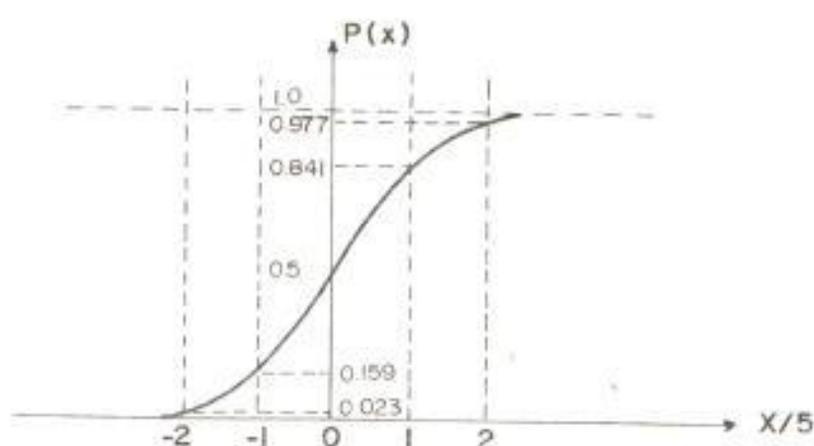


FIGURA 3.9.- DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD (RUIDO GAUSSIANO)

$$\text{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z \exp(-t^2) dt. \quad (3.11)$$

En donde,  $\text{erf}(z)$  es la función de error. En transmisión digital, la exactitud de la decisión entre "1" y "0" depende de la relación de magnitud entre las tensiones instantáneas del impulso y el ruido en el momento de decisión, por lo que la función  $p(x)$  tiene una gran importancia.

### 3.2.2 Tasa de bits erróneos (BER).-

De acuerdo a la CCIR Re. 613-2, el parámetro usado para describir el comportamiento de un sistema digital es la "Tasa de bits erróneos" (BER), definida como la probabilidad de que

un bit se recepte incorrectamente.

$$\text{BER} = \frac{N_e}{N_t} = \frac{N_e}{B \cdot t_o} \quad (3.12)$$

donde:

$N_e$  = Número de bits erróneos en el intervalo  $t_o$ .

$N_t$  = Número total de bits transmitidos en el intervalo  $t_o$ .

$B$  = Razón de bits (bit/seg) de una señal binaria en el punto donde se realiza la medición.

$t_o$  = Intervalo de tiempo de medición

En presencia de un ruido aleatorio estacionario, y si los errores son detectados durante un período  $t_o$  lo suficientemente largo, la expresión anterior permite conocer un valor estimado de la probabilidad de error, incrementándose la exactitud según aumente  $N_e$ .

En realidad, el tiempo mínimo necesario para detectar un valor de BER fijo  $E_o$  está dado por:

$$t_m = \frac{K}{B \cdot E_0} \quad (3.13)$$

donde  $K$  es el mínimo número de errores necesarios para detectar  $E_0$  con una exactitud dada.

Un tren de impulsos unipolares puede ser considerado igual a uno de impulsos bipolares, excepto por el nivel de decisión ( $A/2$  para el unipolar), por lo tanto analizaremos el BER del tren de pulsos unipolares.

En la figura que se muestra a continuación, se aprecia la forma de un tren de impulsos deformados debido a la limitación de ancho de banda. (Figura 3.10).

La probabilidad ( $P_{em}$ ) de que la tensión de un impulso  $A$  (marca) se tome por  $0$  (espacio) erróneamente debido al ruido, es igual a la probabilidad de que la tensión del ruido sea menor a  $-A/2$  ( $P(x < -A/2)$ ), considerando que el nivel de decisión es  $A/2$ .

$$P_{em} = P\left(x < -\frac{A}{2}\right)$$

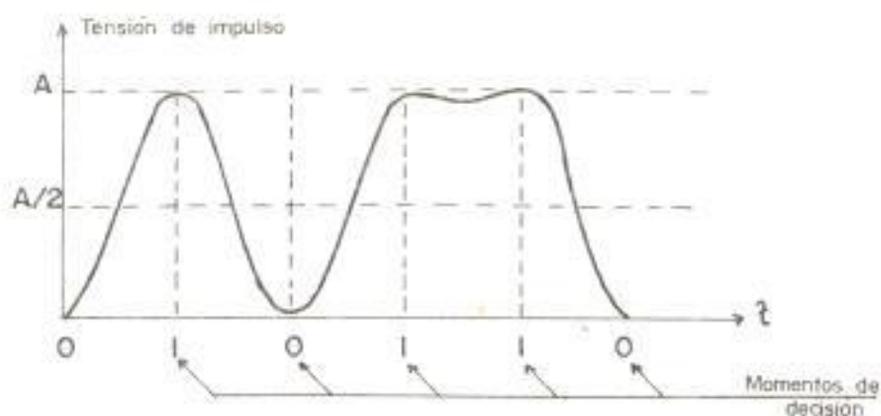


FIGURA 3.10.- FORMA DE ONDA DE PULSOS UNIPOLARES

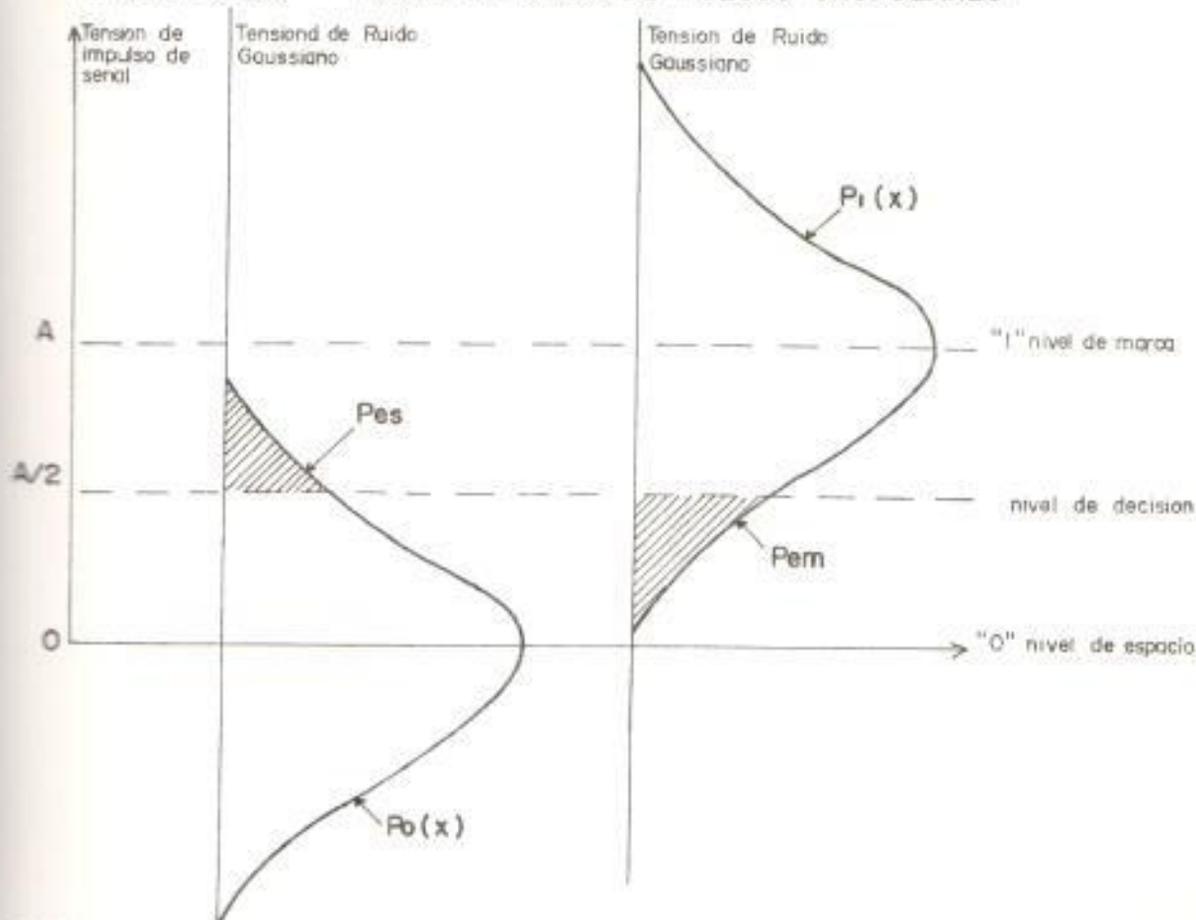


FIGURA 3.11.- TENSIONES DE SENAL Y RUIDO GAUSSIANO Y LIMITES EN QUE OCURREN ERRORES.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

De la misma forma, la probabilidad ( $P_{es}$ ) de que la de tensión de un impulso o (espacio) se tome por  $A$  (marca) erróneamente, debido al ruido, es igual que la de que la tensión del ruido sea mayor a  $A/2$ .

$$\begin{aligned}
 P_{es} &= 1 - P \left( x < \frac{A}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (3.15) \\
 &= P_{em}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, considerando que "marca" y "espacio" se generan igualmente, la tasa media de bits erróneos está dada por:

$$P_m = \frac{1}{2} (P_{es} + P_{em})$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{A}{2 \sqrt{2} \sigma} \right) \quad (3.16)$$

La figura mostrada, explica el significado de las ecuaciones de  $P_{em}$  y  $P_{es}$  de manera comprensible.  $p_0(x)$  y  $p_1(x)$  indican la densidad de probabilidad de la tensión de ruido, mientras las áreas sombreadas corresponden a  $P_{es}$  y  $P_{em}$  respectivamente. (Figura 3.11).

De la ecuación para la tasa medida de bits erróneos, se obtiene que el BER se decide por la relación entre la tensión de cresta del impulso  $A$  y la tensión efectiva del ruido. Por lo general, el BER se representa por la función de la relación entre la potencia de la señal y la del ruido ( $S/N$ ). En este caso, la potencia del ruido se expresa mediante el valor efectivo y la de la señal se expresa por la potencia correspondiente a la tensión de cresta  $A$  en lugar del valor efectivo.

Básicamente, se utilizan dos métodos para evaluar el BER, dependiendo del parámetro considerado.

- a) El número de bits erróneos detectados en  $t_0$ .
- b) El tiempo  $t_0$  requerido para detectar un número fijo de  $N_e$ .

### 3.2.3 Diagrama en ojo.-

En los repetidores, los impulsos recibidos toman valores de "1" o "0" en los momentos de decisión, generando nuevos impulsos. En este caso, los ruidos y distorsiones afectan el proceso de decisión.

El grado de esta influencia, puede ser observado empleando el diagrama en ojo que se muestra a continuación. (Figura 3.12).

Este diagrama se obtiene captando los impulsos mediante sonda de osciloscopio antes del circuito de decisión y trazando la forma de onda de los impulsos en la pantalla del osciloscopio. En este diagrama se superponen una sobre otra, todas las formas de onda que se puedan generar. La diferencia de tensión entre la parte superior y la inferior de este diagrama, en el momento de decisión, se denomina apertura de ojo, cuya dimensión indica el margen de

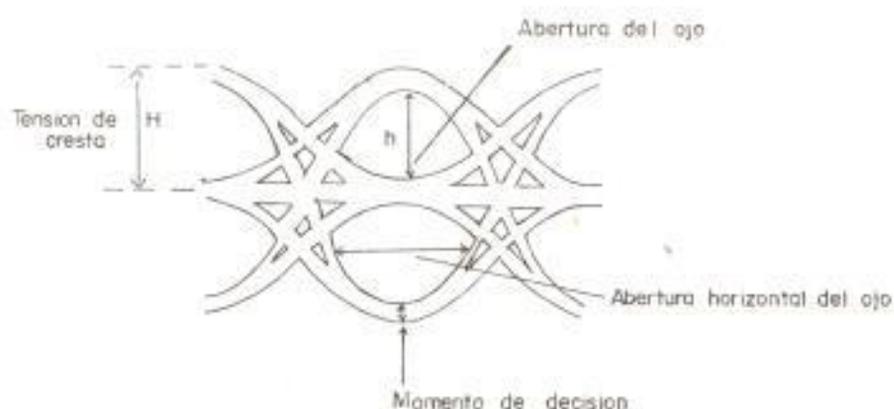


FIGURA 3.12.- DIAGRAMA EN FORMA DE OJO

ruido. Si la distancia es grande, el margen también lo será.

En el caso de que fluctúen las características del circuito de transmisión, la abertura de ojo no permanece constante. Por ejemplo, si el nivel de los impulsos se reduce o la interferencia intersimbólica aumenta debido a la variación de la característica de frecuencia, la abertura de ojo disminuye. En este caso el grado de deterioro equivalente de la relación S/N ( $\Delta p$ ) se representa por:

$$\Delta p = 20 \log \frac{H - h}{H} \quad (\text{dB}) \quad (317)$$

en donde  $H$  es la tensión de cresta de los impulsos y  $h$  es la abertura de ojo.

Por otro lado, la distancia horizontal del diagrama en ojo indica el margen contra un deterioro de la temporización debido a la fluctuación de señales de reloj, etc.

#### 3.2.4 Eficiencia.-

La eficiencia en comunicaciones, se define como la relación señal ruido (SNR) requerida para tener un valor dado de tasa de bits erróneos (BER). En un canal con ruido blanco Gaussiano (AWGN) con una densidad espectral de un solo lado  $N_0$ , el SNR es a menudo expresado como la relación de energía por bit.

$$n = \frac{E_b}{N_0} \quad (3.19)$$

Generalmente los sistemas con modulación QPSK, OQPSK, MSK, expresan su eficiencia en un canal AWGN en términos de  $E_b/N_0$  requerido para tener determinado BER. Así por ejemplo un punto de referencia que tiene un Ber de  $10^{-6}$

necesita una relación  $E_b/N_0$  de 10.6 dB.

Por otro lado, la eficiencia de ancho de banda es una medida del ancho de banda ocupado por la señal modulada en bits/seg/Hz.

### 3.3 METODOS DE MODULACION ESPECTRALMENTE EFICIENTES.-

La creciente demanda de canales de transmisión digital en radio frecuencia ha dado lugar a un serio problema de congestión espectral causando serios problemas de interferencia en los canales adyacentes.

Por este motivo, el uso eficiente del ancho de banda, se ha convertido en uno de los principales objetivos de las nuevas técnicas de modulación. Entre las soluciones que se presentan para disminuir la congestión de canales, tenemos:

- La localización de nuevas bandas a frecuencias más altas.
- Un mejor manejo de las localizaciones de bandas de frecuencias existentes.

- El desarrollo de las llamadas técnicas "frequency-reuse".
- El uso eficiente de técnicas de codificación o técnicas de eliminación de redundancia.
- La eficiente utilización del espectro de frecuencias.
- La cancelación de interferencias

En cualquier sistema de comunicaciones, los dos principales recursos de comunicación, son la potencia transmitida y el ancho de banda del canal. Generalmente, el objetivo de todo diseño, es utilizar estos dos recursos tan eficientemente como sea posible.

En muchos canales de comunicación, puede que uno de estos recursos ofrezca mejores ventajas que el otro, por lo que los sistemas pueden ser clasificados en limitados en potencia y limitados en banda. Así por ejemplo, los canales telefónicos de voz son limitados a una banda de 3 Khz, mientras que los enlaces de comunicación espacial son limitados en potencia.

En los canales en que la potencia es limitada, se usan esquemas de codificación destinados al ahorro de potencia a expensas del ancho de banda, mientras que en los canales en que el ancho de banda es limitado, se utilizan técnicas de modulación espectralmente eficientes para ahorrar el ancho de banda.

Las técnicas de modulación espectralmente eficientes se refieren al diseño y control de las señales transmitidas para concentrar su espectro de energía dentro de una estrecha banda de frecuencias, sin alterar significativamente su detectabilidad.

La eficiencia del ancho de banda relacionada con la concentración espectral de la señal modulada, es una medida de la cantidad de información por unidad de ancho de banda que puede ser transmitida por la señal. Se encuentra dada en bits/seg/Hz.

La detectabilidad está típicamente expresada en términos de la relación señal-ruido (SNR) requerida para obtener una relación de error de bit (BER) dada. Otra propiedad importante de la señal modulada, es la desviación de la envolvente, expresada en decibelios, la cual es la cantidad de desviación pico-valle de la señal envolvente.

Otro objetivo de los esquemas de modulación puede ser incrementar la eficiencia del ancho de banda a una razón de bit de error promedio previamente establecida, con el mínimo gasto de potencia de la señal.

Otros canales pueden tener otras restricciones y limitaciones que dan lugar a otros requisitos de las técnicas de modulación. Por ejemplo, el uso de sistemas de comunicación no lineales, da lugar a la formación de bandas laterales no deseadas, al pasar señales con fluctuaciones en amplitud. Estas bandas laterales, pueden producir interferencia con otros canales de comunicación. Además, la utilización de sistemas no lineales, puede producir la deformación de los pulsos y la aparición de los lóbulos laterales.

Recientemente, se han adoptado las técnicas de modulación con envolvente constante para eliminar estos inconvenientes.

### 3.3.1 Modulación FSK y PSK.-

Muchas de las aplicaciones requieren el uso de esquemas de modulación que utilicen el an

cho de banda en una forma eficiente. Además, la necesidad de operar los equipos cerca de saturación, con un comportamiento no lineal de los mismos, ha impulsado el uso de técnicas de modulación con envolvente constante. Dos de las técnicas más usadas, son FSK y PSK.

Como se dijo anteriormente, la modulación PSK utiliza dos fases contrarias de una portadora sinusoidal para representar los dos estados en una cadena binaria, mientras la modulación FSK transmite la portadora a dos frecuencias distintas.

Estos dos esquemas de modulación pueden ser comparados en términos del BER al pasar la señal por un canal ideal. Así se tiene que un sistema PSK ofrece ciertas ventajas sobre uno FSK en cuanto que necesita un valor menor en la relación señal ruido  $E_b/N_0$  para un valor especificado de BER. A pesar de los intentos realizados para mejorar el comportamiento de un sistema FSK, este presenta una relación  $E_b/N_0$  3 dB menor que un sistema PSK.

Por este motivo, el uso de FSK se ha restringido a aplicaciones en que se realizan transmisiones a baja velocidad y no necesitan de una gran eficiencia, mientras que los esquemas de PSK se utilizan en aplicaciones en que se requiere grandes velocidades de transmisión. Sin embargo, este concepto a cambiado en los últimos años con el surgimiento del MSK como un tipo de modulación FSK que requiere únicamente una separación entre frecuencias de  $1/2T$  Hz y presenta una eficiencia equivalente a aquella que ofrece PSK.

### 3.3.2 Modulación QPSK y OQPSK.-

La buena eficiencia que presenta PSK ha insensibilizado las investigaciones en la búsqueda de mecanismos para mejorar la utilización del ancho de banda.

Se ha encontrado que al usar dos portadoras en cuadratura:

$$\cos 2\pi f_c t$$

$$\sin 2\pi f_c t \quad (3.20)$$

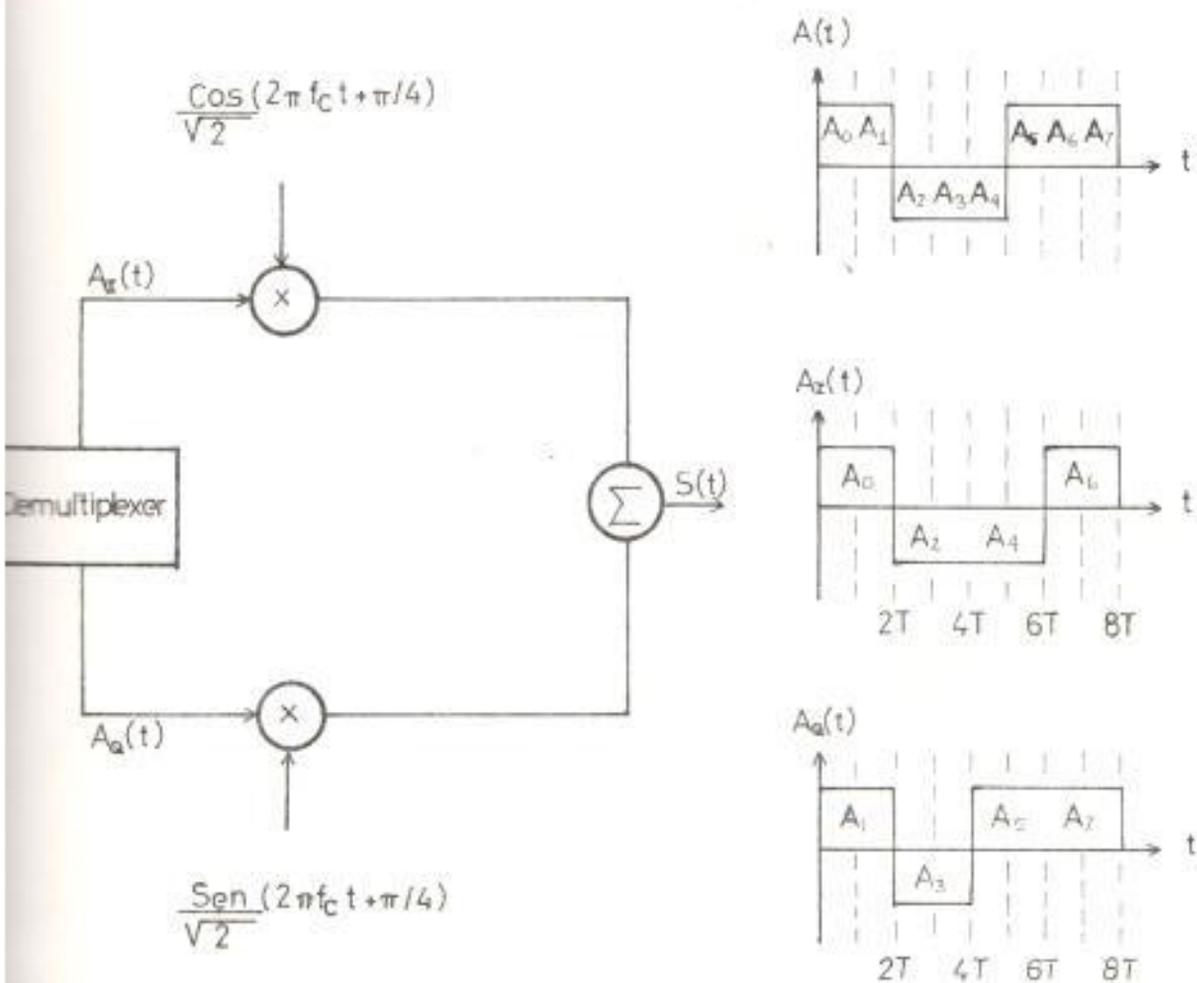


FIGURA 3.13.- MODULADOR QPSK

si dos señales binarias diferentes modulan estas portadoras, las señales obtenidas pueden ser demoduladas independientemente. Este método de modulación incrementa la eficiencia del ancho de banda al doble de la que presenta PSK. Este tipo de modulación se denomina QPSK.

La cadena binaria de entrada  $a$  ( $a_k = +1$  o  $-1$  para  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) llega con una razón de  $1/T$  baudios y es separada en dos cadenas  $a_I(t)$  y  $a_Q(t)$  formadas por los bits pares e impares respectivamente, como se muestra,

Los dos trenes de pulsos modulan las componentes en fase y en cuadratura de la portadora. La suma total de ambas, corresponde a la señal modulada QPSK y puede ser representada como:

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \frac{1}{2} a_I \cos(2\pi fct + \pi/4) + a_Q \sin(2\pi fct + \pi/4) \\
 &= \frac{1}{2} \{ a_I (\cos 2\pi fct \cos \pi/4 - \sin 2\pi fct \sin \pi/4) + a_Q \\
 &\quad (\sin 2\pi fct \cos \pi/4 + \cos 2\pi fct \sin \pi/4) \}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} \{ a_I (\cos 2\pi fct - \sin 2\pi fct) + a_Q (\sin 2\pi fct \cos 2\pi fct) \}. \quad (321)$$

$$\left[ \begin{array}{l} a_I = 1, a_Q = 1 + S(t) = \cos 2\pi fct = \cos 2\pi fct + 0^\circ \\ a_I = 1, a_Q = -1 + S(t) = -\sin 2\pi fct = \cos 2\pi fct + 90^\circ \\ a_I = -1, a_Q = 1 + S(t) = \sin 2\pi fct = \cos 2\pi fct - 90^\circ \\ a_I = -1, a_Q = -1 + S(t) = -\cos 2\pi fct = \cos 2\pi fct + 180^\circ \end{array} \right.$$

Cada uno de los términos representa una señal PSK binaria y puede ser detectada independientemente de la otra, debido a la ortogonalidad que existe entre el Coseno y el Seno.

La modulación OQPSK puede ser representada en la misma forma. La única diferencia que existe entre estas dos técnicas, es el alineamiento entre las dos cadenas de bits. Las cadenas de bits pares e impares, transmitidas a una razón de  $1/2T$  baud, se encuentran sincro-

nizadas en QPSK de modo que sus transiciones coinciden.

La modulación OQPSK se obtiene mediante un desplazamiento en los alineamientos relativos de  $a_I(t)$  y  $a_Q(t)$  por una cantidad igual a  $T$ . A este tipo de modulación también se denomina "Staggered QPSK".

La diferencia de alineamiento en tiempo de las cadenas de bits, no varía el espectro de potencia, por lo que ambos tipos de modulación tienen la misma forma, asociados a pulsos rectangulares usados como señalización.

La diferencia en el comportamiento de ambos esquemas, puede ser apreciado, si se analiza los cambios de fase en la portadora de ambas modulaciones.

En QPSK, debido al alineamiento que existe entre  $a_I(t)$  y  $a_Q(t)$ , la fase de la portadora puede variar únicamente cada  $2T$  en cualquiera de los cuatro valores de fase mostrados dependiendo de las dos cadenas de bits. Un cambio de signo en una sola de las señales, pro-

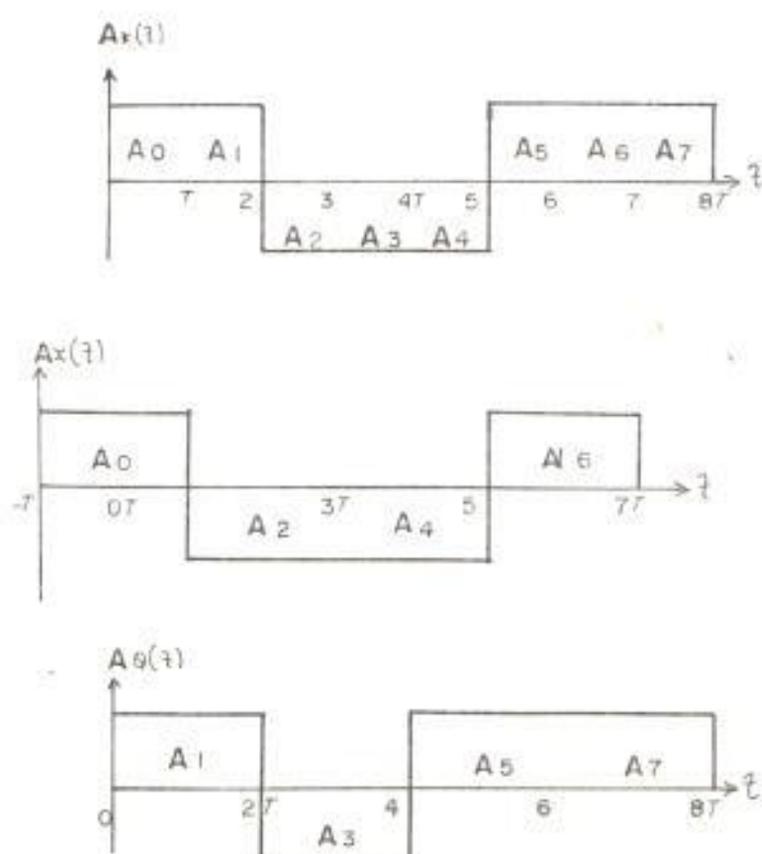


FIGURA 3.14.- DESPLAZAMIENTO DE LAS CADENAS DE BITS EN OQPSK.

duce una variación en fase de  $+ o - 90$  grados, mientras que un cambio de signo en ambas, produce una variación de fase de 180 grados.

En OQPSK, las componentes binarias no pueden cambiar de estado simultáneamente. Cada com

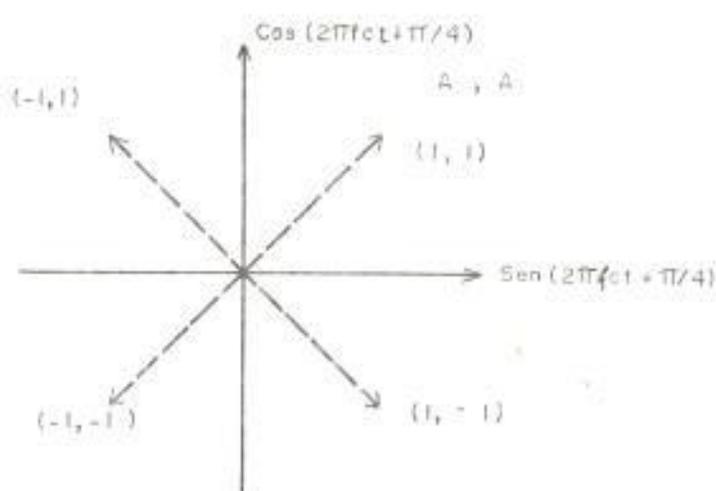


FIGURA 3.15- DIAGRAMA DE LA FASE PARA QPSK Y OQPSK

ponente sufre una transición en la mitad del otro símbolo y de esta manera solo una componente cambia a la vez. Esto elimina la posibilidad de un cambio de fase de 180 grados, limitando esta variación a  $+0 - 90$  grados. Cada  $T$  seg.

### 3.3.3 Modulación MSK.-

La generación de MSK presenta varias ventajas en la transmisión a velocidades elevadas. Puede ser considerada como un caso especial de modulación OQPSK, en la cual los pulsos de

forma rectangular han sido reemplazados por ondas sinusoidales.

$$s(t) = a_I(t) \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t + a_Q(t) \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \quad (3.22)$$

También puede ser considerada como una señal FSK cuyas frecuencias de señalizacion son:

$$\begin{aligned} f_1 &= f_c + 1/4T \\ f_2 &= f_c - 1/4T \end{aligned} \quad (3.23)$$

De esta manera la separacion que existe entre ambas frecuencias será:

$$\Delta f = f_1 - f_2 = 1/2T \quad (3.24)$$

Este tipo de modulacion será analizado con mayores detalles en el siguiente capitulo.

## CAPITULO IV

### CODIFICACION DIGITAL POR DESPLAZAMIENTO MINIMO (MSK)

El gran desarrollo que ha tenido la electrónica en el área de las comunicaciones, en los últimos años, con el consiguiente impulso a los sistemas de comunicación digitales, ha dado lugar a la búsqueda de nuevas técnicas de modulación, las cuales ocupan el espectro de frecuencias en una forma más eficiente.

En un enlace digital, muchas veces es deseable operar cerca de la zona de saturación, debido al uso eficiente de la potencia de salida. La operación no lineal del sistema, puede producir la distorsión de los símbolos, y la restauración de los lóbulos laterales no deseados en el transmisor (Ver 4.5). Por este motivo, últimamente se ha adoptado el uso de técnicas de modulación con envolvente constante, como el MSK, para evitar la respuesta no lineal.

En transmisiones a velocidades elevadas ( $10^2$  Mb/seg), la selección de la técnica de modulación digital se basa en los siguientes atributos:

- Facilidad de implementación
- Tolerancia razonable a imperfecciones del equipo
- Eficiencia del espectro en unidades de bits/seg/Hz.
- Envolvente constante o casi constante para permitir una mayor eficiencia en la potencia de amplificación.

#### 4.1 MSK COMO UNA TECNICA DE MODULACION ESPECTRALMENTE EFICIENTE.-

Los estudios de modulación realizados en la década de los 60, contribuyeron al desarrollo del MSK. Así esta técnica fue gradualmente usada en múltiples aplicaciones, como son la red de datos usada por la "Data Transmisión Co.", el sistema de satélites doméstico propuesto por la AT&T, los sistemas de comunicación digital submarinos a bajas frecuencias, y los experimentos de comunicación satelital canadienses.

El primer objetivo de las técnicas de modulación espectralmente eficiente, consiste en maximizar la eficiencia del ancho de banda, definido como la relación de la velocidad de transmisión al ancho de banda del canal (en unidades de bits/seg/Hz). Como un segundo objeti-

vo de tales técnicas de modulación, se puede considerar el mejorar esta eficiencia del ancho de banda, para un valor dado de la tasa de error de bit (BER), con una pérdida mínima de la potencia de la señal.

En los últimos años, MSK se ha convertido en una técnica de modulación muy popular, para la transmisión de datos digitales a través de canales digitales, en los cuales la información debe ser eficientemente agrupada en un ancho de banda limitado. MSK surge en esos casos, como una gran alternativa, debido a que la mayor parte de su energía se encuentra concentrada en la banda central, y en una menor escala en los lóbulos laterales, si es que es comparada con otras técnicas de modulación populares, como son el QPSK y el OQPSK (Análisis en 4.4). Además, a pesar de estar limitada en banda, en la recepción se obtiene un menor grado de regeneración de los lóbulos laterales filtrados en la sección del transmisor. Otra característica del MSK, es su propiedad de detección no coherente, la cual permite que su demodulación se pueda realizar fácilmente y a bajo costo, cuando se tiene una relación señal-ruido adecuada. Por otro lado, su demodulación se facilita por la propiedad que tiene la señal de sincronizarse a sí misma, lo cual ayuda a la generación

de las señales de referencia para el receptor.

La modulación MSK, puede ser considerada como un caso especial del OQPSK, en la cual se han sustituido los pulsos rectangulares por pulsos senoidales. Como se anotó en el capítulo anterior, la señal OQPSK es una técnica de modulación en cuadratura, en la cual las cadenas de bits de ambos canales, se encuentran desplazados un período entre sí, siendo su expresión:

$$m(t) = \frac{1}{2} A_I(t) \cos(2\pi fct + \pi/4) + \frac{1}{2} A_Q(t) \sin(2\pi fct + \pi/4) \quad (4.1)$$

Si las formas rectangulares de estos pulsos, son remplazadas por formas senoidales, obtenemos la expresión para una señal MSK:

$$m(t) = A_I(t) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cos 2\pi fct + A_Q(t) \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \sin 2\pi fct \quad (4.2)$$

donde:

- $A_I$  y  $A_Q$  corresponden a las cadenas de bits en fase y en cuadratura.

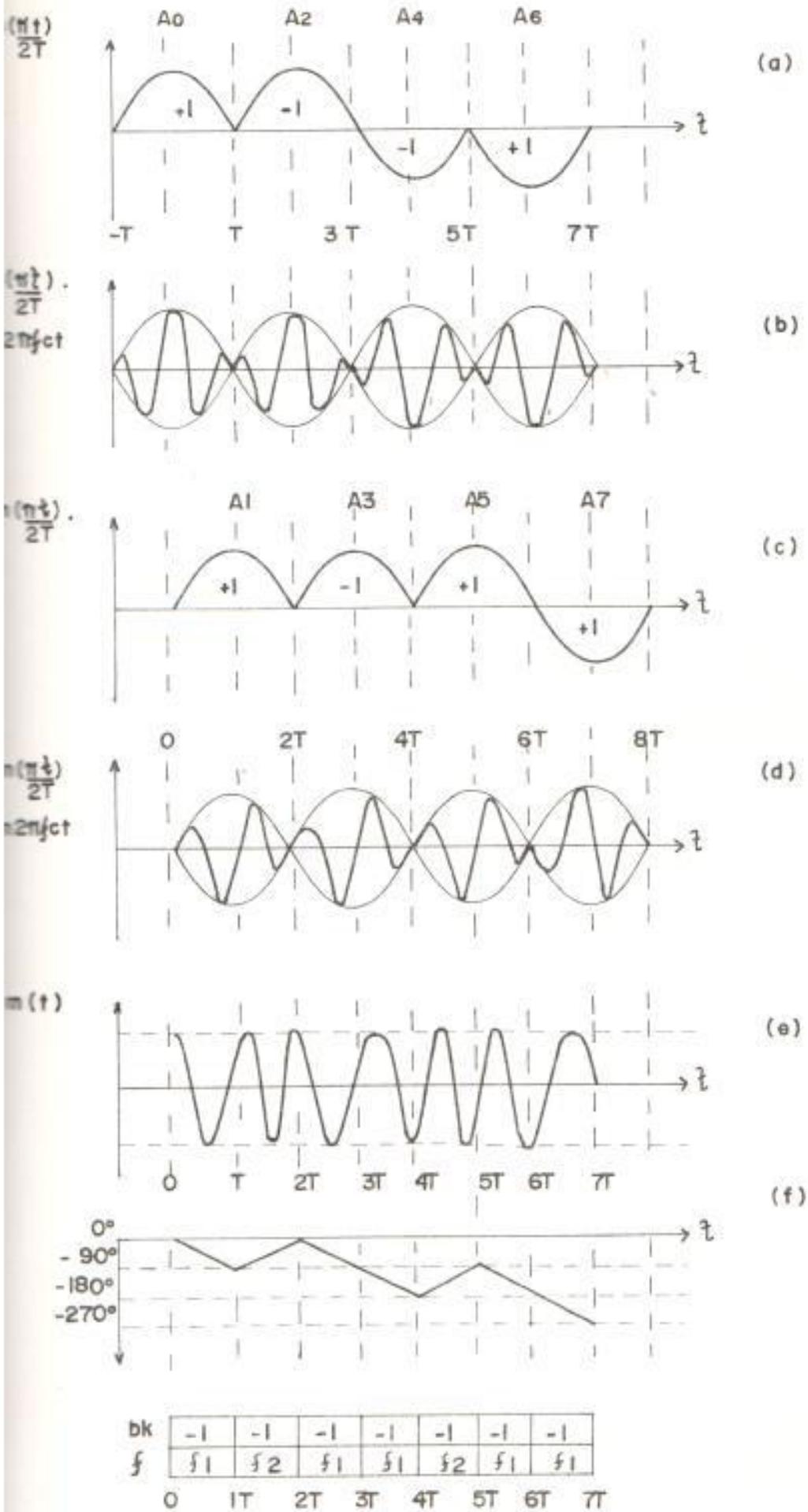


FIGURA 1.1.- FORMACION DE LA SENAL MSK

- $f_c$  es la frecuencia de la portadora
- $1/4T$  es la frecuencia de los pulsos sinusoidales

La Fig.4.1, muestra los diferentes componentes de la señal MSK, definida por la expresión anterior.

La figura (a), muestra la forma de onda de la cadena de bits en fase, mientras que la figura (b) muestra a dicha señal modulando a la portadora aparente  $f_c$ . De este modo, el gráfico corresponde al primer término de la expresión (4.2). En forma similar, las formas de onda correspondientes al canal en cuadratura, se muestran en las figuras (c) y (d). En (e), se tiene la señal total MSK. Esta forma de onda puede ser entendida con mayor facilidad, si escribimos la expresión 2) de la siguiente manera:

$$m(t) = \cos\left(2\pi f_c t + b_K(t) \frac{\pi t}{2T} + \theta_K\right) \quad (4.3)$$

donde  $b_K$  es + 1 cuando  $A_I$  y  $A_Q$  tienen signos opuestos y  $b_K$  es igual a - 1 cuando  $A_I$  y  $A_Q$  tienen el mismo signo.  $\theta_K$  u 0 o  $\pi$  según  $A_I$  sea 1 o -1. Podemos observar que  $b_K(t)$ , puede también ser escrito como  $-A_I \cdot A_Q(t)$ .

Como se puede apreciar, se tiene dos frecuencias que pueden ser transmitidas. En cada intervalo de señalización, la polaridad del bit, es comparada con el bit anterior. Así, se  $A_I = A_Q$ , en la expresión (1) tenemos:

$$\begin{aligned}
 m(t) &= A_I(t) \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t + A_I(t) \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \\
 &= A_I(t) \cos 2\pi t \left( f_c - \frac{1}{4T} \right)
 \end{aligned}$$

si tomamos

$$f_1 = f_c - \frac{1}{4T} \quad (4.4)$$

$$m(t) = A_I(t) \cos 2\pi f_1 t \quad (4.5)$$

Si en cambio:  $A_Q = A_I$

$$\begin{aligned}
 m(t) &= A_I(t) \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t - A_Q(t) \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \\
 &= A_I(t) \cos \left( f_c + \frac{1}{4T} \right)
 \end{aligned}$$

tomando:

$$f_2 = f_c + \frac{1}{4T} \quad (4.6)$$

tenemos:

$$m(t) = A_1(t) \cos 2\pi f_2 t$$

Las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  se denominan frecuencias de marca y espacio respectivamente. Así, en cada intervalo, una de estas dos frecuencias es transmitida. Generalizando los valores de  $f_1$  y  $f_2$  para cualquier entere  $n$  tenemos:

$$f_1 = \frac{n}{2T} \quad (4.7)$$

$$f_2 = \frac{n+1}{2T} \quad (4.8)$$

En una transmisión de datos aleatoria, el espectro resultante se encuentra centrada en la portadora aparente  $f_c$ , la cual se toma igual a:

$$f_c = \frac{2n+1}{4T} \quad (4.9)$$

Debemos anotar así, que los valores de  $f_1$  y  $f_2$  dados en (4.4) y (4.6) corresponden a un caso especial en el que se ha tomado con valor de  $n = 2$ . La Fi-

gura 4.2, muestra una señal MSK sintetizado como la suma de una cadena de pulsos modulados a la razón de  $1/T$  para este valor de  $n$ .

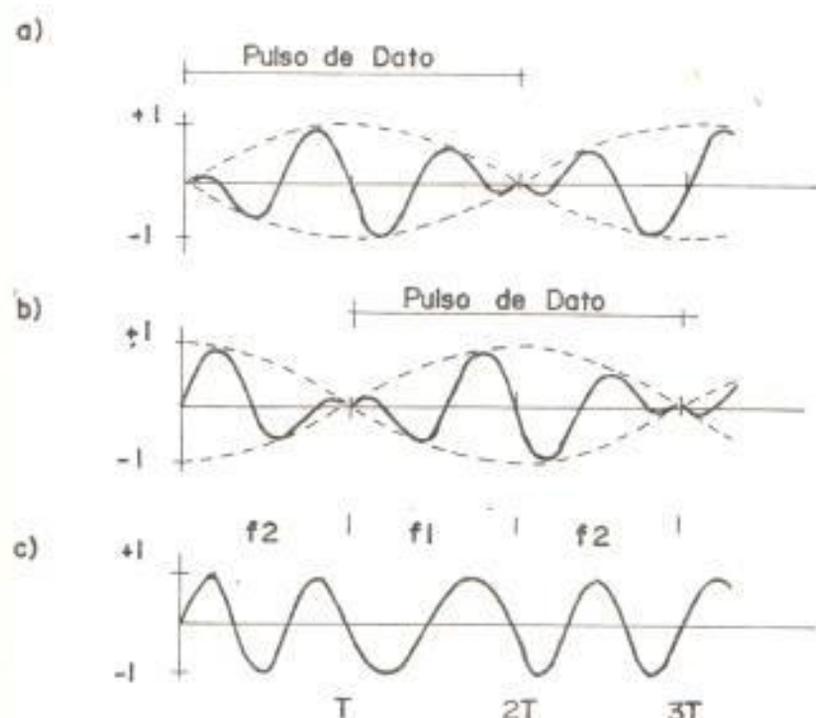


FIGURA 4.2 (A) PULSOS EN FASE. (B) PULSOS EN CUADRA-  
TURA. (C) TRANSMISION TOTAL  $N = 2, \phi = \pi/2$ .

Como observamos, todos los pulsos son idénticos, excepto por el signo y el desplazamiento en el tiempo, existiendo una sobreposición entre los pulsos en fase y en cuadratura. La onda de la Fig. (c) es en cualquier tiempo, igual a la suma de (a) y (b), obteniéndose una frecuencia constante en cada intervalo  $T$ .

Una forma de onda MSK distinta se muestra en la Fig. 4.3. En este caso, las transiciones entre  $f_1$  y  $f_2$ , ocurren en los máximos de la onda, en vez de en los cruces de cero como sucedía en el caso anterior. De esta manera se consigue, que los pulsos tengan una pendiente igual a cero en la frontera de cada bit.

Como se demostrará luego, la expresión de un pulso de datos básico, para un valor general  $n$  está dado por:

$$p(t) = \begin{cases} \frac{T}{\pi} \frac{(2n+2)}{2n+1} \sin \frac{\pi t}{2T} \sin \frac{(2n+1)}{2T} \pi t + \phi & 0 \leq t \leq 2T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases} \quad (4.10)$$

donde  $\phi$  produce la diferencia de ondas MSK de las Figs. 2 y 3.

La expresión de  $p(t)$  coincide con la estructura del pulso MSK señalada anteriormente. El factor  $\sin \pi t/2T$  corresponde a la envolvente de modulación del pulso individual, lo cual se muestra en líneas segmentadas en las Figs. 4.2 y 4.3. El factor:

$$\sin \frac{(2n+1)}{2T} \pi t + \phi$$

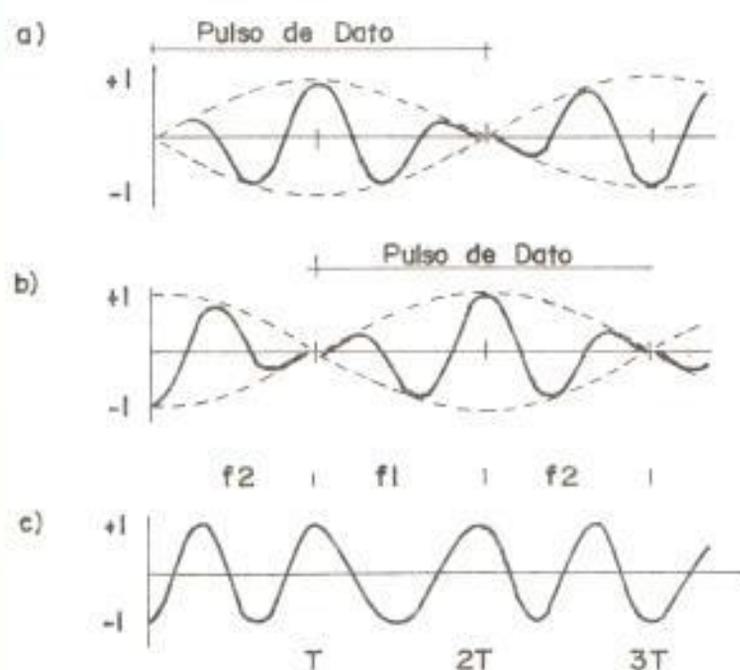


FIGURA 4.3 (A) PULSOS EN FASE, (B) PULSOS EN CUADRATURA  
(C) TRANSMISION TOTAL,  $N = 2$ ,  $\phi = 0$ .

representa a la portadora aparente  $f_c$ . Para confirmar que los pulsos de las ramas en fase y en cuadratura, se sobreponen, debemos tener presente que:

$$\frac{(2n+1)\pi}{2T} \pi(t-T) + \phi = \sin \frac{(2n+1)\pi t}{2T} - \frac{(2n+1)\pi}{2} + \phi \quad (411)$$

lo cual significa que de pulso a pulso, la fase de  $f_c$  que aparece en el pulso, se encuentra desfasada, con respecto a alguna referencia, un múltiplo impar de  $\pi/2$ .

Este tipo de modulación, también puede ser considerado como un caso especial de modulación FSK, cuyas frecuencias de señalización son  $f_1$  y  $f_2$ . Para este caso, el índice de modulación  $h$  o relación de desviación de frecuencia es igual a:

$$\begin{aligned} h &= (f_2 - f_1) T \\ &= \left( \frac{n+1}{2T} - \frac{n}{2T} \right) \\ &= 1/2 \end{aligned}$$

Este valor de  $h$  es menor que el valor convencional de  $h = 1$  necesario para la detección no coherente de señales FSK. Se dice que dos señales FSK a las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  son no coherentemente ortogonales, si cuando se transmite un tono a  $f_1$ , la envolvente muestreada a la salida del filtro receptor sintonizado a  $f_2$  es cero, es decir no existe "cross talk".

En realidad, MSK es un esquema de modulación FSK coherentemente ortogonal, que requiere únicamente una separación de frecuencia de  $1/2$  Hz. En este caso, su eficiencia se incrementa, ya que el receptor basa su decisión después de observar cada 2 períodos

de bits, en vez de hacerlo cada período. Por este motivo MSK también ha sido llamado "FAST-FSK" o CPFSK (FSK con fase constante).

A continuación anotaremos las principales propiedades del MSK, unas de las cuales han sido mencionadas anteriormente y otras que serán tratadas más tarde:

- Tiene envolvente constante, lo cual aumenta la eficiencia de la potencia.
- Existe una continuidad de fase en la portadora RF, en cada instante de transición de bit.
- Puede ser considerada un caso especial de FSK con  $h = 1/2$ .
- El exceso de fase de la portadora es de más o menos  $\pm t/2T$ , el cual aumenta o disminuye linealmente cada período de bit de  $T$  seg.
- Ocupa un menor ancho de banda RF ( $0.75 T$ )
- La señal en el receptor se sincroniza a sí misma para obtener las señales de referencia y la frecuencia de muestreo.

- Su comportamiento de error es aproximadamente 3dB mejor que otros esquemas FSK.
- La interferencia entre símbolos es menor que en el caso de OQPSK y QPSK, debido a la forma de los pulsos.

#### 4.2 TIPOS DE MODULACION MSK.-

La modulación y la demodulación MSK, pueden ser realizadas por dos métodos equivalentes: paralelo y serie.

En la modulación MSK paralelo, una cadena de datos en serie  $A(t)$ , es demultiplexada en sus bits pares e impares para producir dos cadenas de bits,  $A_I(t)$  y  $A_Q(t)$ . Las cadenas de bits en los canales en cuadratura, se encuentran desplazadas en el tiempo medio periodo de símbolo de cada canal, obteniéndose las señales  $x(t)$  y  $y(t)$ :

$$x(t) = A \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi fct \quad (4.12a)$$

$$y(t) = A \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi fct \quad (4.12b)$$

Estas dos señales son sumadas para producir la señal modulada MSK.

Debido a que MSK es un esquema de modulación en cuadratura, puede ser detectado óptimamente, usando de modulación coherente de sus componentes en fase y en cuadratura en forma separada.

Este método de modulación en paralelo, presenta la desventaja de que los canales en cuadratura del modulador y del demodulador, deben estar sincronizados en el tiempo, balanceados en amplitud y sus fases en cuadratura, para evitar la degradación del sistema. Este hecho se incrementa a medida que la velocidad de transmisión aumenta.

En la modulación MSK serie, la señal se obtiene filtrando la señal bipolar con un filtro de conversión apropiadamente diseñado. La demodulación se realiza en forma general invirtiendo el proceso de la modulación, utilizándose un filtro de acoplamiento a la entrada del receptor. Este método, ofrece la ventaja de que todas las operaciones se realizan en serie, obteniéndose un mejor comportamiento del sistema a velocidades elevadas. Además, los problemas de sincronización y balanceo que se presentaban en

señales en cuadratura de la estructura en paralelo, desaparecen.

Los componentes críticos en este caso son el modulador bi-fase, y los filtros de acoplamiento y de conversión.

En el receptor en serie, el cual emplea un filtro de acoplamiento a la entrada, la señal recibida es correlacionada con su réplica almacenada. Para una señal MSK no distorsionada, la operación requerida es correlacionada, tanto con la portadora recibida como con una señal sinusoidal a la razón de bit empleada. Este tipo de configuración se denomina MSK cargado sinusoidalmente. En la demodulación, debido a la complejidad del mismo, algunas veces es conveniente recibir la señal MSK correlacionándola únicamente con la portadora (MSK ideal o paralela). En este caso es necesario eliminar el efecto de la inversión de fase en la información, causada por la función de carga sinusoidal en la transmisión.

Este procedimiento de dar forma al espectro, en un demodulador serie, da lugar a una señal modulada con lóbulos laterales menores que en el caso de MSK ideal. Sin embargo, se presenta una desviación mo-

derada de la envolvente. Además, permite una separación de canales menor que en el caso ideal. De esta forma, los moduladores y demoduladores serie, son más tolerantes a imperfecciones en el equipo, que en el caso de la implementación paralelo.

El funcionamiento de los modems serie y paralelo se analizará luego en el punto 4.5.

#### 4.3 DIAGRAMA DE TRELIS.-

Este diagrama nos ayudará a demostrar que una secuencia de datos cualquiera, produce las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$ . El diagrama trellis del exceso de fase (componente del argumento debido a la modulación) de una señal modulada angularmente, es una forma de visualizar el comportamiento de la señal ante cualquier entrada. Analizaremos entonces, las propiedades constantes de la fase y de la envolvente de la señal MSK.

La fase instantánea de cualquier señal modulada, se define como el argumento  $\theta(t)$  del seno o coseno que representa a la señal. En general,  $\theta(t)$ , consiste de dos términos. Uno debido a la portador  $2\pi f_c t$ , donde  $f_c$  es la frecuencia de la portadora en Hertz,

y el otro debido a la modulación,  $\phi(t)$ , denominado exceso de fase. La señal modulada resultante es:

$$m(t) = A \cos(\omega_c t + \phi(t)) \quad (4.13)$$

donde  $\omega_c = 2\pi f_c$

Asumiendo modulación en paralelo, la señal MSK puede ser escrita como:

$$m(t) = A A_I(t) \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t + A_Q \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \quad (4.14)$$

Utilizando identidades trigonométricas tenemos:

$$\begin{aligned} m(t) = & A A_I(t) \left( \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t - \frac{\pi t}{2T} \right) + \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t + \frac{\pi t}{2T} \right) \right) \\ & + A_Q(t) \left( \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t - \frac{\pi t}{2T} \right) - \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t + \frac{\pi t}{2T} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Para una cadena de bits compuestas únicamente por unos o por ceros, es decir  $A_I = A_Q$  igual a 1 o -1, tenemos:

$$m(t) = A A_I(t) \cos \left( 2\pi f_c t - \frac{\pi t}{2T} \right) \quad (4.16)$$

por lo tanto la fase instantánea será:

$$\begin{aligned} \theta(t) &= 2\pi f_c t - 2\pi \frac{1}{4T} t \\ &= 2\pi t \left( f_c - \frac{1}{4T} \right) \\ &= 2\pi f_1 t \end{aligned}$$

Correspondiente a una sinusoidal con frecuencia  $f_1$

$$f_1 = f_c - 1/4T \quad (4.17)$$

Si en cambio, tenemos una secuencia alternada de unos y de ceros,

$$m(t) = A \ A_I(t) \ \text{Cos} \left( 2\pi f_c t + \frac{\pi t}{2T} \right) \quad (4.18)$$

y la fase instantánea:

$$\begin{aligned} \theta(t) &= 2\pi t \left( f_c + \frac{1}{4T} \right) \\ &= 2\pi f_2 t \end{aligned}$$

Correspondiente a una sinusoidal con frecuencia  $f_2$

$$f_2 = f_c + 1/4T \quad (4.19)$$

Las expresiones (4.16) y (4.18) pueden ser generalizadas como:

$$m(t) = A \cos \left[ 2\pi f_c t + b_K(t) \frac{\pi t}{2T} + \phi_K(t) \right] \quad (4.20)$$

donde  $b_K(t) = -A_I(t) A_Q(t)$  y  $\phi_K(t) = 0$  o  $\pi$  según  $A_I = 1$  o  $-1$ . El exceso de fase  $\phi(t)$  para la señal MSK está dado por:

$$\phi(t) = b_K(t) \frac{\pi t}{2T} + \phi_K(t) \quad (4.21)$$

Esta expresión ha sido graficada en la Fig. 4.4.

Como apreciamos, el exceso de  $\phi(t)$  es una función lineal en cada intervalo de bit  $T$ , incrementándose o disminuyéndose exactamente  $\pi/2$  cada  $T$ seg. Las líneas con pendiente positiva representan secuencias alternadas de 1-0, mientras las líneas con pendiente negativa representan secuencias de unos o de ceros. Varios ejemplos de estos casos se muestran en la Fig. 4.4.

Debido a que  $\phi(t)$  es una función continua, la señal

misma también será continua y por lo tanto su espectro tendrá lóbulos laterales menores que una señal pulsante. De esta forma, este tipo de modulación ocupará un ancho de banda menor que otras técnicas similares.

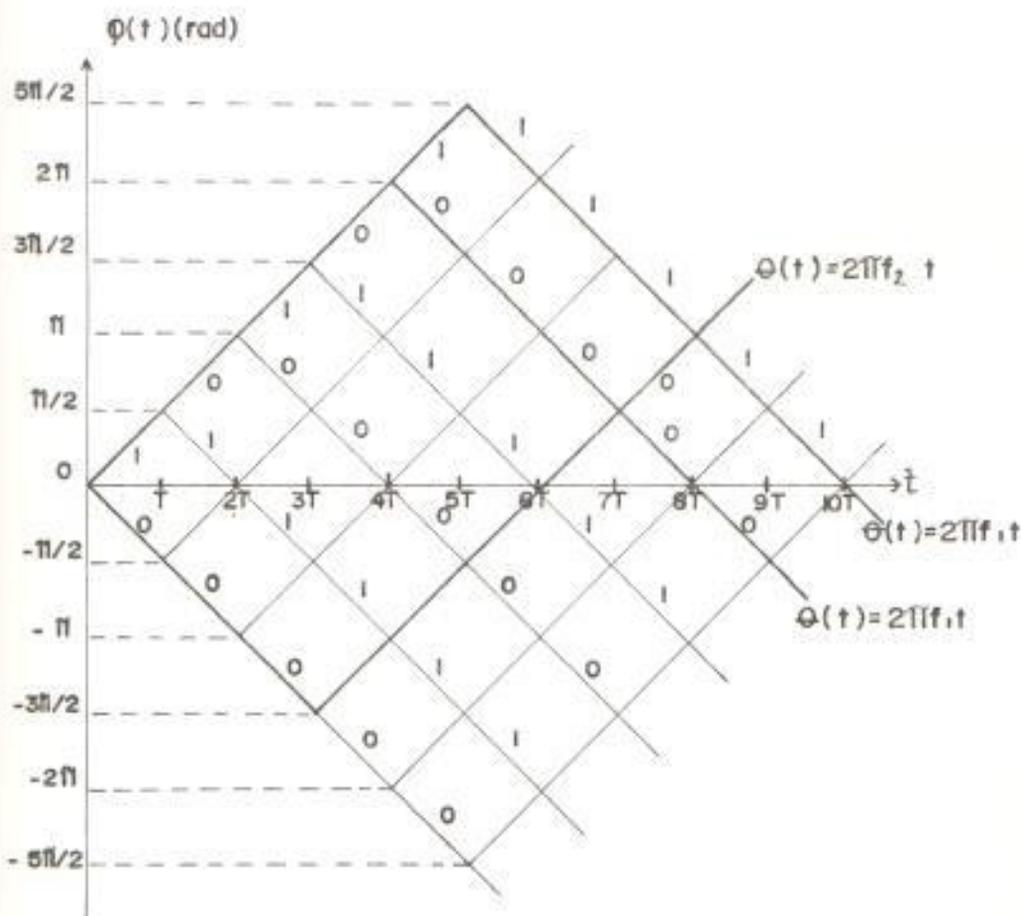


FIGURA 4.4.- DIAGRAMA DE TRELIS DE UNA SENAL FSK

La técnica de modulación MSK es un tipo de modulación CPM (modulación con fase constante). En la expresión (4.20), el término  $\phi_K(t)$  es una constante determinada por el requisito de que la fase de la señal sea continua en cada instante de transición de bit  $t = kT$ . Con este requisito,  $\phi_K$  puede expresarse como:

$$\phi_K = \phi_{K-1} + (A_{K-1} - A_K) \frac{\pi K}{2} \quad (4.22)$$

En el diagrama de Trellis de la Fig. 4.4, este valor corresponde a la intersección con el eje de las abscisas.

En la Fig. 4.5 se ilustra la propiedad del MSK de poseer fase constante, a diferencia del QPSK y del OQPSK. La tasa de bits binarios, en cada caso, se asume  $1/T$  de modo que las transiciones de fase en el MSK y OQPSK ocurren cada  $T_{seg}$ , mientras que para QPSK convencional, las transicciones se producen únicamente cada  $2T_{seg}$ . La fase para MSK está referida a la fase de la portadora y acumulada linealmente cada  $T_{seg}$ .

Como se puede apreciar, QPSK y OQPSK tienen transiciones de fase abruptas. En OQPSK, dichas transicio-

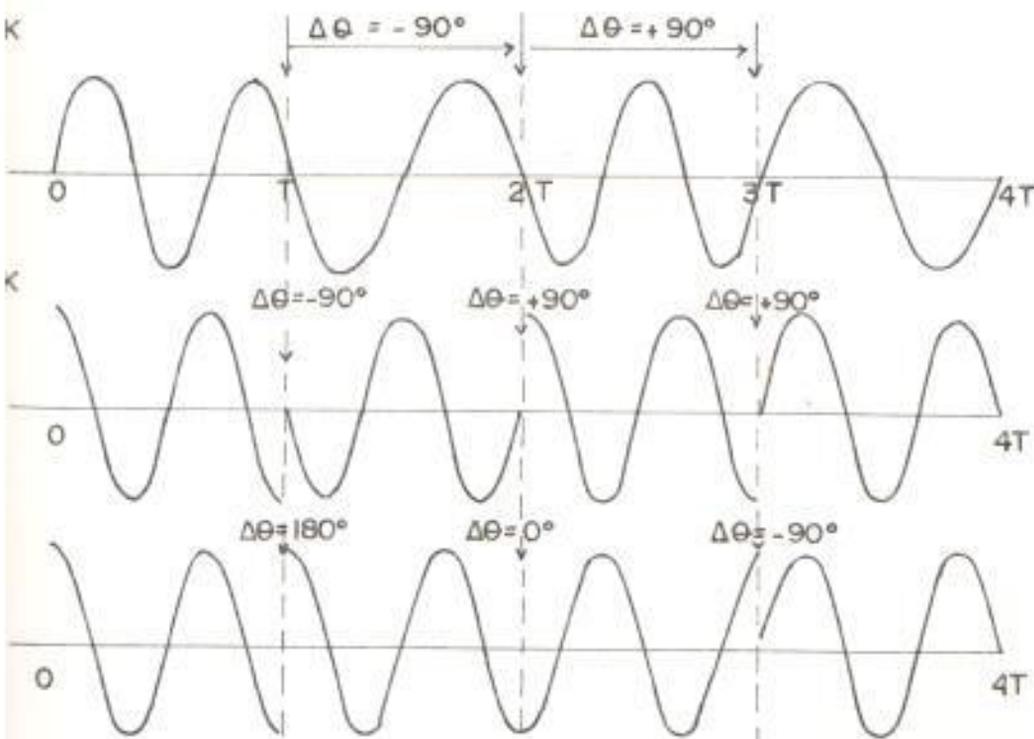


FIGURA 4.5. FORMAS DE ONDA TÍPICAS PARA MSK, OQPSK, QPSK.

nes pueden ser únicamente de  $+90^\circ$  o  $-90^\circ$ , mientras que para QPSK se puede tener además, un cambio de  $180^\circ$ , ya que pueden existir variaciones en la polaridad de los bits de ambos canales (fase y cuadratura) al mismo tiempo.

La naturaleza del MSK de tener una fase constante, como se demostrará luego, produce que la densidad espectral de potencia, disminuya más rápidamente que el caso de QPSK y OQPSK.<sup>4</sup>

Otra propiedad del MSK es la de poseer una envolvente constante, lo cual permite utilizar la potencia en una forma más eficiente. En el caso de QPSK, debido a que puedan existir cambios de  $180^\circ$ ; la envolvente de la señal filtrada puede llegar a cero. Estas fluctuaciones en la amplitud de la señal, pueden causar distorsión y ampliación del espectro al pasar por amplificadores no lineales.

En OQPSK y MSK, debido al desplazamiento entre los canales en fase y en cuadratura, no pueden ocurrir cambios de  $180^\circ$  de modo que las fluctuaciones de la envolvente son menores. La diferencia entre MSK y OQPSK, radica en la forma de los pulsos. La forma sinusoidal en el primer caso, da lugar a cambios de fase más suaves, lo que origina una envolvente constante. Por este motivo, este tipo de modulación es el más indicado en canales que trabajan en la zona no lineal.

#### 4.4 ESPECTRO DE POTENCIA DE LOS PULSOS.-

La forma sinusoidal de los pulsos ofrece ciertas ventajas sobre la forma rectangular que presentan las modulaciones QPSK y OQPSK como se demostrará a continuación:

El espectro de potencia de QPSK, OQPSK y MSK puede ser expresado como el cuadrado de la magnitud de  $E(f)$ , donde  $E(f)$  es la transformada de Fourier de la forma del pulso  $e(t)$ .

Para el caso QPSK y OQPSK,  $e(t)$  tiene forma rectangular:

$$e(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & |t| \leq T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases} \quad (4.23)$$

lo cual se puede expresar como:

$$e(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Pi\left(\frac{t}{2T}\right)$$

utilizando el par de transformadas:

$$A \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \iff A\tau \text{ Sinc } f\tau$$

tenemos

$$E(f) = \frac{2T}{\sqrt{2}} \text{ Sinc } 2fT$$

normalizando la expresión anterior

$$\frac{E(f)}{T} = \sqrt{2} \operatorname{Sinc} 2 fT$$

elevando al cuadrado para obtener la densidad espectral normalizada  $G(f)/T$ :

$$\frac{G(f)}{T} = 2 \left( \frac{\operatorname{Sin} 2\pi fT}{2\pi fT} \right)^2 \quad (4.24)$$

Debido a que la única diferencia que existe entre las modulaciones QPSK y OQPSK es el desplazamiento entre los pulsos, estas dos técnicas, presentan un mismo espectro de potencia.

Para el caso de una señal MSK, los pulsos tienen forma senoidal.

$$e(t) = \begin{cases} \cos \frac{\pi t}{2T} & |t| \leq T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases} \quad (4.25)$$

Utilizando el par de transformada de Fourier:

$$\cos \omega_c t \longleftrightarrow \frac{1}{2} \operatorname{Sinc} \left[ \tau (f - f_0) \right] + \frac{1}{2} \operatorname{Sinc} \left[ \tau (f + f_0) \right]; \quad t \leq \frac{1}{2}$$

tenemos:

$$e(t) = \cos \frac{\pi t}{2T} \quad |t| \leq T$$

$$\begin{aligned} E(f) &= T \operatorname{Sinc} \left[ 2T \left( f - \frac{1}{4T} \right) + T \operatorname{Sin} \cdot 2T \left( f + \frac{1}{4T} \right) \right] \quad |t| \leq T \\ &= T \left[ \frac{\operatorname{Sin} (T\omega - \pi/2)}{T\omega - \pi/2} + \frac{\operatorname{Sin} (T\omega + \pi/2)}{T\omega + \pi/2} \right] \end{aligned}$$

Utilizando las identidades trigonométricas

$$\operatorname{Sin} (A + B) = \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} B + \operatorname{Cos} A \operatorname{Sin} B$$

$$\operatorname{Sin} (A - B) = \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} B - \operatorname{Cos} A \operatorname{Sin} B$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} E(f) &= T \left[ \frac{2}{4\pi fT - \pi} (-\operatorname{Cos} T\omega) + \frac{2}{4\pi fT + \pi} (\operatorname{Cos} T\omega) \right] \\ &= T \left[ \frac{2}{\pi(1-4fT)} \operatorname{Cos} 2\pi fT + \frac{2}{\pi(1+4fT)} \operatorname{Cos} 2\pi fT \right] \\ &= T \left[ \frac{2 \operatorname{Cos} 2\pi fT}{\pi(1-16f^2T^2)} (1 + 4fT + 1 - 4fT) \right] \\ &= \frac{T 4 \operatorname{Cos} 2\pi fT}{\pi (1 - 16 f^2 T^2)} \end{aligned}$$

Elevando al cuadrado y normalizando para obtener la densidad espectral:

$$\frac{G(f)}{T} = \frac{16}{\pi^2} \left( \frac{\cos 2\pi fT}{1 - 16f^2T^2} \right)^2 \quad (426)$$

Los gráficos de las expresiones (4.24) y (426) se muestran en la Fig. 4.6 como una función normalizada de  $f$  a la tasa de bits binarios ( $R = 1/T$ ).

El espectro MSK disminuye a una razón proporcional a  $(f/R)^{-4}$  para valores elevados de  $f/R$ . En cambio, el espectro disminuye a una razón proporcional únicamente a  $(f/R)^{-2}$ .<sup>3</sup> Esta diferencia se debe a la suavidad de la forma del pulso  $e(t)$ . Mientras más suave es éste, más rápidamente disminuye su espectro. Así, MSK que tiene formas de pulso más suaves, presenta lóbulos laterales menores.

Podemos observar, que el espectro MSK tiene un lóbulo central más ancho que en el caso de QPSK y OQPSK. Así, para MSK el primer cero ocurre a  $f/R = 0.75$  mientras que para QPSK y OQPSK sucede a  $f/R = 0.5$ . Por este motivo, este tipo de modulación no es conveniente para transmisiones en banda angosta.

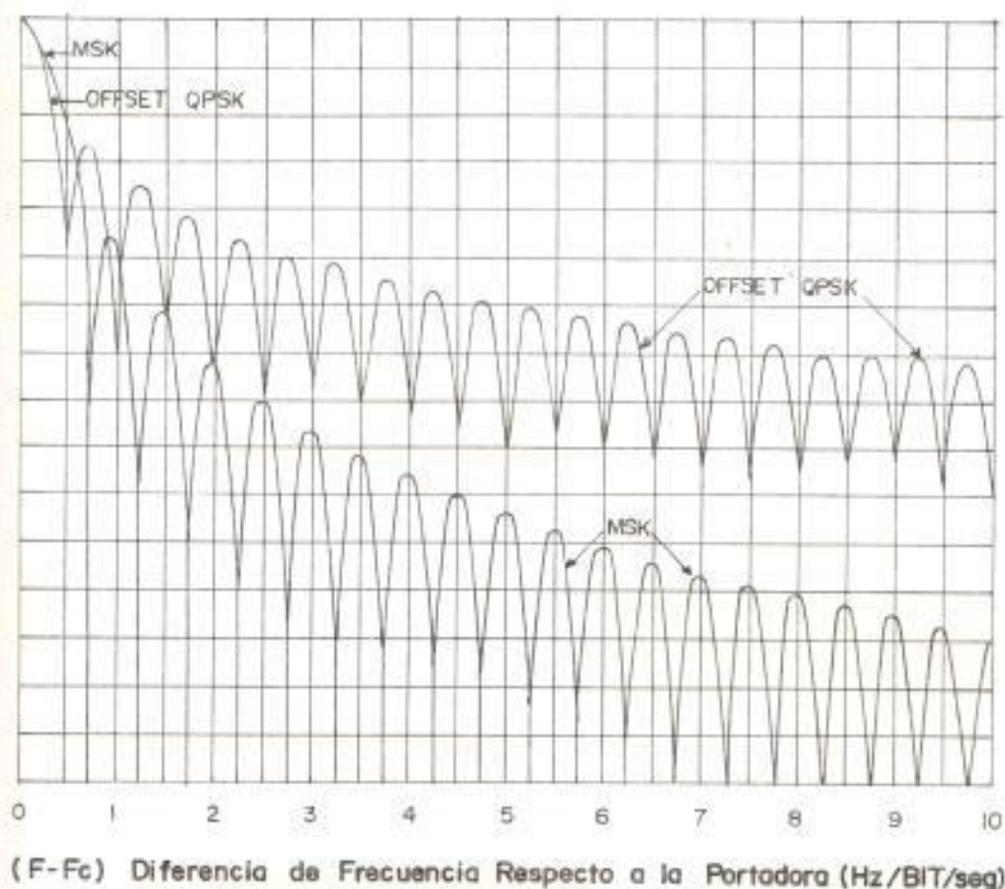


FIGURA 4.6.- DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA PARA MSK, QPSK Y OQPSK.

Una medida de que tan compacto es el espectro, está dado por el ancho de banda  $B$ , en el cual se encuentra contenido el 99% de la potencia total. Para MSK,  $B = (1.2/T)$ , mientras que para QPSK y OQPSK,  $B \approx 8/T$ . Esto indica que para transmisiones en ban-

da ancha (donde por ejemplo, no se usa filtros luego de circuitos no lineales), MSK puede ser más eficiente que las otras técnicas.

Otra medida de la compactación del espectro, está dada por la potencia fraccional fuera de banda  $P_{ob}$ <sup>6</sup> definida por:

$$P_{ob} = 1 - \left\{ \int_{-B}^B G(f) df / \int_{-\infty}^{\infty} G(f) df \right\} \quad (4:27)$$

La Fig. 6, muestra la  $P_{ob}$  normalizada a la velocidad de transmisión, para señales MSK y OQPSK.

Las Fig. 4.6 y 4.7 sugieren que para los sistemas cuyos anchos de banda exceden el valor de 1.5R, MSK provee un comportamiento de tasa de error menor que QPSK, para la misma potencia transmitida. Sin embargo, cuando el ancho de banda disminuye a 1.0R la eficiencia de QPSK será mayor.

Asumiendo que el transmisor y los amplificadores se encuentran operando en la zona de saturación, se tiene que MSR ofrece un mejor comportamiento que OQPSK cuando  $\alpha$ , definido como el producto del ancho del canal y la duración del símbolo, excede 1.8; y que OQPSK cuando  $\alpha$  excede 2.3. OQPSK tiene un me-

por comportamiento que QPSK, excepto cuando  $\alpha$  es menor que  $1.4^3$ .

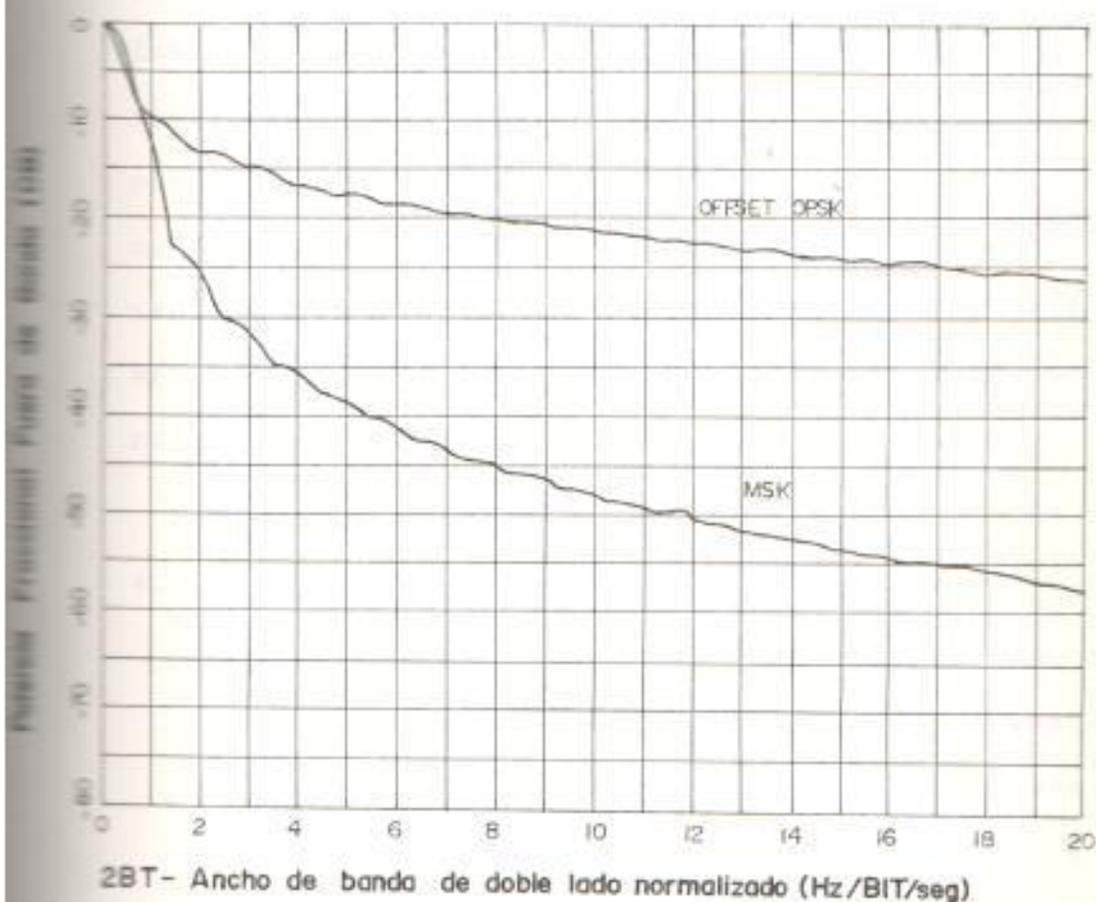


FIGURA 4.7. POTENCIA, FRACCIONADA FUERA DE BANDA (ANCHO DE BANDA NORMALIZADO = 2 BT).

#### 4.5 MODULACION Y DEMODULACION DE LA SEÑAL MSK.-

Como se dijo anteriormente, la modulación y demodulación MSK puede realizarse en dos formas diferentes: serie y paralelo.

En el modelo serie, el principal objetivo consiste en la implementación de los filtros de conversión y de acoplamiento, mientras que en el modelo paralelo toman importancia los circuitos de sincronización para generar las señales de referencia y el reloj para el muestreador. Primeramente analizaremos como se realiza la modulación y demodulación, tanto serie como paralelo, para luego considerar la implementación de los circuitos mencionados para ambos modelos.

#### 4.5.1 Análisis de la modulación.-

La estructura de un modulador serie se muestra en la Fig. 4.8. Consta de un modulador bi-fase con frecuencia de portadora igual a  $f_1$ , seguido de un filtro de conversión  $g(t)$ .

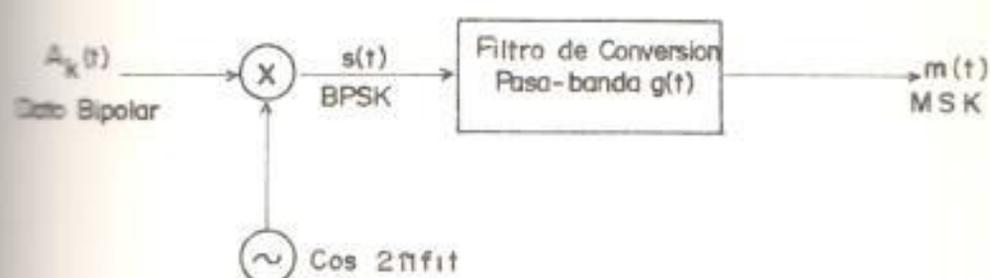


FIGURA 4.8.- MODULADOR MSK - SERIE

El circuito mostrado funciona de la siguiente manera. La cadena de datos  $a(t)$  que ingresa al modulador, debe hacerlo de forma tal que cada cruce de cero corresponda al voltaje pico del oscilador  $f_1$ . Siendo  $f_1 = n/2T$  ( $f_1 = 1/2T$  para  $n = 2$ ), se tienen exactamente  $n$  medios ciclos de  $f_1$  en cada intervalo  $T$ . De esta forma, en cada intervalo  $T$ ,  $n$  medios ciclos de  $f_1$  se encuentran a la entrada del  $g(t)$ .

El filtro  $g(t)$  es designado de tal manera que su respuesta impulso consiste en una señal con envolvente constante de  $(n+1)$  medios ciclos de  $f_2$ , también de duración  $T$ . La respuesta del filtro  $g(t)$  a una entrada típica, corresponde a los pulsos básicos  $p(t)$  dados por (10), y la salida total del filtro corresponde a la señal MSK.

Siendo la respuesta impulso  $g(t)$ :

$$g(t) = \text{Sin } 2\pi f_2 t$$

$$g(t) = \begin{cases} \text{Sin} \left[ \frac{\pi(n+1)t}{T} \right] & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases} \quad (4.28)$$

y la entrada típica de 1 bit a  $g(t)$ :

$$s(t) = A_K \sin(2\pi f_1 t + \theta)$$

$$= A_K \sin\left(\frac{n\pi}{T} t + \theta\right) \quad KT \leq t \leq (K+1)T \quad (429)$$

donde  $A_K$  representa al dato y  $\theta$  representa la fase relativa de  $f_1$  y la transición de datos. La respuesta de  $g(t)$  a esta entrada tiene una duración de  $2T$ , y será igual a la convolución de  $s(t)$  y  $g(t)$ .

$$A_K p_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) g(t-x) dx$$

$$= \begin{cases} A_K \int_{KT}^t \sin(2\pi f_1 x + \theta) \sin 2\pi f_2(t-x) dx & KT \leq t \leq (K+1)T \\ A_K \int_{t-T}^{(K+1)T} \sin(2\pi f_1 x + \theta) \sin 2\pi f_2(t-x) dx & (K+1)T \leq t \leq (K+2)T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \quad (430) \end{cases}$$

donde  $K$  es el número del orden del bit ( $K = 0, 1, 2, \dots$ ).

Inv. No. \_\_\_\_\_

Para obtener la expresión para el pulso básico de datos, analizaremos (4.30) en cada uno de los períodos señalados:

Para  $KT \leq t \leq (K+1)T$

$$A_K p_0(t) = A_K \int_{KT}^t \sin(2\pi f_1 x + \theta) \sin 2\pi f_2 (t-x) dx$$

Utilizando la identidad:

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} \cos (A-B) - \frac{1}{2} \cos (A+B)$$

tenemos:

$$p_0(t) = \int_{KT}^t \frac{1}{2} \cos (2\pi f_1 x + \theta - 2\pi f_2 t + 2\pi f_2 x) - \frac{1}{2} \cos (2\pi f_1 x + \theta + 2\pi f_2 t - 2\pi f_2 x) dx$$

$$= \int_{KT}^t \frac{1}{2} \cos (2\pi x(f_1 + f_2) + \theta - 2\pi f_2 t) - \frac{1}{2} \cos (2\pi x(f_1 - f_2) + \theta + 2\pi f_2 t) dx$$

$$= \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \sin (2\pi x(f_1 + f_2) + \theta - 2\pi f_2 t) + \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \sin$$

$$(2\pi x(f_1 - f_2) + \theta + 2\pi f_2 t) \Big|_{KT}^t$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4n(f_1 + f_2)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + 2\pi f_2 t + \theta - 2\pi f_2 t) - \sin \right. \\
&\quad \left. (2\pi K T(f_1 - f_2) + \theta - 2\pi f_2 t) \right] + \frac{1}{4n(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t \right. \\
&\quad \left. - 2\pi f_2 t + \theta + 2\pi f_2 t) - \sin(2\pi K T(f_1 - f_2) + \theta + 2\pi f_2 t) \right]
\end{aligned}
\tag{4.31}$$

Tomando los valores de  $f_1$  y  $f_2$  dados en (4.7) y (4.8):

$$\begin{aligned}
f_1 + f_2 &= \frac{n}{2T} + \frac{n+1}{2T} \\
&= \frac{2n+1}{2T}
\end{aligned}
\tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
f_1 - f_2 &= \frac{n}{2T} - \frac{n+1}{2T} \\
&= -\frac{1}{2T}
\end{aligned}
\tag{4.33}$$

Reemplazando (4.32) y (4.33) en (4.31):

$$= \frac{1}{4n(f_1 + f_2)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - \sin(2\pi K T(f_1 + f_2) - 2\pi f_2 t + \theta) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - \sin(2\pi K T (f_1 + f_2) + 2\pi f_2 t + \theta) \right] \\
= & \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - \sin(2\pi K T \frac{(2n+1)}{2T} - 2\pi f_2 t + \theta) \right] \\
& + \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - \sin(-\frac{2\pi K T}{2T} + 2\pi f_2 t + \theta) \right] \\
= & \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) + \sin(-\pi K(2n+1) + 2\pi f_2 t - \theta) \right] \\
& + \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - \sin(-\pi K + 2\pi f_2 t + \theta) \right] \\
= & \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - (-1)^K \sin(2\pi f_2 t + \theta) \right] \\
& + \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) + (-1)^K \sin(2\pi f_2 t + \theta) \right] \quad (4.34a)
\end{aligned}$$

Para el intervalo  $(K+1)T \leq t \leq (K+2)T$

$$A_{K+1} p_{\theta}(t) = A_K \int_{t-T}^{(K+1)T} \sin(2\pi f_1 x + \theta) \sin(2\pi f_2 (t-x)) dx$$

usando la identidad dada en (4.30):

$$p_{\theta}(t) = \int_{t-T}^{(K+1)T} \sin(2\pi f_1 x + \theta) \sin 2\pi f_2 (t-x) dx$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4\pi(f_1+f_2)} \left[ \sin(2\pi x(f_1+f_2) - 2\pi f_2 t + \theta) \right] + \frac{1}{4\pi(f_2-f_1)} \left[ \sin(2\pi x \right. \\
&\quad \left. (f_1-f_2) + 2\pi f_2 t + \theta) \right] \frac{(K+1)T}{t-T} \\
&= \frac{1}{4\pi(f_1+f_2)} \left[ \sin(2\pi(K+1)T(f_1+f_2) + \theta - 2\pi f_2 t) - \sin(2\pi(t-T) \right. \\
&\quad \left. (f_1+f_2) - 2\pi f_2 t + \theta) \right] + \frac{1}{4\pi(f_2-f_1)} \left[ \sin(2\pi(K+1)T(f_1-f_2) + 2\pi f_2 t \right. \\
&\quad \left. + \theta) - \sin(2\pi(t-T)(f_1-f_2) + 2\pi f_2 t + \theta) \right]
\end{aligned}$$

reemplazando (4.32) y (4.33):

$$\begin{aligned}
x^{(K)}(z) &= \frac{1}{4\pi(f_1+f_2)} \left[ \sin(2\pi(K+1)T \frac{(2n+1)}{2T} - 2\pi f_2 t + \theta) - \sin(2\pi(t-T)f_1 \right. \\
&\quad \left. - 2\pi f_2 t + \theta) \right] + \frac{1}{4\pi(f_2-f_1)} \left[ \sin(-\frac{2\pi(K+1)T}{2T} + 2\pi f_2 t + \theta) - \sin \right. \\
&\quad \left. (2\pi t f_1 - \frac{2\pi T}{2T} \theta) \right] \\
&= \frac{1}{4\pi(f_1+f_2)} \left[ \sin(\pi K + \pi - 2\pi f_2 t + \theta) - \sin(2\pi t f_1 - \frac{2\pi t}{2T} + \theta) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(-(K+1) + 2\pi f_2 t + \theta) - \sin(2\pi f_1 t - \pi + \theta) \right] \\
= & \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \left[ \sin(-\pi K + 2\pi f_2 t - \theta) + \sin(2\pi f_1 t + \theta) \right] + \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \\
& \left[ -\sin(K + 2\pi f_2 t + \theta) + \sin(2\pi f_1 t + \theta) \right] \\
= & \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - (-1)^K \sin(2\pi f_2 t + \theta) \right] + \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \\
& \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) + (-1)^K \sin(2\pi f_2 t + \theta) \right] \tag{4.34b}
\end{aligned}$$

De las expresiones (4.34a) y (4.34b) tenemos:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow x(t) = & \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)} \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) - (-1)^K \sin(2\pi f_2 t + \theta) \right] + \frac{1}{4\pi(f_1 + f_2)} \\
& \left[ \sin(2\pi f_1 t + \theta) + (-1)^K \sin(2\pi f_2 t + \theta) \right]; \quad KT \leq T \leq (K+2)T \\
& \tag{4.35}
\end{aligned}$$

Reemplazando  $f_1$  y  $f_2$  dadas en (7) y (8), en (35):

$$\Rightarrow x(t) = \frac{2T}{4\pi} \left[ \sin\left(2\pi \frac{nt}{2T} + \theta\right) - (-1)^K \sin\left(2\pi \frac{(n+1)t}{2T} + \theta\right) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2T}{4\pi(2n+1)} \left[ \sin \left( 2\pi \frac{nt}{2T} + \theta \right) + (-1)^K \sin \left( 2\pi \frac{(n+1)t}{2T} - \theta \right) \right] \\
& = \frac{T}{2\pi} \left[ \sin \left( n \frac{\pi}{T} t + \theta \right) - (-1)^K \sin \left( (n+1) \frac{\pi}{T} t + \theta \right) \right] + \frac{T}{2\pi(2n+1)} \\
& \left[ \sin \left( n \frac{\pi}{T} t + \theta \right) + (-1)^K \sin \left( (n+1) \frac{\pi}{T} t + \theta \right) \right] \quad (4.36)
\end{aligned}$$

Utilizando las identidades trigonométricas

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{(A+B)}{2} \cos \frac{(A-B)}{2} \quad (4.37)$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2} \quad (4.38)$$

reemplazadas en (4.36):

Si el orden del bit es impar, es decir  $K$  es impar:

$$\begin{aligned}
m_{2n+1}(t) & = \frac{T}{2\pi} \left[ 2 \sin \left( \frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{t}{T} + \theta \right) \cos \left( -\frac{\pi t}{2T} \right) \right] + \frac{T}{2\pi(2n+1)} \left[ 2 \cos \right. \\
& \left. \left( \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) \sin \left( -\frac{\pi t}{2T} + \theta \right) \right] \\
& = \frac{T}{\pi} \left[ \cos \frac{\pi t}{2T} \sin \left( \frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{t}{T} + \theta \right) - \frac{1}{2n+1} \left[ \sin \left( \frac{\pi t}{2T} - \theta \right) \cos \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\left[ \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right] \quad (4.39a)$$

Si en cambio,  $K$  es par:

$$\begin{aligned} p_2(t) &= \frac{T}{2\pi} \left[ 2 \cos\left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T} + \theta\right) \sin\left(-\frac{\pi t}{2T}\right) \right] + \frac{T}{2n(2n+1)} \left[ 2 \sin\left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T}\right) \cos\left(-\frac{\pi t}{T} + \theta\right) \right] \\ &= \frac{T}{2\pi} \left[ -\sin\frac{\pi t}{2T} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T} + \theta\right) + \frac{1}{2n+1} \left[ \cos\left(\frac{\pi t}{T} - \theta\right) \sin\left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T}\right) \right] \right] \quad (4.39b) \end{aligned}$$

Tomando  $\theta = \pi/2$  (fase relativa entre  $f_1$  y la transición de bits.)

De (39a) obtenemos:

$$\begin{aligned} p_1(t) &= \frac{T}{\pi} \left[ \cos\frac{\pi t}{2T} \sin\left[\frac{(2n+1)\pi t}{2} + \frac{\pi}{2}\right] - \frac{1}{2n+1} \left[ \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T}\right) \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{T}{\pi} \left[ \left[ \cos \frac{\pi t}{2T} \cos \left( \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) \right] - \frac{1}{2n+1} \left[ \cos \frac{(2n+1)\pi t}{2T} (-\cos \frac{\pi t}{2T}) \right] \right] \\
 &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos \frac{\pi t}{2T} \cos \left( \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) \quad (4.40a)
 \end{aligned}$$

Para los bits pares (4.39b) obtenemos:

$$\begin{aligned}
 s_{2n}(t) &= \frac{T}{\pi} \left[ -\sin \frac{\pi t}{2T} \cos \left[ \frac{(2n+1)\pi t}{2T} + \frac{\pi}{2} \right] + \frac{1}{2n+1} \left[ \cos \left( \frac{\pi t}{2T} - \frac{\pi}{2} \right) \sin \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right] \right] \\
 &= \frac{T}{\pi} \left[ -\sin \frac{\pi t}{2T} (-\sin \frac{(2n+1)\pi t}{2T}) + \frac{1}{2n+1} \sin \frac{\pi t}{2T} \sin \left( \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) \right] \\
 &= \frac{T}{\pi} \left[ \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \sin \frac{\pi t}{2T} \sin \left( \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) \right] \quad (4.40b)
 \end{aligned}$$

Las expresiones (4.40a) y (4.40b) corresponden a los pulsos básicos de datos, cuando los bits son impares o pares respectivamente.

Siendo  $n$  el número de medios ciclos de  $f_1$  en el intervalo  $n$ , podemos apreciar que cuando  $n$  es par, todos los pulsos transmitidos tienen la misma forma, excepto por el signo dado por

$A_k$ , y la localización en el tiempo. En cambio, para  $n$  impar la inversión de signo de un pulso a otro está dado por el hecho de que existe un número impar de medios ciclos de frecuencia  $f_1$  en cada intervalo  $T$ .

La propiedad de cuadratura de la portadora se puede apreciar (4.40) en la relación entre los factores:

$$\sin \left[ \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right] \text{ y } \cos \left[ \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right]$$

en  $p_1(t)$  y  $p_p(t)$  respectivamente

Durante cada intervalo de codificación, existe una superposición entre  $p_1(t)$  y  $p_p(t)$ . La propiedad que tiene MSK de tener envolvente constante, y las frecuencias instantáneas  $f_1$  y  $f_2$ , surgen al sumar y restar  $p_1(t)$  y  $p_p(t)$ .

Cuando  $A_k$  y  $A_{k+1}$  tienen el mismo signo,  $p_1(t)$  y  $p_p(t)$  se suman obteniéndose la frecuencia  $f_1$ :

$$p_p(t) + p_I(t) = \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \left[ \cos \frac{\pi t}{2T} \cos \frac{(2n+1)\pi t}{2T} + \sin \frac{\pi t}{2T} \sin \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right] \quad (4.41)$$

Usando la identidad trigonométrica

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \quad (4.42)$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} p_p(t) + p_I(t) &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \left[ \cos \left( \frac{\pi t}{2T} - \frac{2n+1}{2T} \pi t \right) \right] \\ &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos \left( - \frac{n\pi t}{T} \right) \\ &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos \frac{n\pi t}{T} \\ &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos 2\pi f_1 t \quad (4.43) \end{aligned}$$

Si en cambio,  $A_K$  y  $A_{K-1}$  tienen signos contrarios, la señal  $m(t)$  será la diferencia de  $p_p(t)$  y  $p_I(t)$ , obteniéndose la frecuencia instantánea  $f_2$ .

$$p_p(t) - p_I(t) = \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \left[ \cos \frac{\pi t}{2T} \cos \frac{(2n+1)\pi t}{2T} - \sin \frac{\pi t}{2T} \sin \frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right] \quad (4.44)$$

usando la identidad trigonométrica:

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \quad (4.45)$$

en (44):

$$\begin{aligned} p_p(t) - p_I(t) &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos \left[ \frac{\pi t}{2T} + \frac{2n+1}{2T} \pi t \right] \\ &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos \frac{(n+1)\pi t}{T} \\ &= \frac{T}{\pi} \left( \frac{2n+2}{2n+1} \right) \cos 2\pi f_2 t \quad (4.46) \end{aligned}$$

El comportamiento de los pulsos y la señal MSK resultante puede ser observada en la Fig.4.2. Es importante notar que cuando  $\theta = \pi/2$ , la suma de los pulsos pares e impares presentan una envolvente constante, lo cual no sucede cuando  $\theta$  es diferente de  $\pi/2$ , en que aparecen términos indeseables. Sin embargo, a medida que  $n$  aumenta, el factor  $-1/2n+1$ , disminuye, con lo cual dichos términos se vuelven insign

nificantes, produciéndose una señal MSK independiente de  $\theta$ .

Una prueba en el dominio de la frecuencia, de la validez de la técnica de modulación en serie, se obtiene si consideramos el producto del espectro de potencia de la señal BPSK (a la salida del oscilador) y el cuadrado de la magnitud de la función de transferencia del filtro de conversión, cuya frecuencia central se encuentra desplazada  $1/2T$  de la portadora del oscilador. Las señales resultantes se muestran en la Fig. 4.9.

Utilizando espectros de un solo lado y siendo la señal BPSK pulsos rectangulares, tenemos que el espectro BPSK es proporcional a:

$$S_{\text{BPSK}}(f) = \text{Sinc}^2 \left[ (f-f_c)T + 0.25 \right] \quad (447)$$

Mientras la función de transferencia del filtro de conversión, como se demostrará luego, es:

$$G(f) = \text{Sinc} \left[ (f-f_c)T - 0.25 \right] \exp(-j 2\pi f t_0) \quad (448)$$

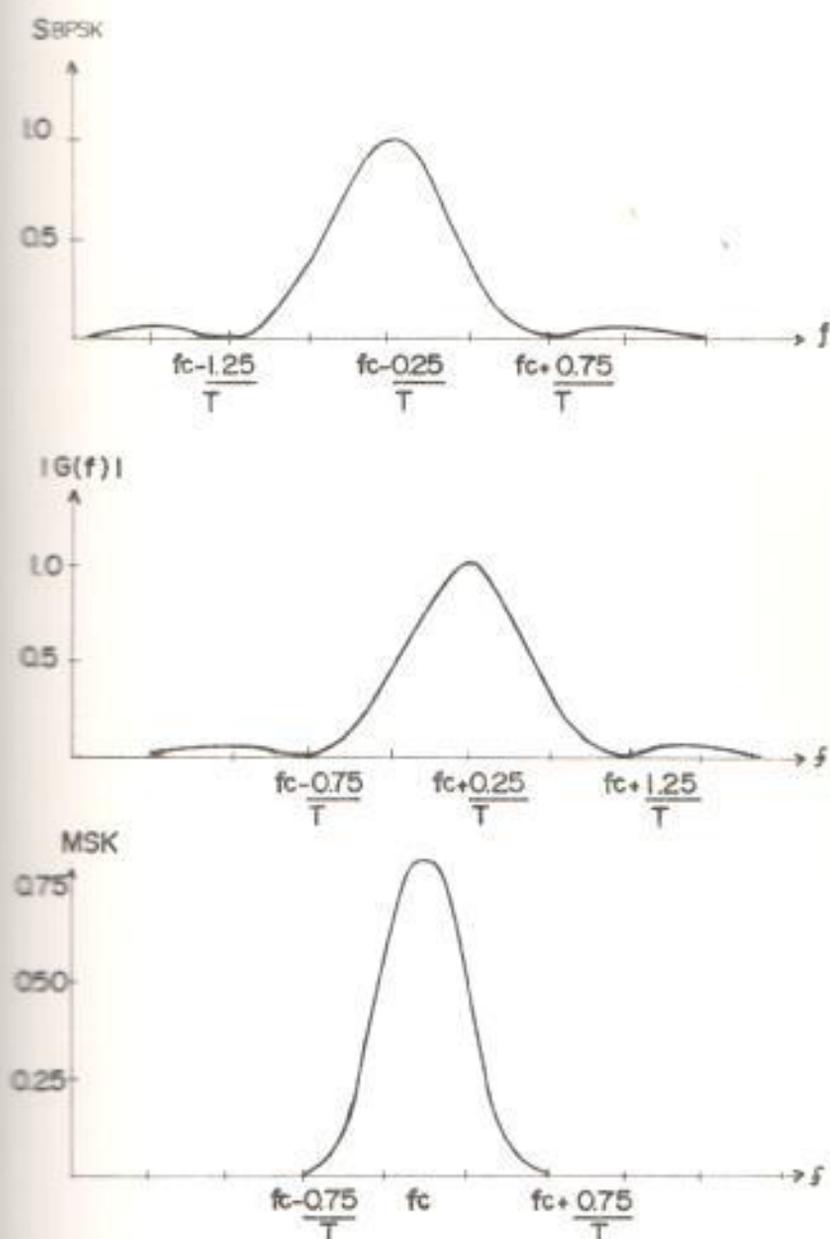


FIGURA 4.3. A) ESPECTRO BPSK. B) MAG. AL CUADRADO DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL FILTRO. C) ESPECTRO MSK.

donde  $\tau$  representa un retardo arbitrario del filtro. El espectro de potencia de la señal MSK será el producto de  $S_{\text{BPSK}}(f)$  y la densidad espectral de potencia del filtro dada por  $|G(f)|^2$ .

$$\begin{aligned}
 S_{\text{MSK}}(f) &= |G(f)|^2 S_{\text{BPSK}}(f) \\
 &= \left[ \frac{\sin \pi [(f-f_c)T - 0.25]}{\pi [(f-f_c)T - 0.25]} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \frac{\sin \pi [(f-f_c)T + 0.25]}{\pi [(f-f_c)T + 0.25]} \right]^2 \\
 &= \left[ \frac{-1/2 \cos 2\pi(f-f_c)T}{\pi^2/16 (16(f-f_c)^2 T^2 - 1)} \right]^2 \\
 &= K \left[ \frac{\cos 2\pi(f-f_c)T}{1 - 16 T^2 (f-f_c)^2} \right]^2 \quad (4.49)
 \end{aligned}$$

Lo cual es proporcional al espectro de potencia de la señal MSK, como se demostró en la expresión (4.26).

En la modulación MSK-paralelo (Fig.4.10), la cadena de bits de datos  $a(t)$ , es demultiplexada en cadenas formadas por los bits pares  $A_1(t)$  e impares  $A_0(t)$ .

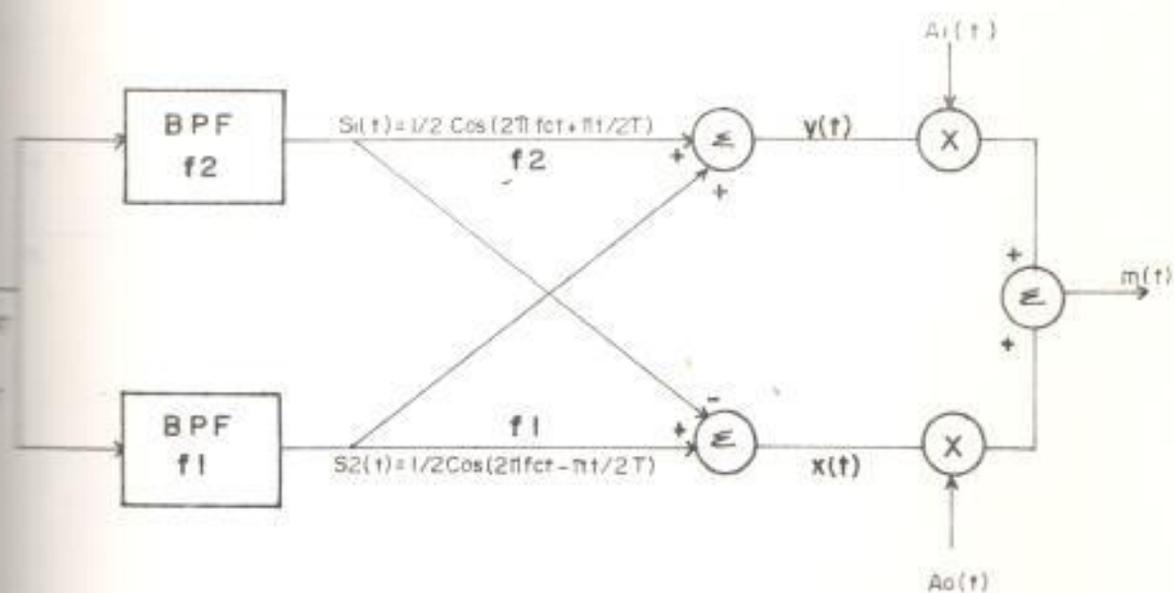


FIGURA 4.10. MODULADOR MSK-PARALELO

El multiplicador, produce dos señales con fase coherente, a las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$ .

$$\begin{aligned} \cos 2\pi f_c t \cos \frac{\pi t}{2T} &= \frac{1}{2} \cos 2\pi (f_c - 1/4T)t + \frac{1}{2} \cos 2\pi (f_c + 1/4T)t \\ &= \frac{1}{2} \cos 2\pi f_1 t + \frac{1}{2} \cos 2\pi f_2 t \end{aligned} \quad (450)$$

El espectro de estas señales se muestra en la Figura 4.11.

La ventaja que presenta esta forma de generar señales MSK, es que las variaciones en la velocidad de transmisión, no afecta a la relación de desviación de frecuencia. Estas se-

Lab. No. \_\_\_\_\_

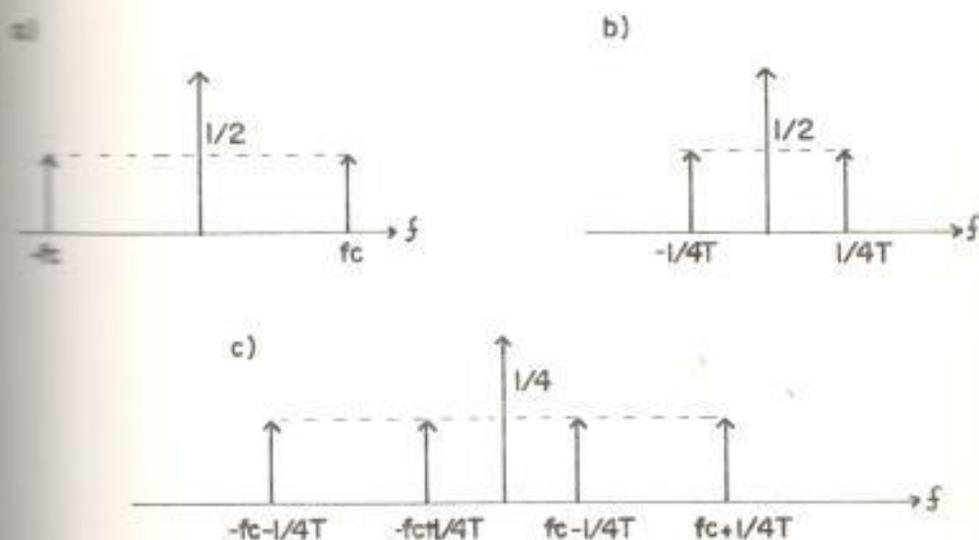


FIGURA 4.11. ESPECTROS DE FRECUENCIA. A)  $\cos 2\pi f_c t$   
 B)  $\cos \pi t / 2T$ . C)  $\cos 2\pi f_c t \cos \pi t / 2T$

ñales, son pasadas a través de filtros pasa-banda centrados en  $f_1$  y  $f_2$  para obtener  $S_1(t)$  y  $S_2(t)$ .

$$S_1(t) = \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t + \frac{\pi t}{2T} \right) \quad (4.51)$$

$$S_2(t) = \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t - \frac{\pi t}{2T} \right) \quad (4.52)$$

Después de ser separadas  $S_1(t)$  y  $S_2(t)$ , son sumadas y restadas para obtener las componen-tes en fase y en cuadratura  $x(t)$  y  $y(t)$ .

$$\begin{aligned}
 x(t) &= S_2(t) - S_1(t) \\
 &= \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t - \pi t/2T) - \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t + \pi t/2T) \\
 &= \sin 2\pi f_c t \sin \frac{\pi t}{2T} \quad (4.53)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(t) &= S_1(t) + S_2(t) \\
 &= \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t + \pi t/2T) + \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t - \pi t/2T) \\
 &= \cos 2\pi f_c t \cos \frac{\pi t}{2T} \quad (4.54)
 \end{aligned}$$

Estas portadoras son multiplicadas por las cadenas de bits  $A_I(t)$  y  $A_Q(t)$  (las cuales se encuentran desfasadas  $T_{seg}$ , siendo la duración de cada símbolo  $2T$  seg), para producir la señal MSK definida en (4.2).

$$\begin{aligned}
 m(t) &= A_I y(t) + A_Q x(t) \\
 &= A_I \cos 2\pi f_c t \cos \frac{\pi t}{2T} + A_Q \sin 2\pi f_c t \sin \frac{\pi t}{2T} \quad (4.55)
 \end{aligned}$$

#### 4.5.2 Análisis de la demodulación.-

Al igual que en la modulación, existen dos tipos de receptores: serie y paralelo. La demodulación en paralelo, presenta la desventaja de que se debe tomar decisiones en forma alterna en las ramas en cuadraturas, además de que las señales deben estar sincronizadas en fase y en tiempo. El modelo serie, por su lado, es fácil de implementar y es menos sensible a los errores de fase. Sin embargo, ambos esquemas tienen el mismo comportamiento, si asumimos una sincronización perfecta.

La técnica de demodulación en serie consiste esencialmente en el procedimiento inverso de la modulación. Consta fundamentalmente de un filtro pasa-banda, el cual elimina las componentes de doble frecuencia a la salida del oscilador. La principal diferencia que existe con el modulador es el filtro de acoplamiento que se encuentra a la entrada, cuya función de transferencia es proporcional a la raíz cuadrada del espectro de potencia de la señal MSK. Este filtro ayuda a eliminar la interferencia entre símbolos, ya que mientras la res

puesta al filtro de acoplamiento a un bit dura  $T_{seg}$  la entrada al modulador dura  $2T_{seg}$ , por lo que la respuesta debida al símbolo anterior es idealmente cero en el momento de muestrear el símbolo presente.

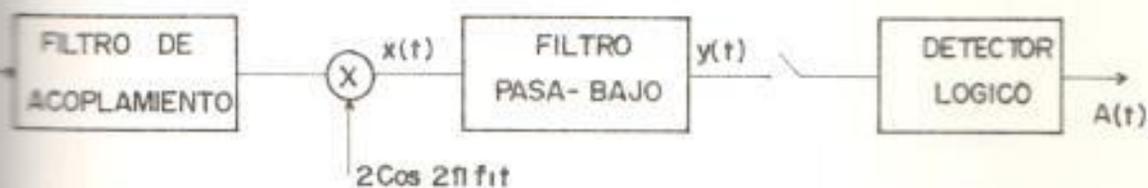


FIGURA 4.12. DEMODULADOR MSK-SERIE

Para analizar este receptor, inicialmente suprimiremos la función del filtro de acoplamiento para estudiar como se produce la demodulación misma. Asumiremos que el ancho de banda de la información es pequeño, comparado con la frecuencia central de banda, y definiremos como  $\phi(t)$  a la fase de la señal recibida con respecto a la portadora  $f_c$  (exceso de fase).

De acuerdo al formato MSK,  $\phi(t)$  es lineal con respecto al tiempo en cada intervalo de señalización, variando exactamente  $\pm\pi/2$  con respecto a  $f_c$ . El signo "+" indica que  $f_2$  fue transmitida, y el signo "-" indica que  $f_1$  fue transmitida, como se indicó en (21),  $\phi(t)$  para MSK está dado por:

$$\phi(t) = b_K(t) \frac{\pi t}{2T} + \phi_K(t)$$

donde  $b_K = -A_I(t) A_Q(t)$  y  $\phi_K(t) = 0$  o  $\pi$  según  $A_I$  sea 1 o -1. Siendo la fase instantánea  $\theta(t)$  de  $m(t)$ .

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + \phi(t) \quad (456)$$

Por lo tanto, al pasar la señal  $m(t)$  por el oscilador  $f_1$ :

$$m(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

$$\begin{aligned} &= 2A \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \cos 2\pi f_1 t = 2A \left[ \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t + \phi(t) - \right. \\ &\left. 2\pi f_1 t) + \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t + \phi(t) + 2\pi f_1 t) \right] \quad (457) \end{aligned}$$

Si definimos

$$S = f_1 - f_c = -1/4T \quad (4.58)$$

reemplazamos (58) en (57):

$$= 2A \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \cos 2\pi f_1 t = 2A \left[ \frac{1}{2} \cos(\phi(t) - 2\pi s(t)) + \frac{1}{2} \cos(2\pi f_c t + \phi(t) + 2\pi f_1 t) \right] \quad (4.59)$$

Pasando esta señal por un filtro pasa-bajo tenemos.

$$y(t) = A \cos(\phi(t) - 2\pi s(t)) \quad (4.60)$$

Esta señal es muestreada cada  $T_{seg}$ , siendo la salida del circuito lógico de decisión, la cadena de datos  $a(t)$ , como se muestra en la Fig. 4.13.

Todos los gráficos de la Fig.4.13 se encuentran referidos a la fase de la portadora  $2\pi f_c$ . (a) muestra una cadena de datos, (b) y la línea continua en (c) representan la frecuencia y

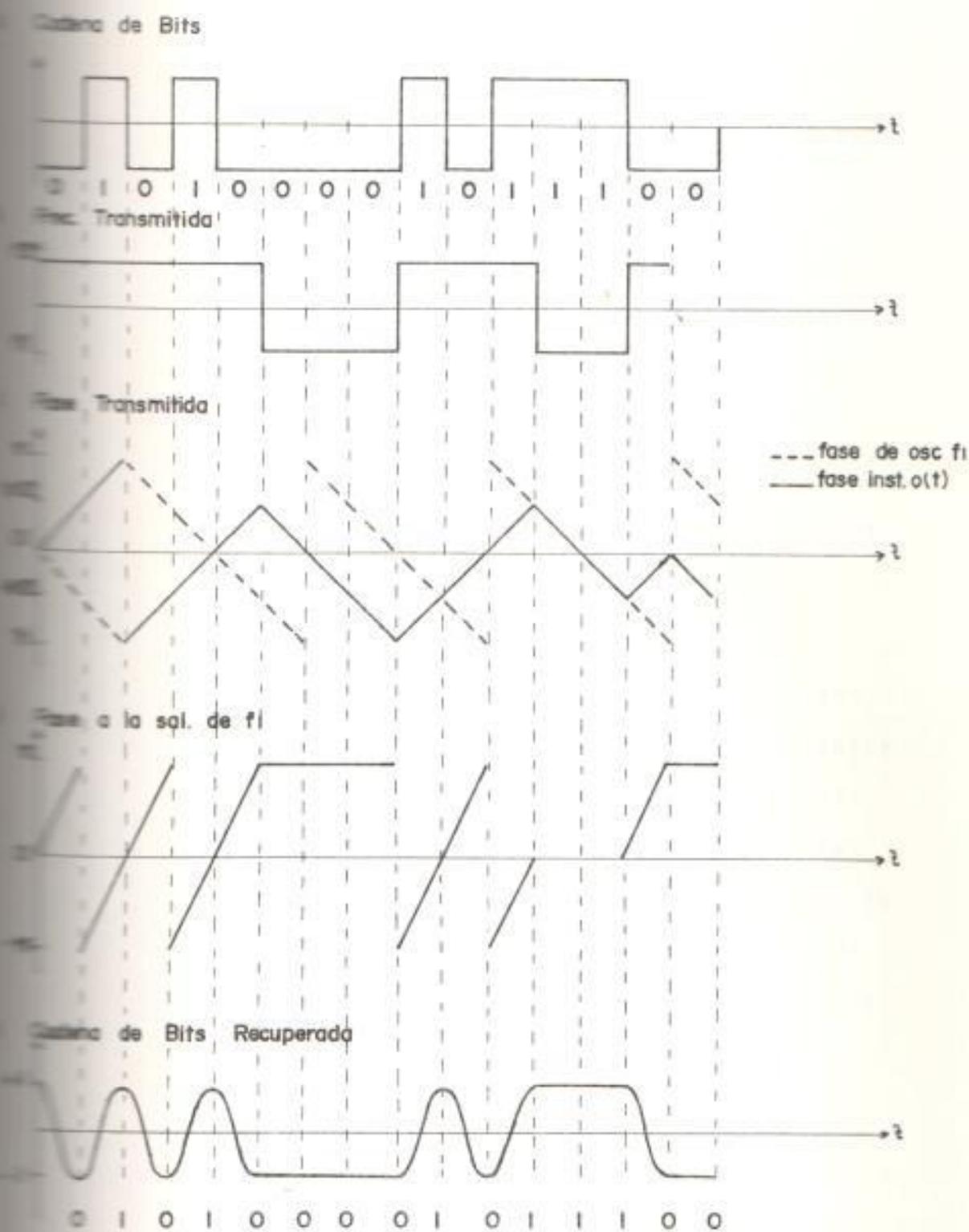


FIGURA 4.13. RELACION DE LAS FORMAS DE ONDA EN EL DEMODULADOR.

la fase instantánea de la señal transmitida, mientras la línea discontinua corresponde a la fase instantánea del oscilador  $f_1$ , el cual incrementa su fase  $90^\circ$  cada bit, con respecto a  $f_c$ . La Fig. (d) muestra la diferencia de fase instantánea entre el oscilador  $f_1$  y la señal recibida. Esta diferencia se incrementa en  $180^\circ$  o permanece constante en cada período de bit. El coseno de esta diferencia de fase es la información recobrada, lo cual se comprueba al comparar (e) y (a).

Analizaremos ahora, la influencia que tiene el filtro de acoplamiento colocado a la entrada del demodulador. Este filtro tiene una función de transferencia proporcional a la raíz cuadrada del espectro de potencia de la señal MSK dado en (26) es decir el espectro de la envolvente compleja de una señal MSK dado por:

$$S_{MSK}(f) = \frac{\cos 2\pi (fT - 0.25)}{1 - 16 (fT - 0.25)^2} \quad (4-61)$$

el cual se muestra en la fig.4.14

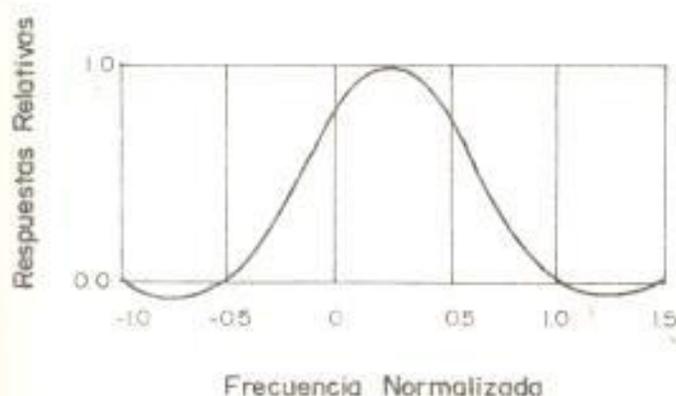


FIGURA 4.14.- FUNCION DE TRANSFERENCIA DE UN FILTRO DE ACOPLAMIENTO MSK IDEAL.

La función de transferencia del filtro de acoplamiento está dado por:

$$H_{MF}(f) = S_{MSK}(f) e^{-j\pi f T_d} \quad (4.62)$$

donde  $T_d$  es un retraso arbitrario para el filtro. Ignorando el exponencial que contribuye únicamente a la fase, la función de transferencia es exactamente igual a la forma del espectro de la señal MSK.

Analizaremos el comportamiento del filtro ante un pulso MSK típico dado por (4.25).

$$e(t) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2T} & -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases}$$

La salida del filtro será la convolución de  $e(t)$  consigo mismo:

$$R(t) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} e(t-x) e(x) dx \quad (4:63)$$

donde  $1/T$  normaliza el valor máximo de  $R(t)$

$$\begin{aligned} R(t) &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \pi \frac{(t-x)}{2T} \cos \frac{\pi x}{2T} dx \\ &= \frac{1}{T} \int_{-t}^{2T-t} \left[ \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2T} (t-2x) + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi t}{2T} \right] dx \\ &= \frac{1}{T} \left[ -\frac{T}{2\pi} \sin \frac{\pi(t-2x)}{2T} + \frac{x}{2} \cos \frac{\pi t}{2T} \right]_{-t}^{2T-t} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{\pi t}{2T} - \frac{\pi x}{T} \right) + \frac{x}{2} \cos \frac{\pi t}{2T} \Big|_{-t}^{2T-t} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{\pi t}{2T} - 2\pi \right) + \frac{1}{2\pi} \sin \left( \frac{\pi t}{2T} - \frac{\pi t}{2T} \right) + \\ &\quad \cos \frac{\pi t}{2T} - \frac{t}{2T} \cos \frac{\pi t}{2T} \end{aligned}$$

$$= \left(1 - \frac{t}{2T}\right) \cos \frac{\pi t}{2T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{\pi t}{2T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{\pi t}{2T}$$

$$= \left(1 - \frac{t}{2T}\right) \cos \frac{\pi t}{2T} - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2T}$$

$$= \left(1 - \frac{|t|}{2T}\right) \cos \frac{\pi t}{2T} - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi |t|}{2T} \quad -2T \leq t \leq 2T \quad (4.64)$$

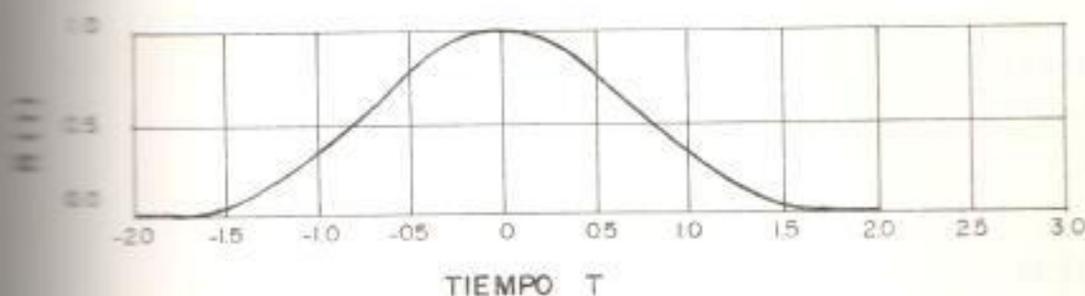


FIGURA 4.15. EFECTO DEL FILTRO DE ACOPLAMIENTO SOBRE LOS PULSOS MSK.

La señal  $R(t)$  obtenida es demodulada al pasar por  $f_1$ :

$$R_1(t) = R(t) \cos 2\pi f_1 t \quad (4.65)$$

mostrada en la Fig 4.16.

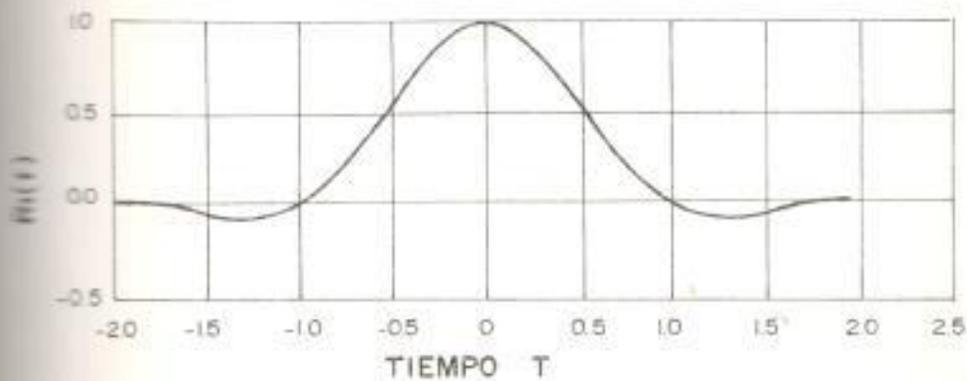


FIGURA 4.16. CONTRIBUCION DEL PULSO A LA CADENA DE 3 BITS RECOBRADA.

La cadena de pulsos a la salida del demodulador, tendrá la forma:

$$A(t) = A_K R_1 (t - kT) \quad (4.66)$$

mostrada en Fig.4.17.

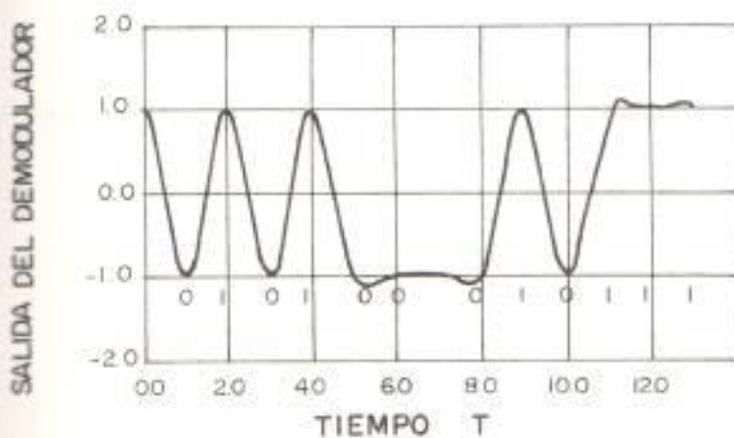


FIGURA 4.17.- CADENA DE DATOS RECOBRADA USANDO FILTRO DE ACOPLAMIENTO.

Nótese que la ausencia de interferencia entre símbolos inherente a  $R(t)$ , es preservada en  $R_1(t)$ , al igual que el valor máximo normalizado.

El proceso de la demodulación, también puede realizarse usando canales en fase y en cuadratura separados.

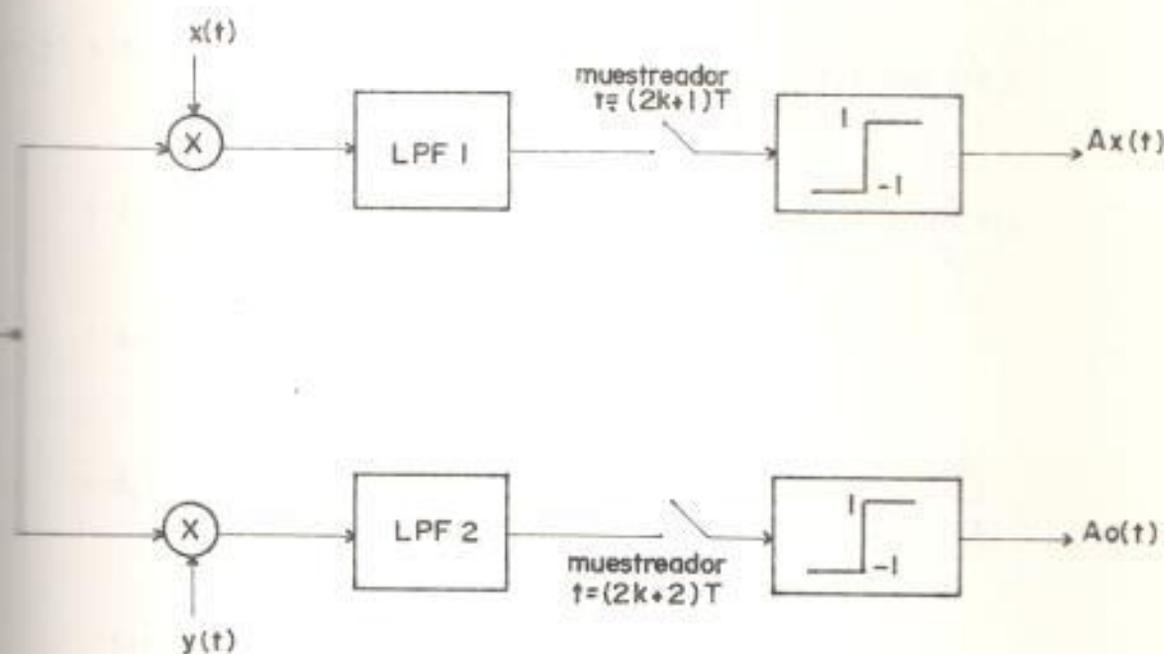


FIGURA 4.13.- DEMODULADOR PSK-PARALELO

La señal recibida  $m(t)$  (4.2) es multiplicada por las portadoras  $x(t)$  y  $y(t)$  en cuadratura, para luego ser filtradas y muestreadas. Este es un receptor coherente óptimo en ausencia de interferencia entre símbolos.

En el canal en fase, la señal  $m(t)$  es multiplicada por  $x(t)$ :

$$x(t) = \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t \quad (4.57)$$

$$m(t)x(t) = A_I \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t + A_Q \sin \frac{\pi t}{2T} \cos \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c t$$

$$= A_I \left( \frac{1}{2} \cos \frac{\pi t}{T} + \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} \cos 4\pi f_c t + \frac{1}{2} \right) + A_Q \left( \frac{1}{2} \sin \frac{\pi t}{2T} \right) \left( \frac{1}{2} \sin$$

$$4\pi f_c t)$$

$$= A_I \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos \frac{\pi t}{T} + \frac{1}{4} \cos 4\pi f_c t + \frac{1}{4} \cos \frac{\pi t}{T} \cos 4\pi f_c t + \frac{A_Q}{4}$$

$$\sin 4\pi f_c t)$$

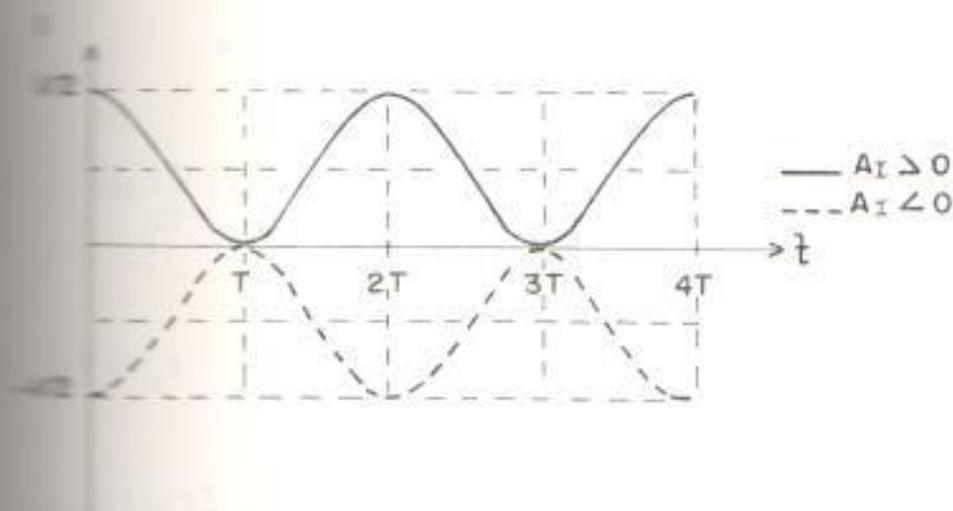
$$= \frac{A_I}{4} \left( 1 + \cos \frac{\pi t}{T} + \cos 4\pi f_c t + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{T} + 4\pi f_c t \right) + \frac{1}{2} \cos$$

$$\left( \frac{\pi t}{T} - 4\pi f_c t \right) \right) + \frac{A_Q}{4} \left( \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{4} - 4\pi f_c t \right) - \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{4} + 4\pi f_c t \right) \right)$$

(4.58)

La componente de menor frecuencia es filtrada por el LPF1:

$$\frac{A_1}{4} \left( 1 + \cos \frac{\pi t}{T} \right) \quad (469)$$



### Fig. 4.13.- SALIDA DEL LPF<sub>1</sub> (CANAL EN FASE)

De esta forma, la salida del muestreador determina la polaridad de  $A_1(t)$ . La frecuencia de muestreo es igual a  $1/2T$  y debe estar sincronizada con los bits impares  $A_1(t)$ . Así, si  $A_1$  es positivo, la señal será positiva obteniéndose a la salida del circuito lógico  $A_1 = +1$ . Si por el contrario  $A_1 < 0$ , la se

nal será negativa y la salida del detector lógico:  $A_I = -1$ .

El valor de  $A_Q$  en el canal en cuadratura, se obtiene en forma similar, usando como referencia  $y(t)$ .

$$y(t) = \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \quad (4.70)$$

$$x(t) y(t) = A_I \sin \frac{\pi t}{2T} \cos \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c t + A_Q \sin^2 \frac{\pi t}{2T}$$

$$\sin^2 2\pi f_c t$$

$$= A_I \left( \frac{1}{2} \sin \frac{\pi t}{2T} \right) \left( \frac{1}{2} \sin 4\pi f_c t \right) + A_Q \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\pi t}{T} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\cos 4\pi f_c t)$$

$$= \frac{A_I}{4} \left( \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{T} - 4\pi f_c t \right) - \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{T} + 4\pi f_c t \right) \right) + \frac{A_Q}{4} \left( 1 - \right)$$

$$\cos \frac{\pi t}{T} - \cos 4\pi f_c t + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{T} + 4\pi f_c t \right) + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\pi t}{T} - \right)$$

$$4\pi f_c t))$$

$$(4.71)$$

Pasando por el  $\text{LPF}_2$

$$\frac{A_Q}{4} \left( 1 + \cos \frac{\pi t}{T} \right) \quad (4.72)$$

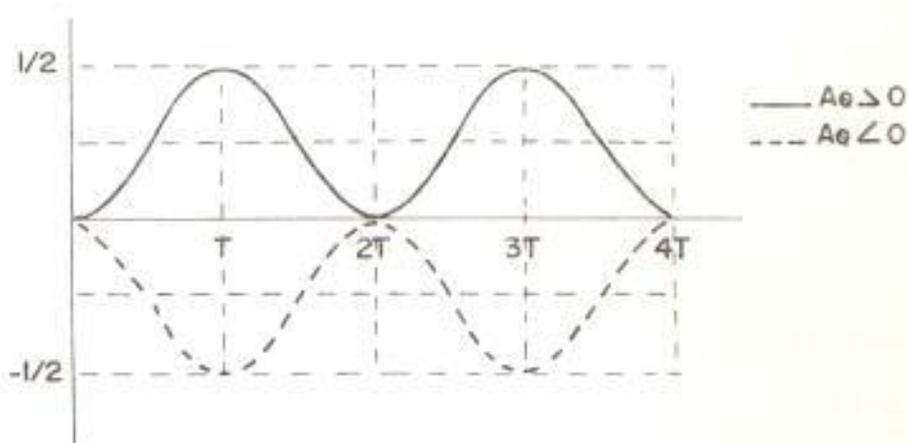


FIGURA 4.20. SALIDA DEL  $\text{LPF}_2$  (CANAL EN CUADRATURA)

Al igual que en el canal en fase, el muestreador opera cada  $2T$  seg para determinar la polaridad de  $A_Q$ . Sin embargo se debe tener presente que las frecuencias de muestreo deben estar desfasadas un período de bit, de modo que el primer muestreador detecte los bits pares  $A_I(t)$  y el segundo los impares  $A_Q(t)$ .

La generación de las señales de referencia  $x$

(t) y  $y(t)$ , así como los circuitos generadores de las frecuencias de muestreo y de sincronización, serán analizados más adelante.

#### 4.6 FILTROS DE CONVERSION Y DE ACOPLAMIENTO PARA MSK-SERIE.-

En la modulación MSK serie, la señal es producida filtrando una señal bifase con un filtro de conversión apropiadamente diseñado.

De esta manera, los problemas que existen al balancear y mantener la fase de las portadoras en cuadratura en el esquema en paralelo, son reemplazados por la tarea de construir el filtro de conversión, el cual idealmente tiene una respuesta de frecuencia igual a  $\sin x/x$ . En forma similar, necesitamos construir un filtro de acoplamiento para el demodulador.

Se han realizado varios intentos en el diseño de los filtros de conversión y acoplamiento, e incluso se han utilizado dispositivos con superficie de onda acústica (SAW). Tales dispositivos se encuentran limitados en banda a un 10% de su frecuencia central ( $10^2$  MHz), por lo que la velocidad máxima

de transmisión se encuentra bajo los 100 Mbits/seg, por lo que se ha tratado de buscar nuevos diseños.

Como se dijo anteriormente, un modulador serie consiste en la modulación bifase de los datos  $a(t)$  con una portadora de frecuencia  $f_1 = f_0 - 1/4T$ , donde  $T$  es el período de bit de  $a(t)$ , seguido de un filtro de conversión pasabanda.

El modulador, por su lado, consta de un filtro pasabanda acoplado a la señal transmitida, seguido de un demodulador coherente el cual se encuentra idealmente enganchado en frecuencia y fase a  $f_1$ . Esta señal se muestra en intervalos de  $T$ seg, estableciendo un 1 si es mayor o cero y -1 si es menor.

El uso de filtros basabajo como equivalente de los filtros pasabanda de conversión y acoplamiento permite obtener un mejor comportamiento del sistema a velocidades elevadas. Así, los diagramas mostrados anteriormente son reemplazados por las siguientes estructuras. (Figura 4.21).

Desde el punto de vista de la implementación, estos esquemas presentan las siguientes ventajas:

MODULADOR

b) DEMODULADOR

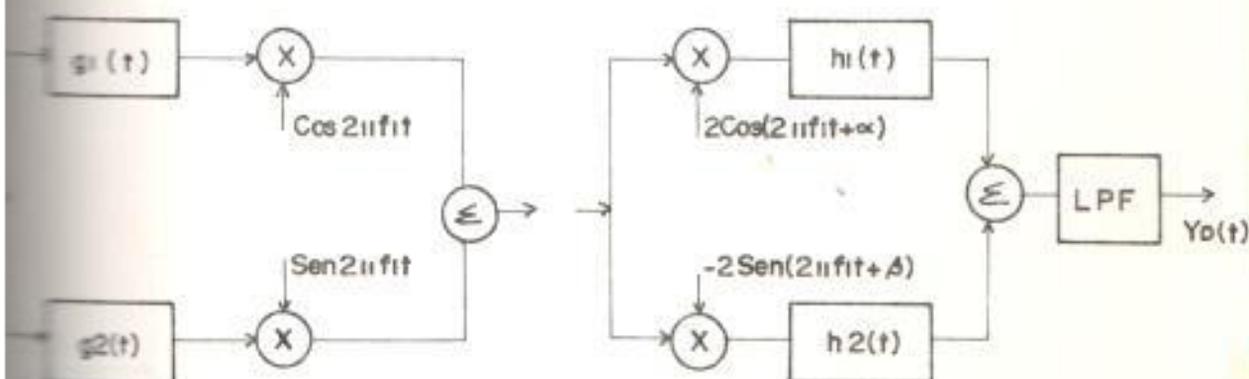


FIGURA 4.21.- ESTRUCTURAS EQUIVALENTES PASA-BAJO

- Facilidad de realización a velocidades elevadas
- Los osciladores I/Q pueden ser implementados con un solo oscilador local que suministra las referencias I/Q.
- Aunque aún no es evidente, el demodulador puede ser implementado con un "Costas loop", añadiendo un multiplicador, con lo que se obtiene la sincronización de la portadora.

#### 4.6.1 Equivalente Pasa-bajo del filtro de conversión.-

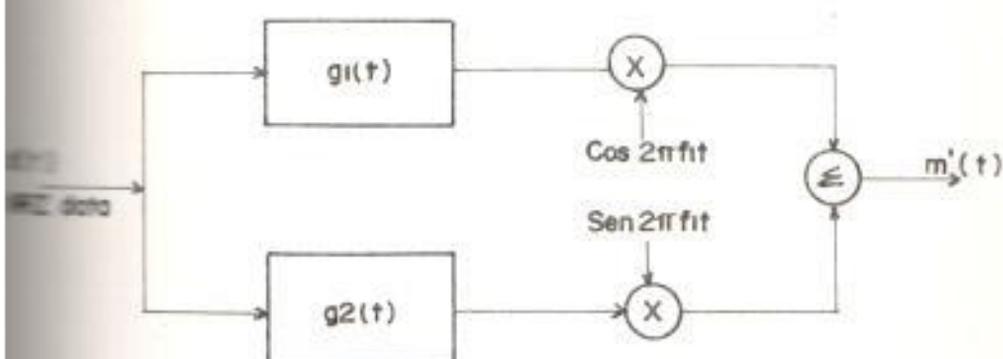
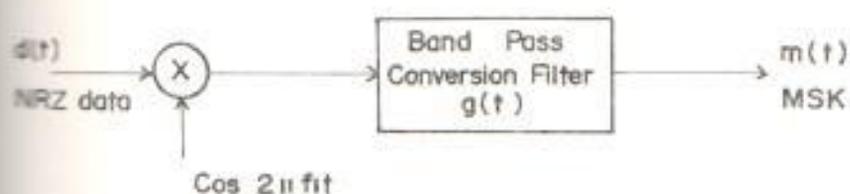


FIGURA 4.22.- MODULADOR MSK. A) CON FILTRO DE CONVERSION. B) CON FILTRO PASA-BAJO.

Para demostrar las equivalencias de las estructuras mostradas, utilizaremos notación compleja.

Así, a la salida bifase del modulador o entrada del filtro de conversión denotaremos.

Fig.4.22a.

$$x(t) = \text{Re} \left[ d(t) e^{j\omega_1 t} \right] \quad (4.73)$$

donde

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi(f_0 - 1/4T)$$

De la misma forma, expresaremos la salida del modulador MSK como:

$$m(t) = \text{Re } \tilde{m}(t) e^{j\omega_1 t} \quad (4.74)$$

y la respuesta impulso del filtro de conversión:

$$g(t) = \text{Re } \tilde{g}(t) e^{j\omega_1 t} \quad (4.75)$$

La salida del modulador MSK será igual a la convolución de  $x(t)$  con la respuesta impulso  $g(t)$ .

$$m(t) = x(t) * g(t)$$

$$\text{Re } \tilde{m}(t) e^{j\omega_1 t} = \int \text{Re } d(\tau) e^{j\omega_1 \tau} \tilde{g}(t - \tau) e^{j\omega_1 (t - \tau)}$$

$$\tilde{m}(t) = d(t) * \tilde{g}(t)$$

$$= d(t) * g_R(t) + jd(t) * g_I(t) \quad (4.76)$$

donde  $g_R(t)$  y  $g_I(t)$  son las partes real e imaginaria de  $g(t)$ . Reemplazando (4.76) en (4.74):

$$\begin{aligned} m(t) &= \operatorname{Re} \left[ d(t) * g_R(t) + jd(t) * g_I(t) \right] \cdot e^{j\omega_1 t} \\ &= d(t) * g_R(t) \cos \omega_1 t - d(t) * g_I(t) \operatorname{Sen} \omega_1 t \end{aligned} \quad (4.77)$$

Del diagrama de bloques de la estructura para la I/Q (Fig.4.21.b) tenemos:

$$\begin{aligned} m'(t) &= d(t) * g_1(t) \cos (2\pi f_1 t) + d(t) * g_2(t) \operatorname{Sin} \\ &\quad (2\pi f_1 t) \end{aligned} \quad (4.78)$$

Para que las estructuras sean equivalentes las señales  $m(t)$  y  $m'(t)$  deben ser iguales, por lo que:

$$\begin{aligned} g_1(t) &= \operatorname{Re} \tilde{g}(t) \\ &= g_R(t) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} g_2(t) &= \operatorname{Im} \tilde{g}(t) \\ &= -g_I(t) \end{aligned}$$

de donde:

$$g(t) = g_1(t) - jg_2(t) \quad (4.79)$$

La función de transferencia del equivalente pasabajo del filtro de conversión será igual a la Transformada de Fourier de  $g(t)$

$$\begin{aligned} \bar{G}(f) &= F[g_1(t) - jg_2(t)] \\ &= G_R(f) + jG_I(f) \\ &= G_1(f) - jG_2(f) \end{aligned} \quad (4.80)$$

Siendo la respuesta impulso del filtro de conversión:

$$\begin{aligned} g(t) &= \begin{cases} \sin 2\pi f_2 t & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases} \\ &= \cos \left[ 2\pi(f_0 + 1/4T)t - \pi/2 \right] \Pi(t/T - 0.5) \\ &= \operatorname{Re} \{ \exp [j2\pi(t/2T - 0.25)] \exp [j2\pi(f_0 - 1/4)t] \\ &\quad \Pi(t/T - 0.5) \} \end{aligned} \quad (4.81)$$

donde:

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & -1/2 \leq t \leq 1/2 \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases}$$

Iguando (4.81) y (4.75) tenemos:

$$\bar{g}(t) = \exp\left[j2\pi(t/2T - 0.25)\right] \Pi(t/T - 0.5) \quad (4.82)$$

separando  $\bar{g}(t)$  en sus partes real e imaginaria obtenemos:

$$\begin{aligned} g_R(t) &= \cos 2\pi(t/2T - 0.25) \Pi(t/T - 0.5) \\ &= \sin(\pi t/T) \Pi(t/T - 0.5) \end{aligned} \quad (4.82a)$$

y:

$$\begin{aligned} g_I(t) &= \sin 2\pi(t/2T - 0.25) \Pi(t/T - 0.5) \\ &= -\cos(\pi t/T) \Pi(t/T - 0.5) \end{aligned} \quad (4.82b)$$

Las transformadas de Fourier de  $g_R(t)$  y  $g_I(t)$  corresponden a las funciones de transferencia  $G_1(f)$  y  $G_2(f)$  de los filtros de conversión

pasabajo de las ramas en fase y en cuadratura de la Fig.4.22b. Usando el par de transformadas:

$$\Pi(t/T) \longleftrightarrow T \operatorname{Sinc}(fT)$$

encontramos:

$$\begin{aligned} G_1(f) &= F \left[ g_R(t) \right] \\ &= F \left[ \operatorname{Sin}(\pi t/T) \Pi(t/T - 0.5) \right] \\ &= F \left[ \operatorname{Sin}(\pi t/T) \right] * F \left[ \Pi(t/T - 0.5) \right] \\ &= \left[ \frac{1}{2} \delta(f-0.5) - \frac{1}{2} \delta(f+0.5) \right] * \left[ T \operatorname{Sinc}(fT) \right. \\ &\quad \left. e^{-j\omega t} \right] \\ &= 0.5T \left[ \operatorname{Sinc}(fT-0.5) - \operatorname{Sinc}(fT+0.5) \right] \exp \\ &\quad (-j\pi fT) \end{aligned} \tag{4.93a}$$

De la misma forma obtenemos:

$$G_2(f) = j0.5T \left[ \operatorname{Sinc}(fT-0.5) + \operatorname{Sinc}(fT+0.5) \right] \exp(-j\pi fT) \tag{4.93b}$$

Por lo tanto, la función de transferencia del filtro pasa-bajo, reemplazando en(4.80) será:

$$\begin{aligned}\tilde{G}(f) &= G_1(f) - jG_2(f) \\ &= T \text{Sinc}(fT - 0.5) \exp(-jn\pi fT) \quad (4.84)\end{aligned}$$

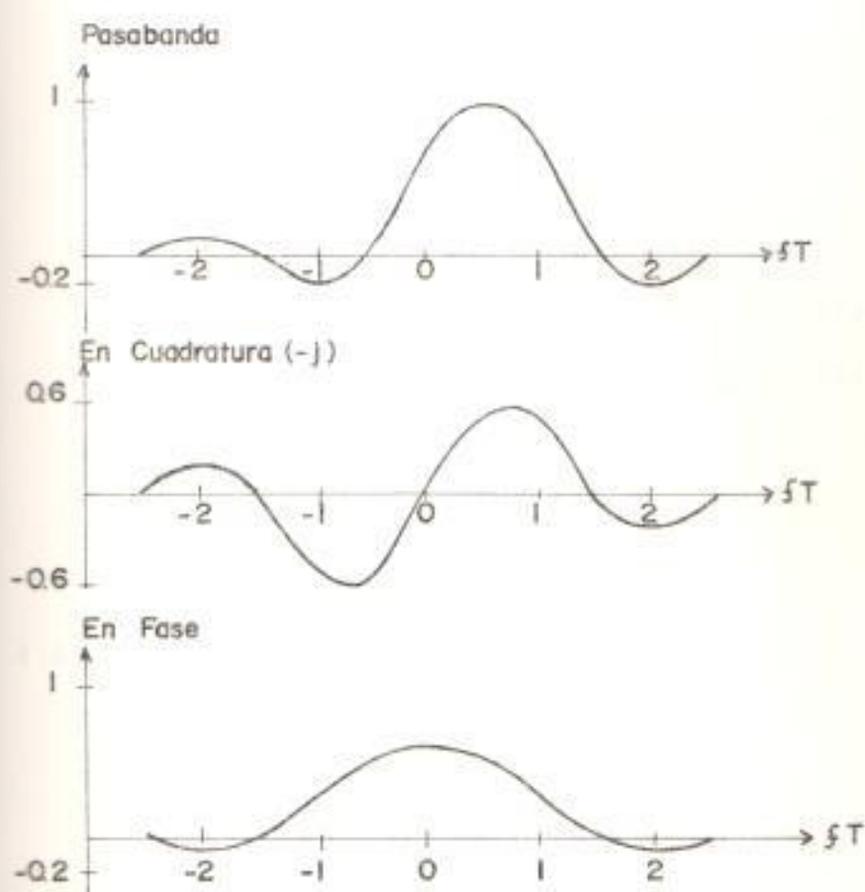


FIGURA 4.25.- RESPUESTA DE FRECUENCIA DEL FILTRO DE CONVERSION.

La Fig.4.23 muestra las funciones de transfe-

rencia  $G_1(f)$ ,  $G_2(f)$  y  $G(f)$ . Podemos notar que la función de transferencia  $G_1(f)$  del filtro de la rama en fase es pasa-bajo y es una función par de la frecuencia, mientras que la función de transferencia  $G_2(f)$  del filtro de la rama en cuadratura es pasa-alto, y es una función impar de la frecuencia. La suma de  $G_1(f)$  y  $G_2(f)$  corresponde a la función de transferencia del filtro de conversión  $G(f)$  con simetría alrededor de  $f_2 = f_c + 1/4T$ . Debemos tener presente que hemos tomado  $f_1 = f_c - 1/4T$  como nuestra frecuencia de referencia para la representación compleja de las señales, por lo que  $f_1$  corresponde a  $fT = 0$  en los gráficos mostrados.

#### 4.6.2 Equivalente pasabajo del filtro de acoplamiento.-

Al igual que en el caso del modulador, utilizaremos notación compleja para expresar la señal receptada  $m(t)$ , a la entrada del demodulador mostrado en la Figura (4.24a).

$$m(t) = \text{Re} \left[ \tilde{m}(t) e^{j\omega_1 t} \right]$$

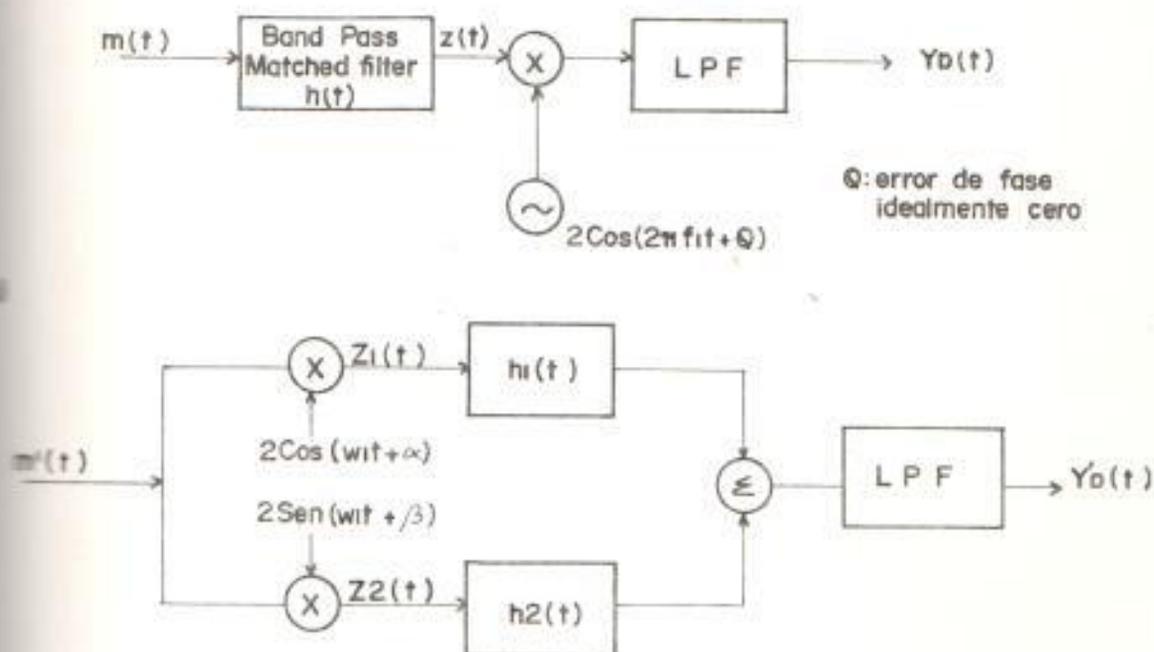


FIGURA 4.24.- DEMODULADOR FM A) CON FILTRO DE ACOPLAMIENTO. B) CON EQUIVALENTE PASA-BAJO.

$$= m_R(t) \cos w_1 t - m_I(t) \sin w_1 t \quad (4.85)$$

Del mismo modo, escribimos la respuesta impulso,  $h(t)$ , del filtro de acoplamiento.

$$\begin{aligned} h(t) &= 2 \left[ \text{Re} \left[ \tilde{h}(t) e^{jw_1 t} \right] \right] \\ &= 2 \left[ h_R(t) \cos w_1 t - h_I(t) \sin w_1 t \right] \end{aligned} \quad (4.86)$$

La salida del filtro de acoplamiento, será por lo tanto la convolución de estas dos señales.

$$\tilde{z}(t) = \tilde{m}(t) * \tilde{h}(t)$$

Siendo  $\tilde{m}(t) = m_R(t) + j m_I(t)$  y  $\tilde{h}(t) = h_R(t) + j h_I(t)$ , tenemos:

$$\begin{aligned} \tilde{z}(t) &= z_R(t) + j z_I(t) \\ &= \tilde{m}(t) * \tilde{h}(t) \\ &= (m_R(t) + j m_I(t)) * (h_R(t) + j h_I(t)) \\ &= \left[ m_R(t) * h_R(t) - m_I(t) * h_I(t) \right] + j \left[ m_I(t) * h_R(t) + m_R(t) * h_I(t) \right] \end{aligned} \quad (4.97)$$

Pasar el demodulador coherente con referencia  $2 \cos(\omega_1 t + \theta)$ , y el filtro pasa-bajo para eliminar las frecuencias dobles, equivale a multiplicar (4.97) por  $\exp(-j\theta)$ . La salida del detector, será la parte real de este producto.

$$y_D(t) = (m_R * h_R - m_I * h_I) \cos \theta + (m_I * h_R + m_R * h_I) \sin \theta \quad (4.88)$$

Si el error estático de fase  $\theta$  es cero, la salida  $y_D(t)$  se reduce al primer paréntesis. Como se demostró anteriormente, si  $y_D(t)$  es muestreada en intervalos de  $T_{seg}$ , la secuencia obtenida es igual a la secuencia de datos a la entrada del modulador en el transmisor.

En el caso del demodulador, con equivalente pasa-bajo, (Fig 4.24b), tenemos que al igual que en el caso anterior, luego de pasar por el demodulador coherente y despreciando las componentes de frecuencia doble luego de la convolución con  $h_1(t)$  y  $h_2(t)$ , se obtiene:

$$y_D(t) = (m_R \cos \alpha + m_I \sin \alpha) * h_1 + (m_I \cos \beta + m_R \sin \beta) * h_2 \quad (4.39)$$

Si asumimos que  $\alpha = \beta = \theta$  y comparamos (4.88) y (4.89), observamos que ambas estructuras son equivalentes si:

$$h_R = h_1(t)$$

$$h_I = -h_2(t)$$

Para considerar el efecto del error estático en ambas ramas (fase y cuadratura), tomemos:

$$\alpha = \theta - \Delta\theta$$

$$\beta = \theta + \Delta\theta$$

Asumiendo que  $\Delta\theta$  es muy pequeño, de modo que  $\cos \Delta\theta \approx 1$  y  $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$ , podemos expresar (4.5) como:

$$\begin{aligned} y_2(t) &= (m_R \cos \alpha + m_I \sin \alpha) * h_1 + (m_I \cos \beta + m_R \sin \beta) * h_2 \\ &= m_R * h_1 \cos \alpha + m_I * h_2 \cos \beta + m_I * h_1 \sin \alpha + m_R * h_2 \sin \beta \\ &= m_R * h_1 (\cos \theta + \Delta\theta \sin \theta) + m_I * h_2 (-\cos \theta + \Delta\theta \sin \theta) + \\ &\quad m_I * h_1 (\sin \theta - \Delta\theta \cos \theta) + m_R * h_2 (\sin \theta + \Delta\theta \cos \theta) \\ &= (m_R * h_1 - m_I * h_2) \cos \theta + (m_I * h_1 + m_R * h_2) \sin \theta + \\ &\quad \left[ (m_R * h_2 + m_I * h_1) \cos \theta + (m_R * h_1 + m_I * h_2) \sin \theta \right] \Delta\theta \\ &= y_D(t) + \epsilon(t) \end{aligned} \tag{4.90}$$

donde:

$$e = \left[ (m_R * h_I - m_I * h_R) \cos \theta + (m_R * h_R + m_I * h_I) \sin \theta \right] \Delta \theta \quad (4.91)$$

es el error debido a la referencia local cuando las fases no se encuentran en cuadratura. Si  $\theta = 0$ , (4.91) se reduce a:

$$e(t) = (m_R * h_I - m_I * h_R) \Delta \theta \quad (4.92)$$

Habiendo demostrado la equivalencia de ambas estructuras con:

$$h_1(t) = \operatorname{Re} \tilde{h}(t) \triangleq h_R(t) \quad (4.93a)$$

$$h_2(t) = \operatorname{Im} \tilde{h}(t) \triangleq h_I(t) \quad (4.93b)$$

encontraremos las funciones de transferencia de  $H(f)$ ,  $H_1(f)$ ,  $H_2(f)$ . Como se anotó anteriormente, el filtro de acoplamiento permite sintetizar el lóbulo principal del espectro MSK, por lo que su función de transferencia es idéntica en forma al espectro de dicha señal.

De esta forma, la función de transferencia del equivalente pasa-bajo del filtro acoplado MSK es:

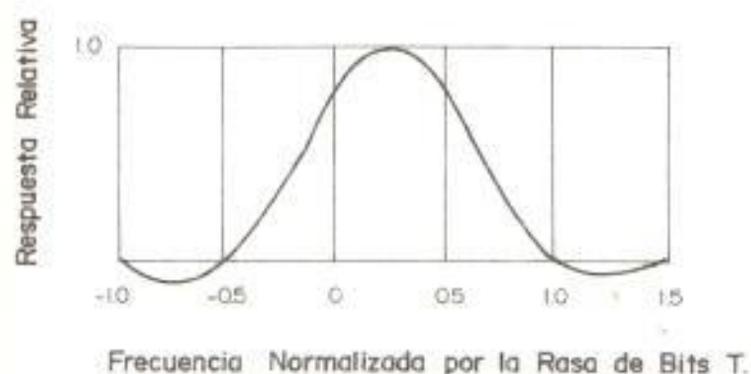


FIGURA 4.25.- FUNCION DE TRANSFERENCIA IDEAL DE UN FILTRO ACOPLADO MSK.

$$\bar{H}(f) = \bar{S}_{MSK}(f) e^{-j2\pi fT_d} \quad (4.94)$$

donde  $T_d$  es un tiempo de retardo arbitrario y el espectro de una señal MSK es:

$$\bar{S}_{MSK}(f) = \frac{4T}{\pi} \frac{\cos 2\pi(fT - 0.25)}{1 - 16(fT - 0.25)^2} \quad (4.95)$$

Usando el par de transformadoras de Fourier:

$$\cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cap \left(\frac{t}{2T}\right) \iff \frac{4T}{\pi} \frac{\cos(2\pi Tf)}{1 - 16(Tf)^2} \quad (4.96)$$

encontramos la respuesta impulso del filtro de acoplamiento:

$$\begin{aligned} \bar{h}(t) &= F^{-1} \left[ \bar{H}(f) \right] \\ &= \text{Cos} \left( \frac{\pi t}{2T} \right) \Pi \left( \frac{t}{2T} \right) \exp \left( \frac{j\pi t}{2T} \right) \quad (4.97) \end{aligned}$$

donde hemos asumido que el retardo  $T_d$  es cero. Separando (97) en sus partes real e imaginaria, encontramos la respuesta impulso  $h_1(t)$  y  $h_2(t)$  de las ramas en fase y en cuadratura.

$$\begin{aligned} h_1(t) &= h_R(t) \\ &= \text{Cos}^2 \left( \pi t / 2T \right) \Pi \left( t / 2T \right) \quad (4.98a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_2(t) &= h_I(t) \\ &= \text{Cos} \left( \pi t / 2T \right) \text{Sin} \left( \pi t / 2T \right) \Pi \left( t / 2T \right) \quad (4.98b) \end{aligned}$$

Las transformadas de Fourier de (4.98a) y (4.98b) corresponden a las funciones de transferencia.

$$\begin{aligned} H_1(f) &= F \left[ h_1(t) \right] \\ &= F \left[ \text{Cos}^2 \pi t / 2T \right] * F \left[ \text{Cos} \pi t / 2T \right] * \left[ 2T \text{Sinc} 2Tf \right] \\ &= \left[ \frac{1}{2} \delta(f-1/4T) + \frac{1}{2} \delta(f+1/4) \right] * \left[ \frac{1}{2} \delta(f-1/4T) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{1}{2} \delta(f+1/4) \right] * \left[ 2T \operatorname{Sinc}(2Tf) \right] \\
&= \left[ \frac{1}{4} \delta(f-1/2T) + \frac{1}{2} \delta(f) + \frac{1}{4} \delta(f+1/2T) \right] * \left[ 2T \operatorname{Sinc}(2Tf) \right] \\
&= \frac{T}{2} \left[ 2\operatorname{Sinc}2Tf + \operatorname{Sinc}(2Tf-1) + \operatorname{Sinc}(2Tf+1) \right] \quad (4.99a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2(f) &= F \left[ h_2(t) \right] \\
&= F \left[ \cos t/2T * F \sin t/2T \right] * \left[ 2T \operatorname{Sinc}(2Tf) \right] \\
&= \left[ \frac{1}{2} \delta(f-1/4T) + \frac{1}{2} \delta(f+1/4T) \right] * \left[ \frac{1}{2} \delta(f-1/4T) - \frac{1}{2} \delta(f+1/4T) \right] \frac{1}{j} * \left[ 2T \operatorname{Sinc}(2Tf) \right] \\
&= -j \left[ \delta(f-1/2T) - \delta(f+1/2T) \right] * \left[ 2T \operatorname{Sinc}(2Tf) \right] \\
&= -j \frac{T}{2} \left[ \operatorname{Sin}(2Tf-1) - \operatorname{Sin}(2Tf+1) \right] \quad (4.99b)
\end{aligned}$$

La función de transferencia del equivalente pasa bajo del filtro de acoplamiento puede ser obtenido de:

$$\begin{aligned}
\tilde{H}(f) &= h_R(f) + j h_I(f) \\
&= h_1(f) - j h_2(f)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \bar{S}_{\text{MSK}}(f) e^{-j2\pi f T d} \\
 &= \frac{4T}{\pi} \frac{\cos 2\pi (f T - 0.25)}{1 - 16 (f T - 0.25)^2} \quad (4.100)
 \end{aligned}$$

Donde se ha asumido  $T d = 0$

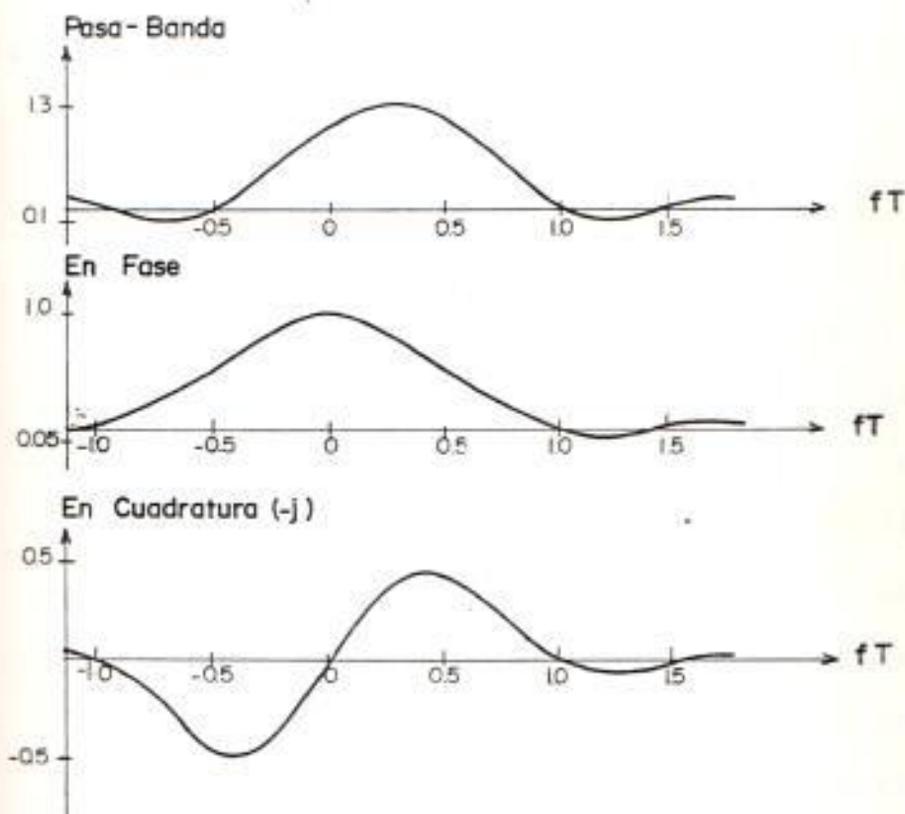


FIGURA 4.26.- RESPUESTA DE FRECUENCIA DEL FILTRO DE ACOPLAMIENTO.

La Fig. 26 muestra las funciones de transferencia  $H(f)$ ,  $H_1(f)$  y  $H_2(f)$ . Al igual que en

el caso del filtro de conversión,  $H_1(f)$  es una función par y real, mientras que  $H_2(f)$  es imaginaria e impar. La suma en cuadratura se encuentra desfasada  $0.25/T$  Hz de  $f_1$ , la cual es la frecuencia de referencia usada para la representación del equivalente pasa-bajo.

#### 4.6.3 Aproximaciones de los filtros equivalentes pasa-bajo.-

Una vez obtenidas las equivalencias de los filtros de conversión y de acoplamiento, nuestro objetivo es aproximar estas funciones de transferencia de las ramas en fase y en cuadratura, con filtros que puedan ser fácilmente realizados y que den lugar a una relación de error pequeña. Además, cada una de estas aproximaciones debe ser compatible con los requerimientos de transmisión a velocidades elevadas.

Se debe tener presente que cualquier desviación de la relación deseada fase-cuadratura entre los dos canales, puede producir una distorsión en la frecuencia pasa-banda de las funciones de respuesta.

Debido a la simetría de las estructuras I/Q del modulador y del demodulador, una configuración aplicada al modulador puede ser adaptada al demodulador, si el orden de los componentes es invertido, y viceversa.

#### 4.6.3.1 Aproximaciones del filtro de conversión.-

En general, lo que se busca es aproximar la función de transferencia del filtro a una conexión en cascada de filtros I/Q que posean respuestas de frecuencia que sinteticen el lóbulo principal de la respuesta ideal, con filtros limitados en banda para suprimir los lóbulos no deseados de la respuesta periódica.

Como se muestra en la Fig.4.27, el máximo de la respuesta del filtro de conversión debe estar desplazado del máximo del espectro de la salida del modulador bi-fase en  $1/2 T_f$ . Se puede notar que el cero del lado izquierdo  $fT = -0.5$  de la respuesta del fil-

tro de conversión produce el cero del lado izquierdo del espectro MSK, mientras que el cero del lado derecho es producido por el espectro bi-fase. Por lo tanto, para cualquier aproximación del filtro de acoplamiento, el lado izquierdo del lóbulo principal es el más crítico.

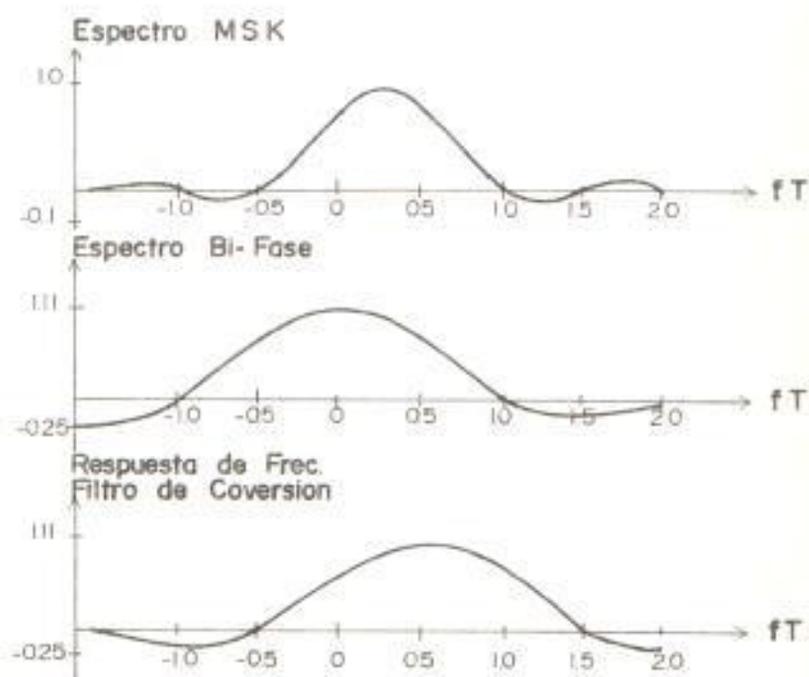


FIGURA 4.27.- RELACION ENTRE LOS ESPECTROS MSK, BI-FASE Y LA RESPUESTA DE FRECUENCIA DE UN FILTRO DE CONVERSION IDEAL.

a) Híbrido en cuadratura:

Un híbrido en cuadratura es una estructura de cuatro puertas para micro ondas cuyas características de transferencia se aproximan a las siguientes funciones de transferencia: (Apéndice E).

$$S_{11}(f) = 0 \quad (\text{Puerta aislada})$$

$$S_{21}(f) = \cos\theta \exp(-j\beta\ell) \quad (\text{Puerta DC})$$

$$S_{31}(f) = \sin\theta \exp(-j\beta\ell) \quad (\text{Puerta acoplada})$$

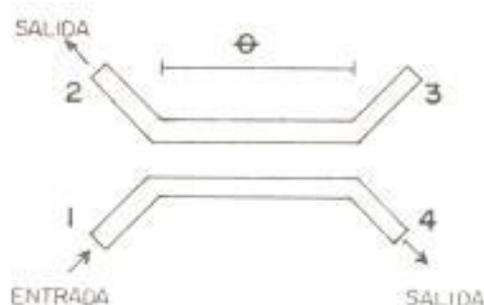


FIGURA 4.28.- DIAGRAMA DE UN HÍBRIDO EN CUADRATURA

donde:

- =  $\theta_{\max} \sin \beta l$  (ángulo de acoplamiento)
- =  $2\pi l / \lambda$
- =  $v/f$  ( $v$  = velocidad de propagación EM del medio)
- = longitud física acoplada (unidades:  $l/vT$ )
- = ángulo de acoplamiento max. (dependiente de la geometría).

En las funciones anteriores, observamos que  $H_{13}(f)$  tiene una respuesta con la característica par deseada para el filtro de la rama en fase del equivalente pasa-bajo, y que  $H_{14}(f)$  tiene la característica impar deseada para la rama en cuadratura. Así, la función de transferencia del híbrido en cuadratura será:

$$G_{QH}(f) = H_{13}(f) - j H_{14}(f)$$

$$= (\cos \theta + \sin \theta) \exp(-j\beta x)$$

$$= \sqrt{2} \cos(\theta - \pi/4) \exp(-j\beta x) \quad (4.101)$$

dónde:

$$\theta = \theta_{\max} \sin(2\pi k f T) \quad \text{y} \quad k = x/vT$$

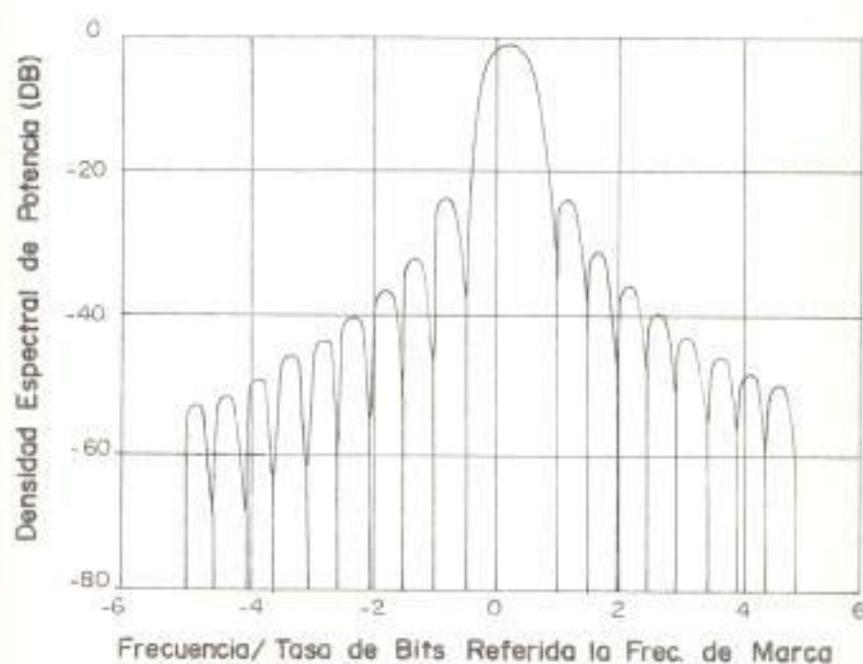


FIGURA 4.29.- AMPLITUD DEL ESPECTRO DE UNA SEÑAL MSK IDEAL.

Escogiendo adecuadamente la longitud acoplada, se puede ajustar el ancho de banda del híbrido en

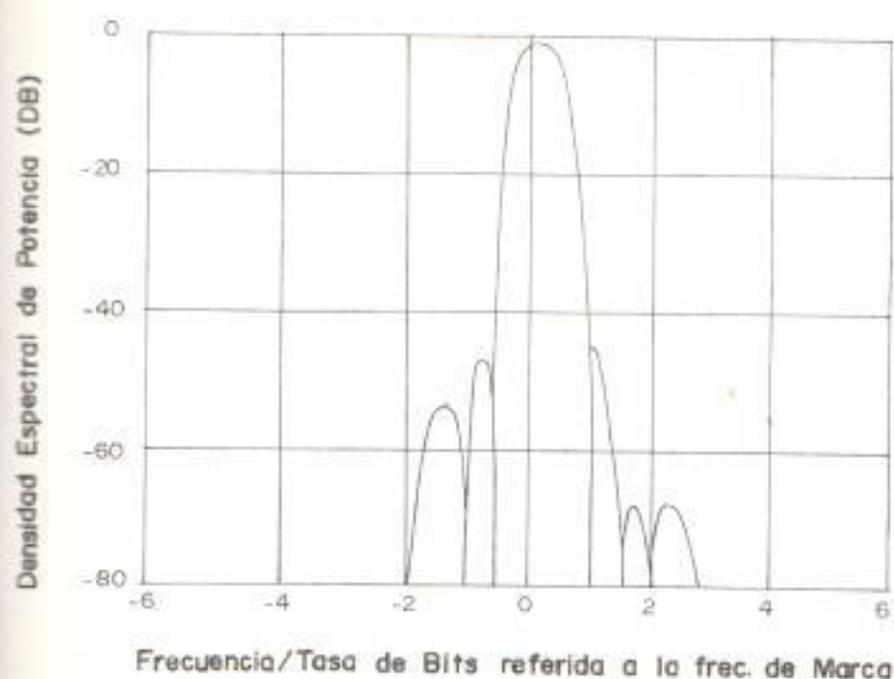


FIGURA 4.30.- SENAL MSK PRODUCIDA POR UN HIBRIDO EN CUADRATURA.

cuadratura. Para suprimir todos los lóbulos de la respuesta de frecuencia del filtro, excepto aquel que se encuentra a  $f = 0$ , se puede colocar un filtro pasa-banda a la salida del sumador, o se usan filtros pasa-bajo en las ramas I/Q. El ancho de banda de este filtro se obtiene de la Fig.4.31. la cual muestra la degradación para varios BER'S como función del ancho de banda del filtro<sup>6</sup>.

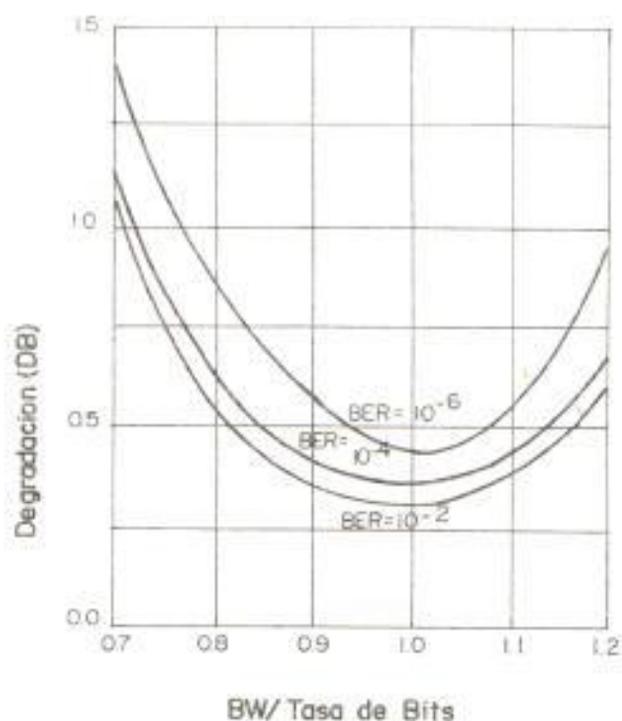
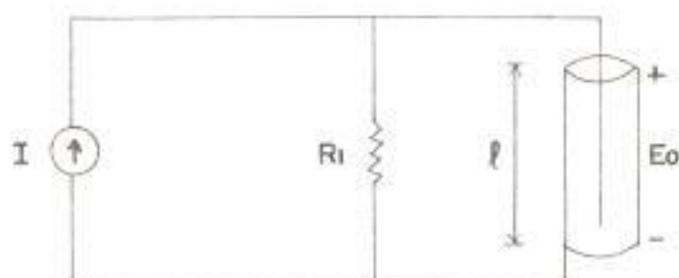


FIGURA 4.31.- SENSIBILIDAD DE UN FILTRO DE CONVERSION IMPLEMENTADO CON HIBRIDOS EN CUADRATURA AL ANCHO DE BANDA DEL FILTRO A LA SALIDA (FILTRO BUTTERWORTH DE  $4Q$ , ORDEN CENTRADO EN FC).

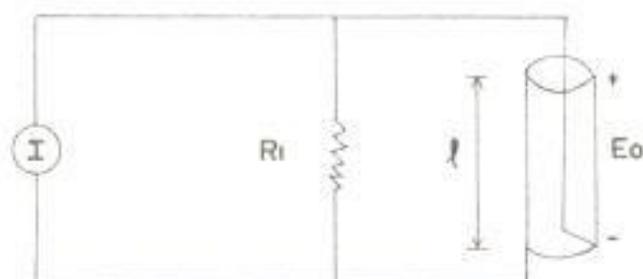
Este tipo particular de implementar el filtro de conversión, es simple y satisfactorio a velocidades elevadas. Además, el filtro pasabanda colocado a la salida del modulador produce un espectro con lóbulos laterales, cuyos niveles son menores que un espectro MSK ideal.

b) Líneas de transmisión. Circuito Abierto y Cortocircuito:

Consideraremos líneas de transmisión abiertas y en cortocircuito, con fuentes cuya impedancia interna  $R_1$  se encuentra acoplada a la impedancia característica de la línea.



a) Línea en circuito abierto



b) Línea en cortocircuito

FIGURA 4.32.- CONFIGURACIONES CON LINEAS DE TRANSMISION.

La función de transferencia de esta configuración es:

$$h(\lambda) \triangleq \frac{E_o}{R_1 I} = \frac{1}{1 + R_1/Z_L} \quad (4.102)$$

donde  $Z_L$  es la impedancia de la línea. Para una línea en circuito abierto.

$$Z_L = -jZ_0 \cot \beta l \quad (4.103)$$

donde  $\beta = 2\pi/\lambda = 2\pi f/v$ , siendo  $v$  la velocidad electromagnética de propagación en la línea, y  $Z_0$  la impedancia característica de la línea. Para una línea en cortocircuito,

$$Z_L = jZ_0 \tan \beta l \quad (4.104)$$

De esta manera, si  $R_1 = Z_0$ , la función de transferencia de la configuración, en circuito abierto será:

$$H_o(f) = \frac{1}{1 + j \tan (2\pi f l/v)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(2\pi k f T)} \exp(j2\pi k f T)} \\
 &= \cos(2\pi k f T) \exp(-j2\pi k f T) \quad (4.105)
 \end{aligned}$$

y para una línea de transmisión en cortocircuito:

$$\begin{aligned}
 H_s(f) &= \frac{1}{1 - j \cot(2\pi f \lambda / v)} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2(2\pi k f T)} \exp(j2\pi k f T)} \\
 &= \sin(2\pi k f T) \exp(-j2\pi k f T) \quad (4.106)
 \end{aligned}$$

donde  $k = \lambda/vT$  es el retardo de la línea en períodos de bits.

Si usamos una línea de transmisión en circuito abierto para la rama en fase del modulador con estructura I/Q, y una línea de transmisión en cortocircuito para la rama en cuadratura, la función de transferencia de esta porción del filtro de conversión es:

$$\begin{aligned}
 G_{TL}(f) &= H_o(f) - jH_s(f) \\
 &= \left[ \cos(2\pi kfT) + \sin(2\pi kfT) \right] \exp(-j2\pi kfT) \\
 &= \sqrt{2} \cos(2\pi kfT - \pi/4) \exp(-j2\pi kfT) \quad (4.107)
 \end{aligned}$$

La supresión de los lóbulos laterales no deseados, se realiza por medio de un filtro pasa-banda a la salida del sumador. La Fig. 4.33 muestra la degradación SNR para varios BER, como una función de un filtro Buterworth de cuarto orden, con un ancho de banda de 3dB a la salida del sumador<sup>6</sup>.

Como se puede apreciar el ancho de banda óptimo, corresponde a la tasa de bits.

### c) Filtros transversales:

Las estructuras más simples, involucran un solo retardo como se muestra en el diagrama de bloques de la Fig.4.35.

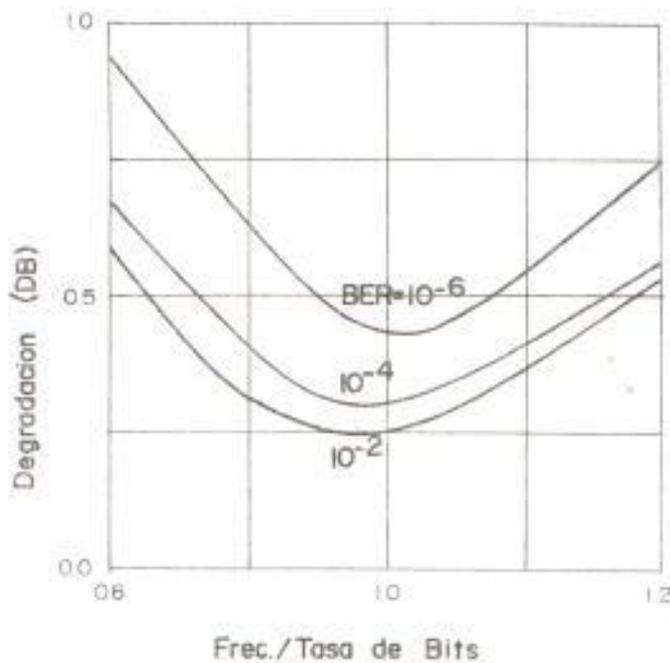


FIGURA 4.33.- SENSIBILIDAD DE UN FILTRO DE CONVERSION IMPLEMENTADO CON LINEAS DE TRANSMISION AL ANCHO DE BANDA DEL FILTRO QUE SE ENCUENTRA A LA SALIDA DEL MODULADOR.

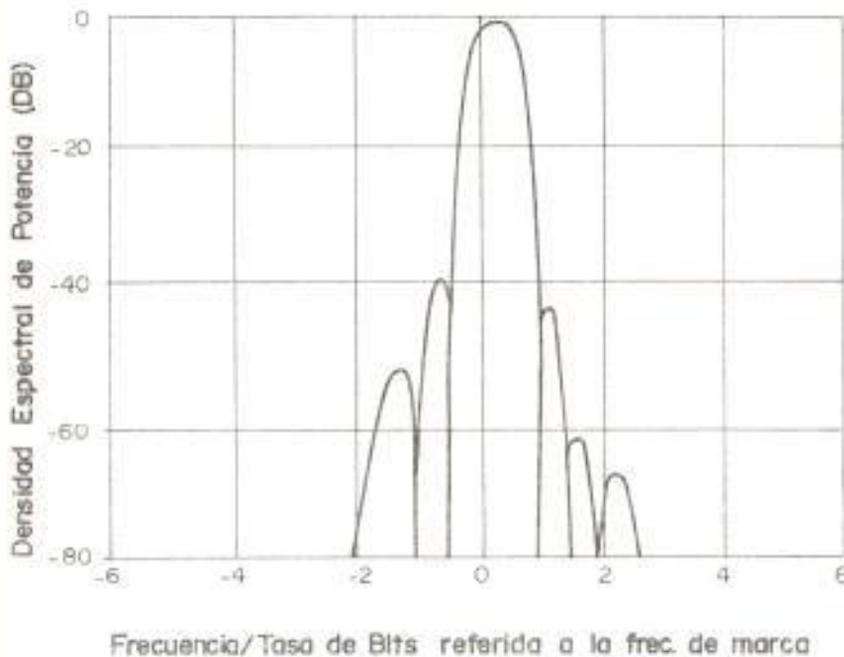


FIGURA 4.34.- AMPLITUD DEL ESPECTRO DE UNA SENAL MSK GENERADA CON LINEAS DE TRANSMISION, MAS UN FILTRO BUTTERWORTH DE CUARTO ORDEN CENTRADO EN FC.

Usando el hecho de que un retardo  $\tau$  corresponde a una función de transferencia de forma  $\exp(-j2\pi f\tau)$ , se puede demostrar fácilmente que la estructura de la Fig.4.34(a) tiene una función de transferencia.

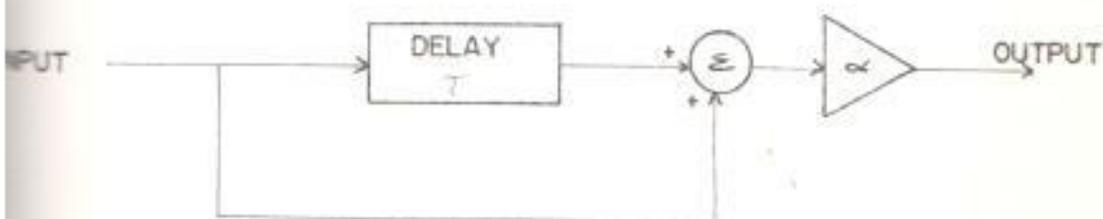
$$\begin{aligned} H_a(f) &= \alpha \left[ 1 + e^{-j2\pi f\tau} \right] \\ &= 2\alpha \cos(\pi f\tau) e^{-j\pi f\tau} \end{aligned} \quad (4.108)$$

mientras que la Fig.4.34b) tiene una función de transferencia.

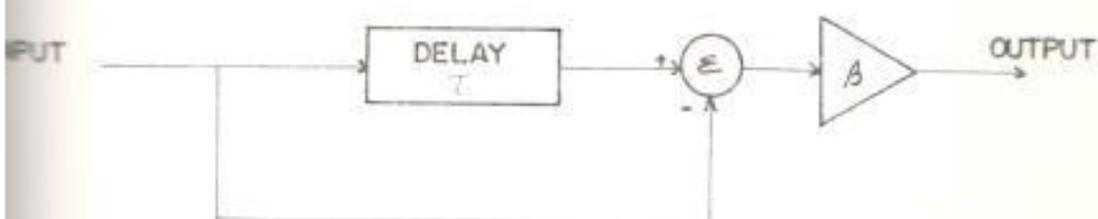
$$\begin{aligned} H_b(f) &= \beta \left[ 1 - e^{-j2\pi f\tau} \right] \\ &= j 2\beta \sin(\pi f\tau) e^{-j\pi f\tau} \end{aligned} \quad (4.109)$$

Con la diferencia de que estos filtros tienen una respuesta de frecuencia periódica que se extiende indefinidamente, estas funciones de transferencia tienen exactamente las características par e impar, deseadas para los filtros de las ramas I/Q.

Filtro Transversal Pasa-Bajo



Filtro Transversal Pasa-Alto



Filtros Pasa-Alto y Pasa-Bajo usando circuitos lógicos

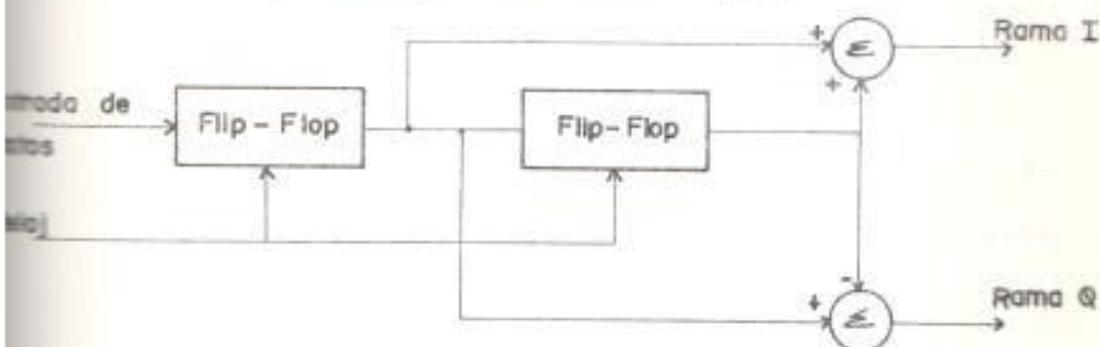


FIGURA 4.35.- APROXIMACIONES EN LA IMPLEMENTACION DE FILTROS MSK.

Al igual que en otras aproximaciones, se usan filtros pasa-banda a la salida del modulador, para eliminar lóbulos laterales.

Para velocidades de transmisión bajas, este principio puede ser implementado, usando registros de desplazamiento y una red sumadora como se muestra en la Fig.4.34 (c). Este procedimiento usando circuitos digitales lógicos, puede ser extendido para obtener una mayor precisión, utilizando registros de desplazamiento de  $N$  etapas, operando con un reloj multiplicado por  $N$  y sumando apropiadamente las salidas para formar los espectros deseados en los moduladores I/Q.

#### 4.6.3.2 Filtros a la salida del modulador.-

Debido a que la elección y la posición del filtro a la salida del modulador afecta al espectro de la se

nal MSK y al comportamiento de la degradación, se presentarán algunas combinaciones.

Para la configuración con líneas de transmisión el filtro Butterworth de tercer orden a la salida del modulador produce la mínima degradación con un ancho de banda de 0.7 la velocidad de transmisión a un  $BER = 10^{-6}$ . Los filtros de cuarto orden y de segundo orden tienen una mayor degradación y lóbulos laterales mayores.

Para la configuración con híbridos en cuadratura, lo óptimo es colocar filtros Butterworth pasa-bajo de cuarto orden en cada una de las ramas I/Q a la entrada del modulador. El ancho de banda es de R, con una degradación mínima de 0.35dB. Debido a que los filtros para eliminar los lóbulos laterales, son centrados de acuerdo al espectro bi-fase y no de acuerdo al máximo de la salida del modulador, el espectro resultante no es simétrico.

La siguiente tabla sintetiza los anchos de banda óptimos y las correspondientes degradaciones para varios filtros analizados. En general, un filtro de cuarto orden a la salida del modulador produce una degradación menor y niveles más bajos de los lóbulos laterales<sup>6</sup>.

#### 4.6.3.3 Aproximaciones del filtro de acoplamiento.-

Al igual que en el caso del filtro de conversión, nuestro objetivo es implementar el filtro de acoplamiento como una conexión en cascada de dos filtros. El primero, debe tener una función de transferencia periódica, y uno de sus períodos se aproxima a la respuesta de frecuencia de los filtros deseados en las ramas I/Q. El segundo, que puede ser pasabanda, se encuentra a la entrada del demodulador, o pasabajo si se encuentra a la salida del demodulador, luego del sumador. Es utilizado para eliminar los lóbulos laterales no deseados.

TABLA No. 1

ANCHOS DE BANDA OPTIMOS, DEGRADACIONES, PARA VARIAS COMBINACIONES DE FILTROS LIMITADOS DE BANDA EN EL MODULADOR

FILTRO EN RAMA I/Q	FILTRO BUTTERWORTH ORDEN	POSICION DEL FILTRO	ANCHO DE BANDA	DEGRADACION ( $D_B$ )	
				BER= $10^{-6}$	BER= $10^{-3}$
Híbrido en cuadratura	2	Antes mezclador	1.2R; pasa-bajo	0.33	0.17
Líneas Abiertas/Cerradas	2	Antes mezclador	1.25R; pasa-bajo	0.31	0.15
Híbrido en cuadratura	2	Luego sumador	0.55R; pasa-banda	0.84	0.61
Híbrido en cuadratura	3	Antes mezclador	R; pasa-bajo	0.30	0.14
Líneas Abiertas/Cerradas	3	Luego sumador	0.7R; pasa-banda	0.73	0.41
Híbrido en cuadratura	4	Antes mezclador	R; pasa-bajo	0.31	0.14
Híbrido en cuadratura	4	Luego sumador	R; pasa-banda	0.41	0.23
Líneas Abiertas/Cerradas	4	Luego sumador	R; pasa-banda	0.40	0.22

R : Cascada de transmisión

Además , se pueden colocar otros filtros pasa-bajo en las ramas I/Q, los cuales representan las limitaciones de los osciladores y los amplificadores.

Como se demostró anteriormente, el filtro de la rama en fase debe tener una respuesta par con respecto a la frecuencia, mientras que el que se encuentra en la rama en cuadratura, debe tener una respuesta impar.

La sintetización de la función de transferencia periódica se puede realizar mediante filtros transversales o filtros "delay-line". El diagrama de bloques general de un filtro transversal I/Q se muestra a continuación (Fig.4.36).

La siguiente figura, ilustra la respuesta de frecuencia del equivalente pasa-bajo, seguido por un filtro pasa-bajo designado como LPF 2, a la salida del sumador<sup>6</sup>.

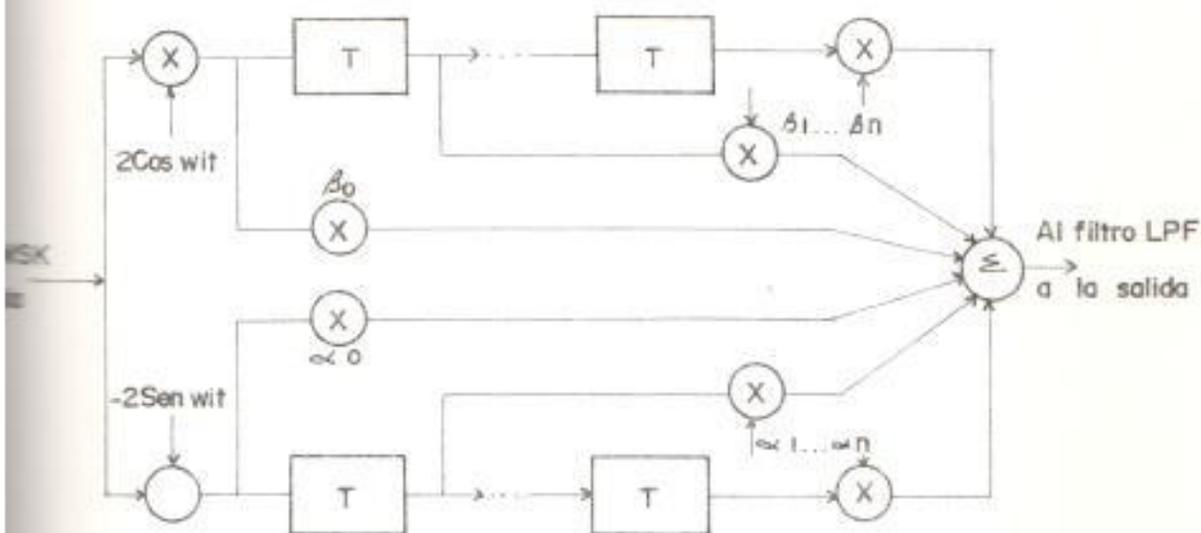


FIGURA 4.36.- ESTRUCTURA CON FILTRO TRANSVERSAL PARA DETECCION MSK.

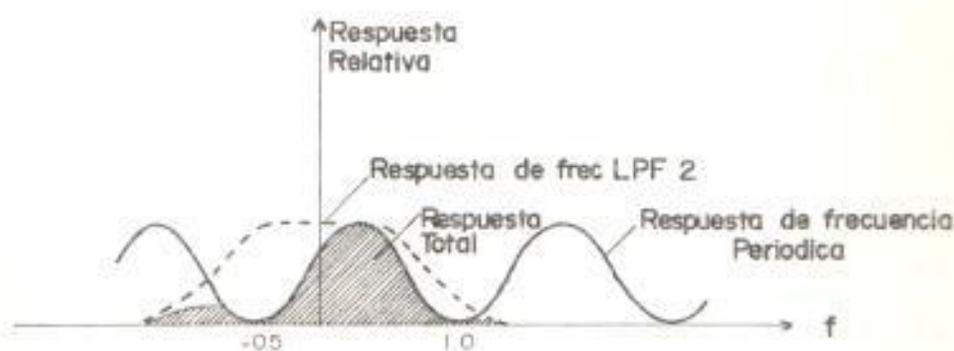


FIGURA 4.37.- RESPUESTAS DE FRECUENCIA DE LA APROXIMACION DE UN FILTRO DE ACOPLAMIENTO.

Debido a que la suma en cuadratura de las respuestas de los filtros I/Q se encuentra idealmente desplazada de la frecuencia cero por  $1/4T$ , el filtro LPF 2 atenúa los lóbulos positivos y negativos en forma asimétrica. Por este motivo la optimización del ancho de banda de LPF2 implica un compromiso entre la atenuación de los lóbulos laterales no deseados y la distorsión del lóbulo central.

Consideremos dos estructuras posibles con filtros con retardo en línea ("Delay-line Filters").

a) Estructura con retardo simple:

La estructura más simple consta de un sólo retardo. Las salidas con retardo y sin retardo son sumadas para obtener un filtro con respuesta de frecuencia par, y son restadas para obtener una respuesta impar.

Usando el hecho de que una función de transferencia con retardo  $T_d$  seg corresponde a  $\exp(-j2\pi fT_d)$ , la función del filtro de la rama en fase es:

$$\begin{aligned} H_1(f) &= 1 + e^{-j2\pi fT_d} \\ &= 2 e^{-j\pi fT_d} \frac{(e^{j\pi fT_d} + e^{-j\pi fT_d})}{2} \\ &= 2 \cos(\pi fT_d) \exp(-j\pi fT_d) \end{aligned}$$

$$H_1(f) = 2 \cos(\pi b f T) \exp(-j\pi b f T) \quad (4.110)$$

donde  $b = T_d/T$  es el retardo en las ramas I/Q en periodos de bits. Para el filtro en la rama en cuadratura:

$$\begin{aligned} H_2(f) &= 1 - e^{-j2\pi fT_d} \\ &= 2 e^{-j\pi fT_d} \frac{(e^{j\pi fT_d} - e^{-j\pi fT_d})}{2j} \\ &= 2j \sin(\pi b f T) \exp(-j\pi b f T) \quad (4.111) \end{aligned}$$

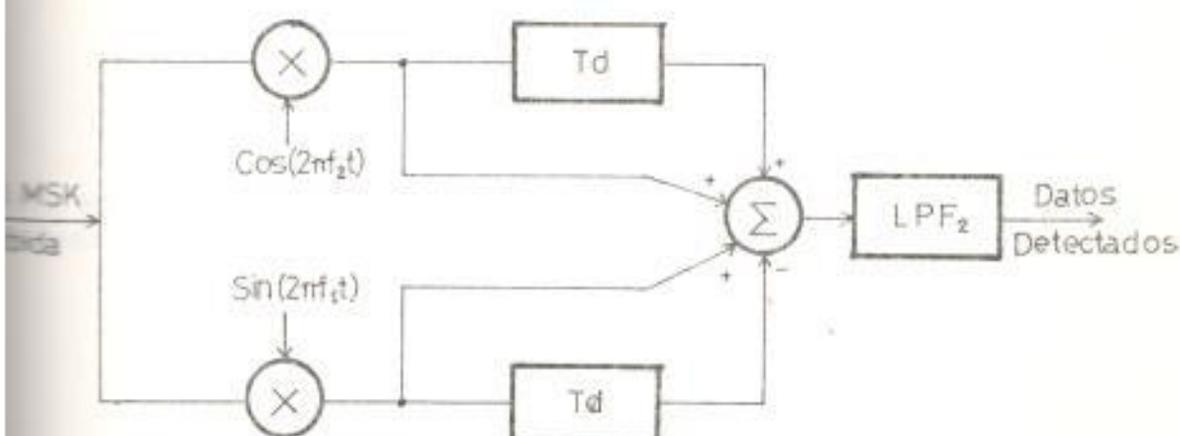


FIGURA 4.38.- ESTRUCTURA CON RETARDO SIMPLE

La función de transferencia total del equivalente pasa-bajo para un filtro de acoplamiento será:

$$\begin{aligned}
 \bar{H}(f) &= H_1(f) - jH_2(f) \\
 &= 2 \cos(\pi b f T) + \sin(\pi b f T) \exp(-j\pi b f T) \\
 &= 2 \cos(\pi(b f T - 0.25)) \exp(-j\pi b f T) \quad (4.112)
 \end{aligned}$$

La estructura mostrada es una modificación del diagrama general para filtros transversales

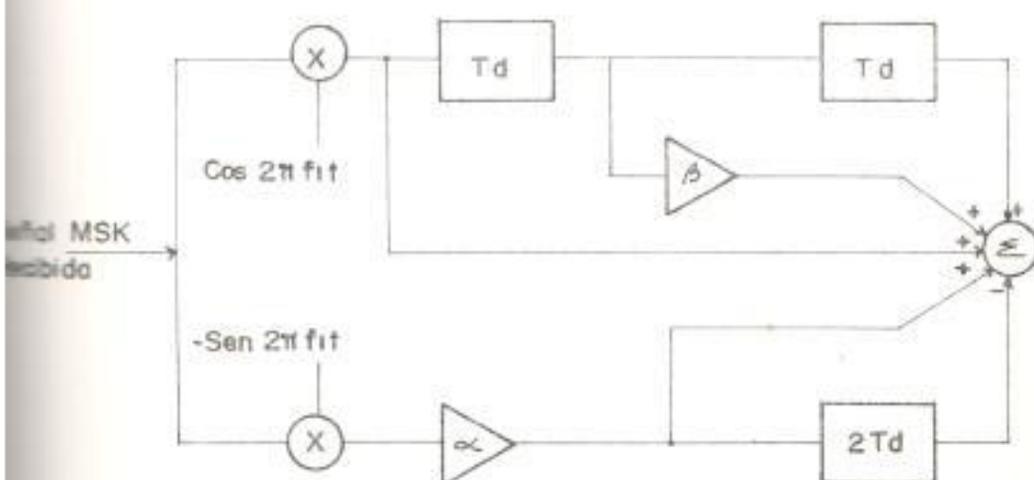


FIGURA 4.39.- ESTRUCTURA CON RETARDO DOBLE

para filtros transversales, lo cual permite obtener una función par en la rama en fase y una función impar en la rama en cuadratura.

$$\begin{aligned}
 H_1(f) &= 1 + \beta e^{-j2\pi fT_d} + e^{-j4\pi fT_d} \\
 &= e^{-j2\pi fT_d} \left[ e^{j2\pi fT_d} + \beta + e^{-j2\pi fT_d} \right] \\
 &= \left[ \beta + 2 \cos(2\pi fT_d) \right] \exp(-j2\pi fT_d) \quad (4.113)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_2(f) &= \alpha \left[ 1 - e^{-j4\pi fT_d} \right] \\
 &= \alpha e^{-j2\pi fT_d} \left[ e^{j2\pi fT_d} - e^{-j2\pi fT_d} \right]
 \end{aligned}$$

$$= 2 \cdot j\alpha \sin(2\pi b f T) \exp(-j2\pi b f T) \quad (4.114)$$

donde  $b = T/T_d$  es el retardo de bits.

Reemplazando  $H_1(f)$  y  $H_2(f)$  para obtener la función de transferencia total, tenemos:

$$\begin{aligned} \tilde{H}(f) &= H_1(f) - j H_2(f) \\ &= \left[ \beta + 2 \cos(2\pi b f T) + 2 \alpha \sin(2\pi b f T) \right] \exp(-j2\pi b f T) \\ &= \cos^2 \left( \pi b f T - \theta/2 \right) \exp(-j2\pi b f T) \quad (4.115) \end{aligned}$$

donde:

$$\theta = \tan^{-1} \alpha$$

Además se debe imponer la condición:

$$\beta = 2 \sqrt{1 + \alpha^2} = 1/2 \quad (4.116)$$

para obtener la forma con el coseno cuadrado, la cual se aproxima al es

pectro del lóbulo central MSK. Si la magnitud de la respuesta de frecuencia del filtro de acoplamiento, es normalizada, entonces su valor en las frecuencias de marca y espacio es de  $\pi/4$ . Acoplando las respuestas del filtro de acoplamiento y la del transversal, obtenemos la siguiente condición.

$$\theta = 2 \cos^{-1} \sqrt{\pi/4} \quad (4.117)$$

Además, para colocar el máximo en  $f = 1/4T$ ,

$$b = 20/\pi = Td/T \quad (4.118)$$

Para estos valores de  $\theta$  y  $Td$ ,  $\alpha = 1.439$  y  $\beta = 1.752$  aproximadamente.

Si comparamos los lóbulos principales de la respuesta ideal y de la aproximación, observamos que son casi idénticos si se mantie-

nen las condiciones anotadas. Sin embargo, el filtro pasa-bajo a la salida afecta a la respuesta total. Para optimizar esta respuesta, se requiere un retardo  $b$  menor al anotado Tabla II.

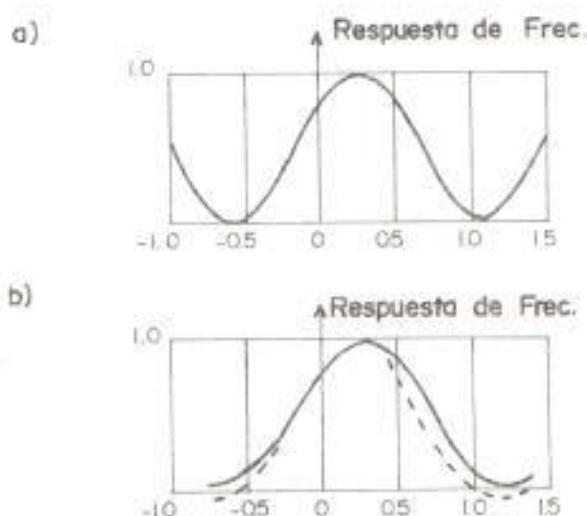


FIGURA 4.40.- COMPARACION DE LAS RESPUESTAS DE FRECUENCIA DEL FILTRO DE ACOPLAMIENTO MSK Y DE LA ESTRUCTURA CON RETARDO DOBLE, A) RETARDO =  $0.613T$ , B) RETARDO =  $0.53T$ , FILTRO BUTTERWORTH DE TERCER ORDEN A LA SALIDA.

c) Aproximaciones con líneas de transmisión y elementos combinados:

TABLA No. II

RETARDOS OPTIMOS PARA FILTROS TRANSVERSALES

TIPO DE FILTRO A LA SALIDA	ANCHO DE BANDA OPTIMO (edB)	RETARDO OPTIMO	DEGRADACION BER = $10^{-6}$
Butterworth 3er. orden	0.7/T	0.53T	0.27dB
Butterworth 4ta. orden	0.8/T	0.58T	0.32dB

Para transmisiones a velocidades elevadas, una manera simple de implementar una estructura con retardo simple, es usando líneas de transmisión en circuito abierto y en cortocircuito.

Si consideramos una línea de transmisión de longitud  $x$ , en circuito abierto, con una fuente cuya resistencia interna es igual a la impedancia característica de la línea, al igual que para el caso del filtro de conversión, obtendremos la siguiente función

de transferencia:

$$H_o(f) = \cos(2\pi k f T) \exp(-j2\pi k f T) \quad (4.119)$$

donde  $k = l/vT$  es el retardo de la línea en períodos de bit, y  $v$  es la velocidad de propagación de la onda electromagnética en el medio.

Una línea de transmisión en cortocircuito, como se demostró para el filtro de conversión, tiene una función de transferencia:

$$H_s(f) = j \sin(2\pi k f T) \exp(-j2\pi k f T) \quad (4.120)$$

Si usamos una línea de transmisión en circuito abierto para la rama en fase del demodulador con estructura I/Q, y una línea en cortocircuito para la rama en cuadratura, tenemos:

$$H_{LT}(f) = H_o(f) - j H_s(f)$$

$$\begin{aligned}
 &= \exp(-j2\pi kfT) \left[ \cos(2\pi kfT) + \sin(2\pi kfT) \right] \\
 &= \sqrt{2} \cos(2\pi kfT - \pi/4) \exp(-j2\pi kfT) \quad (4.121)
 \end{aligned}$$

Si comparamos esta expresión con la obtenida para la estructura con retardo simple:

$$H_1(f) = 2\sqrt{2} \cos(\pi fT(Td/T) - \pi/4) \exp(-j\pi fT) \quad (4.122)$$

observamos que  $2kT = Td$  o  $L = v_d Td/2$ . De esta manera la estructura con retardo simple puede ser implementada mediante líneas de transmisión.

Para velocidades de transmisión bajas, los filtros transversales pueden ser implementados usando combinaciones y agrupaciones de elementos. La Fig.4.41 muestra una combinación L-C para el equivalente pasa-bajo.

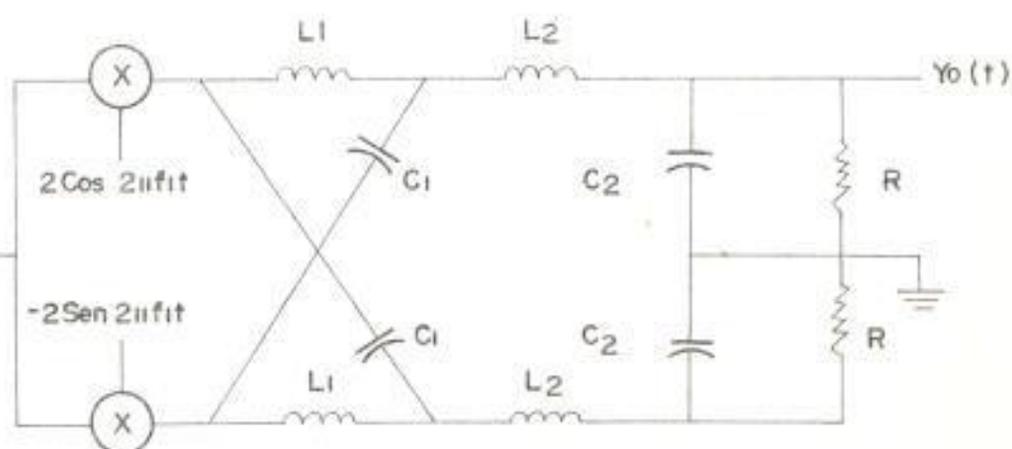
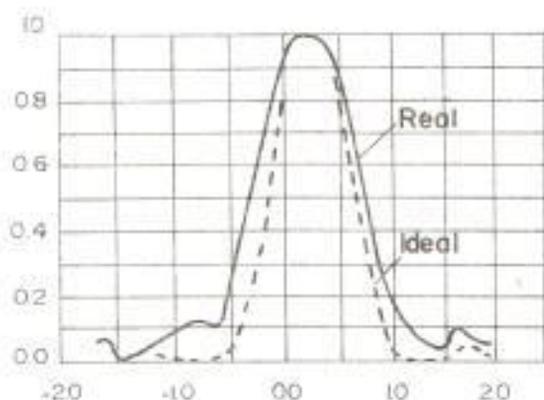


FIGURA 4.41.- CONFIGURACION CON ELEMENTOS COMBINADOS

Los elementos cruzados  $L_1-C_1$ , producen el lóbulo central del espectro MSK, mientras que los filtros pasa-bajo de salida, compuestos por  $L_2$ ,  $C_2$  y  $R$ , atenúan los lóbulos laterales.

La Fig.4.42, muestra la respuesta de frecuencia para los siguientes valores normalizados de los elementos<sup>7</sup>.



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE BOGOTÁ  
 Depto. de Ingeniería Eléctrica  
 BIBLIOTECA

Lav. No. \_\_\_\_\_

FIGURA 4.42.- RESPUESTA DE FRECUENCIA DE UN DEMODULADOR CON ELEMENTOS COMBINADOS.

$$L_1 = 2.5 \quad C_1 = 0.0045$$

$$L_2 = 16 \quad C_2 = 0.006$$

Se han usado las normalizaciones

$$R = \sqrt{L/C} \text{ y } T_d = \sqrt{LC} = T.$$

El demodulador, además consta de la conexión en cascada de tres filtros de polo simple, los cuales limitan en banda a los osciladores, sumadores y amplificadores.

La tabla muestra la degradación

para varios anchos de banda de estos filtros<sup>6</sup>.

TABLA No. III

DEGRADACION DE UNA CONEXION EN CASCADA DE FILTROS DE UN POLO, SEGUN EL ANCHO DE BANDA,

FILTRO DE 1 POLO BW = 3dB	DEGRADACION (dB) BER=10 <sup>-6</sup>
0.5/T	0.8
0.75/T	0.38
1/T	0.41

Un filtro con doble sección cruzada, ofrece la misma degradación que otro con una sólo sección cruzada, cuando los parámetros son optimizados. Sin embargo, se prefiere una sección cruzada simple, por el menor número de elementos.

#### 4.7 CIRCUITOS DE SINCRONIZACION.-

Las estructuras analizadas anteriormente, para obtener la información de la señal recibida, necesitan además de la implementación de dos operaciones adi-

cionales que son: la sincronización de la portadora para la generación de las señales de referencia, y la sincronización de los bits o generación del reloj necesario para el muestreo de la señal cada  $T_{\text{seg}}$  en el caso de la recepción en serie y  $2T_{\text{seg}}$  en el de paralelo.

Existen varias maneras para transportar estas señales, pero sin duda el método más elegante y eficiente es regenerarlas en el receptor mediante un esquema de sincronización de la señal así misma, en vez de desperdiciar potencia y ancho de banda transmitiendo esta información.

La Fig.4.43 ilustra el esquema de un receptor con sincronización propia. Luego del preamplificador, la señal ingresa a dos procesos diferentes. Uno extrae la información de fase y tiempo necesario para la sincronización, y el otro contiene el detector coherente de las señales, el cual usa señales de referencia del sub-sistema de sincronización propia.

Se debe tener presente, la interrelación que debe existir entre la fase de la portadora recobrada y el circuito de tiempo de decisión. Si esta información es extraída usando circuitos para la recupera-

ción de la portadora y del reloj diferentes, pueden ocurrir diferentes clases de errores, debido a que se está detectando formas de onda en cada canal sin que se encuentren relacionadas y sincronizadas con el circuito de tiempo de decisión.

La técnica que se utiliza para estimar simultáneamente esta información, se basa en el hecho de que el espectro de una señal FSK con fase continua y con índice de modulación  $h = 1$ , contiene dos espectrales separadas en frecuencia por  $1/T$ . Estos dos tonos contienen la suma y la diferencia de las fases de la portadora y del reloj. De esta manera estima da la fase de los tonos, con circuitos apropiados de adición y substracción, las fases de la portadora y el reloj pueden ser estimadas.

La conversión de la señal MSK en otra señal de fase continua con  $h=1$ , se realiza mediante un circuito que eleva al cuadrado la señal de entrada. Una vez obtenidas las componentes de frecuencia  $2f_1$  y  $2f_2$  las fases de las señales de referencia para recepción en serie se obtienen de la siguiente manera:

$$f_c = (2f_1 + 2f_2)/4 \quad (4.123)$$

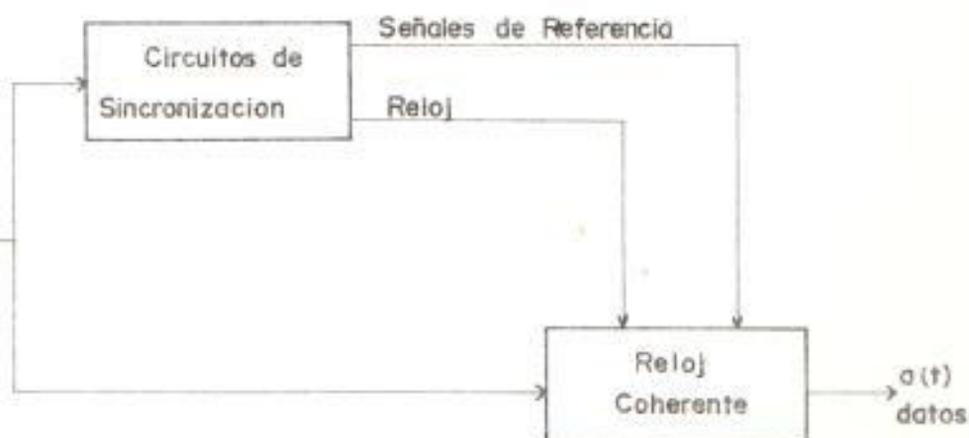


FIGURA 4.43.- RECEPTOR CON SINCRONIZACION PROPIA

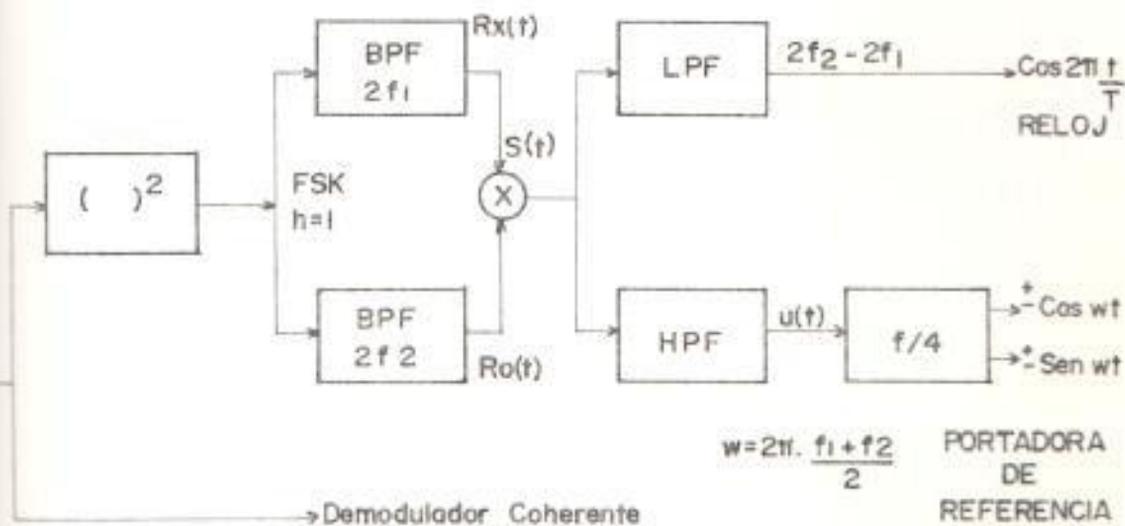


FIGURA 4.44.- GENERACION DEL RELOJ Y PORTADORA DE REFERENCIA (DEMODULACION EN SERIE).

y el reloj para recepción en serie:

$$1/T = 2f_2 - 2f_1 \quad (4.124)$$

La Fig.4.44 ilustra la operación de esta técnica para estimar el reloj y las señales de referencia.

Siendo  $m(t)$ :

$$\begin{aligned} m(t) &= A_I \frac{\cos \frac{\pi t}{2T}}{2T} \cos 2\pi f_c t + A_Q \frac{\sin \frac{\pi t}{2T}}{2T} \sin 2\pi f_c t \\ &= \frac{A_I}{2} \left[ \cos 2\pi t(f_c + 1/4T) + \cos 2\pi t(f_c - 1/4T) \right] \\ &\quad + \frac{A_Q}{2} \left[ \cos 2\pi t(f_c - 1/4T) - \cos 2\pi t(f_c + 1/4T) \right] \end{aligned} \quad (4.125)$$

elevando al cuadrado:

$$\begin{aligned} m^2(t) &= A_I^2 \frac{\cos^2 \frac{\pi t}{2T}}{2T} \cos^2 2\pi f_c t + 2 A_I A_Q \frac{\sin \frac{\pi t}{2T}}{2T} \frac{\cos \frac{\pi t}{2T}}{2T} \sin 2\pi f_c t \\ &\quad \cos 2\pi f_c t + A_Q^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi t}{2T}}{2T} \sin^2 2\pi f_c t \end{aligned} \quad (4.126)$$

Siendo  $A_I^2$  y  $A_Q^2$  igual a 1 y utilizando las respectivas identidades trigonométricas tenemos:

$$\begin{aligned}
m^2(t) &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi t}{T}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\pi f_c t\right) + 2 A_I A_Q \sin \frac{\pi t}{T} \sin \\
&\quad 4\pi f_c t + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\pi t}{T}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 4\pi f_c t\right) \\
&= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos \frac{\pi t}{T} + \frac{1}{4} \cos 4\pi f_c t + \frac{1}{8} \cos \left(4\pi f_c t + \frac{\pi t}{T}\right) + \frac{1}{8} \\
&\quad \cos \left(4\pi f_c t - \frac{\pi t}{T}\right) + \frac{A_I A_Q}{4} \left[ \cos \left(4\pi f_c t - \frac{\pi t}{T}\right) - \cos \right. \\
&\quad \left. \left(4\pi f_c t + \frac{\pi t}{T}\right) \right] + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos \frac{\pi t}{T} - \frac{1}{4} \cos 4\pi f_c t + \frac{1}{8} \cos \\
&\quad \left(4\pi f_c t + \frac{\pi t}{T}\right) + \frac{1}{8} \cos \left(4\pi f_c t - \frac{\pi t}{T}\right) \\
&= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cos \left(4\pi f_c t + \frac{\pi t}{T}\right) + \frac{1}{4} \cos \left(4\pi f_c t - \frac{\pi t}{T}\right) + \frac{A_I A_Q}{4} \\
&\quad \left[ \cos \left(4\pi f_c t + \frac{\pi t}{T}\right) - \cos \left(4\pi f_c t - \frac{\pi t}{T}\right) \right]
\end{aligned}$$

Las componentes de frecuencia  $2f_1$  y  $2f_2$ , son extraídas por los filtros pasabanda, los cuales en la práctica son reemplazados por lazos de enganche de fase ( $P_{LL}$ ). Cada uno de ellos se engancha a la fase y frecuencias correspondientes con desviaciones de fase y frecuencia casi despreciables. De esta forma, se pueden sincronizar los circuitos necesarios para la recepción con los de transmisión.

$$R_I(t) = \frac{1}{2} \cos 4\pi f_1 t \quad (4.128)$$

$$R_Q(t) = \frac{1}{2} \cos 4\pi f_2 T \quad (4.129)$$

Multiplicando estas dos señales tenemos:

$$\begin{aligned} s(t) &= R_I(t) R_Q(t) \\ &= \frac{1}{4} \cos 4\pi f_1 t \cos 4\pi f_2 t \\ &= \frac{1}{8} \cos 2\pi(2f_1 + 2f_2)t + \frac{1}{8} \cos 2\pi(2f_2 - \\ &\quad 2f_1)t \end{aligned} \quad (4.130)$$

La señal del reloj se obtiene filtrando la señal de menor frecuencia:

$$\begin{aligned} \text{reloj} &= \frac{1}{8} \cos 2\pi(2f_2 - 2f_1)t \\ &= \frac{1}{8} \cos 2\pi(f_c + 1/4 - f_c + 1/4T)t \\ &= \frac{1}{8} \cos \frac{2\pi t}{T} \end{aligned} \quad (4.131)$$

la cual es la frecuencia de muestreo deseada de  $1/T$  seg para demodulación en serie.

La componente de mayor de frecuencia de  $s(t)$  se uti  
liza para la generación de las señales de referen-  
cia.

$$u(t) = \frac{1}{8} \cos 2\pi (2f_1 + 2f_2) t \quad (4.132)$$

la frecuencia de  $u(t)$  es dividida para cuatro:

$$f_u = 2f_1 + 2f_2$$

$$\frac{f_u}{4} = \frac{2f_1 + 2f_2}{4}$$

$$= \frac{1}{2} (f_c - 1/4T + f_c + 1/4T)$$

$$= f_c \quad (4.133)$$

Obteniéndose la frecuencia de la portadora.

Todas las señales de referencia pueden ser generadas  
prácticamente sin error, estrechando el ancho de  
banda de los  $P_{LL}$ .

El circuito que divide la frecuencia para 4, genera  
una ambigüedad de fase en un múltiplo de  $90^\circ$ . El

MSK, puede resolver este inconveniente, comparando la salida coherente con una cadena de datos del circuito doblador de frecuencia. Esta cadena, corresponde a una señal MSK convencional más una cierta cantidad qde ruido, pero que contiene todavía suficiente información, como para eliminar esta ambigüedad, si la comparación se realiza en varios intervalos de tiempo.

Un método alternativo para resolver esta ambigüedad, se muestra en la Fig.4.44. Usa el mismo doblador de fase,  $P_{LL}$  y reloj de la Fig.4.43, pero genera las señales de referencia en forma diferente. Las salidas de los  $P_{LL}$ ,  $R_I(t)$  y  $R_Q(t)$ , son divididas para 2 y luego sumadas y restadas. Obteniéndose las señales  $x(t)$  y  $y(t)$ :

$$\begin{aligned}
 x(t) &= S_1(t) + S_2(t) \\
 &= \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t - \frac{\pi t}{2T} \right) + \frac{1}{2} \left( 2\pi f_c t + \frac{\pi t}{2T} \right) \\
 &= \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_c t \qquad (4.134)
 \end{aligned}$$

$$y(t) = S_1(t) - S_2(t)$$

$$= \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t - \frac{\pi t}{2T} \right) - \frac{1}{2} \cos \left( 2\pi f_c t + \frac{\pi t}{2T} \right)$$

$$= \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_c t$$

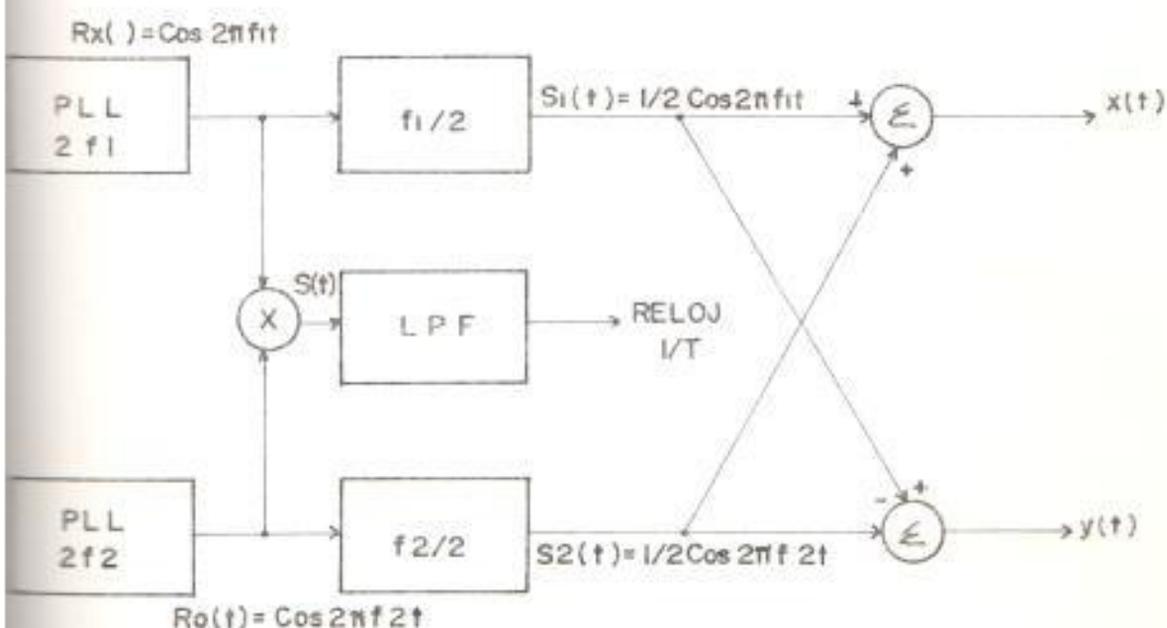


FIGURA 4.45.- METODO ALTERNATIVO PARA GENERAR LAS SEÑALES DE REFERENCIA.

El procedimiento descrito, también puede ser utilizado en la demodulación MSK-paralelo, para generar las señales de referencia y sincronización de la portadora. Para obtener la frecuencia de muestreo, que en este caso es de  $1/2T_{seg}$ , se utilizan las señales  $S_1(t)$  y  $S_2(t)$  en vez de  $R_1(t)$  y  $R_0(t)$  como su

cedía para MSK-Serie.

$$\begin{aligned}
 S(t) &= S_1(t) S_2(t) \\
 &= \frac{1}{4} \cos 2\pi f_1 t \cos 2\pi f_2 t \\
 &= \frac{1}{8} \cos 2\pi(f_1 + f_2)t + \frac{1}{8} \cos 2\pi(f_2 - f_1)t
 \end{aligned}
 \tag{4.136}$$

filtrando lo componente de menor frecuencia:

$$\begin{aligned}
 \text{reloj} &= \frac{1}{8} \cos 2\pi(f_2 - f_1)t \\
 &= \frac{1}{8} \cos 2\pi\left(f_c + \frac{1}{4}t - f_c + \frac{1}{4}t\right) \\
 &= \frac{1}{8} \cos \frac{\pi t}{T}
 \end{aligned}
 \tag{4.139}$$

obteniéndose la frecuencia deseada de  $1/2T$  seg

La ambigüedad de  $\pm 180^\circ$  que se presenta al dividir para 2 las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  en el esquema de la fig.4.45, puede ser eliminada usando codificación diferencial como se hace generalmente para PSK. (Codificación diferencial es una técnica, en la cual se codifican como +1 o -1 los cambios o transiciones

en la cadena de bits, en vez de los valores absolutos de los datos).

Un problema diferente se presenta es la pérdida de enganche, cuando se tiene una cadena larga de marcas o espacios, en cuyo caso se tiene la transmisión de una sola frecuencia. Cuando esto ocurre, uno de los PLL pierde su enganche, volviendo a su frecuencia de reposo. Esto produce errores tanto en la portadora como en el reloj. Algunas mejoras pueden obtenerse, modulando la frecuencia obtenida con el reloj para regenerar la frecuencia ausente. Sin embargo, esto funciona únicamente hasta que el reloj pierde su sincronismo. Este inconveniente es común a toda señal FSK. La mejor solución en este caso, consiste en utilizar una fuente de codificación que elimine en lo posible, la existencia de tales cadenas de bits largas.

Esta técnica en la cual la señal recibida es elevada al cuadrado para obtener las componentes espectrales  $2f_1$  y  $2f_2$  presenta cierta desventaja. Debido, a que estamos tratando con sistemas de transmisión de datos a velocidades elevadas, este modelo no es el más indicado, ya que se está doblando la frecuencia de una componente de frecuencia, lo cual debe ser más

grande que la mitad del ancho de banda de la señal modulada en banda-ancha. En aplicaciones de transmisiones a velocidades elevadas, se pueden requerir frecuencias mayores a 1Ghz

Otro método para obtener la portadora, que es más conveniente a velocidades elevadas, se muestra en la figura 4.46. Este usa una estructura de lazo de costas y se aplica principalmente a estructuras de demodulación I/Q (equivalente pasa-bajo), analizada en el punto anterior, en las cuales se tienen disponibles las señales demoduladas en las ramas en fase y en cuadratura (filtro de acoplamiento)

El lazo de enganche de fase Costas, funciona de la siguiente manera:

La entrada del lazo es una señal de forma:

$$m(t) = A \cos \omega t \quad (4.140)$$

Las señales en los diversos puntos del lazo, pueden ser fácilmente deducidos de la señal de entrada y de la salida del VCO (el oscilador controlado por voltaje, proporciona una señal cuya frecuencia es proporcional a su voltaje de entrada) y se muestran

en la fig.4.46. El filtro pasa-bajo colocado antes del VCO debe ser lo suficientemente estrecho de modo que su salida sea  $K \sin 2\phi$ , esencialmente el valor DC de la entrada. Esta señal opera el VCO de modo que  $\phi$  es reducido. Para un valor lo suficientemente pequeño de  $\phi$ , la salida del filtro pasa-bajo, en la parte superior, es la señal deseada.

Para verificar que la implementación de un lazo costas puede ser usado para obtener la sincronización de la portadora, consideremos los siguientes dos casos hipotéticos por la señal de datos:

-a(t) consiste de cadenas largas de "1" o de "0"

-a(t) es una secuencia alternada de "1" y "0"

En el primer caso, la señal  $m(t)$  recibido puede ser escrita como:

$$m(t) = A \cos 2\pi \left( f_c - \frac{1}{4T} \right) t$$

$$= A \cos 2\pi f t \quad (4.141)$$

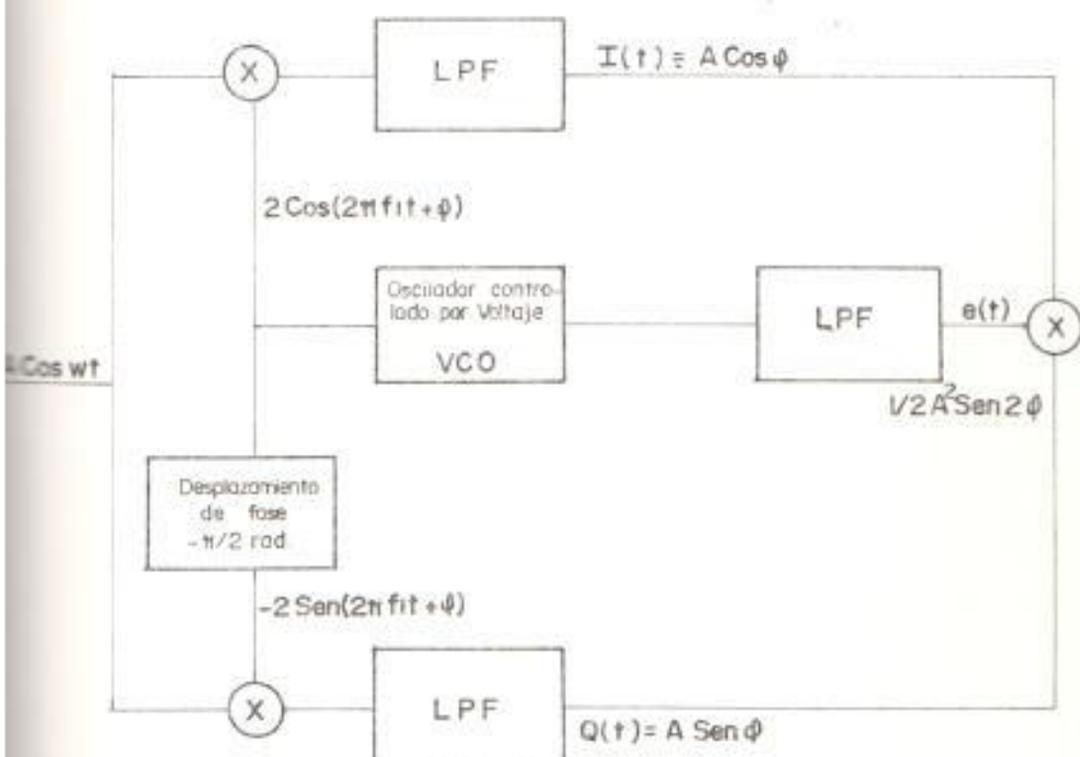


FIGURA 4.46.- REGENERACION DE LA PORTADORA PARA BPSK CON UN LAZO COSTAS.

Para esta condición, las salidas de las ramas I/Q del demodulador con equivalente pasa-bajo, luego de remover los términos con frecuencia doble, son:

$$I(t) = A \cos \phi \quad (4.142)$$

$$Q(t) = A \sin \phi \quad (4.143)$$

respectivamente, como se muestra en la figura 4.46. Su producto será:

$$e_1(t) = \frac{A^2}{2} \sin 2\phi \quad (4.144)$$

la cual, luego de pasar por el filtro pasa-bajo, sirve como señal de control del VCO para generar las señales de referencia de los osciladores en las ramas I/Q.

Por otro lado, para el caso en el cual  $a(t)$  es una secuencia alternada 1-0, la señal de entrada puede ser escrita como:

$$m(t) = A \cos 2\pi \left( f_c + \frac{1}{4T} \right) t$$

$$A \cos 2\pi f_2 t \quad (4.145)$$

En este caso las salidas de los detectores I/Q serán:

$$I(t) = A \cos (\pi t/2T + \phi) \quad (4.146)$$

$$Q(t) = A \sin (\pi t/2T + \phi) \quad (4.147)$$

el producto de estas señales es:

$$e_2(t) = \frac{1}{2} A^2 \sin (\pi t/2T + \phi) \quad (4.148)$$

el cual corresponde a una componente espectral a  $1/2T$ . Debido a que no se tiene componente DC, esta señal no es de interés para la corrección de fase en el lazo, y puede ser considerada como un término de ruido dependiente de la información.

La secuencia real de datos, puede ser considerada como una combinación de los dos casos que hemos analizado. Debemos notar además, que debido a que  $A$  aparece al cuadrado en (4.144), puede existir una ambigüedad de  $180^\circ$  en el lazo para la regeneración de la portadora (no podemos decir si el lazo se engancha a  $A(t)$  o  $-A(t)$ ). Esta ambigüedad también se manifiesta, por el factor de 2 que multiplica el error de fase  $\phi$  (el enganche se puede realizar para  $\phi = 0^\circ$  o para

$\phi = 180^\circ$ ). Para eliminar este inconveniente se usa la codificación diferencial de datos, al igual que como se lo hizo en el procedimiento analizado al principio.

#### 4.8 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA SEÑAL.-

##### 4.8.1 Probabilidad de error $P_E$ .-

En circuitos de transmisión digital, debido a la presencia del blanco Gaussiano, se pueden presentar errores en la decisión de cada bit. Desarrollaremos una expresión que permita estimar la probabilidad de error  $P_E$ .

Asumimos la existencia de un ruido aditivo blanco Gaussiano con media igual a cero y una sincronización perfecta del receptor.

El demodulador observa la señal cada  $N_t$  intervalos de símbolos y realiza una decisión óptima sobre cada bit. De esta manera, la variable de decisión  $\lambda$  es una variable aleatoria Gaussiana, cuya media y varianza determina la probabilidad de error.

La probabilidad de error se define como<sup>3</sup>.

$$P_e = Q \sqrt{d^2 E_b / N_0} \quad (4.149)$$

donde  $E_b$  es la energía transmitida en cada bit,  $N_0$  es la densidad espectral de potencia de un solo lado del ruido blanco,  $d$  es la distancia cuadrada normalizada y  $Q(x)$  es la función de error gaussiano dependiente de la forma del pulso, en este caso sinusoidal.

Como se demostró anteriormente, la energía transmitida  $E_b$  en el caso de QPSK, OQPSK y MSK es la misma. Por lo tanto, el ruido Gaussiano dependerá únicamente de la distancia  $d$  entre las dos señales. Mientras más grande es la distancia, menor es la probabilidad de error, ya que las posibilidades de que una señal sea confundida con otra son menores. En el caso de MSK, debido a que las señales se encuentran en cuadratura (Fig. 4.47) la distancia  $d = \sqrt{2}$ .

La función de error gaussiano para el caso de MSK está dado por<sup>11</sup>:

$$Q(x) = \int_I \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy \quad (4.150)$$

donde  $I$  es el intervalo de observación

Reemplazando el valor de  $Q$  y  $d$  en (4.149) tenemos:

$$\begin{aligned} P_e &= Q \sqrt{2 E_b/N_0} \\ &= \int_I \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy \end{aligned} \quad (4.151)$$

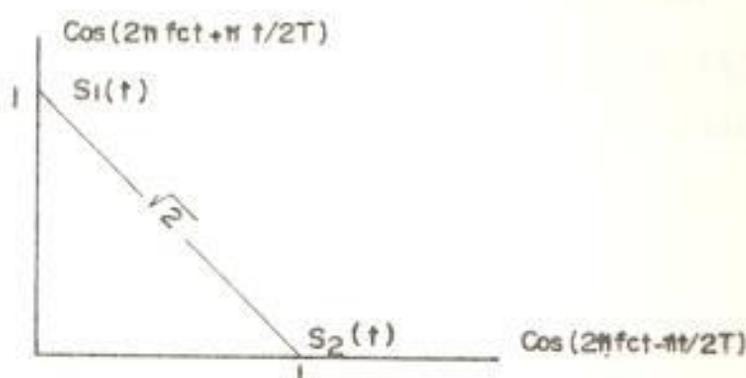


FIGURA 4.47.- DIAGRAMA DE LA DISTANCIA ENTRE SEÑALES MSK.

La probabilidad de error total, se obtiene promediando los valores de error obtenidos

para todas las formas de onda que pueden ser transmitidas ( $m$ ):

$$P_E = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Q \left( \sqrt{d_j^2 \frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (4.152)$$

La Fig.4.48 muestra la probabilidad de error para diferentes valores de la relación señal/ruido.

A pesar de que se tiene una duración de bit  $T$  y se necesita una decisión cada bit transmitido, se puede obtener un mejor comportamiento si se observa la señal recibida un tiempo mayor, ya que se tiene una mayor información del proceso de la señal y/o del ruido, disminuyendo por lo tanto la probabilidad de error.

Por este motivo, MSK presenta el mismo comportamiento que BPSK a pesar de tener una distancia menor entre símbolos ( $d = 2$  para BPSK), al observar en un intervalo de  $2T$ seg en vez de cada  $T$ seg como sucede en el caso de BPSK.

#### 4.8.2 Interferencia entre símbolos.-

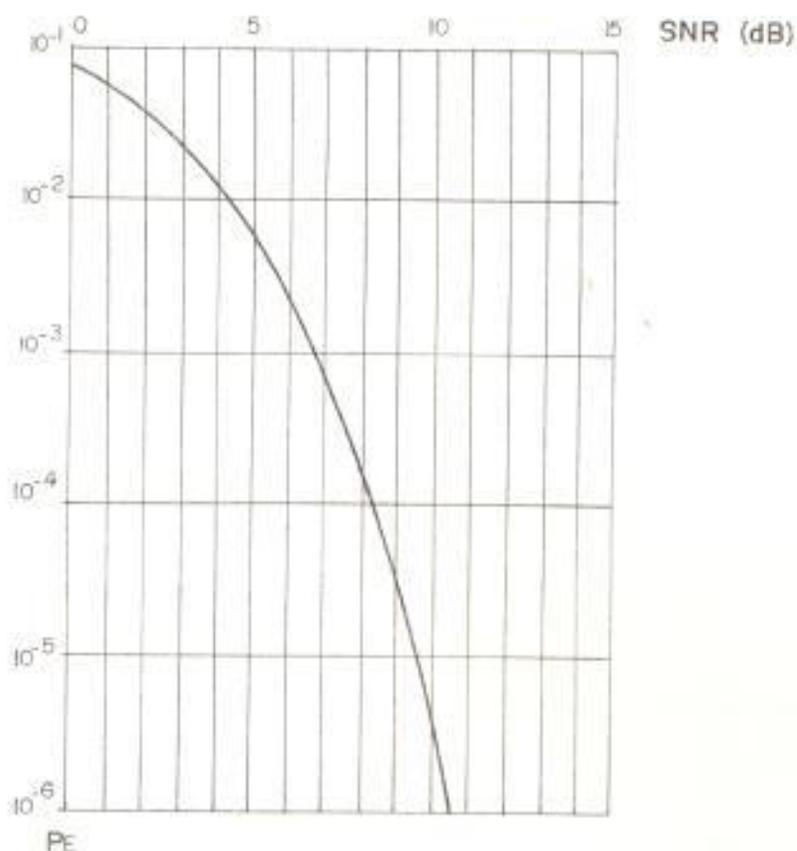


FIGURA 4.48.- PROBABILIDAD DE ERROR PARA MSK

En la transmisión y recepción, las señales disponibles pueden no ser independientes. Se pueden presentar dos tipos de interferencia: dentro del canal y entre los canales en fase y en cuadratura.

La interferencia dentro del mismo canal, no puede ser eliminada fácilmente. Esta limita

La velocidad de transmisión de los bits de información en un sistema dado. Sin embargo para MSK, los bits se transmiten a la mitad de la tasa de bits y la función de codificación es continua, ya que las transiciones ocurren solamente en los ceros de  $\cos_{\pi t/2T}$ . De esta forma, la interferencia entre símbolos es considerablemente menor que en el caso de OQPSK y QPSK en que se usan pulsos rectangulares.

Para analizar la interferencia entre los canales en fase y cuadratura, obtendremos la función de autocorrelación, para lo cual usaremos el proceso de Markov<sup>3</sup>.

Este procedimiento utiliza una matriz de probabilidad de transición de estado, probabilidades iniciales de los estados y las formas de onda asociadas a cada estado. La Fig. 4.49 ilustra el diagrama de estados para este caso. El proceso permanece en cada estado en tiempo igual a  $T_{seg}$ , durante el cual la forma correspondiente de onda es generada. La Fig. 4.50 muestra las diferentes formas de onda para MSK en cada estado.

Utilizando, por conveniencia, la notación para equivalente pasa-bajo, la forma para cada estado puede ser escrita como:

$$S_i(t) = S_{iC}(t) + j S_{iS}(t) \quad (4.153)$$

donde  $S_{iC}(t)$  es la componente del canal en fase y  $S_{iS}(t)$  es la componente del canal en cuadratura. La señal total está dada por:

$$y(t) = \text{Re} \{ S_i(t) e^{-j\omega_c t} \} \quad (4.154)$$

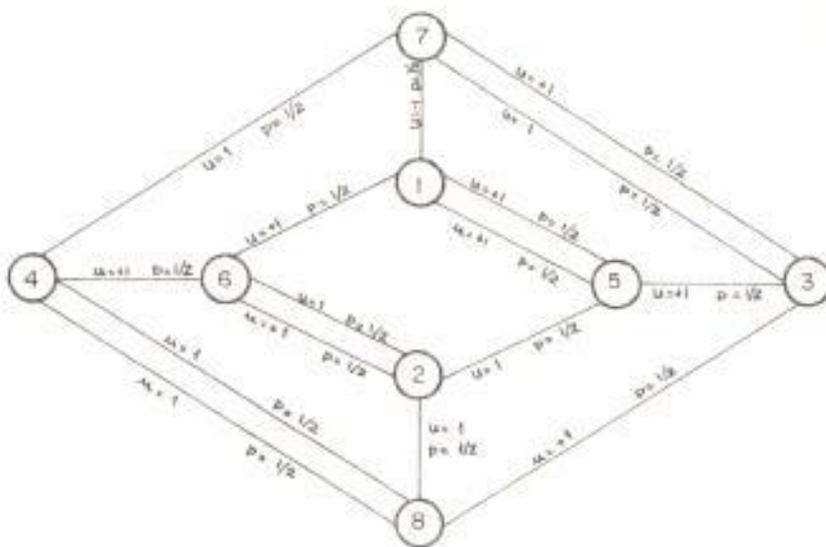


FIGURA 4.43.- DIAGRAMA DE TRANSICION DE ESTADOS EN EL PROCESO MARKOV,

$$S_i(t) = S_{ic}(t) + jS_{is}(t)$$

Estado	I Canal	Q Canal
1	$\Delta \cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\nabla \sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
2	$\Delta \cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\nabla -\sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
3	$\nabla -\cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\Delta \sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
4	$\nabla -\cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\nabla -\sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
5	$\nabla \sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\Delta \cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
6	$\nabla \sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\nabla \cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
7	$\nabla -\sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\Delta \cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $
8	$\nabla -\sin \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $	$\nabla \cos \left  \frac{\pi}{2T} (t, nT) \right $

FIGURA 4.50.- FORMAS DE ONDA EN CADA ESTADO PARA UN EQUIVALENTE MSK PASA-BAJO.

Cada  $T_{seg}$ , el estado es modificado de acuerdo al valor del siguiente bit  $A_k$ . En el diagrama de la Fig. 4.49, se indica el valor  $A_k$  que causa la transición y la correspondiente probabilidad de que tome dicho valor. La matriz de probabilidad de transición correspondiente al diagrama de estados mostrado, está dada por:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El  $(i,j)$  ésimo elemento de  $P$ , denotado por  $p(j/i)$ , se define como la probabilidad de transición del estado  $i$  al estado  $j$  en el instante de transición, dado que el proceso se encuentra en el estado  $i$ .

La función de autocorrelación está dado por<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned} R_y(\tau) &= R_y(\tau' + mT) \\ &= \sum_{i=1}^a p(i) \sum_{j=1}^a p(j/i, m) S_{ij}(T - \tau) \end{aligned}$$

$$+ p(j/i, m+1) S_{ji}^*(\tau') \quad (4.155)$$

para:

$$\tau = \tau' + mT \geq 0, \quad m = \text{entero} \geq 0, \quad 0 \leq \tau' \leq T$$

$$Ry(\tau) = Ry^*(-\tau) \quad \text{para } \tau < 0$$

donde:

$$S_{ij}(x) = \frac{1}{T} \int_0^x S_i(u) S_j^*(u+T-x) du \quad 0 \leq x \leq T$$

- $S_{ij}^*$  : conjugada compleja de  $S_{ji}(x)$   
 $S_i(t)$  : forma de onda en el estado  $i$   
 $a$  : número de estados = 8  
 $p(i)$  : probabilidad del estado  $i$  en  $0 \leq t \leq T + 1/8$ .  
 $p(j/i, m)$  : probabilidad del estado en  $mT \leq t \leq (m+1)T$  dado el estado  $i$  en  $0 \leq t \leq T$ .

Evaluando la expresión de correlación (4.155) para MSK, obtenemos:

$$R(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left[ \pi \left[ 1 - \frac{|\tau|}{2T} \right] \cos \left( \frac{\pi |\tau|}{2T} \right) + \sin \left( \frac{\pi |\tau|}{2T} \right) \right], & |\tau| \leq 2T \\ 0 & |\tau| > 2T \end{cases} \quad (4.156)$$

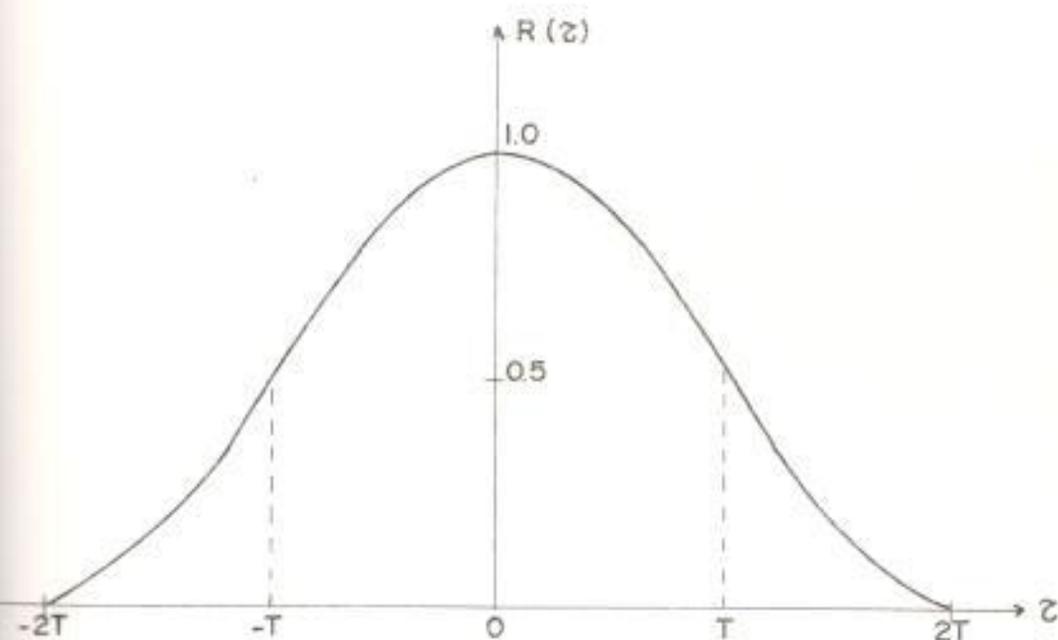


FIGURA 4.51.- FUNCION DE AUTOCORRELACION NORMALIZADA PARA MSK

Nótese que la función de autocorrelación es cero para tiempos que exceden  $2T_{\text{seg}}$ . De esta forma si MSK es transmitida a través de canales con ancho de banda infinito, con funciones lineales y ruido blanco Gaussiano, no se pre

sentará interferencia entre los canales en fase y en cuadratura. El sistema puede ser considerado como dos canales binarios ortogonales, en los cuales se usan símbolos antipodales de duración  $2T_{\text{seg}}$  y un desplazamiento de  $T_{\text{seg}}$  entre ambos canales.

Para cada cadena de bits independientes, los signos de los símbolos en cada canal binario son independientes desde un intervalo de  $2T_{\text{seg}}$  al siguiente, siendo la función de autocorrelación igual a cero para  $T > 2T_{\text{seg}}$ .

#### 4.8.3 Evaluación de la señal en canales limitados en banda.-

En el diseño de sistemas de comunicaciones, generalmente es necesario limitar la señal en banda, debido a la gran demanda que existe de canales de comunicación. Así, la señal debe ser filtrada de modo que la interferencia entre canales disminuye, sin que se produzca una interferencia entre símbolos significativos.

Debido a la limitación en banda, se producen fluctuaciones en la amplitud de la señal, dando lugar a distorsiones y a una ampliación del espectro al pasar por canales no lineales.

Pruebas realizadas por la "Hughes Aircraft Company"<sup>(10)</sup> muestran el comportamiento de un sistema MSK. La Fig. 4.52, muestra el BER para varias frecuencias de operación, usando un filtro Butterworth con  $BW = 21.5$  MHz.

Además, se obtuvo la degradación en términos de  $E_b/N_0$  para  $P_E = 10^{-5}$ , lo cual se ilustra en la Fig. 4.53, para operación lineal y en la Fig. 4.54, para operación no lineal. La degradación se ha graficado en función de  $1/BT$  donde  $B$  es el ancho de banda y  $T$  la duración del símbolo.

Como se puede apreciar, MSK y OQPSK ofrecen casi el mismo comportamiento de la tasa de error en canales limitados en amplitud y ancho de banda, por lo que la selección del esquema de modulación en estos casos se basa en consideraciones diferentes a la tasa de

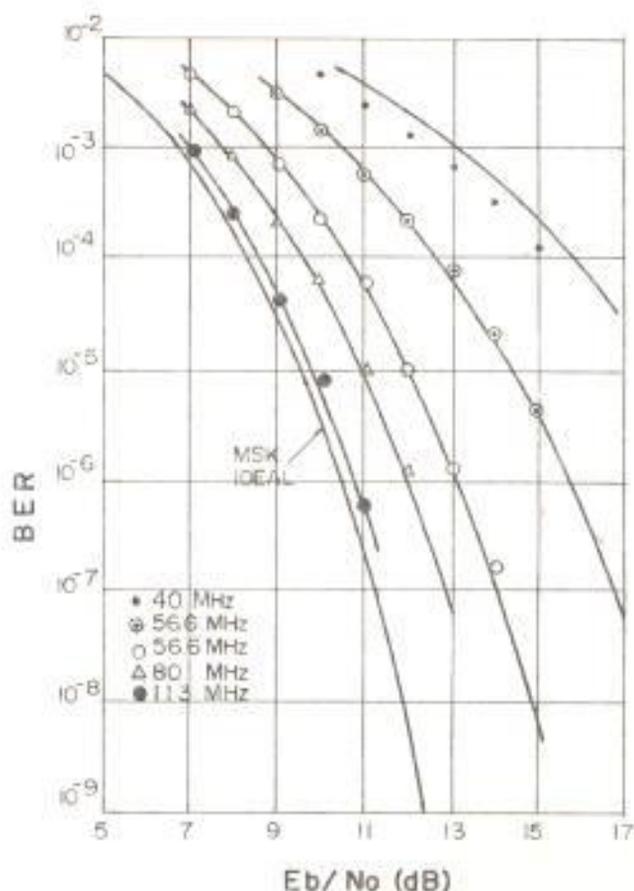


FIGURA 4.52.- BER PARA MSK-SERIE CON UN FILTRO DE 2 POLOS BUTTERWORTH ( $BW=21.5$ MHZ).

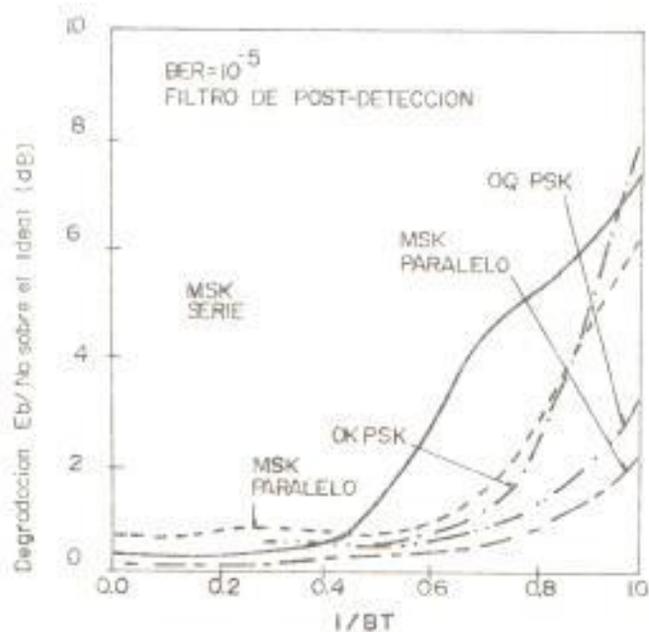


FIGURA 4.53.- DEGRADACION EN OPERACION LINEAL

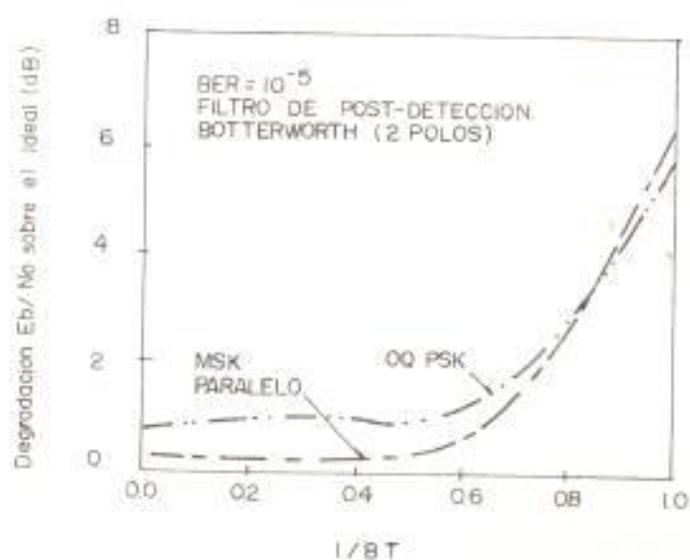


FIGURA 4.54.- DEGRADACION EN OPERACION NO LINEAL

error, como son la complejidad del sistema, energía fuera de banda, etc. Para canales severamente limitados en banda, QPSK ofrece mayores ventajas que MSK, mientras que para limitaciones moderadas se prefiere el MSK.

La Fig. 4.55, ilustra el comportamiento de la degradación como función del ancho de banda del canal para un valor constante de la probabilidad de error.

Se ha demostrado que para canales con ancho

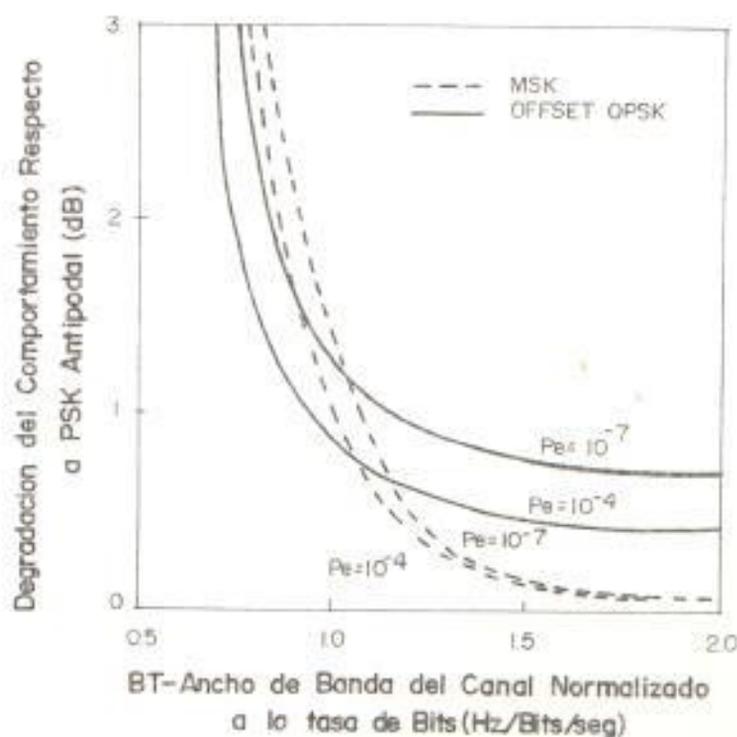


FIGURA 4.55.- DEGRADACION CON RESPECTO A UNA SEÑAL PSK ANTIPODAL COMO FUNCION DEL ANCHO DE BANDA DEL CANAL, CON PROBABILIDAD DE ERROR COMO PARAMETRO.

de banda mayor a  $1.1R$  donde  $R$  es la razón de bit binario, el comportamiento de MSK es superior que en el caso de QPSK. Sin embargo, para  $B < 1.1R$  QPSK presenta ciertas ventajas. Esta se debe al estrecho lóbulo principal que presenta la densidad espectral de QPSK comparado con la de MSK. Ambas técnicas sufren severas degradaciones cuando el lóbulo principal encuentra el límite de banda del canal.

#### 4.8.4 Interferencia con canales adyacentes.

El comportamiento de un sistema MSK operando en presencia de interferencia de canales adyacentes, es sensible tanto a la fase relativa, como a la secuencia de datos de la señal del canal adyacente.

Definimos la relación de interferencia de la portadora a la interferencia del canal adyacente<sup>(3)</sup> como:

$$C/A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(f) |H(f)|^4 df}{\int_{-\infty}^{\infty} G(f) |H(f)|^2 |H(f+\Delta f)|^2 df} \quad (1.157)$$

donde  $G(f)$  es la densidad espectral de potencia de MSK o de OQPSK y  $H(f)$  es la función de transferencia de los filtros de los dos sistemas. El factor  $|H(f)|^4$  es la magnitud al cuadrado de la función de transferencia de dos filtros idénticos en cascada con frecuencia central y ancho de banda iguales. El factor  $|H(f)|^2 |H(f+\Delta f)|^2$  representa a los mismos 2 filtros en cascada con la diferencia de que se encuentran desplazados por la separación de los canales  $\Delta f$ . La ecuación (1.157)

fue calculada para varios anchos de banda y separaciones de canal. Los resultados se muestran en la Fig. 4.56.

La Tabla IV presenta una comparación de la degradación del BER para MSK y QPSK como función del ancho del canal disponible y  $C/A = 25\text{dB}$  y  $\text{BER} = 10^{-4}$ . De estos datos concluimos que QPSK es más eficiente para sistemas limitados en banda, mientras que MSK es superior en sistemas limitados en potencia con ancho de banda adecuado para el lóbulo principal de MSK.

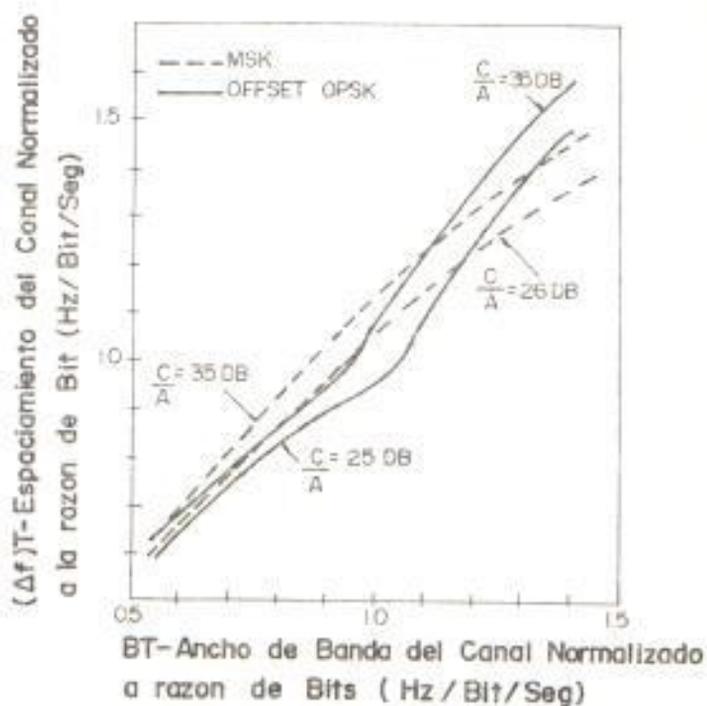


FIGURA 4.56.- ESPACIAMIENTO DEL CANAL COMO FUNCION DEL ANCHO DE BANDA CON  $C/A$  COMO PARAMETRO.

TABLA No. IV

DEGRADACION DEL COMPORTAMIENTO COMO FUNCION DEL ESPACIAMIENTO DEL CANAL ( $BER = 10^{-4}$ ,  $C/A = 25dB$ )

FRECUENCIA DE ESPACIAMIENTO DEL CANAL	CLASIFICACION DE LA RESTRICCIÓN DE BW	BW REQUERIDO PARA $C/A = 25dB$		DEGRADACION DEL COMPORTAMIENTO (dB) $BER=10^{-4}$	
		MSK	OQPSK	MSK	OQPSK
1.4 R	Muy suave	1.45 R	1.30 R	0.15	0.50
1.2 R	Suave	1.15 R	1.15 R	0.50	0.65
1.1 R	Moderado	1.05 R	1.10 R	0.75	0.75
1.0 R	Fuerte	0.93 R	1.02 R	1.30	0.85
0.8 R	Muy fuerte	0.82	0.90 R	2.40	1.10

#### 4.8.5 Eficiencia del ancho de banda.

La eficiencia del ancho de banda, es una medida de la ocupación del ancho de banda de la señal modulada en b/s/Hz. Esta eficiencia no puede ser especificada tan fácilmente como la eficiencia de comunicación, ya que depende del criterio usado sobre la ocupación de dicho ancho de banda.

La Tabla V resume las propiedades de varias técnicas de modulación espectralmente eficientes (14).

Existen varios criterios para especificar la eficiencia del ancho de banda:

- Ancho de banda entre los primeros ceros del espectro.
- Ancho de banda que incluye el 99% de la potencia de la señal.
- Ancho de banda que contiene el 99.9% de la potencia de la señal.

En la Tabla V se ha asumido que no existen no linealidades ni filtros aplicados a la señal transmitida.

#### 4.8.6 Eficiencia de comunicación.-

Se define la eficiencia de comunicación como la relación señal ruido (SNR) requerido para tener una determinada tasa de bits erróneos (BER).

En un canal con ruido aditivo blanco Gaussiano (AWGN), con densidad espectral de ruido

CARACTERISTICAS DE TECNICAS DE MODULACION ESPECTRALMENTE EFICIENTES

TECNICA DE MODULACION	DESVIACION DE ENVOLVENTE	EFICIENCIA BW (Bps/Hz) 1ero.	EFICIENCIA BW 99% Pot.	EFICIENCIA DE DETECCION RE-FERIDA A BPSK (dB)	COMPLEJIDAD DE IMPLEMENTACION
BPSK	0	0.5	0.05	0	simple
QPSK	0	1.0	0.1	0	moderado
MSK	0	0.67	0.85	0	moderado
MSK (forma pulso)	0	-	0.9	0	moderado
MSK (forma espectro)	2 - 3 dB	-	1.2	-0.5	moderado
CPM(4-PSK, indice 0.4)	0	-	0.93	1.82	complejo
CPM(4-PSK, indice 0.45)	0	-	0.85	2.56	complejo
CPM(4-PSK, indice 0.3)	0	-	1.0	1.76	complejo
Multi-h	0	-	0.85	2.4	complejo

de un solo lado,  $N_0$ , la SNR se expresa habitualmente como la relación de energía por la bit  $E_b$ , para un  $N_0$  dado.

Las técnicas de modulación QPSK, OQPSK y MSK tienen la misma eficiencia de comunicación en AWGN. Como ejemplo tenemos que para un  $BER = 10^{-6}$ , se requiere una relación  $E_b/N_0$  de 10.6dB.

La tabla VI resume la relación  $E_b/N_0$  requerida para un  $BER = 10^{-5}$  bajo diferentes condiciones de limitación en banda. El ancho de banda del filtro  $B$  es el ancho de banda del ruido para un filtro Chebyshev de cuarto orden y 1/2dB de rizado, y  $T$  es la duración del símbolo.

Podemos concluir que la modulación MSK ofrece una mejor eficiencia a medida que el ancho de banda se incrementa.

La Tabla VII presenta la eficiencia de comunicación para MSK serie con interferencia de canales adyacentes.

TABLA No. VI

COMPARACION DE Eb/No REQUERIDO PARA BER = 10<sup>-5</sup> BAJO CONDICION DE LIMITACION DE BW

TIPO DE MODULACION	BT = ∞		BT = 4.6		BT = 1.5		BT = 1.02	
	Eb/No (dB)	Eff (Bps/Hz)						
BPSK	9.5	0	10.0	0.22	11.3	0.65	14.7	0.98
QPSK	9.5	0	10.3	0.44	11.9	1.31	16.3	1.96
8 - PSK	13.1	0	13.3	0.65	20.7	1.96	-	2.94
DBPSK	10.3	0	10.7	0.22	12.2	0.65	15.6	0.98
OQPSK	9.5	0	9.7	0.44	12.4	1.31	15.7	1.96
MSK	9.5	0	10.3	0.44	11.5	1.31	16.5	1.96

CARACTERÍSTICAS DEL COMPORTAMIENTO DE UNA SENAL MSK-SERIE CON INTERFERENCIA DE CANALES ADYACENTES

FILTRO DE CONVERSION	FILTRO	DESVIACION DE ENVOLVENTE (dB)	FILTRO DE DETECCION	Bps/Hz para 1dB de degradación			
				Peor caso de fase		Mejor caso de fase	
				BER=10 <sup>-3</sup>	BER=10 <sup>-6</sup>	BER=10 <sup>-6</sup>	
MSK ideal	ninguno	0.0	MSK acoplado	-	0.77	-	1.00
Híbrido en cuadratura	Butterworth 4ºorden (BW=R)	2.8	MSK acoplado	-	0.91	-	1.10
Híbrido en cuadratura	Butterworth 4ºorden (BW=R)	2.8	acoplado a la señal transmitida.	1.15	1.08	1.23	1.19
Líneas de Transmisión	Butterworth 4ºorden (BW = R)	5.8	acoplado a la señal transmitida.	-	1.37	-	>1.54
MSK ideal	Coseno Roll-off	1.0	acoplado a la	1.18	1.0	>1.50	1.50

\* La relación de potencia del canal adyacente al deseado, es de 3dB para todos los casos

## 4.9 EXTENSIONES Y GENERALIZACIONES.-

La modulación MSK o FSK con fase continua (CPFSK), puede ser generalizada para otros valores de desviación de frecuencia de modo que el tiempo de observación para la decisión de cada bit aumenta. Para intervalos mayores, tales como  $2T$  o  $5T$ , una mejora máxima de 0.3dB, se ha reportado para  $h = 0.715$ . Sin embargo, la complejidad que implican estos circuitos, hace que se prefiera la técnica de modulación, simple y eficiente, MSK.

De igual manera, manteniendo la ventaja de un buen comportamiento de la tasa de bits erróneos, las propiedades espectrales del MSK pueden ser mejoradas, utilizando otras formas de pulsos. (La forma de los pulsos para MSK  $e(t)$  es  $\cos \left[ \pi t g(t)/2T \right]$  donde  $g(t) = 1, 0 \leq t \leq T$ ). La selección de otras formas, depende la razón con que disminuye el espectro. Así por ejemplo, una función  $g(t)$ .

$$g(t) = \frac{\sin 2\pi t/T}{2\pi t/T} \quad (4.158)$$

conocida como codificación digital por desplazamiento de frecuencia sinusoidal<sup>23</sup>, produce pulsos  $e(t)$

más suaves y posee un espectro que disminuye dos veces más rápidamente que MSK.

Desafortunadamente, estos esquemas tienden a incrementar el ancho del lóbulo principal del espectro, desmejorando el comportamiento a velocidades bajas de transmisión.

MSK ha sido extendido a pulsos de nivel múltiple, conocido como MSK con amplitud múltiple (MANSK)<sup>24</sup>. Otros trabajos recientes analizan la aplicación de esquemas eficientes de codificación, tales como codificación correlativos<sup>25</sup> a MSK, los cuales pueden ser la solución a un buen comportamiento y a una mayor economía espectral.

#### 4.10 SIMULACION TEORICA DEL SISTEMA.-

Para complementar el estudio de esta técnica de modulación, se ha desarrollado un programa, el cual puede ser ejecutado en cualquier computador personal IBM ó en otro compatible con éste.

El programa, consta básicamente de dos partes. En la primera parte, se realiza la comparación de los

espectros de potencia correspondientes a las técnicas de modulación QPSK, OQPSK y MSK. El análisis del funcionamiento de un modulador-demodulador MSK, puede realizarse mediante la simulación del sistema contenida en la segunda parte del programa, en la cual se puede apreciar las variaciones de las señales en diferentes puntos del modem, ante la presencia de alguna información digital a la entrada.

#### 4.10.1 Graficación de los espectros de potencia.-

Como se analizó en el punto 4 del presente capítulo, el uso de pulsos con forma sinusoidal en la modulación MSK presenta ciertas ventajas sobre la utilización de pulsos rectangulares en el caso del QPSK y del OQPSK.

Así, en las modulaciones QPSK y OQPSK la densidad espectral de potencia normalizado está dado por la expresión<sup>24</sup>:

$$\frac{G(f)}{T} = 2 \left( \frac{T \sin 2\pi f T}{2\pi f T} \right)^2 \quad (4.159)$$

Mientras que para el caso de MSK, está dado por la expresión<sup>26</sup>:

$$\frac{G(f)}{T} = \frac{16}{\pi^2} \left( \frac{\cos 2\pi fT}{1 - 16 f^2 T^2} \right)^2 \quad (4.160)$$

En el programa, la graficación del espectro correspondiente a QPSK y OQPSK se realiza en color celeste, mientras que el espectro para MSK se grafica en magenta.

El eje de abscisas corresponde al valor normalizado de la frecuencia a la tasa de bits binarios  $R = 1/T$  (fT). En cambio, en el eje de las ordenadas, se grafica el valor en decibelios del espectro de potencia normalizado.  $G(f)/T$ .

Como se puede apreciar en las gráficas, el espectro correspondiente a MSK disminuye más rápidamente, lo cual se debe a la suavidad de la forma del pulso. Sin embargo, se puede apreciar la existencia de un lóbulo central más ancho que el correspondiente al espectro QPSK y OQPSK, lo cual concuerda con el análisis realizado en el punto 4 de este capítulo.

#### 4.10.2 Simulación del modulador-demodulador.

El análisis gráfico del modem MSK, se presenta en tres pantallas. Las dos primeras ilustran el funcionamiento del modulador, en tanto que la tercera ilustra el funcionamiento del demodulador.

Como se anotó al principio del capítulo, la señal MSK puede ser considerada como un tipo de señal OQPSK, en la cual se han reemplazado las formas rectangulares de los pulsos, por formas sinusoidales. Así, la expresión para una señal MSK está dada por (4.2).

$$m(t) = A_I(t) \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \cos 2\pi f_c t + A_Q \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \sin 2\pi f_c t \quad (4.161)$$

donde:

$A_I$  y  $A_Q$  : corresponden a las cadenas de bits en fase y en cuadratura.

$f_c$  : es la frecuencia de la portadora

$1/4T$  : corresponde a la frecuencia de los pulsos sinusoidales

Esta señal también puede ser considerada como una modulación en frecuencia (FSK) con una desviación de frecuencia  $h = 1/2$ , en la cual la frecuencia de marca  $f_1$  es transmitida cuando el bit del canal en cuadratura tiene polaridad contraria al bit del canal en fase, mientras que la frecuencia de espacio  $f_2$  es transmitida cuando estos bits tienen la misma polaridad. Así, la señal MSK viene dada por la expresión<sup>3</sup>:

$$m(t) = \text{Cos} \left( 2\pi f_c t + b_K \frac{\pi t}{2T} + \phi_K \right) \quad (4.62)$$

donde:

$$b_K : -A_I + A_Q$$

$$\phi_K : \begin{cases} 0 & \text{para } A_I = 1 \\ \pi & \text{para } A_I = -1 \end{cases}$$

El valor de las frecuencias de marca y espacio están dadas por las expresiones<sup>(4.7)</sup> y <sup>(4.8)</sup>.

$$f_1 = \frac{n}{2T}$$

$$f_2 = \frac{n+1}{2T}$$

mientras la portadora está dada por<sup>(4.9)</sup>

$$f_c = \frac{2n + 1}{4T}$$

Tomando  $n = 2$  las expresiones (4.7), (4.8) y (4.9) serán:

$$f_1 = 1/2T \quad (4.163)$$

$$f_2 = 3/2T \quad (4.164)$$

$$f_c = 5/4T \quad (4.165)$$

Para proceder a la realización de la simulación, el usuario debe ingresar la cadena de bits NRZ que desea transmitir. Esta cadena debe constar de 20 bits.

La primera pantalla, presenta tres gráficos a) muestra la cadena de bits ingresada por el usuario. Los gráficos b y c) corresponden a los pulsos sinusoidales presentes en los canales en fase y en cuadratura, respectivamente. Estos pulsos tienen una duración

igual a  $2T$ seg ( $T$  = duración de cada bit) y como se puede apreciar, los pulsos del canal en cuadratura se encuentran desplazados  $T$ seg en relación a los pulsos del canal en fase.

Los 20 bits de la cadena ingresada, han sido numerados del 0 al 19 y han sido separados en bits impares y pares, para conformar las respectivas cadenas de los canales en fase y en cuadratura. Así, los bits impares conforman la cadena de bits para el canal en fase, mientras que los pares forman la cadena del canal en cuadratura. En cada caso, la señal estará dada por la forma sinusoidal, multiplicada por la polaridad del pulso ingresado:

$$\text{Canal en fase} \quad : \quad A_I \cos \left( \frac{t}{2T} \right) \quad (4.166)$$

$$\text{Canal en cuadratura} \quad : \quad A_Q \sin \left( \frac{t}{2T} \right) \quad (4.167)$$

La segunda pantalla, correspondiente igualmente a la modulación, presenta cuatro gráficos. El gráfico a), de la misma forma que en la pantalla anterior, ilustra la cadena de da-

tos ingresada por el usuario.

Los gráficos b) y c) presentan la modulación de la portadora por las señales de los canales en fase y en cuadratura. La suma de las señales de b) y c) produce la señal MSK transmitida, como se muestra en d).

Para realizar este gráfico se ha tomado la señal MSK como un tipo de señal FSK, dada por la expresión (4.160).

Reemplazando (4.163), (4.164) y (4.165) tenemos:

$$\begin{aligned}
 m(t) &= \text{Cos} \left( 2\pi \frac{5}{4T} t - A_I \cdot A_Q \frac{\pi t}{2T} + \phi_K \right) \\
 &= \text{Cos} \left( \frac{5\pi}{2T} t - A_I \cdot A_Q \frac{\pi t}{2T} + \phi_K \right) \quad (4.168)
 \end{aligned}$$

donde:

$$\phi_K = \begin{cases} 0 & \text{para } A_I = 1 \\ \pi & \text{para } A_I = -1 \end{cases}$$

Se puede apreciar la continuidad de fase que presenta esta señal, tal y como se de-

mostró en el punto 3 de este capítulo.

La tercera pantalla de la simulación, ilustra la demodulación de la señal y consta de cinco gráficos. El gráfico a), al igual que en los otros casos muestra la información ingresada por el usuario.

El gráfico b) ilustra la frecuencia que ha sido transmitida. Así, si  $A_0 = A_1$  la frecuencia transmitida es  $f_1$ , mientras que si  $A_0 = A_2$ , se transmite  $f_2$ .

En c), se presenta la fase instantánea de la señal MSK transmitida. Esta es una función lineal del tiempo y aumenta o disminuye  $\pi/2$  cada  $T_{\text{seg}}$  según se transmita la frecuencia  $f_2$  o la frecuencia  $f_1$  respectivamente.

El gráfico d) representa la fase instantánea a la salida del demodulador dada por la diferencia entre el oscilador  $f_1$  del demodulador y la señal recibida. Esta diferencia se incrementa en  $180^\circ$  o permanece constante en cada período de  $T_{\text{seg}}$ , según se haya transmitido  $f_2$  o  $f_1$ .

En e), se presenta la señal demodulada dada por el coseno de la diferencia graficada en d) y expresada por (4.50).

$$A(t) = \text{Cos} (\phi(t) - 2\pi s(t))$$

donde:

$$\phi(t) = b_K(t) \frac{\pi t}{2T} + \phi_K(t)$$

$$s(t) = f_1 - f_c = -1/4T$$

por lo tanto:

$$A(t) = \text{Cos} (\phi(t) + \frac{\pi t}{2T}) \quad (4.169)$$

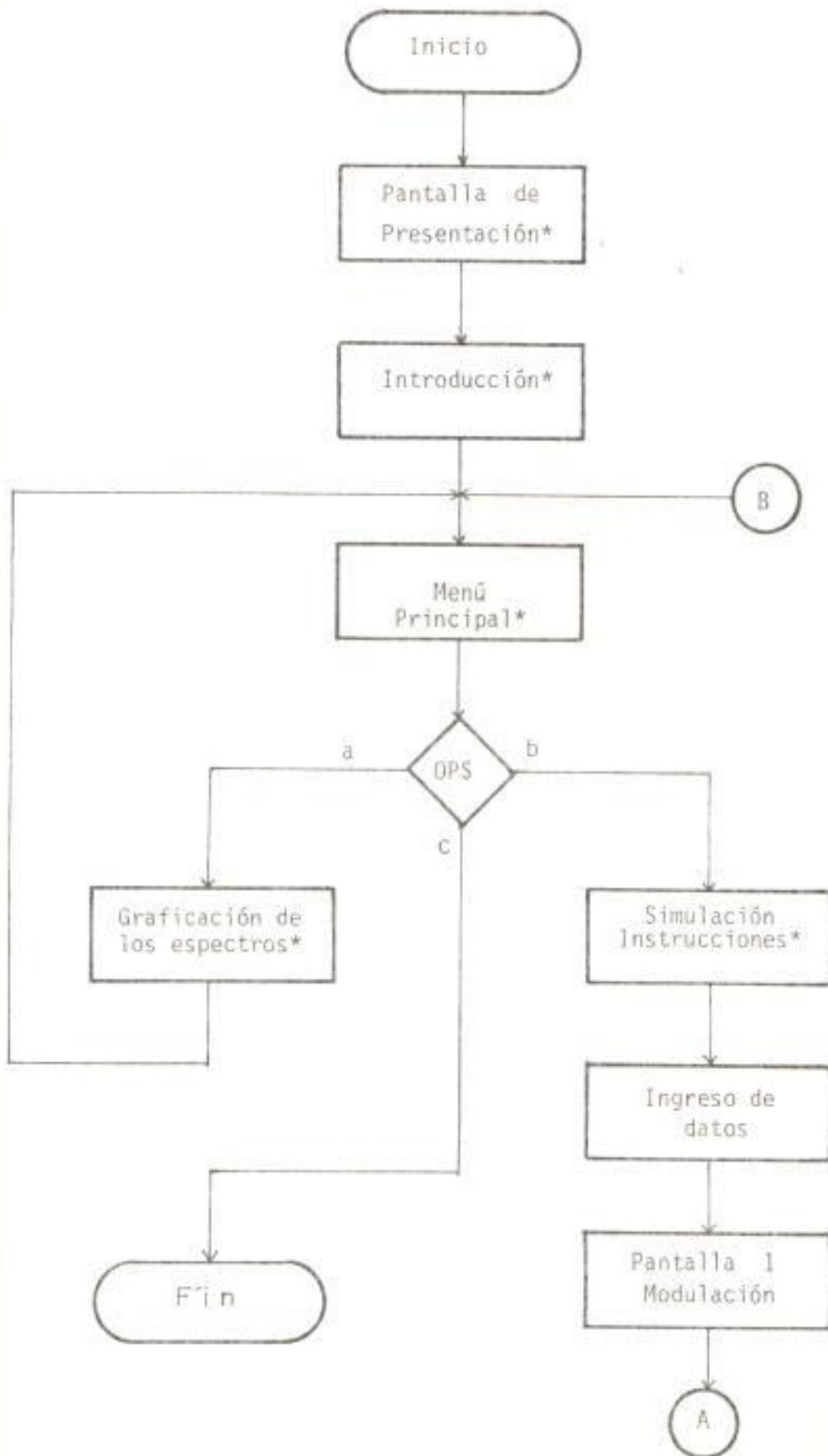
donde:

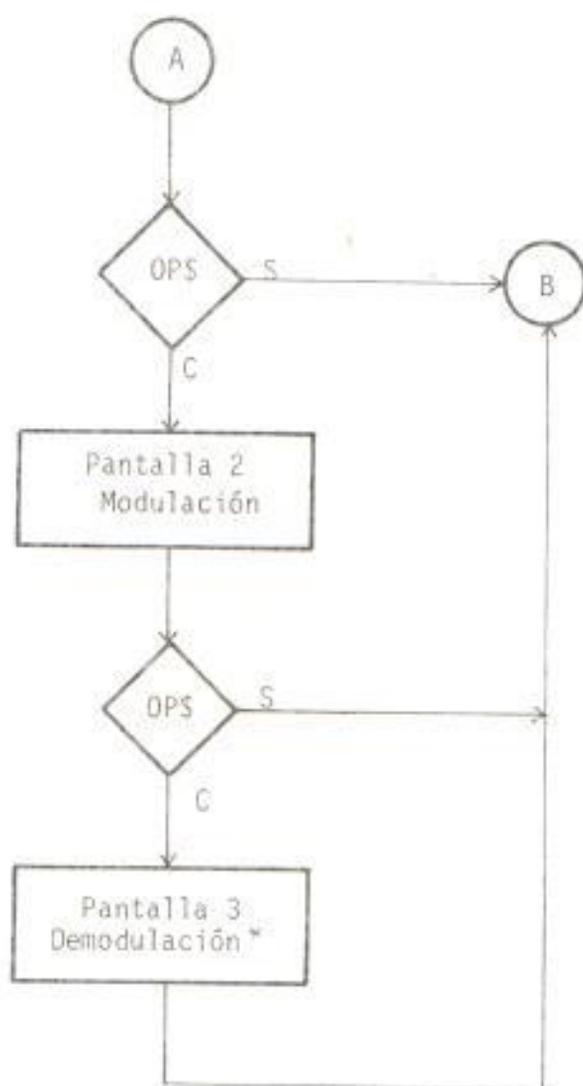
$$\begin{aligned} \phi(t) &= \pi t/2T \quad \text{cuando } f_2 \text{ fue transmitida} \\ &= -\pi t/2T \quad \text{cuando } f_1 \text{ fue transmitida} \end{aligned}$$

Si comparamos los gráficos a y e, observamos que éste último corresponde a la información que se deseaba modular con un retardo de  $T/2$ seg. En la práctica, esta señal es pasa-

da por un muestreador con un reloj de frecuencia  $1/T$  seg para digitalizar y recuperar totalmente la información.

## 4.10.3 Diagrama de Flujo.-





\* Presione cualquier tecla para continuar

## 4.10.4 Programa.-

```

10 REM *****
20 REM *
30 REM *          M O D U L A C I O N          M S K          *
40 REM *
50 REM *          A N A  S O N I A  L E O N  G O Y B U R U          *
60 REM *
70 REM *****
80 REM
90 REM      Este programa, realiza la simulacion teorica de un modem
100 REM MSK, e ilustra las diversas formas de onda que se presentan en
110 REM varios puntos, tanto de la modulacion como de la demodulacion.
120 REM      Ademas, compara los espectros de potencia correspondientes
130 REM a las tecnicas de modulacion QPSK, OQPSK y MSK.
140 REM
150 REM *****
160 SCREEN 1
170 COLOR 0,1:CLS:KEY OFF
180 LOCATE 2,6: PRINT" ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA "
190 LOCATE 4,6: PRINT"          DEL LITORAL "
200 LOCATE 10,29: PRINT "          M O D U L A C I O N "
210 LOCATE 13, 29: PRINT "          M S K          "
220 LINE (33,39)-(287,39)
230 LINE (33,155)-(287,155)
240 LINE (33,39)-(33,155)
250 LINE (287,39)-(287,155)
260 LINE (35,41)-(285,41)
270 LINE (35,153)-(285,153)
280 LINE (35,41)-(35,153)
290 LINE (285,41)-(285,153)
300 LOCATE 23,5: PRINT"FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA"
310 SAL$=INKEY$: IF SAL$="" THEN GOTO 310
320 REM *****
330 SCREEN 0:WIDTH 80:CLS
340 COLOR 14: LOCATE 5,28: PRINT "I N T R O D U C C I O N"
350 COLOR 14:LOCATE 7,1
360 PRINT"      Las multiples ventajas que presentan las tecnicas de modula-
370 PRINT"      cion digital, como son la facilidad de adaptarse a la creciente dema-
380 PRINT"      nda de trafico, el alto nivel de confiabilidad, y la gran capacidad
390 PRINT"      que presentan los sistemas, a costos mas bajos, han dado lugar al de-
sa-

```

```

400 PRINT*   rollo de nuevas tecnicas de modulacion que permiten la utilizac
ion*
410 PRINT*   del ancho de banda, en una forma mas eficiente.*
420 PRINT
430 PRINT*   En las dos ultimas decadas, el MSK (MINIMUM SHIFT KEYING
) o*
440 PRINT*   FFSK (FAST FREQUENCY SHIFT KEYING), se ha convertido en una de
las*
450 PRINT*   tecnicas mas populares para la transmision digital de datos a ve
lo*
460 PRINT*   cidades elevadas, especialmente en aquellos casos en que la infor
ma*
470 PRINT*   cion debe ser eficientemente agrupada y transmitida en un ancho
de*
480 PRINT*   banda restringido. En este tipo de modulacion, la mayor parte de
la*
490 PRINT*   energia se encuentra concentrada en el lobulo central, y en una
me*
500 PRINT*   nor proporcion en los lobulos laterales.*
510 PRINT
520 PRINT*   Ademias, el MSK presenta otras ventajas como son las propied
ades*
530 PRINT*   -->*;
540 COLOR 7
550 BEEP: LOCATE 25,20:PRINT*(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)*
560 SAL$=INKEY$: IF SAL$="" THEN GOTO 560
570 CLS
580 COLOR 14
590 LOCATE 5,1
600 PRINT*   de poseer una envolvente constante y una respuesta de fase conti
nua,*
610 PRINT*   el excelente comportamiento ante estructuras no lineales, y la f
aci*
620 PRINT*   lidad de implementacion del sistema.*
630 PRINT
640 PRINT*   El presente programa consta, basicamente, de dos partes. E
n la*
650 PRINT*   primera, se muestra un grafico comparativo de los espectros de
po*
660 PRINT*   tencia de las tecnicas de modulacion QPSK, OQPSK y MSK, mien
tras*
670 PRINT*   que en la segunda parte se realiza la simulacion teorica de un m
odu*
680 PRINT*   lador-demodulador MSK, ilustrandose las formas de onda en dive
rsos*
690 PRINT*   puntos del sistema.*
700 LOCATE 24,1
710 PRINT*   -->*;
720 COLOR 7
730 BEEP: LOCATE 25,20:PRINT*(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)*
740 SAL$=INKEY$: IF SAL$="" THEN GOTO 740

```

```

750 REM *****
760 REM
770 REM -----MENU PRINCIPAL-----
780 PI=3.141592
790 DIM D(21)
800 SCREEN 0:WIDTH 80:CLS:KEY OFF
810 COLOR 14:LOCATE 7,26:PRINT "M O D U L A C I O N   M S K":LOCATE 8,26:PRINT
*-----
820 COLOR 14:LOCATE 12,27:PRINT "A.- Espectro de potencia
830 LOCATE 14,27:PRINT "B.- Simulacion del sistema
840 COLOR 15: LOCATE 24,55:BEEP:PRINT"Elija una opcion-->";
850 OP$=INKEY$
860 IF OP$="a" OR OP$="A" THEN 880
870 IF OP$="b" OR OP$="B" THEN 1450 ELSE GOTO 850
880 SCREEN 1
890 COLOR 0,1:CLS
900 REM -----ESPECTRO DE POTENCIA-----
910 REM -----Graficacion de los Ejes -----
920 LINE (31,10)-(31,175)
930 LINE (31,175)-(301,175)
940 LINE (29,15)-(33,15)
950 LINE (29,35)-(33,55)
960 LINE (29,95)-(33,95)
970 LINE (29,135)-(33,135)
980 LOCATE 23,5:PRINT "0           3           6           9"
990 FOR I=0 TO 9
1000 A=3I
1010 Z=I*30+A
1020 LINE (2,173)-(2,177)
1030 NEXT I
1040 LOCATE 2,3:PRINT "0"
1050 LOCATE 7,1:PRINT "-20"
1060 LOCATE 12,1:PRINT "-40"
1070 LOCATE 17,1:PRINT "-60"
1080 LOCATE 22,1:PRINT "-80"
1090 LOCATE 1,2:PRINT "G(F)/T"
1100 LOCATE 22,39:PRINT "4T"
1110 LOCATE 2,13:PRINT"Espectros de Potencia"
1120 REM -----Graficacion de los Espectros-----
1130 X1=31:Y1=9
1140 X2=31:Y2=11
1150 FOR I=1 TO 270
1160 FT=I/30!
1170 REM -----Espectro QPSK - DQPSK -----
1180 REM  $G(F)/T = 10 \times \text{LOG}(2 * ((\text{SIN}(2 * \text{PI} * \text{FT})) / (2 * \text{PI} * \text{FT}))^2)$ 
1190 X0=1+3I
1200 A=SIN(2*PI*FT)
1210 IF A<<0!-10^-4) OR A>>0!+10^-4) THEN GOTO 1240
1220 Y0=175
1230 GOTO 1270
1240 B=A/(2*PI*FT)
1250 G=10*LOG(2*B*B)/LOG(10)
1260 Y0=INT(15!-6*2)

```

```

1270 LINE (X1,Y1)-(X0,Y0),1
1280 X1=X0:Y1=Y0
1290 REM ----- Espectro MSK -----
1300 REM G(F)/T = 10*LOG((16/PI^2)*((COS(2*PI*FT)/(1-16*F^2*T^2))^2)
1310 C=COS(2*PI*FT)
1320 IF C<-.104528 OR C>.104528 THEN GOTO 1350
1330 YM=175
1340 GOTO 1390
1350 D=C/(1!-(16!*FT*FT))
1360 E=10*LOG(16*D*D/(PI*PI))
1370 G=E/LOG(10)
1380 YM=INT(15!-G*2)
1390 LINE (X2,Y2)-(X0,YM),2
1400 X2=X0:Y2=YM
1410 NEXT I:LOCATE 6,30:PRINT "QPSK":LOCATE 7,30:PRINT "0QPSK":LOCATE 19,10:PRIN
T "MSK"
1420 LOCATE 25,20:PRINT "Presione cualquier tecla para continuar";
1430 SAL$=INKEY$:IF SAL$="" THEN GOTO 1430
1440 GOTO 800
1450 REM -----SIMULACION DEL SISTEMA-----
1460 SCREEN 0:COLOR 14:CLS
1470 LOCATE 5,25:PRINT"J N S T R U C C I O N E S"
1480 LOCATE 7,1
1490 PRINT "      La operacion de un noden MSK, se ilustra en tres pantallas
*
1500 PRINT
1510 PRINT "      La primera muestra la senal NRZ que se desea transmitir y
los*
1520 PRINT "      pulsos sinusoidales correspondientes a los canales en fase y
en*
1530 PRINT "      cuadratura. *
1540 PRINT
1550 PRINT "      La segunda pantalla presenta la modulacion de estos pulso
s y *
1560 PRINT "      la suma de las senales de ambos canales, obteniendose la senal
MSK*
1570 PRINT "      transmitida.*
1580 PRINT
1590 PRINT "      En la tercera pantalla, se ilustra la demodulacion de la
se-*
1600 PRINT "      nal, su frecuencia y su fase, tanto a la entrada como a la s
ali-*
1610 PRINT "      da del demodulador, y la correspondiente informacion obtenida.*
1620 PRINT
1630 PRINT "      La informacion que se desea transmitir, debe constar de 20
bits*
1640 PRINT "      Ingrese 1 o 0 para representar los valores correspondientes de
+1 o *
1650 PRINT "      -1.*
1660 PRINT "
---)*;
1670 COLOR 7

```

```

1680 BEEP:LOCATE 25,20:PRINT*(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)*
1690 SAL$=INKEY$:IF SAL$="" THEN GOTO 1690
1700 SCREEN 0
1710 CLS
1720 COLOR 14
1730 LOCATE 5,18
1740 PRINT *SIMULACION DEL SISTEMA*
1750 LOCATE 8,9
1760 COLOR 14
1770 PRINT *Ingrese la cadena de bits NRZ que desea transmitir (20 bits)
1780 LOCATE 10,9
1790 PRINT * (Presione 1 para ingresar +1, o 0 para ingresar -1)*
1800 LOCATE 11,9
1810 REM-----INGRESO DE DATOS (20 BITS) -----
1820 REM D(1): MATRIZ DE DATOS
1830 LOCATE 17,15
1840 FOR I=1 TO 20
1850 D$=INKEY$
1860 IF D$("&1") AND D$("&0") THEN GOTO 1850
1870 IF D$="1" THEN D(I)=1 ELSE D(I)=-1
1880 COLOR 15
1890 H1=16+4*I
1900 H2 = 15
1910 IF I>10 THEN H1=4*I-24: H2=17
1920 LOCATE H2,H1:PRINT D(I)
1930 NEXT I:COLOR 15
1940 BEEP:LOCATE 25,20:PRINT*(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)
1950 SAL$=INKEY$:IF SAL$="" THEN GOTO 1950
1960 REM -----PANTALLA 1-----
1970 REM ----- Graficacion de los ejes -----
1980 SCREEN 2:BEEP
1990 CLS
2000 LOCATE 1,27:PRINT* * * M O D U L A C I O N * * *
2010 LINE (55,15)-(55,55)
2020 LINE (55,63)-(55,119)
2030 LINE (55,127)-(55,183)
2040 LINE (55,35)-(615,35)
2050 LINE (55,91)-(615,91)
2060 LINE (55,155)-(615,155)
2070 FOR K=0 TO 19
2080 A=55
2090 Z=k*20+A
2100 LINE (2,33)-(2,37)
2110 NEXT K
2120 LOCATE 4,5:PRINT *1*:LOCATE 10,5:PRINT *1*:LOCATE 16,5:PRINT *1*
2130 LOCATE 6,4:PRINT *-1*:LOCATE 14,4:PRINT *-1*:LOCATE 22,4:PRINT *-1*
2140 LOCATE 2,20:PRINT *A) CADENA DE BITS*:LOCATE 9,20:PRINT *B) A1 COS(PI*t/2T)
(CANAL EN FASE)*:LOCATE 17,20:PRINT *C) A0 SIN(PI*t/2T) (CANAL EN CUADRATURA)
2150 LOCATE 5,79:PRINT *t*:LOCATE 12,79:PRINT *t*:LOCATE 20,79:PRINT *t*
2160 LOCATE 13,11:PRINT *T 3T 5T 7T 9T 11T 13T 15T
17T 19T*
2170 LOCATE 21,14:PRINT*2T 4T 6T 8T 10T 12T 14T 16T
18T*

```

```

2180 REM-----Cadena de bits -----
2190 XD1=55:YD1=35
2200 FOR I=1 TO 20
2210 IF D(I)=1 THEN YD2=23 ELSE YD2=47
2220 XD2=XD1+28
2230 LINE(XD1,YD1)-(XD1,YD2)
2240 LINE(XD1,YD2)-(XD2,YD2)
2250 XD1=XD2:YD1=YD2
2260 NEXT I
2270 REM-----Pulsos en los Canales en Fase y en Cuadratura-----
2280 REM Canal en Fase:   Cos (P1*t/2T)
2290 REM Canal en Cuadratura: Sin(P1*t/2T)
2300 D(0)=1
2310 FOR J=0 TO 559
2320 DI=(INT((J+28)/56!))*2
2330 DJ=(INT(J/56!))*2+1
2340 AIN=D(DI):A00=D(D0)
2350 IN=COS(P1*J/56!)
2360 YIN=INT(92!-AIN*IN*20)
2370 QD=SIN(P1*J/56!)
2380 Y00=INT(156!-A00*Q0*20)
2390 X10=55+J
2400 PSET(X10,YIN)
2410 PSET(X10,Y00)
2420 NEXT J
2430 LOCATE 24,5
2440 PRINT *      (Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)
*,:BEEP
2450 SAL$= INKEY$
2460 IF SAL$="s" OR SAL$="S" THEN GOTO 800
2470 IF SAL$=")" OR SAL$=")" THEN GOTO 2450
2480 REM -----PANTALLA 2-----
2490 CLS: BEEP
2500 LOCATE 1,27:PRINT* * * M O D U L A C I O N * * *
2510 REM -----Graficacion de Los Ejes-----
2520 LINE (55,15)-(55,39)
2530 LINE (55,47)-(55,87)
2540 LINE (55,95)-(55,135)
2550 LINE (55,143)-(55,183)
2560 LINE (55,27)-(615,27)
2570 LINE (55,67)-(615,67)
2580 LINE (55,115)-(615,115)
2590 LINE (55,163)-(615,163)
2600 FOR K=0 TO 19
2610 A=55
2620 Z=K*28+A
2630 LINE (Z,25)-(Z,29)
2640 NEXT K
2650 LOCATE 3,5:PRINT "i":LOCATE 7,5:PRINT "i":LOCATE 13,5:PRINT "i":LOCATE 19,5
:PRINT "i"
2660 LOCATE 5,4:PRINT "-1":LOCATE 11,4:PRINT "-1":LOCATE 17,4:PRINT "-1":LOCATE
23,4:PRINT "-1"
2670 LOCATE 4,79:PRINT "t":LOCATE 9,79:PRINT "t":LOCATE 15,79:PRINT "t":LOCATE 2
1,79:PRINT "t"

```

```

2680 LOCATE 2,20:PRINT "A) CADENA DE BITS":LOCATE 6,20:PRINT "B) CANAL DE FASE":
LOCATE 12,20:PRINT "C) CANAL EN CUADRATURA":LOCATE 18,20:PRINT "D) SENAL MSK TRA
NSMITIDA"
2690 LOCATE 10,11:PRINT"  3T   5T   7T   9T   11T   13T   15T
17T   19T"
2700 LOCATE 16,14:PRINT"  4T   6T   8T   10T   12T   14T   16T
18T"
2710 FOR K=0 TO 19
2720 A=55
2730 Z=K*28+A
2740 LINE (Z,161)-(Z,165)
2750 NEXT K
2760 REM -----A) Cadena de Bits -----
2770 XD1=55:YD1=27
2780 FOR I=1 TO 20
2790 IF D(I)=1 THEN YD2=18 ELSE YD2=36
2800 XD2=XD1+28
2810 LINE (XD1,YD1)-(XD1,YD2)
2820 LINE (XD1,YD2)-(XD2,YD2)
2830 XD1=XD2:YD1=YD2
2840 NEXT I
2850 REM -----Canales en fase y en cuadratura-----
2860 REM Canal en Fase: COS(PI*t/2T)*COS(5*PI*t/2T)
2870 REM Canal en Cuadratura: SIN(PI*t/2T)*SIN(5*PI*t/2T)
2880 XI01=55: YI1=163
2890 FOR J=0 TO 559
2900 DI=(INT((J+28)/56!))*2
2910 DO=(INT(J/56!))*2+1
2920 AIN=0(DI):AQQ=0(DO)
2930 EIN =COS(PI*J/56!)
2940 YEIN1=INT(67!-EIN*16):YEIN2=INT(67!+EIN*16)
2950 IN=EIN*COS(PI*J*5/56!)
2960 YIN=INT(67! - AIN*IN*16)
2970 EQD =SIN(PI*J/56!)
2980 YEQD1=INT(115!-EQD*16):YEQD2=INT(115!+EQD*16)
2990 QD=EQD*SIN(PI*J*5/56!)
3000 YQD=INT(115! - AQQ*QD*16)
3010 XI0=55+J
3020 PSET(XI0,YEIN1):PSET(XI0,YEIN2)
3030 PSET(XI0,YEQD1):PSET(XI0,YEQD2)
3040 PSET(XI0,YIN)
3050 PSET(XI0,YQD)
3060 REM ----- Senal MSK Transmitida -----
3070 REM MSK: A1*COS(PI*t/2T)*COS(5*PI*t/2T)+A0*SIN(PI*t/2T)*SIN(5*PI*t/2T)
3080 DN=INT((28+J)/28!)
3090 IF AIN=1 THEN FI=0! ELSE FI = PI
3100 M=COS(PI*5*J/56!-AIN*AQQ*PI*J/56!+FI)
3110 YM=INT(163!-M*16)
3120 LINE (XI01,YI1)-(XI0,YM)
3130 XI01=XI0: YI1=YM
3140 NEXT J
3150 LOCATE 25,5
3160 PRINT "      (Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)
";:BEEP

```

```

3170 SAL$= INKEY$
3180 IF SAL$="s" OR SAL$="S" THEN GOTO 800
3190 IF SAL$("<"c" AND SAL$("<"C" THEN GOTO 3170
3200 REM -----PANTALLA 3-----
3210 REM -----Graticacion de los Ejes-----
3220 CLS:BEEP
3230 LINE (55,15)-(55,39)
3240 LOCATE 1,25: PRINT* * * DEMODULACION * * *
3250 LINE (55,47)-(55,79)
3260 LINE (55,87)-(55,119)
3270 LINE (55,127)-(55,159)
3280 LINE (55,167)-(55,191)
3290 LINE (55,27)-(615,27)
3300 LINE (55,63)-(615,63)
3310 LINE (55,103)-(615,103)
3320 LINE (55,143)-(615,143)
3330 LINE (55,179)-(615,179)
3340 FOR K=0 TO 19
3350 A=55
3360 Z=K*28+A
3370 LINE (Z,25)-(Z,29)
3380 NEXT K
3390 FOR K=0 TO 19
3400 A=55
3410 Z=K*28+A
3420 LINE (Z, 177)-(Z,181)
3430 NEXT K
3440 LOCATE 3,5:PRINT "1":LOCATE 5,4:PRINT "-1"
3450 LOCATE 7,4:PRINT "42":LOCATE 10,4:PRINT "41"
3460 LOCATE 12,3:PRINT "180":LOCATE 15,2:PRINT "-180"
3470 LOCATE 17,3:PRINT "180":LOCATE 20,2:PRINT "-180"
3480 LOCATE 22,5:PRINT "1":LOCATE 24,4:PRINT "-1";
3490 LOCATE 4,79:PRINT "t":LOCATE 8,79:PRINT "t":LOCATE 13,79:PRINT "t":LOCATE 1
8,79:PRINT "t":LOCATE 23,79:PRINT "t"
3500 LOCATE 2,20:PRINT "A) CADENA DE BITS":LOCATE 6,20:PRINT "B) FRECUENCIA TRAN
SMITIDA":LOCATE 11,20:PRINT "C) FASE TRANSMITIDA":LOCATE 16,20:PRINT "D) FASE DE
LA SENAL EN EL DEMODULADOR":LOCATE 21,20 :PRINT "E) SENAL DEMODULADA"
3510 XD1=55:YD1=27:YF1=63:YPH1=103:YPM1=143
3520 IF D(2)<>D(1) THEN D(0)=-D(1) ELSE D(0)=D(1)
3530 FOR I=j TO 20
3540 REM -----Cadena de Bits-----
3550 IF D(I)=1 THEN YD2=18 ELSE YD2=36
3560 XD2=XD1+28
3570 LINE (XD1,YD1)-(XD1,YD2)
3580 LINE (XD1,YD2)-(XD2,YD2)
3590 YD1=YD2
3600 REM -----Frecuencia Transmitida-----
3610 REM F1: A(I) = A(I-1)
3620 REM F2: A(I) =-A(I-1)
3630 IF D (I)*D(I-1)=-1 THEN YF2=51 ELSE YF2=75
3640 LINE (XD1,YF1)-(XD1,YF2)
3650 LINE (XD1,YF2)-(XD2,YF2)
3660 YF1=YF2

```

```

3670 REM -----Fase Transmitida -----
3680 REM FASE=FASE+PI*t/2T : A(1) = -A(1-1)
3690 REM FASE=FASE-PI*t/2T : A(1) = A(1-1)
3700 IF D(1)*D(1-1) = -1 THEN YPH2=YPH1-7 ELSE YPH2=YPH1+7
3710 IF YPH2<89 THEN YPH2=YPH2+28:YPH1=YPH2+7
3720 IF YPH2>117 THEN YPH2=YPH2-28: YPH1=YPH2-7
3730 LINE (XD1,YPH1)-(XD2,YPH2)
3740 YPH1=YPH2
3750 REM -----Fase de la senal recibida-----
3760 REM FASE= FASE+PI*t/T : A(1) = -A(1-1)
3770 REM FASE= FASE
3780 IF D(1) * D(1-1) = -1 THEN YFM2=YFM1-14 ELSE YFM2=YFM1
3790 IF YFM2<129 THEN YFM2=YFM2+28: YFM1=YFM2+14
3800 LINE (XD1,YFM1)-(XD2,YFM2)
3810 YFM1=YFM2
3820 XD1=XD2
3830 NEXT I
3840 REM -----Senal demodulada -----
3850 DAT01=0!
3860 IF D(1)=1 AND D(2)=-1 THEN FLAG =-1 ELSE FLAG=1
3870 IF D(1)=-1 AND D(2)=-1 THEN FLAG =-1
3880 FOR J=0 TO 559
3890 I=(INT(J/28!))+1
3900 IF D(1) * D(1-1) = -1 THEN ALFA = PI/56 ELSE ALFA = -PI/56
3910 DAT02=FLAG * COS((ALFA+PI/56!)*J)
3920 IF ABS(DAT02 - DAT01) >1.5 THEN FLAG=-FLAG: GOTO 3910
3930 YDAT= INT(179!-DAT02* 10!)
3940 XDAT=55+J
3950 PSET(XDAT,YDAT)
3960 DAT01 = DAT02
3970 NEXT J
3980 LOCATE 25,15
3990 PRINT *(Presione cualquier tecla para regresar al menu principal)*;:BEEP
4000 SAL$= INKEY$: IF SAL$="" THEN GOTO 4000
4010 GOTO 800
4020 END

```

4,10.5 Manual del usuario.-

Este programa puede ser ejecutado en cualquier computador personal IBM que tenga tarjeta de gráficos, o en algún otro compatible con éste.

1. Al ejecutar el programa aparece una pantalla inicial con los datos generales. Presione cualquier tecla para continuar.
2. Se presenta una introducción al tema en dos pantallas. Para continuar presione cualquier tecla.
3. El menú principal ofrece tres opciones. Para seleccionar cualquiera de ellas, presione la letra correspondiente.
  - a) Graficación de los espectros (Siga el paso 4).
  - b) Simulación del sistema (Siga el paso 5).
  - c) Fin

4. Graficación de los espectros correspondientes a las técnicas de modulación MSK, QPSK y OQPSK. Presione cualquier tecla para volver al menú principal (Siga el paso 3).
5. Simulación del Sistema, Instrucciones. Presione cualquier tecla para continuar.
6. Ingrese la cadena de bits NRZ que desea transmitir. Debe constar de 20 bits. Presiones "1" para ingresar el valor de  $\pm 1$  y "0" para ingresar -1.
7. Una vez ingresada la información, presione cualquier tecla para continuar.
8. Pantalla 1: Modulación

Gráficos: a) Cadena de bits ingresada  
b) Pulsos en el canal de fase  
c) Pulsos en el canal en cuadratura.

Presione "s" para volver al menú principal (Siga el paso 3).

Presione "c" para continuar

#### 9. Pantalla 2: Modulación

- Gráficos:
- a) Cadena de bits ingresada
  - b) Señal modulada en el canal en fase.
  - c) Señal modulada en el canal en cuadratura.
  - d) Señal MSK transmitida

Presione "s" para volver al menú principal (Siga al paso 3).

Presione "c" para continuar

#### 10. Pantalla 3: Demodulación

- Gráficos:
- a) Cadena de bits ingresada
  - b) Frecuencia transmitida
  - c) Fase transmitida
  - d) Fase a la salida del demodulador.
  - e) Información recuperada

Presione cualquier tecla para volver al me  
nũ principal (Siga el paso 3).

4.10.6 Desarrollo del programa:-

**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA  
DEL LITORAL**

**M O D U L A C I O N**

**M S K**

**ACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA**

## I N T R O D U C C I O N

Las multiples ventajas que presentan las tecnicas de modulacion tal, como son la facilidad de adaptarse a la creciente demanda trafico, el alto nivel de confiabilidad, y la gran capacidad que entran los sistemas, a costos mas bajos, han dado lugar al desarrollo de nuevas tecnicas de modulacion que permiten la utilizacion ancho de banda, en una forma mas eficiente.

En las dos ultimas decadas, el MSK (MINIMUM SHIFT KEYING) o (FAST FREQUENCY SHIFT KEYING), se ha convertido en una de las tecnicas mas populares para la transmision digital de datos a velocidades elevadas, especialmente en aquellos casos en que la informacion debe ser eficientemente agrupada y transmitida en un ancho de banda restringido. En este tipo de modulacion, la mayor parte de la potencia se encuentra concentrada en el lóbulo central, y en una menor proporcion en los lóbulos laterales.

Ademas, el MSK presenta otras ventajas como son las propiedades

--->

(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)

poseer una envolvente constante y una respuesta de fase continua, excelente comportamiento ante estructuras no lineales, y la facilidad de implementación del sistema.

El presente programa consta, básicamente, de dos partes. En la primera, se muestra un gráfico comparativo de los espectros de potencia de las técnicas de modulación QPSK, OQPSK y MSK, mientras que en la segunda parte se realiza la simulación teórica de un modulador-demodulador MSK, ilustrándose las formas de onda en diversos puntos del sistema.

<PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR>

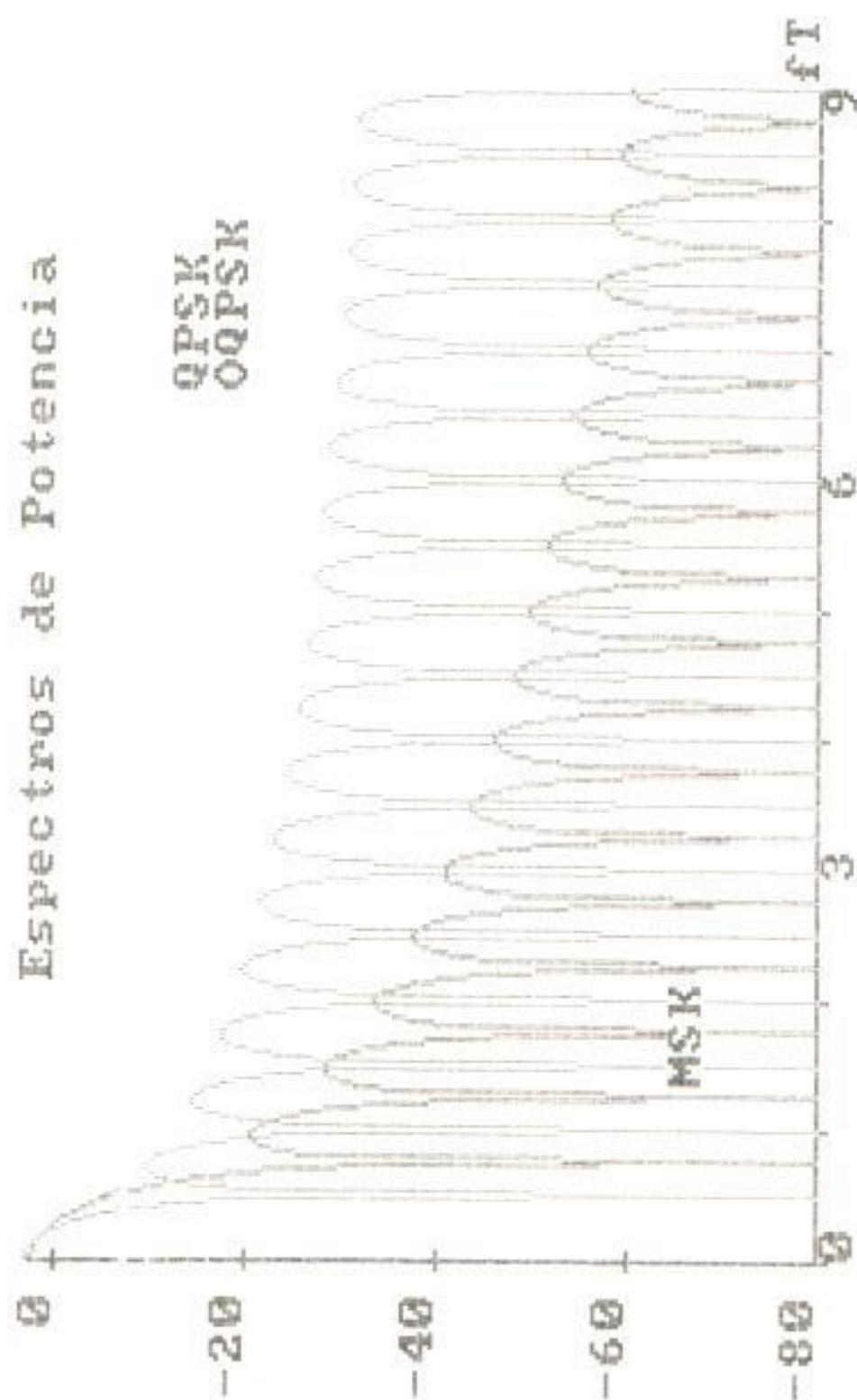
---->

M O D U L A C I O N   M S K

---

- A.- Espectro de potencia
- B.- Simulacion del sistema
- C.- Fin

Elija una opcion-->

A. Espectros de Potencia:

Presione cualquier tecla para continuar

B. Simulación del Sistema:

## I N S T R U C C I O N E S

La operación de un modem MSK, se ilustra en tres pantallas.

La primera muestra la señal NRZ que se desea transmitir y los pulsos sinusoidales correspondientes a los canales en fase y en cuadratura.

La segunda pantalla presenta la modulación de estos pulsos y la suma de las señales de ambos canales, obteniéndose la señal MSK transmitida.

En la tercera pantalla, se ilustra la demodulación de la señal, su frecuencia y su fase, tanto a la entrada como a la salida del demodulador, y la correspondiente información obtenida.

La información que se desea transmitir, debe constar de 20 bits (ingrese 1 o 0 para representar los valores correspondientes de +1 o -1).

---&gt;

(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)

## EJEMPLO 1:

## SIMULACION DEL SISTEMA

Ingrese la cadena de bits NRZ que desea transmitir (20 bits)

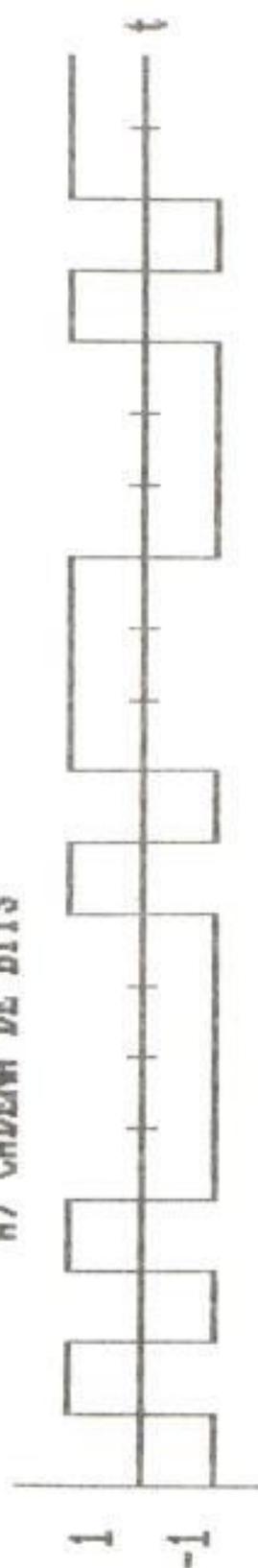
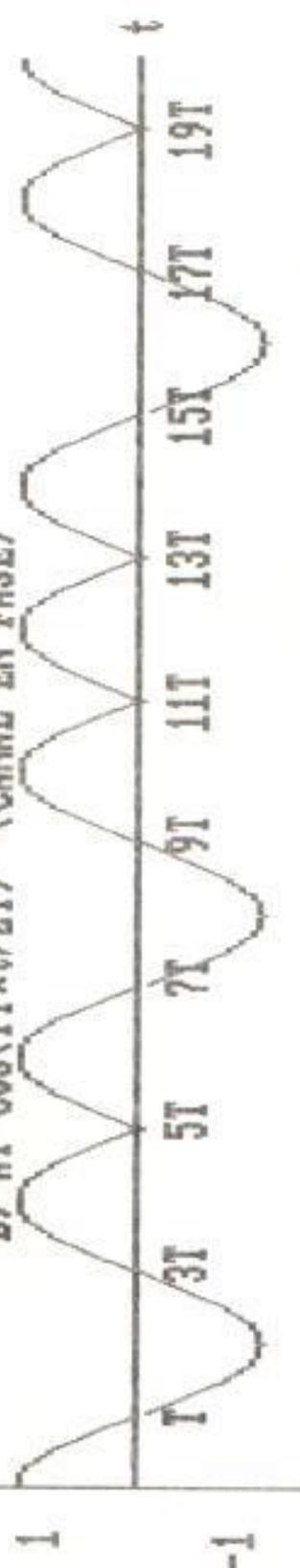
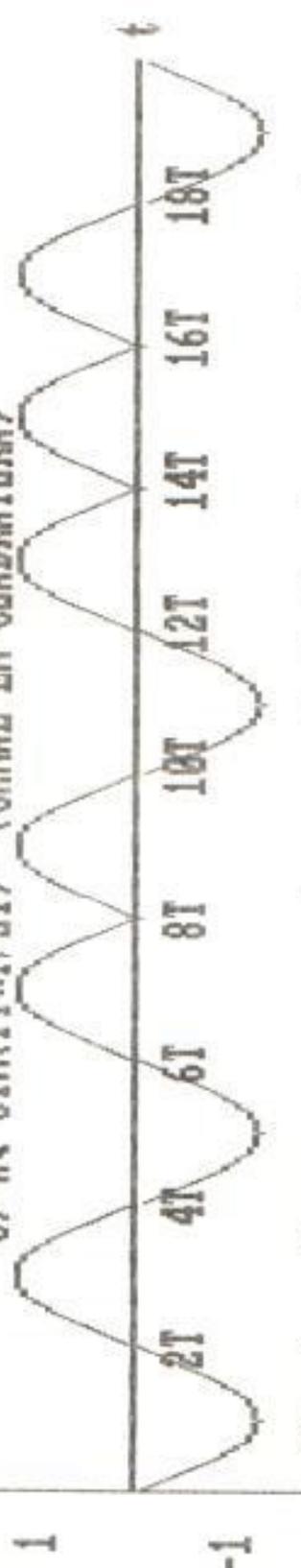
(Presione 1 para ingresar +1, o 0 para ingresar -1)

-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1

(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)

\*\*\* MODULACION \*\*\*

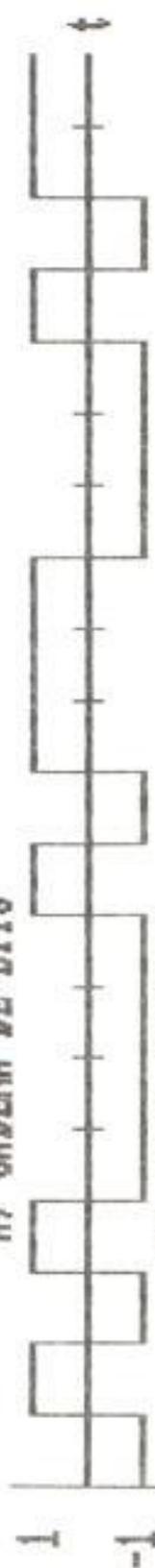
A) CADENA DE BITS

B)  $A_I \cos(\pi t / 2T)$  (CANAL EN FASE)C)  $A_Q \sin(\pi t / 2T)$  (CANAL EN CUADRATURA)

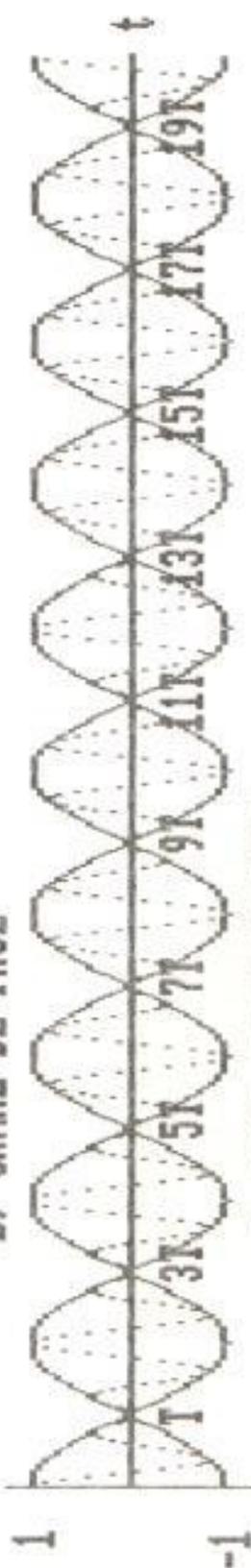
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

\*\*\* MODULACION \*\*\*

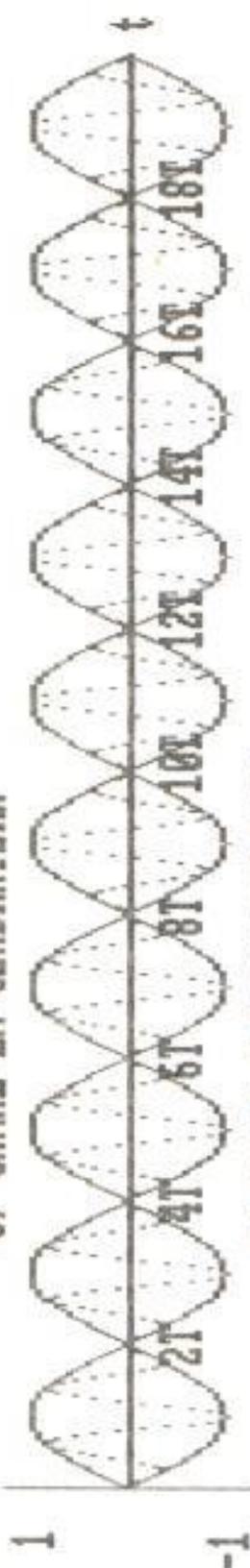
A) CADENA DE BITS



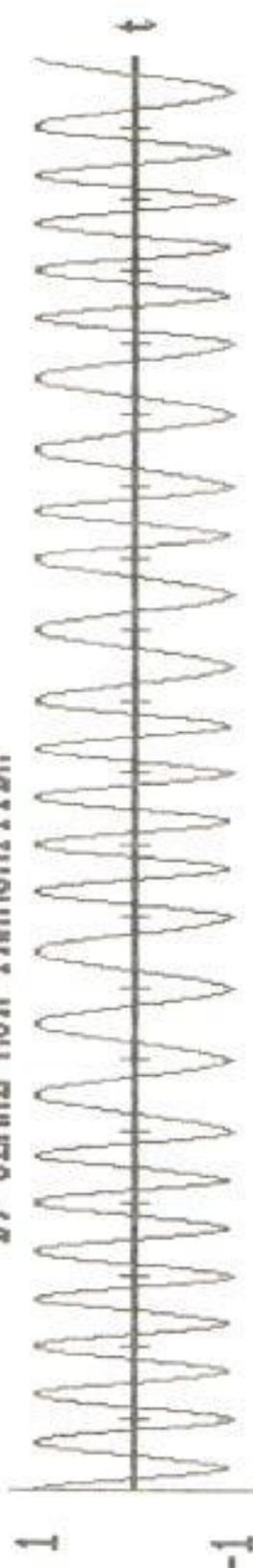
B) CANAL DE FASE



C) CANAL EN CUADRATURA



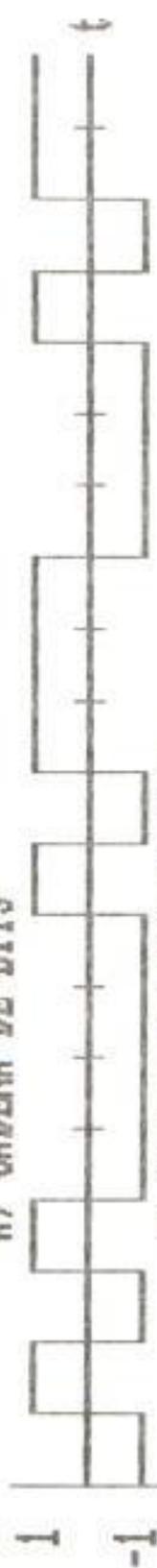
D) SENAL MSK TRANSMITIDA



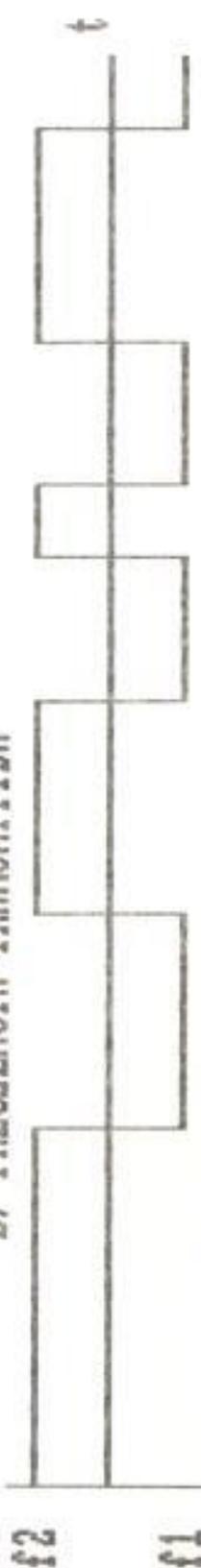
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

## \*\*\* DEMODULACION \*\*\*

A) CADENA DE BITS



B) FRECUENCIA TRANSMITIDA



C) FASE TRANSMITIDA



D) FASE DE LA SENAL EN EL DEMODULADOR



E) SENAL DEMODULADA



(Presione cualquier tecla para regresar al menu principal)

## EJEMPLO 2:

## SIMULACION DEL SISTEMA

Ingrese la cadena de bits NRZ que desea transmitir (20 bits)

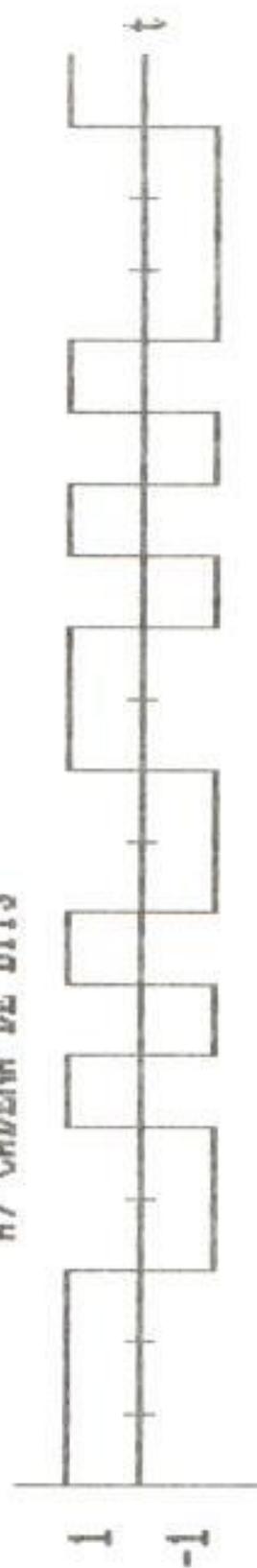
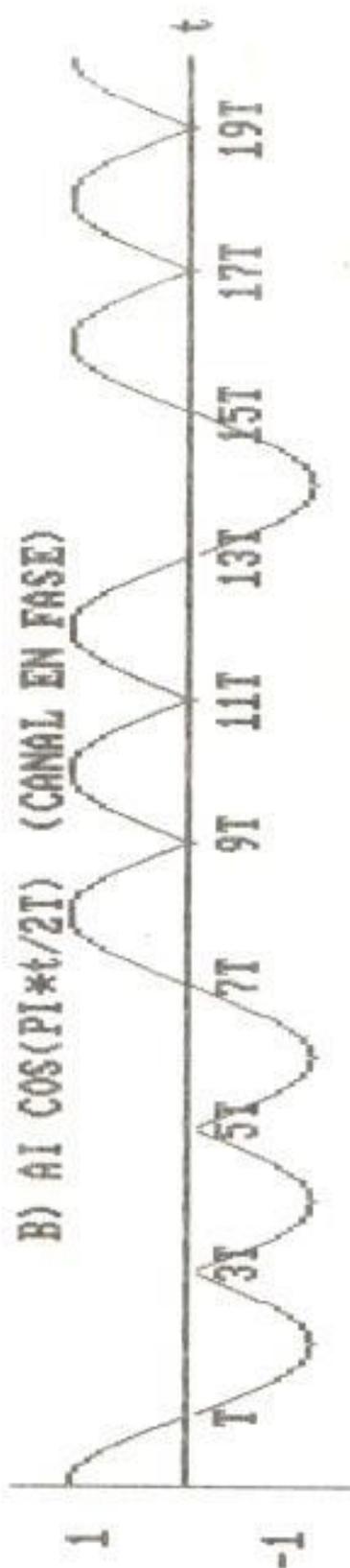
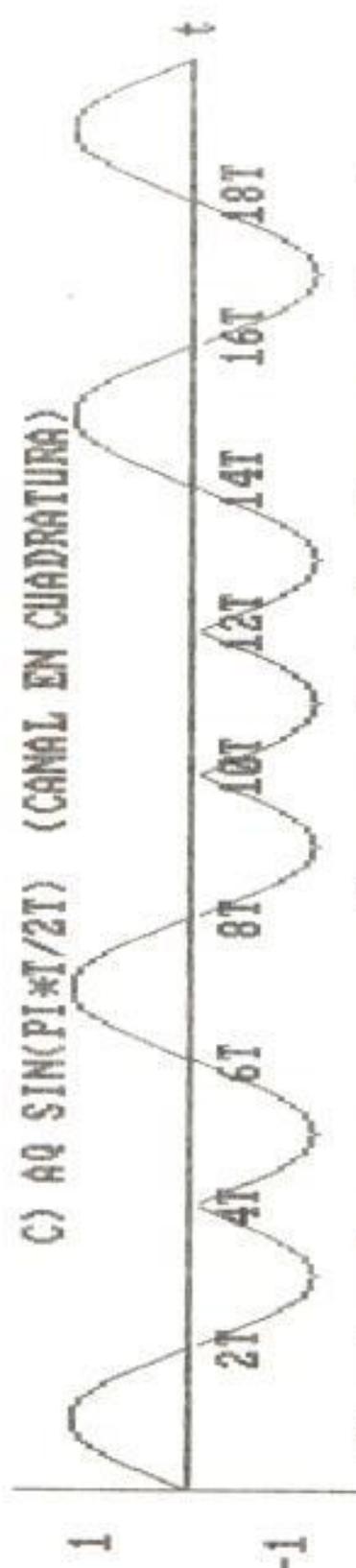
(Presione 1 para ingresar +1, o 0 para ingresar -1)

1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1

(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)

## \*\*\* MÓDULACION \*\*\*

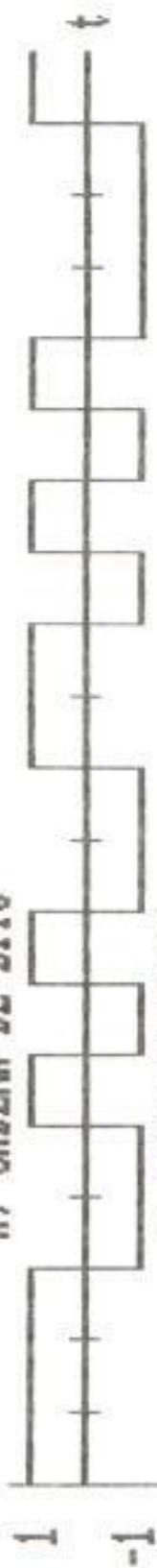
## A) CADENA DE BITS

B)  $A_I \cos(\pi t/2T)$  (CANAL EN FASE)C)  $A_Q \sin(\pi t/2T)$  (CANAL EN CUADRATURA)

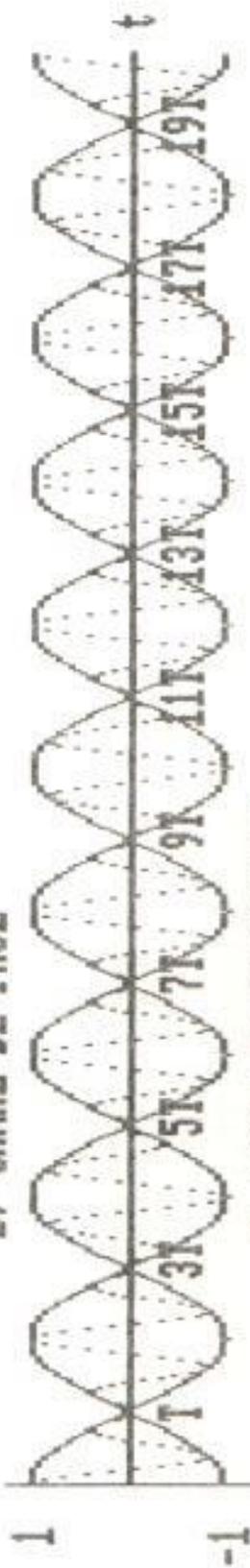
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

## \*\*\* MODULACION \*\*\*

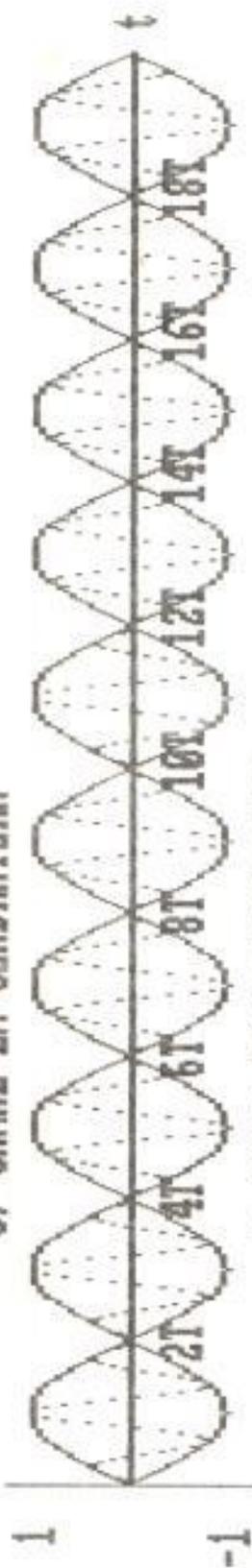
A) CADENA DE BITS



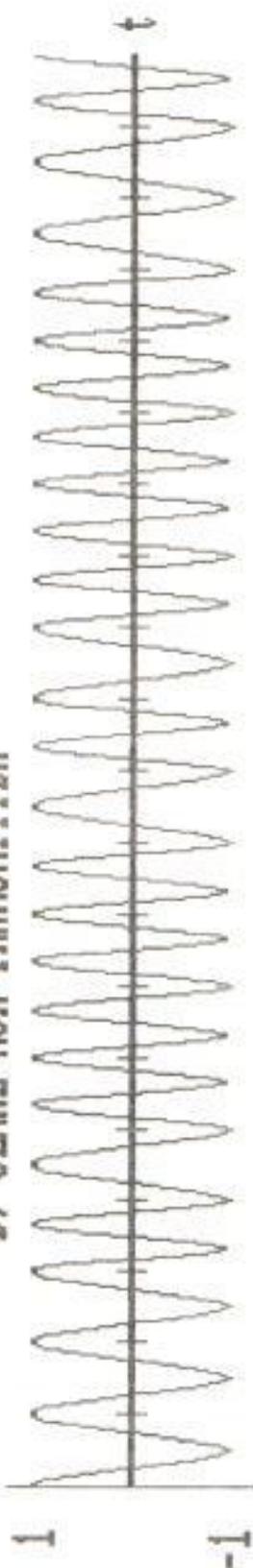
B) CANAL DE FASE



C) CANAL EN CUADRATURA



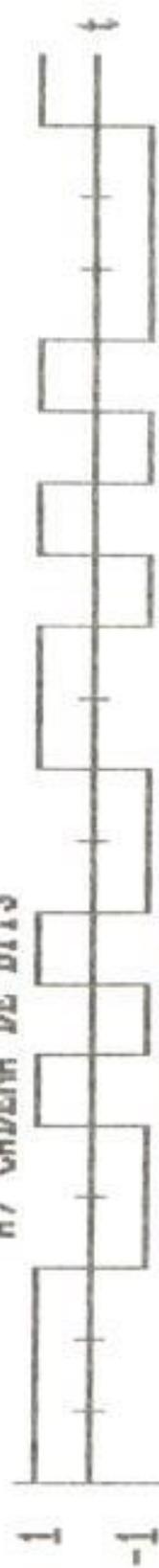
D) SENAL MSK TRANSMITIDA



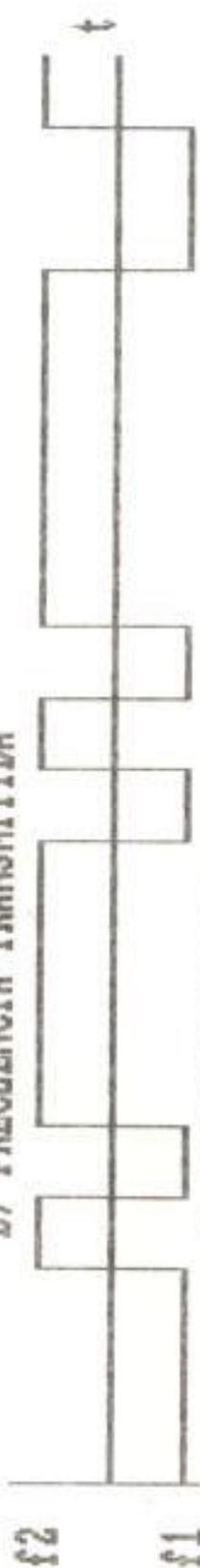
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

## \*\*\* DEMODULACION \*\*\*

A) CADENA DE BITS



B) FRECUENCIA TRANSMITIDA



C) FASE TRANSMITIDA



D) FASE DE LA SENAL EN EL DEMODULADOR



E) SENAL DEMODULADA



(Presione cualquier tecla para regresar al menu principal)

## EJEMPLO 3:

## SIMULACION DEL SISTEMA

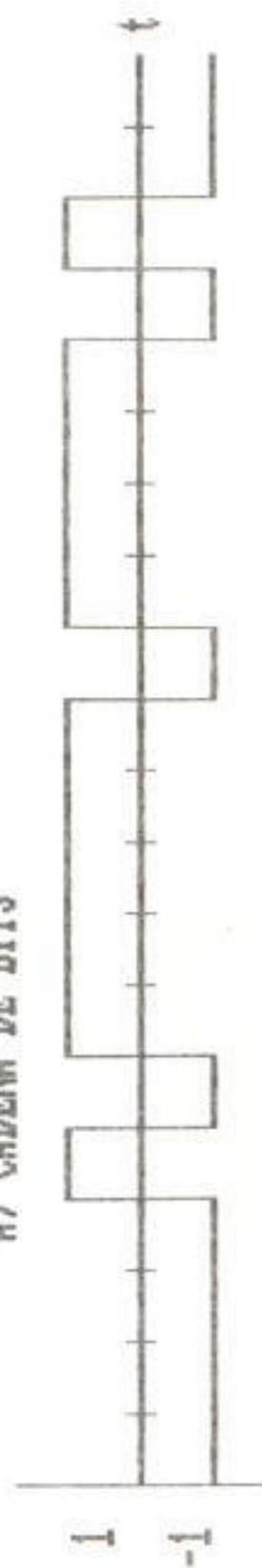
Ingrese la cadena de bits NRZ que desea transmitir (20 bits)

(Presione 1 para ingresar +1, o 0 para ingresar -1)

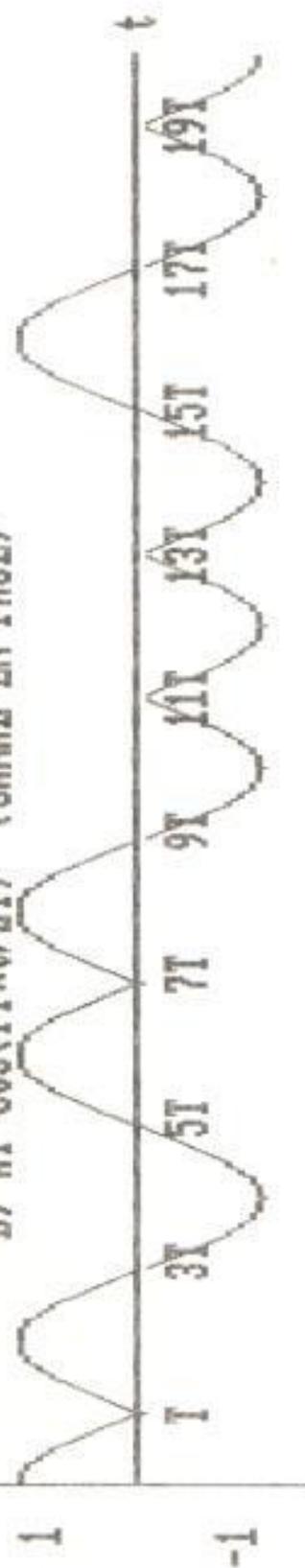
```
-1 -1 -1 -1  1 -1  1  1  1  1  
 1 -1  1  1  1  1 -1  1 -1 -1
```

(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)

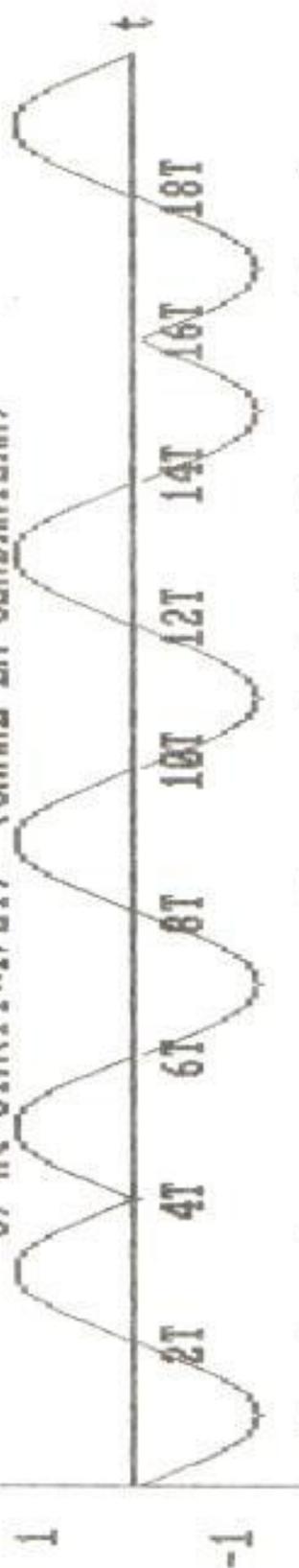
\*\*\* MODULACION \*\*\*  
 A) CADENA DE BITS



B)  $A_I \cos(\pi t/2T)$  (CANAL EN FASE)



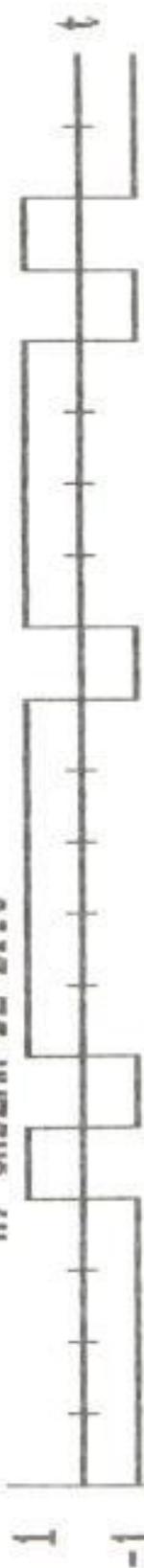
C)  $A_Q \sin(\pi t/2T)$  (CANAL EN CUADRATURA)



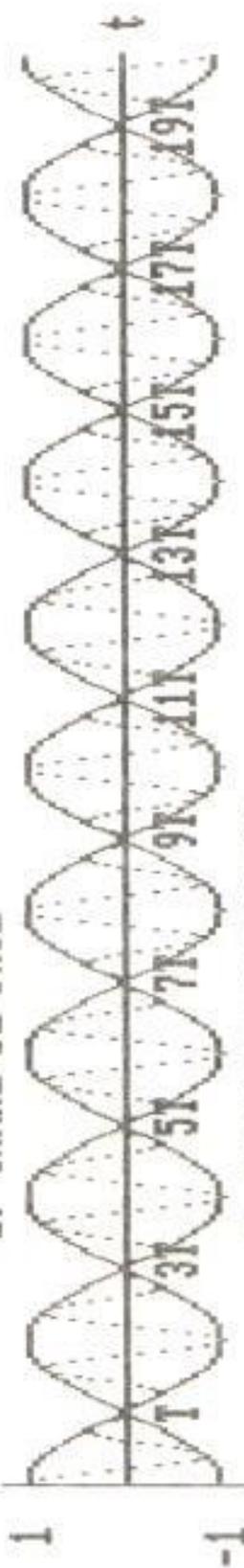
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

## \*\*\* MODULACION \*\*\*

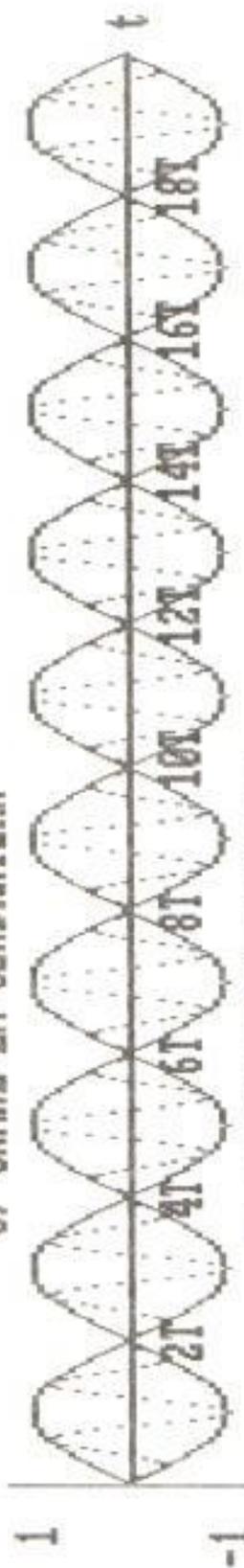
A) CADENA DE BITS



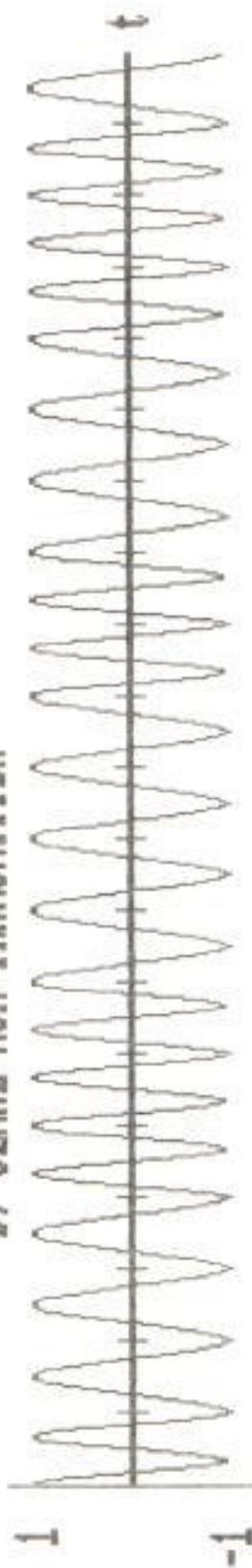
B) CANAL DE FASE



C) CANAL EN CUADRATURA



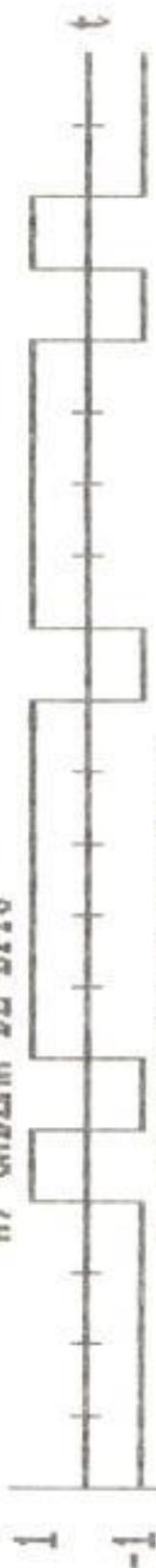
D) SENAL MSK TRANSMITIDA



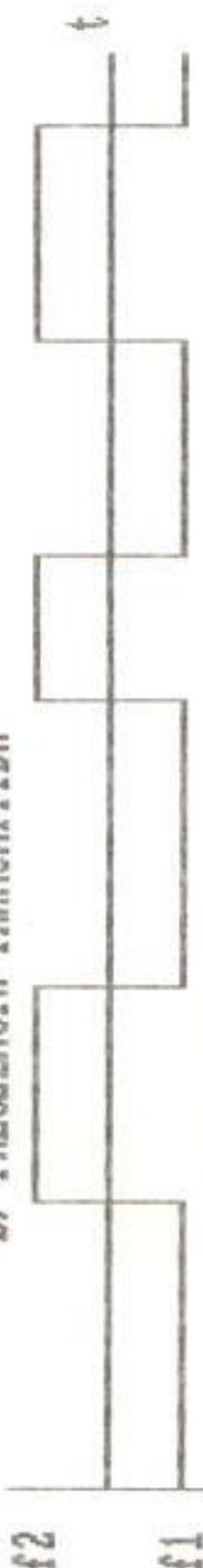
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

## \*\*\* DEMODULACION \*\*\*

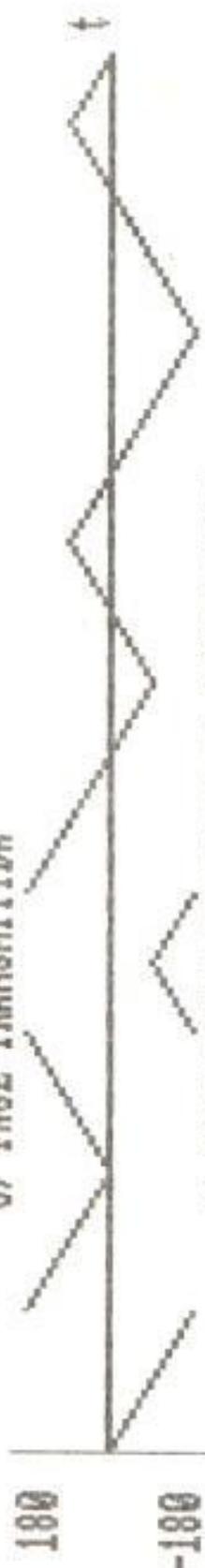
A) CADENA DE BITS



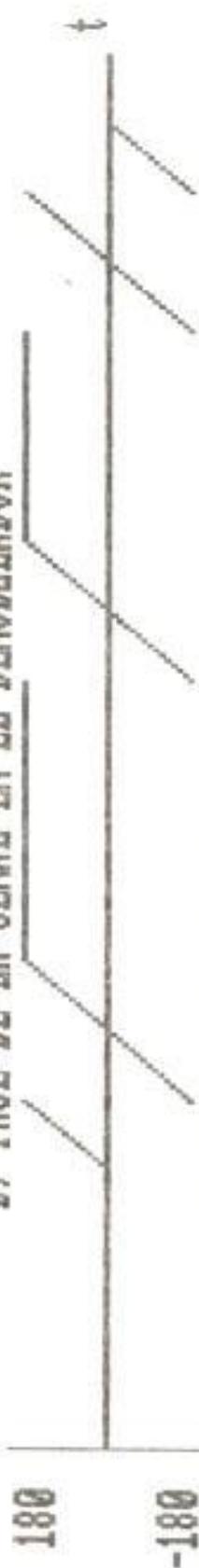
B) FRECUENCIA TRANSMITIDA



C) FASE TRANSMITIDA



D) FASE DE LA SEÑAL EN EL DEMODULADOR



E) SEÑAL DEMODULADA



(Presione cualquier tecla para regresar al menu principal)

## EJEMPLO 4:

## SIMULACION DEL SISTEMA

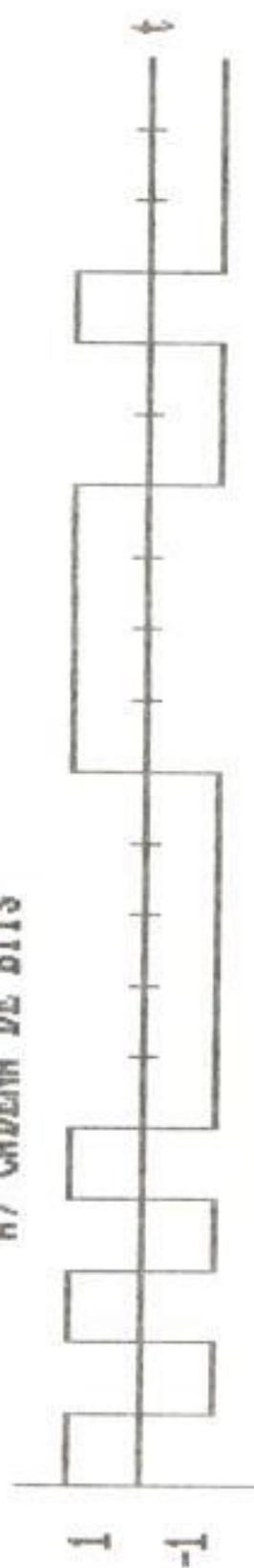
Ingrese la cadena de bits NRZ que desea transmitir (20 bits)

(Presione 1 para ingresar +1, o 0 para ingresar -1)

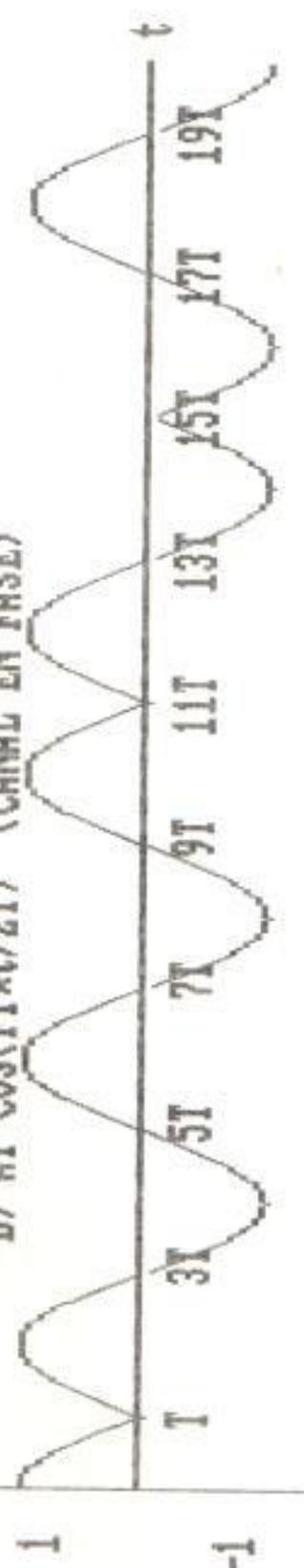
1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1

(PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR)

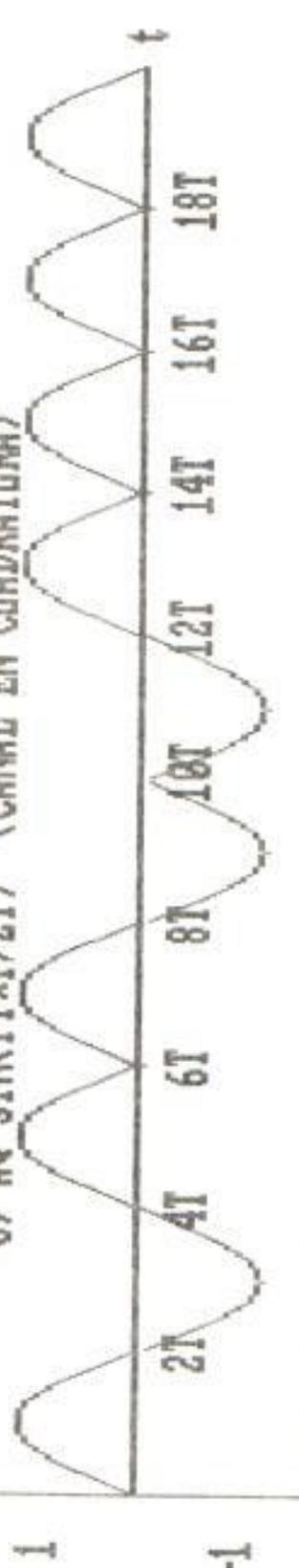
\*\*\* MODULACION \*\*\*  
 A) CADENA DE BITS



B)  $A_I \cos(\pi t/2T)$  (CANAL EN FASE)



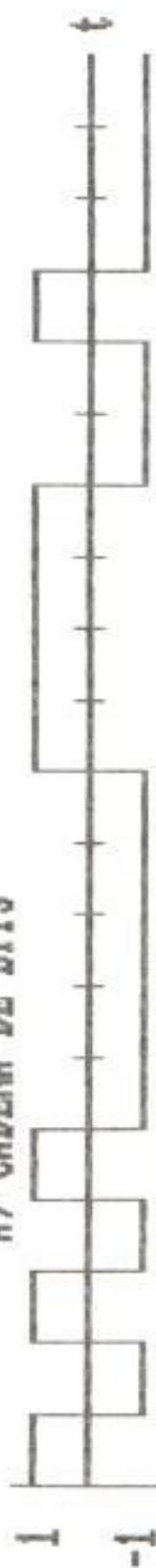
C)  $A_Q \sin(\pi t/2T)$  (CANAL EN CUADRATURA)



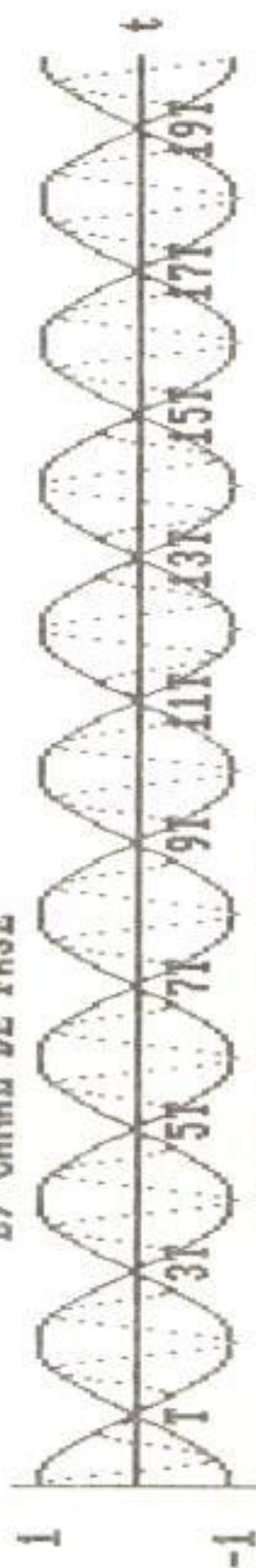
(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)

## \*\*\* MODULACION \*\*\*

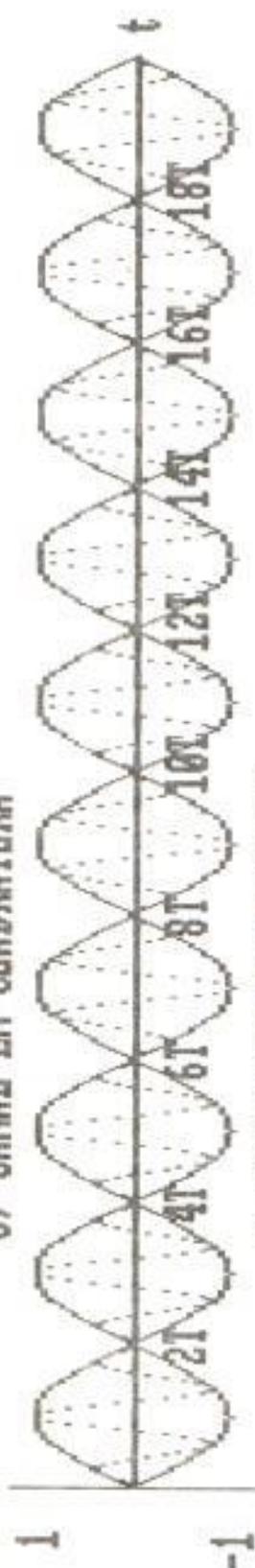
A) CADENA DE BITS



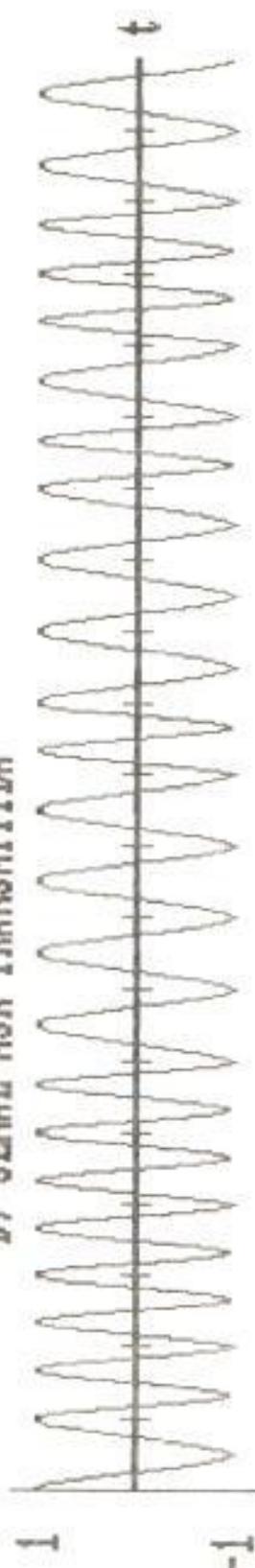
B) CANAL DE FASE



C) CANAL EN CUADRATURA



D) SENAL MSK TRANSMITIDA



(Presione S para regresar al menu principal o C para continuar)



## C O N C L U S I O N E S

La modulación MSK o codificación digital por desplazamiento de frecuencia mínimo ha tomado una gran importancia en la última década debido a las numerosas ventajas que presenta en sus múltiples aplicaciones. Puede ser considerada, ya sea como un caso especial de la modulación en cuadratura QPSK, o como una modulación en frecuencia FSK, con relación de desviación de frecuencia  $h = 1/2$ , por lo que también recibe el nombre de "FAST-FSK".

Al utilizar pulsos de forma sinusoidal, los lóbulos laterales de su espectro de potencia disminuyen más rápidamente que en otros tipos de modulación, pero el concentrarse la mayor parte de la potencia, en el lóbulo central, éste presenta un ancho de banda mayor que en QPSK o en QPSK. Es por este motivo que para sistemas de banda ancha en que BW excede el valor de  $1.5R$ , MSK tiene un mejor comportamiento de BER, mientras que para sistemas de banda angosta en los cuales BW es menor a  $1.0R$ , su eficiencia empieza a disminuir ( $R = 1/T$ ).

Los diversos atributos que se combinan, tales como el poseer envolvente constante, espectro compacto y fase conti

na, hacen del MSK una excelente técnica de modulación para enlaces digitales en los cuales la conservación del ancho de banda y el uso de dispositivos no lineales (saturados en amplitud), constituyen criterios importantes de diseño.

La ventaja que presenta la implementación serie para aplicaciones con velocidades de transmisión elevadas, consiste en la eliminación de los requerimientos de sincronización y balanceo entre los canales de la estructura paralelo. Sin embargo, este inconveniente es sustituido por la necesidad de implementar los filtros de conversión y de acoplamiento.

Las implementaciones de estos filtros mediante estructuras equivalentes pasa-bajo son particularmente ventajosas, por su compatibilidad con las técnicas de fabricación de circuitos de microondas. Pruebas realizadas indican que tales implementaciones, en lo que se refiere a degradación de SNR, se alejan únicamente 0.5 dB o menos, de los esquemas ideales.

La principal desventaja del MSK es la dificultad que se tiene en demodular coherentemente la señal, para la cual se requiere la fase de la portadora y del reloj. Se ha presentado dos métodos fundamentales para la recuperación de esta información, los cuales aprovechan la propiedad que tiene la señal de sincronizarse a sí misma.

En lo que se refiere a la operación del sistema a través de canales limitados en amplitud y en banda, se tiene que tanto MSK como DQPSK ofrecen casi el mismo comportamiento de BER. Por este motivo, otras consideraciones a más de ésta, juegan un papel importante al seleccionar determinada técnica. Así, se debe tener presente el costo, la complejidad y sensibilidad del sistema, la compatibilidad del formato con el uso de codificación diferencial para resolver problemas de ambigüedad de fase en el receptor.

Una consideración que favorece la operación MSK sobre la DQPSK, es la minimización de la potencia fuera de banda, debido a las características de su espectro de potencia.

A pesar de que sus propiedades espectrales pueden ser mejoradas usando formas de pulsos más suaves, esta nueva técnica de modulación es preferida, ya que satisface el compromiso que existe entre la eficiencia del sistema y el incremento del ancho de banda del lóbulo central, a más de la facilidad que se tiene en su implementación.

Sin embargo, investigaciones recientes indican que la aplicación de esquemas de codificación eficientes, pueden ayudar a incrementar, aún más, la eficiencia espectral de la modulación MSK.

### B I B L I O G R A F I A

1. R.E. ZIEMER y C.R. RYAN. "Minimum-shift Keyed modem implementations for high data rates", IEEE Communications Magazine, Vol 1, N<sup>o</sup> 7, Octubre 1983, pp. 28 - 37.
2. S. PASUPATHY. "Minimum shift Keying: A spectrally efficient modulation". IEEE Communications Magazine, Vol 17, N<sup>o</sup> 4, Julio 1972, pp. 14-22.
3. S.A. GRONHEYER y A.L. MCBRIDE. "MSK and Offset QPSK modulation". IEEE Transactions on Communications, COM-24, N<sup>o</sup> 8, Agosto 1976, pp. 809-819.
4. F. AMOROSO y J.A. KIVETT. "Simplified MSK signaling technique". IEEE Transactions on Communications, COM-25, Abril 1977, pp. 433-441.
5. E. DE BUDA. "Coherent demodulation of frequency shift keying with low deviation ratio". IEEE Transactions on Communications, COM-20, N<sup>o</sup> 3, Junio 1972, pp. 429-436.

6. R.E. ZIEMER, C.R. RYAN y J.H. STILWELL. "Conversion and Matched Filter Aproximations for Serial Minimum Shift Keyed Modulation". IEEE Transactions on Communications, COM-30, N° 3, Marzo 1982, pp. 495-509.
7. R.E. ZIEMER y C.R. RYAN. "Near Optimum Relay-line detection filters for serial detection of MSK Signals". International Communications Conference Records, Junio 1981, pp. 56-2.5.
8. P. ANGELO, M. AUSTIN, M. FASHANO y D. HORWOOD. "MSK and Offset Keyed QPSK through band limited Satellite Channels". Hughes Aircraft Company, Space and Communications Group, California.
9. R.W.D. BOOTH. "Carrier Phase and Bet Sync. Regeneration for the Coherent Demodulation of MSK". IEEE Conference Records, 1978, pp. 6.1.1.
10. D. HORWOOD, M. AUSTIN y P. ANGELO. "Comparative Evaluation of MSK and QPSK in Band and Amplitud Limited Channels". IEEE Conference Records, 1978, pp. 6.7.1.
11. Y. MORIHIRO y H. FORETA. "A 100 Mb/s MSK Modem for

- Satellite Communications". IEEE Conference Records, 1979, pp. 33.6.1.
12. JOHN C.Y. HUANG y KAMILO FEHER. "Performance of Bandlimited QPSK, OQPSK and MSK Signals through cascades nonlinearities". IEEE Conference Records, 1979, pp. 34.4.1.
  13. RODGER E. ZIEMER. "Adjacent Channel interference degradation with MSK MODULATION". IEEE Conference Records, 1981, pp. 87.5.1.
  14. R.ZIEMER y C.RYAN. "Overview of Bandwidth Efficient Modulations Techniques", Motorola INC.
  15. RODGER ZIEMER y PETERSON. "Digital Communications and Spread Spectrum Systems". Macmillan Publishing Company, New York, pp. 128-132.
  16. A. STEVENSON y C.E. SUNDBERG. "Serial MSK type detection of partial response continuous phase modulation". IEEE Transactions on Communications, COM-33, Nº 1, Enero 1985, pp. 44-52.
  17. MISCHA SCHWARTZ. "Transmision de Información, Modu

- lación y Ruido". Mc.Graw-Hill. 3ª edición, México, Marzo 1983.
18. A. BRUCE CARLSON. "Sistemas de Comunicación". Mc. Graw-Hill, México, 1980.
  19. B.P. LATHI. "Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación". Editorial Limusa, México, 1980, Tercera Edición.
  20. R.E. ZIEMER y TRANSTER. "Introducción a las Comunicaciones".
  21. F. AMOROSO. "Pulse and spectrum manipulation in the minimum (frequency) shift keying (MSK) format". IEEE Transactions on Communications, COM-24, Marzo 1976, pp. 381-384.
  22. W.J. WEBER. "A bandwidth compressive modulation system using multi-amplitude minimum shift-keying (MAMSK)". IEEE Transactions on Communications, COM-26, May 1978, pp. 543-551.
  23. S. PASUPATHY. "Correlative coding: A bandwidth efficient signaling scheme". IEEE Communications Magazine, Vol 17, Julio 1977, pp. 4-11.

24. JAPAN INTERNATIONAL COOPERATION AGENCY. "Transmission Digital por Microondas".
25. GTE TELECOMUNICAZIONI. "BER measurement methods in Digital Transmission". Millano, Noviembre 1983.
26. RODGER E. ZIEMER. "Overview of Bandwidth Efficient Modulation Techniques". Communications Research Facilities, Motorola INC, Abril 4, 1981.