ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

Ingeniería en Logística y Transporte

“Implantación de una heurística para resolver el problema de coloramiento de grafos aplicado a la planificación de horarios de una institución educativa”

INFORME DE PROYECTO DE GRADUACIÓN

(Dentro de una materia de la malla)

Previo a la obtención del Título de:

Ingeniera en Logística y Transporte

Presentado por:

Katherine Flores Muñoz

Guayaquil-Ecuador

2012

Agradecimientos

Me complace de sobre manera dar mi sincero agradecimiento al M. Sc. Guillermo Baquerizo quien con su experiencia, ha sido un pilar fundamental en el desarrollo de este proyecto.

A mis amigos, los cuáles me han apoyado a mi crecimiento no solo a nivel profesional, sino también como persona y hasta el momento seguimos siendo amigos: Cristina, Chucho, Lourdes, Jorge Luis, Juan, Julio, Irwin, Geovanny, Pedro, Norma, Rosita, Rommel y Sandy, mil palabras no bastarían para agradecerles por su inmenso apoyo, compresión y consejos.

¡Gracias!

Dedicatoria

Este trabajo, está dedicado a ti mi Padre Dios, quien con tu infinita bendición me has permitido llegar hasta este punto y haberme dado la salud y fuerzas necesarias para poder lograr mis objetivos.

A mis padres por haberme apoyado de manera incondicional con sus consejos, valores y motivación, los cuáles me han permitido ser una persona de bien y en especial a mi querido sobrino Andresito, quienes en los momentos más difíciles me dieron su amor y comprensión para poderlos superar.

Tribunal de Graduación

Ing. Guillermo Baquerizo
Director del Proyecto de Graduación

Mat. John Ramírez
Delegado

Declaración Expresa

"La responsabilidad del contenido de este Trabajo Final de Graduación, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual del mismo a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL"

Katherine Flores Muñoz

Índice General

	Páginas
AGRADECIMIENTOS	**II**
DEDICATORIA	**III**
TRIBUNAL DE GRADUACIÓN	**IV**
DECLARACIÓN EXPRESA	**V**
ÍNDICE GENERAL	**VI**
ÍNDICE DE FIGURAS	**X**
ÍNDICE DE TABLAS	**XI**
GLOSARIO	**XII**
RESUMEN	**1**
ABSTRACT	**1**
INTRODUCCIÓN	**2**
1. El problema de planificación de horarios	**3**
1.1 Introducción	3
1.2 Descripción del problema	7
1.3 Justificación del problema	13
1.4 Hipótesis	15
1.5 Objetivos	15
1.5.1 Objetivo General	15

1.5.2 Objetivos Específicos 16

2. Marco teórico: el problema de coloración de grafos 17

2.1 Introducción 17

2.2 Análisis de trabajos previos 18

2.3 Definición matemática al problema de coloramiento 19

2.3.1 Número Cromático 19

2.3.1.1 Definición de conjuntos independientes o estables 20

2.4 Modelo matemático al problema de coloramiento 21

2.4.1 Modelo de partición 21

2.4.1.1 Ejemplo del modelo de partición 23

2.5 Aplicaciones al problema de coloramiento 25

2.5.1 Coloración de un mapa 25

2.5.1.1 Teorema de los cuatro colores. 26

2.5.2 Almacenamiento de productos peligrosos. 27

2.6 Ejemplo del problema de coloramiento 28

2.7 Complejidad computacional 31

2.8 Algoritmos para la solución del problema de coloramiento 31

3. Formulación matemática del problema. 33

3.1 Herramientas computacionales 33

3.2 Situación actual 34

3.3 Desarrollo del modelo matemático 37

3.3.1 Modelo matemático de asignación de materias a profesores 37

3.3.2 Problema de asignación de horarios a maestro usando coloramiento de grafos. 42

3.3.2.1 Algoritmo de Coloramiento 42

3.3.2.2 Procedimiento básico para la asignación de horarios 47

4. Comparación de Resultados 50

4.1 Introducción 50

4.2 Análisis de resultados 51

4.2.1 Resultados de fase 1 51

4.2.2 Resultados obtenidos en fase 2 52

4.2.3 Resultados obtenidos en fase 3 54

5. Conclusiones y Recomendaciones 55

5.1 Conclusiones 55

5.2 Recomendaciones 57

BIBLIOGRAFÍA 58

ANEXO A: TABLA DE CARACTERÍSTICAS POR PROFESOR 60

ANEXO B: GRADO DE DOMINIO DEL PROFESOR I POR LA MATERIA J (MATRIZ $A_{I,J}$) 62

ANEXO C: GRADO DE DOMINIO DEL INSPECTOR K POR LA MATERIA J (MATRIZ $B_{K,J}$) **64**

ANEXO D: CARGA HORARIA POR PROFESOR I **65**

ANEXO E: RESULTADOS OBTENIDOS PARA LA ASIGNACIÓN DE LAS MATERIAS (FASE I). **66**

ANEXO F: RESULTADOS OBTENIDOS PARA LA ASIGNACIÓN DE HORARIOS (FASE II). **68**

ANEXO G: RESULTADOS OBTENIDOS PARA LA ASIGNACIÓN DE HORARIOS (FASE III) **71**

ANEXO H: GRADO DE DOMINIO DE LOS PROFESORES HACIA LAS MATERIAS (SITUACIÓN ACTUAL) **85**

Índice de figuras

Figura 1.1 Procedimiento de asignación de materias y secciones..................... 11

Figura 2.1 Representación del Número Cromático para el grafo G............. 20

Figura 2.2 Representación del grafo H para su formulación matemática........... 23

Figura 2.3 Coloración de un Mapa aplicado el Teorema de 4 Colores 26

Figura 2.4 Grafo de Conflicto para 3 Maestros y 4 Materias............................. 30

Figura 3.1 Ejemplo para el algoritmo de coloramiento....................................... 44

Figura 3.2 Grafo Coloreado 46

Figura 3.3 Algoritmo para la asignación de horarios.. 49

Índice de tablas

Tabla 1.1 Carga horaria semanal por asignaturas. 8

Tabla 1.2 Distribución de profesores por materias 9

Tabla 2.1 Matriz de Adyacencia para el grafo H 24

Tabla 2.2 Distribución de las materias para cada profesor 29

Tabla 2.3 Asignación de Salones y Horarios para el ejemplo anterior. 30

Tabla 3.1 Cálculo previo realizado por el Dpto. de Inspección, para la distribución de las materias para profesores 36

Tabla 3.2 Grado de dominio de materias por profesor 38

Tabla 3.3 Distribución de Horas Semanales y Total por paralelos 40

Tabla 3.4 Matriz de adyacencia para el grafo mencionado 44

Tabla 3.5 Total de vértices adyacentes por nodo 45

Tabla 4.1 Resultados obtenidos en la segunda fase para la primera y segunda iteración. 52

Tabla 4.2 Distribución horaria final en la primera iteración 54

Glosario

Aristas: uniones que representan relaciones entre los vértices, como orden o vecindad.

Grado de Saturación: número de aristas que posee cada vértice.

Grafo: conjunto de objetos llamados vértices o nodos, unidos por enlaces llamados aristas o arcos, que permiten representar relaciones binarios entre elementos de un conjunto.

Grafo Plano: grafo donde sus vértices pueden ser conectados sin que sus aristas se crucen.

Heurística: procedimiento para resolver un problema de optimización bien definido mediante una aproximación intuitiva, en la que la estructura del problema se utiliza de forma inteligente para obtener una buena solución.

LP: Problema Lineal.

MIP: Programación entera mixta.

NP-Completo: tipos de problemas en donde no se conoce un algoritmo para su solución en tiempo polinomial.

Restricción: condición que debe cumplir la solución de un problema de optimización.

Vértices: uno de los dos elementos que forman un grafo.

Resumen

Este proyecto de graduación, aborda el problema de programación de horarios de una Institución Educativa de la ciudad de Guayaquil para la sección básica, aplicando técnicas de optimización: en la primera parte se construirá la asignación maestros-materias, respetando el grado de dominio de cada profesor, para después hacer la distribución de horarios aplicando la heurística de coloreo, con la finalidad de encontrar un horario factible que satisfaga los requerimientos impuestos por dicha institución.

Abstract

This project will deal with the scheduling problem, for basic section of a highschool in Guayaquil, using optimization techniques: in the first phase it will build the pairs teachers-subjects, taken in account their experience for each of these, to later on make the distribution of timetables, using the coloring's heuristic, finding a timetable feasible that satisfies the requests of this highschool.

INTRODUCCIÓN

Un aspecto importante en el proceso educativo, es la generación de horarios y las asignaciones de las materias para los distintos profesores, el cual debe de ser realizado por personas en el menor tiempo posible, satisfaciendo un conjunto de restricciones. Este tipo de problemas suelen denominarse como *Timetabling* o *Programación Horaria*.

En el capítulo 1, se mencionará la clasificación de los problemas de programación de horarios, detallando la situación actual de la institución educativa en estudio, así como las restricciones impuestas por dicha unidad, las cuales deben de ser tomadas en cuenta al momento de realizar la planificación escolar para el inicio de cada año lectivo.

En el capítulo 2 se hará la introducción a la teoría de coloramiento de grafos, citando algunas aplicaciones prácticas, así como las técnicas utilizadas para resolver este tipo de problemas de complejidad computacional alta.

En los capítulos siguientes, se detalla el modelo matemático y la codificación de la heurística de coloramiento, realizando un análisis de los resultados obtenidos, para finalmente presentar las conclusiones y recomendaciones del proyecto.

1. El problema de planificación de horarios

1.1 Introducción

Los ***problemas de Programación de Horarios*** consisten en generar horarios para tareas definidas, cumpliendo de la mejor manera con condiciones y requerimientos específicos. Estos problemas son muy comunes y se encuentran en distintos tipos de actividades, a saber: actividades educacionales en universidades, colegios, institutos, facultades, actividades deportivas, actividades de transporte y actividades que involucren personas o equipos de trabajo.

Las instituciones educacionales, se enfrentan cada semestre o año (dependiendo del caso) al problema de la programación de horarios, el cual consiste en fijar un conjunto de sesiones en un período establecido (usualmente una semana), las asignaturas que se dictan durante un término académico determinado (año, trimestre o semestre), considerando los siguientes factores:

- Profesores necesarios para cada materia.
- Cantidad de alumnos registrados.
- Los días o períodos disponibles
- Los salones requeridos (para conseguir un mejor aprovechamiento de los recursos).
- El personal con que se cuenta (logrando un mejor desempeño de los estudiantes y personal).

La programación de horarios académicos, se encuentra dentro del problema general de asignación de recursos, el cual es clasificado como un problema combinatorio, es decir que su complejidad computacional se incrementa de manera no polinomial conforme se incrementa el número de variables de decisión y el número de restricciones que forman parte del problema combinatorio.

Los problemas de esta área consisten en la asignación de ciertos eventos a distintos bloques de horarios respetando una serie de requerimientos y condiciones. Dentro de estos problemas existe una rama específica, llamada *Class Scheduling*, que estudia problemas relacionados con la programación horaria para entidades educativas. Dentro de este contexto, existen tres tipos de problemas **[1]**:

- ***Programación de horarios de clases para colegios:*** Considera el horario semanal para las sesiones de las asignaturas de una escuela o colegio. Dadas las asignaturas, profesores, bloques y una matriz de requerimientos (que establece el número de sesiones que cada profesor dicta por asignatura), el problema consiste en asignar las sesiones a los períodos de tiempo, de tal manera que ningún profesor o asignatura tenga más de una sesión en el mismo período y todas las sesiones de la asignatura estén presentes en el horario.

- ***Programación de horarios de exámenes:*** Consiste en asignar el horario de exámenes, determinando la cantidad de salas y tiempo para realizar cada examen. La cantidad de exámenes depende de los requisitos de las instituciones para evaluar los conocimientos de los alumnos que cursan una asignatura en particular con el fin de destacar las diferencias existentes entre los problemas de asignación de horarios universitarios y escolares.

- ***Programación de horarios de clases para instituciones de educación superior:*** Consiste en organizar un horario para las sesiones de un conjunto de asignaturas, considerando un número determinado de salas y bloques de tiempo. La principal diferencia entre un horario escolar y uno universitario es la forma como se considera a los estudiantes. En el ámbito escolar estos pueden considerarse como una entidad, debido a que un grupo de alumnos toman las mismas asignaturas. En el caso universitario, los estudiantes toman distintas asignaturas, por lo que se generan materias en común con otros alumnos. Otra diferencia que se presenta son los profesores. En las escuelas se encargan de enseñar una asignatura y en la universidad generalmente imparten de 1 a 3 asignaturas. Otro factor a considerar es el problema de la capacidad de las salas pues cada asignatura tiene asociada su propio requerimiento; por el contrario, para el caso de las escuelas o colegios se pueden destinar todos los salones como aptos.

1.2 Descripción del problema

En el presente trabajo, se abordará el problema particular de una institución educativa ubicada en la ciudad de Guayaquil, la cual fue creada el 15 de febrero de 1944 por decreto ejecutivo Nº 2356, y comprende 42 secciones de nivel básico y 42 secciones del nivel secundario.

Desde su creación, su labor está comprometida con la formación de nuevas generaciones, con conciencia nacional. Asimismo desde su fundación, el colegio ha establecido el Bachillerato Científico Humanístico, Ciencias Biológicas y Ciencias Sociales, los cuales permiten a los jóvenes una formación que estimula su vocación profesional. En el establecimiento, los niveles de organización están formados por ciclos, los cuales constituyen períodos de duración variados dentro de un nivel, en los cuales los alumnos desarrollan determinadas competencias, como parte del proceso educativo.

En lo que compete a la configuración operativa, la institución educativa trabaja en dos turnos, por el lapso de siete horas de clases diarias, durante cinco días de la semana. Cada hora consta de 40 minutos, con un lapso de 10 minutos entre clase para el cambio de sala y un descanso después de cuarta hora de 20 minutos en el turno de la tarde y 10 minutos entre la tercera y sexta hora en el turno de la mañana.

En la actualidad, existen 42 secciones en el ciclo vespertino, los cuales están distribuidos de la siguiente forma: 15, 14, 13 paralelos para octavo, noveno y decimo curso respectivamente. Cada materia tiene su respectiva carga horaria según lo impuesto por los reglamentos del colegio, las cuales deben de ser asignadas a los profesores, en la tabla que se muestra a continuación se detallan las materias con su respectiva carga:

Tabla 1.1 Carga horaria semanal por asignaturas.

	Número de Horas/Semana
Matemáticas	6
Dibujo	2
Lenguaje	6
CC.NN	6
CC.SS	5
Inglés	5
Música	1
Ed. Física	2
Computación	2

Fuente: Elaboración propia, basada en información proporcionada por el colegio.

En el ámbito docente, está conformado por 48 profesores entre titulares y contratados, número que tiene directa dependencia con la cantidad de alumnado del colegio, además de los profesores que ocupan cargos administrativos, en la siguiente tabla se muestra la distribución por materias, así como la cantidad de profesores asignados para cada una de ellas:

Tabla 1.2 Distribución de profesores por materias

	No. Profesores Titulares	***No. Contratados***	***Total***
Matemáticas	7	2	9
Dibujo	2	0	2
Lenguaje	6	2	8
CC.NN	8	0	8
CC.SS	7	0	7
Inglés	2	5	7
Música	1	0	1
Ed. Física	2	1	3
Computación	3	0	3
			48

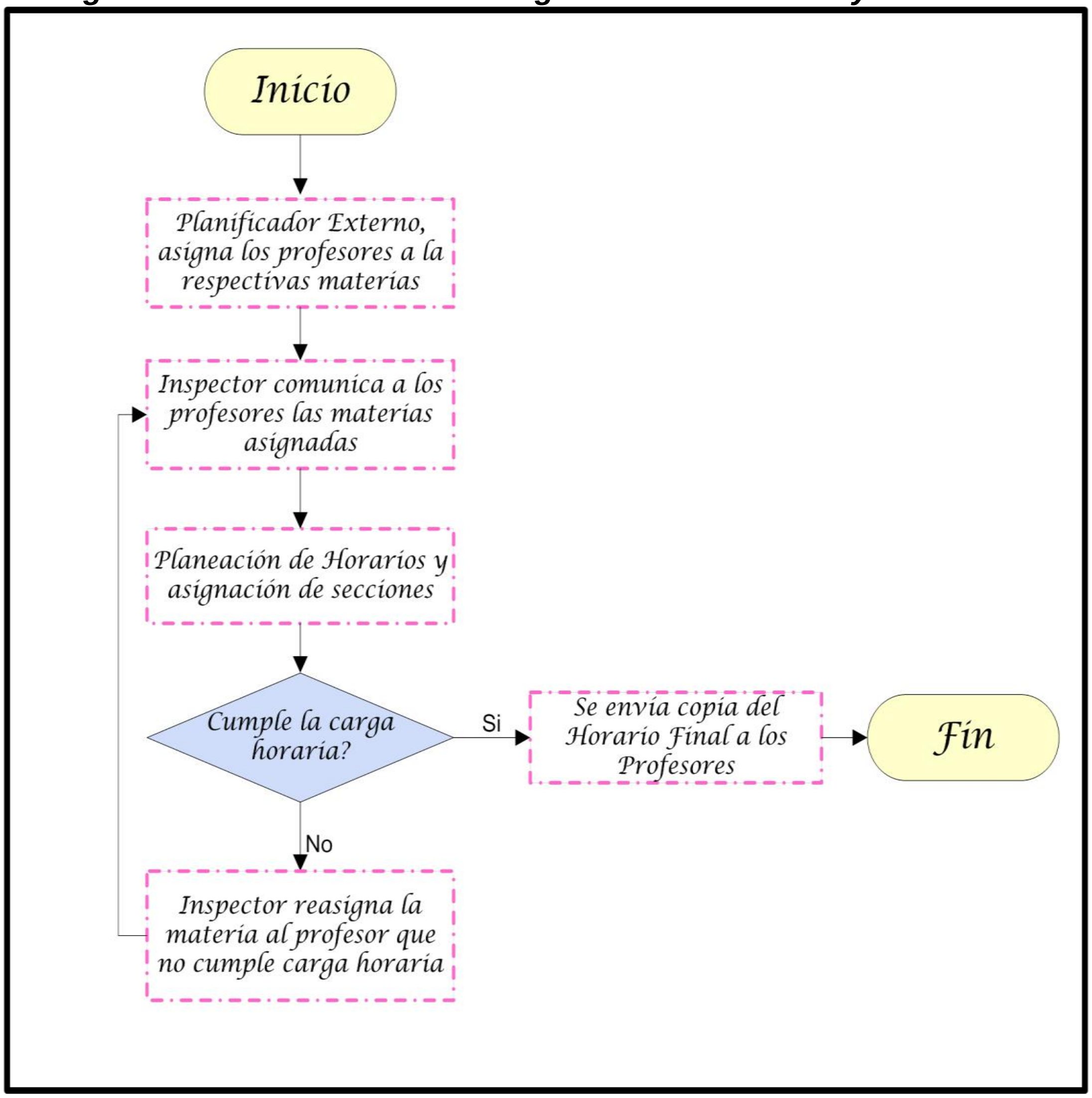
Fuente: Elaboración propia, basada en información proporcionada por el colegio.

Con relación a la carga horaria, los profesores deben cumplir un total de 30 horas/ semanales dictando clases y 10 horas/semanales cumpliendo actividades extracurriculares, como atención a padres de familia. Cada profesor titular tiene asignadas las materias que debe de enseñar, presentándose el caso de que un mismo profesor enseñe a más de un curso, a la vez existe la posibilidad de que al menos un profesor se le asigne más de una materia con el objetivo de cumplir su carga horaria, siendo muchas veces ésta de bajo dominio del profesor.

En el caso de los profesores contratados la situación es distinta y en la mayoría de las veces sus horarios deseados pueden ser alterados. Otro de los requerimientos que el colegio ha impuesto, es la posibilidad de otorgar a los inspectores un mínimo de 6 horas de clases, completando las 24 horas faltantes con funciones de inspección, orientación estudiantil.

El problema radica en el momento de hacer la programación de horarios, pues es construida de manera manual, además de tomar días o semanas, se puede tener una solución sin que llegue a satisfacer todos los requerimientos del sistema.

Figura 1.1 Procedimiento de asignación de materias y secciones



Fuente: Elaboración propia, basada en información proporcionada por el colegio.

Para enfrentar estos problemas, se debe tomar en cuenta una serie de restricciones las cuales se deben de cumplir:

- Un profesor no puede impartir dos asignaturas al mismo tiempo.
- Un profesor debe de tener asignaciones de clases de acuerdo a su disponibilidad.
- Una asignatura debe cumplir con la cantidad de horas semanales establecidas.
- Las horas de clases deben estar distribuidas uniformemente durante la semana.
- Un profesor debe tener asignaciones cumpliendo con su carga horaria.

La interrogante acerca de la importancia de encontrar la mejor solución al problema planteado, permite concluir que la configuración de la programación de horarios dentro de la estructura de cualquier unidad académica es una herramienta elemental en la planificación de las actividades curriculares y extracurriculares de la institución. Es decir, una buena configuración horaria permite constituir lineamientos estratégicos (mantener una estructura acorde a los requerimientos de los educadores y educandos), estableciendo los períodos en los que se desarrollarán actividades que tienen que ver con la formación integral de los estudiantes permitiendo hacer un énfasis en las habilidades y destrezas de los mismos con un programa de diferenciación de alto nivel sin dejar de lado la carga horaria exigida por las leyes vigentes.

1.3 Justificación del problema

En la unidad académica anteriormente mencionada, cada inicio de año lectivo se encuentra con el problema de asignar las diferentes materias a cada uno de los profesores según su grado de afinidad (dominio de la asignatura) y a un horario específico, para ello se ven en la necesidad de contratar personal externo especializado encargado de realizar la asignación de recursos, así como determinar quién es el profesor más idóneo para impartir una materia nueva de acuerdo a su perfil académico.

Aunque existen trabajos previos que se han desarrollado para la programación de horarios, estos sólo han dado solución a problemas particulares. El principal obstáculo es que los requerimientos de horario varían de una institución a otra. Muchos software construidos son semi-automáticos, es decir, requieren de la intervención del usuario para validar la solución proporcionada por el sistema.

Este proyecto propone resolver el problema de la programación de horarios en el ciclo básico, mediante su modelado aplicando coloramiento de grafos y su resolución mediante algoritmos previamente desarrollados para este tipo de problema que permitirá:

- Asignar a los profesores materias de acuerdo a su perfil profesional.
- Llenar las aulas sin permitir choque horario.
- Cuando exista una materia sin maestro, determinar quién es el mejor para impartirla.
- Realizar de manera automática la asignación de los recursos.

Para resolver este problema, se procederá a dividirlo en dos partes:

- La primera, es asignar a cada maestro una o más materias, el cual puede ser resuelto utilizando un modelo de programación lineal, cuyo objetivo será de acomodar a cada maestro con materias afines a sus habilidades, maximizando el grado de dominio de las asignaturas impartidas por cada maestro.
- La segunda fase trata de la creación de una programación de horarios utilizando el problema de coloramiento, donde cada nodo representa la relación materia-maestro y las aristas representan los conflictos que puede haber entre cada par de vértices.

1.4 Hipótesis

Con el desarrollo de un modelo matemático y una heurística, dar una mejora que sirva de guía para realizar las tareas de asignación de horarios, de acuerdo a las necesidades de los docentes, la cual ayudará a mejorar la calidad de educación, debido a la asignación de las materias que más se acerquen al perfil académico del profesor.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Generar una solución al problema de programación de horarios que satisfaga las restricciones ocasionadas por los recursos involucrados (profesores), aplicando el problema de coloramiento para la distribución de las horas evitando choques entre las materias impartidas por los docentes.

1.5.2 Objetivos Específicos

- Desarrollar un modelo de asignación escolar que se ajuste a los requerimientos del plantel, reduciendo el tiempo de la elaboración de horarios.
- Validar el modelo de asignación planteado, comparando la solución obtenida con la situación actual.
- Asignar a cada maestro la cantidad de materias a dictar de acuerdo a sus habilidades, implantando un modelo matemático que proporcione una solución optima a la asignación de horarios, eliminando el trabajo manual, facilitando la toma de decisiones, las cuales deben de tomarse en un tiempo prudencial.

2. Marco teórico: el problema de coloración de grafos

2.1 Introducción

Hay muchos problemas, como la asignación de tareas y los problemas de almacenamiento, donde es necesario partir el conjunto de vértices de un grafo asociado de tal forma que vértices adyacentes pertenezcan a diferentes conjuntos de la partición. Dichas particiones se interpretan habitualmente en términos de colores, asignando a los elementos de cada parte un mismo color.

El problema de colorear los vértices de un grafo, es muy conocido en teoría de grafos y consiste en asignar un color a cada vértice de forma que cualquier par de vértices adyacentes (unidos por un arco) no tengan el mismo color, usando la menor cantidad posible de colores.

2.2 Análisis de trabajos previos

Para poder valorar la eficiencia del algoritmo de coloramiento de grafos, es necesario analizar documentos similares realizados por algunos autores:

- Broder [1964], se enfocó al problema de programación de horarios de exámenes finales en las grandes universidades, para la solución de este problema se plantea una heurística directa, la cual primero acomoda el examen que posee más conflictos, para después construir una solución completa, eliminando los errores en la planificación de exámenes **[3]**.
- Lawrie [1969], planteo una forma útil para organizar los recursos de una organización. Se basa en crear una lista la cual especifique los elementos dispuestos para un periodo, dichos elementos pueden ser un maestro o una clase. En base a esta estrategia, plantea un método para la programación de horarios escolares la cual se basa en esquemas, por ejemplo todos los estudiantes del primer año escolar **[3]**.

A pesar de la cantidad de trabajos, enfocados en este problema no se ha podido desarrollar un sistema general de soluciones, debido a los requerimientos de cada institución.

2.3 Definición matemática al problema de coloramiento

Una coloración de un grafo G es una asignación de colores a los vértices de G. Si G= (V, E) es un grafo no dirigido, una coloración propia de G, ocurre cuando se colorea los vértices de G de modo que si la pareja de nodos ***{a, b}*** es unido por una arista en G, entonces deberán tener diferentes colores. (Por lo tanto, los vértices adyacentes tienen colores diferentes). **[5]**

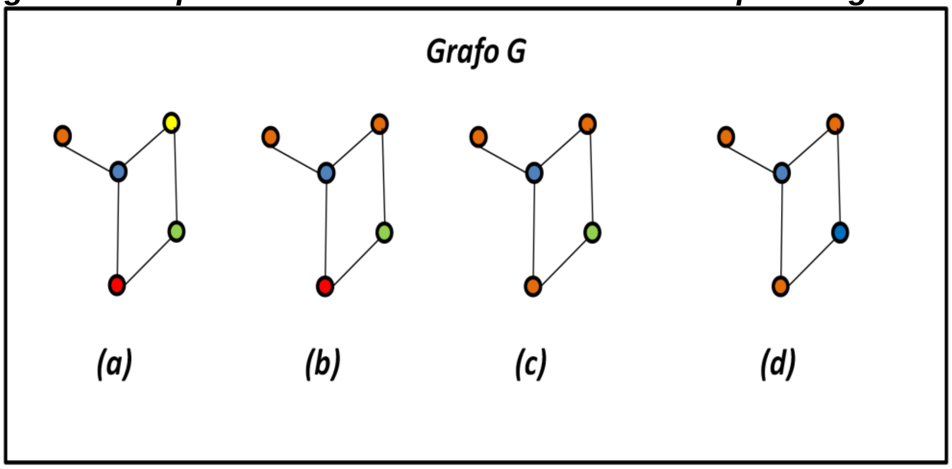
Si en la coloración se usan k colores, se dirá que es una k-coloración; cada color de G produce una partición en conjuntos independientes denominados clases de color. Las coloraciones siempre existen, pues se puede asignar a cada vértice del grafo un color diferente si fuera necesario. Si existe una k-coloración de G se dice que el grafo G es k-coloreable. **[5]**

2.3.1 Número Cromático

El número mínimo de colores necesarios para una coloración propia de G es el número cromático de G y se escribe como X (G). **[2]**

En la figura 2.1 se muestra que el grafo G es 5-colorable (a), 4-colorable (b), 3-colorable (c) y 2-colorable (d) **[2]**.

Figura 2.1 Representación del Número Cromático para el grafo G.



Fuente: Soria, 2008, Problemas y Conjeturas de la Teoría de Grafos

El número cromático también se lo puede definir como el menor número de conjuntos estables o independientes que se pueden establecer en el grafo G.

2.3.1.1 Definición de conjuntos independientes o estables

Dado un grafo G= (V, E) se denomina un estable de G a un conjunto $\widehat{\mathrm{V}}\ (\mathrm{nodos}) \subset \mathrm{V}$ tal que los elementos de $\widehat{\mathrm{V}}$ no son adyacentes.

Sin embargo, no existe un buen algoritmo para determinar el número cromático de un grafo o el número máximo de conjuntos estables, convirtiéndolo en un problema NP-Completo.

2.4 Modelo matemático al problema de coloramiento

El problema de coloramiento admite varias formulaciones como problema de programación matemática. Al trabajar con grafos finitos, se supondrá que el conjunto de vértices es V= {1, 2,3,.., n}. Cabe recalcar que cualquier grafo con ***n*** vértices es siempre k-coloreable, por lo que el número de colores esta acotado siempre. A continuación se muestra un modelo matemático que es aplicable al Problema de Coloración.

2.4.1 Modelo de partición

El modelo de partición que resuelve el problema de coloración se basa en identificar todos los conjuntos independientes (estables) del grafo G. El número de vértices que quedan pintados de un mismo color es un estable de G.

Sean $\widehat{V}_1, \widehat{V}_2, .., \widehat{V}_n$ todos los conjuntos independientes maximales de G, se puede definir una matriz A_{mxn} donde m será la cantidad de vértices y n el número de conjuntos estables, la cual será representada de la siguiente manera:

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ si el vértice i esta en el j-ésimo estable.} \\ 0 \text{ sino} \end{cases}$$

Por lo que el problema de coloración del grafo es equivalente a determinar una ***Partición De V De Cardinalidad Máxima,*** cuya variable de decisión será:

$$X_j = \begin{cases} 1 \text{ si el estable j es seleccionado.} \\ 0 \text{ sino} \end{cases}$$

La formulación final del problema será:

$$min \sum_{j=1} X_j \qquad (2.1)$$

La ecuación 2.1 representa la función objetivo, la cual representa la suma de los conjuntos estables, la cual permitirá minimizar el número de conjuntos independientes que formen una partición de V.

A continuación se describen las restricciones de la función objetivo:

$$\sum_{j=1} A_{i,j} X_j = 1 \qquad \forall i \qquad (2.2)$$

La ecuación 2.2 indica que el estable seleccionado debe de cubrir un vértice una sola vez

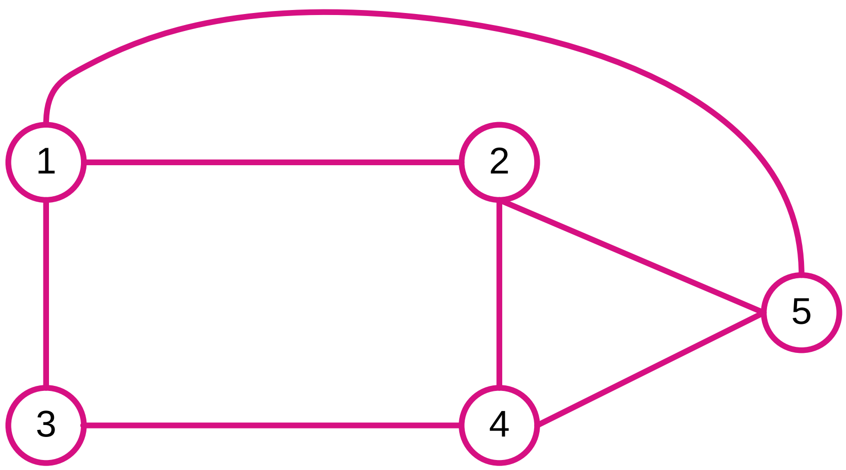
$$X_j \in \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (2.3)$$

La restricción 2.3 indica que la variable binaria X_j debe de tomar valores entre 0 y 1.

2.4.1.1 Ejemplo del modelo de partición

Dado el grafo H identificar sus conjuntos estables y matriz de adyacencia.

Figura 2.2 Representación del grafo H para su formulación matemática



Fuente: Sandoya, 2009, Optimización Combinatoria y Grafos

Por definición los conjuntos estables son aquellos vértices que no son adyacentes, un ejemplo será:

$$\widehat{V}_1 = \{5,3\}$$

$$\widehat{V}_2 = \{1,4\}$$

$$\widehat{V}_3 = \{2\}$$

La matriz de de adyacencia será:

Tabla 2.1 Matriz de Adyacencia para el grafo H

		Núm. Conjuntos estables		
		1	**2**	**3**
Núm. de Nodos	**1**	0	1	0
	2	0	0	1
	3	1	0	0
	4	0	1	0
	5	1	0	0

Fuente: Sandoya, 2009, Optimización Combinatoria y Grafos

La idea principal al usar el problema de partición es seleccionar la menor cantidad de conjuntos estables (los que a la vez representaran la cantidad mínima de colores que se necesitan para colorear el grafo) de tal manera que cubran todos los vértices que pertenecen al grafo.

2.5 Aplicaciones al problema de coloramiento

Hay muchos problemas, donde es necesario partir el conjunto de vértices de un grafo asociado, de tal forma que los nodos adyacentes pertenezcan a diferentes conjuntos de la partición. Tales particiones se llaman coloraciones.

Con el fin de justificar el interés que tiene el problema de coloración se presentan los siguientes casos que se pueden plantear como un problema de coloración.

2.5.1 Coloración de un mapa

Una coloración de un mapa es la asignación de un color a cada región, con la única restricción de que sectores vecinos deben de tener distintos colores, utilizando la menor cantidad de colores posibles, siempre y cuando el grafo sea plano. **[2]**

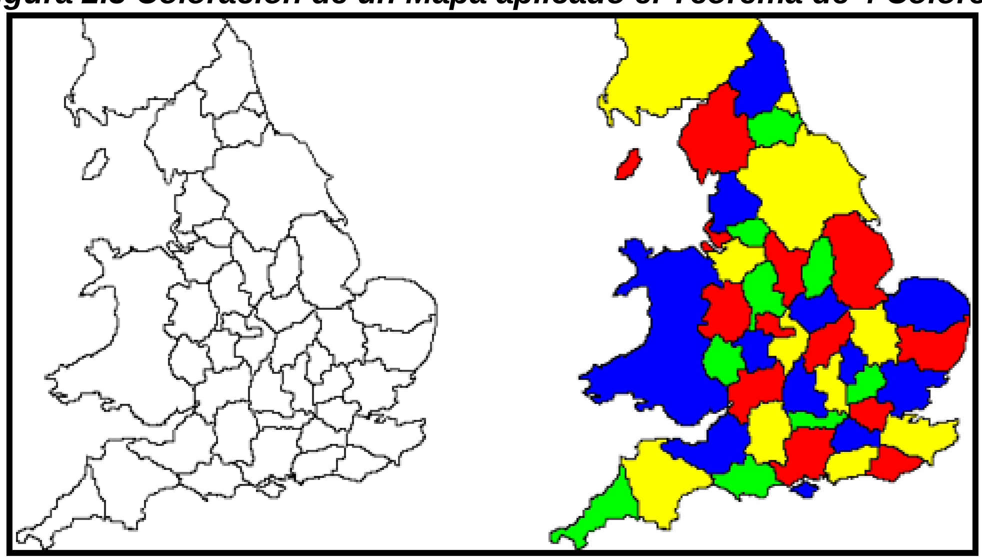
Al mapa se le puede asociar un grafo cuyos vértices son cada una de las regiones del mapa y habrá una arista entre dos vértices si las regiones correspondientes tienen una frontera común. Una coloración de los vértices es equivalente a una coloración de las regiones.

El algoritmo de coloración da la posibilidad de pintar cualquier mapa utilizando máximo 4 colores, llamado el "Teorema de los Cuatro Colores". **[6]**

2.5.1.1 Teorema de los cuatro colores.

"Cualquier mapa puede ser coloreado solamente con cuatro colores distintos de tal manera que dos regiones adyacentes (es decir, regiones que compartan no sólo un punto, sino todo un segmento de borde en común) no tengan el mismo color" **[2]**.

Figura 2.3 Coloración de un Mapa aplicado el Teorema de 4 Colores



Fuente:Disponible en intermet, http://www.caerolus.com/informatica/teorema-4-colores-aplicado-compiladores.html.

2.5.2 Almacenamiento de productos peligrosos.

Se disponen de ***p*** productos químicos $\{P_1,P_2,..,P_n\}$, los cuales deben de ser almacenados, sin embargo algunos de estos productos no se pueden almacenar en el mismo depósito pues reaccionan entre sí. El principal problema es responder a la pregunta ¿Cuál es el mínimo número de depósitos necesarios para almacenar estos productos químicos de forma que sustancias que reaccionen entre sí, se almacenen en diferentes depósitos? Este problema se puede modelar con un grafo G, cuyos vértices son los productos químicos. Dos vértices se unen por una arista si las correspondientes sustancias reaccionan. Así productos en el mismo depósito corresponden a un conjunto independiente de vértices G **[7]**.

Existen otras aplicaciones, las cuales se pueden resolver aplicando este método, a saber:

- Horario de conferencias de seminario.
- Asignación de frecuencias de radio.

2.6 Ejemplo del problema de coloramiento

A continuación se presenta un ejemplo donde se aplica el Problema de Coloramiento:

"Se desea planificar el horario de clases de una institución educativa, se sabe que el Maestro I impartirá un grupo de la asignatura A y un grupo de la asignatura B; el maestro II va a dar dos grupos de la materia A y un grupo de la asignatura C; el catedrático III dará la materia D; las materias A y D son tomadas por un alumno en el mismo semestre. Los alumnos deben cursar en el mismo semestre las materias A y D, por lo que deben programarse a diferente hora." **[3]**

Para poder dar solución a este problema se procederá a construir un grafo donde los nodos representaran la relación Maestro-Materia y cada par de vértice tendrá una arista que los una sí:

- El maestro es el mismo en los dos nodos
- La materia es la misma
- El alumno debe tomar esas materias en ese mismo período escolar.

Para facilitar la construcción del grafo, se construirá una tabla la cual indicará la carga horaria a cada maestro:

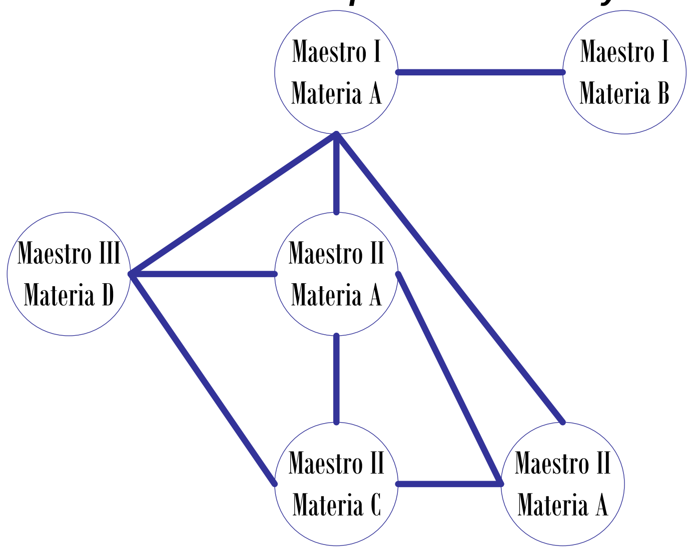
Tabla 2.2 Distribución de las materias para cada profesor

	Materia A	***Materia B***	***Materia C***	***Materia D***
Maestro1	**X(*)**	**X**		
Maestro2	**X**		**X**	
Maestro3				**X**
(*)Nota: la cruz indica la asignación de la Materia A al Maestro 1				

Fuente: Reyes, Pecina, Ramírez, El Problema de la Programación de Horarios con Coloreo de Grafos2002, p.5

Como se observa en la Tabla 2.2 el Maestro1 no puede dar las materias A y B en el mismo horario, por lo tanto los nodos que representan estas materias deberán estar unidos por una arista. De igual manera ocurre con las materias A y D, a pesar de ser dictadas por diferentes profesores, no pueden estar asignadas en el mismo horario debido a que un alumno cursa ambas asignaturas en el mismo año escolar. A continuación se muestra el grafo final:

Figura 2.4 Grafo de Conflicto para 3 Maestros y 4 Materias.



Fuente: Reyes, Pecina, Ramírez, El Problema de la Programación de Horarios con Coloreo de Grafos2002, p.5

Una posible solución a este problema se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2.3 Asignación de Salones y Horarios para el ejemplo anterior.

	Curso I	***Curso II***
Hora1	Maestro III-Materia A	Maestro I-Materia B
Hora2	Maestro II--Materia C	Maestro I-Materia A
Hora3	Maestro II--Materia A	--------
Hora4	Maestro III-Materia D	--------

Fuente: Reyes, Pecina, Ramírez, El Problema de la Programación de Horarios con Coloreo de Grafos2002, p.5

2.7 Complejidad computacional

El problema de colorear los vértices de un grafo con un mínimo número de colores es uno de los más difíciles de resolver entre los problemas de optimización combinatoria, debido a que pertenece a la clase de problemas NP-Completo.

2.8 Algoritmos para la solución del problema de coloramiento

Para resolver estos tipos de problemas, se han aplicado diversas técnicas, las cuales se pueden dividir en dos grupos **[4]**:

- Métodos tradicionales: llamados así, debido a que recorren todo el espacio de búsqueda, es decir, encuentran todas las soluciones posibles de un determinado problema. Dentro de este grupo se encuentran tipos: programación entera y programación lineal.
- Métodos no tradicionales o Técnicas Heurísticas: no encuentran todas las soluciones posibles a un problema, sin embargo encuentran una solución cerca al óptimo. En este grupo se encuentran: Recocido Simulado,

algoritmos evolutivos, algoritmos voraces (GRASP), redes neuronales, entre otros.

En este proyecto, se utilizará la heurística de Brelaz, a continuación se describen los pasos para el desarrollo de dicho algoritmo:

a. Se crea una lista la cual está formada por el orden de los vértices de mayor a menor grado de saturación.
b. Se procede a colorear al primer nodo con el primer color disponible (la cantidad máxima de colores a usar en este problema será el número de horas que se deben de cumplir en un día de jornada laboral normal).
c. Se procede a renombrar la lista inicial, eliminando el primer nodo elegido, quedando solamente los vértices sin colorear, se elige nuevamente el primero de mayor grado de saturación, pero esta vez preguntando si el nodo elegido nuevo es adyacente al nodo anterior pintado, si la respuesta es afirmativa será coloreado con otro color, caso contrario será el mismo color del vértice anterior.
d. Si todos los vértices han sido coloreados, termina la heurística, caso contrario, volver al paso c.

3. Formulación matemática del problema.

En este capítulo se presentará el desarrollo de un modelo matemático que se ajuste a las restricciones impuestas por la institución anteriormente mencionada, cuyo enfoque principal será producir una solución factible, disminuyendo el tiempo empleado para su elaboración y a su vez, reducir la intervención humana, teniendo como primer resultado la asignación de profesores con su respectivo número de materias y cantidad de paralelos asignados de tal manera que puedan cumplir con su carga horaria, para después en la segunda fase, con la implementación de una heurística proceder a realizar la distribución de las horas de clases usando el problema de coloramiento, evitando choques entre materias, docentes y paralelos.

3.1 Herramientas computacionales

Para obtener los resultados del modelo de asignación de materias, se utilizará la última versión STUDENT del software de computación de GAMS, es un lenguaje de programación el cual permite modelar problemas de programación matemática y de optimización. Se hará la elección del solver CPLEX por el ser el más adecuado para la solución de problemas LP y MIP.

Para la implantación de la heurística se hará uso del software *Mathematica 7.0,* un lenguaje de programación basado en el lenguaje C, el cual cuenta con una librería de funciones, haciendo la programación mucho más sencilla y permitiendo importar los resultados, que se encuentren guardados en un documento de Excel o archivos planos (.txt). [1]

3.2 Situación actual

La programación de horarios de la institución educativa, como en la mayoría de los establecimientos, es realizada de forma manual por parte del Departamento de Recursos Humanos (Inspectoría General), el tiempo en que se toma realizar dicha actividad puede tomar más de tres meses, sin embargo no siempre es una buena solución, debido a que los requerimientos de los profesores pueden cambiar a mediados del año lectivo, razón por la cual será necesario hacer una nueva redistribución, asignando en la mayoría de los casos a profesores con poco dominio en una materia determinada. Actualmente la programación de horarios se realiza de la siguiente manera:

[1] NARVAEZ MOLINA, Gabriela; SALTOS ATIENCIA, Ramiro. Implantación de un Algoritmo Genético para resolver el problema de Programación de Proyectos con Recursos Limitados, 2010,Pág. 42, Proyecto de Graduación (Ingeniería en Logística y Transporte).

1. El Inspector General procede a calcular el total de horas por materias/semana de acuerdo a la cantidad de paralelos que han sido establecidos:

$$Total\ de\ Horas\ Sem.x\ Materia\ = (\ No.Horas\ Materia\ Sem.) * Total\ Paralelos$$

2. Se procede a calcular el número de profesores necesarios para cada materia:

$$No.Prof.Necesarios : \left[\!\left[\left(\frac{Total\ Horas\ Sem.x\ Materia}{Carga\ Horaria\ x\ Profesor}\right)\right]\!\right]$$

Donde el símbolo ⟦ ⟧ indica la aproximación del resultado obtenido a su entero mayor más cercano.

3. Una vez calculado el número de profesores necesarios para cada materia, se procede a calcular las horas que faltan para completar el total de horas semanales por asignatura.

$No.Horas\ Completar\ por\ Materia$:

$$Total\ Horas\ Sem.x\ Materia - (No.Prof.Necesarios * Carga\ Horaria\ Prof.)$$

4. Las horas que faltan por completar se las divide entre los profesores que no tienen asignación de materias, en el caso de no llegar a completar su carga horaria, se le asignará al docente otra materia que tenga relación con la asignada.

En la siguiente tabla se muestra el cálculo de estos valores:

	No. de Horas/Sem.	Total de Horas/Par.	No. Prof. requeridos	Horas faltantes	Requerimiento Final
Matemáticas	6	252	8	12	Necesita más de 1 docente que cumpla las 12 horas y además habrá que completar las 18 horas faltantes con otra(s) materia(s)
Dibujo	2	84	2	24	Necesita más de 1 docente que cumpla las 24 horas y además habrá que completar las 6 horas faltantes con otra(s) materia(s)
Lenguaje	6	252	8	12	Necesita más de 1 docente que cumpla las 12 horas y además habrá que completar las 18 horas faltantes con otra(s) materia(s)
CC.NN	6	252	8	12	Necesita más de 1 docente que cumpla las 12 horas y además habrá que completar las 18 horas faltantes con otra(s) materia(s)
CC.SS	5	210	7	0	Profesores Completos
Inglés	5	210	7	0	Profesores Completos
Música	1	42	1	12	Necesita más de 1 docente que cumpla las 12 horas y además habrá que completar las 18 horas faltantes con otra(s) materia(s)
Ed. Física	2	84	2	24	Necesita más de 1 docente que cumpla las 24 horas y además habrá que completar las 6 horas faltantes con otra(s) materia(s)
Computación	2	84	2	24	Necesita más de 1 docente que cumpla las 24 horas y además habrá que completar las 6 horas faltantes con otra(s) materia(s)

Tabla 3.1 Cálculo previo realizado por el Dpto. de Inspección, para la distribución de las materias para profesores

3.3 Desarrollo del modelo matemático

3.3.1 Modelo matemático de asignación de materias a profesores[2]

En esta parte la programación de horarios se inicia con la asignación de uno o más cursos para impartir una determinada materia para cada profesor, tratando en lo posible asignar la materia de mayor dominio por el profesor.

Antes de desarrollar el modelo matemático, deberá tenerse en cuenta:

- Todo profesor contratado y titular debe cumplir 30 horas de clases semanales.
- Todo inspector se encuentra en la posibilidad de dar mínimo 6 horas de clases, completando sus horas faltantes en el cargo de inspección.

Con estas condiciones, se denotará:

$$i:\ Número\ de\ Profesores$$

$$j:\ Número\ de\ Materias$$

$$k:\ Número\ de\ Inspectores$$

[2] El modelo matemático fue desarrollado de manera propia, de acuerdo a la situación del colegio en estudio, sin embargo para su realización se tomo de guía la tesis de Federico Alonso Pecina **[3].**

Para la programación de horarios, se cuenta con la información de las materias impartidas por los profesores en los últimos años, sin embargo no existe un mecanismo que permita valorar la capacidad o afinidad de una materia para cada profesor, para ello se utilizó el siguiente método de ponderación **[3]**:

- Si el profesor ha impartido la materia o tiene nombramiento para dar esa materia, tomará el valor de 1.
- Si no ha impartido la materia pero tiene relación con la que ha impartido tendrá el valor de 50.
- Si tiene dominio de la materia, se le asignará el valor de 100.
- Si no tiene dominio de la materia o nunca la ha impartido, se le asignará el número 10000.

Esta asignación, forzará al modelo elegir los menores valores, permitiendo maximizar el grado de dominio de las materias. A continuación, se detalla un ejemplo sobre esta ponderación:

Tabla 3.2 Grado de dominio de materias por profesor

	Matemáticas	***Lenguaje***	***Dibujo***	***CC.NN***
Profesor1	1	10000	50	10000
Profesor2	10000	1	10000	100

Fuente: Elaboración propia, basada en la información proporcionada por el colegio

Como se puede observar en la tabla anterior, el *Profesor1* posee un mayor dominio para matemáticas y dibujo en vez de Lenguaje y CC.NN, debido a tener nombramiento en el área de Matemáticas. **(Ver Anexo A)**

A esta matriz de la denotará como $\boldsymbol{A_{i,j}}$ la cuál representará el ***Grado De Dominio Del Profesor i Por La Materia j***. De manera similar, se tiene la matriz $\boldsymbol{B_{k,j}}$ que indicará el ***Grado De Dominio De Un Inspector k Hacia la Materia j***. **(Ver anexos B y C)**

Cada maestro debe cumplir un total de 30 horas semanales de clases, adicionalmente 10 horas semanales con actividades extracurriculares las cuales serán cumplidas en el horario de 6 pm a 8 pm. Aunque existen asignaciones previas para ciertos maestros, debido a que forman parte de la comisión de experimentación del colegio, esta asignación de horas de clases se la denotará por $\boldsymbol{Horas\_Profesor_i}$. **(Ver Anexo D)**

Cada materia tendrá su carga horaria semanal y por total de paralelos, a estos parámetros se los representará como $\boldsymbol{Horas\_Materia_j}$ y $\boldsymbol{Total\_Horas_j}$, a continuación se muestran los datos:

Tabla 3.3 Distribución de Horas Semanales y Total por paralelos

	$Horas\_Materia_j$	$Total\_Horas_j$
Matemáticas	6	252
Dibujo	2	84
Lenguaje	6	252
CCNN	6	252
CCSS	5	210
Ingles	5	210
Música	1	42
Ed. Física	2	84
Computación	2	84

Fuente: Elaboración propia, información proporcionada por el colegio.

Una vez definidos los parámetros, se establecerán las variables que intervienen en el modelo matemático:

$$X_{i,j} : número\ de\ cursos\ asignados\ al\ profesor\ i\ de\ la\ materia\ j$$

$$Insp_{k,j} : número\ de\ cursos\ asignados\ a\ cada\ inspector\ k\ de\ la\ materia\ j$$

Ambas variables de decisión tomarán el valor de 0 si no es asignado ningún curso de la materia j al profesor i o inspector k, caso contrario tomarán cualquier valor entero positivo.

Siendo la formulación del modelo, la siguiente:

$$Min\ z:\ \sum_{i,j} A_{i,j} * X_{i,j} + \sum_{k,j} B_{k,j} * Insp_{k,j} \qquad (\mathbf{3.1})$$

La ecuación 3.1 representa la función objetivo, la cual obligará a tomar los menores valores de las matrices $A_{i,j}$ y $B_{k,j}$ permitiendo asignar a los profesores las materias de mayor dominio.

$$\sum_{j} Horas\_Materia_j * X_{i,j} = Horas\_Profesor_i \qquad \forall i \quad (\mathbf{3.2})$$

La ecuación 3.2 asegura que cada profesor i debe cumplir su carga horaria.

$$\sum_{i} Horas\_Materia_j * X_{i,j} + \sum_{k} Horas\_Materia_j * Insp_{k,j} \geq Total\_Horas\ _j \forall j\ (\mathbf{3.3})$$

La ecuación 3.3 permite que los cursos asignados de la materia j tanto para profesores como inspectores, respeten la carga horaria total.

$$\sum_{i} X_{i,j} + \sum_{k} Insp_{k,j} = 42 \qquad \forall j \qquad (\mathbf{3.4})$$

La ecuación 3.4 permite que la cantidad de cursos asignados para profesores e inspectores cumpla el número total de paralelos.

$$\sum_{j} Horas\_Materias_j * Insp_{k,j} \leq 6 \quad \forall k \qquad \mathbf{(3.5)}$$

La última expresión indica que todo inspector debe de dar como mínimo 6 horas de clases a la semana.

3.3.2 Problema de asignación de horarios a maestro usando coloramiento de grafos.

En la primera fase se realizó la asignación de las materias para cada profesor respetando su capacidad de dominio, a esta distribución se la representará como vértices en un grafo no dirigido, y los conflictos que impidan a cada profesor ser programados en el mismo tiempo, se lo representará mediante una arista que conecte esos nodos. En resumen cada profesor con su respectiva materia y sección, se lo representará como un nodo, cada vértice tendrá una arista si el maestro es el mismo en los dos nodos o la materia es la misma.

3.3.2.1 Algoritmo de Coloramiento

Para el desarrollo de esta tesis se utilizó una variante de la heurística de Brelaz **[7]** para la coloración del grafo de conflictos, la cual permite modelar pre-asignaciones de cualquier tipo, en este caso será colocar a un maestro de un grupo en el mismo tiempo.

El algoritmo funciona de la siguiente manera:

a) Con los resultados obtenidos en la primera fase, se construye una matriz de adyacencia, la cual tomará los valores de 1 si el Profesor i tiene más de una materia o paralelo.

b) Se ordenan los vértices de mayor a menor grado (siendo el grado, el número de aristas que salen de cada nodo).

c) Se procede a colorear el nodo de mayor grado asignándole el primer color disponible, en caso de que no exista ninguno, se agrega un nuevo color y se le asigna al nuevo nodo.

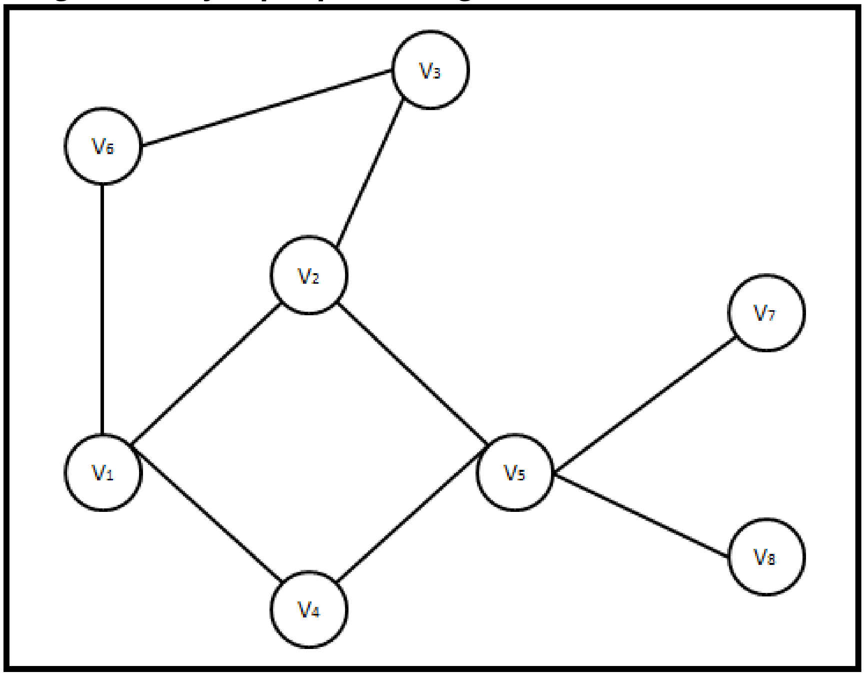
d) Se reordena la lista de los nodos ordenados eliminando el primer vértice utilizado.

e) Se selecciona el primer vértice de la nueva lista y se debe verificar que el nodo nuevo no sea adyacente al primero elegido, si es verdad, se le asignará un nuevo color, caso contrario se mantendrá el color anterior.

f) Si todos los vértices se han coloreado, termina la heurística caso contrario ejecutar ***paso e***.

A continuación se muestra un ejemplo del algoritmo de coloreo.

Figura 3.1 Ejemplo para el algoritmo de coloramiento



Fuente: Borrego, Recio, 2006, Manual de Algorítmica, p. 222

Paso A.- Se procede a realizar la matriz de adyacencia del grafo del ejemplo citado.

Tabla 3.4 Matriz de adyacencia para el grafo mencionado

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
V_1	0	1	0	1	0	1	0	0
V_2	1	0	1	0	1	0	0	0
V_3	0	1	0	0	0	1	0	0
V_4	1	0	0	0	1	0	0	0
V_5	0	1	0	1	0	0	1	1
V_6	1	0	1	0	0	0	0	0
V_7	0	0	0	0	1	0	0	0
V_8	0	0	0	0	1	0	0	0

Fuente: Borrego, Recio, 2006, Manual de Algorítmica, p. 222

Paso B.- Se cuenta los vértices adyacentes para cada nodo

Tabla 3.5 Total de vértices adyacentes por nodo

Nodos	***No. Vértices***
V_1	3
V_2	3
V_3	2
V_4	2
V_5	4
V_6	2
V_7	1
V_8	1

Fuente: Borrego, Recio, 2006, Manual de Algorítmica, p. 222

Paso C.- Se ordena los nodos de mayor a menor grado de adyacencia.

$$Nodos\ Ordenados = \{V_5, V_1, V_2, V_3, V_4, V_6, V_7, V_8\}$$

Paso D.- Se almacena el primer vértice en el primer color.

$$colores = \{\{V_5\}\}$$

Paso E.- Se elimina el primer vértice de la lista de nodos ordenados y se la actualiza.

$$Nodos\ Ordenados = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_6, V_7, V_8\}$$

Paso F.- Se elige el primer nodo de la lista y en este caso se debe de verificar si el nodo nuevo es adyacente al vértice anterior, para este ejemplo V_1 no es adyacente a V_5, asignándole el primer color.

$$colores = \{\{V_5, V_1\}\}$$

Paso G.- Se repite el paso ***E*** quedando la nueva lista:

$$Nodos\ Ordenados = \{V_2, V_3, V_4, V_6, V_7, V_8\}$$

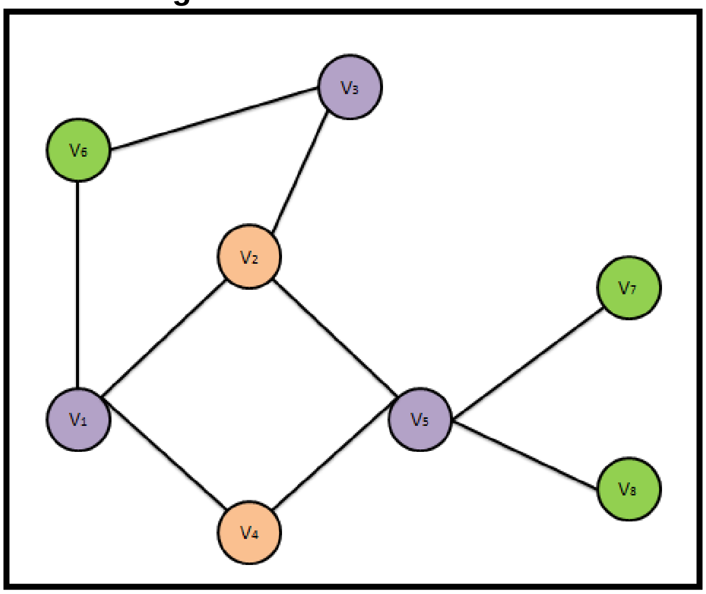
Paso H.- Se repite el paso ***F***, pero en este caso el vértice V_2 es adyacente a $V_5\ y\ V_1$ asignándole un nuevo color.

$$colores = \{\{V_5, V_1\}, \{V_2\}\}$$

Se repite el ***paso E*** hasta que no exista vértices sin colorear, en este ejemplo la respuesta será:

$$colores = \{\{V_5, V_1, V_3\}, \{V_2, V_4\}, \{V_6, V_7, V_8\}\}$$

Figura 3.2 Grafo Coloreado



Fuente: Borrego, Recio, 2006, Manual de Algorítmica, p. 222

Llevando esta respuesta al problema de asignación de horarios de clases, se puede concluir que los vértices V_5, V_1, V_3 que representan profesores con su respectiva materia pueden ser programados en el mismo horario y a su vez deberán estar programados en diferentes horarios para evitar cruces con V_2 y V_4.

Si no se tuviera limitaciones de tiempo (número de horas laborales, días de clase), esta sería la solución final, siendo el número de colores, el número de periodos u horas de clases.

3.3.2.2 Procedimiento básico para la asignación de horarios

El algoritmo de coloramiento, a pesar de permitir una solución factible que indica los profesores y materias a ser programados al mismo tiempo, no considera las limitaciones de tiempo, para ello, se formulará un modelo matemático usando los resultados obtenidos en la heurística de coloración. A continuación se describen los valores utilizados:

$$P\text{: } Número\ de\ profesores\ asignados$$

$$S\text{: } Número\ de\ secciones$$

$$C\text{: } Número\ de\ colores\ a\ utilizar$$

$$D\text{: } Número\ de\ días\ hábiles\ para\ dar\ clases$$

$$H\text{: } Número\ de\ horas\ hábiles\ para\ dar\ clases$$

Se procederá a crear el conjunto ***Profesor-Materia-Color***, la cual será denotada como $\mathbf{TRIADA_{P,S,C}}$ y a su vez, cada uno de estos elementos se le asignará el número de horas correspondientes para cada profesor, representándolo como $\mathbf{PROF\_HORAS_{P,S,C}}$.

Una vez definidos los parámetros, se definirá la variable de decisión:

$$X_{P,S,C,H,D} \begin{cases} 1 \text{ si el profesor P en la sección S del color C se lo asigna} \\ \quad \text{en el día D a la hora H.} \\ 0 \text{ sino} \end{cases}$$

Siendo el modelo matemático:

$$Min\, Z = \sum_{P,S,C,H,D} X_{P,S,C,H,D} \qquad (3.6)$$

La ecuación 3.6 representa la función objetivo, la cual permitirá determinar el número de horas totales de clases que se debe de recibir en el ciclo básico.

$$\sum_{H,D} X_{P,S,C,H,D} = Prof\_Horas_{P,S,C} \quad \forall\,(P,S,C) \in \boldsymbol{TRIADA_{P,S,C}} \qquad (3.7)$$

La ecuación 3.7 indica que para cada sección con su respectivo profesor, debe de cumplir la carga horaria reglamentaria.

$$\sum_{(S,C)\in \boldsymbol{TRIADA_{P,S,C}}} X_{P,S,C,H,D} \leq 1 \quad \forall\,(P,H,D) \qquad (3.8)$$

La ecuación 3.8 indica que si un profesor tiene asignado más de un color, este debe no de ser programado en un mismo periodo.

$$\sum_{(P,C)\in \boldsymbol{TRIADA_{P,S,C}}} X_{P,S,C,H,D} \leq 1 \quad \forall\,(S,H,D) \qquad (3.9)$$

La ecuación 3.9 indica que para cada sección que pertenezca a más de un color, no de ser programado en un mismo periodo.

Una vez ejecutado, el modelo matemático en el Software ***GAMS***, se procederá a importar los resultados a ***Mathematica***, el cual permitirá hacer la asignación final de horarios. A continuación se describe el algoritmo general para la asignación de horarios:

Figura 3.3 Algoritmo para la asignación de horarios

Inicio
Para *p=1* hasta *p=No. Profesores habilitados para dar clases,*
Construir horario de clases para cada profesor, compuesto por 5 filas y 7 columnas, y llenarlo de ceros.
Fin;
DIAS={"Lunes" , "Martes", "Miércoles", "Jueves", "Viernes"**};**
HORAS={"H_1","H_2","H_3","H_4","H_5","H_6","H_7"**};**
Asignación_Final=*Profesores asignados en el día D en la Hora H. Ej.: {{P_1,2,1,H_1,Lunes},{P_1,3,2,H_2,Martes},..}*
Profesores=*No. Profesores habilitados para dar clases. Ej.: {P_1,P_2,..}*

Inicio
Para *i=1* hasta *i= Longitud de Asignación_Final*,
Para *j=1* hasta *j=Longitud de Profesores,*
Si para el primer elemento de *Asignación_Final* en la posición i es igual a *Profesores* en la posición j, crear los siguientes parámetros:
- tabla=ubicación donde se encuentra *Profesores* en la posición j (La cual varia de p=1 hasta p=No. Profesores habilitados para dar clases)
- hora=lugar que ocupa en HORAS el cuarto elemento de *Asignación_Final* en la posición i;
- día=Lugar que ocupa en DIAS el quinto elemento de *Asignación_Final* en la posición i;
- *Asignar en la ubicación {hora, día} de tabla, a los dos primeros elementos de Asignación_Final en la posición i*

Fin
Fin

Fuente: Elaboración propia, algoritmo desarrollado en base a los resultados obtenidos en la segunda fase.

4. Comparación de Resultados

4.1 Introducción

La presentación de los resultados, se la presentará en tres fases:

- La primera fase se mostrará los resultados obtenidos aplicando el modelo matemático descrito en el capítulo 3, el cual fue de mucha ayuda para poder hacer una adecuada asignación de las materias a los profesores, respetando sus preferencias académicas.

- La segunda fase, se presentará la asignación de horarios a cada maestro, aplicando la heurística de coloreo, que permitirá saber que profesores pueden ser programados al mismo tiempo, evitando cruces entre materias o secciones.

- La tercera fase se presentará la distribución final de la carga horaria por profesor, respetando su carga horaria.

La factibilidad de este problema comparado con la situación actual del colegio, se la medirá con el tiempo empleado para hacer la distribución final de horarios, así como la nueva asignación de las materias a los profesores, según su afinidad por materias.

4.2 Análisis de resultados

4.2.1 Resultados de fase 1

En el anexo E se puede observar la asignación de las materias para cada profesor con su respectiva cantidad de cursos obtenida con la modelización matemática vs la situación actual, las principales conclusiones para esta fase son:

- Para el profesor P_{16} en vez de asignarle 5 cursos en la cátedra *Lengua y Literatura*, se le dará 30 cursos de la materia de Música por tener un mayor dominio en esta materia.
- Para la materia de Dibujo la cual era impartida por los inspectores I_{01}, I_{02}, I_{03}, con la solución obtenida, dichos inspectores se le asignará el cargo de Inspección General por poseer título de tecnólogo y por reglamentos internos se encuentran en la capacidad de dar clases.
- Al profesor P_{21} no dará la materia de CC.NN, se le dará la materia de Lengua y Literatura.
- Al profesor P_{44} se le aliviará su carga horaria, pues si en un principio tenía asignado 30 cursos para la materia de Música, ahora se le otorgará 6 cursos para Música y 4 Cursos para CC.NN.

4.2.2 Resultados obtenidos en fase 2

Como se menciono en el capítulo 2, la heurística de coloramiento consiste en determinar el mínimo número de colores con que se puede colorear un grafo plano, en este caso cada color diferente indicará los profesores o secciones a ser asignados en diferentes horas y días. En el anexo F, se puede observar la asignación de cada profesor con su respectivo paralelo en un determinado color. A continuación se presenta los resultados obtenidos entre la primera y segunda iteración:

Tabla 4.1 Resultados obtenidos en la segunda fase para la primera y segunda iteración.

Color 1	$\{P_{16},2\}$,	$\{P_{49},37\}$,	$\{P_{10},10\}$,	$\{P_{11},25\}$,	$\{P_{46},13\}$,	$\{P_{47},28\}$,	$\{P_{48},3\}$,	$\{P_{50},42\}$,	$\{P_{45},4\}$,	$\{P_{4},16\}$,
	$\{P_{44},38\}$,	$\{P_{30},5\}$,	$\{P_{31},7\}$,	$\{P_{32},14\}$,	$\{P_{33},19\}$,	$\{P_{34},26\}$,	$\{P_{35},31\}$,	$\{P_{36},39\}$,	$\{P_{37},6\}$,	$\{P_{38},8\}$,
	$\{P_{39},15\}$,	$\{P_{40},20\}$,	$\{P_{41},27\}$,	$\{P_{42},32\}$,	$\{P_{43},40\}$,	$\{P_{1},1\}$,	$\{P_{2},9\}$,	$\{P_{3},11\}$,	$\{P_{5},18\}$,	$\{P_{6},23\}$,
	$\{P_{7},29\}$,	$\{P_{8},33\}$,	$\{P_{9},41\}$,	$\{P_{14},12\}$,	$\{P_{15},17\}$,	$\{P_{17},21\}$,	$\{P_{18},30\}$,	$\{P_{19},34\}$,	$\{P_{21},36\}$,	$\{P_{25},22\}$,
	$\{P_{28},35\}$									
Color 2	$\{P_{16},3\}$,	$\{P_{49},38\}$,	$\{P_{10},11\}$,	$\{P_{11},26\}$,	$\{P_{46},14\}$,	$\{P_{47},29\}$,	$\{P_{48}, 2\}$,	$\{P_{50},28\}$,	$\{P_{45},5\}$,	$\{P_{4},17\}$,
	$\{P_{44},39\}$,	$\{P_{30},4\}$,	$\{P_{31},8\}$,	$\{P_{32},13\}$,	$\{P_{33},20\}$,	$\{P_{34},25\}$,	$\{P_{35},32\}$,	$\{P_{36},37\}$,	$\{P_{38},7\}$,	$\{P_{39},16\}$,
	$\{P_{40},19\}$,	$\{P_{41},30\}$,	$\{P_{42},31\}$,	$\{P_{43},41\}$,	$\{P_{2},6\}$,	$\{P_{3},12\}$,	$\{P_{5},21\}$,	$\{P_{6},24\}$,	$\{P_{8},34\}$,	$\{P_{9},40\}$,
	$\{P_{13},9\}$,	$\{P_{14},15\}$,	$\{P_{15},18\}$							

Fuente: Elaboración propia, basado en los resultados obtenidos en la segunda fase

La tabla 4.1 representa los profesores con sus respectivas secciones, a su vez muestra que profesores pueden ser asignados a la misma hora y día, a continuación se muestra la interpretación:

- Para el conjunto $\{P_{16}, 2\}$ (el cual indica la asignación de la sección 2 al profesor P_{16} de un total de 53 profesores) y $\{P_{16}, 3\}$ por estar en diferentes colores (color 1 y 2), deben de ser programados a distintas horas, puesto de que se trata del mismo profesor.
- Para el conjunto $\{P_2,9\}$ y $\{P_{13},9\}$ a pesar de ser diferentes profesores, la heurística de coloramiento, está programada no solo para determinar los profesores a ser programados en diferentes horas, sino también las secciones.

4.2.3 Resultados obtenidos en fase 3

Como se menciono en el capítulo 3, la heurística de coloramiento no considera las restricciones de tiempo (días de clases, número de horas semanales), siendo necesaria la aplicación de un modelo matemático que considere los resultados obtenidos en la heurística de coloración, así como las restricciones mencionadas anteriormente. A continuación se muestra el resultado obtenido en la primera iteración.

Tabla 4.2 Distribución horaria final en la primera iteración

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,2\}$
14h00-14h40	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,5\}$	0	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,3\}$
14h40-15h20	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,5\}$	0	$\{P_1,5\}$
15h20-16h00	$\{P_1,5\}$	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,2\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,2\}$
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	$\{P_1,2\}$	$\{P_1,2\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,5\}$	0
17h00-17h40	$\{P_1,4\}$	0	0	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,1\}$
17h40-18h20	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,5\}$	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,2\}$

Fuente: Elaboración propia, basado en los resultados obtenidos en la tercera fase.

En la tabla 4.2 se muestra los resultados obtenidos aplicando el modelo matemático, por ejemplo para el profesor P_1, el modelo da resultados satisfactorios, cumpliendo la carga académica asignada para cada profesor (Anexo D), en este caso el número de horas semanales que el profesor P_1 debe de cumplir es 30.

5. Conclusiones y Recomendaciones

En este proyecto se demostró la factibilidad de automatizar el proceso de planificación de horarios de la institución educativa en estudio; debido al grado de complejidad del problema de programación de horarios, muchas instituciones no solo educativas, sino también en empresas donde haya recursos limitados (disponibilidad del personal, limitaciones de tiempo, etc.), siguen resolviéndolo manualmente, pues aparte de ser un problema NP-Completo, se debe de considerar restricciones adicionales impuestas por cada organización.

5.1 Conclusiones

Las principales aportaciones son las siguientes:

- El grado de las materias de poco dominio por los profesores se redujo significativamente a un 80%, validando la hipótesis inicial de este proyecto, cuyo objetivo principal era realizar un modelo matemático que satisfaga los requerimientos impuestos por la institución en estudio, además de asignar las materias más afines para cada docente, ayudando a mejorar el nivel de educación impartida por la institución.

- Con el desarrollo del modelo matemático, el tiempo de elaboración de horarios disminuyo significativamente, pues si en un inicio las personas encargadas de esta tarea, se demoraban tres meses en promedio, con la implantación de este modelo, el tiempo de ejecución de todo el programa fue menor a 10 minutos, cumpliendo con uno de los objetivos específicos el cuál fue reducir el tiempo de elaboración, así si se da el caso de realizar un cambio inesperado solo se modificará los datos de entrada, facilitando la toma de decisiones.

- El mínimo número de horas necesarias para poder cumplir la carga horaria total de todos los paralelos de la sección vespertina es de 1470 horas sin existir horas faltantes, al contrario de la situación actual donde el número de horas faltantes era de 120 las cuales eran distribuidas a los profesores, con la asignación de materias siendo muchas veces asignaturas no dominadas por el docente.

- El modelo matemático además de indicar las materias más afines para cada profesor, también muestra los inspectores aptos para dar clase; de un total de 11 inspectores, el número de inspectores capacitados para dar clases son 3, debido a que no todos poseen nombramiento o simplemente tienen titulo de tecnólogo y por reglamentos impuestos deben de tener el titulo de licenciados para poder impartir clases.

5.2 Recomendaciones

Este trabajo de investigación, carece de algunas deficiencias, las cuales deberán de tomarse en cuenta para trabajos posteriores, a continuación se proponen las siguientes recomendaciones para tener mejores soluciones:

- Se recomienda aplicar este proyecto para la elaboración de horarios del colegio para los próximos años, debido a que el tiempo de ejecución del programa, permite hacer toma de decisiones en un tiempo prudencial y es adaptable a cualquier cambio inesperado.

- Explorar la solución en la Fase I, aplicando metaheurísticas de mejora (Recocido Simulado, Tabu Search, Algoritmo Genético, etc), con el fin de que la solución que se proporcione sea de mejor calidad.

- Tomar en cuenta preferencias de los profesores hacia determinadas horas para impartir clases o cursos.

Bibliografía

[1]Del Barco Gamarra, R. (2010). Formulación de un Modelo de Programación Matemática. Universidad De Chile, Facultad De Ciencias Físicas Y Matemáticas, Santiago de Chile.

[2]Chartrand, G., & Zhang, P. (2009). Chromatic Graph Theory. New York: Kenneth H. Rosen.

[3]Ramírez Gómez, L. A., Cruz Reyes, L., & Alonso, F. (2002). El Problema de la Programación de Horarios con Coloreo de Grafos. Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, Departamento de Sistemas y Computación.

[4]Caballero, M. J. (2008). Asignación de Horarios de Clases Universitarias Mediante Algoritmos Evolutivos. Mej, Barranquilla-Colombia.

[5] Borrego Ropero, R., & Recio Domínguez, D. (2006). *Manual de Algorítmica.* Proyecto fin de carrera, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática, Departamento de Matemáticas Aplicadas, Sevilla.

[6] *CAEROLUS*, [Web en línea]. <>.http://www.caerolus.com/informatica/teorema-4-colores-aplicado-compiladores.html. [Consulta: 07-20-2012]

[7] Universidad Politecnica de Madrid.Coloración[Documento línea]. 2003,[España,Madrid].<>.http://www.dma.fi.upm.es/gregorio/grafos/IAGraph/documents/TFC%20Coloracion.pdf. [Consulta: 07-20-2012]

Anexo A: Tabla de Características Por Profesor

P_{01}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{02}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{03}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{04}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{05}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{06}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{07}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{08}	Licenciados profesionales en Matemáticas y con dominio en Dibujo.
P_{09}	Tiene nombramiento en Matemáticas, mas no es profesional, sin embargo por tener años dando la materia puede dar la materia.
P_{10}	Licencia en comercio afinidad en Matemáticas y Dibujo
P_{11}	Dominio de la materia de dibujo técnico, con conocimientos en matemáticas e informática
P_{12}	Licenciado en CCNN
P_{13}	Licenciado en Lenguaje
P_{14}	Tiene nombramiento sin embargo por tener tiempo dando esa materia se le asigna
P_{15}	Dr. Lengua y Literatura
P_{16}	Dr. Ciencias Naturales afinidad a lenguaje.
P_{17}	Licenciado en Lenguaje
P_{18}	Licenciado en Lenguaje y Literatura
P_{19}	Licenciado en Lenguaje y Literatura
P_{20}	Licenciado en CCNN (Profesor Titular)
P_{21}	Licenciado en CCNN (Profesor Titular)
P_{22}	Licenciado en CCNN (Profesor Titular), con afinidad en ingles
P_{23}	Dr. En Odontología con afinidad en CCNN
P_{24}	Licenciado en CCNN, titular pero con afinidad en ingles
P_{25}	Bachiller de Químico-Biólogo, con conocimientos en CCNN
P_{26}	Dr. en ciencias naturales
P_{27}	Licenciado en CCNN, titular
P_{28}	Licenciado en CCNN, titular
P_{29}	Licenciado en CCNN, titular

P_{30}	Licenciado en CCSS
P_{31}	Lcdo. En Recursos Sociales pero tiene nombramiento y varios años en el cargo
P_{32}	Ha impartido la materia de Ciencias Sociales, sin embargo posee conocimientos en Lenguaje y Computación
P_{33}	Licenciado en CCSS
P_{34}	Tiene nombramiento hace 29 años y tiene afinidad con ciencias sociales
P_{35}	Licenciado en CCSS
P_{36}	Tiene nombramiento hace 37 años y tiene afinidad con ciencias sociales
P_{37}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Titular)
P_{38}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Titular)
P_{39}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Contratado)
P_{40}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Contratado)
P_{41}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Contratado)
P_{42}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Contratado)
P_{43}	Licenciado en Lenguas Extranjeras (Profesor Contratado)
P_{44}	Titulado en CC.NN, aunque tiene una alta afinidad por la materia de Música.
P_{45}	Diplomado en Medicina del Deporte
P_{46}	Licenciado en Educación Física
P_{47}	Licenciado en Educación Física
P_{48}	Licenciados en Informática con conocimientos en Ciencias Naturales
P_{49}	Licenciados en Informática con conocimientos en Ciencias Naturales
P_{50}	Profesor titular en Informática.
I_{01}	Licenciado en Lengua y Literatura y a su vez ha impartido clases de Ciencias Naturales.
I_{02}	Licenciado en Informática, con dominio en dibujo.
I_{03}	Licenciado en Educación Física, bachiller en Físico Matemático
I_{04}	Licenciado en Lengua y Literatura y a su vez puede ser inspector.
I_{05}	Titulo de tecnólogo por lo que no puede ser profesor, solamente inspector.
I_{06}	Nombramiento administrativo y titulo profesional pudiendo ser inspector y profesor
I_{07}	Titulado en CC.NN.
I_{08}	Bachiller en informática. Profesor de CC.SS., CC.NN, Cultura Física y Dibujo.
I_{09}	Titulo de tecnólogo por lo que no puede ser profesor, solamente inspector.
I_{10}	Profesor en Ciencias Sociales.
I_{11}	Licenciada en Informática.

Anexo B: Grado de dominio del profesor i por la materia j (Matriz $A_{i,j}$)

	Matemáticas	Dibujo	Lenguaje	CC.NN	CC.SS	Inglés	Música	Ed. Física	Computación
P_{01}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{02}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{03}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{04}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{05}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{06}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{07}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{08}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{09}	1	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50
P_{10}	50	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100
P_{11}	50	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100
P_{12}	100000	100000	50	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{13}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
P_{14}	100000	100000	1	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{15}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
P_{16}	100000	100000	50	1	100000	100000	1	100000	100000
P_{17}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
P_{18}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
P_{19}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
P_{20}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{21}	100000	100000	50	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{22}	100000	100000	100000	1	100000	50	100000	100000	100000
P_{23}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{24}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{25}	100000	100000	100000	50	100000	100000	100000	100000	100000
P_{26}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000

	Matemáticas	Dibujo	Lenguaje	CC.NN	CC.SS	Inglés	Música	Ed. Física	Computación
P_{27}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{28}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{29}	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000
P_{30}	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{31}	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{32}	100000	100000	50	100000	1	100000	100000	100000	50
P_{33}	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{34}	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{35}	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{36}	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000
P_{37}	100000	100000	100000	100000	1	1	100000	100000	100000
P_{38}	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000
P_{39}	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000
P_{40}	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000
P_{41}	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000
P_{42}	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000
P_{43}	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000	100000	100000
P_{44}	100000	100000	100000	1	100000	100000	50	100000	100000
P_{45}	10000	10000	10000	50	10000	10000	10000	1	10000
P_{46}	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	1	10000
P_{47}	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	1	100000
P_{48}	100000	100000	100000	100000	50	100000	100000	100000	1
P_{49}	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50	100000	1
P_{50}	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	1

Anexo C: Grado de dominio del inspector k por la materia j (Matriz $B_{k,j}$)

	Matemáticas	*Dibujo*	*Lenguaje*	*CC.NN*	*CC.SS*	*Inglés*	*Música*	*Ed. Física*	*Computación*
I_{01}	50	1	100000	1	1	100000	100000	100000	100000
I_{02}	50	50	100000	100000	100000	100000	100000	100000	1
I_{03}	100	100	100000	100000	100000	100000	100000	50	50
I_{04}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
I_{05}	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	50	100
I_{06}	100000	100000	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000
I_{07}	10000	10000	10000	50	10000	10000	10000	10000	10000
I_{08}	10000	1	10000	10000	1	10000	10000	1	10000
I_{09}	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
I_{10}	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
I_{11}	10000	1	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000

Anexo D: Carga Horaria Por Profesor i

No. Profesor	No. Horas Semanales	No. Profesor	No. Horas Semanales
P_{01}	30	P_{26}	24
P_{02}	30	P_{27}	30
P_{03}	30	P_{28}	6
P_{04}	30	P_{29}	12
P_{05}	30	P_{30}	30
P_{06}	30	P_{31}	30
P_{07}	30	P_{32}	30
P_{08}	30	P_{33}	30
P_{09}	30	P_{34}	30
P_{10}	30	P_{35}	30
P_{11}	30	P_{36}	30
P_{12}	30	P_{37}	30
P_{13}	30	P_{38}	30
P_{14}	30	P_{39}	30
P_{15}	30	P_{40}	30
P_{16}	30	P_{41}	30
P_{17}	30	P_{42}	30
P_{18}	30	P_{43}	30
P_{19}	30	P_{44}	30
P_{20}	30	P_{45}	30
P_{21}	30	P_{46}	30
P_{22}	30	P_{47}	30
P_{23}	30	P_{48}	30
P_{24}	30	P_{49}	30
P_{25}	30	P_{50}	30

Anexo E: Resultados obtenidos para la asignación de las materias (Fase I).

	No. Cursos asignados para matemáticas		*No. Cursos asignados para dibujo*	
Prof.	*Situación Actual*	*Situación Mejorada*	*Situación Actual*	*Situación Mejorada*
P_{01}	5	5	-	-
P_{02}	5	5	-	-
P_{03}	5	5	-	-
P_{04}	5	2	-	9
P_{05}	5	5	-	-
P_{06}	5	5	-	-
P_{07}	5	5	-	-
P_{08}	5	5	-	-
P_{09}	2	5	9	-
P_{10}	-	-	15	15
P_{11}	-	-	15	15
I_{01}	-	-	1	-
I_{02}	-	-	1	-
I_{03}	-	-	1	-
I_{11}			-	3

	No. Cursos asignados para Lengua y Literatura	
Prof.	*Situación Actual*	*Situación Mejorada*
P_{12}	5	5
P_{13}	5	5
P_{14}	5	5
P_{15}	5	5
P_{16}	5	-
P_{17}	-	5
P_{18}	5	5
P_{19}	5	5
P_{21}	-	5
I_{04}	1	1
I_{05}	1	-
I_{06}	1	-
I_{07}	1	-
I_{08}	1	-
I_{09}	1	-
I_{10}	1	1

	No. Cursos asignados CC.NN		No. Cursos asignados Música	
Prof.	Situación Actual	Situación Mejorada	Situación Actual	Situación Mejorada
P_{20}	5	5		
P_{21}	5	-		
P_{22}	5	5		
P_{23}	5	5		
P_{24}	5	5		
P_{25}	5	5		
P_{26}	4	4		
P_{27}	5	5		
P_{28}	1	1		
P_{29}	2	2		
P_{44}	-	4	30	6
P_{45}	-	1	2	-
P_{16}	-	-	-	30
P_{49}	-	-	-	6

	No. Cursos asignados para CC.SS	
Prof.	Situación Actual	Situación Mejorada
P_{30}	6	6
P_{31}	6	6
P_{32}	6	6
P_{33}	6	6
P_{34}	6	6
P_{35}	6	6
P_{36}	6	6

	No. Cursos asignados para Inglés	
Prof.	Situación Actual	Situación Mejorada
P_{37}	6	6
P_{38}	6	6
P_{39}	6	6
P_{40}	6	6
P_{41}	6	6
P_{42}	6	6
P_{43}	6	6

	No. Cursos asignados para Ed. Física	
Prof.	Situación Actual	Situación Mejorada
P_{45}	14	12
P_{46}	14	15
P_{47}	14	15

	No. Cursos asignados para Computación	
P_{48}	14	15
P_{49}	14	12
P_{50}	14	15

Anexo F: Resultados obtenidos para la asignación de horarios (Fase II).

Color 1	{P_{16},2}, {P_{49},37}, {P_{10},10}, {P_{11},25}, {P_{46},13}, {P_{47},28}, {P_{48},3}, {P_{50},42}, {P_{45},4}, {P_{4},16}, {P_{44},38}, {P_{30},5}, {P_{31},7}, {P_{32},14, {P_{33},19}, {P_{34},26}, {P_{35},31}, {P_{36},39}, {P_{37},6}, {P_{38},8}, {P_{39},15}, {P_{40},20}, {P_{41},27}, {P_{42},32}, {P_{43},40}, {P_{1},1}, {P_{2},9}, {P_{3},11}, {P_{5},18}, {P_{6},23}, {P_{7},29}, {P_{8},33}, {P_{9},41}, {P_{14},12}, {P_{15},17}, {P_{17},21}, {P_{18},30}, {P_{19},34}, {P_{21},36}, {P_{25},22}, {P_{28},35}
Color 2	{P_{16},3}, {P_{49},38}, {P_{10},11}, {P_{11},26}, {P_{46},14}, {P_{47},29}, {P_{48}, 2}, {P_{50},28}, {P_{45},5}, {P_{4},17}, {P_{44},39}, {P_{30},4}, {P_{31},8}, {P_{32},13}, {P_{33},20}, {P_{34},25}, {P_{35},32}, {P_{36},37}, {P_{38},7}, {P_{39},16}, {P_{40},19}, {P_{41},30}, {P_{42},31}, {P_{43},41}, {P_{2},6}, {P_{3},12}, {P_{5},21}, {P_{6},24}, {P_{8},34}, {P_{9},40}, {P_{13},9}, {P_{14},15}, {P_{15},18}
Color 3	{P_{16}, 4}, {P_{49},39}, {P_{10},12}, {P_{11},27}, {P_{46},15}, {P_{47},30}, {P_{48}, 5}, {P_{50},29}, {P_{45},2}, {P_{4}, 3}, {P_{44},40}, {P_{30}, 6}, {P_{31},9}, {P_{32},16}, {P_{33},21}, {P_{34},28}, {P_{35},33}, {P_{36},38}, {P_{38},10}, {P_{39},13}, {P_{40},22}, {P_{41},25}, {P_{42},34}, {P_{43},37}, {P_{2},7}, {P_{3},14}, {P_{5}, 19}, {P_{6},26}, {P_{7},31}, {P_{8},35}, {P_{13},8}, {P_{14},11}, {P_{15},20}, {P_{17},23}, {P_{19},32}, {P_{24},17}, {P_{25},24}, {P_{9},42}, {P_{12}, 1}, {I_{11}, 41}
Color 4	{P_{16}, 5}, {P_{49},40}, {P_{10},13}, {P_{11},28}, {P_{46},16}, {P_{47},31}, {P_{48},4}, {P_{50},30}, {P_{45},3}, {P_{4},2}, {P_{44},41}, {P_{31},10}, {P_{32},15}, {P_{33},22}, {P_{34},27}, {P_{35},34}, {P_{38},9}, {P_{39},14}, {P_{40},21}, {P_{41},26}, {P_{42},33}, {P_{43},38}, {P_{2},8}, {P_{5},20}, {P_{6},25}, {P_{7},32}, {P_{8},36}, {P_{9},39}, {P_{13},6}, {P_{15},19}, {P_{17},24}, {P_{18},29}, {P_{19},35}, {P_{21},37}, {P_{22},7}, {P_{23},11}, {P_{24},18}, {P_{30},1}, {P_{36},42}
Color 5	{P_{16},6}, {P_{49},41}, {P_{10},14}, {P_{11},29}, {P_{46},17}, {P_{47},32}, {P_{48},7}, {P_{50},31}, {P_{45},8}, {P_{4},4}, {P_{44},33}, {P_{30},2}, {P_{31},11}, {P_{32},18}, {P_{33},23}, {P_{34},30}, {P_{35},35}, {P_{36},40}, {P_{37},3}, {P_{38},12}, {P_{40},24}, {P_{41},28}, {P_{42},36}, {P_{43},39}, {P_{2},10}, {P_{3},13}, {P_{5},22}, {P_{6},27}, {P_{8},37}, {P_{9},38}, {P_{12},5}, {P_{15},16}, {P_{17},25}, {P_{18},26}, {P_{22},9}, {P_{23},15}, {P_{24}, 9}, {P_{25},21}, {P_{27},34}, {P_{20},1}, {I_{6},42}
Color 6	{P_{16},7}, {P_{49},16}, {P_{10},15}, {P_{11},30}, {P_{46},18}, {P_{47},33}, {P_{48},6}, {P_{50},32}, {P_{45},9}, {P_{4},5}, {P_{44},31}, {P_{30},3}, {P_{31},12}, {P_{32},17}, {P_{33},24}, {P_{34},29}, {P_{35},36}, {P_{36},41}, {P_{37},2}, {P_{38},11}, {P_{40},23}, {P_{42},35}, {P_{7},28}, {P_{12},4}, {P_{13},10}, {P_{14},13}, {P_{21},38}, {P_{22},8}, {P_{23},14}, {P_{24},20}, {P_{25},25}, {P_{43},42}, {P_{26},26}, {I_{11},40}, {P_{29},37}
Color 7	{P_{16},8}, {P_{49},17}, {P_{10},16}, {P_{11},31}, {P_{46},19}, {P_{47},34}, {P_{48},9}, {P_{50},33}, {P_{45},6}, {P_{4},7}, {P_{44},32}, {P_{37},4}, {P_{39},18}, {P_{41},29}, {P_{3},15}, {P_{7},30}, {P_{12},2}, {P_{14},14}, {P_{18},28}, {P_{21},39}, {P_{20},3}, {P_{23},12}, {P_{1},5}, {P_{26},27}, {I_{4},41}

Color 8	{P_{16},9}, {P_{49},18}, {P_{10},17}, {P_{11},32}, {P_{46},20}, {P_{47},35}, {P_{48},8}, {P_{50},34}, {P_{45},7}, {P_{4},6}, {P_{44},36}, {P_{37},5}, {P_{12},3}, {P_{19},31}, {P_{21},40}, {P_{20},2}, {P_{23},13}, {P_{24},16}, {P_{27},30}, {P1,4}, {P_{26},28}
Color 9	{P_{16},10}, {P_{49},19}, {P_{10},18}, {P_{11},33}, {P_{46},21}, {P_{47},36}, {P_{48},11}, {P_{50},35}, {P_{45},12}, {P_{4},8}, {P_{44},34}, {P_{39},17}, {P_{13},7}, {P_{20},4}, {P_{22},6}, {P_{27},31}, {P_{1},2}, {P_{26},29}
Color 10	{P_{16},11}, {P_{49},20}, {P_{10},19}, {P_{11},34}, {P_{46},22}, {P_{47},37}, {P_{48},10}, {P_{50},36}, {P_{45},42}, {P_{4},9}, {P_{44},35}, {P_{20},5}, {P_{27},32}, {P_{1},3}
Color 11	{P_{16},12}, {P_{49},21}, {P_{10},20}, {P_{11},35}, {P_{46},23}, {P_{47},38}, {P_{48},13}, {P_{50},37}, {P_{45},10}, {P_{4},1}, {P_{27},33}
Color 12	{P_{16},13}, {P_{49},22}, {P_{10},21}, {P_{11},36}, {P_{46},24}, {P_{47},39}, {P_{48},12}, {P_{50},38}, {P_{45},11}
Color 13	{P_{16},14}, {P_{49},23}, {P_{10},22}, {P_{11},37}, {P_{46},25}, {P_{47},40}, {P_{48},15}, {P_{50},39}, {P_{45}, 1}
Color 14	{P_{16},15}, {P_{49},24}, {P_{10},23}, {P_{11},38}, {P_{46},26}, {P_{47},41}, {P_{48},14}, {P_{50},40}
Color 15	{P_{16},16}, {P_{49},25}, {P_{10},24}, {P_{11},39}, {P_{46},27}, {P_{47},42}, {P_{48},1}, {P_{50},41}
Color 16	{P_{16},17}, {P_{49},26}
Color 17	{P_{16},18}, {P_{49},27}

Color 18	$\{P_{16},19\}$, $\{P_{49},42\}$
Color 19	$\{P_{16},20\}$
Color 20	$\{P_{16},21\}$
Color 21	$\{P_{16},22\}$
Color 22	$\{P_{16},23\}$
Color 23	$\{P_{16},24\}$
Color 24	$\{P_{16},25\}$
Color 25	$\{P_{16},26\}$
Color 26	$\{P_{16},27\}$
Color 27	$\{P_{16},28\}$
Color 28	$\{P_{16},29\}$
Color 29	$\{P_{16},30\}$
Color 30	$\{P_{16},1\}$

Anexo G: Resultados obtenidos para la asignación de horarios (Fase III)

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,2\}$
14h00-14h40	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,5\}$	0	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,3\}$
14h40-15h20	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,5\}$	0	$\{P_1,5\}$
15h20-16h00	$\{P_1,5\}$	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,2\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,2\}$
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	$\{P_1,2\}$	$\{P_1,2\}$	$\{P_1,3\}$	$\{P_1,5\}$	0
17h00-17h40	$\{P_1,4\}$	0	0	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,1\}$
17h40-18h20	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,1\}$	$\{P_1,5\}$	$\{P_1,4\}$	$\{P_1,2\}$

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	0	$\{P_2,7\}$	$\{P_2,8\}$	{P2,8}	$\{P_2,10\}$
14h00-14h40	$\{P_2,6\}$	$\{P_2,10\}$	$\{P_2,8\}$	{P2,8}	$\{P_2,8\}$
14h40-15h20	$\{P_2,10\}$	$\{P_2,10\}$	$\{P_2,9\}$	{P2,9}	$\{P_2,7\}$
15h20-16h00	$\{P_2,7\}$	$\{P_2,8\}$	$\{P_2,7\}$	{P2,9}	{P2,7}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	0	0	$\{P_2,6\}$	{P2,6}	$\{P_2,10\}$
17h00-17h40	$\{P_2,6\}$	$\{P_2,6\}$	0	0	$\{P_2,9\}$
17h40-18h20	$\{P_2,9\}$	$\{P_2,10\}$	$\{P_2,9\}$	{P2,6}	$\{P_2,7\}$

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	$\{P_3,15\}$	$\{P_3,15\}$	0	0	$\{P_3,12\}$
14h00-14h40	$\{P_3,14\}$	$\{P_3,15\}$	$\{P_3,13\}$	$\{P_3,14\}$	$\{P_3,15\}$
14h40-15h20	$\{P_3,14\}$	$\{P_3,14\}$	$\{P_3,11\}$	$\{P_3,12\}$	$\{P_3,15\}$
15h20-16h00	$\{P_3,11\}$	$\{P_3,12\}$	$\{P_3,13\}$	$\{P_3,13\}$	$\{P_3,13\}$
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	$\{P_3,12\}$	$\{P_3,14\}$	$\{P_3,12\}$	$\{P_3,15\}$	$\{P_3,11\}$
17h00-17h40	$\{P_3,11\}$	$\{P_3,13\}$	0	0	$\{P_3,12\}$
17h40-18h20	$\{P_3,14\}$	$\{P_3,13\}$	0	$\{P_3,11\}$	$\{P_3,11\}$

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	{P_4,3}	{P_4,2}	{P_4,17}	{P_4,16}	{P_4,17}
14h00-14h40	{P_4,17}	{P_4,7}	{P_4,2}	{P_4,16}	{P_4,1}
14h40-15h20	{P_4,16}	{P_4,6}	{P_4,17}	{P_4,4}	{P_4,17}
15h20-16h00	{P_4,6}	{P_4,16}	0	{P_4,7}	{P_4,1}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_4,9}	{P_4,8}	0	0	{P_4,17}
17h00-17h40	{P_4,16}	{P_4,5}	{P_4,9}	{P_4,3}	0
17h40-18h20	{P_4,4}	{P_4,16}	{P_4,8}	0	{P_4,5}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	0	{P_5,21}	{P_5,22}	{P_5,18}	{P_5,21}
14h00-14h40	{P_5,18}	{P_5,21}	{P_5,21}	{P_5,21}	{P_5,21}
14h40-15h20	{P_5,20}	{P5,18}	0	{P_5,19}	{P_5,19}
15h20-16h00	{P_5,20}	{P_5,20}	0	{P_5,22}	0
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_5,22}	{P_5,22}	{P_5,18}	{P_5,19}	{P_5,19}
17h00-17h40	{P_5,19}	{P_5,20}	{P_5,18}	{P_5,22}	{P_5,19}
17h40-18h20	0	{P_5,18}	{P_5,20}	{P_5,22}	{P_5,20}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	{P_6,24}	{P_6,25}	{P_6,27}	{P_6,26}	{P_6,26}
14h00-14h40	0	{P_6,26}	{P_6,26}	{P_6,26}	{P_6,27}
14h40-15h20	0	{P_6,23}	{P_6,23}	{P_6,23}	{P_6,25}
15h20-16h00	{P_6,25}	{P_6,25}	{P_6,26}	{P_6,24}	{P_6,25}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_6,25}	{P_6,24}	{P_6,27}	{P_6,24}	0
17h00-17h40	{P_6,24}	{P_6,27}	{P_6,23}	{P_6,23}	{P_6,27}
17h40-18h20	{P_6,23}	{P_6,27}	0	0	{P_6,24}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	{P_7,30}	{P_7,28}	{P_7,31}	{P_7,31}	{P_7,31}
14h00-14h40	{P_7,32}	{P_7,30}	{P_7,31}	{P_7,31}	{P_7,28}
14h40-15h20	{P_7,32}	{P_7,30}	{P_7,28}	{P_7,29}	{P_7,28}
15h20-16h00	0	{P_7,29}	{P_7,30}	{P_7,32}	{P_7,28}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_7,29}	{P_7,28}	{P_7,32}	{P_7,29}	{P_7,32}
17h00-17h40	{P_7,29}	0	{P_7,32}	{P_7,29}	0
17h40-18h20	{P_7,31}	0	0	{P_7,30}	{P_7,30}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	{P_8,33}	{P_8,34}	{P_8,37}	{P_8,37}	0
14h00-14h40	{P_8,36}	{P_8,36}	{P_8,36}	{P_8,36}	{P_8,36}
14h40-15h20	{P_8,33}	{P_8,36}	0	{P_8,37}	{P_8,35}
15h20-16h00	{P_8,34}	{P_8,33}	{P_8,37}	0	{P_8,35}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_8,33}	{P_8,33}	{P_8,34}	{P_8,37}	{P_8,34}
17h00-17h40	{P_8,34}	{P_8,35}	{P_8,37}	{P_8,34}	{P_8,35}
17h40-18h20	0	{P_8,35}	0	{P_8,33}	{P_8,35}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	0	{P_9,42}	{P_9,42}	0	{P_9,41}
14h00-14h40	0	{P_9,42}	{P_9,41}	{P_9,41}	{P_9,41}
14h40-15h20	0	{P_9,38}	{P_9,38}	{P_9,39}	{P_9,40}
15h20-16h00	{P_9,40}	{P_9,40}	0	{P_9,38}	{P_9,38}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_9,41}	{P_9,38}	{P_9,42}	{P_9,39}	{P_9,39}
17h00-17h40	{P_9,38}	{P_9,40}	{P_9,40}	{P_9,41}	{P_9,42}
17h40-18h20	{P_9,42}	{P_9,39}	{P_9,39}	{P_9,39}	{P_9,40}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	{P_{10},22}	{P_{10},12}	{P_{10},21}	{P_{10},10}	0
14h00-14h40	{P_{10},16}	{P_{10},16}	{P_{10},14}	{P_{10},15}	{P_{10},13}
14h40-15h20	{P_{10},18}	{P_{10},15}	{P_{10},19}	{P_{10},21}	{P_{10},11}
15h20-16h00	{P_{10},24}	{P_{10},24}	{P_{10},19}	{P_{10},23}	{P_{10},11}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_{10},17}	{P_{10},23}	{P_{10},20}	0	0
17h00-17h40	{P_{10},18}	0	{P_{10},22}	{P_{10},20}	{P_{10},14}
17h40-18h20	{P_{10},17}	0	{P_{10},13}	{P_{10},12}	{P_{10},10}

	Lunes	***Martes***	***Miércoles***	***Jueves***	***Viernes***
13h20-14h00	{P_{11},39}	{P_{11},31}	{P_{11},36}	{P_{11},38}	{P_{11},32}
14h00-14h40	{P_{11},38}	{P_{11},27}	{P_{11},27}	{P_{11},28}	{P_{11},26}
14h40-15h20	{P_{11},34}	0	{P_{11},31}	{P_{11},30}	0
15h20-16h00	{P_{11},28}	{P_{11},34}	{P_{11},32}	0	{P_{11},29}
16h00-16h20	***Recreo***				
16h20-17h00	{P_{11},36}	0	{P_{11},35}	{P_{11},30}	{P_{11},33}
17h00-17h40	0	{P_{11},37}	{P_{11},26}	{P_{11},33}	{P_{11},37}
17h40-18h20	{P_{11},29}	{P_{11},25}	{P_{11},25}	{P_{11},35}	{P_{11},39}

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
13h20-14h00	0	{P_{12},5}	0	{P_{12},4}	{P_{12},4}
14h00-14h40	{P_{12},3}	{P_{12},4}	{P_{12},1}	{P_{12},4}	{P_{12},5}
14h40-15h20	{P_{12},5}	{P_{12},5}	{P_{12},1}	{P_{12},2}	{P_{12},3}
15h20-16h00	0	{P_{12},3}	{P_{12},1}	{P_{12},4}	{P_{12},5}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{12},3}	{P_{12},1}	{P_{12},2}	{P_{12},2}	{P_{12},3}
17h00-17h40	{P_{12},2}	{P_{12},1}	{P_{12},1}	{P_{12},4}	0
17h40-18h20	{P_{12},2}	0	{P_{12},2}	{P_{12},5}	{P_{12},3}

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
13h20-14h00	{P_{13},10}	{P_{13},10}	{P_{13},7}	{P_{13},9}	{P_{13},9}
14h00-14h40	{P_{13},9}	0	{P_{13},6}	{P_{13},9}	{P_{13},9}
14h40-15h20	{P_{13},6}	{P_{13},7}	0	{P_{13},10}	{P_{13},8}
15h20-16h00	{P_{13},10}	0	{P_{13},8}	{P_{13},10}	0
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{13},6}	{P_{13},7}	0	{P_{13},8}	{P_{13},6}
17h00-17h40	{P_{13},10}	{P_{13},8}	{P_{13},7}	{P_{13},9}	{P_{13},6}
17h40-18h20	{P_{13},7}	{P_{13},8}	{P_{13},6}	{P_{13},7}	{P_{13},8}

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
13h20-14h00	{P_{14},14}	0	{P_{14},12}	{P_{14},14}	{P_{14},15}
14h00-14h40	0	{P_{14},11}	{P_{14},11}	{P_{14},13}	0
14h40-15h20	{P_{14},11}	{P_{14},12}	{P_{14},13}	{P_{14},11}	{P_{14},13}
15h20-16h00	{P_{14},14}	{P_{14},13}	{P_{14},14}	{P_{14},15}	{P_{14},15}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{14},14}	{P_{14},12}	{P_{14},13}	{P_{14},11}	{P_{14},12}
17h00-17h40	{P_{14},12}	{P_{14},12}	0	0	{P_{14},15}
17h40-18h20	{P_{14},13}	{P_{14},11}	{P_{14},15}	{P_{14},14}	{P_{14},15}

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
13h20-14h00	{P_{15},18}	{P_{15},20}	{P_{15},18}	{P_{15},19}	{P_{15},19}
14h00-14h40	{P_{15},20}	0	{P_{15},19}	{P_{15},19}	{P_{15},19}
14h40-15h20	{P_{15},19}	{P_{15},16}	{P_{15},16}	{P_{15},20}	{P_{15},18}
15h20-16h00	{P_{15},17}	{P_{15},18}	{P_{15},17}	{P_{15},20}	{P_{15},18}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	0	{P_{15},16}	{P_{15},16}	{P_{15},17}	0
17h00-17h40	{P15,17}	0	{P_{15},20}	{P_{15},17}	0
17h40-18h20	{P_{15},20}	{P_{15},17}	{P_{15},18}	{P_{15},16}	{P_{15},16}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{16},7}	{P_{16},17}	{P_{16},2}	{P_{16},23}	{P_{16},6}
14h00-14h40	{P_{16},27}	{P_{16},25}	{P_{16},20}	0	{P_{16},22}
14h40-15h20	{P_{16},3}	{P_{16},13}	{P_{16},4}	{P_{16},18}	{P_{16},24}
15h20-16h00	{P_{16},8}	0	0	{P_{16},19}	{P_{16},12}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{16},5}	{P_{16},15}	{P_{16},1}	{P_{16},10}	{P_{16},16}
17h00-17h40	0	{P_{16},26}	{P_{16},28}	{P_{16},30}	{P_{16},11}
17h40-18h20	{P_{16},21}	0	{P_{16},14}	{P_{16},9}	{P_{16},29}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{17},25}	{P_{17},23}	0	{P_{17},25}	{P_{17},24}
14h00-14h40	{P_{17},25}	{P_{17},22}	{P_{17},25}	{P_{17},24}	{P_{17},24}
14h40-15h20	{P_{17},24}	{P_{17},21}	{P_{17},24}	0	{P_{17},23}
15h20-16h00	0	{P_{17},23}	{P_{17},23}	0	{P_{17},23}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	0	{P_{17},25}	{P_{17},22}	{P_{17},22}	{P_{17},21}
17h00-17h40	{P_{17},22}	{P_{17},21}	{P_{17},21}	{P_{17},25}	{P_{17},24}
17h40-18h20	{P_{17},22}	{P_{17},22}	{P_{17},21}	{P_{17},21}	{P_{17},23}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{18},27}	{P_{18},30}	{P_{18},26}	0	{P_{18},29}
14h00-14h40	{P_{18},28}	0	0	0	{P_{18},29}
14h40-15h20	{P_{18},27}	{P_{18},29}	{P_{18},27}	{P_{18},28}	{P_{18},29}
15h20-16h00	{P_{18},26}	{P_{18},28}	{P_{18},28}	{P_{18},30}	{P_{18},30}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{18},30}	{P_{18},26}	{P_{18},28}	{P_{18},27}	{P_{18},26}
17h00-17h40	{P_{18},26}	{P_{18},29}	{P_{18},29}	0	{P_{18},30}
17h40-18h20	{P_{18},27}	{P_{18},26}	{P_{18},30}	{P_{18},27}	{P_{18},28}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	0	{P_{19},35}	0	{P_{19},34}	{P_{19},34}
14h00-14h40	{P_{19},31}	{P_{19},34}	{P_{19},34}	{P_{19},35}	{P_{19},35}
14h40-15h20	0	{P_{19},33}	{P_{19},32}	{P_{19},33}	{P_{19},33}
15h20-16h00	{P_{19},33}	0	0	{P_{19},31}	{P_{19},31}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{19},35}	{P_{19},32}	{P_{19},31}	{P_{19},35}	{P_{19},35}
17h00-17h40	{P_{19},31}	{P_{19},31}	{P_{19},34}	{P_{19},32}	{P_{19},34}
17h40-18h20	{P_{19},33}	{P_{19},32}	{P_{19},32}	{P_{19},32}	{P_{19},33}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{20},2}	{P_{20},1}	{P_{20},3}	{P_{20},3}	{P_{20},5}
14h00-14h40	{P_{20},2}	{P_{20},1}	{P_{20},3}	{P_{20},5}	{P_{20},4}
14h40-15h20	0	{P_{20},4}	0	{P_{20},5}	{P_{20},1}
15h20-16h00	{P_{20},3}	{P_{20},1}	{P_{20},3}	{P_{20},2}	0
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	0	{P_{20},5}	{P_{20},5}	{P_{20},4}	{P_{20},1}
17h00-17h40	{P_{20},1}	{P_{20},2}	{P_{20},4}	{P_{20},5}	0
17h40-18h20	{P_{20},3}	{P_{20},2}	{P_{20},4}	{P_{20},2}	{P_{20},4}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{21},40}	{P_{21},40}	0	{P_{21},39}	{P_{21},40}
14h00-14h40	{P_{21},39}	{P_{21},40}	{P_{21},37}	{P_{21},38}	0
14h40-15h20	{P_{21},36}	{P_{21},39}	{P_{21},39}	{P_{21},36}	{P_{21},38}
15h20-16h00	{P_{21},39}	{P_{21},38}	{P_{21},38}	{P_{21},39}	0
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{21},37}	{P_{21},36}	{P_{21},37}	{P_{21},40}	{P_{21},37}
17h00-17h40	{P_{21},36}	{P_{21},38}	0	{P_{21},40}	{P_{21},36}
17h40-18h20	{P_{21},36}	{P_{21},37}	0	{P_{21},37}	{P_{21},38}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{22},8}	{P_{22},8}	{P_{22},10}	{P_{22},6}	{P_{22},8}
14h00-14h40	{P_{22},7}	{P_{22},9}	{P_{22},9}	{P_{22},10}	{P_{22},7}
14h40-15h20	{P_{22},9}	0	0	0	{P_{22},6}
15h20-16h00	0	{P_{22},7}	{P_{22},9}	{P_{22},6}	{P_{22},10}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	0	{P_{22},6}	{P_{22},10}	{P_{22},9}	{P_{22},7}
17h00-17h40	{P_{22},8}	{P_{22},9}	{P_{22},6}	{P_{22},8}	{P_{22},10}
17h40-18h20	{P_{22},10}	{P_{22},7}	{P_{22},7}	{P_{22},8}	{P_{22},6}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{23},13}	{P_{23},14}	{P_{23},15}	{P_{23},12}	{P_{23},14}
14h00-14h40	{P_{23},11}	{P_{23},14}	0	{P_{23},12}	{P_{23},14}
14h40-15h20	{P_{23},12}	{P_{23},11}	{P_{23},12}	{P_{23},15}	{P_{23},12}
15h20-16h00	{P_{23},13}	{P_{23},11}	{P_{23},12}	0	{P_{23},14}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{23},13}	{P_{23},11}	{P_{23},11}	{P_{23},13}	{P_{23},13}
17h00-17h40	0	{P_{23},14}	{P_{23},11}	{P_{23},15}	{P_{23},13}
17h40-18h20	{P_{23},15}	{P_{23},15}	0	{P_{23},15}	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{24},16}	0	{P_{24},20}	{P_{24},20}	{P_{24},16}
14h00-14h40	{P_{24},19}	{P_{24},19}	{P_{24},16}	{P_{24},20}	0
14h40-15h20	{P_{24},17}	{P_{24},19}	{P_{24},18}	{P_{24},17}	0
15h20-16h00	{P_{24},18}	{P_{24},19}	{P_{24},18}	{P_{24},16}	{P_{24},16}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{24},19}	{P_{24},18}	0	{P_{24},18}	{P_{24},20}
17h00-17h40	{P_{24},20}	{P_{24},17}	{P_{24},17}	{P_{24},16}	{P_{24},20}
17h40-18h20	0	{P_{24},19}	{P_{24},17}	{P_{24},17}	{P_{24},18}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{25},21}	{P_{25},24}	{P_{25},25}	{P_{25},24}	{P_{25},22}
14h00-14h40	{P_{25},24}	{P_{25},24}	{P_{25},24}	{P_{25},23}	{P_{25},25}
14h40-15h20	{P_{25},23}	{P_{25},25}	{P_{25},22}	0	0
15h20-16h00	{P_{25},23}	0	{P_{25},22}	{P_{25},25}	{P_{25},24}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{25},23}	{P_{25},21}	{P_{25},21}	{P_{25},21}	{P_{25},22}
17h00-17h40	{P_{25},21}	{P25,23}	{P_{25},25}	0	{P_{25},23}
17h40-18h20	0	{P_{25},21}	{P_{25},22}	{P_{25},25}	{P_{25},22}

	(Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{26},28}	0	{P_{26},29}	{P_{26},28}	{P_{26},28}
14h00-14h40	0	0	0	0	0
14h40-15h20	{P_{26},28}	{P_{26},26}	{P_{26},26}	{P_{26},26}	{P_{26},27}
15h20-16h00	0	0	{P_{26},29}	{P_{26},28}	0
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{26},26}	{P_{26},29}	{P_{26},29}	{P_{26},26}	{P_{26},27}
17h00-17h40	{P_{26},27}	{P_{26},28}	0	{P_{26},27}	{P_{26},29}
17h40-18h20	0	{P_{26},29}	{P_{26},27}	{P_{26},26}	{P_{26},27}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{27},31}	{P_{27},33}	{P_{27},34}	{P_{27},33}	0
14h00-14h40	0	{P_{27},33}	{P_{27},33}	{P_{27},30}	0
14h40-15h20	{P_{27},30}	{P_{27},34}	{P_{27},30}	{P_{27},31}	{P_{27},34}
15h20-16h00	{P_{27},32}	{P_{27},31}	{P_{27},33}	{P_{27},34}	{P_{27},32}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{27},32}	{P_{27},34}	{P_{27},30}	{P_{27},34}	{P_{27},30}
17h00-17h40	{P_{27},30}	{P_{27},32}	0	{P_{27},31}	{P_{27},33}
17h40-18h20	{P_{27},32}	{P_{27},31}	{P_{27},31}	0	{P_{27},32}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	0	0	{P_{28},35}	0	0
14h00-14h40	{P_{28},35}	0	0	0	0
14h40-15h20	0	0	0	0	0
15h20-16h00	0	0	0	0	0
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	0	0	0	0	0
17h00-17h40	{P_{28},35}	0	{P_{28},35}	{P_{28},35}	0
17h40-18h20	0	0	{P_{28},35}	0	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{29},36}	0	0	0	{P_{29},37}
14h00-14h40	0	{P_{29},37}	0	0	{P_{29},37}
14h40-15h20	0	0	{P_{29},36}	0	0
15h20-16h00	{P_{29},36}	0	0	0	0
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	0	0	{P_{29},36}	{P_{29},36}	0
17h00-17h40	{P_{29},37}	0	{P_{29},36}	0	0
17h40-18h20	{P_{29},37}	0	0	0	{P_{29},37}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{30},5}	{P_{30},4}	{P_{30},5}	{P_{30},5}	{P_{30},1}
14h00-14h40	{P_{30},5}	{P_{30},6}	0	{P_{30},6}	{P_{30},2}
14h40-15h20	{P_{30},1}	{P_{30},2}	{P_{30},6}	{P_{30},3}	{P_{30},2}
15h20-16h00	{P_{30},2}	{P_{30},5}	{P_{30},6}	{P_{30},1}	0
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{30},4}	{P_{30},4}	0	{P_{30},1}	{P_{30},4}
17h00-17h40	{P_{30},3}	{P_{30},3}	{P_{30},3}	{P_{30},2}	{P_{30},3}
17h40-18h20	{P_{30},6}	{P_{30},4}	{P_{30},1}	0	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{31},11}	{P_{31},11}	{P_{31},9}	{P_{31},11}	{P_{31},11}
14h00-14h40	{P_{31},10}	{P_{31},12}	{P_{31},12}	{P_{31},7}	{P_{31},12}
14h40-15h20	{P_{31},7}	{P_{31},8}	{P_{31},7}	{P_{31},7}	0
15h20-16h00	0	{P_{31},9}	{P_{31},11}	{P_{31},8}	{P_{31},9}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{P_{31},8}	{P_{31},9}	{P_{31},7}	{P_{31},12}	{P_{31},8}
17h00-17h40	{P_{31},9}	{P_{31},10}	{P_{31},10}	{P_{31},10}	{P_{31},8}
17h40-18h20	0	{P_{31},12}	{P_{31},10}	0	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{32},17}	{P_{32},18}	{P_{32},16}	{P_{32},17}	{P_{32},13}
14h00-14h40	{P_{32},15}	{P_{32},18}	{P_{32},18}	{P_{32},18}	{P_{32},17}
14h40-15h20	{P_{32},13}	0	{P_{32},14}	{P_{32},14}	{P_{32},16}
15h20-16h00	0	{P_{32},15}	{P_{32},15}	{P_{32},18}	0
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{32},16}	{P_{32},13}	{P_{32},17}	0	{P_{32},14}
17h00-17h40	{P_{32},14}	{P_{32},15}	{P_{32},15}	{P_{32},13}	{P_{32},17}
17h40-18h20	{P_{32},16}	0	{P_{32},16}	{P_{32},13}	{P_{32},14}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	0	{P_{33},22}	{P_{33},23}	0	{P_{33},23}
14h00-14h40	{P_{33},22}	{P_{33},20}	0	{P_{33},22}	{P_{33},20}
14h40-15h20	{P_{33},22}	{P_{33},22}	{P_{33},20}	{P_{33},24}	{P_{33},20}
15h20-16h00	{P_{33},21}	{P_{33},21}	{P_{33},20}	0	{P_{33},21}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{33},21}	{P_{33},19}	{P_{33},19}	{P_{33},23}	{P_{33},23}
17h00-17h40	0	{P_{33},19}	{P_{33},24}	{P_{33},19}	{P_{33},21}
17h40-18h20	{P_{33},24}	{P_{33},24}	{P_{33},23}	{P_{33},24}	{P_{33},19}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{34},29}	{P_{34},29}	0	{P_{34},29}	{P_{34},30}
14h00-14h40	{P_{34},29}	0	{P_{34},28}	{P_{34},25}	0
14h40-15h20	{P_{34},29}	{P_{34},27}	{P_{34},25}	{P_{34},27}	{P_{34},26}
15h20-16h00	{P_{34},30}	{P_{34},26}	{P_{34},27}	{P_{34},27}	{P_{34},26}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{34},28}	{P_{34},30}	{P34,26}	0	{P_{34},25}
17h00-17h40	{P_{34},25}	{P_{34},30}	{P_{34},27}	{P_{34},28}	{P_{34},25}
17h40-18h20	0	{P_{34},30}	{P_{34},28}	{P_{34},28}	{P_{34},26}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{35},35}	{P_{35},32}	{P_{35},33}	{P_{35},36}	{P_{35},33}
14h00-14h40	{P_{35},33}	{P_{35},31}	{P_{35},35}	{P_{35},32}	{P_{35},31}
14h40-15h20	{P_{35},35}	{P_{35},32}	{P_{35},33}	0	{P_{35},36}
15h20-16h00	{P_{35},31}	{P_{35},35}	{P_{35},36}	{P_{35},36}	{P_{35},33}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{35},34}	{P_{35},35}	0	{P_{35},32}	{P_{35},31}
17h00-17h40	0	0	{P_{35},31}	{P_{35},36}	{P_{35},32}
17h40-18h20	0	{P_{35},34}	{P_{35},34}	{P_{35},34}	{P_{35},34}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{36},37\}$	$\{P_{36},39\}$	$\{P_{36},41\}$	0	$\{P_{36},42\}$
14h00-14h40	$\{P_{36},41\}$	$\{P_{36},41\}$	$\{P_{36},40\}$	$\{P_{36},37\}$	$\{P_{36},42\}$
14h40-15h20	$\{P_{36},37\}$	0	$\{P_{36},40\}$	$\{P_{36},42\}$	$\{P_{36},37\}$
15h20-16h00	$\{P_{36},38\}$	0	$\{P_{36},41\}$	$\{P_{36},40\}$	$\{P_{36},40\}$
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	0	$\{P_{36},39\}$	0	$\{P_{36},38\}$	$\{P_{36},40\}$
17h00-17h40	$\{P_{36},39\}$	$\{P_{36},39\}$	$\{P_{36},42\}$	$\{P_{36},37\}$	$\{P_{36},39\}$
17h40-18h20	$\{P_{36},38\}$	$\{P_{36},38\}$	$\{P_{36},41\}$	$\{P_{36},38\}$	$\{P_{36},42\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{37},6\}$	$\{P_{37},6\}$	$\{P_{37},6\}$	$\{P_{37},2\}$	0
14h00-14h40	$\{P_{37},1\}$	$\{P_{37},2\}$	$\{P_{37},5\}$	0	$\{P_{37},6\}$
14h40-15h20	0	0	$\{P_{37},2\}$	$\{P_{37},1\}$	$\{P_{37},4\}$
15h20-16h00	$\{P_{37},4\}$	$\{P_{37},2\}$	$\{P_{37},4\}$	0	$\{P_{37},3\}$
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	$\{P_{37},1\}$	$\{P_{37},3\}$	$\{P_{37},4\}$	$\{P_{37},3\}$	$\{P_{37},5\}$
17h00-17h40	$\{P_{37},5\}$	$\{P_{37},4\}$	$\{P_{37},2\}$	$\{P_{37},6\}$	$\{P_{37},5\}$
17h40-18h20	$\{P_{37},5\}$	$\{P_{37},3\}$	$\{P_{37},3\}$	$\{P_{37},1\}$	$\{P_{37},1\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{38},9\}$	$\{P_{38},9\}$	$\{P_{38},11\}$	0	$\{P_{38},7\}$
14h00-14h40	$\{P_{38},12\}$	0	$\{P_{38},7\}$	$\{P_{38},11\}$	$\{P_{38},10\}$
14h40-15h20	$\{P_{38},8\}$	0	$\{P_{38},8\}$	0	$\{P_{38},9\}$
15h20-16h00	{P38,12}	$\{P_{38},10\}$	0	$\{P_{38},12\}$	$\{P_{38},8\}$
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	$\{P_{38},10\}$	$\{P_{38},10\}$	$\{P_{38},8\}$	$\{P_{38},7\}$	$\{P_{38},9\}$
17h00-17h40	$\{P_{38},7\}$	$\{P_{38},11\}$	$\{P_{38},8\}$	$\{P_{38},11\}$	$\{P_{38},7\}$
17h40-18h20	$\{P_{38},12\}$	$\{P_{38},9\}$	$\{P_{38},11\}$	$\{P_{38},10\}$	$\{P_{38},12\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	0	$\{P_{39},16\}$	$\{P_{39},13\}$	$\{P_{39},15\}$	$\{P_{39},18\}$
14h00-14h40	$\{P_{39},13\}$	$\{P_{39},13\}$	$\{P_{39},17\}$	0	$\{P_{39},16\}$
14h40-15h20	$\{P_{39},15\}$	$\{P_{39},17\}$	$\{P_{39},15\}$	$\{P_{39},13\}$	0
15h20-16h00	$\{P_{39},15\}$	$\{P_{39},17\}$	$\{P_{39},16\}$	$\{P_{39},14\}$	$\{P_{39},17\}$
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	$\{P_{39},18\}$	0	$\{P_{39},14\}$	$\{P_{39},16\}$	$\{P_{39},15\}$
17h00-17h40	$\{P_{39},13\}$	$\{P_{39},18\}$	$\{P_{39},14\}$	$\{P_{39},14\}$	$\{P_{39},16\}$
17h40-18h20	$\{P_{39},18\}$	$\{P_{39},14\}$	0	$\{P_{39},18\}$	$\{P_{39},17\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{40},23\}$	$\{P_{40},19\}$	$\{P_{40},19\}$	$\{P_{40},21\}$	$\{P_{40},20\}$
14h00-14h40	$\{P_{40},23\}$	0	$\{P_{40},23\}$	0	$\{P_{40},23\}$
14h40-15h20	0	$\{P_{40},24\}$	$\{P_{40},21\}$	$\{P_{40},22\}$	$\{P_{40},21\}$
15h20-16h00	$\{P_{40},22\}$	$\{P_{40},22\}$	$\{P_{40},24\}$	$\{P_{40},21\}$	$\{P_{40},22\}$
16h00-16h20	Recreo				
16h20-17h00	$\{P_{40},20\}$	$\{P_{40},20\}$	0	$\{P_{40},20\}$	0
17h00-17h40	$\{P_{40},23\}$	$\{P_{40},24\}$	$\{P_{40},19\}$	$\{P_{40},24\}$	$\{P_{40},22\}$
17h40-18h20	$\{P_{40},19\}$	$\{P_{40},20\}$	$\{P_{40},24\}$	$\{P_{40},19\}$	$\{P_{40},21\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{41},26\}$	$\{P_{41},26\}$	$\{P_{41},30\}$	$\{P_{41},30\}$	0
14h00-14h40	$\{P_{41},30\}$	$\{P_{41},29\}$	$\{P_{41},29\}$	0	$\{P_{41},30\}$
14h40-15h20	$\{P_{41},26\}$	0	$\{P_{41},29\}$	$\{P_{41},25\}$	$\{P_{41},30\}$
15h20-16h00	$\{P_{41},27\}$	$\{P_{41},27\}$	$\{P_{41},25\}$	$\{P_{41},29\}$	$\{P_{41},27\}$
16h00-16h20	Recreo				
16h20-17h00	$\{P_{41},27\}$	$\{P_{41},27\}$	$\{P_{41},25\}$	$\{P_{41},25\}$	$\{P_{41},28\}$
17h00-17h40	$\{P_{41},28\}$	$\{P_{41},25\}$	0	$\{P_{41},26\}$	$\{P_{41},28\}$
17h40-18h20	$\{P_{41},28\}$	$\{P_{41},28\}$	$\{P_{41},26\}$	$\{P_{41},29\}$	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{42},32\}$	$\{P_{42},36\}$	0	$\{P_{42},35\}$	$\{P_{42},36\}$
14h00-14h40	$\{P_{42},34\}$	$\{P_{42},32\}$	$\{P_{42},32\}$	$\{P_{42},34\}$	$\{P_{42},34\}$
14h40-15h20	$\{P_{42},31\}$	$\{P_{42},31\}$	0	$\{P_{42},32\}$	$\{P_{42},32\}$
15h20-16h00	$\{P_{42},35\}$	$\{P_{42},36\}$	$\{P_{42},35\}$	$\{P_{42},35\}$	$\{P_{42},34\}$
16h00-16h20	Recreo				
16h20-17h00	0	$\{P_{42},31\}$	$\{P_{42},33\}$	$\{P_{42},33\}$	$\{P_{42},36\}$
17h00-17h40	$\{P_{42},33\}$	$\{P_{42},34\}$	$\{P_{42},33\}$	0	0
17h40-18h20	$\{P_{42},35\}$	$\{P_{42},33\}$	$\{P_{42},36\}$	$\{P_{42},31\}$	$\{P_{42},31\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{43},41\}$	$\{P_{43},41\}$	$\{P_{43},39\}$	$\{P_{43},42\}$	$\{P_{43},39\}$
14h00-14h40	$\{P_{43},42\}$	$\{P_{43},39\}$	$\{P_{43},39\}$	0	$\{P_{43},38\}$
14h40-15h20	$\{P_{43},39\}$	$\{P_{43},37\}$	$\{P_{43},37\}$	$\{P_{43},41\}$	$\{P_{43},42\}$
15h20-16h00	$\{P_{43},42\}$	$\{P_{43},37\}$	$\{P_{43},40\}$	0	$\{P_{43},37\}$
16h00-16h20	Recreo				
16h20-17h00	$\{P_{43},38\}$	$\{P_{43},37\}$	$\{P_{43},38\}$	$\{P_{43},41\}$	0
17h00-17h40	$\{P_{43},41\}$	0	$\{P_{43},38\}$	$\{P_{43},42\}$	$\{P_{43},38\}$
17h40-18h20	$\{P_{43},40\}$	$\{P_{43},40\}$	$\{P_{43},40\}$	$\{P_{43},40\}$	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{44},38}	{P_{44},38}	{P_{44},38}	{P_{44},40}	0
14h00-14h40	0	{P_{44},38}	{P_{44},38}	{P_{44},33}	{P_{44},40}
14h40-15h20	{P_{44},40}	{P_{44},40}	{P_{44},35}	{P_{44},34}	{P_{44},41}
15h20-16h00	{P_{44},41}	{P_{44},39}	{P_{44},39}	{P_{44},41}	{P_{44},39}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{44},39}	{P_{44},40}	{P_{44},40}	{P_{44},31}	{P_{44},41}
17h00-17h40	{P_{44},32}	0	{P_{44},41}	{P_{44},39}	0
17h40-18h20	{P_{44},39}	{P_{44},41}	{P_{44},38}	{P_{44},36}	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{45},4}	0	{P_{45},1}	{P_{45},7}	0
14h00-14h40	{P_{45},8}	{P_{45},8}	{P_{45},10}	{P_{45},2}	0
14h40-15h20	{P_{45},42}	{P_{45},9}	{P_{45},3}	{P_{45},6}	{P_{45},10}
15h20-16h00	{P_{45},1}	{P_{45},6}	{P_{45},5}	{P_{45},11}	{P_{45},4}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{45},7}	{P_{45},42}	{P_{45},9}	{P_{45},42}	{P_{45},42}
17h00-17h40	{P_{45},42}	{P_{45},42}	{P_{45},12}	{P_{45},12}	{P_{45},2}
17h40-18h20	{P_{45},11}	{P_{45},5}	0	{P_{45},3}	0

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{46},19}	{P_{46},27}	{P_{46},24}	{P_{46},27}	{P_{46},25}
14h00-14h40	{P_{46},21}	{P_{46},17}	{P_{46},15}	{P_{46},17}	{P_{46},18}
14h40-15h20	{P_{46},25}	{P_{46},20}	0	{P_{46},16}	{P_{46},22}
15h20-16h00	{P_{46},16}	{P_{46},14}	0	{P_{46},26}	{P_{46},20}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{46},15}	0	{P_{46},23}	{P_{46},14}	{P_{46},24}
17h00-17h40	0	{P_{46},22}	{P_{46},13}	{P_{46},21}	{P_{46},18}
17h40-18h20	{P_{46},26}	0	{P_{46},19}	{P_{46},23}	{P_{46},13}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	{P_{47},34}	0	{P_{47},32}	{P_{47},32}	{P_{47},35}
14h00-14h40	{P_{47},37}	{P_{47},35}	0	{P_{47},39}	{P_{47},33}
14h40-15h20	{P_{47},38}	{P_{47},28}	{P_{47},41}	{P_{47},40}	{P_{47},31}
15h20-16h00	{P_{47},37}	{P_{47},30}	{P_{47},34}	{P_{47},33}	{P_{47},42}
16h00-16h20			**Recreo**		
16h20-17h00	{P_{47},31}	0	0	{P_{47},28}	{P_{47},29}
17h00-17h40	0	{P_{47},36}	{P_{47},39}	{P_{47},38}	{P_{47},40}
17h40-18h20	{P_{47},30}	{P_{47},36}	{P_{47},29}	{P_{47},42}	{P_{47},41}

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{48},12\}$	$\{P_{48},13\}$	$\{P_{48},14\}$	$\{P_{48},13\}$	$\{P_{48},3\}$
14h00-14h40	0	$\{P_{48},3\}$	$\{P_{48},4\}$	$\{P_{48},1\}$	$\{P_{48},11\}$
14h40-15h20	$\{P_{48},2\}$	$\{P_{48},1\}$	$\{P_{48},10\}$	$\{P_{48},8\}$	$\{P_{48},14\}$
15h20-16h00	$\{P_{48},9\}$	0	$\{P_{48},10\}$	$\{P_{48},5\}$	{P48,6}
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	$\{P_{48},11\}$	0	$\{P_{48},15\}$	0	$\{P_{48},2\}$
17h00-17h40	$\{P_{48},15\}$	$\{P_{48},7\}$	$\{P_{48},5\}$	$\{P_{48},7\}$	$\{P_{48},4\}$
17h40-18h20	$\{P_{48},8\}$	$\{P_{48},6\}$	$\{P_{48},12\}$	0	$\{P_{48},9\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{49},20\}$	0	$\{P_{49},40\}$	$\{P_{49},22\}$	$\{P_{49},27\}$
14h00-14h40	$\{P_{49},26\}$	$\{P_{49},23\}$	$\{P_{49},22\}$	$\{P_{49},27\}$	$\{P_{49},39\}$
14h40-15h20	$\{P_{49},21\}$	$\{P_{49},41\}$	$\{P_{49},42\}$	$\{P_{49},38\}$	0
15h20-16h00	$\{P_{49},19\}$	0	$\{P_{49},21\}$	$\{P_{49},17\}$	$\{P_{49},19\}$
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	$\{P_{49},24\}$	$\{P_{49},17\}$	$\{P_{49},24\}$	0	$\{P_{49},18\}$
17h00-17h40	0	$\{P_{49},16\}$	$\{P_{49},16\}$	$\{P_{49},18\}$	$\{P_{49},26\}$
17h40-18h20	$\{P_{49},25\}$	$\{P_{49},23\}$	$\{P_{49},37\}$	$\{P_{49},20\}$	$\{P_{49},25\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	$\{P_{50},42\}$	$\{P_{50},37\}$	$\{P_{50},28\}$	0	$\{P_{50},38\}$
14h00-14h40	$\{P_{50},40\}$	$\{P_{50},28\}$	$\{P_{50},30\}$	$\{P_{50},29\}$	$\{P_{50},32\}$
14h40-15h20	$\{P_{50},41\}$	$\{P_{50},35\}$	$\{P_{50},34\}$	$\{P_{50},35\}$	$\{P_{50},39\}$
15h20-16h00	$\{P_{50},29\}$	$\{P_{50},32\}$	$\{P_{50},31\}$	$\{P_{50},37\}$	$\{P_{50},36\}$
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	$\{P_{50},40\}$	0	$\{P_{50},39\}$	0	$\{P_{50},38\}$
17h00-17h40	0	$\{P_{50},33\}$	$\{P_{50},30\}$	0	$\{P_{50},31\}$
17h40-18h20	$\{P_{50},34\}$	$\{P_{50},42\}$	$\{P_{50},33\}$	$\{P_{50},41\}$	$\{P_{50},36\}$

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
13h20-14h00	0	0	0	$\{I_4,41\}$	0
14h00-14h40	0	0	0	0	0
14h40-15h20	0	0	0	0	0
15h20-16h00	0	$\{I_4,41\}$	0	0	$\{I_4,41\}$
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	0	$\{I_4,41\}$	$\{I_4,41\}$	0	0
17h00-17h40	0	0	0	0	$\{I_4,41\}$
17h40-18h20	0	0	0	0	0

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
13h20-14h00	0	0	0	0	0
14h00-14h40	0	0	{I_6,42}	{I_6,42}	0
14h40-15h20	0	0	0	0	0
15h20-16h00	0	0	{I_6,42}	{I_6,42}	0
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	{I_6,42}	0	0	0	0
17h00-17h40	0	0	0	0	0
17h40-18h20	0	0	{I_6,42}	0	0

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
13h20-14h00	0	0	0	0	0
14h00-14h40	0	0	0	{I_{11},40}	0
14h40-15h20	0	{I_{11},42}	0	0	0
15h20-16h00	0	{I_{11},42}	0	0	0
16h00-16h20	**Recreo**				
16h20-17h00	0	0	0	0	0
17h00-17h40	{I_{11},40}	{I_{11},41}	0	0	0
17h40-18h20	{I_{11},41}	0	0	0	0

Anexo H: Grado de dominio de los profesores hacia las materias (Situación Actual)

	Matemáticas		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P1	5	1	5
P2	5	1	5
P3	5	1	5
P4	5	1	5
P5	5	1	5
P6	5	1	5
P7	5	1	5
P8	5	1	5
P9	2	1	2
			42

	Dibujo		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P9	9	50	450
P10	15	50	750
P11	15	1	15
I1	1	1	1
I2	1	50	50
I3	1	100	100
			1366

	Lenguaje		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P12	5	1	5
P13	5	1	5
P14	5	1	5
P15	5	1	5
P16	5	1	5
P17	5	1	5
P18	5	1	5
P19	5	1	5
I4	1	1	1
I5	1	10000	10000
I6	1	1	1
I7	1	10000	10000
I8	1	10000	10000
I9	1	10000	10000
I10	1	50	50
			40092

	Ciencias Naturales		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P20	5	1	5
P21	5	1	5
P22	5	1	5
P23	5	1	5
P24	5	1	5
P25	5	50	250
P26	4	1	4
P27	5	1	5
P28	1	1	1
P29	2	1	2
			287

	Estudios Sociales		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P30	6	1	6
P31	6	1	6
P32	6	1	6
P33	6	1	6
P34	6	1	6
P35	6	1	6
P36	6	1	6
			42

	Inglés		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P37	6	1	6
P38	6	1	6
P39	6	1	6
P40	6	1	6
P41	6	1	6
P42	6	1	6
P43	6	1	6
			42

	Música		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P44	30	50	1500
P45	2	10000	20000
P46	2	10000	20000
P47	2	10000	20000
P48	2	10000	20000
P49	2	50	100
P50	2	10000	20000
			101600

	Educación Física		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P45	14	1	14
P46	14	1	14
P47	14	1	14
			42

	Computación		
	A	B	A*B
Profesor	No. Cursos Asignados	Grado de Dominio	Total de Afinidad
P48	14	1	14
P49	14	1	14
P50	14	1	14
			42