



D-16616

T  
531.0285  
S 942  
C2



ESCUELA SUPERIOR  
POLITECNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Físicas

Programa de Maestría en Educación en Física

Movimiento Rectilíneo Uniforme, Uniformemente  
Variado Caída Libre de los Cuerpos y  
Movimiento de proyectiles  
(EXPERIMENTOS)



## MONOGRAFIA

Previo a la Obtención del Título de:  
MAGISTER EN EDUCACION  
EN FISICA PARA  
ENSEÑANZA MEDIA

Presentada por:

Rosa Cecilia Sucre Robinsón  
Emma María Guerrero Carrión  
Jorge Stalin Navas Quiroz  
Mauro Arquelao Tapia Naranjo

Guayaquil - Ecuador

1996



## **DEDICATORIA**

Dedicamos este trabajo a todas las personas que nos brindaron su apoyo desinteresado para que culminemos con éxito el Curso de Maestría en Educación en Física .

De manera especial, dedicamos nuestra monografía a quienes fueron fuente de inspiración, de la constancia y dedicación necesarios para vencer todas las dificultades presentadas; ellos son, nuestros hijos y alumnos.

**Los Autores**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradecemos a las siguientes Instituciones: Ministerio de Educación y Cultura, Escuela Superior Politécnica del Litoral y Filanbanco, por haber hecho posible plasmar en realidad un viejo anhelo de los profesores de física del país ; esto es, realizar un curso de Postgrado en Física.

En especial consignamos nuestra imperecedera gratitud a los maestros:

**Mc Abel Alban**, por haber dirigido de una manera muy acertada este evento; y

**Mc Manuel Villavicencio** por su valioso aporte para la realización de nuestra tesis.

**Los Autores**

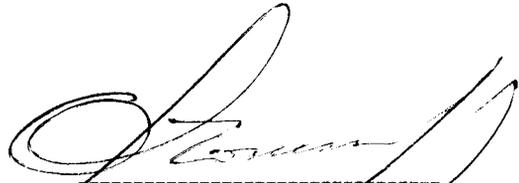
**Movimiento Rectilíneo Uniforme, Uniformemente Variado**  
**Caída Libre de los Cuerpos y Movimiento de proyectiles.**  
**( EXPERIMENTOS )**

**MONOGRAFIA**  
**PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE**  
**MAGISTER EN EDUCACIÓN EN FÍSICA**

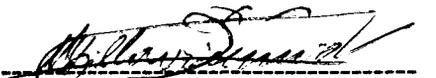
**TRIBUNAL CALIFICADOR**



-----  
**Mc Jaime Vasquez Tito**  
**DIRECTOR DEL INSTITUTO**  
**DE FÍSICA**



-----  
**Ing. Guillermo Romero**  
**Salvatierra**  
**VOCAL**



-----  
**Mc Manuel Villavicencio Vivas**  
**DIRECTOR DE**  
**MONOGRAFIA**



-----  
**Ing. Jorge Flores Herrera**  
**VOCAL**

## DECLARACION EXPRESA

La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.**

*Rosa Cecilia Sucre*  
Rosa Cecilia Sucre Robinsón

*Emma M. Guerrero C.*  
Emma María Guerrero Carrión

*Jorge Stalin Navas Quiroz*  
Jorge Stalin Navas Quiroz

*Mauro A. Tapia N.*  
Mauro Arquelao Tapia Naranjo

DIRECTOR DE TESIS  
*Manuel Villavicencio*  
Mc : Manuel Villavicencio

## RESUMEN

Nuestro tema: Movimiento Rectilíneo Uniforme, Uniformemente variado, Caída Libre de los cuerpos y el movimiento de proyectiles (experimentos) ha sido planteado en tres capítulos que son: Marco Teórico, Enfoque Metodológico y la Propuesta.

Identificada la problemática que tiene la enseñanza-aprendizaje del movimiento planteamos **nuestra propuesta**; la misma que aspiramos dar una aportación al problema educativo que se presenta en las actividades antes, durante y después de entrar en el aula. En nuestra propuesta se incluye lo siguiente:

**Guías técnicas para la construcción de equipos**, para que el docente pueda construir su propio equipo con material del medio.

**Guías didácticas para el maestro**, donde damos a conocer el funcionamiento del equipo, la utilización didáctica del mismo en el proceso enseñanza- aprendizaje y los resultados experimentales correspondientes.

**Guías de trabajo para el alumno**, en la que se le plantea interrogantes que precisen un razonamiento crítico, realice mediciones, interprete gráficos en cada uno de los temas propuestos, con el objeto de analizar las leyes y demostrar las ecuaciones principales.

Finalmente, incluimos un programa Pascal que sirve como refuerzo en los contenidos tratados, en el cual se observa la simulación del fenómeno, dándole oportunidad al estudiante de escoger las variables que desee observar y también de autoevaluarse jugando con el computador hasta encontrar una respuesta correcta.

En el **Enfoque Metodológico** hemos considerado conveniente referirnos a los preconceptos y a la planificación didáctica para el docente, analizando los aspectos de: Perspectiva de profesorado en ejercicio, análisis científico de los contenidos, estudio de la problemática de aprendizaje, selección de actividades de dichos contenidos y propuestas didácticas.

En el **Marco Teórico** nos referimos a la historia del Movimiento y al estudio de los contenidos didácticos en forma secuencial, tratando que el nivel científico de estos sea los mas adecuados; dándole carácter vectorial a cada uno de los temas desarrollados: Movimiento rectilíneo uniforme, uniformemente variado, caída libre de los cuerpos y el movimiento de proyectiles.

## INDICE GENERAL

<b>RESUMEN</b>	I
<b>INDICE GENERAL</b>	II
<b>INDICE DE ABREVIATURAS</b>	III
<b>INTRODUCCION</b>	1
<b>CAPITULO I</b>	3
<b>PROPUESTA</b>	3
<p>Guías técnicas para la construcción de los equipos, Guías didácticas para el maestro,          Guías de trabajo para el alumno y Programa en turbo Pascal simulación de          experimentos de:</p>	
1. Movimiento Rectilíneo Uniforme	6
2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado	22
3. Caída Libre de los Cuerpos	34
4. Movimiento de proyectiles	68
 <b>CAPITULO II</b>	 70
<b>ENFOQUE METODOLOGICO.</b>	70
1. Antecedentes	70
2. Los preconceptos	72

<b>3. Planificación Didáctica</b>	<b>77</b>
● Perspectiva del profesorado en ejercicio	79
● Análisis científico de los contenidos	81
● Estudio de la Problemática del aprendizaje de los contenidos	84
● Selección de actividades y estrategias didácticas	89

## **CAPITULO III**

<b>MARCO TEÓRICO</b>	<b>91</b>
----------------------	-----------

<b>1. Historia del movimiento</b>	<b>92</b>
1.1. Aristóteles	92
1.2. Nicolas Copérnico	93
1.3. Galileo Galilei	93
1.4. Isaac Newton	95
1.5. Einstein	96
<b>2. Teoría sobre el Movimiento</b>	<b>97</b>
2.1. Sistema de Referencia	99
2.2. Vector Posición	99
2.3. Variación de Posición	100
● Trayectoria	100
● Desplazamiento	101
2.4. Descripción del movimiento	102

2.5. Clasificación del Movimiento	104
2.6. Velocidad	105
• Velocidad Promedio	106
• Velocidad Instantánea	106
2.7. Aceleración	107
• Aceleración Promedio	107
• Aceleración Instantánea	110
2.8. Movimiento en dos dimensiones	112
2.9. Movimiento Rectilíneo Uniforme	112
• Gráficos	112
• Fórmulas de Movimiento Rectilíneo Uniforme	113
• Unidades de espacio, tiempo y velocidad	113
• Reducción de unidades	114
• Ejercicios	114
• Problemas especiales	115
2.10. Movimiento Variado	116
• Gráficos	116
• Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado	117
• Aceleración Promedio	118
• Aceleración Instantánea	119

• Ecuaciones del M.R.U.V.	121
• Ejercicios	121
<b>2.11. Caída Libre de los Cuerpos</b>	<b>121</b>
• Movimiento de Caída libre de los cuerpos	123
• Ecuación de Caída libre de los cuerpos	123
• Características de Caída libre de los cuerpos	125
• Altura máxima y tiempo empleado	126
• Comentarios	128
• Ejercicios	128
<b>2.12. Movimiento de proyectiles</b>	<b>130</b>
• Movimiento de proyectiles con velocidad inicial no horizontal	131
• Alcance horizontal máximo y altura máxima	134
• Movimiento de proyectiles con velocidad inicial horizontal	136
• Ejercicios	139
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>141</b>
<b>APENDICES Y ANEXOS</b>	
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	

## INDICE DE ABREVIATURA

A.C.	Antes de Cristo
y, $y_0$	Magnitudes de altura, altura inicial
X, $X_0$	Magnitud de distancia, distancia inicial
$\Delta$	Variación, diferencia
t, $t_0$	Tiempo, tiempo inicial
$i, j, r$	vectores unitarios de ejes
r	vector posición
v, $v_0$	vector velocidad, velocidad inicial
a	vector aceleración
g	gravedad 9.8 m/seg <sup>2</sup>
c.g.s.	centímetro, gramo, segundo
m.k.s.	metro, kilogramo, segundo
cm	centímetros
seg	segundos
Km	Kilómetros
hr	hora
m	metro
Rpta	respuesta
A	Area
$\theta$	Teta, argumento de la función, ángulo
sen	Función seno teta
cos	Función coseno
$\pi$	Pi = 3,1416
Tan	Función tangente
Vox	Velocidad inicial en el eje x
Voy	Velocidad inicial en el eje y

## INTRODUCCION

Hace aproximadamente 20 años en el país se originó la masificación de la enseñanza . En el mismo edificio funcionan dos o tres colegios en sección matutina, vespertina y nocturna. Esto ocasionó una disminución en el sistema educativo por exceso de alumnos por cada paralelo, carencia de material didáctico, improvisación de profesores especializados, entre otras razones.

Surge como necesidad imperiosa proponer mejorar la calidad de la enseñanza antes que el aumento de unidades educativas. El Ministerio de Educación dotó a colegios de laboratorios de Física, de ellos sólo funcionan el 20%, debido a falta de adiestramiento eficiente de profesores, delegación de responsabilidades a encargado de mantenimiento de laboratorio, entre otras causas.

Frente a este panorama nos proponemos construir prototipos de dispositivos para realizar experimentos en Física, relacionados con el movimiento uniforme, uniformemente variado, caída libre y movimiento de proyectiles que involucren los conceptos generales y que permitan ser utilizados por el maestro en el aula, producidos por el maestro en su lugar de trabajo, reproduciendo los prototipos o aplicando a los que tenga su unidad educativa.

Como es importante la calidad de la enseñanza, y en los últimos años especialistas señalan que, una de las condiciones para tener eficiencia en el proceso enseñanza - aprendizaje es importante la participación activa del estudiante, la cual se consigue siendo entendible, útil y que el tenga una buena disposición para aprender, que además el docente necesariamente debe conocer el marco conceptual que lleva al estudiante al aula así como también la interrelación política, social y económica.

En cuanto al marco conceptual del estudiante, es necesario que el docente conozca lo que hoy se llama “de ideas intuitivas”, “preconceptos” , “ideas espontáneas” hoy ampliamente aceptadas y cuyas características principales son la universalidad y persistencia.

Pretendemos formar un espíritu crítico en el estudiante capaz, que le permita actuar eficientemente en el medio social correspondiente, lo cual se revelará a través de la adquisición de un mejor nivel de vida.

## **CAPITULO I**

### **PROPUESTA**

En la práctica diaria de la labor docente nos enfrentamos a diferentes retos, entre los cuales el escoger los contenidos que se estudiara primero en el curso de Física es uno de ellos. El contenido que la mayoría de docentes de nivel medio escoge, para iniciar es el de “Movimiento” .

Por ello, hemos visto la necesidad de que el docente tenga una guía para su trabajo, que le sirva para enfrentar el reto en las condiciones actuales, donde la mayoría de los establecimientos no tiene el mínimo material para realizar observaciones, el docente no tiene suficiente tiempo para planificar la unidad correspondiente, peor aún para planificar las experimentaciones secuenciales que debe tratarse, según avance en los contenidos científicos y el alumno no tiene los conceptos básicos de física, matemáticas y un razonamiento que le permita enfrentar con éxito el reto.

Por lo expuesto, proponemos estudiar el movimiento realizando un análisis de la Teoría tanto en el de venir histórico como los contenidos conceptuales más importantes del movimiento:

- a.- Movimiento rectilíneo uniforme
- b.- Movimiento rectilíneo uniformemente variado
- c.- Caída libre de los cuerpos
- d.- Movimiento de proyectiles

Para con ellos, realizar:

1. **Guías técnicas para la construcción de equipos**, donde el docente pueda construirse su propio equipo con materiales del medio (el grupo construyó estos equipos).
2. **Guías didácticas para el maestro**, donde le explicamos el funcionamiento del equipo, y la utilización didáctica de cada uno de ellos, para que el proceso de enseñanza- aprendizaje llegue a feliz término, evitando en lo posible dejar en nuestros estudiantes preconceptos sobre los contenidos enseñados. Para demostrar las leyes realizamos gráficos, si tenemos una línea encontramos la pendiente y su incertidumbre aplicando la teoría de errores de medición (Anexo 7)
3. **Guías de trabajo para el alumno** donde al estudiante le acostumbramos a manejar correctamente la información escrita, que se planteen interrogantes que precise un

razonamiento conceptual, que realice mediciones y operaciones en cada uno de los temas con el fin de demostrar leyes y ecuaciones matemáticas de cada uno de los temas propuestos. Estas guías de trabajo fueron realizadas gracias a las encuestas de diferentes establecimientos educacionales, entre otros tenemos ESPOL (en dos oportunidades), Colegio Vicente Rocafuerte, Instituto Superior Central Técnico (Quito), Instituto Técnico Superior Carlos Cisneros (Riobamba) con una muestra de 26 estudiantes en cada uno de los establecimientos educacionales. (anexo 8)

4. Para un refuerzo de los contenidos tratados y un afianzamiento en los conceptos, realizamos un **programa en Pascal, de simulación del fenómeno** donde podemos apreciar todas sus características, dándole la oportunidad al estudiante de variar las condiciones a antojo de las diferentes variables de los fenómenos que desee observar y también le damos la oportunidad de autoevaluarse, jugando en el computador a encontrar una respuesta donde no tenga una nota, sino la satisfacción de encontrar la respuesta correcta (le aparecerá una carita feliz - triste).

Adjuntamos un diskette donde se encuentran las tres páginas de todos los movimientos expuestos.

En este contexto nuestro trabajo es analizar la problemática que tiene la enseñanza - aprendizaje del movimiento, y plantear una propuesta didáctica, dando una aportación, en la investigación e innovación educativa de la didáctica de la Física, para ir dando

respuestas concretas a las interrogantes que todos nos hacemos antes, durante y después de entrar en el aula, para examinar todos los detalles experimentales, luego de haber desarrollado los contenidos adecuados.

**GUIAS TECNICAS PARA LA CONSTRUCCION DE EQUIPOS, GUIAS DIDACTICAS PARA EL MAESTRO, GUIAS DE TRABAJO PARA EL ALUMNO Y PROGRAMA TURBO PASCAL DE SIMULACION DE EXPERIMENTOS DE:**

**1. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME**

**Guía Técnica para la Construcción de Equipos**

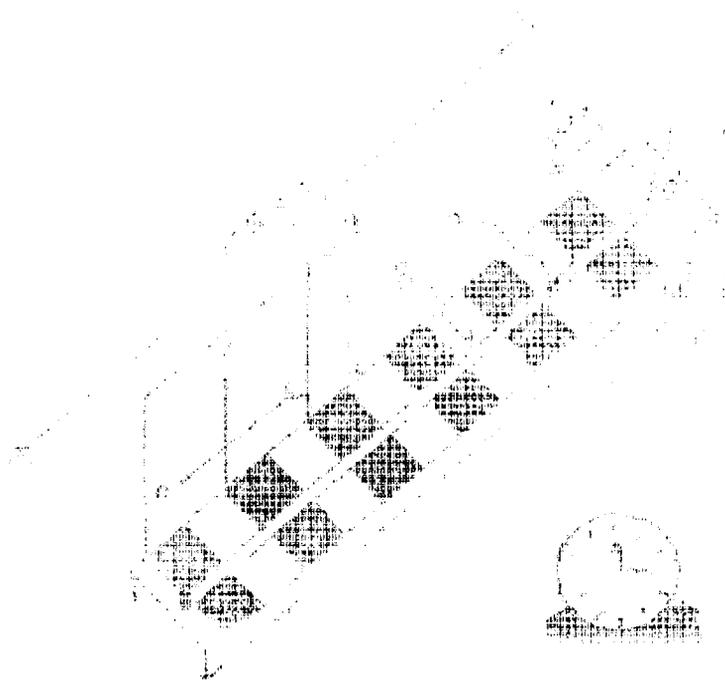
**Escuela Superior Politécnica del Litoral**

**Instituto de Física**



1. **Nombre del Prototipo:** “Burbuja” (M.R.U.)
2. **Objetivo para el cual fue diseñado.-** Este equipo ha sido diseñado para la demostración de las leyes que rigen el Movimiento rectilíneo de velocidad constante (M.R.U.)
3. **Autores Grupo de Tesis** de Experimentos de Movimientos Uniforme, uniformemente variado, caída libre de los cuerpos y movimiento parabólico.

#### 4. Esquema de Equipo y Equipo diseñado.



#### 5. Funcionamiento:

Este instrumento sirve para demostrar las leyes del Movimiento Rectilíneo uniforme.

Para ello se coloca el soporte a una pequeña altura, la burbuja comenzará a moverse, si la altura no se mueve, la burbuja recorrerá espacios iguales en tiempos iguales; de esa manera podremos realizar la experiencia, donde nuestros estudiantes comprueben las leyes del M.R.U. y sus ecuaciones.

### Detalles de Construcción.

N	Nombre	Cant	Material
1	Soporte - Regla	1	Madera (pintada) (120 x 4cm)
2	Tubo de vidrio	1	(di = 1cm) vidrio
3	Tapón	1	caucho

### Ensamblaje del Instrumento.

Se sella con un corcho un extremo del tubo. Se llena de agua hasta que en el tubo quede una burbuja de aire que sea completamente visible, aproximadamente de 1 cm de diámetro. Hecho esto se sella totalmente el tubo y se lo introduce en el soporte de madera que le sirve de protección para facilitar la lectura de espacios la tabla ha sido pintada en intervalos de 1dm.

Se anexa al equipo un sistema de referencia.

## GUÍA DIDÁCTICA PARA EL MAESTRO

### Movimiento Rectilíneo Uniforme

Para la demostración experimental del M.R.U, proponemos el tubo con burbuja porque es un equipo de fácil construcción, que se puede realizar con materiales del medio, (lampara floreciente gastada y 2 corchos que fácilmente se adquieren en una botica ). Este equipo sirve para verificar las leyes del movimiento rectilíneo

uniforme, para demostrar objetivamente la diferencia entre espacio y desplazamiento y el significado físico de velocidad constante positiva y negativa.

### **Introducción:**

Dada la gran importancia que tiene el estudio del movimiento, es necesario que el alumno lo aprenda significativamente. La idea de movimiento es innata en el hombre, pero es difícil describirlo; vencer esta dificultad, es una de las conquistas más sorprendentes por su carácter y más estupenda por el alcance de sus consecuencias.

El hombre venció esta dificultad en los últimos 1500 años. Fundamentándose en el concepto de razón de cambio. La cual es una cantidad dividida entre el tiempo y nos dice que tan aprisa ocurre un fenómeno.

### **Teoría:**

Consta en la teoría del movimiento que se incluye en el marco teórico de la monografía.

### **Arreglos experimentales**

El equipo utilizado en el experimento, ha sido construido como se indica en la ficha técnica de construcción y además de utilizarse para el estudio del M.R.U puede ser utilizado como tubo de inmersión, para demostrar las densidades y presiones en los líquidos, etc.

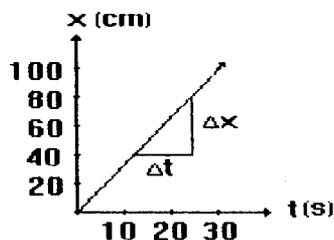
En cuanto al estudio del M.R.U, estamos proponiendo la realización de dos experimentos. El objetivo del experimento # 1 es de identificar las características del M.R.U y deducir la ecuación que represente este movimiento. El objetivo del experimento # 2 es demostrar la diferencia entre espacio y desplazamiento y el significado físico de la velocidad constante positiva y negativa.

Cómo realizar los experimentos, está detallado en la guía de trabajo para el alumno. Para optimizar los resultados se sugiere leer las recomendaciones indicadas en la presente guía.

### Resultados y Discusiones Experimentales

Con el fin de estimular el trabajo científico se ha planteado una tarea a los alumnos. Los resultados que se esperan obtener de la tarea #1 son :

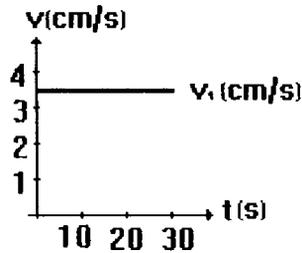
1.- La gráfica  $x$  contra  $t$ , es la siguiente:



2.- La gráfica obtenida es una recta que pasa por el origen.

3.- El espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo transcurrido, porque al aumentar el espacio aumenta el tiempo y viceversa, la gráfica  $x$  Vs  $t$  es una recta y dividir las dos variables da una constante.

- 4.-  $x/t = k$ ; Por lo tanto la ecuación que liga a las dos magnitudes es:  $x = k \cdot t$   
donde  $k$  es la constante de proporcionalidad .
- 5.-  $k = \Delta x / \Delta t = x_2 - x_1 / t_2 - t_1 = 40/12 = 3.3 \text{ cm/s}$ .
- 6.- Las unidades de  $k$  son  $\text{cm/s}$
- 7.- Físicamente la constante de proporcionalidad se llama rapidez; sin embargo, cotidianamente se la confunde con velocidad.
- 8.- Al realizar el gráfico  $v$  contra  $t$  se obtiene una línea recta paralela al eje horizontal, como consta en el siguiente gráfico.

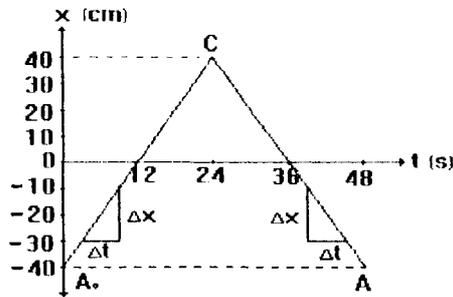


$$v = f(t)$$

- 9.- El área del rectángulo representa el espacio recorrido por el móvil.
- 10.- La ecuación representativa del movimiento uniforme es  $x = v \cdot t$
- 11.- Cuando un cuerpo se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme, recorre espacios iguales en tiempos iguales; pues, su velocidad se mantiene constante en módulo, dirección y sentido.

Los resultados que se esperan obtener en la tarea número dos son :

- 1.- La gráfica  $x$  contra  $t$ , es la siguiente:



2.- La gráfica obtenida es una recta que no pasa por el origen, porque no coincide el

origen del movimiento ( $A_0$ ) con el origen del sistema de referencia inercial.

3.-  $x$  y  $t$  son directamente proporcionales; porque al aumentar una magnitud aumenta la otra y viceversa, su gráfica  $x$  Vs  $t$  es una recta y el cociente  $x/t$  es una constante.

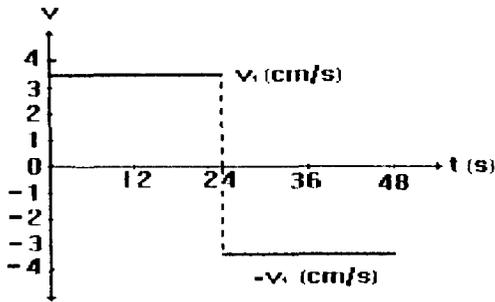
$$4 \text{.- } k_{ac} = \Delta x / \Delta t = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = 20/6 = 3.3 \text{ cm/s}$$

$$k_{ca} = \Delta x / \Delta t = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = -20/6 = -3.3 \text{ cm/s}$$

5.- Físicamente esas pendientes significan la rapidez constante.

6.- La velocidad es negativa cuando se invierte el sentido del movimiento y la burbuja se mueve de A hasta  $A_0$ .

7.- La gráfica  $v$  Vs  $t$  es una recta paralela al eje horizontal, positiva cuando la burbuja se desplaza de oeste a este y negativa cuando se desplaza de este a oeste.



8.- En la gráfica del experimento # 1 durante todo el movimiento la velocidad es positiva y en el # 2, es positiva en la mitad del recorrido y negativa la otra mitad. Las pendientes tienen iguales valores absolutos, los orígenes del movimiento en los dos experimentos son diferentes.

9.- Los desplazamientos obtenidos son :

$$AB \text{.- } x = x_2 - x_1 = 0 - (-40) = 40 \text{ cm}$$

$$AC \text{.- } x = x_2 - x_1 = 40 - (-40) = 80 \text{ cm}$$

$$ACB \text{.- } x = x_2 - x_1 = 0 - (-40) = 40 \text{ cm}$$

También se puede determinar sumando los desplazamientos realizados así :

$$\begin{array}{c} \text{A} \quad \text{B} \quad \text{C} \\ \xrightarrow{\quad} \quad + \quad \xleftarrow{\quad} \\ \text{C} \end{array} \quad 80 - 40 = 40 \text{ cm}$$

$$ACA \text{.- } x = x_2 - x_1 = -80 - (-80) = 0$$

10.- Espacio y desplazamiento son dos conceptos diferentes. El espacio es un escalar y el desplazamiento es un vector. Ej: el desplazamiento A B C es 40 cm pero el espacio recorrido es 120 cm.

11.- El desplazamiento es un vector dirigido desde el origen del movimiento hasta el posición final del mismo y el espacio es un escalar que se obtiene sumando los valores absolutos de los desplazamientos.

Los resultados obtenidos en la experimentación son los siguientes:

Tabla # 1

N	X (cm)	t <sub>1</sub> , (s)	t <sub>2</sub> , (s)	t <sub>3</sub> , (s)	$\bar{t} = \frac{\sum t}{3}$	x /t(cm/s)
1	20	6.1	6.0	5.9	6.0	3.3
2	40	12.0	12.2	11.8	12.0	3.3
3	60	18.2	18.0	18.1	18.1	3.3
4	80	24.0	24.2	23.9	24.0	3.3
5	100	30.0	30.1	30.0	30.0	3.3

Tabla #2

N	Intervalos	x (cm)	t (s)	x/t(cm/s)	Desplazam (cm)
1	A B	40	12	3.3	40
2	A C	80	24	3.3	80
3	A C B	120	36	3.3	40
4	A C A	160	48	3.3	0

## Conclusiones

Los resultados obtenidos, nos permiten concluir que el material propuesto sirva para comprobar las leyes del M.R.U, para demostrar objetivamente la diferencia entre espacio - desplazamiento y el significado físico de la velocidad constante positiva y negativa.

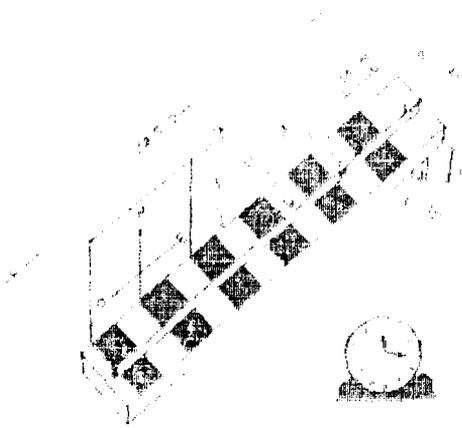
## Recomendaciones

- Para que la burbuja se desplace lentamente con M.R.U. y facilitar la medida del tiempo, se recomienda inclinar el soporte 4.8cm de altura en el extremo B.  
El tamaño de la Burbuja influye en los resultados, debe ser alrededor de 70 mm de diámetro.
- La burbuja tiende a adherirse al corcho colocado en los extremos por ello es preferible evitar su contacto, variando la inclinación del soporte hasta la posición deseada.
- No es recomendable medir el tiempo cuando la burbuja esta en el extremo A si no cuando esta se encuentra alrededor de 20 cm de A, porque para iniciar el movimiento se debe variar el ángulo de inclinación, hasta vencer su inercia.
- Se recomienda tomar tres lecturas del tiempo para cada observación, de modo que la razón de cambio de x contra t se realice con el promedio del tiempo :

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{3}$$

**Introducción:** El estudio del movimiento rectilíneo, es uno de los más antiguos problemas que ocupó la atención de los filósofos. Entre los principales físicos que han aportado con sus ideas para llegar al dominio del conocimiento del movimiento y las leyes que lo rigen tenemos a Aristóteles, Galileo Galilei, Albert Einsten etc. El hombre ha vencido el problema del movimiento en los últimos 1500 años, antes no pudo hacerlo porque no entendía el concepto de razón de cambio. En este experimento determinaremos la razón de cambio entre el espacio y el tiempo.

### Montaje del Equipo



### Equipo Utilizado

- 1.- Soporte -regla (125 x 4 ) cm<sup>2</sup>
- 2.- Tubo de vidrio de 120 cm
- 3.- Burbuja de aire
- 4.- Agua
- 5.- Dos corchos
- 6.- Base de madera
- 7.- Sistema de referencia
- 8.- Un cronómetro

**Teoría:** Consta en la teoría sobre el movimiento que se incluye en el marco teórico de la monografía.

### Experimento # 1

Arme el equipo como indica la figura , levante el extremo A del soporte hasta que la burbuja se ubique en este extremo; eleve el extremo B para que suba la burbuja. Coloque el sistema de referencia en el segundo intervalo pintado en el soporte, encere el cronómetro, considere el origen del movimiento cuando la burbuja pasa por el origen del sistema de referencia . Y mida el tiempo que gasta la burbuja para recorrer dos intervalos pintados en el soporte . (La longitud de cada intervalo es de 1 dm) repita el procedimiento para 4 ,6, 8 y 10 decímetros y llene la tabla # 1.

**Tabla # 1**

N	X (cm)	t1, (s)	t2, (s)	t3, (s)	$\bar{v} = \frac{x}{t}$	x / t
1	20					
2	40					
3	60					
4	80					
5	100					

### Tarea

- 1.- Elabore un gráfico x contra t
- 2.- Qué tipo de gráfico obtuviste

- 3.- Plantee que relación existe entre  $x$  y  $t$
- 4.- Para que dos magnitudes sean directamente proporcionales deben estar ligadas por un cociente constante, encuentre la ecuación que liga las dos magnitudes.
- 5.- Encuentre el valor de la constante de proporcionalidad calculando la pendiente de la recta.
- 6.- Cuáles son las unidades de la constante de proporcionalidad
- 7.- Físicamente que nombre recibe esta constante ?
- 8.- Realice el gráfico  $v$  contra  $t$
- 9.- Qué representa el área del triángulo limitado por los ejes, la recta representativa de la velocidad y una paralela al eje vertical ?
- 10.-Cuál es la ecuación representativa de un M. R.U
- 11.- Cuáles son las características relevantes del M. R. U.

## **Experimento # 2**

Arme el equipo como se indica en el experimento # 1. Coloque el sistema de referencia en el centro del soporte. Marque en el soporte los puntos: A en el origen del movimiento (- 40 cm ) . B en el origen de sistema de referencia y C a 40cm del sistema de referencia .Mida el tiempo que demora la burbuja para recorrer la distancia AB , AC , ACB y ACA.

Para tomar las dos últimas lecturas se debe cambiar la inclinación del soporte cuando la burbuja llega a C, para que se produzca el regreso de la burbuja.

Tabla #2

N	Intervalos	x ( cm )	t ( s )	Desplazamiento ( cm )
1	A B	40		
2	A C	80		
3	A C B	120		
4	A C A	160		

**Tarea:**

- 1.- Elabore un gráfico x contra t
- 2.- Qué tipo de gráfico obtuviste
- 3.- Qué relación existe entre x y t
- 4.- Calcule la pendiente de la recta AC y CA
- 5.- Qué significan físicamente esas pendientes
- 6.- En qué caso la velocidad es negativa ?
- 7.- Realice el gráfico v contra t
- 8.- Relacione el gráfico x contra t de los experimentos 1 y 2.
- 9.- Qué desplazamiento realizó la burbuja en cada una de las observaciones realizadas
- 10.- Compare los espacios y desplazamientos observados.

11.- Explique con sus propias palabras la diferencia entre espacio y desplazamiento.

### **PROGRAMA EN TURBO PASCAL**

Para retribuir en bien de la educación ecuatoriana, los beneficios recibidos en este curso de maestría, donde, entre otras cosas, aprendimos a realizar programas educativos en turbo Pascal y considerando: que muchos colegios del país tienen centro de cómputo, que a los alumnos les gusta trabajar con computadoras y que es sencilla y fácil la ejecución de estos programas decidimos incluir en nuestra propuesta para cada uno de los temas abordados en esta monografía.

El programa sobre M.R.U. incluye tres pantallas. En la 1 pantalla se da a conocer la finalidad del programa, el objetivo del experimento simulado y los requisitos necesarios para la comprensión del tema. En la segunda pantalla se simula un experimento de M.R.U. y en la tercera pantalla se plantea, para que el alumno resuelva un problema especial de este movimiento; El caso de dos móviles que tienen diferencia de salida y diferencia de rapidez, cuando viajan: a) uno hacia el otro y b) en el mismo sentido.

## 2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

### Guía Técnica para la Construcción de Equipos

Escuela Superior Politécnica del Litoral

Instituto de Física.

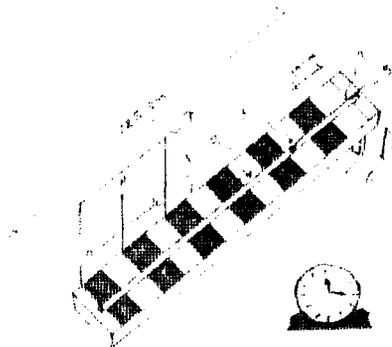
Programa de Maestría en Educación en Física.

1. **NOMBRE DEL PROTOTIPO:** Plano Inclinado (MRUA)

2. **OBJETIVO PARA EL CUAL FUE DISEÑADO.-** Este equipo fue diseñado para analizar el comportamiento de una esfera cuando se desliza en el plano al variar el ángulo entre el plano y superficie y comprobar que el desplazamiento es directamente proporcional a tiempo empleado en desplazarse sin alterar la aceleración.

3. **AUTORES.-** Grupo de Tesis de Experimento de MRU, MRUVA, Caída Libre y movimiento parabólico.

4. **ESQUEMA DEL EQUIPO.**



## 5. FUNCIONAMIENTO.-

Se coloca el plano sobre el soporte de madera, de manera que quede lo menos inclinada posible, se hace rodar la esfera por el canaleta y se mide los tiempos transcurridos en recorrer distancia. El alumno comprobará que la distancia recorrida, es directamente proporcional al tiempo transcurrido en recorrerlo.

De esta manera que nuestros alumnos comprueben las leyes del MRUVA y sus ecuaciones.

### Detalles de Construcción.

N	Nombre	Cant	Material
1	Regla	1	Madera pintada en dm
2	Riel	1	Aluminio
3	Soporte	1	Madera
4	Esferas	1	Vidrio

### Ensamblaje del Instrumento.

Se coloca la riel de aluminio en el canaleta hecho en la regla de madera. Se divide la regla en dm y se punta cada división de color blanco y rojo alternado.

## **GUÍA DIDÁCTICA PARA EL MAESTRO.**

### **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO.**

#### **1. DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO.**

Para la demostración experimental del M.R.U.V. proponemos el plano inclinado porque es un equipo de fácil construcción que se puede realizar con material del medio (madera con un canal en el centro). Este equipo sirve para verificar las leyes del movimiento rectilíneo uniformemente variado y demostrar objetivamente la relación entre la distancia recorrida con el tiempo transcurrido en recorrerla sin variar la aceleración.

Planos inclinados se encuentran en todas partes: son ejemplos las escaleras, las zanjas entre la calle y la acera, los techos de las casas, cualquier camino inclinado, las laderas de las colinas y montañas, y cuando los obreros cargan o descargan un camión colocando una tabla inclinada entre el piso del vehículo y la acera.

Cuando se usa el plano inclinado, la fuerza que se emplea actúa sobre una mayor distancia que cuando el objeto se levanta verticalmente a la misma altura. Cuanto más largo es el plano inclinado, menos fuerza se necesita para ejecutar un mismo trabajo.

Otras de las aplicaciones son la cuña y el tornillo.- El tornillo es llamado máquina simple, y está basado en un plano inclinado enrollado en espiral.

### **Introducción**

Muchos siglos tuvieron que transcurrir para que la tesis de Aristóteles “de que el movimiento hacia abajo.....de cualquier cuerpo dotado de peso era más rápido en relación a su tamaño” ( Halliday-Resnik ,1996,pp 30) era errada. Fue Galileo Galilei (1.564-1.542) que manifestó que “ si se pudiera eliminar totalmente la resistencia del medio todos los objetos caerían a igual velocidad.(idem). Comprobó su resultado usando una bola que rodara hacia abajo en un plano inclinado, midiendo el tiempo con un reloj de agua.

El plano inclinado sirvió únicamente para reducir el efecto de la aceleración de la gravedad en la tierra, siendo por lo tanto más lento el movimiento de manera que pudieran hacerse las mediciones con más facilidad. Mas aún, a velocidad lentas la resistencia del aire es mucho menos importante.

### **Teoría:**

Consta en la teoría del movimiento que se incluye en el marco teórico de la monografía .Arreglos experimentales

Cómo realizar el experimento, está detallado en la guía de trabajo para el alumno

1. El equipo utilizado en el experimento ha sido construido como se indica en la ficha técnica de construcción .
2. Para optimizar los resultados se recomienda colocar el plano inclinado a una altura mínima, porque en esta disposición, el valor de la aceleración del cuerpo ( $g \sin \alpha$ ) nos permite registrar con facilidad los intervalos de tiempo .
3. Que se tome por lo menos tres lecturas de tiempo en cada observación
4. Que el mínimo de observación sea  $\geq 5$  para disminuir el error al tomar los datos.
5. Para facilitar los cálculos se recomienda hacer coincidir el origen de las coordenadas de referencia con el origen del movimiento y el tiempo inercial ( $t_0$ ) con el cero del reloj.

Cómo realizar el experimento, está detallado en la guía de trabajo para el alumno

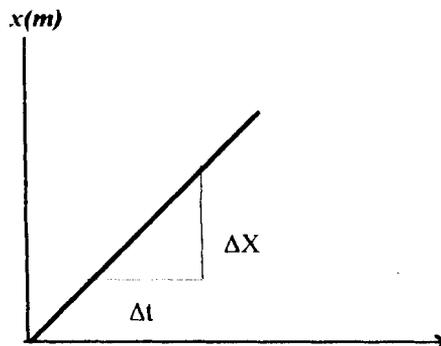
### **Resultados y Discusiones experimentales.**

Con el fin de estimular el trabajo científico se ha planteado una tarea para el alumno. Los resultados que se espera obtener de la tarea son los siguientes.

### 1.- Datos experimentales

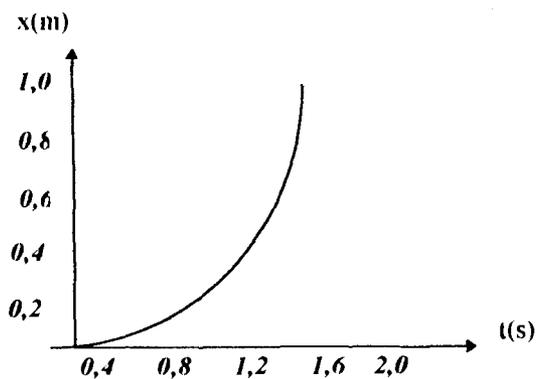
1. N	X(m)	t <sub>1</sub> (s)	t <sub>2</sub> (s)	t <sub>3</sub> (s)	t(s)	t(s) <sup>2</sup>	v= 2x/t
1	0.2	0.87	0,84	0,83	0,85	0,72	0,47
2	0,4	1.19	1.18	1.24	1.20	1.44	0.67
3	0,6	1.51	1.48	1.53	1.51	2.28	0,79
4	0,8	1,70	1.65	1.66	1.67	2,79	0,96
5	1.0	1.92	1.86	2.01	1.93	3.72	1,04

2. La velocidad es directamente proporcional al tiempo transcurrido en desplazarse un espacio
- 3.- La gráfica  $x = f(t)^2$ , es la siguiente



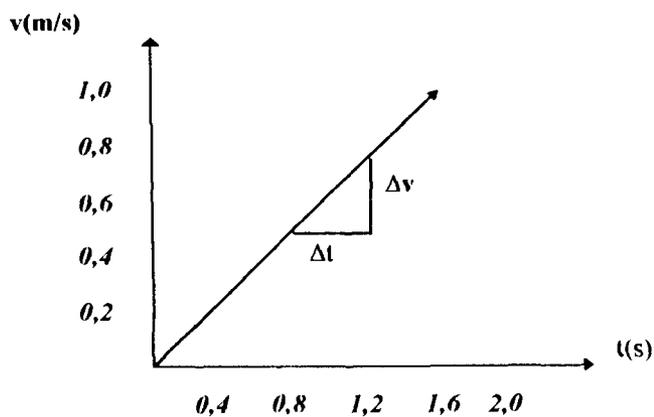
La gráfica obtenida es un recta que pasa por el origen

- 4.- Elabora un gráfico x contra t



La gráfica obtenida es una parábola

5.- Elabora un gráfico  $v$  contra  $t$



La gráfica obtenida en una recta que pasa por el origen

6.- La pendiente de la gráfica  $x$  contra  $t^2$

$$m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_0 - x_1}{t_0 - t_1}$$

$$m = \frac{0,84 - 0,40}{2,8 - 1,36} = 0,30 \text{ m/s}^2$$

7.- La pendiente de la recta representa físicamente la aceleración

8.-Las unidades de medida de la aceleración son  $m/s^2$

9.-Las ecuaciones que ligan las magnitudes son:

espacio recorrido  $X = v_0 t + a t^2$

tiempo  $t = \sqrt{2x / a}$

### Conclusiones

Los resultados obtenidos nos permiten concluir que el material propuesto sirve para comprobar las leyes del M.R.U.V y establecer comparación y diferencias entre aceleración y velocidad

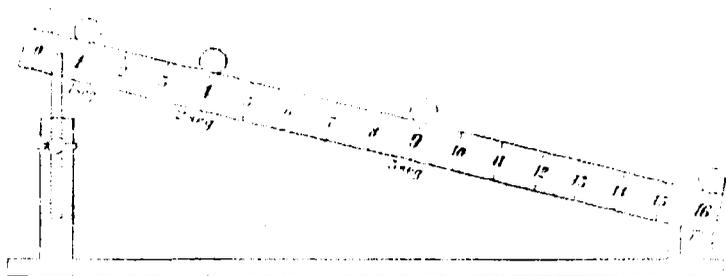
### Guía Didáctica para el Alumno

#### 1. TEMA: Plano Inclinado

2. **PROPOSITO EXPERIMENTAL.-** Analizar el comportamiento de una partícula cuando se desliza en un plano inclinado al variar el ángulo entre el plano y la superficie.

**Introducción.-** Galileo hacía rodar una bola por una canaleta hecha a lo largo de una viga que podía variar el ángulo de inclinación.

Los espacios recorridos son proporcionales al cuadrado del tiempo empleado en recorrerlos, sin variar la aceleración.



### 3. EXPERIMENTOS.

- Demostrar que el espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo empleado en recorrer la distancia.
- Colocar el plano sobre el apoyo de madera que quede.
  - \* La menor inclinación posible
  - \* La mayor inclinación posible

Tome 3 lecturas de tiempo y haga gráficas.

### 4. MATERIALES.

- Regla de madera graduada en cm, con el riel acanalado en un borde.
- Soporte de madera
- Esfera de vidrio, goma (caucho)

- Cronometro
- Sistema de referencia.

5. **TEORÍA.-** Consta en la Teoría del movimiento

6. **EJECUCION.-**

- Colocar la regleta sobre el apoyo de madera que quede ubicada en la menor inclinación posible
- Tomar tres lecturas de tiempo que emplea en recorrer 10 cm
- Repita el proceso para 20, 40 y 90 cm
- Llene la tabla de valores.

### TAREA

1. Completar la siguiente tabla de datos

n	X(m)	t(seg)	t <sup>2</sup> (s)	T <sub>3</sub> (s)	t(s)	t <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )	V= x/t
1							
2							
3							
4							
5							

2. Usando la tabla de datos experimentales, prediga la relación entre la velocidad adquirida por la esfera y el tiempo transcurrido.

3. Trazar el diagrama  $x = f(t)^2$  e indique que gráfica obtuvo
4. Trazar el diagrama  $v = f(t)$  e indique que gráfica obtuvo
5. Trazar el diagrama  $v = f(t)$  e indique que gráfica obtuvo
6. Calcule el valor de la pendiente de la recta en el diagrama  $x = f(t)^2$
7. Qué representa físicamente la pendiente?
8. Cuáles son las unidades de medida de la aceleración en el sistema MKS?
9. Cuáles son las ecuaciones que ligán las magnitudes, distancia y tiempo

## **PROGRAMA DE TURBO PASCAL DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO.**

El uso de la computadora en la educación, ha significado uno de los avances más notorios en el desarrollo del proceso enseñanza - aprendizaje.

El objetivo que se persigue al presentar un programa en Pascal de la Simulación del Movimiento en la Máquina de Atwood es:

1. Estimular al estudiante en el aprendizaje de la Física
2. Que el alumno observe y verifique las leyes del M.R.U.V. sin considerar la fricción de la polea y la resistencia del aire.
3. Adiestrar al estudiante para el cálculo y razonamiento

El programa consta de tres ventanas. En la primera ventana se presenta una breve reseña histórica del movimiento incluyendo las fórmulas necesarios que el alumno va a utilizar en el desarrollo de un problema.

En la segunda ventana se presenta un gráfico de la máquina de Atwood que describirá el movimiento uniformemente variado y al mismo tiempo se presentará en la pantalla el gráfico  $x f(t)$ ,  $x f(t^2)$  y  $vf(t)$  dándole al alumno la idea de como se manifiesta el movimiento.

En la tercera ventana se presenta un fenómeno de la vida diaria en la que dos móviles separados una distancia de 5000 metros se mueven con movimiento rectilíneo uniformemente variado, dirigiéndose uno hacia el otro. El estudiante por teclado deberá seleccionar la aceleración de cada móvil y calcular en un papel la distancia en que se produce el encuentro y la velocidad de cada uno de los móviles en ese instante. El valor obtenido de los cálculos los introduce por teclado y si es correcto la computadora le presentará una cara feliz caso contrario le presenta una cara triste.

### 3. CAÍDA LIBRE DE LOS CUERPOS

#### Guía Técnica para la construcción de Equipos

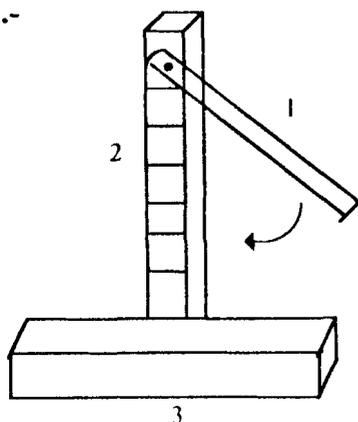
Escuela Superior Politécnica del Litoral.

Instituto de Física:

#### FICHA TECNICA:

1. **Nombre del prototipo** gravedad (caída libre)
2. **Objetivo del diseño.**- El equipo se diseñó para la obtención, de la magnitud de la aceleración de la gravedad en nuestro medio.
3. **Autores grupo** tesis de experimentos de movimiento uniforme, uniformemente variado, caída libre de los cuerpos y movimientos parabólicos.
4. **Esquema del equipo diseñado.**

a.-

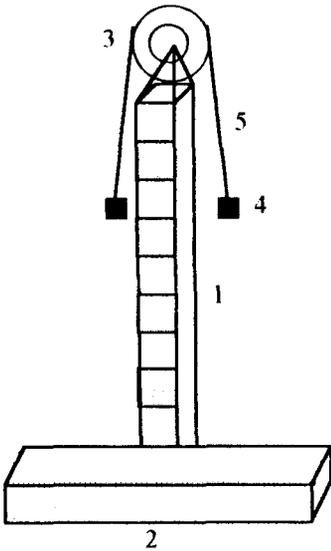


a-1 Regla de oscilación del péndulo 120 cm.

a-2 Soporte 150 cm

a-3 Base 30cm.

b.-



b-1 Soporte 150 cm

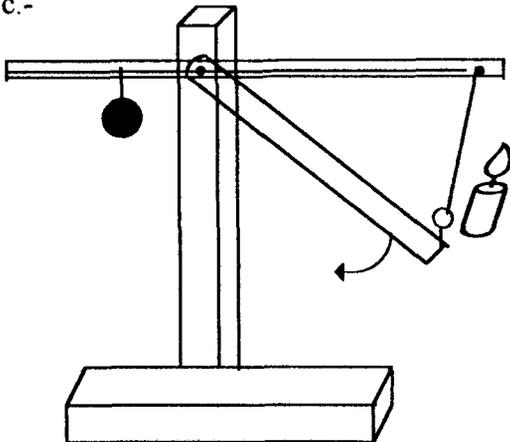
b-2 Base 30 cm

b-3 Polea

b-4 Pesas

b-5 Cordón

c.-



c-1 Soporte 150 cm

c-2 Base

c-3 Bola de acero

c-4 Regla de 120 cm

c-5 Fuente de color

c-6 Cuerda

c-7 Regla de 30 cm.

### 5. Funcionamiento:

Con la parte a viene a ser un péndulo simple en el que oscila una regla de 120 cm.

Del cual vamos a utilizar sus leyes así el periodo para unos 10 periodos.

$$t = \frac{2\pi}{w} = \frac{t}{\text{número de oscilaciones}}$$

### Con la parte b

Se ponen en equilibrio el sistema  $m_1 = m_2$

Luego añadimos un sobre peso pequeño  $m_1 + m_3 = m$ .

Entonces se observa un movimiento hacia abajo siguiendo la dirección de  $m$ .

$m > m_2$  lo cual nos indica el sentido de la gravedad.

### Con la parte c.

Según el montaje del equipo, con la fuente de color c-b quema el cordón y la regla c-4 se mueve como un péndulo que choca con c-3 bola de acero en un período  $T$ . dependiendo de la posición de (c-3) en el punto intermedio de la bola tendremos un tiempo igual a  $1/4$  de período de la regla.

La esfera golpeará la regla y dejará una marca que nos permitirá determinar la distancia  $x$  en un tiempo igual a  $1/4$  de período de la regla finalmente se determina  $g$  por la ecuación  $x = 1/2 gt^2$

$$g = \frac{2x}{t^2}$$

### DETALLES DE CONSTRUCCION

No.	Nombre	Material	Dimensiones (cm)
1	Soporte	madera	150 x 5
1	Base	madera	30 x 6
1	Regla	madera	120
1	Polea	Aluminio	V=
3	Pesos	Plomo	m <sub>1</sub>
			m <sub>2</sub>
			m <sub>3</sub>
4	Porta Polea		
5	Porta Regla horizontal	madera	30
6	Fuente de color		
7	Cronómetro		

## **Escuela Superior Politécnica del Litoral.**

### **Instituto de Física:**

#### **Propuestas de Guías Didácticas para el maestro.**

**TEMA:** CAIDA LIBRE

**OBJETIVO:** El experimento presentado sirve para determinar experimentalmente el valor de la gravedad.

**INTRODUCCION:** El fenómeno de la caída de los cuerpos llamó la atención al ser humano desde épocas antiguas, así los filósofos griegos intentaron descubrir las características de este movimiento. El gran filósofo Aristóteles, estableció que al dejar caer simultáneamente dos cuerpos de diferentes pesos desde una misma altura el más pesado llegaría primero al suelo, esto es que tendría mayor velocidad durante su caída, este pensamiento Aristotélico dominó durante 2000 años, hasta que en el siglo XVII Galileo Galilei demostró que el movimiento de caída libre se producía con aceleración constante para todos los cuerpos pesados y livianos (movimiento realizado en una sola dirección hacia abajo) con velocidad creciente, esto nos permite aplicar las ecuaciones desarrolladas en el movimiento uniformemente acelerado considerando  $V_0 = 0$  tenemos que  $V = gt$

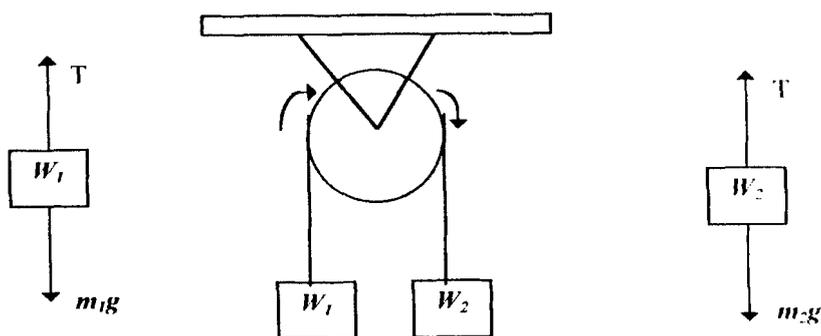
$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$V^2 = 2 g y$$

**TEORIA:** Remitirse a Teoría del movimiento de Caída Libre de los Cuerpos

### FUNDAMENTO TEORICO

#### DIAGRAMA DEL CUERPO:



Dos masas cuelgan verticalmente sobre una polea sin rozamiento se obtiene lo que se conoce como máquina de At Word, que se utiliza para medir la aceleración de la gravedad.

Se representan los diagramas de cuerpo libre para  $m_1$  y  $m_2$

$m_2 > m_1$  aplicando la segunda ley de Newton.

4m. con la aceleración hacia arriba.

$$\sum F_y = m_1 a$$

$$T - m_1 g = m_1 a \dots\dots (1)$$

Y también aplicando la segunda ley de Newton a  $M_2$  que se acelera hacia abajo.  $F_y = m_2 a$

$$m_2 g - T = m_2 a \dots\dots (2)$$

Sistemas entre (1) y (2)  $T - m_1 g = m_1 a$

$$T + m_2 g = m_2 a$$

$$m_2 g - m_1 g = a (m_1 + m_2)$$

$$g = a \left( \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1} \right) \quad a = \frac{(m_2 - m_1) g}{m_1 + m_2} \dots\dots (3)$$

Se obtiene :  $T = \frac{2 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} g$  sustituyendo en (1)

Se puede analizar que si  $m_1 = m_2$   $a = 0$

$T = m_1 g = m_2 g$  que es el caso de equilibrio

si  $m_2 \gg m_1$   $a \cong g$

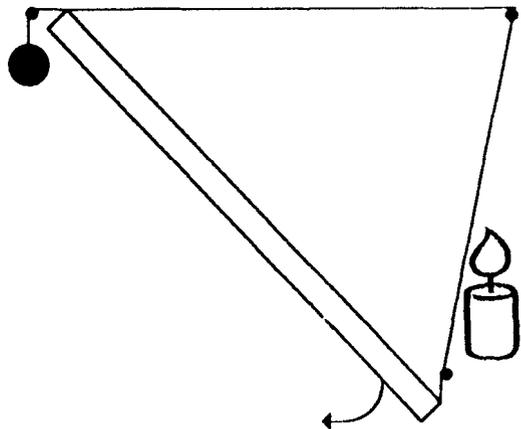
En el péndulo

$T =$  periodo

$t =$  tiempo

$m =$  número de oscilaciones

$$T = \frac{t}{m}$$



Experimentalmente se obtiene

$$t = \frac{T}{4}$$

de las fórmulas de caída libre

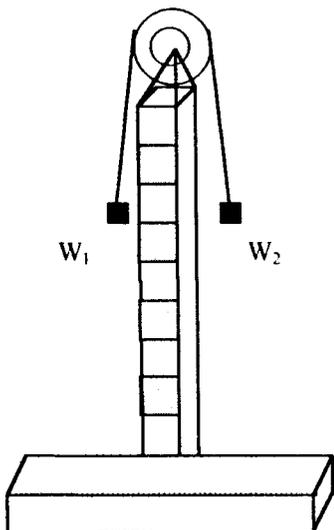
$$h = \frac{g t^2}{2}$$

$$g = \frac{2h}{t^2} \quad (2)$$

$$g = \frac{(m_1 + m_2) a}{m_2 - m_1}$$

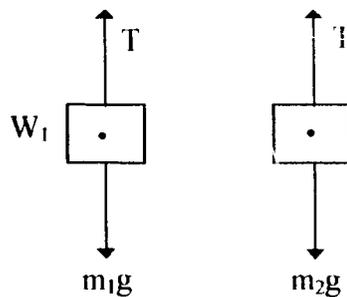
$$g = \left( \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1} \right) \frac{2h}{t^2}$$

### ARREGLOS EXPERIMENTALES:



- a) El prototipo presentado para verificar la dirección y sentido de la gravedad considerado como vector  $g$ .

Haciendo un diagrama de punto para los pesos obtenemos:



Dos masas cuelgan verticalmente sobre una polea sin rozamiento se obtiene lo que se conoce como máquina de Atwood que se utiliza para obtener la dirección y sentido de la gravedad aplicando las leyes de Newton.

$m_2 > m_1$  aplicando la segunda ley de Newton con una aceleración hacia arriba tanto a  $W_1$  como a  $W_2$   $\Sigma F_y = m_1 a$  hacia arriba

$$T - m_1 g = m_1 a \quad \dots\dots (1)$$

$$\Sigma F_y = -m_2 g \quad \text{hacia abajo}$$

$$m_2 g - T = m_2 a \quad \dots\dots (2) \quad \text{Sistemas de ecuaciones entre 1 y 2}$$

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$\underline{-T + m_2 g = m_2 a}$$

$$m_2 g - m_1 g = a (m_1 + m_2)$$

$$g = a \frac{(m_1 + m_2)}{(m_2 - m_1)}$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} g \quad \dots\dots(3)$$

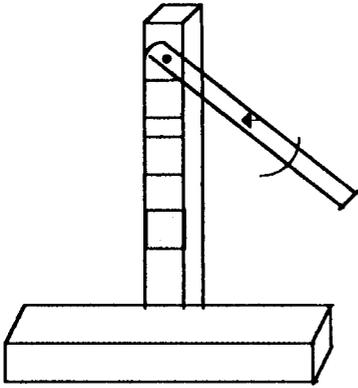
Podemos obtener la tensión de la cuerda sustituyendo en (3)

$$T = \frac{2(m_2 \cdot m_1)}{(m_1 + m_2)} g \quad \dots\dots(3)$$

b) Prototipos para encontrar el módulo de la gravedad ( $g$ )

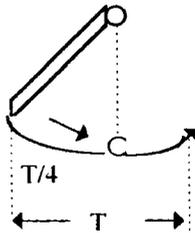
Los prototipos presentados para determinar experimentalmente el valor de la gravedad son:

b-1 El prototipo de la figura representa un péndulo simple del cual vamos a obtener el valor del período ( $T$ ).

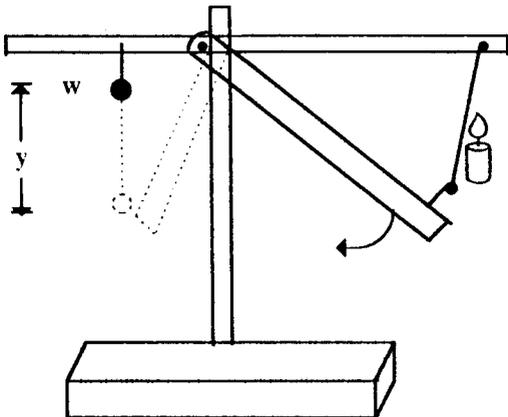


Que consta de un pedestal de madera que tiene como péndulo una regla que oscila en un eje utilizando la relación  $T = \frac{t}{n}$  encontramos el valor del período en un número  $n$  de oscilaciones, con el valor del período ( $T$ ) se hace uso de la relación para encontrar el valor del tiempo  $t = \frac{T}{4}$

ya que en el momento del impacto entre la pesa y el péndulo lo hace en el plano vertical con la cuarta parte del período del péndulo



b-2. Con el prototipo de la siguiente figura vamos a encontrar el valor de la distancia y recorrida por el peso  $w$  al cortar la cuerda que une con la regla del péndulo, en el momento del impacto con dicha regla.



Consta de un pedestal de madera que une una regla de madera con un peso  $w$  mediante una cuerda, al romperse la cuerda el peso  $w$  cae y va al encuentro con la regla determinando un valor de la distancia recorrida por el peso  $w$  hasta el impacto con la regla ( $y$ ).

Con el dato de  $y$  y usando las ecuaciones (2) encontramos el módulo de la gravedad

## 6.- RESULTADOS Y DECISION EXPERIMENTA

a) De acuerdo a los arreglos experimentales

obtenemos  $a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} g$  tomando como

$$m_1 = 0.05 \text{ Kg}$$

$$m_2 = 0.054 \quad a = \frac{(54 - 50) \text{ gr}}{(54 + 50) \text{ gr}} 9.8 \text{ m/seg}^2$$

$a = 0.376 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}$  que es la aceleración del sistema

$$T = \frac{2m_2 m_1}{m_1 + m_2} g$$

$$T = \frac{2 \times 0.05 \times 0.054 \text{ Kg}^2}{(0.05 + 0.054) \text{ Kg}} 9.8 \text{ m/seg}^2$$

$$T = 0.052 \text{ N}$$

Se ve que el movimiento esta dirigido hacia el peso que es mayor  $W_2$ .

b. Con el prototipo del pendulo simple experimentalmente

b-1 Para  $n = 10$  oscilaciones tenemos un tiempo de 17.8 seg.

$$T = \frac{t}{n} = \frac{17.8}{10} \text{ seg}$$

$$T = 0.445 \text{ seg.}$$

La expresión  $t = \frac{T}{4}$ , que corresponde a la cuarta parte del período del péndulo, correspondiente a la distancia entre el choque del peso con la regla

del pendulo reemplazando los datos  $t = \frac{17.8}{4} \text{ seg.}$

$$t = 0.445 \text{ seg}$$

b-2 En el prototipo correspondiente encontramos una distancia promedio  $y = 0.965\text{m}$  valor que al sustituir en la ecuación de caída libre.

$$g = \frac{2y}{t^2}$$

$$g = \frac{2 \times 0.965}{(0.445)^2} \quad t = 0.445$$

$$g = 9.69 \text{ m/seg}^2$$

## **Escuela Politecnica del Litoral**

### **Propuestas de Guías para el Estudiante**

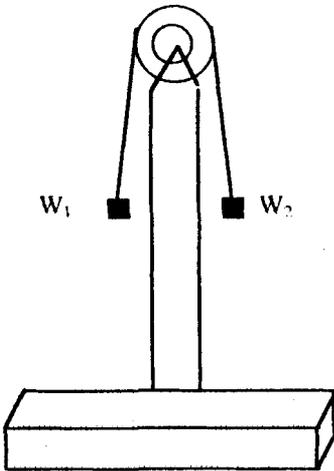
**1.- TEMA:** Caída Libre

**2.- OBJETIVO:** Encontrar experimentalmente el valor de la gravedad, realizar y analizar gráficos de altura, velocidad con el tiempo.

**3. INTRODUCCION:** Los prototipos presentados (tres) son necesarios para apreciar el movimiento de caída libre de un cuerpo con velocidad inicial cero, además de analizar las leyes y ecuaciones de este movimiento unidimensional.

**4.- EQUIPOS UTILIZADOS.-**

4.1. Prototipo utilizado para verificar la dirección y sentido de la gravedad



Está compuesto de:

- Base de madera
- Pedestal de madera
- Polea de plástico
- Pesas  $W_2 > W_1$
- Cuerda

4.1.1. Fundamento Teórico.- Se basa en las tres leyes de Newton

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_y = mxa$$

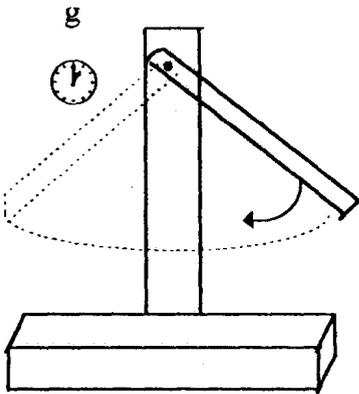
4.1.2. Experimentación con el equipo y con  $W_2 > W_1$  observe el movimiento y presente tareas.

4.1.2.1 Cual es la dirección y sentido de la gravedad

4.1.2.2 Calcular el valor de la aceleración del sistema con los pesos anteriores y tomando el valor de la gravedad de  $9,8 \text{ m/seg}^2$

4.1.2.3. Calcular el valor de la tensión de la cuerda, con los datos anteriores.

## 4.2. Prototipos utilizados para verificar el módulo de la gravedad.



a) Pendulo simple con el que determina el valor del periodo, consta de:

- Base y pedestal de madera
- Regla de madera
- Cronometro

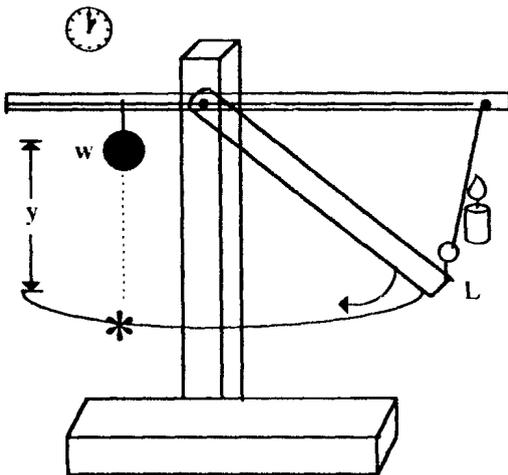
a-1 Fundamento Teorico. Se basa en las leyes fundamentales del péndulo simple

$$T = \frac{t}{n}$$

a-2 Con el equipo observe el movimiento y presente tarea:

a.2.1. Cual es el valor del período (T), el tiempo (t) para n oscilaciones.

b) Con el prototipo siguiente se utiliza para encontrar el valor de g mediante la obtención del valor de la altura y está compuesta de:



- Base y pedestal de madera
- Regla de madera
- Peso W
- Cuerda
- Cronómetro

b-1 Fundamento Teorico El peso  $w$  cae con velocidad inicial cero, en el momento que se rompe la cuerda y por las leyes de caída de los cuerpos se obtiene el valor de la altura al chocar con la regla.

b-2 Experimentación: Armar el equipo como se indica en la figura, romper la cuerda y hacer la tarea siguiente:

b-2-1 Calcular el valor del tiempo de caída del peso  $w$  al chocar con la regla  $L$ , utilizando la relación  $t = \frac{T}{4}$  y con el valor del período obtenido anteriormente.

b-2-2 Calcular el módulo de la gravedad utilizando las fórmulas de caída libre.

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

b-2-3 Calcular el error tomando como dato el valor de  $g = 9.8 \text{ m/seg}^2$ .

## **Programa en Turbo Pascal de Caída Libre.**

### **Objetivos:**

- Presentar el fenómeno de caída libre en simulación para observar el tiempo de movimiento, su velocidad final y su altura.
- Analizar y calcular mediante las relaciones y leyes de este movimiento las incógnitas que se soliciten por el computador.
- Lograr que el estudiante capte la realidad del movimiento
- Adiestrar el estudiante para el cálculo y razonamiento mediante el uso de las fórmulas del movimiento.
- Comparar los resultados hechos por el estudiante y los procesados por la máquina.
- Estimular al estudiante el aprendizaje de la Física con este poderoso método de observación.
- Presentar en la pantalla el movimiento de caída libre como una ayuda didáctica para el maestro (sin tomar en consideración la resistencia del aire y con velocidad inicial cero).

El programa consta de procedimientos para hacer ventanas ( 3).

**Texto**, dibujo de un globo, caída de un objeto desde el globo, ascenso del globo, botones y cuerpo principal de la programación.

En la primera ventana se enfoca el movimiento de caída libre con un globo en ascenso, dejando caer una esfera en forma continua, consta además de un texto en que se relaja una breve historia del movimiento con un fundamento teórico, sus leyes y formulas principales, en la parte inferior se encuentra algunos botones para continuar, regresar o salir de la pantalla.

En la segunda ventana tenemos la simulación del movimiento, donde se puede variar la altura del globo y nos presenta el valor correspondiente de la velocidad final y el tiempo, además presenta la opción para graficar altura vs tiempo, velocidad vs tiempo.

En la tercera ventana se presenta una tarea para el estudiante en la que tiene que realizar calculos en el papel y comparar con el resultado de la máquina, si el calculo es acertado se presenta una carita feliz, caso contrario se presenta una carita triste, finalmente con el botón salir terminamos la simulación de Pascal.

**Nota:** El programa de Pascal adjuntamos en un diskette.

## 4. MOVIMIENTO DE PROYECTILES

### DISEÑO DEL EQUIPO PARA MOVIMIENTO DE PROYECTILES. I

#### 1. NOMBRE DEL PROTOTIPO:

Movimiento de Projectiles (2)

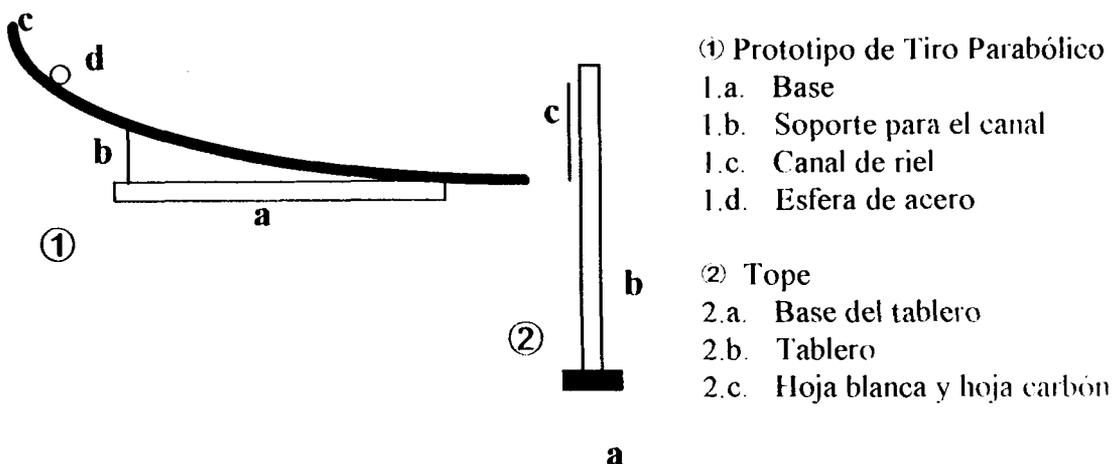
#### 2. OBJETIVO PARA EL CUAL FUE DISEÑADO:

Equipo de demostración de la independencia de los dos movimientos horizontal y vertical (M.R.U. y M.R.U.V.) en el movimiento parabólico.

#### 3. AUTORES

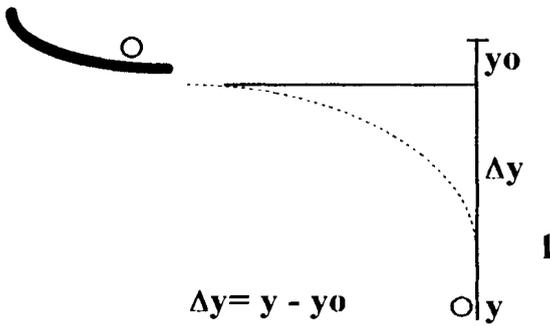
Grupo del curso de la maestría de la enseñanza de la física.

#### 4. ESQUEMA DEL EQUIPO



#### 5. FUNCIONAMIENTO

El instrumento sirve para demostrar la independencia de los movimientos según los ejes horizontal y vertical.



$$\Delta y = \frac{v_{0y}}{2} + gt^2$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \Delta y}{g}}$$

Para ello se produce el movimiento de un cuerpo de prueba (esfera de acero), altura de la rampa inclinada, frente de ella, se coloca una tope (tablero) para que la esfera choque en él.

De esa forma obtengo el tiempo; si relaciono con el espacio voy a concluir que el espacio (x) es directamente proporcional al tiempo (t)

$$x \propto t$$

Para tener éxito en la demostración se necesita que la rampa este horizontal en su último recorrido.

### **DE TABLAS DE CONSTRUCCION**

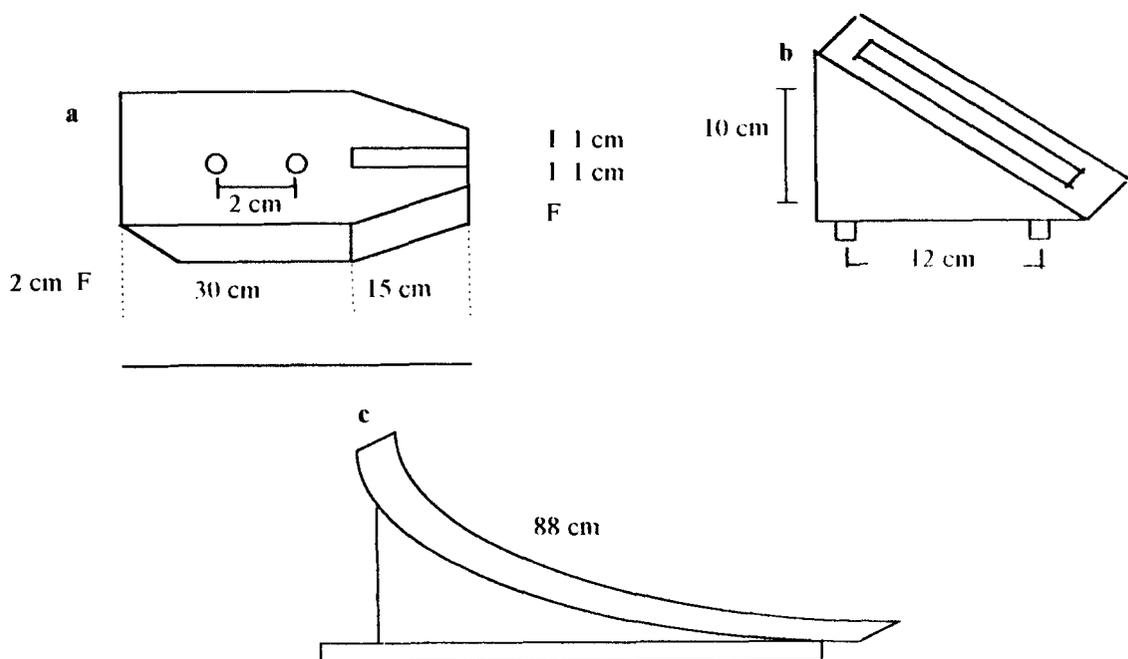
No.	Nombre de la pieza	Cant.	Materiales
1	Prototipo de tira parabólica	1	0,88m perfil de aluminio
2	Tope	1	0,43m perfiles del tablero más base para el tablero.

## EL ENSAMBLAJE DEL INSTRUMENTO:

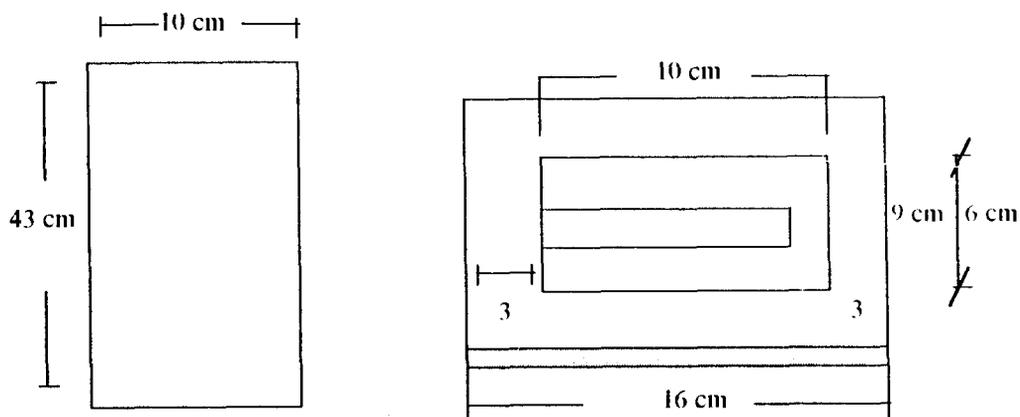
Se realiza de la siguiente manera:

### 1. Prototipo de tiro parabólico.

Se construye con madera la base y el soporte del canal de acuerdo a las figuras a y b, luego se coloca la riel del canal tomando en cuenta que el canal quede horizontal en los últimos de salida de la bola, para que esta adquiriera velocidad inicial horizontal,  $V_{ox}$ .



2. Tope: se construye de madera la base del tablero (a) y el (b) de acuerdo al siguiente esquema, se utiliza también una hoja en blanco y una hoja papel cartón para señalar donde inicia y termina el movimiento



### **OBSERVACIONES:**

Se presentara el equipo ensamblado en todas sus partes, el costo asumirá el grupo de trabajo de la tesis, este equipo se para demostrar las propiedades del movimiento parabólico.

## **DISEÑO DE EQUIPO DEL MOVIMIENTO DE PROYECTILES 2.**

### **1. NOMBRE DEL PROTOTIPO:**

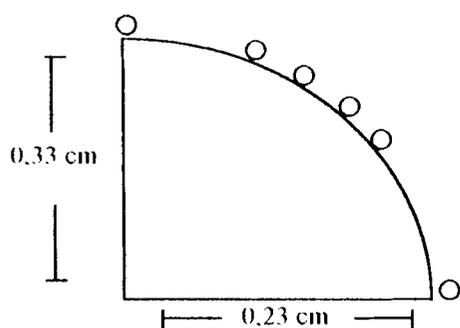
Movimiento Projectiles (1)

- 2. OBJETIVO:** Para el cual fue diseñado, equipo de observación de la independencia del movimiento horizontal y vertical (M.R.U. y M.R.U.V.) en el movimiento proyectiles

### 3. AUTORES:

Grupo de la maestría de la enseñanza de la Física.

### 4. ESQUEMA DE EQUIPO Y EQUIPO



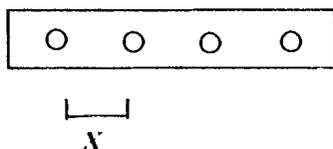
#### 1) Movimiento Parabólico

- a) base
- b) Area parabólica de vidrio acrílico.
- c) Esferas plásticas.

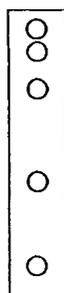
### 5. FUNCIONAMIENTO

Este instrumento sirve para la observación de los movimientos horizontales y verticales independientemente así:

#### OBSERVACION HORIZONTAL



#### OBSERVACION VERTICAL



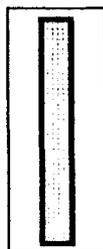
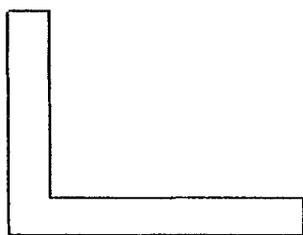
Distancias diferentes  
M.R.U.V.

## DETALLE DE LA CONSTRUCCION

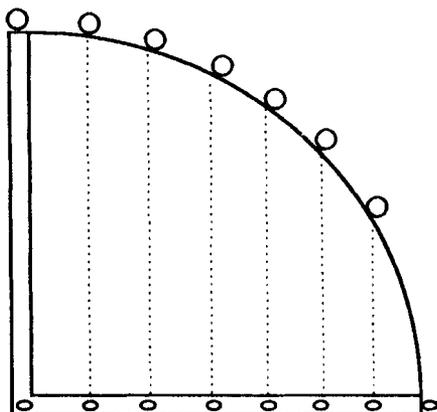
No.	Nombre de la pieza	Cant.	Materiales
1	Movimiento parabólico	1	0,33m de del equipo

El ensamblaje se realiza de la siguiente forma:

1. Primero se ensambla la base, que corresponde a los soportes perpendiculares, con ranura para colocar el vidrio con las esferas.



2. Se traza el área parabólica con el vidrio acrílico y se paga a 4cm las esferas de plástico del soporte horizontal.



## **OBSERVACIONES:**

Se presenta el equipo ensamblado en todas sus partes, el costo asumirá el grupo de trabajo de tesis, este equipo se usará para la observación análisis de la independencia de movimiento, horizontal y vertical en el movimiento parabólico.

## **Propuesta de Guías didácticas para el Maestro:**

### **Movimiento de proyectiles:**

Este experimento que presentamos sirve para que pueda apreciar el movimiento descrito por un proyectil que tenga velocidad inicial horizontal. Los experimentos han sido diseñados para observar y analizar las cualidades de este movimiento y para cuantificar algunas variables con el objeto de demostrar:

1. La independencia de los movimientos
  - a. Horizontal (movimiento rectilíneo uniforme)
  - b. Vertical (movimiento uniformemente variado).
2. Leyes fundamentales del Movimiento de proyectiles
3. Ecuaciones fundamentales del movimiento de proyectiles.

## **1.- INTRODUCCION**

El movimiento de proyectiles comenzó a estudiar Galileo, quien a base del análisis matemático y geométrico, logra establecer la relación de la trayectoria de un objeto físico con una ecuación matemática de una parábola  $y = -ax^2 - bx$

Hoy con la ayuda de fotografías de alta velocidad y de técnicas electrónicas se puede presentar evidencias directas de este fenómeno.

Para nuestro estudio lo realizaremos con la teoría de independencia de movimientos estudiado por Bruno, Galileo, Newton (sus seguidores). Einstein donde se estudio que para distancias pequeñas se tiene 2 movimientos, Horizontal (M.U.), Vertical (M.U.V.)

## 2. TEORIA (Está dada en Teoría del Movimiento)

## 3. ARREGLOS EXPERIMENTALES.

Las características del movimiento de proyectiles se puede estudiar cualitativamente y cuantitativamente con los dos prototipos estudiados.

a) Presentamos el prototipo tiro parabólico (1) formados por una base en l. de madera y la parabola de vidrio, simulando el movimiento de un proyectil vagando.

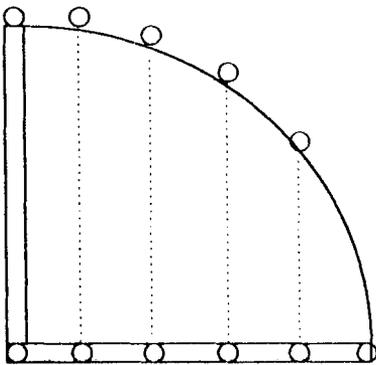


Figura 1

Si observamos la proyección horizontal del movimiento, nos daremos cuenta que las distancias son iguales, por lo que simula un movimiento uniforme. Fig. 1

Si giramos  $90^\circ$  de la horizontal en el plano miramos la proyección vertical, observaremos



Figura 2

que las proyecciones de las esferas están a distancias diferentes, por lo que simula un movimiento uniformemente variado.

Demostrando así en una forma cualitativa la independencia de los movimientos, horizontal (M.U.) y Vertical (M.U.V).

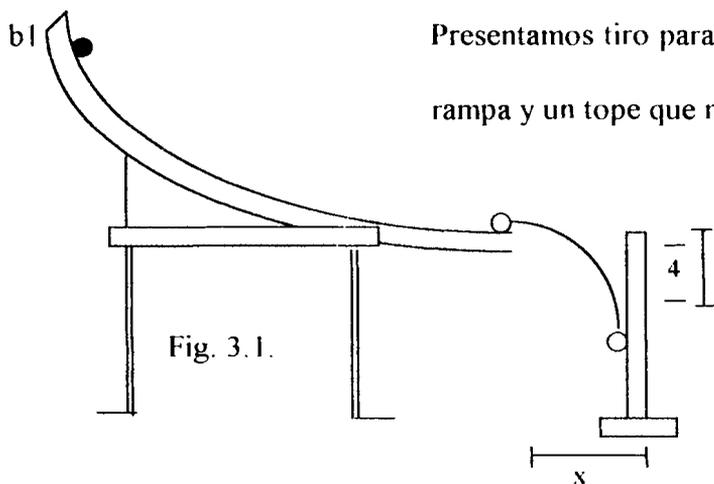


Fig. 3.1.

Presentamos tiro parabólico (2) formado por una rampa y un tope que nos dará la distancia  $y$ .

Cuantitativamente podremos demostrar el  $mu$  horizontal, cumpliéndose las leyes y ecuaciones del movimiento de la siguiente manera:

Se lanza la esfera de un solo sitio, permitiendo que ella choque en el tope utilizando una hoja (papel blanco - carbón), midiendo la distancia vertical del punto de partida al final del canal de riel y la huella dejada al chocar la esfera y el tope, como muestra la fig. 3

Si utilizamos la ecuación de caída libre de los cuerpos  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

podemos sacar el tiempo (t), y si relacionamos la distancia horizontal (X) es directamente proporcional al tiempo (t), permitiendonos así demostrar la independencia del movimiento horizontal (M.U.) y vertical (M.U.V.)

b.2 Cuantitativamente podremos demostrar que el alcance es proporcional a la  $V_{ox}$ .

Si lanzamos la esfera de diferentes sitios de la rampa, y medimos la distancia (x) del inicio de la rampa al punto de tope entre la esfera y el piso.

Si comparamos la energía mecánica al iniciar el movimiento en rampa (punto de partida) con la energía mecánica al final de la rampa obtendremos que:

$$E_{mo} = E_{mf}$$

$$mgh + \frac{1}{2} mV_i^2 = mgh_f + \frac{1}{2} mV_f^2$$

$$V_f = \sqrt{2gh}$$

$$V_f = V_{ox} = \text{cost}$$

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSION EXPERIMENTAL.-

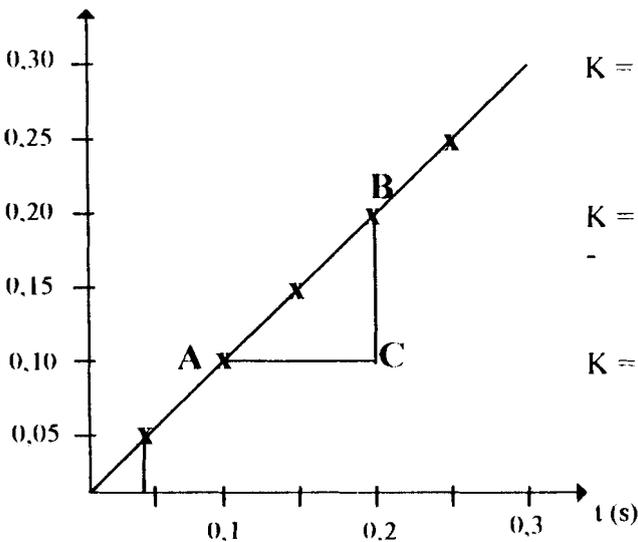
Luego de realizar los dos experimentos cualitativos y cuantitativos, tiro parabólico (1-2) concluiremos que:

a) En tiro parabólico (1) observamos la proyección horizontal que tiene las mismas distancias las proyecciones de las esferas, simulando movimiento uniforme, observamos también la proyección vertical que tiene diferentes

distancias las proyecciones de las esfers, simulando movimiento uniformemente variado, demostrando la independencia de los movimientos.

b1. Si medimos la distancia vertical del movimiento de proyectiles y calculamos el tiempo (t).  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  en 6 ocasiones.

Si relacionamos la distancia horizontal (x) y el tiempo (t) tendremos que distancia (x) es directamente proporcional al tiempo. Si graficamos X vs t tendremos una linea recta dirigida al Origen.



$K = \frac{BC}{AC}$

$K = \frac{0,1 \text{ m}}{0,1 \text{ s}}$

$K = 1 \text{ m/s}$

Unidades  $m = K = [m/s] = [LT^{-1}]$

$V_{ox} = 1 \text{ m/s}$

$X = x \cdot t$

$X = K \cdot t$

$X = V_{ox} \cdot t$

$K = V_{ox}$

x	y	t(s)
0,5	0,006	0,035
0,10	0,047	0,047
0,15	0,10	0,1425
0,20	0,158	0,88
0,25	0,258	0,23
0,30	0,442	0,3

$$X = x \cdot t$$

$$X = K \cdot t$$

$$X = V_{ox} \cdot t$$

$$K = V_{ox}$$

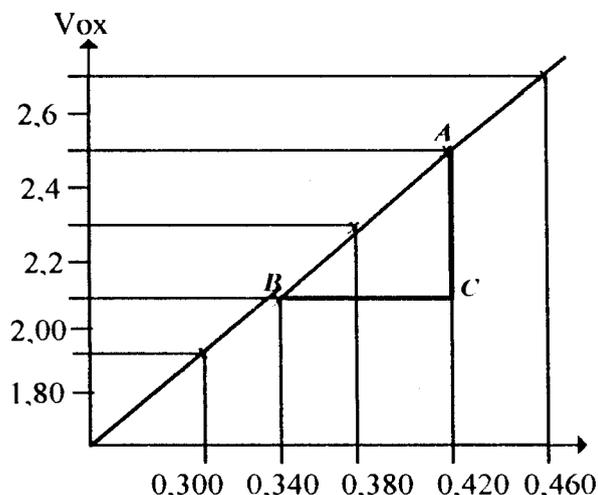
Obteniendo resultados satisfactorios en la experimentación, permitiendo demostrar la independencia del movimiento horizontal (M.U) y Vertical (M.U.V), asumiendo la aceleración de la gravedad ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ).

b.2 Si relacionamos la distancia horizontal con la  $V_{ox}$  constante en cada fenómeno y si variamos los sitios de lanzamiento; variará la  $V_{ox}$ ; por lo que demostraremos que  $V_{ox}$  es proporcional a el alcance; de la siguiente forma:

Hacemos 5 lanzamientos de sitios diferentes de la rampa midiendo en cada uno la altura de el punto inicial a la Horizontal de partida de la esfera y aplicando la ecuación  $V_{ox} = \sqrt{2gh}$ . Medimos el alcance (x) para cada uno de los lanzamientos.

<b>N</b>	<b>h (m)</b>	<b><math>V_{ox}</math> (m/s)</b>	<b><math>X_{max}</math> (m)</b>
1	0,19	1,92	0,311
2	0,226	2,10	0,352
3	0,262	2,27	0,393
4	0,302	2,43	0,412
5	0,34	2,58	0,46

b.2. Podemos demostrar que el alcance depende en la Velocidad inicial del proyectil cuando su altura permanece constante.



$$K = \frac{AC}{BC} =$$

$$K = \frac{2,43 - 1,92}{0,412 - 0,311}$$

$$K = \frac{0,511}{0,101} = \frac{\text{m/s}}{\text{m}} \text{ o } \text{S}^{-1}$$

$$K = 4,45 \text{ S}^{-1}$$

$$V_{ox} \sim S$$

## 5. CONCLUSIONES:

El material que hemos expuesto sirve para motivar, analizar el movimiento de proyectiles.

- Motivar el movimiento de proyectiles, haciendo a los estudiantes observar la independencia de los movimientos horizontal (M.U.) y vertical (M.U.V.).
- Realizaremos algunas mediciones de  $x, y$  y calcularemos  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  y luego del análisis del diagrama  $X$  vs  $t$ , podremos demostrar la independencia de los movimientos horizontal (M.U.) y vertical (M.U.V.)

## 6. RECONOCIMIENTO

## Guía de Trabajo para el Alumno

**Título:** Movimiento de proyectiles.

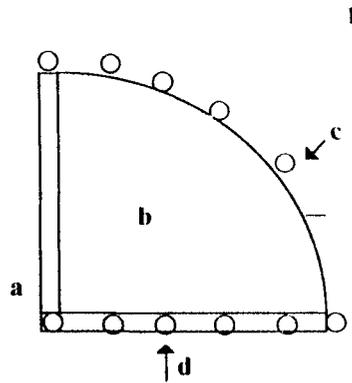
**Objetivo:** Demostrar la independencia de los movimientos, horizontal (M.U) y Vertical (M.U.V.)

**Introducción:** Los experimentos sirven para apreciar el movimiento descrito por un proyectil que tiene velocidad inicial horizontal, analizar la independencia de los movimientos, las leyes fundamentales y las ecuaciones del movimiento de proyectiles.

**Equipo:**

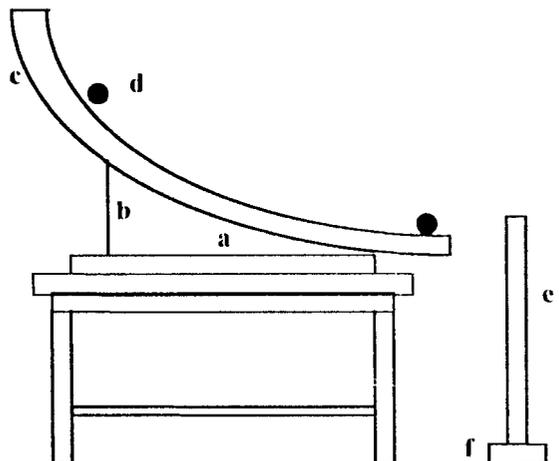
### 1. Movimiento Parabólico (1)

- Base de L de madera
- Area parabólica de vidrio acrílico
- Esferas plásticas
- Proyección de las esferas.



### 2. Movimiento parabólico (2)

- Base
- Soporte para el canal
- Canal de riel
- Esfera de acero
- Tapa
- Hoja (blanca-carbón)



**Fundamento Teórico.** (Está dado en la Teoría del movimiento)

**Experimento a:**

a) Con el equipo de movimiento parabólico (1) observe las proyecciones de las esferas en la base horizontal y vertical.

a.1 Observe y analice las proyecciones de las esferas en la base horizontal

a.2. Observe y analice las proyecciones de los esferos en la vertical, o sea girando  $90^\circ$  de la bae en el plano.

**Experimento b**

b.1 Utilizando el equipo del movimiento parabólico (2).

- Coloque la esfera en un punto de la rampa .
- Detenga la esfera con la regla.
- Lance la esfera y mire el alcance máximo que tiene esto, o sea sin el tope.
- Mida distancias iguales del alcance y ponga la rampa en la primera distancia (x) m.
- Coloque la esfera en el mismo punto de la rampa y alcance la esfera hasta que impacte en el tope.
- Mida la distancia vertical y
- Realice esto en todos los puntos de distancias (x) m.

### Tareas b

- b.1. Demuestre la ecuación del t
- b.2. Calcule el tiempo en cada medida de y, utilizando la ecuación t.
- b.3. Complete los valores de la tabla.

N	X (m)	Y (m)	t (m)	K m/s
1				
2				
3				
4				
5				
6				

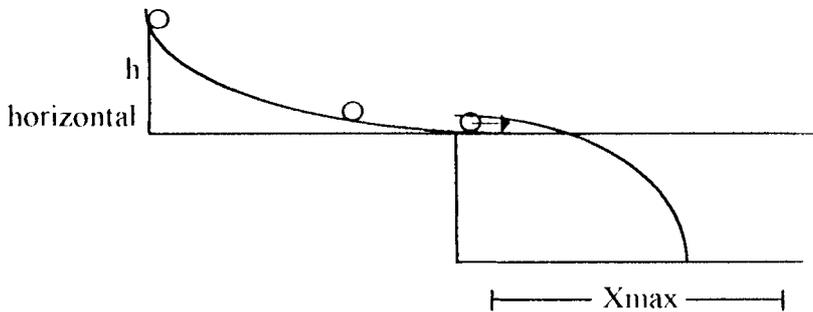
- b.4. Con los valores de la tabla b.3, realice el gráfico X(m) vs t(s)
- b.5. Analice la K del diagrama X(m) vs t(s)
- b.6. Demuestre la independencia de movimientos horizontal (M.U.) y vertical (M.U.V.)

### Experimento c

Utilizando el equipo del movimiento Parabólico (2)

- Coloque la esfera en un punto de la rampa
- Detenga la esfera con la regla

- mida la distancia  $h$  - horizontal - centro de la esfera, colocada en la rampa ( $h$ ).
- Lance la esfera y mire el alcance máximo que tiene ( $X_{\text{máx}}$ )
- Realice el mismo procedimiento para 5 diferentes puntos de la rampa.



### Tarea C

N	$h$ (m)	$V_{\text{ox}}$ (m/s)	$X_{\text{máx}}$ (m)
1			
2			
3			
4			
5			

C1 Complete los valores de la tabla

C2 Demuestre la ecuación de  $V_{\text{ox}}$  (Velocidad Horizontal)

C3 Con la tabla de valores C1, realice el gráfico  $V_{\text{ox}} = f(X_{\text{máx}})$

C4 Analice la constante  $K$  del gráfico

**PROGRAMA TURBO PASCAL DE SIMULACION DE EXPERIMENTO  
DE  
MOVIMIENTO DE PROYECTILES**

**OBJETIVOS:**

El programa de Pascal que se realizó utilizando las técnicas de computación y que presentamos en un diskett está construido para utilizarlo de la siguiente manera:

1. Para un refuerzo y afianzamiento de los contenidos tratados en teoría
2. Que el estudiante realice la simulación del fenómeno, donde el pueda apreciar todas las características del movimiento de proyectiles
3. Que el estudiante pueda autoevaluarse jugando con el computador.

Programa en Turbo Pascal del Movimiento de Proyectiles.-

El programa para el movimiento de proyectiles está diseñado en tres páginas:

**Primera Página**, presenta el fenómeno con lo principal de la Teoría, de la historia y de sus principales ecuaciones, también presenta la simulación del fenómeno. En la parte inferior se encuentra tres botones para continuar, regresar y salir de la pantalla.

**Segunda Página,** Se observa algunos casilleros, entre los cuales está el nombre del fenómeno “ Movimiento de proyectiles” , el cronómetro, gráficos, mandos de páginas, etc. Se observa el fenómeno que se realiza disparando un proyectil que tiene una velocidad no horizontal , el estudiante podrá ingresar datos del ángulo y la velocidad inicial, el computador realizara la simulación del fenómeno, y los gráficos que relaciona  $X$  vs  $t$  y  $Y$  vs  $t$ , la altura máxima y el alcance máximo.

**Tercera Página,** se da la oportunidad de que el estudiante pueda autoevaluarse, aplicando la teoría que haya comprendido del fenómeno. Esta evaluación el estudiante lo realizará en el papel aplicando las ecuaciones del movimiento de proyectiles para alcance máximo y altura máxima, y comparará el resultado (que se dará en números enteros) de la máquina si el cálculo es acertado presenta una carita feliz y en caso contrario presenta una carita triste.

## **CAPITULO II**

### **ENFOQUE METODOLOGICO**

#### **1. ANTECEDENTES**

La reforma educativa que se perfila e impulsa desde instancias ministeriales, es sin duda un reto para todos aquellos que dedican sus esfuerzos a la enseñanza en los diferentes niveles del sistema educativo y también para toda la población, en la medida en que quizás la enseñanza junto con la salud son los dos aspectos dentro del sistema político que afecta más directa y exactamente a los ciudadanos.

La necesidad de renovación del sistema educativo no debe ser visto exclusivamente como el interés político de unos pocos sino como la inexcusable necesidad de formar a ciudadanos que vivirán inmersos en una sociedad con una presencia cada vez mayor de la tecnología y por ende de los avances científicos que desde hace unas décadas se producen con una rapidez creciente.

La masiva utilización de estos avances científicos y tecnológicos se convierten en un factor relevante en el mundo de la educación. En este marco, la contribución con nuevos enfoques en la formación del profesorado de ciencias debe verse como un compromiso ineludible. El papel del profesor de Física no es enseñar Física, sino estimular el trabajo científico; debe enseñar la Física como una reflexión sobre la investigación y tratar de obtener un aprendizaje significativo, a fin de que el alumno adquiera y retenga el conocimiento científico.

El profesorado de ciencias debe descartar la idea generalizada de que los estudiantes llegan a la clase con la cabeza vacía, en lo que a conocimientos científicos se refiere, la etapa más importante en el proceso de enseñanza aprendizaje debe ser ayudar a los chicos a articular y a expresar a través de la discusión, sus conocimientos previos.

Esto ayudará al profesor a proponer las actividades más adecuadas y los alumnos estarán en condiciones de realizar un trabajo práctico al que encontrarán significado y podrán ser capaces de seleccionar y dar sentido a la información que proporciona un experimento, teniendo al laboratorio como un recurso pedagógico para la consecución de varios fines:

a) Debería dar al estudiante la oportunidad de poner a prueba los principios que ha aprendido en teoría.

b) Debería aprender de primera mano las ordenes de magnitud de las cantidades estudiadas (Física Contemporánea, Primera Parte, Pág. 4)

Actualmente la investigación especializada propone un cambio en el tratamiento del trabajo práctico que lo haga más coherente con la propia epistemología de la ciencia y con la visión constructivista del aprendizaje.

## **2. LOS PRECONCEPTOS**

Una de las líneas de investigación que se ha mostrado últimamente mas fecunda en la didáctica de las ciencias es la centrada en los errores conceptuales de los alumnos. Dichas investigaciones han puesto de manifiesto la existencia en los alumnos de preconceptos - o mejor aún, de verdaderos esquemas conceptuales - difícilmente desplazables por los conocimientos científicos enseñados en la escuela y han conducido a proponer un modelo de enseñanza de las ciencias basados en estrategia de cambio conceptual (Enseñanza de las Ciencias, 1985, PP, 113-120).

La existencia de preconceptos en cualquier dominio científico y concretamente en el de Física, es evidente. Los preconceptos involucran creencias incompatibles con el conocimiento científico o superadas por él. Conviene fundamentar la necesidad de estrategias de enseñanzas basadas no sólo en el cambio conceptual sino también en el metodológico.

La principal dificultad para una correcta adquisición de conocimiento, no residiría en la existencia de preconceptos si no en la metodología. Con objeto de contrastar la persistencia de errores conceptuales y metodológicos en alumnos y profesores hemos realizado una encuesta cuyos resultados constan en el anexo # 2; donde los resultados ponen en evidencia el operativismo mecánico, consistente en proceder a meras sustituciones de datos en fórmulas sin reflexión previa, sin análisis de resultados .

Estos conceptos precientíficos se presentan asociados a una metodología de la superficialidad caracterizada por respuestas seguras y rápidas no sometidas a ningún tipo de análisis. Solo la reiterada aplicación de la metodología científica, en los alumnos - Pasando de las certezas aparentes a pensar en términos de hipótesis que deben ser precisadas y contactadas -, podría modificar los resultados obtenidos.

Los preconceptos, según la teoría de Ausubel corresponden a conocimientos anclados en subsumidores incorrectos o parcialmente verdaderos. Para liberarse de los preconceptos se requiere lo que Ausubel llama “ asimilación obliterativa”.

Entre los más comunes tenemos:

**Posición** consideran equivalente los conceptos de desplazamientos y espacios recorridos; muchas veces los confunden con el de trayectoria. Asocian el

movimiento a aquellos objetos cuerpos o sistemas que lo pueden realizar de forma mecánicas o por sí mismos (un coche, una persona andando, pero no un árbol); incluso no creen que se mueva lo que hay dentro (un conductor, el reloj de pulsera del sujeto).

Les resulta difícil salir de su sistema de referencia habitual al que consideran reposo absoluto e, incluso cuando lo logran, siguen pensando que parece que se mueve; tienen dificultades para asumir que un sistema está en reposo si se mueve con la misma velocidad que el sistema de referencia.

No son capaces de fijar un plano de referencia  $X_2y$  con el objeto de conocer la distancia recorrida y en un tiempo  $t$  no conocer el parámetro tiempo total del movimiento

No pueden fijar un plano de referencia  $(x,y)$  con el objeto de conocer la distancia recorrida en tiempo dado  $(x,y)$ , por la intervención de las dos variables.

No toman en cuenta el ángulo que forma la Horizontal con la  $V_0$  del proyectil, para asumir el alcance de los proyectiles

**Velocidad.-** la velocidad es siempre espacio partido por tiempo. Identifican los km./h pero tienen muchas más dificultades con los m/s. No ven clara la diferencia entre velocidad instantánea y velocidad media.

Confunden la velocidad con el movimiento; movimiento constante es aquel cuya velocidad es constante. No consideran el carácter vectorial de la velocidad; confunden velocidad con rapidez o celeridad.

Consideran que los cuerpos más pesados caen más rápido que los cuerpos livianos.

Confunden velocidad media con velocidad instantánea

Desconocen el concepto de que la velocidad inicial es y en movimiento de subida, es igual a la velocidad final en el plano de referencia y.

Desconocen que la  $V_{ox}$  es constante en todo el movimiento.

Desconocen la  $V$  ( $V_{ox}$ ,  $V_{oy}$ ) es igual la inicial y la final en un mismo plano de referencia.

Cree que la altura máxima está dada, cuando la velocidad es cero

No tienen claro el principio de independencia de los movimientos horizontal (M.U) y Vertical (M.U.V).

**Aceleración** Confunden aceleración con velocidad alta. La aceleración significa aumento de velocidad por lo que frenar no es acelerar. Existe una gran dificultad para introducir el carácter vectorial de la aceleración. Tienen

problemas con las unidades y, sobre todo con el significado de segundo al cuadrado en el denominador.

Creer que la gravedad es igual en todos los puntos del globo terráqueo.

No consideran a la gravedad como un vector sino como un escalar

Creer que el vector gravedad tiene algunas direcciones según la encuesta realizada con alumnos de la Politécnica en fecha junio 96 en la que indican que la gravedad está dirigida hacia arriba, hacia arriba y hacia abajo, no tiene dirección. Con un 47% de error (ver anexos en detección de pre-conceptos).

No tiene idea de campo gravitacional, en la intersección de un cuerpo: por lo que no pudieron analizar la dirección de la gravedad un 55,9% en los eventos realizados este año tanto a estudiantes como a profesores. (ver anexo de encuesta).

Cree que la aceleración de un proyectil está proyectado en el plano.

No tienen el concepto que la aceleración y la velocidad es una operación de carácter vectorial.

**Gráficas y simbolismos matemáticos** tienen dificultades para interpretar desde el punto de vista físico una gráfica, una ecuación o un resultado matemático. Confunden la trayectoria con la gráfica  $e/t$ . Interpretan las

gráficas  $e/t$  y  $v/t$  de la misma forma. No ven la necesidad de que exista proporcionalidad en las cantidades representadas en los ejes de coordenadas de las gráficas.

Suelen tener problemas en la representación y, sobre todo, en las extrapolaciones de los datos no medidos; es muy habitual el unir punto a punto, persistiendo este error a pesar de la insistencia reiterada del profesor.

No saben escoger las escalas para hacer gráficos del movimiento en especial las gráficas semilog y logarítmicas.

No pueden identificar las variables y la pendiente de un gráfico.

Carecen de conocimientos para interpolar y extrapolar datos no medidos.

En los gráficos unen punto a punto los gráficos, carecen de práctica para linealizar una recta o una curva.

No ven la necesidad de graficar los parámetros luego de un experimento, indispensables para hacer interpretaciones desde el punto de vista físico.

### **3. PLANIFICACION DIDÁCTICA DEL MOVIMIENTO.-**

Los fundamentos para la acción didáctica de los profesores en el aula, es un proceso de planificación de cualquier intervención docente, el profesor individual

o colectivamente pone en juego sus conocimientos científicos y didácticos y sobre todo su práctica educativa (anexo I).

Desde esta perspectiva consideramos fundamental incidir en todos los elementos que puedan aportar ideas a los profesores de cara a la decisión que toman, explícita o implícitamente, en un momento tan importante de su labor diaria.

Además debe incidir en la necesidad de romper con la inercia de la homogeneidad de temarios, programas y métodos. En cualquier caso da una mayor responsabilidad al profesor realizar instrumentos para hacer frente a esta competencia .

En este contexto podríamos enmarcar nuestro trabajo: analizar la problemática que tiene la enseñanza y el aprendizaje de un tema determinado, extraer consecuencias didácticas para su trabajo en el aula y plantearnos una propuesta didáctica concreta, aunque no sea esta la única posible . En efecto los fundamentos que usamos para esta investigación son:

- a) Perspectiva del profesorado en ejercicio
- b) Análisis científico (conceptual y procedimental de los contenidos)
- c) Estudio de la problemática de aprendizaje de dichos contenidos y
- d) Selección de actividades y estrategias didácticas.

● **PERSPECTIVA DEL PROFESORADO EN EJERCICIO.-**

Uno de los elementos que puede servir de referencia es la reflexión sobre la práctica diaria y la contratación con la de otros profesores que también se plantean diariamente similares retos, respecto a trascendentales aspectos como son:

- a) Nivel donde debe enseñarse estos contenidos .
- b) Importancia de los contenidos en estos niveles .
- c) Dificultades didácticas de los contenidos.
- d) Propuestas metodológicas utilizadas.

Ahora bien, aprovechando la oportunidad de intercambiar experiencias entre los alumnos del curso de maestría en Física que se dicta en la ESPOL, respecto a la enseñanza aprendizaje del "movimiento", aplicamos una encuesta a los profesores que asisten a esta maestría, sobre los aspectos mencionados y el resultado obtenido es el siguiente:

**Respecto al nivel donde debe enseñarse estos contenidos** advierte una tendencia general a abordar en los primeros niveles las nociones de reposo y movimiento, sistemas de referencia, trayectoria y desplazamiento de forma más intuitiva que sistematizada. Las justificaciones o criterios aludidos por los profesores en sus decisiones son variadas (el esquema conceptual del alumno, su capacidad de razonamiento y sus conocimientos matemáticos, la propia

experiencia, el grado de dificultad, la motivación, el interés, etc.) sin embargo parece debido más a una inercia docente que a otras causas que no llegan a cubrir lo necesario para comprender el movimiento.

**Respecto a la importancia de los contenidos en estos niveles,** existe un criterio generalizado de que se sobrevalora la importancia de las ecuaciones representativas de los movimientos a los conceptos físicos, dándose énfasis a la aplicación de fórmulas en la resolución de problemas.

**Respecto a las dificultades didácticas de los contenidos** hay un conjunto de ellas, según los profesores, que suelen ser habituales en el desarrollo de este módulo, como son: No distingue entre dirección y sentido en las cantidades vectoriales. Problemas con la utilización de los sistemas de referencia. Confusión entre rapidez y velocidad. Confusión entre velocidad media e instantánea. Dificultades para conceptualizar la aceleración y sus componentes. Identificación de conceptos con fórmulas (la velocidad es  $v = e/t$ ). Falta hábito en el uso de gráficas.

**Respecto a las propuestas metodológicas utilizadas** se indicó lo siguiente:

Que los recursos más utilizados son las explicaciones del profesor y la realización de problemas. Que se realizan experiencias de laboratorio para abordar determinadas unidades conceptuales, usando técnicas de trabajos en

grupos. Aceptan que existe escasa relación entre el desarrollo teórico y práctico.

Además, tienen dificultad importante en la medición si se utiliza cronómetros normales y los incluidos en los equipos didácticos del plantel. Resulta complicado el estudio del movimiento uniforme en el plano horizontal, sobre todo si hay que controlar varios montajes a la vez, para conseguir una aproximación que no induzca a errores a los alumnos.

- **ANÁLISIS CIENTÍFICO DE LOS CONTENIDOS.-**

Otro de los fundamentos de cualquier propuesta didáctica en ciencias deriva de los propios conocimientos científicos implicados y de la percepción que tengamos de la naturaleza de dicho conocimiento. Creemos que la profundización de los contenidos de la enseñanza no sólo es una exigencia obvia del profesorado sino que además da soluciones didácticas a muchos de los problemas planteados en la delimitación, selección y secuenciación de los contenidos objeto de la enseñanza.

Dada nuestra percepción de los mismos, tendremos que realizar: El análisis del marco conceptual y análisis de los contenidos procedimentales. Para realizar el análisis del marco conceptual hemos distribuido las unidades mencionadas en tres esquemas conceptuales, que constan en el anexo # 3.

En el anexo 3 figura #1, se enmarca la intencionalidad del estudio de la cinemática: el reposo y el movimiento de las partículas y de los sistemas físicos. Sin duda, los conceptos de reposo y de movimiento son los más relevantes de este módulo aunque ambos se encuentran mediatizados por el sistema de referencia. Al respecto habría que indicar que el tema del movimiento relativo podría resultar complejo didácticamente.

En el anexo 3, figura #2 aparece el marco conceptual que sustenta el estudio de la cinemática., donde se puede apreciar cómo los conceptos de velocidad y aceleración constituyen el armazón fundamental en esta parte de la física. Cabe destacar que, si algunos de ellos aparecen en un mismo nivel jerárquico (velocidad, aceleración, velocidad media, velocidad instantánea) no presupone ninguna secuencia organizativa sino más bien un planteamiento pedagógico.

En el anexo 3, figura # 3 podría considerarse como un complemento de los anteriores. En él se resalta que en el estudio del movimiento de las partículas o de los sistemas hay dos instrumentos matemáticos que se ponen al servicio del mismo: las representaciones gráficas y las ecuaciones representativas.

Quizás muchos profesores insisten tanto en estos contenidos que transmiten una percepción equivocada de esta parte de la Física. No obstante, no es un

problema científico de los contenidos del módulo sino un planteamiento didáctico poco coherente con lo que se pretende.

Para realizar el análisis científico de los contenidos procedimentales nos fundamentaremos en los mapas conceptuales anteriores, según los cuales merecen ser destacados los siguientes aspectos:

Para relacionar el marco procedimental con el conceptual, utilizamos la técnica de la V de Gowin, habiendo obtenido las representaciones correspondientes en el anexo # 4, esquema 1-2-3-4 (correspondiente al movimiento uniforme, uniformemente variado, caída libre de los cuerpos y movimientos de proyectiles). El análisis científico de contenidos planteados, permite extraer las siguientes conclusiones:

Esta unidad didáctica permite poner en juego un gran conjunto de procedimientos como contenidos de enseñanza: descripción de observaciones, realización de montajes, predicción de resultados, realización de medidas y valoración de errores, representación e interpretación de gráficas, valoración de resultados matemáticos, establecimiento de conclusiones, etc.

El marco conceptual aunque sea común no debe obviarse en el desarrollo de los contenidos procedimentales. Se debe y se puede aprovechar la proximidad

que tienen algunos conceptos del lenguaje cotidiano (como la velocidad y la aceleración) para a partir de ellos lograr la formalización académica de los mismos.

El tema se presta a seguir reiteradamente la secuencia: observación, recogida de datos, análisis de los mismos, ley experimental, cuestión que no debe generalizarse a todas las unidades de la ciencia. Resulta extremadamente útil el trabajo en grupos y la elaboración de informes, dada la supeditación de las conclusiones a la recogida de datos. Es importante que el alumno perciba como un todo el aprendizaje de contenidos conceptuales y procedimentales.

## ● **ESTUDIO DE LA PROBLEMÁTICA DEL APRENDIZAJE DE LOS CONTENIDOS**

Al respecto hay que resaltar la proliferación de estudios realizados en este ámbito en los últimos tiempos. Creemos interesante aprovechar dichos logros de cara no sólo a diagnosticar situaciones, sino para intervenir en ellas. Así pues, debemos analizar y solucionar los problemas del aprendizaje de contenidos que presentan los alumnos, entre los cuales podemos mencionar los siguientes:

El alumno no está acostumbrado a trabajar con material escrito que le plantee interrogantes que precisen un razonamiento; en otros niveles educativos las

respuestas se buscan en el propio texto y no como fruto de una inferencia inmediata.

El alumno no suele establecer relaciones entre sus aprendizajes, no sólo en cuanto a los contenidos de diferentes lecciones sino muchas veces entre la teoría, los problemas y, sobre todo, las experiencias de laboratorio.

El alumno no valora de la misma forma el trabajo experimental que las explicaciones del profesor o el estudio del libro de texto, considerando más los aspectos lúdicos que los formativos de dicho trabajo.

El alumno juega muchas veces a buscar la respuesta que quiere el profesor o a encubrir sus desconocimientos con contestaciones que no dicen nada; por ello, es preciso diversificar las fuentes de información para conocer cuáles son sus auténticas ideas y razonamientos, que la mayoría de las veces tienen errores conceptuales llamados preconceptos analizados anteriormente. Entre los más comunes tenemos:

**Posición** consideran equivalente los conceptos de desplazamientos y espacios recorridos; muchas veces los confunden con el de trayectoria. Asocian el movimiento a aquellos objetos cuerpos o sistemas que lo pueden realizar de forma mecánicas o por sí mismos (un coche, una persona andando, pero no un

árbol); incluso no creen que se mueva lo que hay dentro (un conductor, el reloj de pulsera del sujeto).

Les resulta difícil salir de su sistema de referencia habitual al que consideran reposo absoluto e, incluso cuando lo logran, siguen pensando que parece que se mueve; tienen dificultades para asumir que un sistema está en reposo si se mueve con la misma velocidad que el sistema de referencia.

No son capaces de fijar un plano de referencia  $X_2y$  con el objeto de conocer la distancia recorrida y en un tiempo  $t$  no conocer el parámetro tiempo total del movimiento

No pueden fijar un plano de referencia  $(x,y)$  con el objeto de conocer la distancia recorrida en tiempo dado  $(x,y)$ , por la intervención de las dos variables.

No toman en cuenta el ángulo que forma la Horizontal con la  $V_0$  del proyectil, para asumir el alcance de los proyectiles

**Velocidad.-** la velocidad es siempre espacio partido por tiempo. Identifican los km./h pero tienen muchas más dificultades con los m/s. No ven clara la diferencia entre velocidad instantánea y velocidad media.

Confunden la velocidad con el movimiento; movimiento constante es aquel cuya velocidad es constante. No consideran el carácter vectorial de la velocidad; confunden velocidad con rapidez o celeridad.

Consideran que los cuerpos más pesados caen más rápido que los cuerpos livianos.

Confunden velocidad media con velocidad instantánea

Desconocen el concepto de que la velocidad inicial es y en movimiento de subida, es igual a la velocidad final en el plano de referencia y.

Desconocen que la  $V_{ox}$  es constante en todo el movimiento.

Desconocen la  $V$  ( $V_{ox}$ ,  $V_{oy}$ ) es igual la inicial y la final en un mismo plano de referencia.

Cree que la altura máxima está dada, cuando la velocidad es cero

No tienen claro el principio de independencia de los movimientos horizontal (M.U) y Vertical (M.U.V).

**Aceleración** Confunden aceleración con velocidad alta. La aceleración significa aumento de velocidad por lo que frenar no es acelerar. Existe una gran dificultad para introducir el carácter vectorial de la aceleración. Tienen problemas con las unidades y, sobre todo con el significado de segundo al cuadrado en el denominador.

Creen que la gravedad es igual en todos los puntos del globo terráqueo.

No consideran a la gravedad como un vector sino como un escalar

Creen que el vector gravedad tiene algunas direcciones según la encuesta realizada con alumnos de la Politécnica en fecha junio 96 en la que indican que la gravedad está dirigida hacia arriba, hacia arriba y hacia abajo, no tiene dirección. Con un 47% de error (ver anexos en detección de pre-conceptos).

No tiene idea de campo gravitacional, en la intersección de un cuerpo; por lo que no pudieron analizar la dirección de la gravedad un 55,9% en los eventos realizados este año tanto a estudiantes como a profesores. (ver anexo de encuesta).

Cree que la aceleración de un proyecto está proyectado en el plano.

No tienen el concepto que la aceleración y la velocidad es una operación de carácter vectorial.

**Gráficas y simbolismos matemáticos** tienen dificultades para interpretar desde el punto de vista físico una gráfica, una ecuación o un resultado matemático. Confunden la trayectoria con la gráfica  $e/t$ . Interpretan las gráficas  $e/t$  y  $v/t$  de la misma forma. No ven la necesidad de que exista proporcionalidad en las cantidades representadas en los ejes de coordenadas de las gráficas.

Suelen tener problemas en la representación y, sobre todo, en las extrapolaciones de los datos no medidos; es muy habitual el unir punto a punto, persistiendo este error a pesar de la insistencia reiterada del profesor.

No saben escoger las escalas para hacer gráficos del movimiento en especial las gráficas semilog y logarítmicas.

No pueden identificar las variables y la pendiente de un gráfico.

Carecen de conocimientos para interpolar y extrapolar datos no medidos.

En los gráficos unen punto a punto los gráficos, carecen de práctica para linealizar una recta o una curva.

No ven la necesidad de graficar los parámetros luego de un experimento, indispensables para hacer interpretaciones desde el punto de vista físico.

## ● SELECCION DE ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

Todos los elementos anteriores nos permiten la selección de unos contenidos de aprendizaje y la organización de los mismos en una secuencia de enseñanza, se elaboró los submódulos reposo y movimiento, conceptualización de la velocidad, movimiento rectilíneo uniforme, conceptualización de la aceleración, movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, Conceptualización de gravedad, Caída libre de los cuerpos,

Movimiento de proyectiles, anexo 5 esquema 5-6-7-8. En cada uno de los anexos aparecen cuatro columnas.

La primera representa esquemáticamente los submódulos indicados. La segunda contiene preguntas claves que orientan sobre los interrogantes centrales de cada una de las actividades diseñadas, con la finalidad de que el aprendizaje se realice a partir de las ideas de los alumnos y de la propia coherencia científica de los contenidos implicados.

La tercera se refiere a los contenidos procedimentales que tratamos que el alumno aprenda a partir de las actividades desarrolladas. La cuarta columna que hemos denominado intenciones educativas, perfila qué resultados obtendremos en dicho momento didáctico.

Obviamente, partimos de la expresión de ideas de los alumnos con el fin de crear en ellos estructuras conceptuales, hacerlos conscientes de sus propios conocimientos, que logren diferenciarlos de los de otros compañeros y utilicen estos conocimientos en nuevas situaciones.

## **CAPITULO III**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **1. HISTORIA DEL MOVIMIENTO**

El análisis del movimiento rectilíneo, el comportamiento de los cuerpos en caída libre, es uno de los más antiguos problemas que ocuparon la atención de los filósofos, al respecto el historiador Herbert Butterfield en *The Origins of Modern Science*, observa: “ De todos los obstáculos intelectuales a que se ha enfrentado la mente humana y a los que ha vencido en los últimos 1500 años, el que me parece que ha sido más sorprendente en su carácter y el más estupendo por el alcance de sus consecuencias es el que se relaciona con el problema del movimiento”.

Es a partir del siglo XVII que la atención se enfocó en la descripción y comprensión del movimiento local y la concepción moderna hizo su aparición a un paso que en la perspectiva de la historia parece ser extremadamente rápido. Así pues vale la pena citar a los principales físicos que han aportado con sus ideas para llegar al dominio del conocimiento del movimiento y las leyes que lo rigen.

**1.1. Aristóteles (384-322 AC)** sostenían que el movimiento sólo es posible si un agente obra constante sobre el cuerpo que se mueve, dividió en dos clases principales: Movimiento natural y movimiento violento.

**MOVIMIENTO NATURAL** .- Procede de la naturaleza de los cuerpos.

Podía ser vertical hacia arriba o hacia abajo o podía ser circular como en el caso de los objetos celestes que se los podía percibir como algo sin principio ni fin que se repetía sin desviación. Aristóteles afirmaba que los cuerpos celestes eran esferas hechas de una substancia perfecta invariable y no sujeta a cambios a la que denominó éter.

**EL MOVIMIENTO VIOLENTO**,- Es el resultado de fuerzas de empuje o tracción. Es el movimiento impuesto, es decir tenía que haber un fuerza que los empujara o tirara de ellos a cada instante para que se mantenga en movimiento a excepción del cuerpo celeste. Mantenía la teoría Geocéntrica ,es decir la tierra es el centro de todo .

Aristóteles también estableció que al dejar caer simultáneamente dos cuerpos de diferente peso desde una misma altura, el más pesado llegaría primero al suelo, esto es que tendría mayor velocidad durante su caída. Las ideas de Aristóteles prevalecieron durante 2000 años.

**1.2 Nicolás Copérnico (1473-1543 A.C.)** Fue el astrónomo que formuló su teoría de que la tierra no estaba en reposo sino que se movía alrededor del sol. Sus publicaciones no se hicieron sino hasta el día de su muerte (24 de Mayo 1543) ya que en esa época por motivos religiosos se debía aceptar solo lo que la iglesia reconocía como verdadera, es decir la tesis de Aristóteles.

**1.3. GalileoGalilei (1564 - 1642),** es uno de los más importantes pensadores que refutó las ideas aristotélicas de la Física y Astronomía mediante la experimentación directa, Galileo llegó a la conclusión de que el movimiento no siempre requiere una fuerza continua para moverse; y realizó el movimiento para concluir que es posible que un cuerpo permanezca en movimiento como que estuviera en reposo, descubrió la relación espacio tiempo.

Para el estudio del movimiento uniformemente acelerado diseñó el sistema de planos (inclinado - horizontal ). Esto le permitió reducir el efecto de la aceleración gravitacional a una componente y medir con comodidad los tiempos de desplazamientos. De esa manera demostró que, si una esfera continua moviéndose en el plano horizontal, después de abandonar el plano inclinado, no es verdad que el movimiento continuo requiera la presencia constante de una fuerza.

Galileo Galilei al medir el tiempo, verificó que era el mismo cualquiera que fuese el peso de la piedra su primera experiencia la realizó en un péndulo.

También llegó a una conclusión diferente a la de Aristóteles, el cuerpo pesado y el cuerpo liviano deben caer iguales y llegar al suelo simultáneamente al dejarlos caer desde una misma altura. Galileo realizó experimentos de caída de los cuerpos en la Torre de Pissa.

Galileo estudia el movimiento de proyectiles a base de análisis geométrico muy elaborado logra establecer la relación entre la trayectoria de un objeto físico y una abstracción matemática de una parábola. También comenzó el estudio de la independencia de movimientos, inclusive alcanzó a definir el máximo alcance en un ángulo de  $45^\circ$ , y que el alcance simétricos son iguales, ejemplo un alcance de  $30^\circ$  es igual a un alcance de  $60^\circ$ , por su simetría.

Todos los principios de la época Galileana fueron base para plantear la leyes de Newton.

**1.4 Issac Newton (1642 - 1727).**- Matemático - Físico Inglés que marco el fin de la era aristotélica convirtiéndose en el mayor exponente de la época, que abarca 2 siglos de influyente pensamiento, con sus tres leyes básicas de la mecánica. Galileo y Newton tenían ya el concepto de “Razón de cambio” del espacio total versus el tiempo total, que define la rapidez media del movimiento en línea recta, válida para desplazamiento en intervalos finitos:

$$v = \Delta x / \Delta t = (x_f - x_o) / t_f - t_o$$

**Pero, ¿Cómo determinar la rapidez en cualquier momento específico del tiempo?**

Newton resolvió brillantemente este problema asumiendo que  $\Delta t$  se torna infinitamente pequeño y que define la rapidez instantánea. También le corresponde a Newton el mérito de haber emitido los conceptos de velocidad, aceleración y fuerza que es el puente entre el espacio - tiempo y la materia. Además descubrió las tres leyes de la dinámica: Inercia, Fuerza, Acción-reacción y la ley de la Gravitación universal.

La mecánica de Newton esta construida sobre los siguientes supuestos: El tiempo y el espacio son independientes entre sí; la geometría del espacio es

Euclínea (el espacio es plano); El espacio es absoluto, la distancia entre dos eventos es la misma para todos los observadores; El tiempo es absoluto, el intervalo entre dos eventos es el mismo para todos los observadores.

**1.5 Albert Einstein (1879 - 1955).**- Es uno de los más grandes físicos de todos los tiempos, nació en Alemania y marca el fin de la época newtoniana con el principio de la relatividad cuya influencia permite las investigaciones actuales, hizo muchas contribuciones importantes al desarrollo de la física moderna incluyendo los conceptos de cuantos de luz y la idea de la emisión de realización estimulada.

Profundizó las teorías de Galileo y Newton al formular **la Teoría de la Relatividad** donde se analiza el movimiento a velocidades muy altas cercanas a la de la luz con lo cual los conceptos de espacio y tiempo han cambiado por completo y se ha llegado a considerar la masa y la energía como unidad única, con la relación  $E = mc^2$ .

EINSTEIN estudió los problemas concernientes a la electricidad el magnetismo y a la luz y al reexaminar sistemáticamente nuestras concepciones de espacio y tiempo desafió la idea de independencia en movimientos de proyectiles (distancias grandes), si no de un alcance nuevo

y diferente de la experiencia y la teoría, basándose a nuevas técnicas de gracias a la fotografía de alta velocidad y de técnicas electrónicas es relativamente fácil presentar evidencias directas, que en distancias pequeñas se toma para su estudio el principio de independencia de los cuerpos.

En la actualidad, el estudio del movimiento resulta ser elemental porque se facilita entender estos fenómenos aplicando las teorías y las leyes que nos legaron los científicos.

En calidad de maestros debemos enfatizar a nuestros alumnos el hecho de que estos descubrimientos parecen ser intrascendentes debido a que cotidianamente observamos el movimiento en nuestro alrededor, pero si analizamos el desarrollo del conocimiento humano, su estudio es la base del desarrollo científico y tecnológico que disfrutamos en nuestros días.

## **2. TEORÍA SOBRE EL MOVIMIENTO**

Hay movimiento en todo nuestro alrededor. Lo vemos en todas nuestras actividades cotidianas, en los autos que pasan por la carretera, en los árboles que se mecen con el viento y con algo de paciencia en las estrellas por la noche.

A nivel microscópico hay movimiento que no podemos percibir directamente: los átomos en movimiento producen calor e incluso sonido; los electrones que fluyen hacen la electricidad y los electrones que vibran generan luz.

Todos tenemos un concepto intuitivo de reposo y movimiento, más, para actuar operacionalmente hemos de escoger un sistema de ejes coordenadas (sistema de referencia) al cual referiremos la posición de un punto material; este punto material estará en reposo respecto a los ejes coordenados escogidos, si la posición del punto material no varía en cambio el punto material estará en movimiento si la posición varía.

Esta definición puede aplicarse a una partícula, sistema de partículas y cuerpo rígido al cual se puede considerar compuesto de varios puntos materiales cuyas distancias entre ellos permanecen invariables en el transcurso del tiempo, a este cuerpo lo llamaremos cuerpo rígido o sea que no varía ni la forma ni el volumen.

Con esta descripción excluimos las deformaciones que puede tener bajo ciertas condiciones que ocurre en la naturaleza, que las trataremos en su debida oportunidad.

Con estas definiciones bastará describir el movimiento de uno cualesquiera de los puntos materiales del cuerpo, para describir un movimiento del mismo.

La parte de la mecánica que estudia al movimiento se llama cinemática y estudia el movimiento de los cuerpos sin preocuparse de las causas que lo produce, esto es precisamente lo que a continuación desarrollaremos.

## 2.1. Sistema de Referencia.-

De la definición anterior dada se infiere que para que haya un movimiento ha de haber por lo menos dos cosas; el cuerpo que se mueve y otro con respecto cambia de posición. El punto de referencia es el punto con respecto al cual varía la posición del móvil.

Como ejemplo del sistema de referencia se puede citar dos: la estación a la que se dirige un tren o aquella de la que se aleja, el faro que permite al navegante llegar a la costa, etc. Cuando no hay sistema de referencia no es posible captar el movimiento.

## 2.2. Vector Posición.-

Es el que comienza en el origen del sistema de coordenadas y termina en la posición que se encuentra la partícula, ver  $\mathbf{r}$ , en figura 2.  $\mathbf{r}$ , vector posición al inicio de la trayectoria. Para establecer la posición de un cuerpo o de una partícula se utiliza un vector el mismo que se puede referir a par de ejes coordenados cartesianos, cuyo origen se coloca sobre el sistema de referencia. Con esta representación en el movimiento rectilíneo de una partícula queda asociada con un punto en el sistema de referencia con las coordenadas  $(x,y)$ .

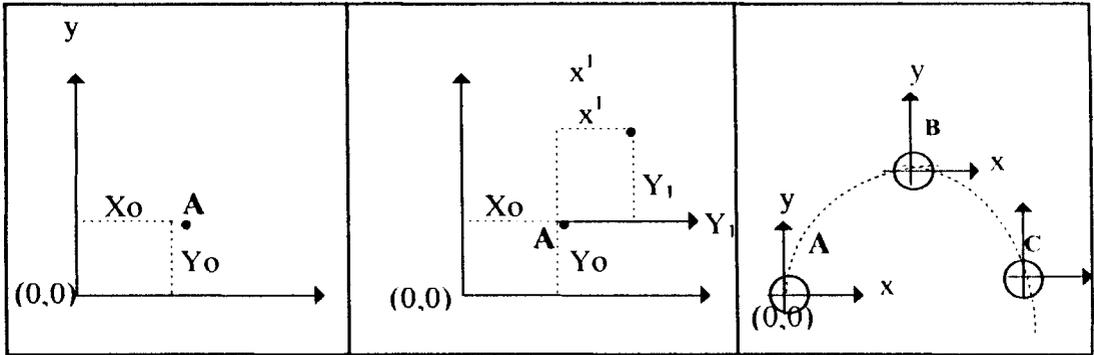


Figura 1

La posición del punto A en el instante  $t$  se observa en a. En b se observa la posición del punto B con relación al punto A. Si se fija otro sistema de coordenadas en el punto A, la posición de B se determina en el sistema de coordenadas  $(x', y')$ . En c se indica la posición de una partícula que se mueve con movimiento de traslación en dos dimensiones. La traslación de un objeto puede ocurrir en tres dimensiones, en cuyo caso se requiere tres coordenadas  $(x, y, z)$ .

Un cuerpo realiza movimiento de traslación cuando los ejes coordenados asociados a él, se mueven paralelamente a los ejes coordenados tomados de referencia.

### 2.3 Variación de Posición.-

- **Trayectoria.-** Representaremos al móvil por un punto, la trayectoria que este efectúa será el lugar geométrico de los infinitos puntos

tangentes a los vectores velocidad en cualquier instante que describe en su movimiento.

### • VECTOR DESPLAZAMIENTO

-El cambio de posición del cuerpo, considerado como partícula se mide con un vector dirigido desde el origen del movimiento hasta la posición final del mismo este vector se denomina vector desplazamiento, y vectorialmente se representa así:

$$\Delta r = (r_2 - r_1)$$

$$r_1 = x_1 i + y_1 j$$

$$r_2 = x_2 i + y_2 j$$

$$\Delta r = (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j$$

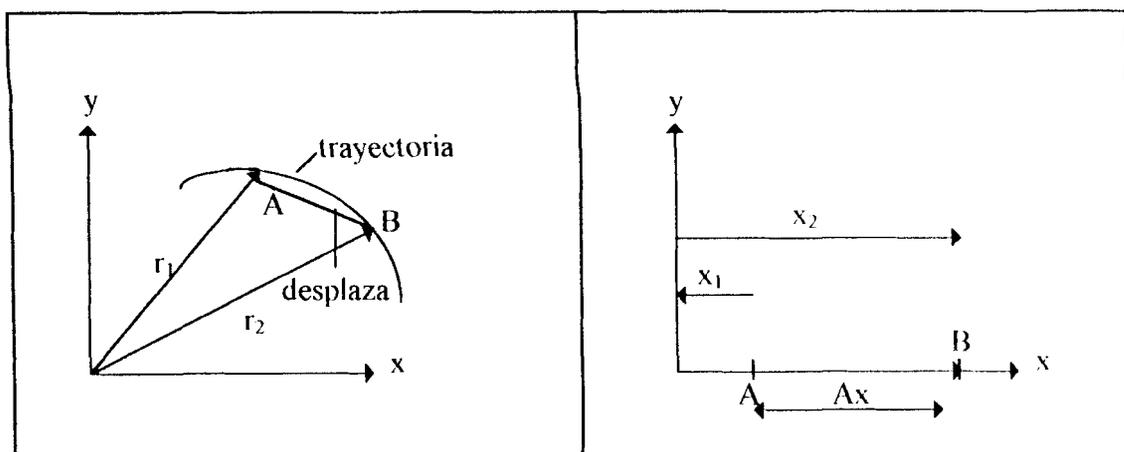


Figura 2

Analizando en una dimensión tendremos:

$$\Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$$

$$\Delta \mathbf{x} = (x_f - x_i) \quad \text{donde:} \quad \mathbf{x}_i = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} \quad \mathbf{x}_f = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}$$

$$\Delta \mathbf{x} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j}$$

**Espacio recorrido.**- Es la suma de los valores absolutos de los desplazamientos

**2.4. Descripción del Movimiento.**- Todo suceso requiere cierto tiempo para producirse y así la traslación de un cuerpo requiere cierto tiempo. Ese tiempo puede ser corto o largo y así se llega al concepto de velocidad. Esto se expresa matemáticamente diciendo que el espacio es función del tiempo y se escribe así:  $e = f(t)$ .

## 2.5 Clasificación de los movimientos.-

**1. Según el sistema de referencia** pueden ser absolutos y relativos.

**Absoluto,** es el movimiento verificado con respecto al sistema inercial de referencia inmóvil.

**Relativo** es el verificado con respecto al sistema inercial de referencia que se mueve con respecto a un tercero.

Ya que el movimiento siempre se puede referir a ejes coordenados supuestos fijos, el movimiento se puede considerar relativo a dichos ejes, que a su vez pueden moverse en el espacio, respecto a otros ejes de referencia.

2. Según la trayectoria pueden ser rectilíneos, más si su trayectoria es recta y curvilíneos si su trayectoria es curva. Dentro de estos últimos están el circular, el parabólico, el hiperbólico, etc.

3. Según la descripción del Movimiento (cambio de posición) estos pueden ser uniformes y variados, según que los espacios iguales sean recorridos en tiempos iguales o espacios iguales sean recorridos en tiempos diferentes, respectivamente.

## 2.6 VELOCIDAD

### VELOCIDAD PROMEDIO

Consideramos una partícula que en el tiempo  $t_1$  se encuentra en P y cuya posición en el plano x y es la descrita por el vector de posición  $r_1$ .

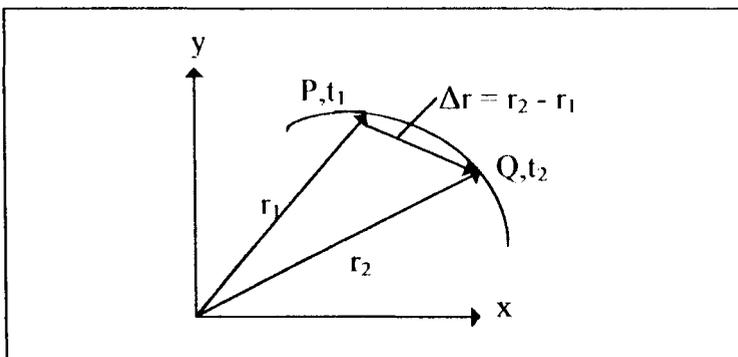


Figura 3

Supongamos que en  $t_2$  la partícula se encuentra en Q determinado por el vector posición  $r_2$  el vector desplazamiento que describe el cambio en la posición de la partícula al moverse desde P a Q

$$\Delta r = (r_2 - r_1)$$

$\Delta r = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j}$  y el tiempo transcurrido durante el movimiento entre los dos puntos es

$$\Delta t = (t_2 - t_1)$$

$$\boxed{V = \Delta r / \Delta t}$$

Si  $\Delta t \gg 0$ , la velocidad promedio de la partícula durante ese intervalo se define como:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \text{desplazamiento (vector)} / \text{tiempo transcurrido (escalar)}$$

La raya encima indica el valor medio de la cantidad.

El vector velocidad media tiene la misma dirección que el vector desplazamiento  $\Delta r$ .

La velocidad promedio es cero en cualquier trayectoria en la que se retorne al punto de partida, no importa que tan rápido se haya podido mover en cualquier segmento de partículas porque el desplazamiento será cero.

$$\text{Su magnitud es } |\bar{v}| = \left| \frac{\Delta r}{\Delta t} \right|$$

unidades  $\bar{v} = \text{m/s o cm/s o Km/h}$

dimensiones  $v = [ LT^{-1} ]$

- **Velocidad Constante y variable.-**

Si la velocidad media resulta ser la misma en dirección y magnitud entre dos puntos cualesquiera de la trayectoria se puede decir que la partícula se ha movido con velocidad constante, si varía se trata de velocidad variable.

- **Velocidad Instantánea.-**

El valor límite de  $\Delta r/\Delta t$  cuando  $\Delta t$  tiende a 0 se llama velocidad instantánea en el punto A o la velocidad de la partícula en el instante  $t_1$ .

La dirección de  $v$  es la dirección límite que toma  $\Delta r$  cuando  $\Delta t$  tiende hacia 0 o sea cuando  $\Delta t$  tiende a cero. Esta dirección límite es la tangente a la trayectoria de la partícula en el punto P. (Fig. 3)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

La magnitud de la velocidad instantánea se llama rapidez (positivo)

$$|v| = \left| \frac{dr}{dt} \right|$$

- Es la razón de la distancia recorrida con el tiempo empleado en recorrerla.

Rapidez = distancia/tiempo

Se puede utilizar combinaciones de unidades de distancia tiempo para expresar la rapidez ejm .milla/hora, m/seg.

## 2.7. ACELERACION

- **Aceleración Promedio o aceleración media.** Se define como la razón de cambio de velocidad en un intervalo de tiempo

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t}$$

Dado que la aceleración media es la razón de un vector  $\Delta v$  y un escalar  $\Delta t$ , se concluye que la aceleración  $\mathbf{a}$  es una cantidad vectorial dirigida a lo largo de  $\Delta v$ .

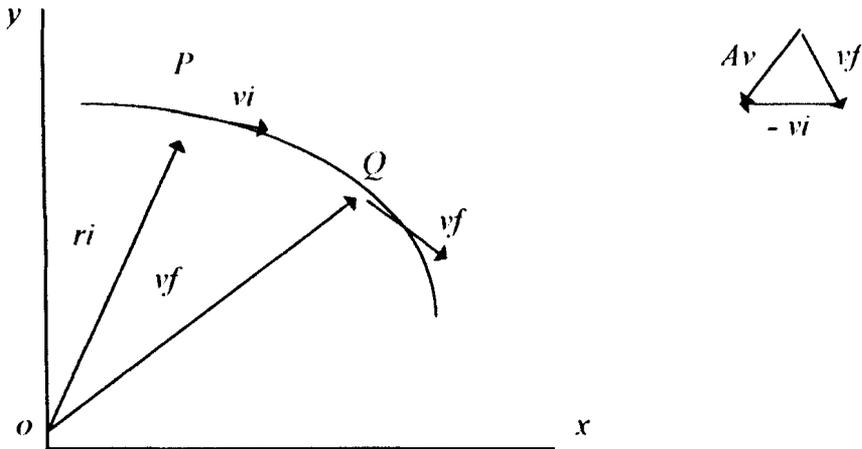


figura 4

El vector aceleración media,  $\mathbf{a}$ , para una partícula que se mueve desde P a Q, está en la dirección del cambio en la velocidad,  $\Delta v = v_f - v_i$ .

Como se indica en la figura, la dirección de  $\Delta v = v_f - v_i$ .

- **La Aceleración instantánea**,  $a$ , se define como el valor límite de la razón  $\Delta v/\Delta t$  cuando  $\Delta t$  tiende a cero:

En otras palabras, la aceleración instantánea es igual a la primera derivada del vector velocidad con respecto al tiempo.

Es importante reconocer que una partícula se puede acelerar por varias razones. Primero, la magnitud del vector velocidad (la rapidez) puede cambiar con el tiempo, como en el movimiento unidimensional. En un segundo lugar, una partícula se acelera cuando la dirección del vector velocidad cambia con el tiempo (una trayectoria curva), aún cuando su rapidez sea constante. Por último, la aceleración puede deberse a un cambio tanto en la magnitud como en la dirección del vector velocidad y si cambia el sentido del vector, se mueve en sentido opuesto al anterior.

## **2.8. MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES CON ACELERACION CONSTANTE.**

Considérese el movimiento de una partícula en dos dimensiones con aceleración constante; es decir, se supone que la magnitud y la dirección de la aceleración no cambia durante el movimiento.

Una partícula en movimiento se puede describir por su vector de posición  $\mathbf{r}$ . El vector de posición para una partícula que se mueve en el plano  $xy$  se puede escribir.

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

donde  $x$ ,  $y$  y  $\mathbf{r}$  cambian con el tiempo cuando la partícula está en movimiento. Si se conoce el vector de posición, la velocidad se puede obtener a partir de las ecuaciones y , de las cuales se obtiene.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j}$$

Como  $a$  es constante, sus componentes  $a_x$  y  $a_y$  también son constantes.

Por lo tanto, se pueden aplicar las ecuaciones cinemáticas para ambas componentes  $x$  y  $y$  del vector velocidad .

Sustituyendo  $v_x = v_{x0} + a_x t$  y  $v_y = v_{y0} + a_y t$  en la ecuación

$$\mathbf{v} = (v_{x0} + a_x t)\mathbf{i} + (v_{y0} + a_y t)\mathbf{j}$$

$$\mathbf{v} = (v_{x0}\mathbf{i} + v_{y0}\mathbf{j}) + (a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + a\mathbf{t}$$

Vector Velocidad como  
función del tiempo

Este resultado establece que la velocidad de una partícula en algún instante  $t$  es igual a la suma de los vectores de su velocidad inicial,  $\mathbf{v}_0$  y la velocidad adicional  $at$  adquirida en el instante  $t$  como resultado de su aceleración constante.

Analógicamente, de la cinemática se sabe que las coordenadas  $x$  y  $y$  de una partícula que se mueve con aceleración constante están dadas por:

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad y \quad y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación resulta.

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= (x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2} a_x t^2) \mathbf{i} + (y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2} a_y t^2) \mathbf{j} \\ &= (x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j}) + (v_{x0} \mathbf{i} + v_{y0} \mathbf{j}) t + \frac{1}{2} (a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}) t^2 \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t \quad \left\{ \begin{array}{l} v_x = v_{x0} + a_x t \\ v_y = v_{y0} + a_y t \end{array} \right.$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{array} \right.$$

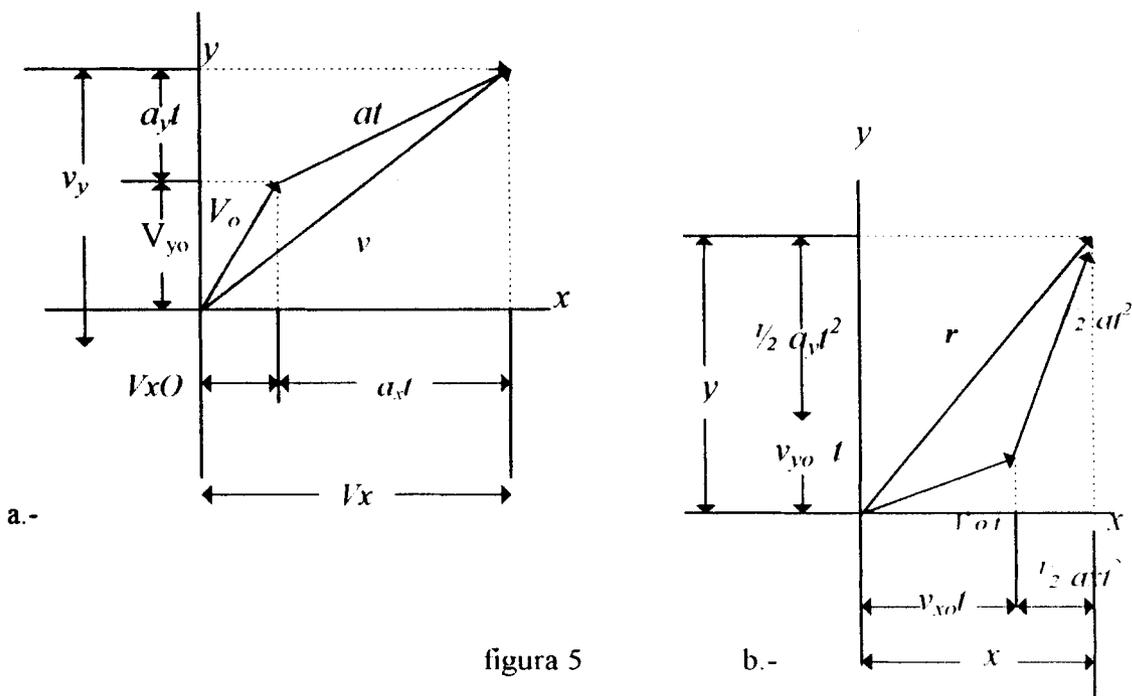


figura 5

**FIGURA** Representación de los vectores y los componentes rectangulares de a) la velocidad y b) el desplazamiento de una partícula que se mueve con una aceleración uniforme  $a$ .

## 2.9 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Si durante el movimiento de un cuerpo que describe una trayectoria lineal, la velocidad media permanece constante en todos los intervalos  $\Delta x$ , se dice que el cuerpo realiza un movimiento rectilíneo uniforme. La variación de los intervalos puede ser muy pequeña o grande pero la velocidad media debe ser la misma que para cada intervalo.

$$x = v ( t - t_0 ) + x_0$$

Si  $v$  es conocida y las condiciones iniciales del movimiento, es decir, el tiempo inicial  $t_0$  y la posición inicial  $x_0$ , también son conocidas, se puede calcular la posición  $x$  en instante  $t$ .

La ecuación nos dice que el espacio es una función del tiempo es:  $x = x(t)$ . A un tipo de ecuación como esta, que nos permite predecir la posición

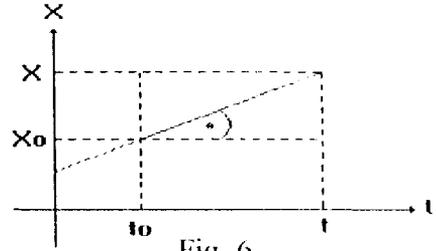


Fig. 6

de la partícula en función del tiempo, se llama la ecuación de movimiento. Esta claro que el espacio  $x$  es una función lineal del tiempo  $t$ .

En este caso la velocidad media tiene una interpretación geométrica simple, es la pendiente de la recta que representa la función  $x = v(t - t_0) + x_0$

$$v = \text{tg } \vartheta$$

Si el origen de las coordenadas coincide con el origen del movimiento y  $t_0$  coincide con el cero del reloj, entonces:  $x = v.t$

Como el espacio que el partícula recorre, en total, es cada vez mayor, la gráfica se prolonga oblicuamente hacia arriba. Indicando así como el partículo se aleja cada vez más del punto de partida. Pero siempre recorriendo espacios iguales en cada segundo.

tiempo es:  $x = x(t)$ . A un tipo de ecuación como esta, que nos permite predecir la posición de la partícula en función del tiempo, se llama la ecuación de movimiento. Está claro que el espacio  $x$  es una función lineal del tiempo  $t$ .

En este caso la velocidad media tiene una interpretación geométrica simple; es la pendiente de la recta que representa la función  $x = v(t - t_0) + x_0$

$$v = \operatorname{tg} \varnothing$$

Si el origen de las coordenadas coincide con el origen del movimiento y  $t_0$  coincide con el cero del reloj, entonces:  $x = v \cdot t$

Como el espacio que el partícula recorre, en total, es cada vez mayor, la gráfica se prolonga oblicuamente hacia arriba. Indicando así como el móvil se aleja cada vez más del punto de partida. Pero siempre recorriendo espacios iguales en cada segundo.

- **Gráfica de la velocidad** .- Se trazan los dos ejes de coordenadas perpendiculares entre sí. Se marcan en el horizontal (abscisas) los tiempos. En el eje vertical (ordenadas) se marca la velocidad, que es siempre la misma. El gráfico es, pues, una recta paralela al eje de los tiempos

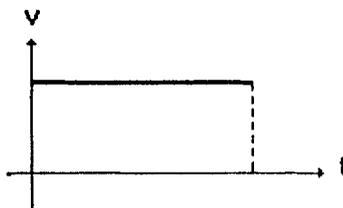


figura 7.

- **Fórmulas del Movimiento Uniforme.-** Sea un móvil que recorre 4 metros (espacio) en 1 segundo (tiempo). El cociente entre ambas magnitudes será  $4/1 = 4$ .

Ese mismo objeto, a la misma marcha habrá recorrido 8 m en 2 segundos, el cociente ahora será  $8/2 = 4$ . A los 3 segundos habrá recorrido 12 metros y el cociente es  $12/3=4$

Esos cocientes iguales:  $4\text{m}/1\text{seg} = 8\text{m}/2\text{seg} = 12\text{m}/3\text{seg} = 4 \text{ m/seg}$ . Indican el espacio recorrido en cada segundo, es decir, dan la medida de la rapidez.

Así pues:

$$v = \text{espacio/ tiempo} \quad v = e / t$$

Despejando términos en la ecuación anterior se tiene:  $e = vt$        $t = e/v$

**Factores del Movimiento Uniforme.-** Son tres: espacio, tiempo y velocidad.

- **Unidades de espacio, tiempo y velocidad**

Magnitudes↓ sistemas→	c.g.s	SI - M.K.S.	Ingles
Espacio	cm	m	pie
Tiempo	s	s	s
Velocidad	cm/s	m/s	pie/s

Con mucha frecuencia se usan el km/h , la milla/h , la milla / minuto, etc

- **Reducción de unidades.-**

Para reducir unidades basta recordar que  $1\text{km.} = 1000\text{m}=3280\text{pie}$ ,

$1\text{h}=60\text{min}=3600\text{s}$ ;

$1\text{m}=100\text{cm}=3.28\text{pie}$ . Ej: Reducir 60 km/h a m/seg:

Resolución  $60\text{km/h} \times 1000\text{m}/1\text{km} \times 1\text{h}/3600\text{s} = 60000\text{m} / 3600 \text{ seg} =$   
 $16,66 \text{ m /seg}$

Reducir 60 pies /seg a km/h.

Resolución:  $60\text{pie/s} \times 1\text{km}/3280\text{pie} \times 3600\text{s}/1\text{h} = 65,8368 \text{ km/h}$

- **Ejercicios.-**

Qué velocidad tiene un móvil que con movimiento uniforme recorre 400 cm en 5 segundos ? Solución .- Aplicando la fórmula de la velocidad:  $v =$   
 $400/5 = 80\text{cm /s}$ .

Qué espacio recorre un móvil con movimiento uniforme si su velocidad es 5 m/seg y marcha durante 2 seg? Solución Aplicando la fórmula del espacio.  
 $e=5 \times 2=10\text{m}$

Cuánto tiempo estuvo marchando un móvil si ha recorrido 400 metros y su velocidad era 10 m/seg ? Solución .- Aplicando la fórmula del tiempo:  $t =$   
 $400/ 10 = 40 \text{ seg}$ .

• **Problemas especiales**

Ej: #1.- Dos trenes parten de dos ciudades A y B, distantes entre sí 600 km, con velocidades de 80 km /h y 100 km. /h respectivamente, pero el de A sale dos horas antes . Qué tiempo después de haber salido B y a que distancia de a se encontrarán?

• **Solución**

Consideremos que los dos trenes se encuentran en el punto P de la trayectoria, por lo tanto el tren que parte de A recorre un espacio  $x$ , mientras el que parte de B recorre el espacio de  $600 \text{ km} - x$ .

Llamamos  $t$  al tiempo que tarda el tren B en llegar al punto P; por lo tanto el tiempo que tarda el tren A será  $t + 2\text{h}$  ya que este sale dos horas antes.

Por cada tren planteamos una ecuación:

$$1 \quad x = v_a ( t + 2\text{h} ) \quad (\text{espacio recorrido por A}) \quad \text{donde } v_a = 80 \text{ km/h.}$$

$$2 \quad 600 \text{ km.} - x = v_b t \quad (\text{espacio recorrido por B}) \quad \text{donde } v_b = 100 \text{ km/h.}$$

Aquí tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas  $x$  y  $t$ , su solución se puede obtener por cualquiera de los métodos estudiados en matemática. Sumemos término a término las ecuaciones (1) y (2):

$$x + 600 \text{ km} - x = 80 \text{ km/h} ( t + 2\text{h} ) + 100 \text{ km/h} t$$

$$600 \text{ km} = 80 \text{ km/h} t + 160 \text{ km} + 100 \text{ km/h} t$$

Al reducir términos semejantes y transponer términos:

$$180 \text{ km/h} t = 400 \text{ km} \quad \text{donde } t = 2.22\text{h.}$$

Al remplazar este valor en cualquiera de las ecuaciones tendremos :

$$x = 80 \text{ km/h} (2.44\text{h} + 2 \text{ h}) \quad x = 355.2 \text{ km}$$

## 2.10. MOVIMIENTO VARIADO

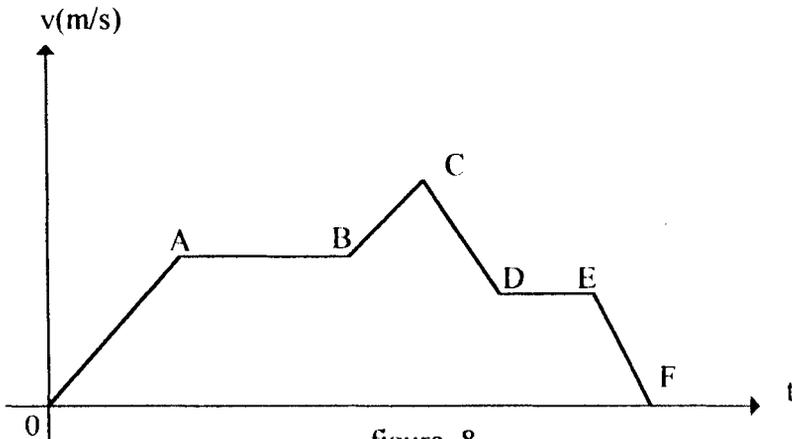
Cualquiera que sea la trayectoria del móvil (rectilínea, curvilínea, circular, parabólica, etc.) en el movimiento variado siempre debe distinguirse el “movimiento variado” y el “movimiento uniformemente variado” (M.U.V.).

### A) MOVIMIENTO VARIADO (M.V.)

Es aquel que recorre espacios iguales en tiempos diferentes.

$$V_m = \frac{d_T}{t_T} \quad \text{ó} \quad V_m = \frac{d_1 + d_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

- **GRAFICA DE LA DISTANCIA RECORRIDA POR UN MÓVIL CON VELOCIDAD VARIADA (Velocidad - Tiempo).**



• **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO**  
**(M.R.U.V.)**

Es aquel cuya velocidad experimenta variaciones iguales en tiempos iguales.

Sea por ejemplo un móvil que se desplaza así: Arranca del reposo:

$$V_i = 0$$

- Al final del 1er. segundo:

$$V_1 = 2\text{m/seg.}$$

- Al final del 2do. segundo:

$$V_2 = 4\text{m/seg.}$$

- Al final del 3er. segundo:

$$V_3 = 6\text{m/seg.}$$

- Al final del 4to. segundo:

$$V_4 = 8\text{m/seg.}$$

El móvil va aumentando o incrementando su velocidad en cada segundo que pasa, en un valor constante,  $\Delta V = 2\text{m/seg.}$  en cada segundo, que se escribe así:  $2\text{m/seg}^2$  esto es lo que constituye la aceleración.

- **Aceleración Promedio.-** Cuando se modifica el estado de movimiento de un cuerpo cambiando su rapidez y dirección o cambiando ambos.

Se define como aceleración

$$a = \frac{\text{Cambio de velocidad}}{\text{Intervalo de tiempo}}$$

$$a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Aceleración Negativa es cuando la velocidad está decreciendo, por ejemplo: Cuando se aplica los frenos a un automóvil, se produce una ACELERACION RETARDATORIA es decir se ha disminuido la velocidad por segundo del auto. A esto se denomina desaceleración o aceleración negativa.

- **Aceleración Instantánea.**- Es el límite de velocidad  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  cuando  $\Delta t$  tiende a 0

$a = \frac{dv}{dt}$  donde  $dv$  y  $dt$  son intervalos  $\Delta v$  y  $\Delta t$  tan pequeños como se quiera.

La aceleración instantánea y aceleración media son iguales en el movimiento uniformemente variado.

- \* La aceleración es una cantidad vectorial, ya que la velocidad es un vector.

En el sistema internacional de medidas. La aceleración se mide en:

$$a = \text{m/seg}^2. \quad a = [LT^{-2}]$$

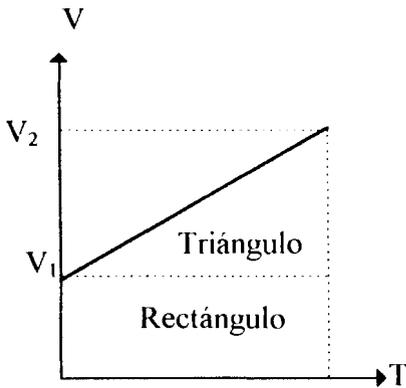
- **Ecuaciones del M.U.A.**

El movimiento de un cuerpo que inicialmente posee una velocidad  $V_i$  y se mueve durante cierto tiempo ( $t$ ) con aceleración constante ( $a$ ) hasta adquirir

la velocidad  $V_2$ , se representa en el gráfico de  $v$  contra  $t$  (columna izquierda).

Las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado (m.u.a) se obtienen al analizar este gráfico teniendo en cuenta que la pendiente corresponde a la aceleración y el área bajo la curva al espacio recorrido.

De acuerdo con la definición de aceleración.



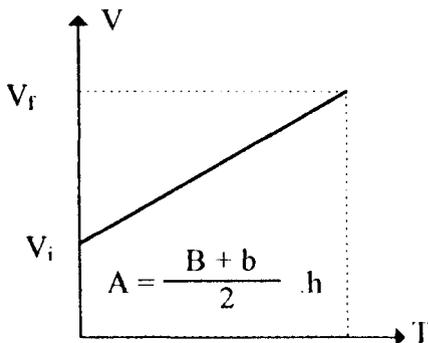
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{v - v_i}{t} \quad \text{ó}$$

$$v = v_i + at \quad (1)$$

figura 9

De acuerdo con la figura que se obtiene se puede hallar el espacio recorrido, calculando el área bajo la curva, la figura corresponde a un trapecio.

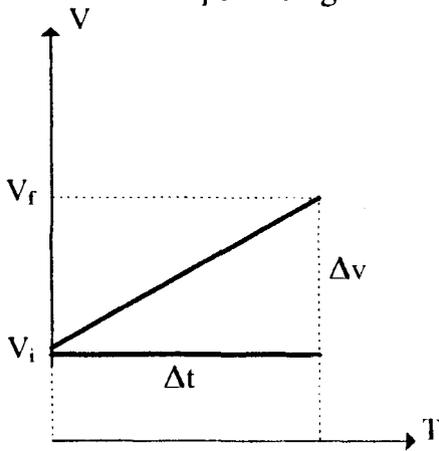


$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h, \text{ en el gráfico}$$

$$X = \frac{V + V_i}{2} \cdot t \quad (2)$$

figura 10

Si se descompone la figura en un rectángulo y un triángulo, el área del trapecio es igual al área del rectángulo más el área del triángulo.



$$x = vit + \frac{Vf + Vi}{2} \cdot t$$

pero  $Vf - Vi = at$ , de donde

$$x = Vit + \frac{at^2}{2} \quad (3)$$

figura 11

Una cierta ecuación se obtiene por procedimientos algebraicos, al despejar en la ecuación (1) el tiempo y sustituirlo en la ecuación (2).

$$x = \left( \frac{V + Vi}{2} \right) \cdot \frac{V - Vi}{a}$$

el producto de los numeradores es la diferencia de los cuadrados.

$$x = \frac{V^2 - Vi^2}{2a} \quad \text{o}$$

$$2ax = V^2 - Vi^2 \quad (4)$$

Las cuatro ecuaciones utilizadas en m.u.a. son:

$$v = vi + at$$

$$x = \frac{V \pm Vi}{2} \cdot t$$

$$x = Vit + \frac{at^2}{2}$$

$$2ax = V^2 - Vi^2$$

**Ejercicios.**

1. Un automóvil viaja a la velocidad de 10m/s, se acelera durante 12s y aumenta su velocidad hasta 70m/s. ¿Qué aceleración experimenta el automóvil?

**Datos:**

$V_1 = 10\text{m/s}$  (velocidad inicial)

$V_2 = 70\text{ m/s}$  (velocidad final)

$\Delta t = 12\text{ s}$  (tiempo)

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} ; a = \frac{70\text{ m/s} - 10\text{ m/s}}{12\text{ s}} = 5\text{ m/s}^2$$

**Incógnita**

$a = ?$

(aceleración)

**2.11 CAÍDA LIBRE**

- **Movimiento de Caída Libre de los Cuerpos**

La caída de los cuerpos llamo la atención desde los antiguos Filósofos quienes intentaron descubrir las características de este movimiento.

Galileo experimentó que el movimiento de caída vertical también se producía con aceleración constante y afirmó que esta aceleración sería la misma para todos los cuerpos pesados y livianos. En la actualidad dicha aceleración se denomina gravedad y cuyo valor medio es de  $9.8\text{ m/s}^2$

El estudio del movimiento con aceleración constante desarrollado en el movimiento uniforme rectilíneo tiene una aplicación inmediata, en la caída

de un cuerpo sobre la tierra. Cuando soltamos un objeto de masa determinada desde una cierta altura observamos que su velocidad es creciente y aumenta en 9,8 m en cada segundo, pero si lanzamos el mismo objeto hacia arriba su velocidad disminuye en 9.8 m en cada un segundo hasta el punto más alto, siendo este movimiento retardado

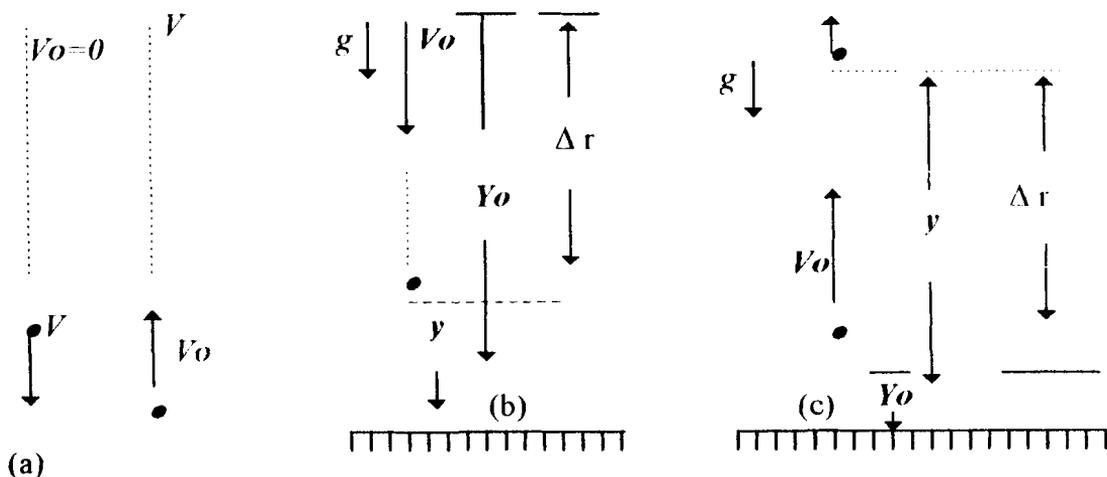


Fig. 12

El hecho de que el cuerpo que cae tiene una aceleración constante nos permite aplicar a este fenómeno (de caída libre) las ecuaciones desarrolladas en la sección de movimiento uniformemente variado y así tenemos que:

Si suponemos que un cuerpo se ha lanzado hacia arriba con una velocidad inicial, después de descender en tiempo  $t$

### • Ecuaciones de Caída Libre de los Cuerpos

Su aceleración es  $g$  y su velocidad  $V$  está dada por:

$$V = V_0 + gt$$

Según el sistema de coordenadas que se tome.

Su distancia y recorrido durante un tiempo  $t$

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$V^2 = V_0^2 + 2gy$$

Se puede emplear estas mismas ecuaciones para el movimiento de desaceleración y basta recordar que el movimiento es retardado con aceleración negativa.

$$V = V_0 - gt$$

$$Y = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V^2 = V_0^2 - 2g y$$

En la figura 12-a el cuerpo parte libremente sin una velocidad inicial, es decir parte del reposo, sin embargo el objeto podría al inicio de su movimiento tener una velocidad inicial diferente de cero, siendo esta velocidad dirigida hacia la tierra fig. 12-b o en contra de ella. Fig. 12-c

Puesto que el movimiento es uniformemente acelerado podemos expresar:

$$V = V_0 + g.t.$$

**En forma de vectorial**

$$V_{yj} = V_{0yj} - (gj) t$$

En forma escalar

$$V_y = V_{0y} - gt$$

el desplazamiento se determina con  $r = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$$(y - y_0)\mathbf{j} = \pm V_0\mathbf{j} - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y - y_0 = \pm V_0t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Como la pendiente es negativa la recta tiene una inclinación mostrada en la figura 13

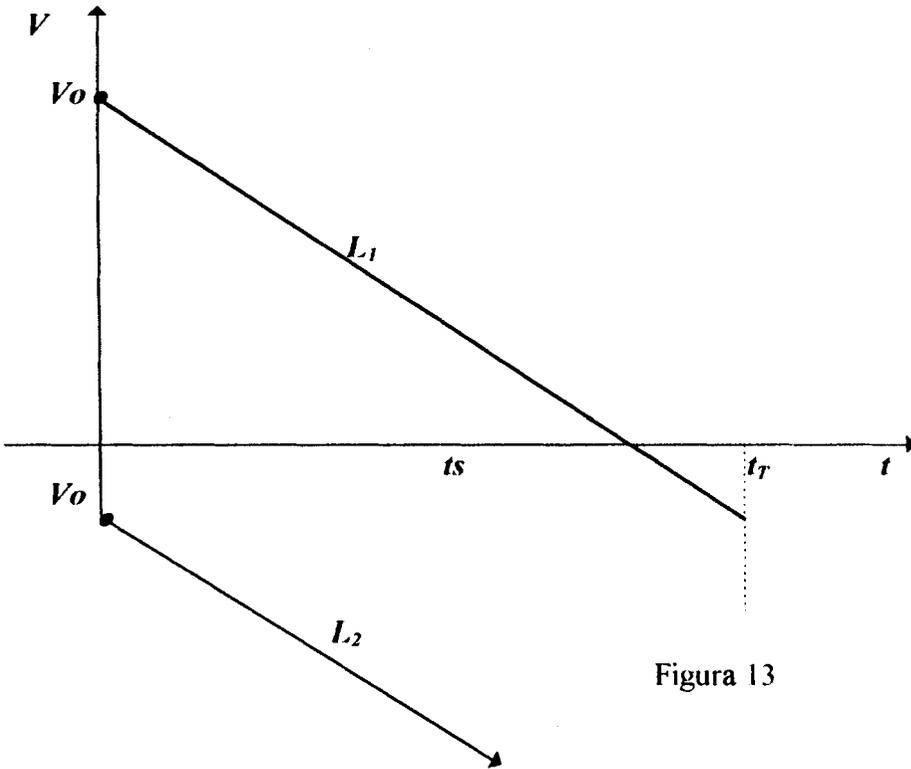


Figura 13

Si  $V_0 = +$  lanzamiento hacia arriba

Corresponde a  $L_1$ , la velocidad disminuye hasta hacerse cero en el tiempo  $t_s$  en el punto máximo de la altura, luego la velocidad cambia de sentido volviéndose negativa aumentando su magnitud progresivamente en el intervalo  $t_s - t_r$  lo que corresponde a caída de los cuerpos.

La recta  $L_2$  representa el movimiento de caída libre cuando el cuerpo es lanzado hacia abajo según el mismo sistema de coordenadas, la velocidad es negativa (su magnitud aumenta progresivamente). Fig. 13

Podemos anotar que la aceleración es constante cuando las distancias desde donde cae la partícula son pequeñas comparadas con el radio de la tierra, despreciaremos la resistencia del aire y se desprecia también el movimiento giroscópico.

### Características de caída de los cuerpos:

La aceleración es constante :  $g = 9.8 \frac{m}{Sc^2}$

Las velocidades adquiridas crecen proporcionalmente al tiempo de caída.

Sean  $v_1, v_2$  las velocidades al cabo de los tiempos  $t_1$  y  $t_2$

$$V_0 = 0$$

$$V_1 = gt_1$$

$$V_2 = gt_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{gt_1}{gt_2} = \frac{t_1}{t_2}$$

3er. Los espacios recorridos son proporcionales al cuadrado de los tiempos de la caída.

$Y_1$  y  $Y_2$  recorridos en  $t_1$ ,  $t_2$  se tiene

$$V_0 = 0$$

$$Y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad ; \quad Y_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{\frac{1}{2} g t_1^2}{\frac{1}{2} g t_2^2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$$

Si hay  $V_0$  y  $X_0$  se debe rehacer ecuación de caída libre vistas anteriormente

4to. En el vacío los cuerpos caen con la misma aceleración se puede establecer fórmulas en Ascensión vertical y caída de un cuerpo así.

- **Altura máxima y el tiempo empleado.**- que alcanza un cuerpo arrojado verticalmente con una velocidad inicial dada  $V_0$ , en un tiempo  $t$  que tarda en alcanzar esa altura máxima es un movimiento uniformemente retardador.

$$h = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{.....} \quad \textcircled{1}$$

Para alcanzar la altura máxima el cuerpo se detiene y en ese instante su velocidad es nula de tal manera.

$$V = V_0 - gt$$

$$0 = V_0 - gt \Rightarrow t = \frac{V_0}{g} \quad \dots\dots (2)$$

reemplazando en (1)

$$h = V_0 \left( \frac{V_0}{g} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{V_0}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{V_0^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{g} \quad \text{simplificando}$$

$$h = \frac{V_0^2}{2g}$$

Al caer el cuerpo tendrá el mismo tiempo que empleó para subir y tocará el suelo con una velocidad inicial

$$t = \frac{V_0}{g}$$

de la fórmula  $V = gt$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$V = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2hg}$$

sabemos que  $h = \frac{V_0^2}{2g}$

$$V = \sqrt{2g \frac{V_0^2}{2g}}$$

$$V = V_0.$$

En cuanto al tiempo:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad h = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{g} \frac{V_0^2}{2g}} = \sqrt{\frac{V_0^2}{2g}}$$

$$t = \frac{V_0}{g}$$

Tiempo de subida igual al tiempo de bajada.

- **COMENTARIO.-** En la realidad para que los hechos aquí analizados sean verdaderos se necesita que los cuerpos se estén moviendo en el vacío, sin embargo esta aproximación es válida cuando los cuerpos se mueven en el aire con velocidades pequeñas.

- **Ejercicios**

Un astronauta en la luna, lanzo un objeto verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 16 m/s. El objeto demoró 10 s para alcanzar el punto más alto de su trayectoria.

- ¿Cuál es el valor de la aceleración de gravedad en la luna?
- ¿Qué altura alcanzó el objeto?
- Si el objeto hubiera sido lanzado verticalmente hacia arriba con la misma velocidad inicial, pero en la Tierra, ¿qué altura habría alcanzado?

**DATOS****FORMULA**

$$g_L = ?$$

$$V = V_0 - gt$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$V_0 = gt$$

$$V_0 = 16 \text{ m/s}$$

$$V = 0$$

**SOLUCION**

$$a) g_L = V_0/t = (16 \text{ m/s}) / 10\text{s}$$

$$g_L = 1.6 \text{ m/s}^2$$

$$b) y = ? \quad \text{utilizamos la relación} \quad V^2 = V_0^2 - 2gy$$

$$2gy = V_0^2$$

$$y = V_0^2 / 2g = (16\text{m/s})^2 / (2 \times 1.6 \text{ m/s}^2)$$

$$y = 80\text{m}$$

$$c) y_T = ?$$

$$g_T = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$y = V_0^2 / 2 \times g_T = (16\text{m/s})^2 / (2 \times 9.8\text{m/s}^2)$$

$$y = 13 \text{ m}$$

Una persona lanza una pelota hacia arriba y la recoge cuando vuelve al punto de partida ¿Cuanto tiempo estuvo la pelota en el aire, sabiendo que alcanzó una altura de 20 m?

**Solución**

Tiempo subida = tiempo de descenso

$$V = V_0 = 0$$

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = g t^2 / 2$$

$$t = \sqrt{2y/g} = \sqrt{2 \times 20\text{m} / 9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 2.0 \text{ segundos}$$

$$t_T = 2t$$

$$t_T = 4 \text{ segundos.}$$

**2.12. MOVIMIENTO DE PROYECTILES**

Si observamos cualquier partícula lanzado al aire, se habrá realizado un movimiento de proyectiles. Esta observación nos dice que la partícula describe una trayectoria.

Esta forma de movimiento para su estudio realizaremos los siguientes suposiciones.

El movimiento se realiza en dos dimensiones horizontal uniforme y vertical uniformemente acelerado.

La aceleración debido a la gravedad es constante en todo el recorrido del movimiento y dirigido hacia abajo.

El efecto de la resistencia del aire es despreciable con estas suposiciones tendremos que la trayectoria de un proyectil es siempre una parábola.

Para el presente estudio consideraremos primero que la velocidad con que es lanzado  $V_0$  (velocidad inicial), es diferente de cero y no horizontalmente.

• **MOVIMIENTO DE PROYECTILES CON VELOCIDAD INICIAL NO HORIZONTAL.**

Si lanzamos un objeto con un ángulo por arriba de la horizontal, el vector inicial del movimiento, tendrá dos componentes. ( $v_{0x}$  y  $v_{0y}$ ).

El ángulo por abajo o puede estar por arriba o por abajo de la horizontal, si está por abajo el ángulo se lo considera negativo.

$$v_0 \equiv |v_0|$$

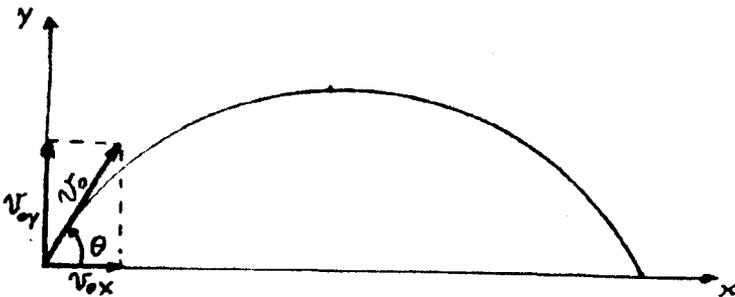


Fig. 14

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

Si consideramos un sistema de referencia de modo que la dirección (y) sea vertical y positiva; entonces  $a_y = -g$  y  $a_x = 0$  puesto que se desprecia el rozamiento del aire.

Además supongamos que en un instante  $t = 0$ , el proyectil deja el origen ( $X_0 = Y_0 = 0$ )

Si  $x$  para un M.R.U es igual a  $x = v.t$ . y la  $v = v \cos \theta$ , entonces;  $a_x = 0$

$$1) V_x = V_{0x} = V_0 \cos \theta = \text{constante}$$

$$2) x = V_{0x} t = V_0 \cos \theta \cdot t$$

Si  $y$  para un M.R.U.V es igual  $Y = V_{0y} t - \frac{1}{2} a t^2$  y  $V_y = V_{0y} - a t$  entonces:  $a_y = -g$

$$3) V_y = V_{0y} - g t = V_0 \sin \theta - g t$$

$$4) Y = V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = V_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Despejando  $t$  de la ecuación (2), y sustituyendo en 4 tenemos

$$Y = V_0 \sin \theta \left( \frac{x}{V_0 \cos \theta} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{V_0 \cos \theta} \right)^2 \quad t = \frac{x}{V_0 \cos \theta}$$

$$y = \tan \theta x - \left( \frac{g}{2 V_0^2 \cos^2 \theta} \right) x^2$$

Esto tiene la forma  $y = ax - bx^2$  que es la ecuación de una parábola que pasa por el origen. Si  $0 < \theta < \pi/2$ .

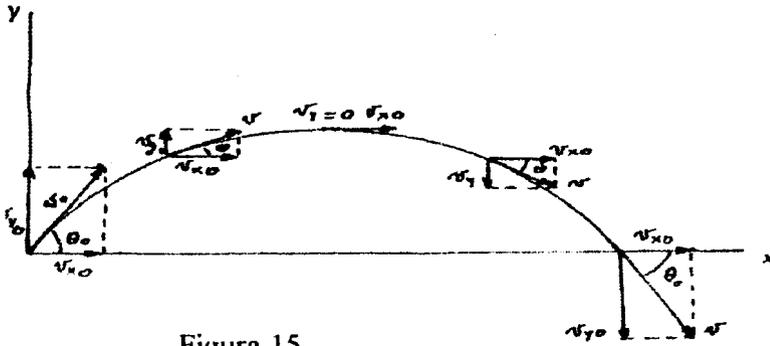


Figura 15

Se puede obtener la rapidez  $V$  como función del tiempo para el proyectil, observando los componentes  $x$  y  $y$ , en cualquier instante

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

También se puede calcular el ángulo que forma con la horizontal a partir de  $V_y$  y  $V_x$ .

$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x}$$

Vector posición del proyectil en función del tiempo

$$r = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

de donde  $V_0 t$  es distancia  $r_0$  para M.R.U. y  $\frac{1}{2} g t^2$  es  $r$ , en un M.R.U.V.

(caída libre) cuando su  $V_0 = 0$ .

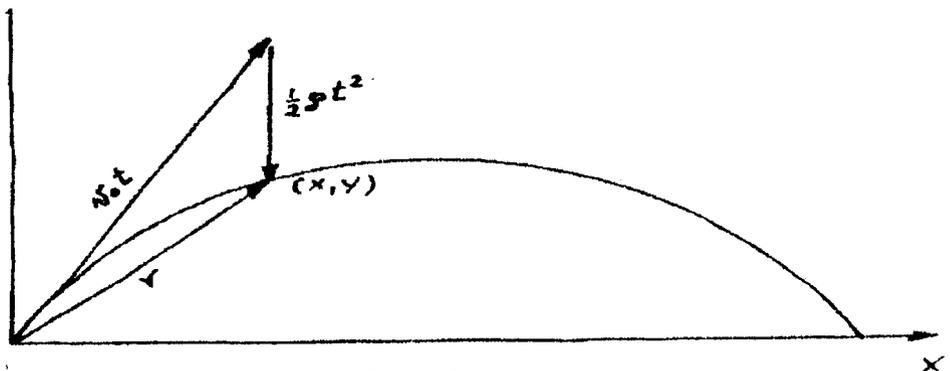


Fig. 16

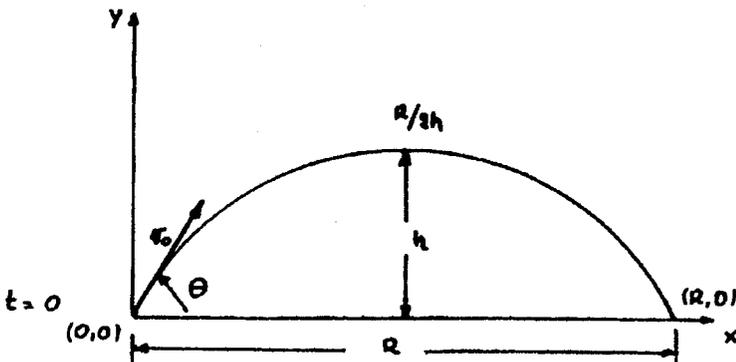
El vector  $\mathbf{r}$  de un proyectil, que tiene un vector velocidad inicial en el origen  $\mathbf{r}_0$ , está dada por:

El vector  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{V}ot$  que es el desplazamiento del proyectil ausente la gravedad y el vector  $\mathbf{r} = \frac{1}{2} \mathbf{g}t^2$  desplazamiento vectorial debido a la existencia de la gravedad en un punto  $t$ .

De esto se concluye, que el movimiento de proyectiles es la superposición de dos movimientos; un movimiento de un cuerpo que cae libremente en la dirección vertical ( $y$ ) con aceleración constante y el movimiento uniforme en la dirección horizontal ( $x$ ), con velocidad constante.

### • ALCANCE HORIZONTAL Y ALTURA MÁXIMA DE UN PROYECTIL

Suponiendo que se dispara el proyectil desde el origen  $t=0$  con una velocidad  $V_0$ , describiendo una parábola en su trayectoria, existe dos puntos especiales cuyo análisis, es interesante  $(R/2, h)$   $h$  es la altura máxima y  $(R,0)$  donde  $R$  es el alcance máximo.



Es posible determinar la altura máxima (h), observando  $V_y = 0$

$$V_y = V_{oy} - gt$$

$$t_1 = \frac{V_o \operatorname{sen} \theta}{g}$$

$$\text{si } h = V_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad h = V_o \operatorname{sen} \theta \left( \frac{V_o \operatorname{sen} \theta}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{V_o \operatorname{sen} \theta}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{V_o^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{2g}$$

El alcance R, es la distancia horizontal recorrida en el doble de tiempo que se requiere para alcanzar  $V_y = 0$ , es decir,  $2t_1$ .

Si se hace  $y=0$  tendremos

$$R = V_{xt} = V_{oxt} = V_o \cos \theta t = V_o \cos \theta \cdot 2t_1$$

$$R = \frac{2V_o \cos \theta}{g} V_o \operatorname{sen} \theta$$

$$R = \frac{2 V_o^2 \cos \theta \operatorname{sen} \theta}{g}$$

$$R = \frac{V_o^2 \operatorname{sen} 2 \theta}{g}$$

Si observamos las ecuaciones h y R veremos que son solo tener  $V_o$  podremos calcular R y h max.

Si  $2 \theta = 90^\circ$  entonces  $R = \frac{V_o^2}{g}$  que es un máximo valor entonces podemos decir que  $\theta = 45^\circ$  el alcance es máximo.

Si lanzamos un proyectil desde el origen con una rapidez inicial y a distintos ángulos, se observa la siguiente proyección,

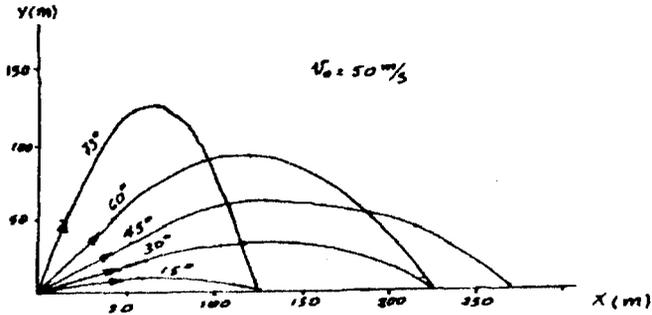


Fig. 18

### ● MOVIMIENTO DE PROYECTILES CON VELOCIDAD INICIAL HORIZONTAL

Si un objeto es lanzado horizontalmente, no sujeta a la acción de la gravedad seguirá con un movimiento uniforme recorriendo en la unidad de tiempo una distancia constante e igual a la velocidad en virtud de su inercia.

Después de  $t$  unidades de tiempo habrá recorrido una distancia igual a  $x = v \cdot t$ ; sin embargo, en este caso la partícula lanzada horizontalmente está sujeta a la gravedad que lo obliga a caer, verticalmente, con movimiento uniformemente acelerado recorriendo  $y = \frac{1}{2} g t^2$ .

Así vemos que el movimiento de proyectiles con velocidad inicial horizontal puede simplificarse al separar las componentes horizontal y vertical de movimiento así:

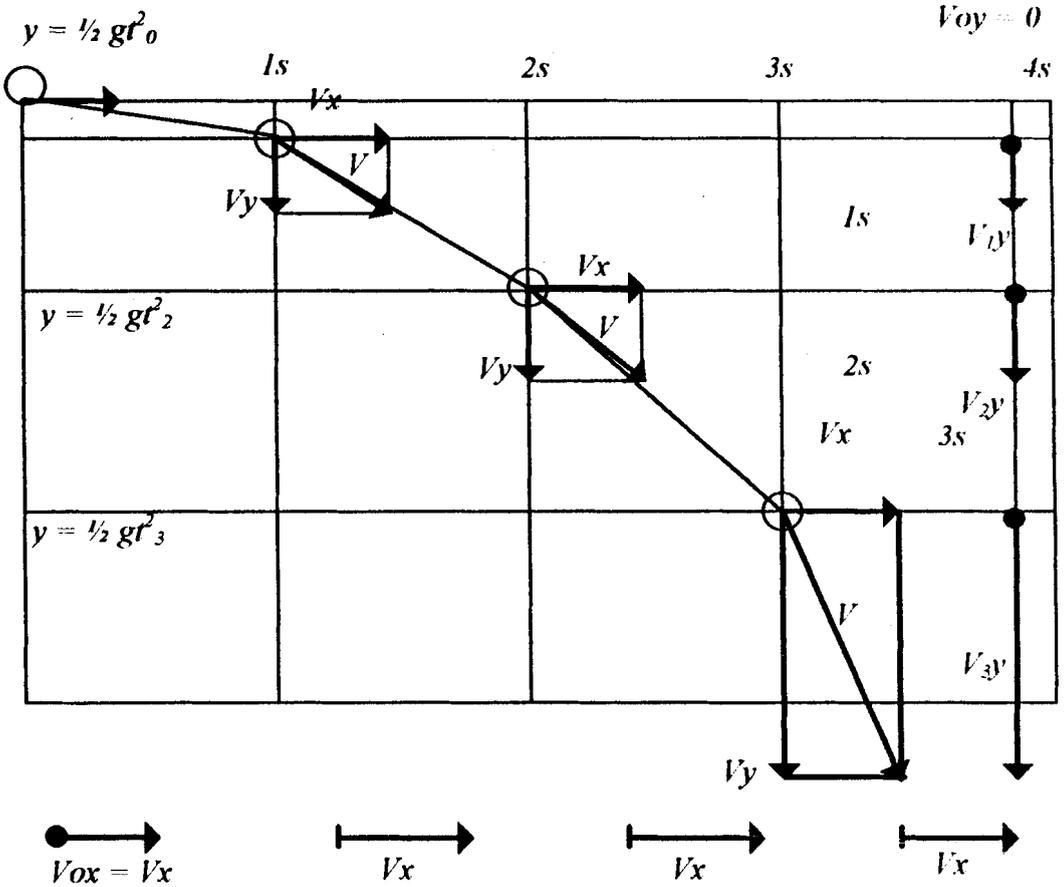


Fig. 19

Movimiento de un proyectil que se dispara horizontalmente.

La velocidad y la posición verticales aumentan con el tiempo de la misma manera que en el caso de un objeto de caída libre. Nótese que la distancia horizontal aumenta linealmente con el tiempo, indicando la existencia de una velocidad horizontal constante.

$v_{ox}$  = Velocidad inicial horizontal.

donde  $y$  = posición vertical.

$v_{0y}$  = Velocidad inicial vertical.

$g$  = aceleración gravitacional.

Para los problemas en los que la velocidad inicial es puramente horizontal, la posición final resultará por debajo del origen y la velocidad final habrá de estar dirigida hacia abajo.

Dado que la aceleración gravitacional también tiene una dirección que apunta hacia abajo, resulta más conveniente elegir la dirección hacia abajo como positiva.

Nótese asimismo que para el lanzamiento horizontal.

$$v_{0x} = v_x$$

$$v_{0y} = 0$$

Dado que la velocidad horizontal es constante y que la velocidad inicial vertical es igual a cero. Por lo tanto, las posiciones vertical y horizontal en cualquier instante están dadas por:

$$x = v_{0x}t \quad \text{Posición horizontal}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{Posición vertical}$$

De manera similar, las componentes vertical y horizontal de la velocidad en cualquier instante están dados por:

$$v_x = v_{0x} \quad \text{Posición horizontal}$$

$$v_y = gt \quad \text{Velocidad vertical}$$

Tanto la posición como la velocidad final se calculan a partir de sus componentes. En todas las fórmulas anteriores se deberá sustituir un valor positivo de  $g$  si elegimos como positiva la dirección vertical hacia abajo.

• **Ejercicios.**

Un avión vuela horizontalmente a 1960 m de altura; a una velocidad de 180 Km/h. El aviador debe dejar caer una bolsa con provisiones a un grupo de personas aisladas por una inundación ¿Cuántos metros antes de llegar sobre el grupo debe dejar caer la bolsa?

$$h = \frac{1}{2} gt^2 \quad t = \sqrt{2h/g} = \sqrt{2 \times 1960\text{m} / 9,8 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 20\text{s}$$

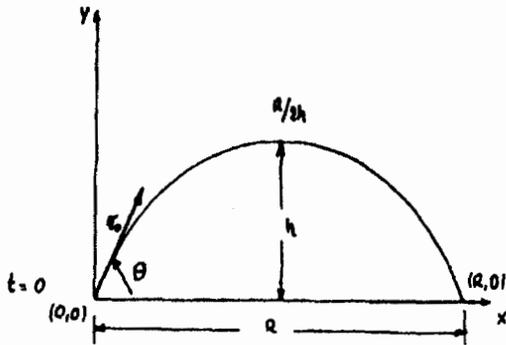
$$x = V_0 t$$

$$x = 180 \text{ Km/h} \cdot 20\text{s}$$

$$x = 180 \times 1000 \times 20 / 3.600 \text{ m}$$

$$x = 1000 \text{ m.}$$

Un cañón lanza un proyectil con una velocidad de 100m/s formando un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal. Calcular la altura que alcanza ( $h_{\text{max}}$ ) y el alcance máximo ( $X_{\text{max}}$ )



$$h_{\max} = \frac{V_0^2 \text{Sen}^2 \theta}{2g} \quad 140$$

$$h_{\max} = \frac{(100 \text{ m/s})^2 (\text{Sen}^2 60^\circ)}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$h_{\max} = 384.6 \text{ m}$$

$$X_{\max} = V_0^2 \text{sen } 2\theta / g$$

$$X_{\max} = \frac{(100 \text{ m/s})^2 (\text{Sen}^2 60^\circ)}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$X_{\max} = 883 \text{ m}$$

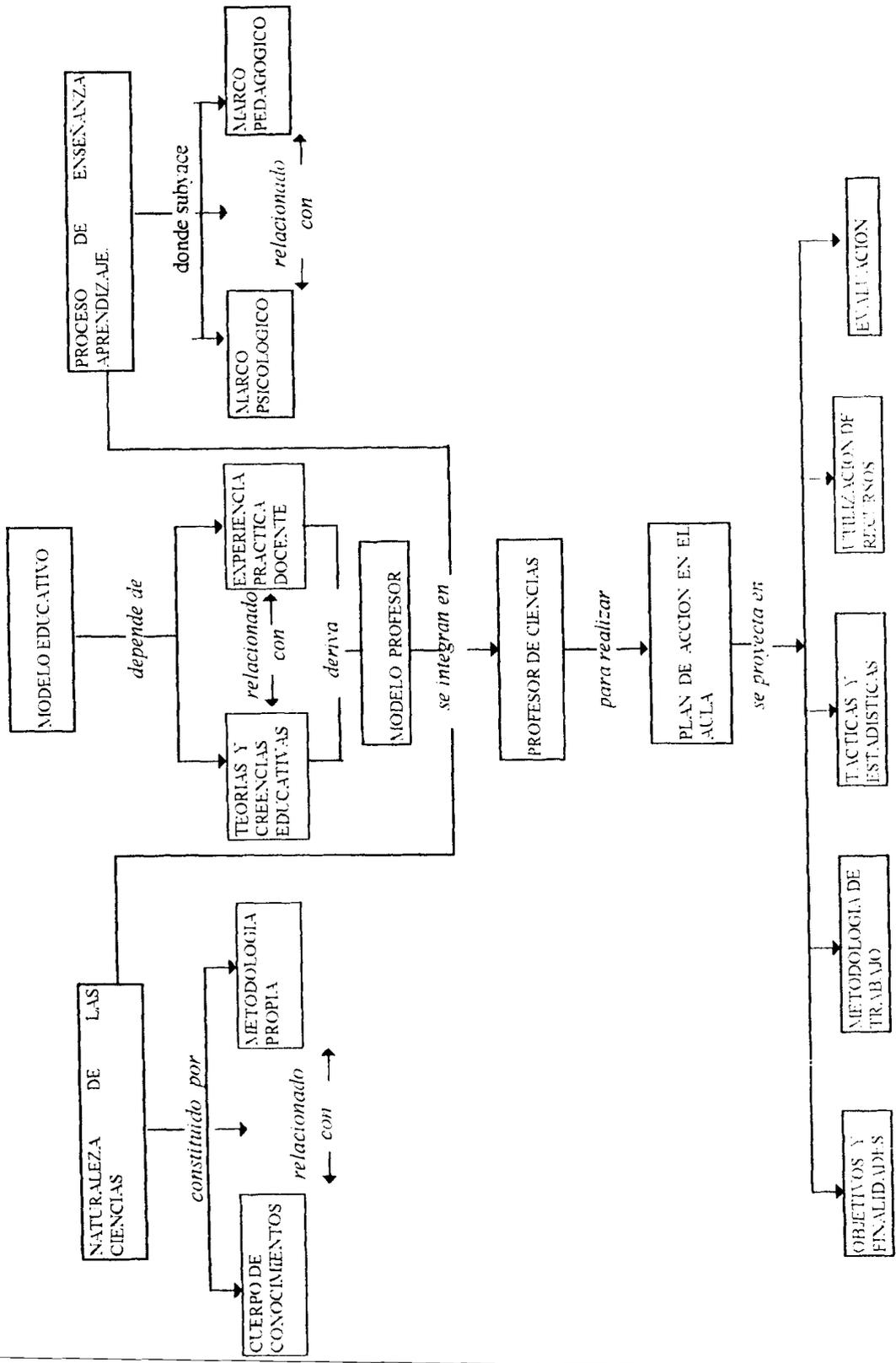
## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

1. Por encuestas realizadas en la ESPOL y en establecimientos de nivel medio en el país, se ha detectado que los estudiantes de secundaria tienen conceptos errados de las principales Leyes de la Física.
2. Es de conocimiento general que en la mayoría de los colegios fiscales del país los equipos de Física Experimental están inservibles, o no existen materiales para la enseñanza de la Física
3. Se presenta un aporte para la enseñanza de la Física, en especial en la parte experimental, con la presentación en este trabajo de Guías para el Maestro y para el Estudiante
4. Siendo el uso de la computadora uno de los avances más notorios en el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje, tanto alumnos como profesores se han visto en la necesidad de utilizar el computador como método didáctico para la enseñanza de las materias en especial de la Física ya que en él se pueden hacer simulaciones de fenómenos físicos.

Por anterior expuesto recomendamos:

1. Que todos los docentes del área de Física tomen conciencia sobre los preconceptos que sus educandos obtienen a nivel secundario y den los correctivos necesarios, mediante el estudio de técnicas y guías adecuadas para la enseñanza de la Física.
2. Que las autoridades de los colegios secundarios del país difundan la construcción de prototipos sencillos utilizando materiales del medio como se expone en la presente monografía.
3. Que el profesor de Física en secundaria tenga acceso a guías didácticas tanto para el maestro como para el estudiante con el fin de preparar su unidad y su clase experimental correctamente.
4. Que se incrementen los planes de estudio de los colegios la enseñanza de computación con el fin de que el estudiante aproveche el beneficio didáctico de esta poderosa herramienta didáctica en la Física y en otras asignaturas

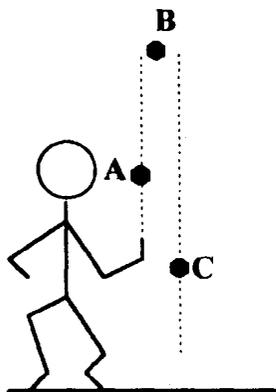
ANEXO I



## ANEXO 2

### DETECCION DE PRECONCEPTOS SOBRE MECANICA CLASICA

Usted lanza una esfera verticalmente hacia arriba. Los puntos A, B y C de la figura



adjunta, pertenecen a la trayectoria de la esfera. El punto A pertenece a la trayectoria de la esfera, mientras ésta asciende; el punto B, cuando la esfera alcanza la máxima altura; y, el punto C, cuando desciende.

Considere despreciable la resistencia del aire.

A los estudiantes a quienes se aplicó esta encuesta, se les solicitó que marquen una X sobre la alternativa que consideren correcta acerca de las fuerzas que actúan sobre la esfera en los puntos A, B y C, advirtiéndoles que en la alternativa (e), deberían trazar las fuerzas que actuarían sobre la esfera, si ninguna de las alternativas (a), (b), (c) o (d), satisficieran sus expectativas.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Fuerzas que actúan sobre la esfera cuando ésta pasa por el punto A, en su movimiento de ascensión.

Estudiantes que cursan la materia		(a)		(b)		(c)		(d)		(e)		
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	
Física Teórica y Experimental I	Ing. Industrial	3	7,5	7	17,5	23	57,5	7	17,5	0	0	40
	Otra Ingeniería	2	6,5	11	34,3	18	56,2	1	3,1	0	0	32
Física Teórica y Exp. II		0	0	11	37,9	13	44,8	5	17,2	0	0	29
Física Teórica y Exp. III		1	3,2	9	28,1	20	64,5	0	0	1	3,2	31
Profesores de Colegios		0	0	8	57,1	5	35,7	1	7,1	0	0	14
TOTALIZAN		6	4,1	46	31,5	79	54,1	14	9,5	1	0,6	146

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Fuerzas que actúan sobre la esfera cuando ésta pasa por el punto B.

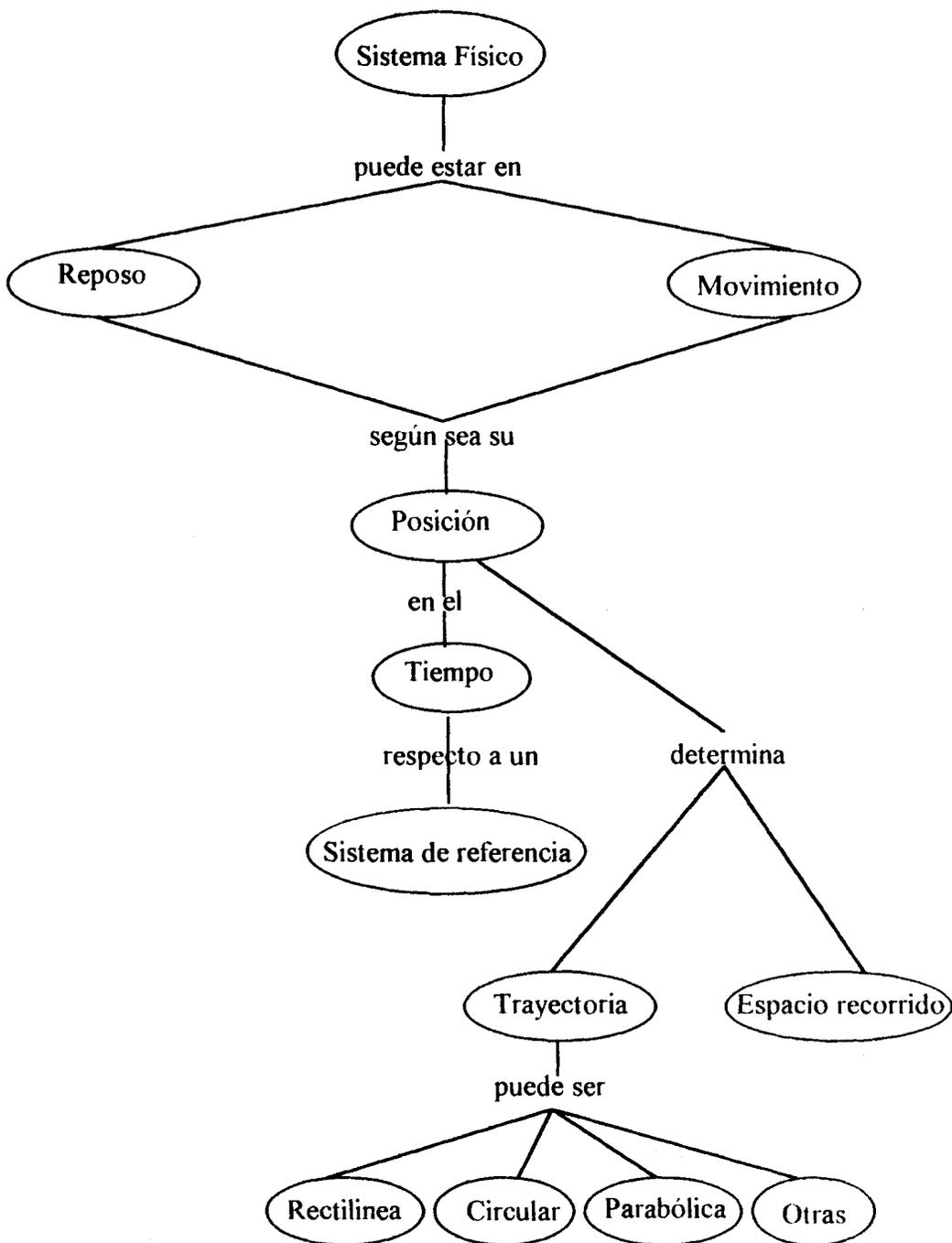
Estudiantes que cursan la materia		(a)		(b)		(c)		(d)		(e)		
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	
Física Teórica y Experimental I	Ing. Industrial	3	7,5	4	10,0	0	0	31	77,5	2	5,0	40
	Otra Ingeniería	0	0	6	18,7	9	28,1	16	50,0	1	3,1	32
Física Teórica y Exp. II		0	0	6	20,6	0	0	22	75,8	1	3,4	29
Física Teórica y Exp. III		0	0	10	32,2	0	0	20	64,5	1	3,2	31
Profesores de Colegios		0	0	2	14,2	2	14,2	10	71,4	0	0	14
TOTALIZAN		3	2,0	28	19,1	11	7,5	99	67,8	5	3,4	146

Los resultados obtenidos son los siguientes:

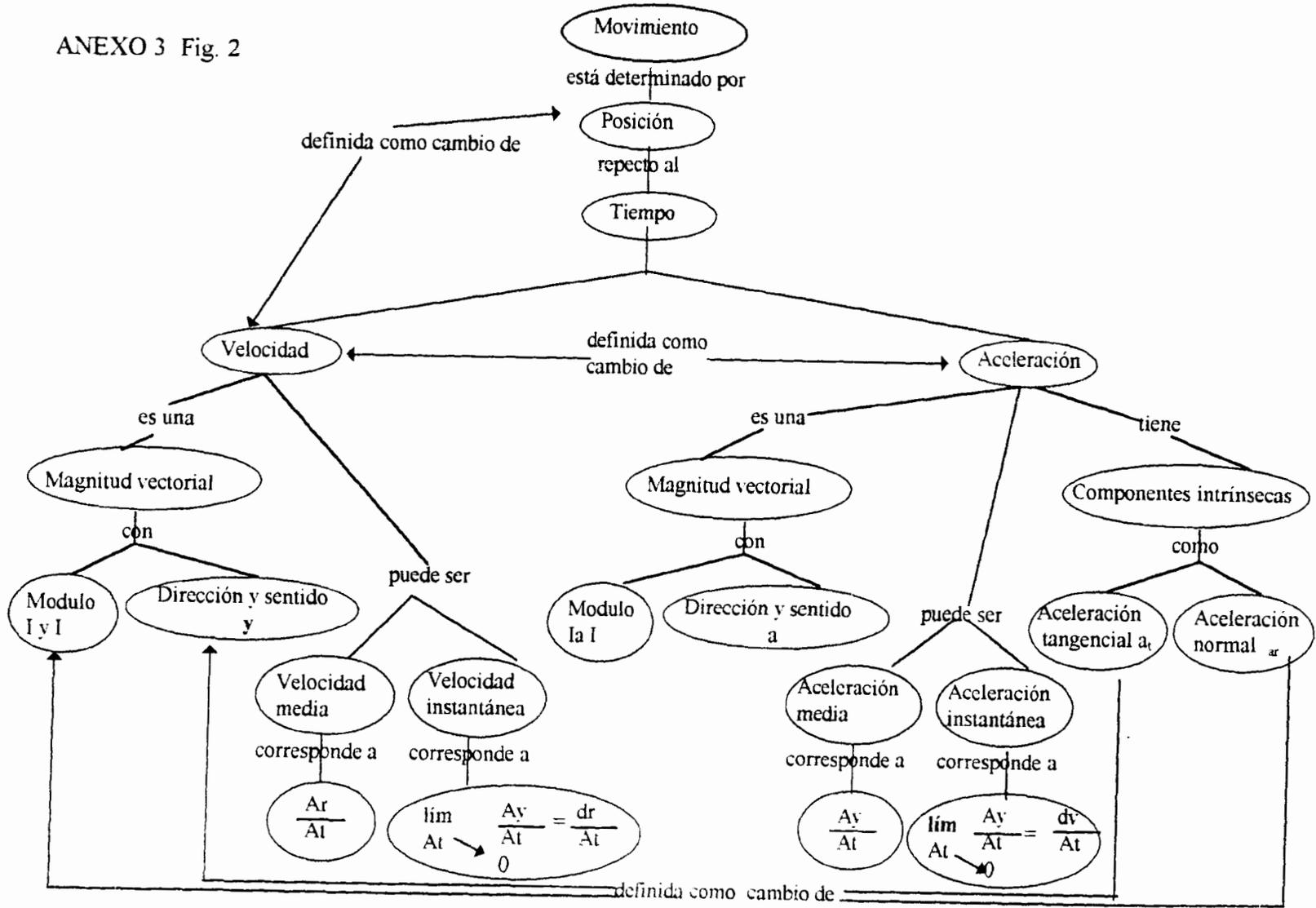
Fuerzas que actúan sobre la esfera cuando ésta pasa por el punto C, en su movimiento de descenso.

Estudiantes que cursan la materia		(a)		(b)		(c)		(d)		(e)		
		N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	
Física Teórica y Experimental I	Ing. Industrial	32	80,0	1	2,5	7	17,5	0	0	0	0	40
	Otra Ingeniería	22	68,7	1	3,1	8	25,0	1	3,1	0	0	32
Física Teórica y Exp. II		22	75,8	2	6,8	5	17,2	0	0	0	0	29
Física Teórica y Exp. III		24	77,4	1	3,2	5	16,1	1	3,2	0	0	31
Profesores de Colegios		6	42,8	1	7,1	7	50,0	0	0	0	0	14
TOTALIZAN		106	72,6	6	4,1	32	21,9	2	1,4	0	0	46

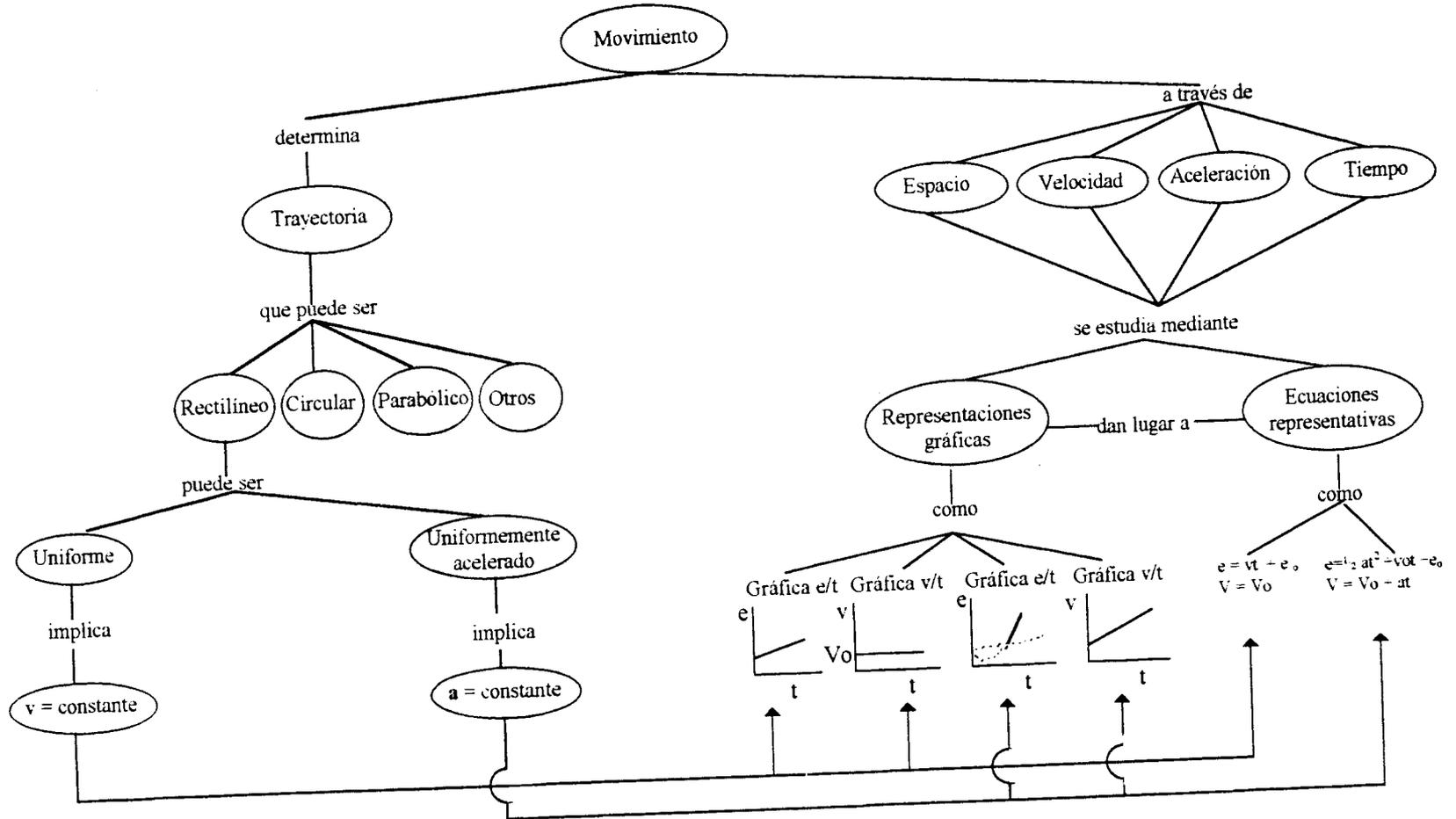
ANEXO 3 - FIG. 1



ANEXO 3 Fig. 2



ANEXO No. 3 - Fig. 3



**TEORICO**

**TEORIA**

Mecánica Newtonana y Galileana.

**Principio**

Es posible encontrar una ecuación o modelo matemático que represente el movimiento de un cuerpo.

**Conceptos**

Posición

Desplazamiento

Espacio

Velocidad

Rapidez

Ecuaciones del movimiento

Reducción de unidades

Representación gráfica

**ANEXO 4 Fig. 1**

Que relación se puede establecer entre espacio recorrido y el tiempo empleado?

Cuál es la ecuación representativa de un M.R.U?

**EXPERIMENTAL**

**AFIRMACIONES**

La distancia recorrida por un móvil es directamente proporcional al tiempo que recorre.

$$X_1 = X_2 = X_3 = \text{etc} = V \cdot t_1 \quad t_2 \quad t_3$$

La constante de proporcionalidad de la función  $x = f(t)$  se llama velocidad.

Las ecuaciones representativas del M.R.U. son:

$$x = V (T - t_0) + X_0$$

$$V = V_0 = \text{cte}$$

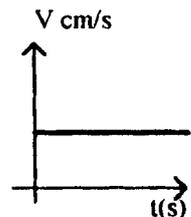
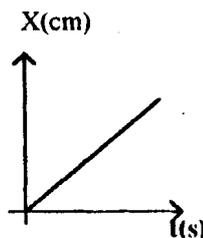
Si el origen de las coordenadas coinciden con el origen del movimiento y  $t_0$  coincide con el cero del reloj.

$$x = v \cdot t.$$

$$v = \text{cte}$$

**REGISTRO DE DATOS**

n	x(em)	t(s)	t <sub>2</sub> (s)	t <sub>3</sub> (s)	t = $\frac{\sum t}{n}$	x/t
1						
2						
n						



Estudio del Movimiento de una burbuja en un tubo con agua (M.R.U)

## TEORICO

### TEORIA

Mecánica Newtonana y Galileana.

### Principio

Es posible encontrar una ecuación o modelo matemático que represente el movimiento de cuerpo.

### Conceptos

Espacio

Aceleración

Velocidad

Tiempo

Ecuaciones del movimiento

Reducción de unidades

Representación gráfica

## ANEXO 4 Fig. 2

¿Qué relación se puede establecer entre velocidad, espacio recorrido y tiempo empleado?

¿Cuál es la ecuación representativa de un M.R.U.V.?

## EXPERIMENTAL

### AFIRMACIONES

El incremento de la velocidad en cada unidad de tiempo es:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t - t_0}$$

Si la aceleración es constante es movimiento uniformemente variado.

Las ecuaciones representativas del M.R.U. son:

$$V = V_0 + at$$

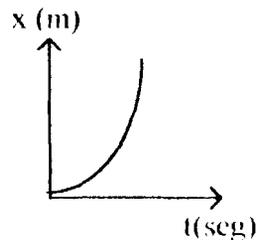
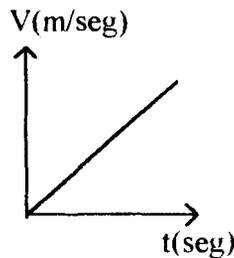
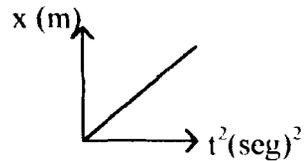
$$x = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$x = V + V_0 \cdot t$$

$$2ax = V^2 - V_0^2$$

### REGISTRO DE DATOS

n	x(m)	t(s)	t(s)	t <sup>2</sup> (s)	V = x/t
1					
2					
n					



Estudio del Movimiento de una esfera en un plano inclinado

## TEORICO

### TEORIA

Mecánica Newtonana y Galileana.

### Principio

Es posible encontrar una ecuación matemática que relacione el concepto de gravedad.

### Conceptos

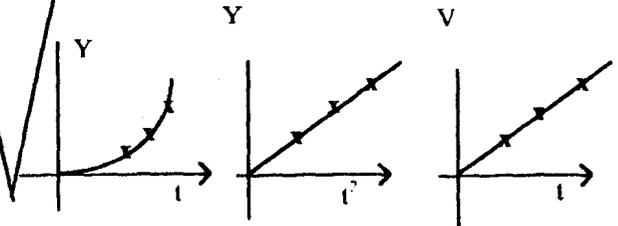
Espacio, en una dimensión eje y.  
Tiempo, de subida, total, de bajada.

- Ecuación 1ero y 2do. grado.
- Concepto de pendiente
- Representación gráfica
- Velocidad inicial y final
- Periodo, frecuencia.

## ANEXO 4 Fig. 3

Que relación se puede establecer entre tiempo, altura y velocidad

Cuáles son las ecuaciones que representan a un movimiento de caída libre?



## EXPERIMENTAL

### AFIRMACIONES

Es posible calcular la magnitud de la aceleración de la gravedad, con relación de velocidad y el tiempo

### REGISTRO DE DATOS

Observaciones	y(m)	t(s)	t <sup>2</sup> (seg <sup>2</sup> )	V(m/s)
1				
2				
3				
4				
5				

## ACONTECIMIENTO

Estudio para la obtención del módulo, dirección y sentido del vector gravedad, utilizando el periodo de una regla y la caída de un cuerpo que topa con una pesa, permitiéndonos encontrar la distancia y recorrida por el peso.

**TEORICO**

**TEORIA**

Mecánica Newtonana y Galileana., Principio de independencia de Movimiento

**Principio**

Es posible encontrar una ecuación matemática que relacione los dos movimientos y el movimiento parabólico

**Conceptos**

- Espacio, en dos dimensiones
- Tiempo.
- Ecuaciones de 2do. grado.
- Concepto de pendiente
- Representación gráfica
- Velocidad en dos dimensiones horizontal (uniforme) y Vertical (uniformemente variada)

**ANEXO 4 Fig. 4**

Que relación puede establecer entre espacio y velocidad en dos dimensiones y el tiempo.

Cuál es la ecuación representativa de movimiento parabólico?

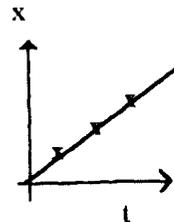
**EXPERIMENTAL**

**AFIRMACIONES**

Es posible calcular la distancia y la altura con relación del ángulo y la velocidad al iniciarla. (asumiendo el valor de la gravedad)  $(9,8 \text{ m/s}^2)$

**REGISTRO DE DATOS**

Observaciones	x(m)	y(m)	t(s)
1			
2			
3			
4			
5			



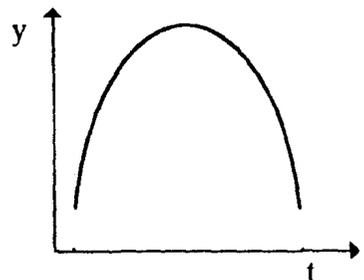
$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

b.

Observaciones	x(m)	y(m)	t(s)	Vox
1				
2				
3				
4				
5				

**ACONTECIMIENTO**

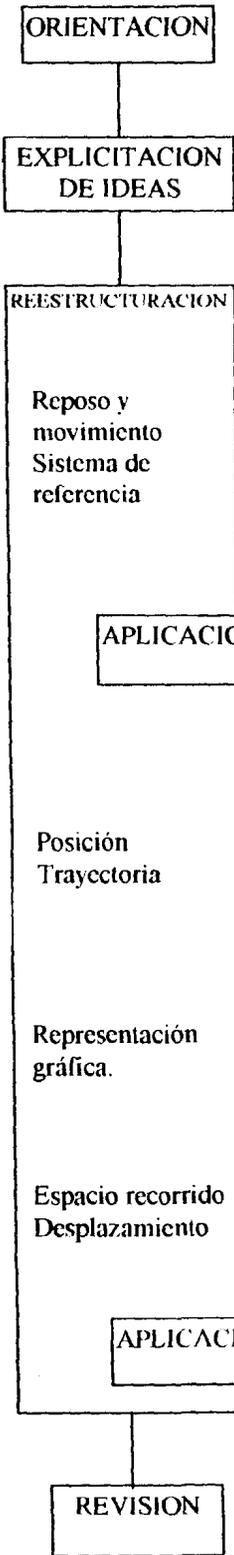
Estudio del movimiento del proyectil, lanzado con velocidad horizontal inicial, que cae de una rampa.



**ANEXO 5 - TABLA 5**

<b>CONTENIDOS CONCEPTUALES</b>	<b>CONTENIDOS PROCEDIMENTALES</b>	<b>CONTENIDOS ACTITUDINALES</b>
C1 Sistemas de referencia. Determinación de la posición	P1 Identificación de interrogantes de la vida cotidiana.	A1 Interés por fenómenos o hechos de la vida cotidiana.
C2 Espacio recorrido, trayectoria y desplazamiento.	P2 Diseño y/o realización de experiencias.	A2 Rigor, precisión, orden,... en la recogida de información.
C3 Velocidad media e instantánea.	P3 Emisión de hipótesis.	A3 Actitud crítica y fundamentada.
C4 Estudio del movimiento rectilíneo y uniforme.	P4 Observación y recogida de datos cualitativos	A4 Asumir responsabilidades en las tareas del grupo.
C5 Caracter vectorial de la velocidad	P5 Utilización de aparatos de medida.	A5 Actitud flexible y de colaboración en el grupo.
C6 Introducción al concepto de aceleración	P6 Representación e interpretación de gráficas	A6 Valorar el conocimiento científico como proceso de construcción continua y de revisión permanente.
C7 Estudio del movimiento uniformemente acelerado.	P7 Familiarización con el cambio de unidades y utilización del S.I.	A7 Fomentar una actitud positiva hacia las Ciencias y sus repercusiones sociales
C8 La gravedad	P8 Comunicación e interpretación de resultados. Elaboración de conclusiones.	A8 Mejorar la autoestima
C9 Principio de independencia de los movimientos.	P9 Expresión de ideas utilizando un lenguaje científico adecuado.	A9 Divertirse en el trabajo
C10 Movimientos de proyectiles	P10 Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.	
	P11 Intercambio y defensa de ideas utilizando argumentaciones fundamentadas.	
	P12 Interpretación de textos	
	P13 Determinación de los errores cometidos.	
	P14 Revisión de lo aprendido	

ANEXO 5 - FIG. 6



**PREGUNTAS CLAVES**

\* ¿Por qué estudiar el movimiento? ¿Cómo lo vamos a hacer?

• ¿Qué es un sistema de referencia?  
• ¿Depende el movimiento del sistema de referencia?

\* ¿Puede existir un sistema de referencia en reposo absoluto?

• ¿Cómo se puede representar la posición de un objeto?

• ¿Cómo se puede representar un movimiento en una gráfica e-t?

• ¿Es lo mismo espacio recorrido, trayectoria y desplazamiento?

\* ¿Cómo se puede describir con detalle el movimiento seguido por un objeto?

\* ¿Cómo se puede describir el detalle la caída de un cuerpo.

\* ¿Cómo se puede representar la posición en un objeto en un plano (Movimiento Parabólico)

**CONTENIDOS PROCEDIMENTALES**

• Identificación interrogantes vida cotidiana.

• Identificación de interrogantes vida cotidiana.  
• Interpretación de textos  
• Intercambio y defensa de ideas.  
• Expresión ideas utilizando lenguaje científico.

\* Expresión ideas utilizando lenguaje científico.  
\* Intercambio y defensa de ideas

• Representación e interpretación de gráficas.

• Representación e interpretación de gráficas.

• Identificación de interrogantes vida cotidiana  
• Expresión de ideas utilizando lenguaje científico.

\* Expresión de ideas utilizando lenguaje científico.  
• Intercambio y defensa de ideas utilizando argumentaciones bien fundamentadas.

**INTENCIONES EDUCATIVAS**

• Iniciar y contextualizar la unidad didáctica y organizar a los alumnos.  
• Explicar las ideas de los alumnos sobre el movimiento

• Cuestionar su idea de movimiento.  
• Crear la necesidad de establecer un sistema de referencia

\* Aplicando conocimiento vida cotidiana.

\* Determinar la posición de un objeto con ayuda de unos ejes coordenados.

• Utilizar los gráficos como elementos para representar el movimiento.

• Relacionar y diferenciar los conceptos de desplazamiento y espacio recorrido.

\* Aplicar los conceptos aprendidos a un caso concreto.

\* Evidenciar el cambio de las ideas iniciales en el alumno.

ANEXO 5 - FIG. 7



PREGUNTAS CLAVES

CONTENIDOS PROCEDIMENTALES

INTENCIONES EDUCATIVAS

- ¿Qué velocidad lleva un objeto?
- ¿Qué relación existe entre  $e$ ,  $v_m$  y  $t$ ?

- Identificación de interrogantes vida cotidiana.
- Expresión ideas utilizando lenguaje científico.
- Intercambio y defensa de ideas.
- Familiarización con el cambio de unidades.

- Explicar las ideas de los alumnos respecto de la velocidad.
- Esclarecer el concepto de velocidad media.
- Medir el movimiento. Unidades y significado físico. Realizar cálculos sencillos.

- ¿Cómo se puede determinar experimentalmente si un objeto se mueve con velocidad constante?
- ¿Qué problemática conlleva al estudio real de un movimiento?

- Emisión de hipótesis
- Realización de experiencias.
- Utilización de aparatos de medida.
- Recogida de datos.
- Representación e interpretación de resultados.
- Valoración de errores.

- Aplicar lo estudiado a un movimiento concreto (M.R.U). Iniciar al diseño y realización de experiencias. Aprender a calcular los errores cometidos en las medidas.
- Mostrar la coherencia interna del trabajo científico.

Velocidad Instantanea

- ¿Es suficiente la  $v_m$  para caracterizar un movimiento?

- Expresión ideas utilizando lenguaje científico.
- Intercambio y defensa de ideas
- Representación e interpretación de gráficas.

- Relacionar el nuevo concepto introducido ( $v_i$ ) con el anterior ( $v_m$ ).

Movimiento Uniforme

- ¿Qué información nos suministran las gráficas del M.R.U.U?
- ¿Cómo se puede establecer la ecuación representativa de un M.R.U.U?

- Comunicación e interpretación de resultados.
- Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.
- Familiarización con el cambio de unidades.

- Relacionar los conceptos anteriores con las representaciones gráficas.
- Conectar la práctica con las ecuaciones representativas de MRU

Caracter vectorial de la velocidad

- ¿Cómo se puede determinar la ecuación representativa de un movimiento a partir de una gráfica?

- Representación e interpretación de gráficas
- Resolución de problemas

- Aplicar los conocimientos adquiridos en la interpretación de gráficas y en la resolución de problemas

APLICACION

- ¿Es suficiente un número para determinar la velocidad?

- Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.

- Considerar el carácter vectorial de la velocidad.
- Operar con vectores de forma elemental.

- ¿Qué modificación implica la introducción de la dirección y el sentido de la velocidad en la resolución de problemas?

- Identificación de interrogantes vida cotidiana
- Expresión de ideas utilizando lenguaje científico.
- Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.

- Aplicación de lo estudiado a una situación concreta.
- Deducir las ecuaciones de C.I.C.

REVISION

- ¿Qué información nos da de la independencia de los Movimientos?
- ¿Cuál es el valor de la gravedad?
- Cuáles son los  $t$  y  $x$  de caída libre de los cuerpos?
- Calcular la altura máxima y el alcance máximo en diferentes problemas.

- Evidenciar el cambio de ideas iniciales en el alumno.
- Aplicar los conocimientos para el cálculo de la altura máxima y el alcance máximo.
- Relacionar los conocimientos de independencia de los movimientos en el plano.

ANEXO 5 - FIG. 7



PREGUNTAS CLAVES

CONTENIDOS PROCEDIMENTALES

INTENCIONES EDUCATIVAS

- ¿Qué velocidad lleva un objeto?
- ¿Qué relación existe entre  $v$ ,  $v_m$  y  $t$ ?

- ¿Cómo se puede determinar experimentalmente si un objeto se mueve con velocidad constante?
- ¿Qué problemática conlleva al estudio real de un movimiento?

- ¿Es suficiente la  $V_m$  para caracterizar un movimiento?

- ¿Qué información nos suministran las gráficas del M.R.U.?
- ¿Cómo se puede establecer la ecuación representativa de un M.R.U.?

- ¿Cómo se puede determinar la ecuación representativa de un movimiento a partir de una gráfica?

- ¿Es suficiente un número para determinar la velocidad?

- ¿Qué modificación implica la introducción de la dirección y el sentido de la velocidad en la resolución de problemas?

- ¿Qué información nos da de la independencia de los Movimientos?
- ¿Cuál es el valor de la gravedad?
- Cuáles son los datos de caída libre de los cuerpos?
- Calcular la altura máxima y el alcance máximo en diferentes problemas.

- Identificación de interrogantes vida cotidiana.
- Expresión ideas utilizando lenguaje científico.
- Intercambio y defensa de ideas.
- Familiarización con el cambio de unidades.

- Emisión de hipótesis
- Realización de experiencias.
- Utilización de aparatos de medida.
- Recogida de datos.
- Representación e interpretación de resultados.
- Valoración de errores.

- Expresión ideas utilizando lenguaje científico.
- Intercambio y defensa de ideas
- Representación e interpretación de gráficas.

- Comunicación e interpretación de resultados.
- Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.
- Familiarización con el cambio de unidades.

- Representación e interpretación de gráficas
- Resolución de problemas

- Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.

- Identificación de interrogantes vida cotidiana
- Expresión de ideas utilizando lenguaje científico.
- Utilización de ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas.

- Explicar las ideas de los alumnos respecto de la velocidad.

- Esclarecer el concepto de velocidad media.
- Medir el movimiento. Unidades y significado físico. Realizar cálculos sencillos.

- Aplicar lo estudiado a un movimiento concreto (M. R.U). Iniciar al diseño y realización de experiencias. Aprender a calcular los errores cometidos en las medidas.
- Mostrar la coherencia interna del trabajo científico.

- Relacionar el nuevo concepto introducido ( $V_i$ ) con el anterior ( $V_m$ ).

- Relacionar los conceptos anteriores con las representaciones gráficas.
- Conectar la práctica con las ecuaciones representativas de MRU

- Aplicar los conocimientos adquiridos en la interpretación de gráficas y en la resolución de problemas

- Considerar el carácter vectorial de la velocidad.
- Operar con vectores de forma elemental.

- Aplicación de lo estudiado a una situación concreta.
- Deducir las ecuaciones de C.I.C.

- Evidenciar el cambio de ideas iniciales en el alumno.
- Aplicar los conocimientos para el cálculo de la altura máxima y el alcance máximo.
- Relacionar los conocimientos de independencia de los movimientos en el plano.

**ANEXO 6**

**PROGRAMA DE SIMULACION DE FENOMENOS DE MOVIMIENTOS  
(TURBO PASCAL)**

**MODOGRAFICO**

## ANEXO 7

### TEORIA DE ERRORES

Como resultado de la imperfección de los aparatos de medición y de los sentidos del ser humano en cualquier tipo de medición, solamente se obtiene valores aproximados.

Los errores se clasifican en:

**Errores Sistemáticos**, determinados o constantes.- Estos ocurren al emplear equipos defectuosos o ecuaciones de trabajo incompletas.

**Errores Indeterminados**, accidentales o de azar.- Estos ocurren cuando sus causas no son conocidas.

**Incertidumbre absoluta**, es el intervalo de valores en el cual se garantiza se encuentra el valor deseado.

**Incertidumbre relativa**, es la comparación de la incertidumbre absoluta con el valor de la medición misma.

$$\% \text{ E.R.} = \frac{\text{Incertidumbre absoluta} \times 100}{\text{valor medio}}$$

#### **Incertidumbre en funciones de una sola variante**

Metodo General

$$Z = f(x)$$
$$\frac{dZ}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$
$$AZ = \frac{d(f(x)) \Delta x}{dx}$$

#### **Incertidumbre en funciones de dos o mas variables**

Metodo General

$$F = f(x, y, z)$$

$$dF = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

## GRAFICOS Y ECUACIONES

En Física experimental se usa con mucha frecuencia para descubrir los fenómenos que se van a estudiar. El estudio de los gráficos resulta de gran importancia debido a su gran utilidad.

### SUAVIZACION DE UNA CURVA.

Después de haber realizado una experiencia de comparación entre la medición de dos variables  $x$ ,  $y$  y obteniendo un cuadro de datos

x	y
-	-
-	-
-	-

Al graficar estos datos experimentales en papel milimetrado, y al querer unir los puntos no saldrá una recta continua, esta representación no es correcta, tendremos que trazar una recta continua, la cual a su paso tomará unos cuantos datos experimentales y los restantes deberán estar en números iguales arriba de la recta como debajo de ella.

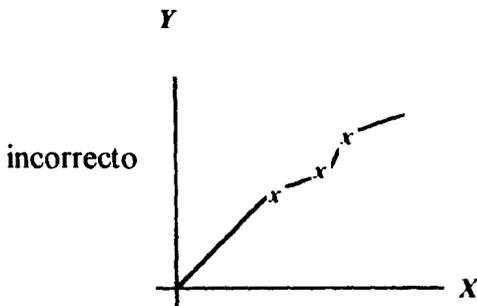


Fig. # 1

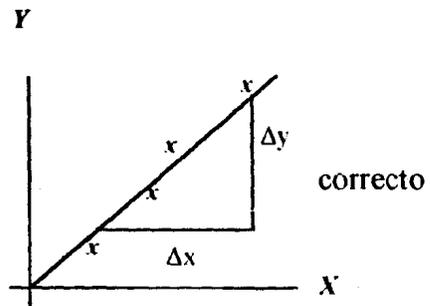


Fig. # 2

### PROPORCIONALIDAD DIRECTA

De la grafica # 2 obtenemos una ecuación de Proporcionalidad directa  $Y = kx$  donde  $k$  es la constante de proporcionalidad conocida como pendiente, podemos enunciar:

La gráfica de una magnitud que varía en proporción directa a otra, da una recta que pasa por el origen gráfico # 2.

**La pendiente**, para calcularla, se toman en el gráfico correcto dos puntos no experimentales y se forma un triángulo rectángulo en donde

$$\Delta y = Y_2 - Y_1$$

$$\Delta x = X_2 - X_1$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

**Relación Lineal**, No siempre la recta pasará por el origen, ya que una de las magnitudes relacionadas es nula, la otra tiene su valor diferente de cero, de tal suerte que al graficar los datos intersecta al eje de las ordenadas (y)

Y es de la forma  $Y = Y_0 + kx$

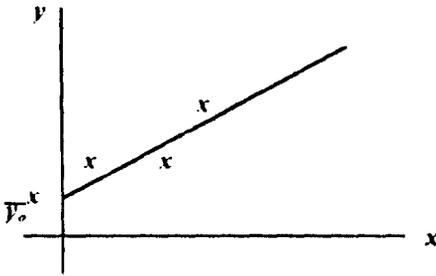


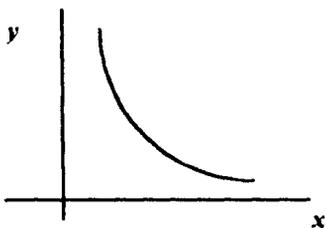
Fig. # 3

En donde  $Y_0$  es el dato inicial de la magnitud y

Para determinar la pendiente en la relación lineal procedemos de forma similar a la de la proporcionalidad directa

### OTRAS GRAFICAS.

Es posible que al graficar Y vs X se obtengan unas hipérbolas.



$$y = kx^2, \quad y = \frac{k}{x}, \quad y = \frac{k}{x^2}$$

$$y = kx^3$$

hacemos  $Z = x^2$

$$Z = x^3$$

$$Z = 1/x$$

$$Z = 1/x^2$$

y obtenemos  $y = kz$  y estamos en proporción directa fig. # 1, lo que indica que tenemos que graficar  $y$  con  $x^2$ , y con  $x^3$ , y con  $1/x$ .

### CALCULOS DE ERRORES DE LA PENDIENTE

Se grafican las magnitudes  $x, y$ , (se linealizan), podemos seguir el siguiente mecanismo:

1. Se obtiene la incertidumbre de la escala escogida para las dos magnitudes  $\partial x, \partial y$  con la siguiente solución:

$$\Delta y = \partial y = \frac{\text{Valor distancia}}{2n} \quad ; \quad n = \text{numero de divisiones}$$

2. Con la relación de la pendiente obtenemos la incertidumbre de la pendiente. (derivando parcialmente). Considerados como valores absolutos.

$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$\partial m = \frac{(X_2 - X_1) \partial y_2 - 0}{(X_2 - X_1)^2} + \frac{(X_2 - X_1) \partial y_1 - 0}{(X_2 - X_1)^2} + \frac{0 - (Y_2 - Y_1) \partial x_2}{(X_2 - X_1)^2} + \frac{0 - (Y_2 - Y_1) \partial x_1}{(X_2 - X_1)^2}$$

$$\partial m = \frac{(X_2 - X_1) \partial y_2}{(X_2 - X_1)^2} + \frac{(X_2 - X_1) \partial y_1}{(X_2 - X_1)^2} + \frac{(Y_2 - Y_1) \partial x_2}{(X_2 - X_1)^2} + \frac{(Y_2 - Y_1) \partial x_1}{(X_2 - X_1)^2}$$

3. Tenemos luego  $(m \pm \partial m)$

RESULTADOS DE LA ENCUESTA SOBRE LAS EXPECTATIVAS ACERCA DEL LABORATORIO DE FISICA

PROFESORES: .....ANEXO 8.....

ESTUDIANTES: .....FIS. EXP. I ESPOL.....

LUGAR Y FECHA DE LA ENCUESTA: ...Guayaquil, 28 de Diciembre / 92 (30 Estud.)..

Valor de las expectativas de acuerdo con el siguiente criterio:

1 Ninguna importancia 2 Poca importancia 3 Mediana Importancia

4 Bastante importancia 5 Mucha importancia IDEAL

REAL

$\bar{X}$  Media Aritmética  $\sigma$  Desviación estándar

1. ENTRENAR EN EL USO DE APARATOS DE MEDIDA.....
2. REFORZAR LA TEORIA.....
3. IDENTIFICAR LOS PROBLEMAS.....
4. ENTRENAR A ESCRIBIR INFORMES.....
5. SERVIR DE AYUDA EN EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS.....
6. ENSEÑAR A PLANEAR EXPERIMENTOS PARA VERIFICAR TEORIAS.....
7. BUSCAR INFORMACION PARA RESOLVER PROBLEMAS.....
8. ENSEÑAR CONTENIDOS DE FISICA A TRAVES DE EXPERIMENTOS.....
9. INTERPRETAR GRAFICOS TRAZADOS CON VALORES MEDIDOS.....
10. ILUSTRAR EL CONTENIDO DE LA TEORIA.....
11. FORMULAR HIPOTESIS.....
12. AFIANZAR EL RECUERDO DE LEYES FISICAS.....
13. CALCULAR ERRORES DE MEDICIONES.....
14. DESARROLLAR DESTREZAS EN EL MANEJO DE APARATOS.....
15. PREDECIR CONSECUENCIAS BASADOS EN LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.....
16. PLANIFICAR EXPERIMENTOS PARA CONTRASTAR HIPOTESIS.....
17. ENTRENAR A REALIZAR OBSERVACIONES, REGISTROS Y CALCULOS.....
18. PLANEAR Y REALIZAR EXPERIMENTOS CON RECURSOS COTIDIANOS.....
19. DEMOSTRAR PRACTICAMENTE AFIRMACIONES TEORICAS.....
20. ENSEÑAR A APLICAR LEYES Y PRINCIPIOS FISICOS.....
21. ENTRENAR A SEGUIR ESCRITAS.....
22. USAR TECNICAS EXPERIMENTALES A PROBLEMAS NUEVOS.....
23. DEFINIR LAS LIMITACIONES Y LOS SUPUESTOS INHERENTES AL EXPERIMENTO.....
24. APLICAR LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES A UN NUEVO CONTEXTO.....
25. FORMULAR GENERALIZACIONES. PROPONER MODELOS.....
26. CONTRASTAR PREDICIONES TEORICAS CON HECHOS EXPERIMENTALES.....

	$\bar{X}$					$\sigma$	
	1	2	3	4	5	i	
1. ENTRENAR EN EL USO DE APARATOS DE MEDIDA.....							
2. REFORZAR LA TEORIA.....							
3. IDENTIFICAR LOS PROBLEMAS.....							
4. ENTRENAR A ESCRIBIR INFORMES.....							
5. SERVIR DE AYUDA EN EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS.....							
6. ENSEÑAR A PLANEAR EXPERIMENTOS PARA VERIFICAR TEORIAS.....							
7. BUSCAR INFORMACION PARA RESOLVER PROBLEMAS.....							
8. ENSEÑAR CONTENIDOS DE FISICA A TRAVES DE EXPERIMENTOS.....							
9. INTERPRETAR GRAFICOS TRAZADOS CON VALORES MEDIDOS.....							
10. ILUSTRAR EL CONTENIDO DE LA TEORIA.....							
11. FORMULAR HIPOTESIS.....							
12. AFIANZAR EL RECUERDO DE LEYES FISICAS.....							
13. CALCULAR ERRORES DE MEDICIONES.....							
14. DESARROLLAR DESTREZAS EN EL MANEJO DE APARATOS.....							
15. PREDECIR CONSECUENCIAS BASADOS EN LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.....							
16. PLANIFICAR EXPERIMENTOS PARA CONTRASTAR HIPOTESIS.....							
17. ENTRENAR A REALIZAR OBSERVACIONES, REGISTROS Y CALCULOS.....							
18. PLANEAR Y REALIZAR EXPERIMENTOS CON RECURSOS COTIDIANOS.....							
19. DEMOSTRAR PRACTICAMENTE AFIRMACIONES TEORICAS.....							
20. ENSEÑAR A APLICAR LEYES Y PRINCIPIOS FISICOS.....							
21. ENTRENAR A SEGUIR ESCRITAS.....							
22. USAR TECNICAS EXPERIMENTALES A PROBLEMAS NUEVOS.....							
23. DEFINIR LAS LIMITACIONES Y LOS SUPUESTOS INHERENTES AL EXPERIMENTO.....							
24. APLICAR LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES A UN NUEVO CONTEXTO.....							
25. FORMULAR GENERALIZACIONES. PROPONER MODELOS.....							
26. CONTRASTAR PREDICIONES TEORICAS CON HECHOS EXPERIMENTALES.....							
	1	2	3	4	5	1	

Se realizó a 30 estudiantes en el Colegio Vicente Rocafuerte, Central Técnico, Instituto carlos Cisneros de diferentes provincias.

## BIBLIOGRAFIA

1. ALBAN ABEL Msc.- Historia de la Física, Instituto de Física ESPOL. Cap. I, II, III, IV, 1996
2. ALAVA ALFREDO.- Práctica de Laboratorio de Física, Editorial Cervantes, Segunda Edición, Quito - Ecuador, 1993 p. 72 -82
3. ARONS - ARNOLD.- Evolución de conceptos de Física. Editorial Trellas Colombia - Capítulo I, 1989, p. 21
4. CARRASCOSO Y GIL.- La Metodología de la superficialidad y el aprendizaje de las ciencias, 1985, p. (113 - 120)
5. CRISCUOLO GUSTAVO.- Pueden interpretarse las preconcepciones a la luz de las teorías del aprendizaje? Enseñanza de las Ciencias, Volumen 5 (3), 1987, p. 231 - 234
6. ESPOL, INSTITUTO DE CIENCIAS FISICAS.- Física Curso Pre-politécnico, Editorial Centro de Publicaciones de la ESPOL, Guayaquil - Ecuador, 1996, p. 28 - 41

7. **ESPOL, INSTITUTO DE CIENCIAS FISICAS.-** Guías de Laboratorio de Física (FIS-121), 1993, p. (1, 57, 63)
  8. **GARCIA - LLAMAS.-** Planificación de unidad didáctica en la enseñanza de la Física, Volumen 13, 1995, p. 211 - 224
  9. **GOÑI JUAN.-** Física General, curso teórico práctico, Lima - Perú. Editorial Ingeniero EIRL p. 97 - 101
  10. **HALLIDAY - RESMICK.-** Física, Editorial CEGSA Segunda reimpresión, México, 1996, p. 18 - 67
  11. **HEWITT PAUL.-** Concepto de Física, Editorial Limusa, México, 1995, p. 33 - 41
  12. **IRODOV IE.-** Leyes fundamentales de la Mecánica, Editorial MIR, 1991, URSS
  13. **MAISTEGUI - SABATTO.-** Introducción a la Física, Tomo I, Buenos Aires, 1973, p. 24 -42
-

14. MORONES GREGORIO.- Prácticas de Laboratorio de Física, Editorial Harla, 1era. Edición, México, 1979, p. 46-48
  15. SAENZ M. J.- El reto de un cambio insoslayable, la formación de un profesorado en Ciencias.- Enseñanza de la Ciencia, Vol. 8(2), 1990, p 144 -151
  16. SERWAY RAYMOND.- Física Tomo I. Editorial MC GRAW- HILL, 3era. Edición, Mexico, 1991, p. 42 - 84
  17. TIPPENS PAUL - Física, conceptos y aplicaciones, Editorial MC GRAW - HILL, 2da Edición, México, 1992 p. 241 - 245
  18. VILLAVICENCIO MANUEL.- Proposición de un método encaminado a eliminar los preconceptos en Física. Enseñanza de las ciencias, Vol. 8 (3), 1990 p. 308 - 309
  19. YAVORSKI - PINSKY.- Fundamentos de Física, Editorial MIR, URSS, 1983, p. 55- 71
  20. ZEMANSKY SEAR.- Física Universitaria, Editorial ADDISON - WESLEY, 6ta. Edición, 1988, p. 46 -50
-