



# **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

## **Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

"Identificación y diseño del controlador para un sistema de control de actitud de un satélite"

### **TESINA DE SEMINARIO**

Previo a la obtención del Título de:

## **INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

Presentada por:

María José Caicedo Soto

Danilo Fabián Cárdenas Macías

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO: 2011

## **AGRADECIMIENTO**

A nuestro director, el Msc. Cesar Martin, así como a las demás personas que han formado parte del seminario, con quienes hemos compartido esta emocionante experiencia de aprendizaje e investigación.

También debemos agradecer a todos los que han aportado en ayudarnos a cumplir con nuestra meta: amigos, profesores, y autoridades de este prestigioso establecimiento educativo.

## DEDICATORIA

A mi Dios por sobre todo, por ser siempre mi fortaleza. A mis padres y hermanos, por ser quienes me levantaron en mis momentos más difíciles. A mis queridos amigos y profesores más cercanos, quienes me apoyaron incondicionalmente. A todos siempre, mi eterna gratitud.

María José Caicedo Soto

A Dios por haber permitido que culmine mi carrera universitaria y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además por la maravillosa familia que tengo y que ha sido el baluarte en mi vida. A mis padres, a mi hermana, que me han apoyado y guiado siempre. Y a todas aquellas personas que supieron estar en el momento adecuado colaborando conmigo para alcanzar esta meta.

Danilo Fabián Cárdenas Macías



# TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN

---

**Msc. Carlos Martin**

PROFESOR DEL SEMINARIO

---

**Ing. Carlos Salazar**

PROFESOR DELEGADO

DEL DECANO

## **DECLARACIÓN EXPRESA**

“La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesis nos corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).

---

Maria Jose Caicedo Soto.

---

Danilo Fabián Cárdenas Macías.

# RESUMEN

La Identificación de Sistemas se basa en el análisis de datos obtenidos luego de experimentar acerca del comportamiento que tiene un proceso real en respuesta a una perturbación externa con el fin de encontrar un esquema que permita modelar matemáticamente las etapas del mismo. He ahí la importancia de su estudio a profundidad, puesto que si es realizado correctamente, el hecho de re direccionar recursos hacia otros campos, es uno de los muchos beneficios de su aplicación.

Esta tesis busca resaltar la importancia de corregir los desplazamientos que pueden experimentar los satélites en órbita, debido a la influencia de diversos agentes tanto propios de su funcionamiento como aquellos generados por el entorno en el que operan, es por esto que la técnica de identificación de sistemas debe ser presentada como una opción bastante útil gracias a las herramientas de análisis que proporciona.

La puesta en órbita de un equipo de estas características implica inversión de fuertes cantidades de tiempo, dinero y tecnología; asimismo mantener su orientación inicial conlleva al análisis de nuevos parámetros, sin mencionar el gran problema generado en Tierra, si por motivos ajenos a los considerados “normales”, dicha orientación variase y los procesos implementados no cumpliesen su función.

En el primer capítulo analizaremos conceptos básicos sobre identificación así como de las posibles perturbaciones de las que puede ser objeto un proceso real, incluidas las fuerzas que puedan alterar la actitud de un satélite como por ejemplo la gravedad.

En el segundo capítulo la dinámica de la actitud de un satélite será definida, teniendo como fin el desglose tanto de la problemática como de la metodología a implementar. Para llevar esto a cabo es necesario definir las perturbaciones que sufre este cuerpo en el espacio así como la reacción del mismo a dichas fuerzas con un amortiguador incorporado.

Nuestro objetivo en el tercer capítulo es trasladar los conceptos al escenario de la problemática que ya definimos. Todo lo antes expuesto se verá reflejado en la entrada que habremos diseñado, la cual formará parte del sistema que será identificado no-paramétricamente. Al final de este capítulo tendremos una noción bastante clara de cómo se comportará nuestra planta en relación a posibles perturbaciones.

En el cuarto capítulo aplicamos la identificación paramétrica a la entrada escogida y sus datos generados como salida eligiendo un modelo simple y preciso para en el capítulo final elegir el tipo de controlador que permitirá mejorar parámetros específicos de nuestra planta ya identificada.



## INDICE GENERAL

<b>AGRADECIMIENTO.....</b>	<b>2</b>
<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>3</b>
<b>TRIBUNAL DE SUSTENTACIÓN .....</b>	<b>5</b>
<b>DECLARACIÓN EXPRESA .....</b>	<b>6</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>16</b>
<b>SISTEMA DE CONTROL Y SU IDENTIFICACIÓN .....</b>	<b>16</b>
1.1 HISTORIA DE LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS.....	16
1.2 CONCEPTOS BÁSICOS DE IDENTIFICACIÓN.....	17
1.2.1 Sistema.....	17
1.2.2 Perturbaciones .....	17
1.2.3 Señal de Entrada.....	18
1.2.4 Señal de Salida .....	18
1.2.5 Señal Activa.....	18
1.2.6 Unidad de Control o Controlador.....	18
1.3 ANÁLISIS DE LA PROBLEMÁTICA.....	18
1.4 ACTITUD DE UN SATÉLITE.....	19
1.4.1 Cinemática De La Actitud .....	20
1.4.2 Sensores y Actuadores de Actitud.....	21
1.5 MÉTODOS DE CONTROL DE ACTITUD .....	22
1.6 ESTABILIDAD POR ROTACIÓN .....	23
1.6.1 Características Del Estabilizador.....	24
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>26</b>
<b>ESTABLECER LA DINÁMICA DEL SATÉLITE.....</b>	<b>26</b>
2.1 ECUACIONES DE LOS CUERPOS DE UN SISTEMA DE ACTITUD SATELITAL .....	26
2.1.1 Movimiento De Euler (Para Cuerpos Rígidos).....	26
2.1.2 Cinemática De Movimiento De Un Satélite No Giratorio.....	27

2.1.3	Sistema Básico De Coordenadas.....	27
2.1.4	Matriz Coseno de Dirección.....	28
2.1.5	Propiedades Básicas.....	29
2.1.6	Ángulo De Rotación De Euler.....	30
2.1.7	Momento De Gradiente Gravitacional .....	31
2.2	ECUACIONES DE LA DINÁMICA DE ACTITUD .....	34
2.2.1	Para Movimiento De Un Satélite No Giratorio .....	34
2.2.2	Para Actitud De Un Satélite Giratorio.....	35
2.3	LINEALIZACIÓN DE ECUACIONES DE LA DINÁMICA DE ACTITUD .....	36
2.3.1	Proceso de Linealización.....	37
2.3.2	Estabilización Del Gradiente Gravitacional.....	38
2.4	ECUACIÓN BÁSICA DE CONTROL DE ACTITUD .....	38
2.5	CONTROL PURAMENTE PASIVO.....	40
2.5.1	Transformada de La Place para el Eje de inclinación YB .....	41
2.5.2	Estabilización del Gradiente Gravitacional con Control Pasivo .....	41
2.5.3	Amortiguador de Rueda.....	42
2.6	DISEÑO DE UN SATÉLITE ESTABILIZADO SU GRADIENTE GRAVITACIONAL BASADO EN UN AMORTIGUADOR DE RUEDA .....	42
2.6.1	Ecuaciones de dinámica del amortiguador para alineación del eje de la rueda con el eje de inclinación YB: .....	42
2.7	DIAGRAMA DE BLOQUES BÁSICO .....	44
2.8	ANÁLISIS Y PROCESO DE IDENTIFICACIÓN.....	44
2.9	ELECCIÓN DEL TIPO DE ENTRADA .....	45
2.9.1	Señal Multi - Sinusoidal .....	45
2.10	SEÑAL PRBS.....	46
2.11	PARAMETROS PRBS (Secuencia Binaria Seudo Aleatorio).....	47
2.12	SENSORES DE ACTITUD.....	47
2.13	MUESTREO.....	48
2.14	ESTIMACION POR MODELOS PARAMETRICOS.....	49
	<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>51</b>
	<b>IDENTIFICACIÓN NO-PARAMÉTRICA .....</b>	<b>51</b>

3.1	DISEÑO DE PLANTA SIMULADA .....	51
3.2	DISEÑO DE PLANTA CON RESPECTO AL EJE DE INCLINACIÓN YB. ....	53
3.3	ERROR DEL SENSOR .....	55
3.3.1	Frecuencia de Corte para Filtro .....	56
3.4	RESPUESTA TRANSIENTE DEL SISTEMA .....	57
3.4.1	Respuesta al Escalón .....	57
3.5	APROXIMACIÓN DEL TAO .....	59
3.6	MUESTREO .....	62
3.7	DISEÑO DE SEÑAL DE ENTRADA.....	63
3.7.1	PRBS (Secuencia Binaria Seudo Aleatorio) .....	65
3.8	ANÁLISIS DE CORRELACIÓN PARA ESTIMAR LA RESPUESTA AL IMPULSO .....	68
3.9	ESTIMACIÓN DE RESPUESTA DE FRECUENCIA UTILIZANDO ANÁLISIS ESPECTRAL.....	72
3.10	ELECCIÓN DE LA SEÑAL PRBS Y SU ANÁLISIS.....	76
	<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>77</b>
	<b>IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA .....</b>	<b>77</b>
4.1	MODELO ARX .....	79
4.2	MODELO ARMAX.....	83
4.3	MODELO DE ERROR DE SALIDA (OE) .....	89
4.4	MODELO BOX JENKINS.....	94
4.5	MODELO DE LA RESPUESTA AL IMPULSO INFINITO FIR .....	99
4.6	ELECCIÓN DE MODELO .....	104
	<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>110</b>
	<b>DISEÑO DE UN CONTROLADOR.....</b>	<b>110</b>
5.1.	TIPOS DE CONTROLADOR.....	110
5.2.	NECESIDADES DE NUESTRO PLANTA IDENTIFICADA .....	110
5.2.1.	CRITERIOS DE SELECCION Y OBJETIVO DE LA PLANTA IDENTIFICADA.....	111
5.3.	PROCESO DE DISEÑO .....	112
5.3.1	SISOTOOL Para El Diseño Del Controlador.....	112

5.4.	CONTROLADOR RESULTANTE PID.....	114
5.5.	ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR PID.....	117
5.6.	APLICACIÓN DEL CONTROLADOR A LA PLANTA REAL.....	118
	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>120</b>
	<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>121</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>122</b>

# INTRODUCCIÓN

Con nuestro estudio procuramos demostrar la importancia de la Identificación de Sistemas en cualquier proceso físico que pueda ser representado matemáticamente. El beneficio de esta técnica es que nos proporciona datos tan cercanos a los de una planta real que nos permite un mejor entendimiento del sistema y posterior manipulación del mismo, lo cual ha podido ser aplicado y comprobado durante años de estudio.

Dentro de la ingeniería existe gran cantidad de procesos complejos con todo tipo de dinámicas que dificultan su comprensión, es por esto que el Control Automático tiene como premisa principal explicar la dinámica de un sistema mediante un modelo matemático, para esto se toma como referencia datos de plantas reales que serán sometidos a técnicas de análisis tales como estimaciones, predicciones, etc.

Comprender bajo que parámetros se limita actitud de un satélite es tarea difícil, debido a la gran variedad de satélites y características que existen, pero en general las limitantes de la actitud de un satélite se mide en función de su orientación reflejada en la superficie de la Tierra medida por latitudes y longitudes.

En el proceso de obtener nuestro sistema a identificar tendremos datos que nos permitirán tener una idea más clara del comportamiento que puede tener nuestro sistema en respuesta a fuerzas externas.

A falta de información concreta sobre fuerzas perturbadoras de nuestro sistema que actúan como entradas en el Control Automático y solo pudiendo obtener datos de desplazamiento un sistema no se podría obtener un sistema para identificar, por medio de investigación y análisis de la física del satélite se pudo simular la actitud del satélite tomando como principal fuerza externa el gradiente gravitacional y su amortiguador pasivo, componentes principales de la planta a identificar.

Durante el proceso de prueba y error obtendremos varios modelos de diferentes órdenes de los cuales, el más preciso será utilizado como modelo resultante de la identificación.

Basados en la planta identificada y con el fin de mejorar su desempeño, varios son los criterios a considerar en el momento de elegir el tipo de controlador, con el fin de que pueda ser aplicado a la planta real y la optimice.

Las conclusiones de la tesis se basan en la comparación entre el modelo matemático real y el identificado, y según los resultados que obtengamos sabremos si es o no válido el proceso. Dependiendo de los resultados que se generen al introducir este modulo adicional de control determinaremos si es necesario o no incluirlo en nuestro proceso.



# CAPÍTULO 1

## SISTEMA DE CONTROL Y SU IDENTIFICACIÓN

### 1.1 HISTORIA DE LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

La identificación de sistemas trabaja con el problema de cómo inferir las relaciones entre los datos de entrada-salida de un proceso real, y las futuras salidas de una planta simulada. El proceso es modelado matemáticamente y depende de tres parámetros: los datos, la estructura del modelo y el criterio de selección.

En sus inicios la identificación de sistemas no era conocida como tal, más bien se introdujo como "Teoría Moderna de Control" y su objetivo era resolver problemas de aplicaciones aeroespaciales trabajando casi exclusivamente en el dominio del tiempo.

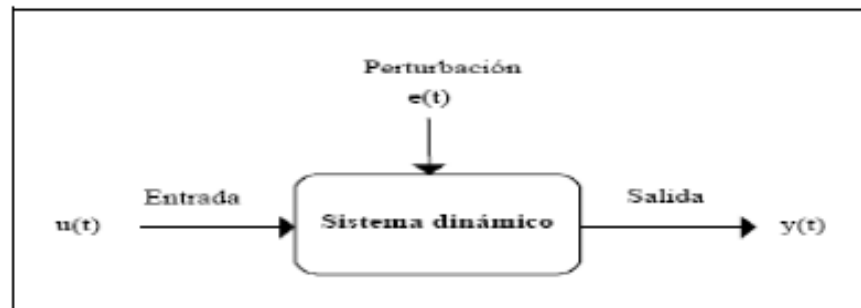
Esta técnica es el resultado de estudios realizados por varios científicos como Aizerman sobre sistemas continuos, Liapunov sobre estabilidad, Kalman sobre sistemas dinámicos, entre otros.

La primera formulación en términos de estado y función de transferencia, se hizo en el marco de la teoría de máquinas discretas formulada por Turing, en 1936 y se llegó a pensar que conduciría a un método de diseño de sistemas de control bien definido, sencillo y que pudiera ser mecanizado, pero se tuvo que admitir que la bondad del diseño dependía de la bondad del modelo y de las especificaciones que se emplean para desarrollarlos.



## 1.2 CONCEPTOS BÁSICOS DE IDENTIFICACIÓN

Varios son los conceptos elementales de los que debemos tener conocimiento a momento de iniciar el proceso de identificación. A continuación presentamos los más importantes.



**Figura 1** - *Esquema de un Sistema*

### 1.2.1 Sistema

Es un conjunto de elementos interrelacionados capaces de realizar una operación dada o de satisfacer una función deseada dentro de una planta.

### 1.2.2 Perturbaciones

Son las fuerzas a las que un sistema es sometido durante su funcionamiento, pueden ser a causa de su fabricación o también a causa de agentes como la gravedad. Son todas las magnitudes, sometidas a vigilancia y control, que definen el comportamiento de un sistema (velocidad, temperatura, posición, etc.).

### **1.2.3 Señal de Entrada**

Es la excitación que se aplica a un sistema de control desde una fuente de energía externa, con el fin de provocar una respuesta

### **1.2.4 Señal de Salida**

Señales que indican el comportamiento del sistema en reacción a la señal de entrada.

### **1.2.5 Señal Activa**

También denominada señal de error. Representa la diferencia entre la señal de entrada y la realimentada.

### **1.2.6 Unidad de Control o Controlador**

Gobierna la salida en función de una señal de activación. Modulo de análisis que permite mejorar el desempeño de un sistema. De los que analizaremos y aplicaremos en este trabajo son: PI, PD y PID, que según la mejora requerida es elegido uno de ellos.

## **1.3 ANÁLISIS DE LA PROBLEMÁTICA**

El principal enfoque de nuestro proyecto es el estudio de los métodos de Identificación de Sistemas, además de indagar sobre las principales técnicas de control, como también las diferentes señales que servirán para la obtención de los modelos.

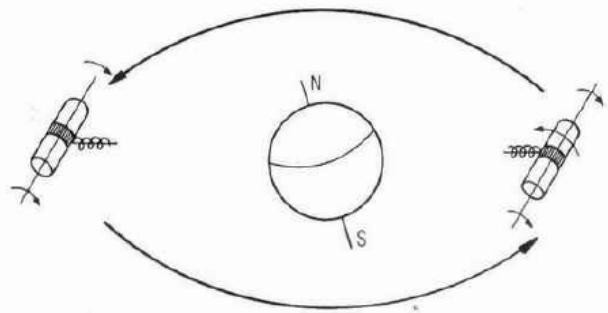
Cuando es necesario conocer el comportamiento de un sistema en unas determinadas condiciones y ante unas determinadas entradas, se puede

recurrir a la experimentación sobre dicho sistema y a la observación de sus salidas.

Sin embargo, en muchos casos la experimentación puede resultar compleja o incluso imposible de llevar a cabo, lo que hace necesario trabajar con algún tipo de representación que se aproxime a la realidad, y a la que se conoce como modelo.

#### 1.4 ACTITUD DE UN SATÉLITE

La orientación de un satélite con respecto al planeta Tierra se denomina actitud, puesto que este es el foco de la elipse, alrededor del cual gira incansablemente.



**Figura 2 - Trayectoria de un satélite**

El sistema de coordenadas que se utiliza para describir la posición del eje de giro del satélite recibe el nombre de coordenadas BAHN, que en la Tierra se rigen por la latitud y longitud de nuestro planeta.

Para que la actitud de un satélite sea ideal, es necesario que estas coordenadas tengan una longitud de  $180^\circ$  y una latitud de  $0^\circ$ , siendo prácticamente imposible en la práctica debido a las fuerzas externas que actúan sobre él cuando está en órbita.

Es aquí donde surge la necesidad de implementar un método de control para este sistema, que en la actualidad es pieza fundamental para el desarrollo de la humanidad.

A continuación presentamos una tabla que explica los conocimientos necesarios para realizar una identificación exitosa sobre la actitud de un satélite.

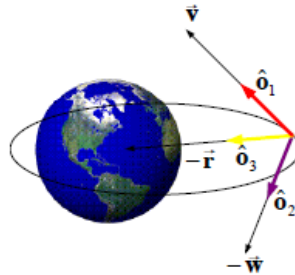
<b>CONOCIMIENTOS SOBRE ACTITUD REQUERIDOS</b>		
	<b>ESTIMACIÓN DE ACTITUD</b>	<b>CONTROL DE ACTITUD</b>
<b>CINEMÁTICA</b>	<b>X</b>	<b>X</b>
<b>SENSORES</b>	<b>X</b>	
<b>CONTROLADOR</b>		<b>X</b>
<b>ACTUADOR</b>		<b>X</b>
<b>PERTURBACIONES</b>		<b>X</b>

**Tabla 1 - Parámetros de Actitud**

#### **1.4.1 Cinemática De La Actitud**

La cinemática relaciona la velocidad y la posición en el caso del movimiento del centro de masas (un punto). La cinemática de la actitud es un conjunto de

relaciones (en forma de ecuaciones diferenciales) entre la velocidad angular del satélite y su orientación.



**Figura 3 - Cinemática de la Actitud**

### 1.4.2 Sensores y Actuadores de Actitud

Además de los algoritmos y ordenadores de a bordo, el sistema requiere un hardware especializado para llevar a cabo su misión. Clásicamente, los dispositivos se dividen en actuadores y sensores.

Como sucede en muchos dispositivos realizados para vehículos espaciales, muchas veces los sensores y actuadores son fabricados específicamente para cada misión (“custom-made”), si bien hay un cierto número de dispositivos estándar disponibles en el mercado.

Aunque no se mencionara, típicamente todos los diseños son redundantes, permitiendo fallos (incluso simultáneos) de varios dispositivos. Existen tres tipos fundamentales de estos dispositivos, de acuerdo al fenómeno físico en el que se basan y de su aplicación. Entre los más comunes tenemos:

- **Ópticos:** detectan la dirección relativa de un cuerpo planetario o estelar.
- **Mecánicos:** miden la velocidad angular del vehículo respecto a un sistema de referencia inercial.
- **Magnéticos:** solo se pueden usar en la proximidad (LEO) de planetas con un campo magnético de intensidad suficiente con la Tierra.

Típicamente se mezclan varios tipos de sensores con varios anchos de banda y se obtiene la actitud de las medidas mediante un Filtro de Kalman o similar.

## 1.5 MÉTODOS DE CONTROL DE ACTITUD

Los métodos de control de actitud típicamente se clasifican en 2 clases: control activo y pasivo, no obstante la palabra pasivo tiene, dentro del Control Automático, varias interpretaciones.

- Control pasivo en el sentido energético:
- Pasivo en el sentido estructural

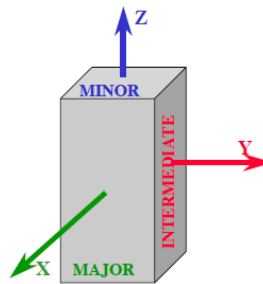
Además, existe el concepto de "Sistema Pasivo", una definición matemática utilizada en control no lineal.

Los sistemas de Control Pasivo típicamente encontrados en vehículos espaciales son los siguientes:

- Estabilización por rotación (Spin Stabilized Systems)

- Estabilización por rotación doble (Dual-spin Stabilized Systems)
- Estabilización por gradiente gravitatorio (G2)
- Estabilización por volante de inercia (Bias-momentum Stabilized systems). Este método también se puede considerar activo.
- Estabilización por momentos magnéticos. Este método también se puede considerar activo.

## 1.6 ESTABILIDAD POR ROTACIÓN



**Figura 4** - Ejes de Rotación del Satélite.

Si la rotación es alrededor del eje mayor o del eje menor, se denomina estable; realmente son neutralmente estables pero cuando a la rotación es perturbada, la perturbación no crece.

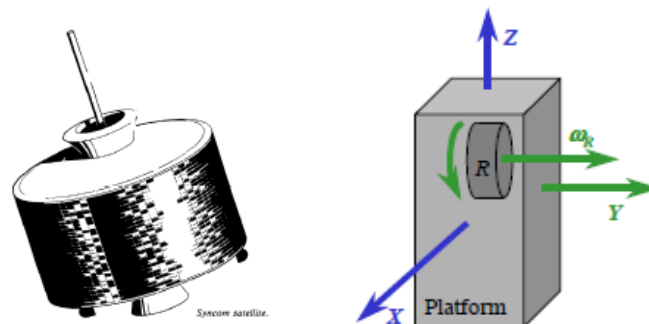
Sin embargo si la rotación es alrededor del eje intermedio, se considera inestable (una perturbación se amplificaría y el eje instantáneo de rotación se alejaría del eje intermedio).

Estos resultados cambian en presencia de disipación de energía (siempre): el eje menor es inestable si existe disipación de energía (Regla del Eje Mayor).

Una rueda (volante de inercia, rotor) situada en el interior del satélite y que se encuentre en rotación produce un efecto de estabilización al proporcionar rigidez giroscópica al conjunto.

Con una rueda se puede estabilizar el eje intermedio, o el menor en presencia de disipación de energía. Además se pueden provocar rotaciones (maniobras) por reacción: si la rueda se acelera en un sentido contrario debido a que el momento angular no se puede modificar. El ejemplo más extremo de este principio es un CMG (giróscopo de control de momentos); consiste en un giróscopo de velocidad fija pro ejes móviles.

### 1.6.1 Características Del Estabilizador



**Figura 5 - Amortiguador de Rueda y su posición dentro del Sistema de Coordenadas del Satélite.**

Dentro de las principales características de este estabilizador pasivo tenemos las siguientes:

- Sistema simple y económico.
- Eje de rotación debe ser el eje mayor.



- Típico en vehículos con simetría de revolución, que deben ser oblatos es decir achatados como la Tierra.
- Las perturbaciones provocarán un movimiento de nutación del eje de rotación, que puede ser eliminado mediante amortiguadores de nutación.
- Para acelerar o frenar la rotación se emplean propulsores o, para frenar, sistemas yo-yo. Los propulsores también se pueden emplear para orientar el eje de rotación.

# CAPÍTULO 2

## ESTABLECER LA DINÁMICA DEL SATÉLITE

La dinámicas de orbitas de un satélite tienen primero la clásica orbita Kepleriana, también hay que analizar las diferentes fuerzas que tienden a perturbar las orbitas Keplerianas ideales, la influencia de estas fuerzas se aplican a una órbita geoestacionaria, ya que en este tipo de órbita hay que mantener una posición orbital estable y estas fuerzas perturban su estacionalidad.

En el control de actitud hay que revisar sus conceptos de dinámicas y establecer un control sobre la energía cinética angular, impulso angular y movimientos relacionados al centro de masa que se basan en las ecuaciones de movimiento de Euler.

### 2.1 ECUACIONES DE LOS CUERPOS DE UN SISTEMA DE ACTITUD SATELITAL

Representaciones matemáticas para explicar un comportamiento de un proceso real.

#### 2.1.1 Movimiento De Euler (Para Cuerpos Rígidos)

Las ecuaciones de Euler describen la rotación de un cuerpo rígido en un marco de referencia fijo en el cuerpo en rotación y que tiene su eje paralelo a los ejes principales del cuerpo de la inercia.

### **2.1.2 Cinemática De Movimiento De Un Satélite No Giratorio**

La elección de un sistema de ejes se relaciona mucho con la función para la que el satélite haya sido creado, no es raro que el mismo sea transferido de un sistema de coordenadas referencial a otro sistema que sea más apropiado para una tarea más pertinente relacionada a su vida útil.

### **2.1.3 Sistema Básico De Coordenadas**

Lo primero es definir el marco de referencia de coordenadas en el cual el satélite tiene tres ejes de estabilización de actitud. Para un satélite orbitando alrededor de un planeta es más conveniente definir un marco de órbita de referencia como se detalla a continuación.

El origen del marco de referencia orbital se mueve con el centro de masa del satélite. El eje  $Z_r$  apunta al centro de masa de la Tierra. El eje  $X_r$  se encuentra dentro del plano orbital, perpendicular al eje de  $Z_r$ , en la dirección de velocidad del satélite. El eje  $Y_r$  es normal al plano local de la órbita, completando un sistema de tres ejes ortogonales.

El marco de ejes inercial tiene su origen en el centro de masa de la Tierra, los cuales definiremos como  $X_b$ ,  $Y_b$ , y  $Z_b$  la actitud del satélite con respecto

a cualquier marco de referencia se define con una matriz de cosenos dado por los ángulos de Euler. (1)

Los ángulos de Euler se definen como los ángulos rotacionales respectivos a los ejes del cuerpo de la siguiente manera:

- $\gamma$  Para el eje  $X_b$
- $\theta$  Para el eje  $Y_b$
- $\varphi$  Para el eje  $Z_b$

#### 2.1.4 Matriz Coseno de Dirección

La transformación básica de tres ejes de actitud se basa en la matriz coseno de dirección, cualquier transformación de actitud en el espacio es convertida a esta forma esencial.

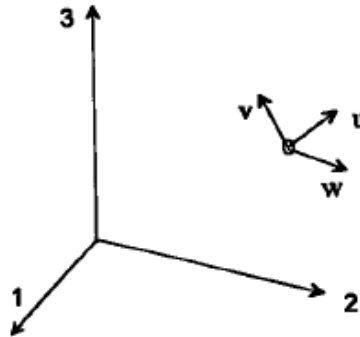
En los ejes 1, 2 y 3 los vectores unitarios definen un sistema de triada que cumple la ley de la mano derecha, esta triada se elige como el marco de referencia inercial figura-6. Después una triada ortogonal similar se adjunta al centro de masa del cuerpo en movimiento, definida por los vectores unitarios  $u$ ,  $v$  y  $w$ . (2)

Se define la matriz  $[A]$ :

$$[A] = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.1})$$

En esta matriz,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  son los componentes del vector unitario  $u$  a lo largo de los ejes 1, 2, 3 de sistema de referencia ortogonal:  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ .

La matriz coseno de dirección [A], también llamada matriz de actitud, tiene la importante propiedad de cartografiar vectores desde el marco de referencia hacia marco del cuerpo.



**Figura 6** - Ejes de Coordenadas

Suponiendo que el vector tiene componentes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  en el marco de referencia:  $a=[a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ . La siguiente multiplicación de vectores matrices expresa los componentes del vector 'a' en el marco del cuerpo:

$$[A]a = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u * a \\ v * a \\ w * a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_u \\ a_v \\ a_w \end{bmatrix} = a_B, \quad (\text{Ec. 2.2})$$

Donde  $a_B$  es el vector a cartografiado en el marco del cuerpo. (2)

### 2.1.5 Propiedades Básicas

Cada uno de los elementos  $u$ ,  $v$ ,  $w$  es el coseno del ángulo entre un vector unitario del cuerpo y un eje de referencia.

Cada uno de los vectores  $u$ ,  $v$ ,  $w$  son vectores de longitud unitaria:

$$\sum_{i=1}^3 u_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^3 v_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^3 w_i^2 = 1. \quad (\text{Ec. 2.3})$$

Los vectores  $u, v, w$  son ortogonales entre sí; por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^3 u_i v_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 u_i w_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 v_i w_i = 0. \quad (\text{Ec. 2.4})$$

La relación entre las propiedades antes mencionada originan la identidad:

$$[A][A]^T = 1, \text{ o } [A]^T = [A]^{-1}. \quad (\text{Ec. 2.5})$$

Es bien conocido que el determinante  $|A| = u \cdot (v \times w)$ , ya que  $u, v, w$  forman un cubo ortogonal, entonces el determinante  $|A| = 1$ . Así,  $\mathbf{a} = [A]^T \mathbf{a}_B$ . (2)

### 2.1.6 Ángulo De Rotación De Euler

El ángulo de rotación de Euler es definido como sucesivas rotaciones angulares en el marco ortogonal de tres ejes. Supongamos que definimos un marco de ejes ortogonales para el cuerpo con  $i, j, k$  y los del marco de referencia  $I, J$  y  $K$ . hay una multitud de combinaciones para las cuales pueden realizarse rotaciones. Por ejemplo, realicemos primero la rotación del eje  $\hat{i}$ , después  $\hat{j}$ , y finalmente  $\hat{k}$ . (2)

Hay dos tipos distintos de rotaciones.

- Rotaciones sucesivas por cada uno de los tres ejes  $i, j, k$ . Hay seis posibles rotaciones: 1-2-3, 1-3-2, 2-3-1, 3-1-2, 3-2-1.

- La rotación de la primera y la tercera sobre el mismo eje con la segunda rotación de uno de los ejes restantes. Una vez más tenemos seis posibilidades 1-2-1, 1-3-1, 2-1-2, 2-3-2, 3-1-3, 3-2-3.

El orden de la rotación específica se elige dependiendo de la situación en mano. Es muy común definir el ángulo de balanceo de Euler  $\Phi$  como rotación en el eje X del cuerpo, en ángulo de inclinación de Euler  $\theta$  como eje Y del cuerpo, y el ángulo de derrape de Euler  $\Psi$  como eje Z del cuerpo.

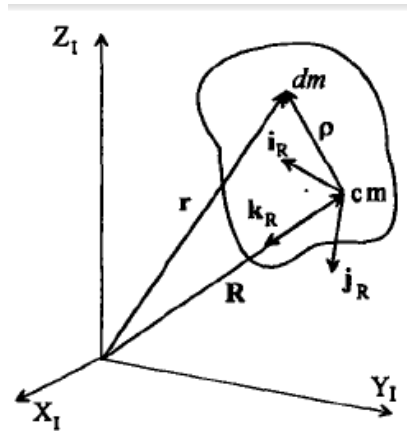
### **2.1.7 Momento De Gradiente Gravitacional**

Antes de que podamos escribir las ecuaciones de dinámica de actitud linealizadas, debemos expresar y analizar un importante momento externo, el cual se denomina momento gravitacional. Dicho momento es propio de satélites de órbita baja, y no pueden ser obviados cuando tratamos control de actitud pasivo de satélites.

Un cuerpo asimétrico sujeto a un campo gravitacional experimentará un torque con tendencia a alinear el eje de menor inercia con la dirección del campo. Suponemos que el satélite en movimiento esta a una distancia  $R_0$  del centro de masa de la Tierra.

El origen del marco de referencia está localizado en el centro de masa, la atracción de la fuerza gravitacional está alineada a lo largo del eje  $K_R$ ;  $p$  es la distancia entre el centro de masa del cuerpo y cualquier elemento de masa

$dm$  en el cuerpo; e  $i_R, j_R, k_R$  son los vectores unitarios del marco de ejes referencial. (1)



**Figura 7** - Coordenadas

Podemos encontrar los componentes del vector  $R = -R_0 k_R$  en los ejes del cuerpo usando cualquiera de las transformaciones de los ángulos de Euler, por ejemplo en la transformación  $[A_{\Phi\theta\Psi}]$ , los componentes del vector  $R$  en los ejes del cuerpo se nombrarán como  $R_x, R_y, R_z$ . Tenemos:

$$\begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = [A_{\Phi\theta\Psi}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R_0 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.8})$$

Resulta que:

$$R_x = R_0 \sin(\theta) = a_{13}(-R_0),$$

$$R_y = -R_0 \sin(\Phi) \cos(\theta) = a_{23}(-R_0), \quad (\text{Ec. 2.9})$$

$$R_z = -R_0 \cos(\Phi) \cos(\theta) = a_{33}(-R_0),$$



Se define el gradiente gravitacional como  $G = [G_x G_y G_z]^T$ . La fuerza ejercida en un elemento de masa debido a la gravedad es  $dF = -[(\mu dm)/|r|^3]r$ , donde  $\vec{r} = \vec{R} + \vec{\rho}$  es el vector distancia del centro de masa de la Tierra a la masa  $dm$ . Ya que  $\rho \ll R_0$ , el momento en el centro de masa se convierte en:

$$dG = \rho \times dF = -\frac{\mu dm}{|r|^3} \rho \times r, \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Donde  $\rho$  es el radio vector desde el centro de masa del cuerpo a un elemento de masa genérico  $dm$ . Con  $\rho \ll R_0$ ,  $1/r^3$  puede aproximarse como:

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{R_0^3} \left[ 1 - \frac{3R \cdot \rho}{R_0^2} \right]. \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Integrando el gradiente gravitacional tenemos:

$$G = \frac{3\mu}{R_0^5} \int_M [R \cdot \rho][\rho \times R] dm \quad (\text{Ec. 2.12})$$

Después de calcular los productos escalares y vectoriales tenemos:

- $G_x = \frac{3\mu}{2R_0^3} (I_z - I_y) \sin(2\Phi) \cos^2(\theta) = \frac{3\mu}{R_0^3} (I_z - I_y) a_{23} a_{33}$
- $G_y = \frac{3\mu}{2R_0^3} (I_z - I_x) \sin(2\theta) \cos(\Phi) = \frac{-3\mu}{R_0^3} (I_z - I_x) a_{13} a_{33} \quad (\text{Ec. 2.13})$
- $G_z = \frac{3\mu}{2R_0^3} (I_x - I_y) \sin(2\theta) \sin(\Phi) = \frac{-3\mu}{R_0^3} (I_x - I_y) a_{13} a_{23}$

Estos son los momentos de gradiente gravitacional de  $G$ . Como se puede ver el vector de momento gravitacional  $G$  puede ser expresado no solo en términos de los ángulos de Euler sino que también en términos de los elementos de la matriz coseno de dirección, la cual es la transformación de

los ángulos de actitud del marco de ejes del cuerpo hacia los ejes del marco referencial.

Podemos simplificar un poco más la linealización para un cuerpo con órbita circular usando un pequeño ángulo de aproximación para  $\Phi$  y  $\theta$ . La velocidad lateral de un cuerpo en una órbita circular de radio  $R_0$  es  $v = \sqrt{\mu/R_0}$ , así la velocidad angular del cuerpo se convierte en  $w_0 = \frac{v}{R_0} = \sqrt{\mu/R_0^3}$ . Entonces las ecuaciones toman la siguiente forma:

$$G_x = 3w_0^2(I_z - I_y)\Phi,$$

$$G_y = 3w_0^2(I_z - I_y), \quad (\text{Ec. 2.14})$$

$$G_z = 0,$$

Los componentes lineales del vector momento  $G$  son usadas para la derivación de las ecuaciones de dinámica de actitud. (1)

## 2.2 ECUACIONES DE LA DINÁMICA DE ACTITUD

Siendo la actitud de un satélite la orientación del mismo con respecto a la Tierra, su aplicación varía según el tipo de satélite.

### 2.2.1 Para Movimiento De Un Satélite No Giratorio

Las ecuaciones de las dinámicas de actitud se obtienen de las ecuaciones de momento de Euler, para nuestro caso tendremos elementos rotatorios dentro del satélite, se conocerán como equipos intercambiadores de momento. El

más común equipo intercambiador de momento son las ruedas de reacción, la rueda de momento y el giroscopio de control de momento.

Debemos recordar que estos elementos rotatorios tienen su propio momento angular, el cual se convierte en una parte del momento de todo el sistema en las ecuaciones de movimiento de Euler.

### 2.2.2 Para Actitud De Un Satélite Giratorio.

$$T = \dot{h}_1 = \dot{h} + wXh. \quad (\text{Ec. 2.15})$$

T es el momento externo total que actúa sobre el cuerpo, el cual es igual al cambio de momento inercial del sistema. Momentos inerciales externos son productos de fuerzas aerodinámicas, solares o gradiente gravitacionales, también torques magnéticos o torque de reacción producto de partículas expulsadas del cuerpo como gas hidracina o partículas ionizadas.

Denotamos que  $\dot{h}$  es la derivada de h en el marco del cuerpo. Partiremos el torque T en dos partes principales: T<sub>c</sub>, los momentos de control usados para controlar la actitud del satélite; y T<sub>d</sub>, los momentos provocados por los diferentes perturbaciones del medio. El vector torque total es T=T<sub>c</sub>+T<sub>d</sub>.

El momento del sistema completo será dividido entre el momento del cuerpo rígido  $h_B = [h_x h_y h_z]^T$  y el de los equipos de intercambio de momento  $h_w = [h_{wx} h_{wy} h_{wz}]^T$  Finalmente,  $h = h_B + h_w$  con estas definiciones, la ecuación general de movimiento se convierte en:

$$T = T_c + T_d = [\dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (w_y h_z - w_z h_y) + (w_y h_{wz} - w_z h_{wy})]i \\ + [\dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (w_z h_x - w_x h_z) + (w_z h_{wx} - w_x h_{wz})]j \quad (\text{Ec. 2.16})$$

$$+[\dot{h}_z + h_{wz} + (w_w h_y - w_y h_x) + (w_x h_{wy} - w_y h_{wx})]k.$$

Aquí  $i$ ,  $j$ ,  $k$  son los vectores unitarios de dirección del marco de ejes del cuerpo, los componentes de momento del cuerpo son  $h_x, h_y, h_z$  y contienen todos los momentos producto de la inercia los términos  $h_{wx}, h_{wy}, h_{wz}$  son los componentes vectoriales de la suma de los momentos angulares de todos los equipos de intercambio de momento. (1)

### 2.3 LINEALIZACIÓN DE ECUACIONES DE LA DINÁMICA DE ACTITUD

En la primera fase de nuestro diseño es importante transformar la ecuación a una forma más simple y manejable. Si nuestro diseño a la mano nos permite trabajar con los ejes principales, entonces los productos de la inercia pueden ser eliminados de las ecuaciones de dinámica, así simplificándolas considerablemente, además el movimiento angular puede ser aproximado a un movimiento angular infinitesimal, lo que significa que tendremos pequeños ángulos de Euler y derivaciones de ángulo. Con estas suposiciones, las ecuaciones de la dinámica pueden ser llevadas al dominio de la frecuencia a través de la transformada de La Place, teniendo así la ventaja de usar la teoría de control lineal.

### 2.3.1 Proceso de Linealización

Combinando las formulas analizadas en [1] tenemos las ecuaciones de dinámica de actitud deseada:

- $T_{dx} + T_{cx} = I_x \ddot{\Phi} + 4w_0^2(I_y - I_z)\Phi + w_0(I_y - I_z - I_x)\dot{\Psi} + \dot{h}_{wx} - w_0 h_{wz} - I_{xy}\ddot{\theta} - I_{xz}\ddot{\Psi} - I_{xz}w_0^2\Psi + 2I_{yz}w_0\dot{\theta}$
- $T_{dy} + T_{cy} = I_y \ddot{\theta} + 3w_0^2(I_x - I_z)\theta + \dot{h}_{wy} - I_{xy}(\ddot{\Phi} - 2w_0\dot{\Psi} - w_0^2\Phi) + I_{yz}(-\ddot{\Psi} - 2w_0\dot{\Phi} + w_0^2\Psi)$
- $T_{dz} + T_{cz} = I_z \ddot{\Psi} + w_0(I_z + I_x - I_y)\dot{\Phi} + w_0^2(I_y - I_x)\Psi + \dot{h}_{wz} + w_0 h_{wx} - I_{yz}\ddot{\theta} - I_{xz}\ddot{\Phi} - 2w_0 I_{xy}\dot{\theta} - w_0^2 I_{xz}\Phi$

(Ec. 2.17)

Aquí  $h_{wx}, h_{wy}, h_{wz}$  son los componentes de momento de las ruedas con los ejes de rotación en  $X_B, Y_B$  y  $Z_B$  del cuerpo del satélite  $h_{wx} = I_{wx}w_{wx}$ ,  $h_{wy} = I_{wy}w_{wy}$ ,  $h_{wz} = I_{wz}w_{wz}$ , donde  $I_{wx}, I_{wy}, I_{wz}$  son los momentos de inercia de las ruedas individuales y  $w_{wx}, w_{wy}, w_{wz}$  son las velocidades angulares de las ruedas. Los términos  $\dot{h}_{wx}, \dot{h}_{wy}, \dot{h}_{wz}$  son los momentos angulares que la rueda ejerce al satélite en los ejes del cuerpo. Si  $w_{wx}$  es la aceleración angular del eje  $X_B$ , entonces  $\dot{h}_{wx} = I_{wx}w_{wx}$  es el negativo del momento angular que la rotación  $X_B$  ejerce en el satélite en el eje  $X_B$ . Lo mismo aplica para los componentes rotatorios de los ejes  $Y_B$  y  $Z_B$ . (1)

El control de actitud de un satélite puede ser logrado controlando estas aceleraciones angulares, los cuales son torques internos ejercidos en el

satélite, si en adición torques externos por ejemplos reacciones magnéticas son aplicados al satélite, estos son incorporados en  $T_c$ , el vector de control de torques.

### **2.3.2 Estabilización Del Gradiente Gravitacional**

Una importante características que se puede notar entre varios tipos de sistemas de control de actitud es la diferencia de concepto entre control pasivo y activo.

El control de actitud pasivo es atractivo debido a que el hardware requerido es menos complicado y relativamente de bajo costo. Las propiedades físicas naturales del satélite y de su ambiente son usados para el control de actitud del satélite. Sin embargo la precisión alcanzable con este control de actitud pasivo en general son mucho más bajas que aquellas que se pueden conseguir con control de actitud activo, el cual usa sofisticada y mucho más cara instrumentación de control.

Otra importante diferencia en los sistemas de control es entre las maniobras de actitud y nadir-pointing (apuntan a la tierra) satélites estabilizados. El hardware de control y los conceptos propios del diseño usados en estas dos clases son muy diferentes.

Hay muchas posibles clasificaciones de esquemas de control de satélite, nuestro enfoque va a ser en el control por amortiguador de rueda.

## **2.4 ECUACIÓN BÁSICA DE CONTROL DE ACTITUD**

Las ecuaciones propias de actitud del satélite son tres ecuaciones no lineales de segundo orden, la teoría de control automática no provee una solución analítica exacta ni procedimiento de diseño para plantas con tal dinámica, por lo que la linealización de estas ecuaciones es necesaria si deseamos usar técnicas de control automático estándares, realizado ya previamente.

En nuestras ecuaciones ya establecidas podemos ver que nuestra planta con respecto a uno de los tres ejes del cuerpo del satélite, consiste de dos integradores. Para controlar tal sistema, es necesario torques de control. El torque puede ser producido activamente a través de hardware e instrumentación de control, o por efectos naturales como momentos de gradiente gravitacional.

El torque de control es siempre una función de los errores de actitud. Ya que estamos lidiando con sistemas de segundo orden, se debe proveer con cierta amortiguación en el control para una estabilidad mejorada, esto significa que el torque de control tendrá que incluir un término que es dependiente de las tasas de cambio de actitud a ser medido o estimado. Si en adición el error de estado estable va a ser anulado, una integral del error de actitud puede ser sumada a la ecuación de torque de control.

Las ecuaciones de control de torque pueden ser escritas de la siguiente forma:

$$T_{Ci} = K_{Pi}(er) + K_{di} \frac{d}{dt}(er) + K_{ii} \int (er) dt, \quad i=1, 2, 3, \quad (\text{Ec. 2.18})$$

Para cada uno de los tres ejes del cuerpo del satélite. Estas son las ecuaciones de controlador PID para ganancias de control que son Kp proporcional, Ki integral, y Kd derivada.

En la práctica las ecuaciones de dinámica de actitud para un satélite son más complicadas que las obtenidas previamente, pueden haber efectos secundarios como dinámica estructural o paneles solares añadidos, efectos de chapoteo en el tanque de combustible y ruido de los sensores. Si se quisiera aplicar las ecuaciones de control necesitarían filtros para manejar estos efectos complicados.

## 2.5 CONTROL PURAMENTE PASIVO

Teniendo nuestras ecuaciones de movimiento angular linealizadas para un sistema de gradiente gravitatorio puramente pasivo, debido a que el sistema es controlado pasivamente, (1)  $T_{cx}, T_{cy}, T_{cz}, h_{wx}, h_{wy},$  y  $h_{wz}$  no existen, las ecuaciones se reducen a:

$$\begin{aligned} T_{dx} &= I_x \ddot{\Phi} + 4w_0^2(I_y - I_z)\Phi - w_0(I_x + I_z - I_y)\psi \\ T_{dz} &= I_z \ddot{\Psi} + w_0^3(I_y - I_x)\Psi - w_0(I_z + I_x - I_y)\dot{\Phi} \\ T_{dy} &= I_y \ddot{\theta} + 3w_0^2(I_x - I_z)\theta \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

Aquí podemos ver que el movimiento puede ser provocado tan solo con ejercer un torque perturbador y ángulos iniciales de Euler y sus derivadas. (1)

Para facilitar la notación definimos que:



$$\sigma_y = (I_x - I_z)/I_y, \quad \sigma_x = (I_y - I_z)/I_x, \quad \sigma_z = (I_y - I_x)/I_z \quad (\text{Ec. 2.20})$$

### 2.5.1 Transformada de La Place para el Eje de inclinación $Y_B$

El movimiento del satélite en el eje de inclinación depende de las condiciones iniciales del ángulo de inclinación  $\theta$  y su derivada, también de la perturbación externa  $T_{dy}$  (1), asumiendo los ejes  $X_B$  y  $Z_B$  constantes sin perturbaciones tenemos:

$$\theta(S)S^2 - S\theta(0) - \theta'(0) + 3w_0^2\sigma_y\theta(S) = T_{dy}/I_y \quad (\text{Ec. 2.21})$$

Entonces:

$$\theta(S) = \frac{T_{dy}}{I_y(S^2 + 3w_0^2\sigma_y)} + \frac{S\theta(0) + \theta'(0)}{S^2 + 3w_0^2\sigma_y} \quad (\text{Ec. 2.22})$$

### 2.5.2 Estabilización del Gradiente Gravitacional con Control Pasivo

En función de obtener un sistema que nos sirva, la oscilación armónica angular de movimiento debe ser amortiguada y reducida al mínimo, la existencia de perturbaciones inicia el movimiento oscilatorio y con amortiguación pasiva, el tiempo para que se aprecie el decremento en el movimiento oscilatorio puede ser demasiado largo. Sin embargo, dado que

los equipos de amortiguación pasivos son comparablemente baratos hoy en día se los sigue usando.

### 2.5.3 Amortiguador de Rueda

Es una rueda inmersa en un contenedor lleno de un líquido viscoso, puede ser efectivo en la amortiguación angular del movimiento del satélite. Si alineamos el eje de rotación de la rueda con uno de los ejes de oscilación antes vistos estos pueden ser amortiguados.

## 2.6 DISEÑO DE UN SATÉLITE ESTABILIZANDO SU GRADIENTE GRAVITACIONAL BASADO EN UN AMORTIGUADOR DE RUEDA

Para comprender la eficacia de este amortiguador pasivo, realizaremos un tratamiento analítico completo del amortiguador de rueda.

Primero escribiremos las ecuaciones de dinámica de un sistema de control de gradiente gravitacional que usa una rueda para amortiguación pasiva

### 2.6.1 Ecuaciones de dinámica del amortiguador para alineación del eje de la rueda con el eje de inclinación $Y_B$ :

$$\bullet \quad \ddot{\theta} I_y + 3w_0^2 (I_x - I_z) \theta + \dot{w}_w I_w = T_{dy} \quad (\text{Ec. 2.23})$$

$$\bullet \quad I_w \dot{w}_w = D(\dot{\theta} - w_w) = D\Omega_w \quad (\text{Ec. 2.24})$$

Donde  $D$  es el coeficiente de amortiguación del fluido en el cual está inmersa la rueda,  $I_w$  es el momento de inercia de la rueda, y  $\Omega_w$  es la velocidad angular de la rueda con relación al cuerpo del satélite, (1)

$$\begin{bmatrix} S^2 + 3w_0^2\sigma_y & S(I_w/I_y) \\ -DS & SI_w + D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(S) \\ W(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{dy}/I_y + S\theta(0) + \dot{\theta}(0) \\ -D\theta(0) \end{bmatrix}$$

Su determinante queda:

$$\Delta = (S^2 + 3w_0^2\sigma_y)(SI_w + D) - (-DS)(S(I_w/I_y))$$

$$\Delta = I_w S^3 + D \left( \frac{I_w}{I_y} + 1 \right) S^2 + 3I_w w_0^2 \sigma_y S + 3D w_0^2 \sigma_y \quad (\text{Ec. 2.25})$$

Despejando por regla de Kramer el ángulo de inclinación  $\theta(S)$ :

$$\theta(S) = \frac{\begin{vmatrix} T_{dy}/I_y + S\theta(0) + \dot{\theta}(0) & S(I_w/I_y) \\ -D\theta(0) & SI_w + D \end{vmatrix}}{I_w S^3 + D \left( \frac{I_w}{I_y} + 1 \right) S^2 + 3I_w w_0^2 \sigma_y S + 3D w_0^2 \sigma_y}$$

$$\theta(S) = \frac{(SI_w + D)[T_{dy}/I_y + S\theta(0) + \dot{\theta}(0)] + S(I_w/I_y)D\theta(0)}{I_w S^3 + D \left( \frac{I_w}{I_y} + 1 \right) S^2 + 3I_w w_0^2 \sigma_y S + 3D w_0^2 \sigma_y} \quad (\text{Ec. 2.26})$$

Asumiendo condiciones iniciales igual a cero:

$$\theta(S) = \frac{SI_w T_{dy}/I_y + D T_{dy}/I_y}{I_w S^3 + D \left( \frac{I_w}{I_y} + 1 \right) S^2 + 3I_w w_0^2 \sigma_y S + 3D w_0^2 \sigma_y} \quad (\text{Ec. 2.27})$$

## 2.7 DIAGRAMA DE BLOQUES BÁSICO

Esta es una representación grafica y abreviada de la relación causa y efecto entre la entrada y la salida de un sistema físico. Proporciona un método único y conveniente para caracterizar las relaciones funcionales entre los diversos componentes de un sistema de control.



**Figura 8** - *Modelo de Actitud*

## 2.8 ANÁLISIS Y PROCESO DE IDENTIFICACIÓN

Una vez obtenida la planta, para empezar el proceso de identificación se debe realizar un experimento sobre este sistema con el cual obtendremos datos de entrada y salida que nos servirán de base para la obtención del modelo identificado final.

Para obtener un proceso de identificación exitoso, se necesita que los datos obtenidos para realizar este proceso tengan información significativa sobre el sistema, estos se consiguen con un diseño de entrada y un periodo de muestreo óptimo.

## 2.9 ELECCIÓN DEL TIPO DE ENTRADA

La decisión sobre el diseño de la entrada más adecuada que nos proporcione la mayor cantidad de datos y al mismo tiempo sea amigable el sistema dado que en la práctica se puede provocar daños a la planta.

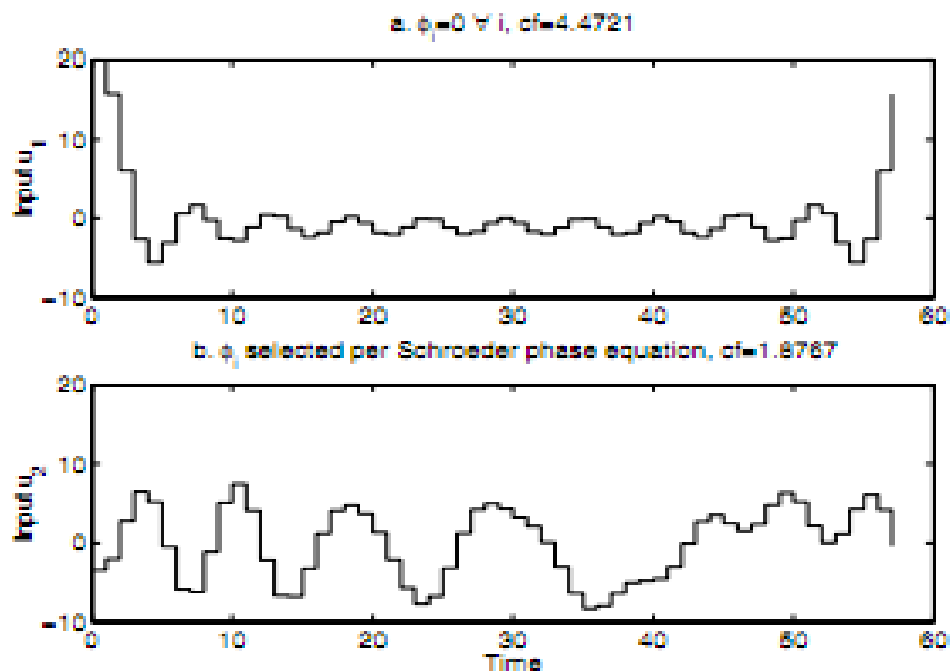
La señal de entrada debe contener el mayor número de frecuencias posibles, las señales escalonadas con cambios bruscos son muy utilizadas puesto que contienen un espectro suficientemente amplio de frecuencias.

### 2.9.1 Señal Multi - Sinusoidal

Las señales multiseno son determinísticas, periódicas representadas por la

$$\text{ecuación: } u(k) = \lambda \sum_{i=1}^{ns} \sqrt{2a_i} \cos(w_i kT + \phi_i)$$

Donde T es el tiempo de muestreo,  $w_i = 2\pi i / NsT$ , y  $ns \leq Ns/2$



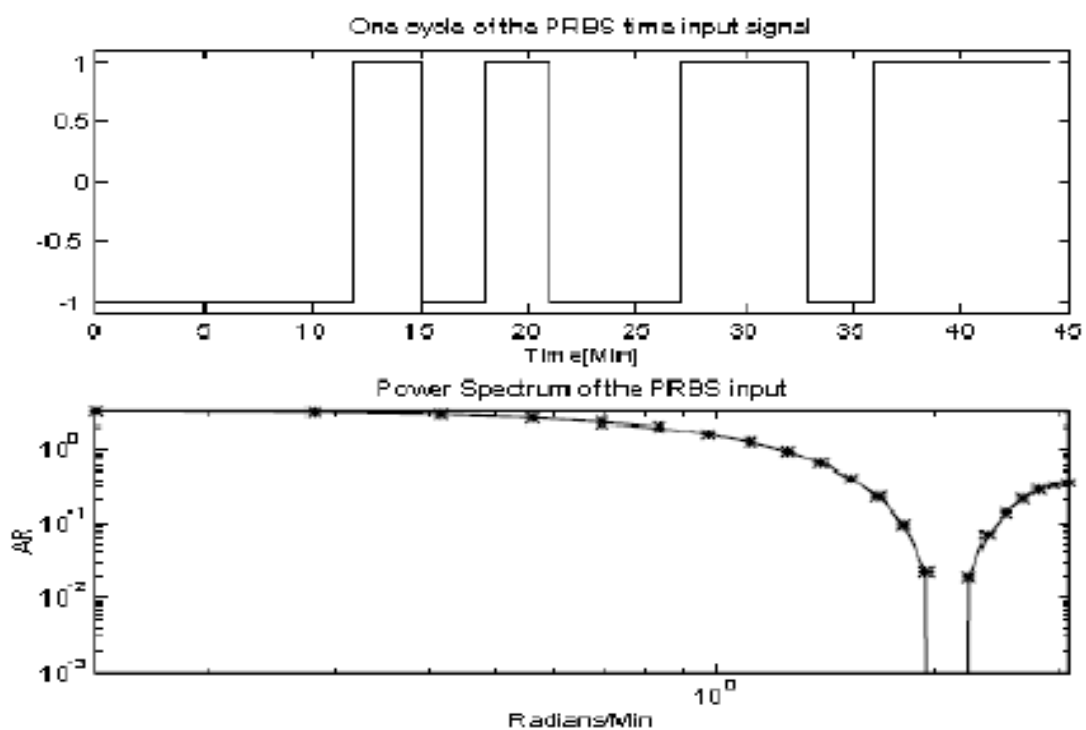
**Figura 9 – Entrada Multisinusoidal**

## 2.10 SEÑAL PRBS

Sus propiedades de auto correlación y correlación cruzada, se asemejan a las del ruido blanco.

Se puede diseñar para concentrar su potencia en la banda de frecuencias de interés.

Se puede realizar a más bajas relaciones señal a ruido, comparada con respuestas al escalón o impulso.



**Figura 10 – Señal PRBS y su espectro de potencia**

## 2.11 PARAMETROS PRBS (Secuencia Binaria Seudo Aleatorio)

Los parámetros PRBS, tiempo de conmutación  $T_{sw}$  y el número de registros  $nr$  son elegidos para enfatizar la región de frecuencia importante para el control, esto nos da:

$$T_{sw} \leq \frac{2.8\tau_{dom}^L}{\alpha_s} \quad (\text{Ec. 2.28})$$

$$N = 2^{nr} = 1 \geq \frac{2\pi\beta_s\tau_{dom}^H}{T_{sw}} \quad (\text{Ec. 2.29})$$

$nr$  y  $N$  deben ser valores enteros, mientras que  $T_{sw}$  debe ser un entero múltiple del tiempo de muestreo.

$\tau_{dom}^L$  = estimación baja de constante de tiempo dominante

$\tau_{dom}^H$  = estimación alta de constante de tiempo dominante

$\beta_s$  = factor que representa tiempo de estabilización del proceso

$\alpha_s$  = factor que representa velocidad de lazo cerrado

## 2.12 SENSORES DE ACTITUD

Los sensores más comunes de actitud para satélites que orbitan alrededor de la Tierra, son los sensores terrestres, los cuales censan ópticamente el contorno de la tierra y usa esta información para calcular la actitud del satélite con respecto a la tierra. La precisión esperada de estos instrumentos es del orden de los  $0.02^\circ$  para versiones costosas y  $0.05^\circ$  para más baratos.

En el siguiente análisis, es teóricamente posible trabajar con ruido blanco ideal, la cual tiene densidad espectral uniforme, en la naturaleza el ruido blanco no existe y de misma manera el ruido existente en los problemas de ingeniería es coloreado. Nosotros asumiremos un ruido coloreado, este va a ser la salida de un filtro de primer orden con frecuencia de corte  $\omega_c$  al cual tendrá de entrada una fuente de ruido blanco. Con esta definición la amplitud del ruido se atenuará dependiendo de la frecuencia.

Ruido de los sensores y otras pequeñas perturbaciones inducen errores estadísticos tanto en la posición de actitud del satélite y su estabilidad, estos errores son función del ancho de banda del sistema de control de actitud, el cual puede ser representado en términos de su frecuencia natural  $\omega_n$ .

### 2.13 MUESTREO

La planta es una función continua, para realizar la identificación debemos tomar datos de entradas y de salidas, esto se realiza a través de un muestreo, el muestreo cambia nuestra señal de continua a discreta.

Para realizar el muestreo necesitáramos el periodo y adicionalmente le aplicar el método "ZOH" (zero order hold) que mantenga nuestro valor hasta el siguiente periodo de muestreo.

El periodo de muestreo está definido por:

$$\omega_n = \frac{\pi}{T} \quad (\text{Ec. 2.30})$$



Un criterio que se puede utilizar es:

$$\omega_n > \alpha \omega_B$$

Donde  $\omega_B$  es el ancho de banda del sistema y se determina del grafico de bode y  $\alpha$  es un entero múltiplo del ancho de banda, estos nos da que:

$$T \leq \frac{\pi}{\alpha \omega_B} \quad (\text{Ec. 2.31})$$

## 2.14 ESTIMACION POR MODELOS PARAMETRICOS

Examinaremos una clase general de estructuras las cuales forman la base para muchos de los modelos paramétricos para la identificación, la estructura general para el modelo predicción-error es:

$$A(z)y(t) = \frac{B(z)}{F(z)}\mu(t - nk) + \frac{C(z)}{D(z)}e(t)$$

Donde A, B, C, D y F son polinomios en z

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1}$$

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{nf} z^{-nf} \quad (\text{Ec. 32})$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

$$D(z) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{nd} z^{-nd}$$

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{nf} z^{-nf}$$

En teoría existen 32 diferentes combinaciones de modelos, nuestro estudio se concentrara en 5 de ellos:

Method	$\tilde{p}(z)$	$\tilde{p}_e(z)$
ARMAX	$\frac{B(z)}{A(z)}z^{-nk}$	$\frac{C(z)}{A(z)}$
FIR	$B(z)z^{-nk}$	1
Box-Jenkins	$\frac{B(z)}{F(z)}z^{-nk}$	$\frac{C(z)}{D(z)}$
Output Error	$\frac{B(z)}{F(z)}z^{-nk}$	1
ARX	$\frac{B(z)}{A(z)}z^{-nk}$	$\frac{1}{A(z)}$

**Tabla 2** – Modelos Paramétricos

# CAPÍTULO 3

## IDENTIFICACIÓN NO-PARAMÉTRICA

### 3.1 DISEÑO DE PLANTA SIMULADA

Para empezar con la modelación de nuestra planta virtual primero necesitamos tener las ecuaciones diferenciales las cuales nos describan el movimiento de nuestro sistema y también necesitaremos los valores de todos los elementos invariantes en el tiempo que pertenezcan a nuestro sistema.

Nuestro sistema se basa en un satélite en órbita, el cual tendrá variaciones de actitud en el tiempo, consta de tres ejes sobre los cuales nuestro satélite girara debido a perturbaciones representada con torques, nuestro satélite también tendrá inercia con respecto a cada uno de los ejes, y como todo satélite estará a una cierta altura del la superficie terrestre orbitando a una respectiva velocidad angular.

(1) Un satélite básico de tiene los siguientes momentos de inercia:

$$I_x = 80[kg \cdot m^2]$$

$$I_y = 82[kg \cdot m^2] \quad (\text{Ec. 3.1})$$

$$I_z = 4[kg \cdot m^2]$$

Con estos valores y para futuras abreviaciones calculamos:

$$\sigma_x = (I_y - I_z)/I_x = 0.975$$

$$\sigma_y = (I_x - I_z)/I_y = 0.926 \quad (\text{Ec. 3.2})$$

$$\sigma_z = (I_y - I_x)/I_z = 0.5$$

Para una órbita circular con altitud de 800km, tenemos:

$$w_0 = 0.001038 \left[ \text{rad}/\text{seg} \right]$$

Las perturbaciones que se esperan para nuestro sistema son alrededor de:

$$T_{dy} = 10^{-5} [\text{Nm}]$$

Nuestro sistema del satélite consta de un control amortiguador de rueda el cual consta con los siguientes elementos:

Tenemos D que es el coeficiente de amortiguación del fluido en el cual está inmersa la rueda.

$$D = 0.002$$

$I_w$  es el momento de inercia de la rueda.

$$I_w = 1 [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

Con todos estos datos a la mano proseguiremos con analizar independientemente el eje  $Y_B$  del sistema, manteniendo constante sin dinámica los otros dos ejes.

### 3.2 DISEÑO DE PLANTA CON RESPECTO AL EJE DE INCLINACIÓN $Y_B$ .

- Ecuación de dinámica de actitud en el eje  $Y_B$  simplificada

$$\theta(S) = \frac{(SI_w + D)[T_{dy}/I_y + S\theta(0) + \dot{\theta}(0)] + S(I_w/I_y)D\theta(0)}{I_w S^3 + D\left(\frac{I_w}{I_y} + 1\right)S^2 + 3I_w w_0^2 \sigma_y S + 3D w_0^2 \sigma_y} \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Remplazando los valores numéricos y asumiendo condiciones iniciales igual a cero:

$$\theta(S) = \frac{S \cdot 10^{-5}/82 + 0.002(10^{-5}/82)}{S^3 + 0.002\left(\frac{1}{82} + 1\right)S^2 + 3(0.001038^2)(0.926)S + 3(0.002)(0.001038^2)(0.926)}$$

(Ec. 3.4)

Usando la función Transfer Function "tf()" de MATLAB

```
E1=tf([1.2195e-7 2.439e-10],[1 0.00202439 3.0047e-6 6.0094e-9])
```

Transfer Function:

**1.22e-007 s + 2.439e-010**

-----

**s^3 + 0.002024 s^2 + 3.005e-006 s + 6.009e-009**

- Polos y Ceros

Después aplicamos la función ZPK, aquí vemos que podemos eliminar un polo con un cero

$E2 = \text{zpk}(E1)$

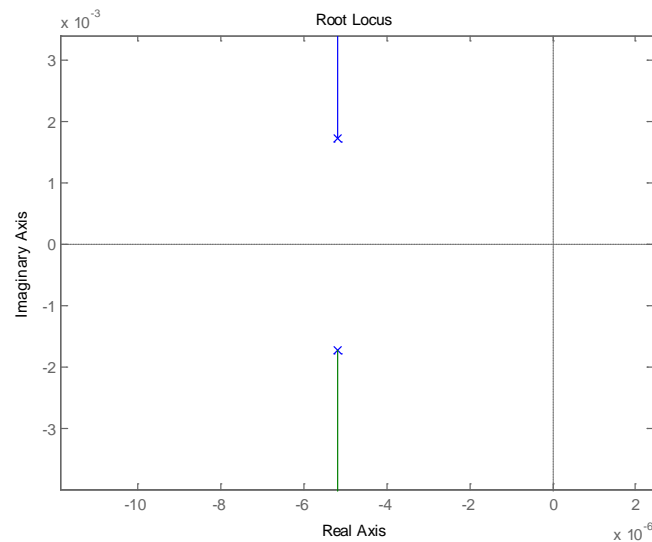
- **Zero/pole/gain:**

$$\frac{1.2195e-007 (s+0.002)}{}$$

$$\frac{1.2195e-007 (s+0.002)}{(s + 0.002014) (s^2 + 1.038e-005s + 2.984e-006)}$$

Entonces nuestra función de transferencia nos queda:

$$\theta(S) = \frac{1.219 \times 10^{-7}}{(S^2 + 1.038 \times 10^{-5} S + 2.984 \times 10^{-6})} \quad (\text{Ec. 3.5})$$



**Figura 11 -** Sistema resultante es de Segundo Orden sub-amortiguado con dos polos negativos e imaginarios en el plano S

Y con respuesta al escalón  $\frac{1}{s}$

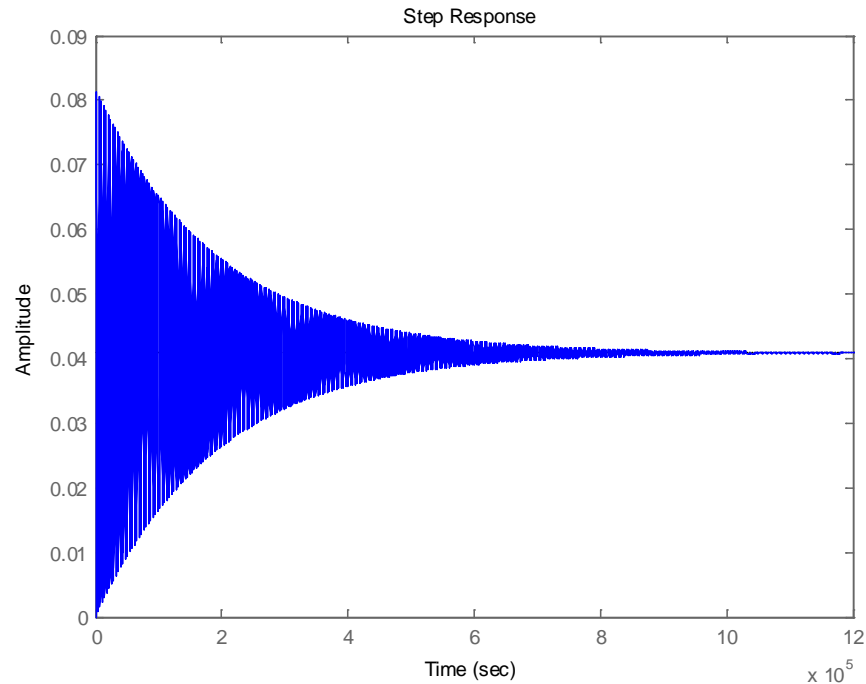


Figura 12 - Respuesta escalón de la planta sin perturbación alguna  $Y_B$

### 3.3 ERROR DEL SENSOR

La planta y el sensor suman error a la lectura de datos que tenemos como salida de todo el sistema, el ruido será reproducido en Simulink de la siguiente manera:

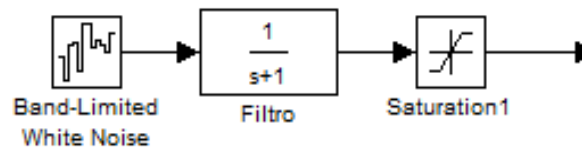


Figura 13 - Diagrama de Bloques de Error del Sensor

El sensor estará conformado de ruido blanco como entrada a una función de transferencia de primer orden que actúa como filtrador de frecuencia pasabajos para colorearlo al ruido con frecuencia de corte igual a la de la planta simulada anteriormente y finalmente saturamos su amplitud en un rango de  $-0.01^\circ$  a  $+0.01^\circ$  dado que el sensor real tiene una precisión de  $0.02^\circ$ .

### 3.3.1 Frecuencia de Corte para Filtro

La función de transferencia general para sistemas de segundo orden al compararla con la función de transferencia del eje  $Y_B$  se puede despejar tanto la frecuencia natural como el factor de amortiguamiento relativo (1).

$$\bullet \quad G(S) = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Comparando con la forma polinómica general:

$$\theta(S) = \frac{1.219 \times 10^{-7}}{(s^2 + 1.038 \times 10^{-5} s + 2.984 \times 10^{-6})} \quad (\text{Ec. 3.7})$$

$$w_n^2 = 2.984 \times 10^{-6}$$

$$2\xi w_n = 1.038 \times 10^{-5}$$

Despejando nos queda:

$$w_n = \sqrt{2.984 \times 10^{-6}} = 0.001727$$

$$\xi = 1.038 \times 10^{-5} / 2w_n = 0.003005$$

La ecuación del filtro de Primer Orden queda:



$$\frac{0.001727}{s+0.001727}$$

### 3.4 RESPUESTA TRANSIENTE DEL SISTEMA

#### 3.4.1 Respuesta al Escalón

Una vez armado el sistema de la planta se puede analizar los datos de respuesta del sistema a cualquier entrada, se le aplica un escalón a un tiempo de muestreo bajo y ver cuánto demora y en qué valor el sistema se estabiliza.

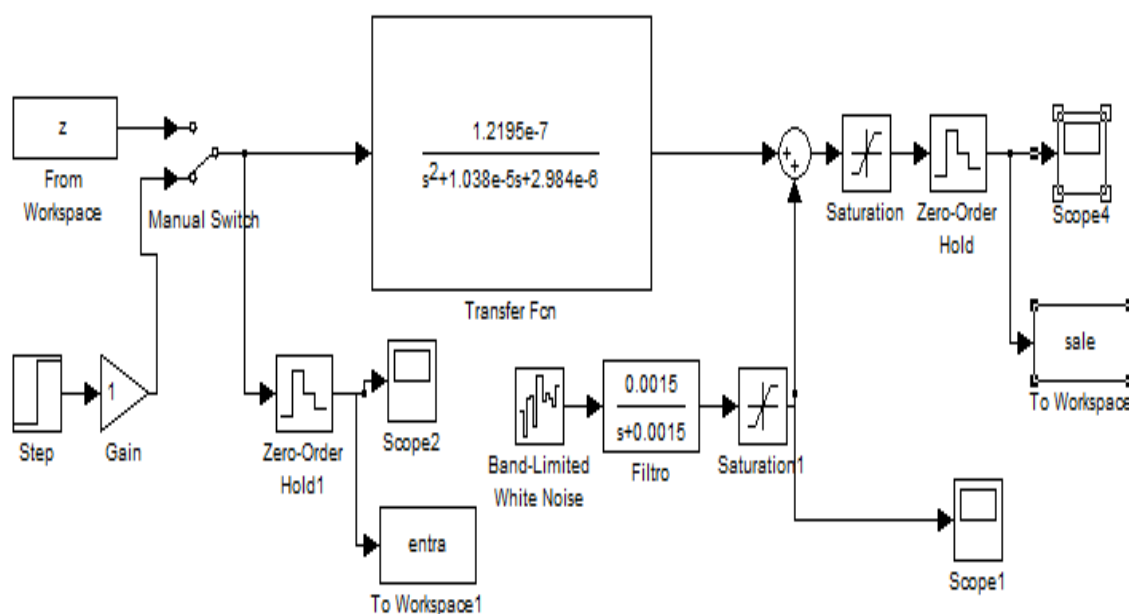
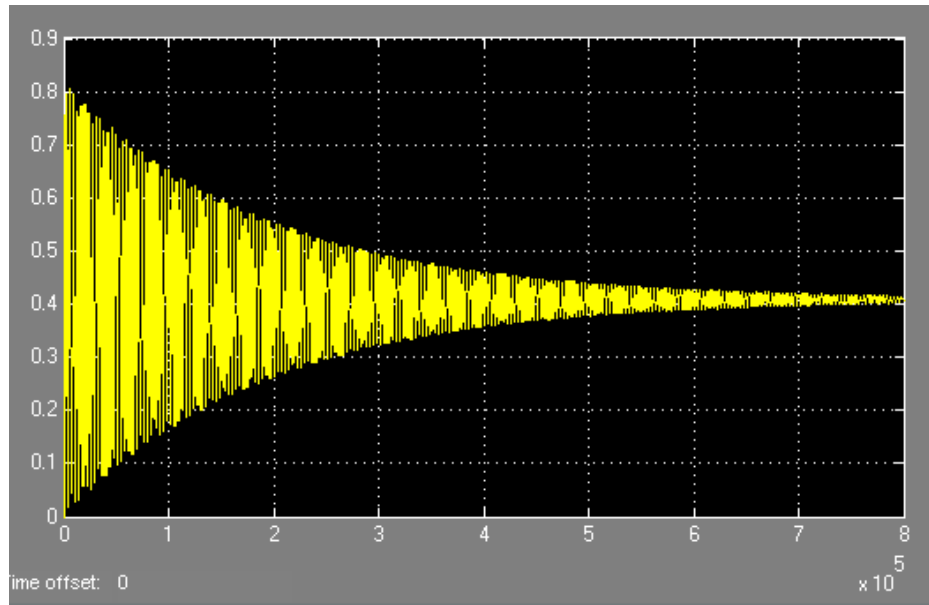
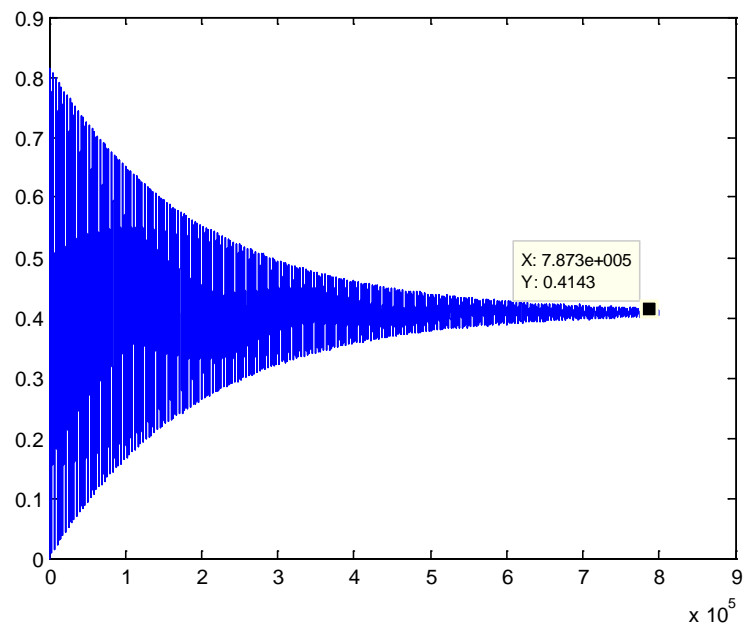


Figura 14 - Función de Transferencia



**Figura 15 -** *Scoope de la señal en Simulink.*

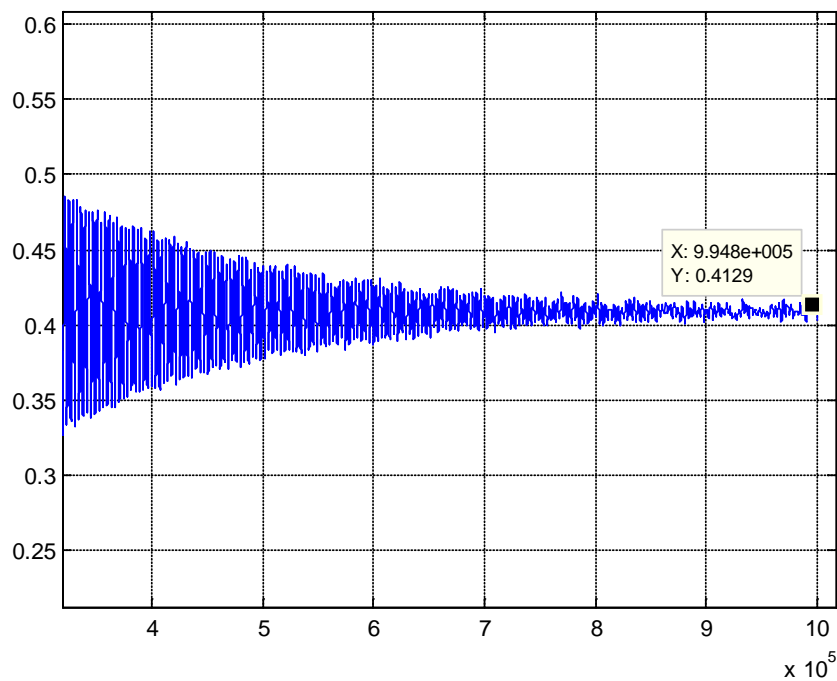


**Figura 16 -** los datos son llevados al Workspace de MATLAB y aproximamos un tiempo de demora de 7.873 e5 y valor de estabilización es 0.4143 grados.

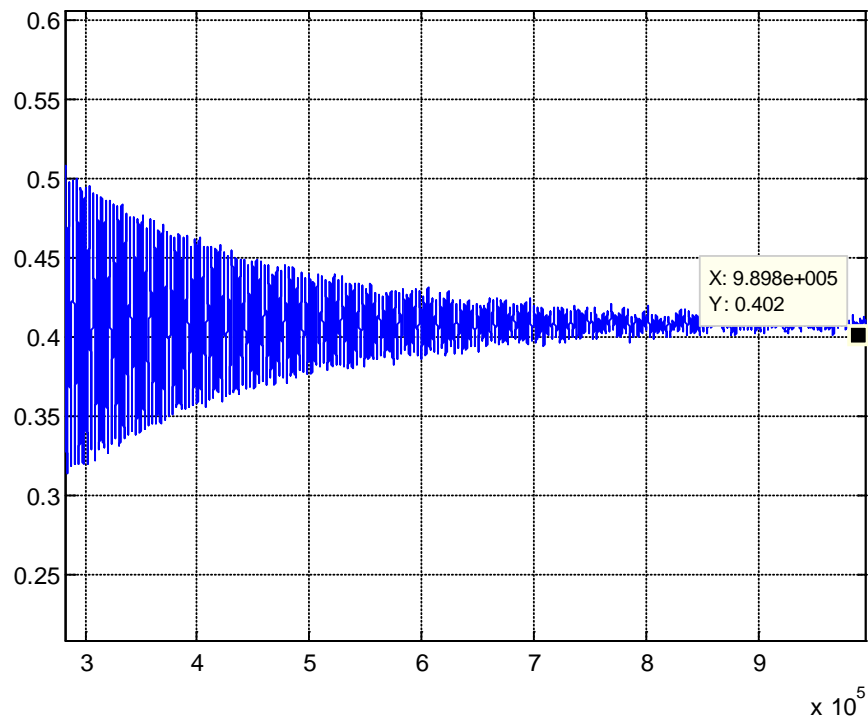
### 3.5 APROXIMACIÓN DEL TAO

Sometiendo la planta virtual a una señal escalón con amplitud 10, aumentando diez veces la ganancia dada por las fuerzas perturbadoras y su salida sumada a un error pequeño producto del tipo de sensor usado para las mediciones, podemos tener una estimación de funcionamiento de la planta virtual y calcular aproximadamente su tiempo de estabilización y su TAO.

Agrandando la zona de estabilidad:



**Figura 17** - Primera aproximación de valor del ángulo una vez superado el tiempo de estabilización.



**Figura 18** - Segunda aproximación de valor del ángulo una vez superado el tiempo de estabilización.

Estimamos dos valores de Angulo de estabilización final debido al ruido:

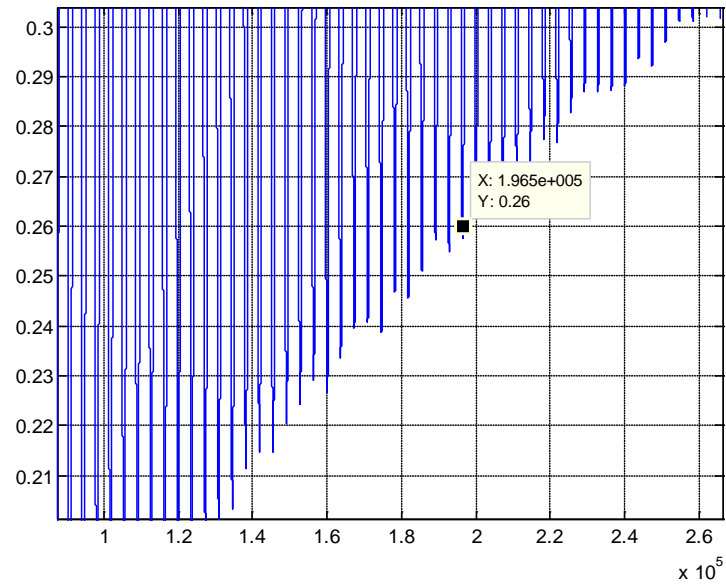
Valor en **ángulo finalmax**=0.4129

Valor en **ángulo finalmin**=0.4020

El tiempo de tao  $\tau$  se da cuando la planta alcanza 63% del valor de ángulo  $\theta$  final.

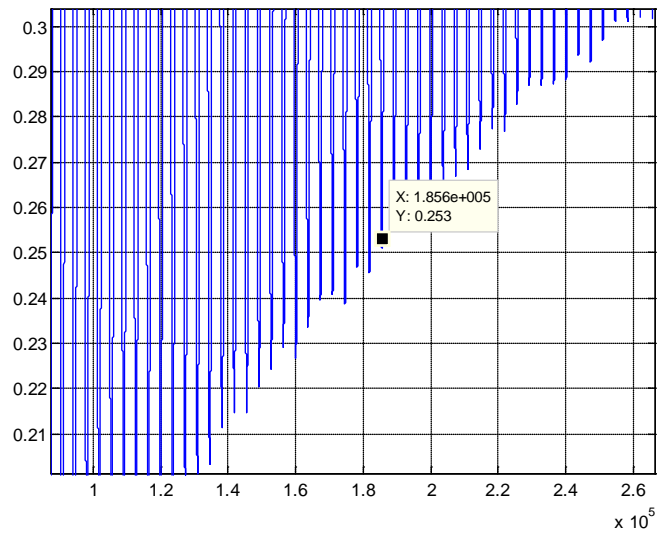
*valor en tiempo  $\tau$  max* = 0.260

*valor en tiempo  $\tau$  min* = 0.253



**Figura 19 –  $\tau max$**

$$\tau max = 196500[seg]$$



**Figura 20 -  $\tau min$**

$$\tau min = 185600[seg]$$

### 3.6 MUESTREO

$$T = \frac{\pi}{\alpha\omega_B} \quad (\text{Ec. 3.8})$$

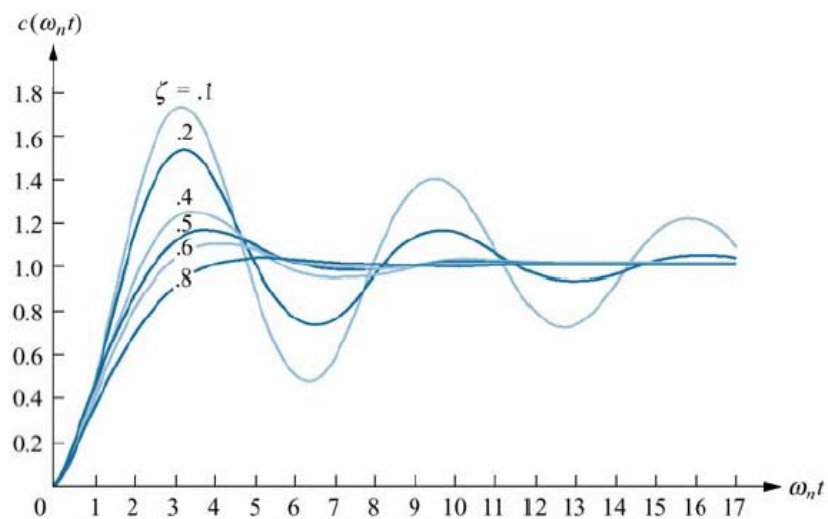
Establecemos un ancho de banda aproximado:

Conocemos que  $\omega_B \approx \omega_c$ ,

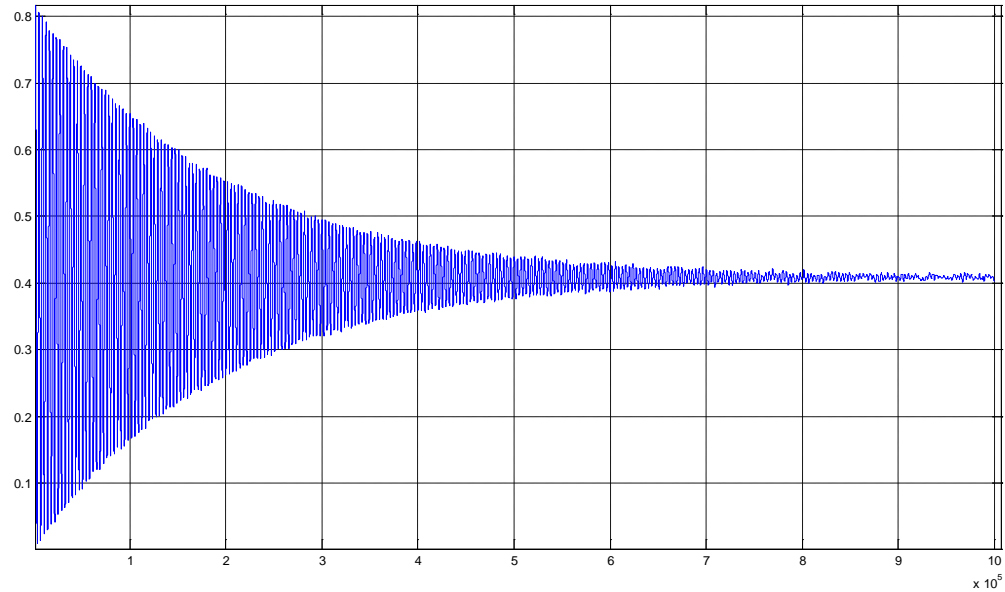
$$\text{Y que } \tau = \frac{1}{\varepsilon\omega_c}$$

Elegimos  $\alpha = 2$  un múltiplo entero,

$\xi$  es un factor de amortiguamiento el cual podemos aproximar su valor comparando la respuesta al escalón del sistema con la gráfica del factor de amortiguamiento relativo.



**Figura 21** - Gráfica con diversos factores valores de amortiguamiento.



**Figura 22** - El factor de amortiguamiento aquí es mucho menor que 0.1, de 20 a 100 veces menor

Aproximamos  $\varepsilon \approx 0.025$ .

$\tau_{promedio} \approx 191500[\text{seg}]$

Tenemos:

$$T = \pi \xi \zeta / \alpha \quad (\text{Ec. 3.9})$$

$$T \leq 752[\text{seg}]$$

Por comodidad estableceremos un periodo de muestreo de  $T = 500[\text{Seg}]$ .

### 3.7 DISEÑO DE SEÑAL DE ENTRADA

Para el diseño de una señal de entrada los requisitos que se deben tener en cuenta son que esta debe ser lo más amigable posible, que su tiempo de duración no sea muy prolongado y que a su vez la planta reaccione a lo esperado por nosotros proveyéndonos de la mayor cantidad de datos útiles.

Para el análisis de la planta se deberá tener una señal de amplitud 1, con esto la señal estará entre -1 y 1 variando la inclinación del satélite de su ángulo de inclinación de estabilización.

Usamos la "*inputdesigngui*" creada en MATLAB para diseñar entradas

The screenshot shows the MATLAB *inputdesigngui* interface. At the top, there are buttons for **Plot/Analyze**, **Save Plots**, **Close Plots**, **Load Signal**, and **Save Signal**. The **Loaded Signal Filename:** is *entradaPRBSs.mat*. The **General Signal Specs** section includes: Initial Deadtme: 0, Amplitude (+/-): 1, Sampling Time: 1000, Final Deadtme: 800000, and Signal Bias: 0. The **Periodic Rotation** section has radio buttons for **None** (selected), **Max Move**, and **Min Move**. The **Double Pulse** section has: Number of Cycles: 1, First Pulse Duration: 20000, Second Pulse Duration: 500, First Pulse Amplitude: 1, and 2nd Pulse Amplitude: -1. The **Pseudo Random Binary Sequence** section has: Number of Cycles: 1, **Guideline Specification** (selected), Alpha: 2, Lo: 185000, Beta: 5, and Hi: 198000. The **Multi-level Pseudo Random Sequence** section has: Number of Cycles: 1, Number of Levels: (empty), No. of Galois Elements: (empty), Switching Time: (empty), Number of Registers: (empty), and Harmonic Suppression: 2. The **Multisineoidal** section has: Number of Cycles: 1, **Direct Specification** (selected), Sequence Length: (empty), No. of Sinusoids: (empty), **Guideline Specification** (selected), No. of Sinusoids (optional): (empty), Alpha: 2, Lo: 185000, Beta: 3, Hi: 198000, **Harmonic Amplitudes** (selected), Harmonic Suppression: 0, **Flat** (selected), Relative Hi Freq.: (empty), **Control Relevant** (selected), **Load Custom** (button), **Load** (button), **Generation Method** (selected), **Schroeder-phased** (selected), **Minimum Crest Factor** (selected), Max. Var.: 1e-6, Max. Iter.: 20, and Max. p: 600. The **Plots** section has: **1 cycle only** (radio), **Time Series** (radio, selected), **Histogram** (radio), No. Bins: (empty), **Autocorrelation** (radio), **Periodic** (radio), **Non-periodic** (radio), lags: (empty), Conf. Limits: none, **Power Spectrum** (radio), **Periodogram** (radio), **Welch Window** (radio), datapoints: (empty), and **include ZOH** (checkbox). The **Warnings** section is empty.

Figura 23 – Interfaz Gráfica de diseño de señales



### 3.7.1 PRBS (Secuencia Binaria Seudo Aleatorio)

Para el diseño de la señal PRBS tenemos cuatro factores:

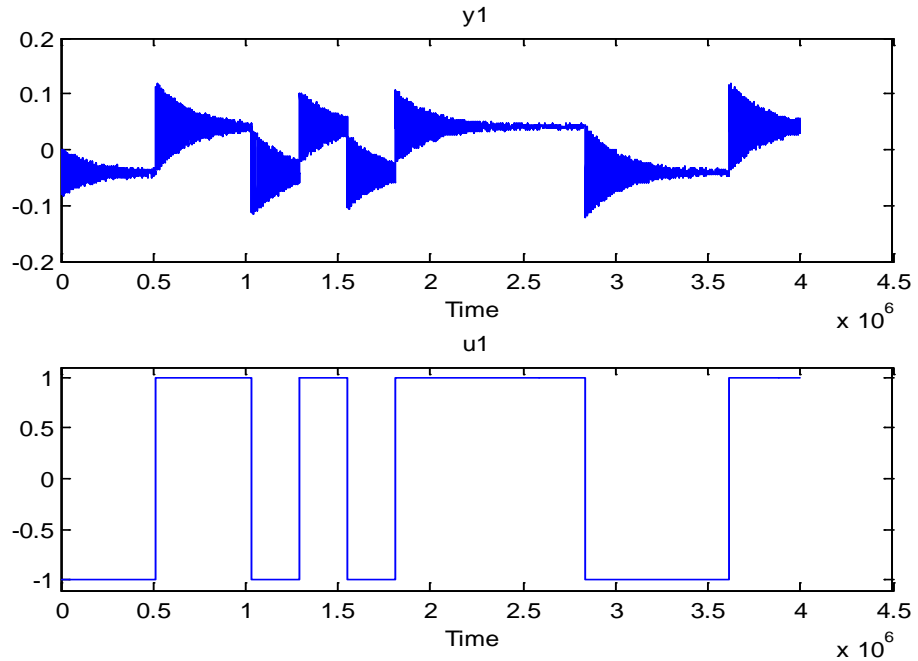
- $\tau_{ao}$  alto, un bajo estimado de la constante de tiempo dominante
- $\tau_{ao}$  bajo, un alto estimado de la constante de tiempo dominante
- $\beta$  es un factor que representa el tiempo de establecimiento de un proceso
- $\alpha$  es un factor que representa la velocidad de lazo cerrado como múltiplo del tiempo de respuesta en lazo abierto.

Teniendo ya establecido

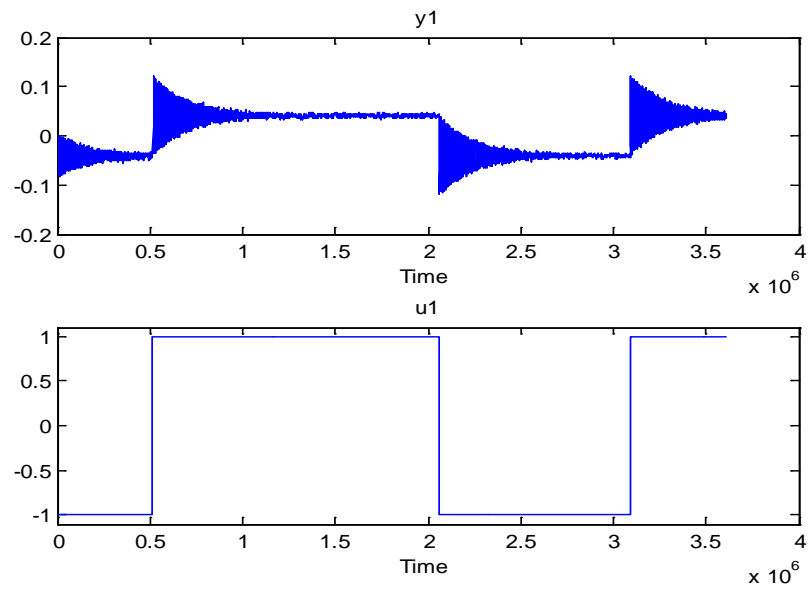
$$\tau_{max} \approx 198000[seg]$$

$$\tau_{min} \approx 185000[seg]$$

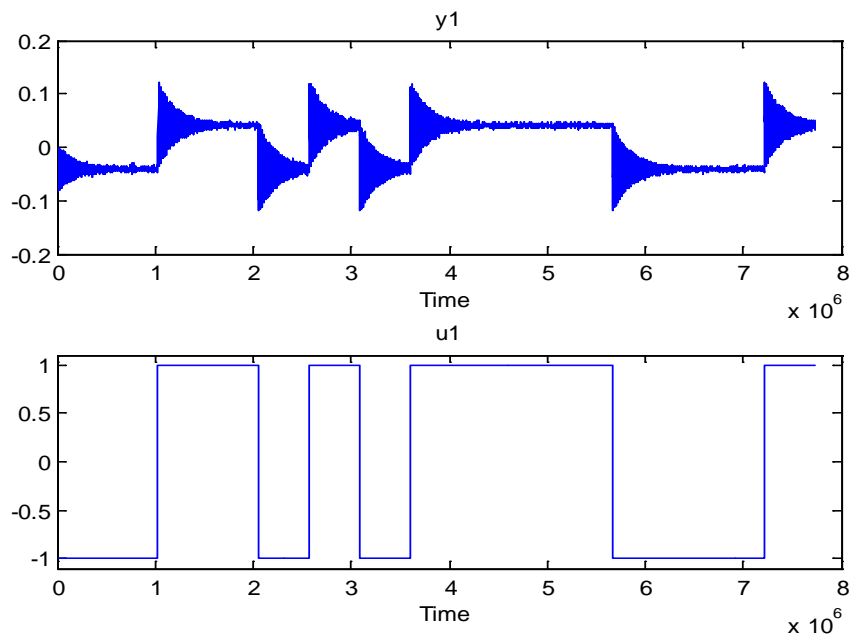
(3),(4) Los factores que podemos variar son  $\alpha$  y  $\beta$  generando diferentes entradas:



**Figura 24** – Entrada PRBS con  $\alpha=2$ ,  $\beta=3$  y su señal de respuesta



**Figura 25** – Entrada PRBS con  $\alpha=1$ ,  $\beta=2$  y su señal de respuesta



**Figura 26** – PRBS con  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$  y su señal de respuesta

De estas tres entradas candidatas se escogerá la señal que mejor cumpla con los requisitos antes mencionados y técnicas que nos permitan una mejor descripción del sistema llamadas métodos no paramétricos.

<b>Análisis de las entradas PRBS comparando sus factores Alpha y Beta</b>	<b>Tiempo de Entrada</b>
Alpha=2, la dinámica de la planta en lazo cerrado debe ser la mitad de la respuesta en lazo abierto y beta=3 da información de frecuencias bajas aproximando un 95% del tiempo de estabilización.	3609000[seg] (42 días)

Alpha=1, la dinámica de la planta en lazo cerrado debe ser aproximadamente igual de la respuesta en lazo abierto y beta=2 da información de frecuencias bajas menor al 95% del tiempo de estabilización	3609000[seg] (42 días)
Alpha=1, la dinámica de la planta en lazo cerrado debe ser aproximadamente igual de la respuesta en lazo abierto y beta=5 da información de frecuencias bajas aproximando un 99% del tiempo de estabilización	7733000[seg] (90 días)

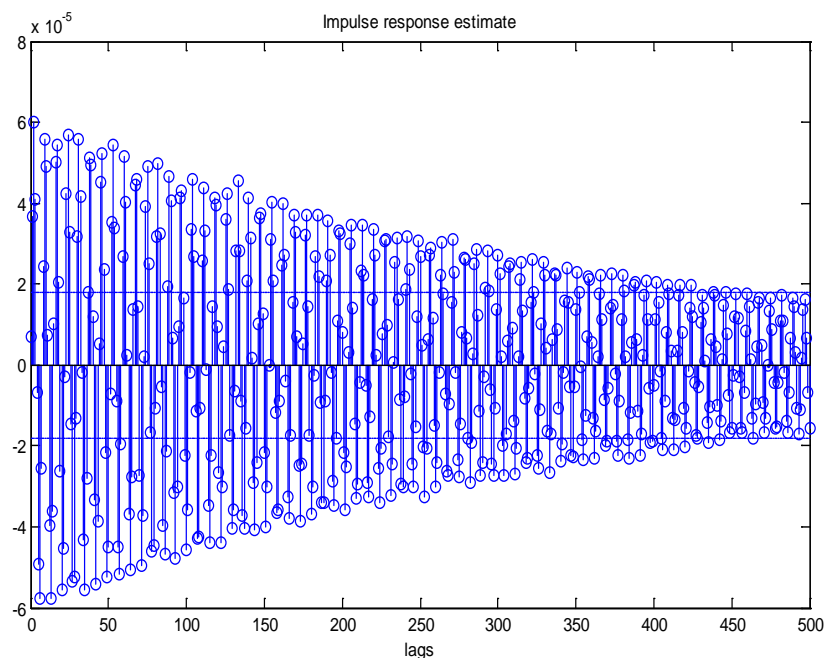
Tabla 3 – análisis comparativo de entradas

### 3.8 ANÁLISIS DE CORRELACIÓN PARA ESTIMAR LA RESPUESTA AL IMPULSO

Por análisis de correlación se entiende a la determinación de la respuesta al impulso del sistema basándose en la correlación cruzada entrada-salida y en la auto correlación de la entrada, que se aproximan a partir de los datos de entrada-salida. Es considerado como un método de estimación no paramétrico, ya que el sistema es descrito por su respuesta al impulso que en general es de longitud infinita. De todos modos, es claro que sólo puede estimarse un número finito de parámetros. (5) (6)

Usamos el comando **CRA (Correlation Analysis to estimate Impulse Response)** de MATLAB, el cual debe tener los siguientes parámetros:

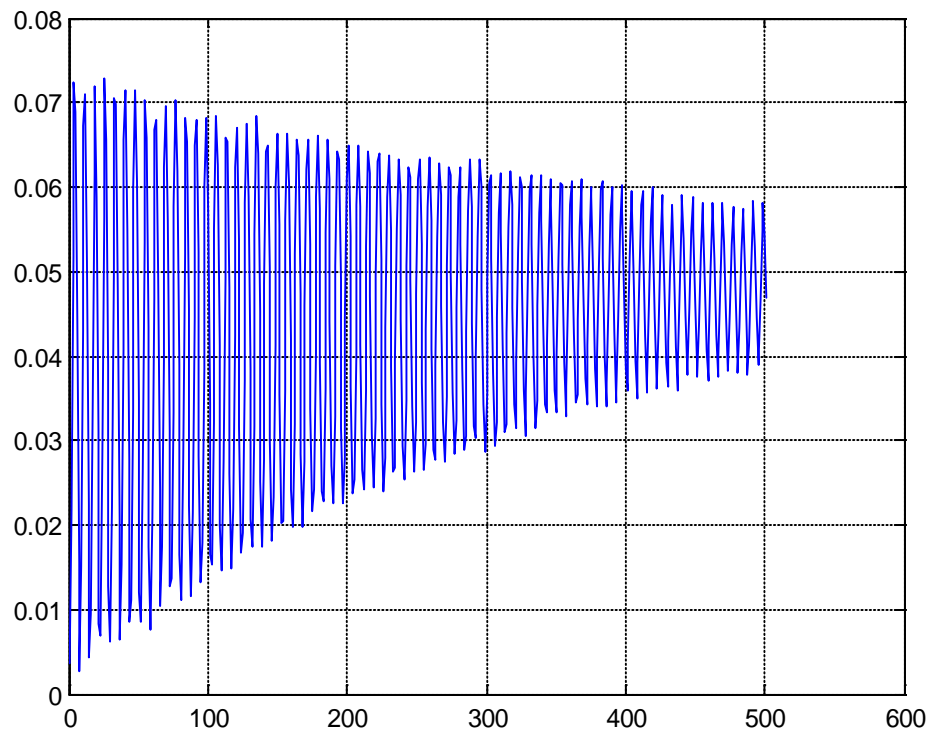
- Dos señales una de entrada y de salida (respuesta de la planta virtual a esa entrada).
- Número de retrasos (número finito de términos de la respuesta al impulso del sistema)
- Orden del filtro de pre-blanqueado, convierte la entrada en ruido blanco para un mejor cálculo, en nuestro caso no es influyente.



**Figura 27** – Estimación de la respuesta al impulso por análisis de correlación

A través de la integración de la respuesta al impulso por análisis de correlación obtenida se puede obtener la correspondiente respuesta al escalón:

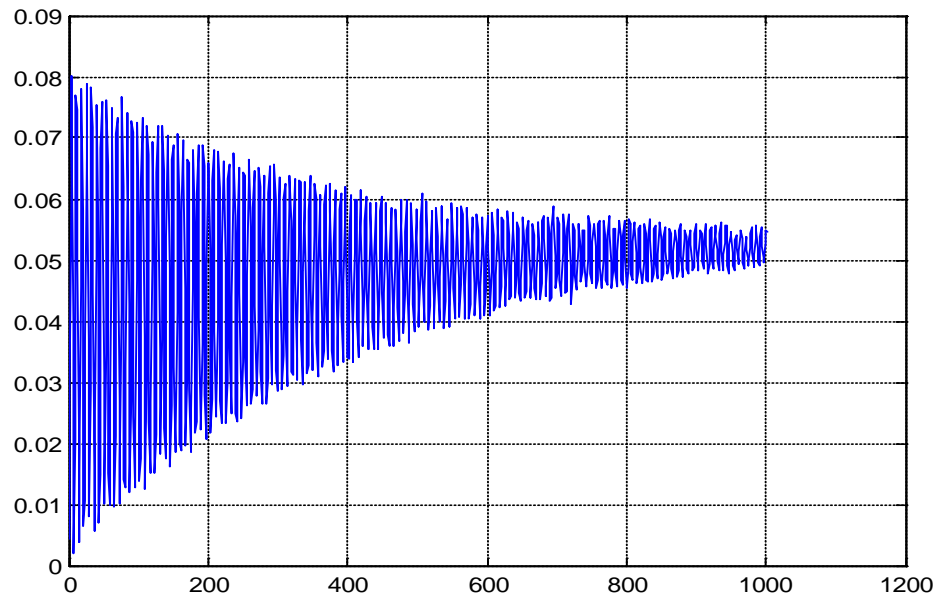
- Señal PRBS con  $\alpha=2$ ,  $\beta=3$



- **Figura 28** – *Respuesta al escalón por análisis de correlación  $\alpha=2$ ,  $\beta=3$*

Con un límite de 500 retrasos para evitar distorsiones, se tiene una representación aproximada de un 50% de la respuesta al escalón pero con cierto desvío en amplitud producto del error.

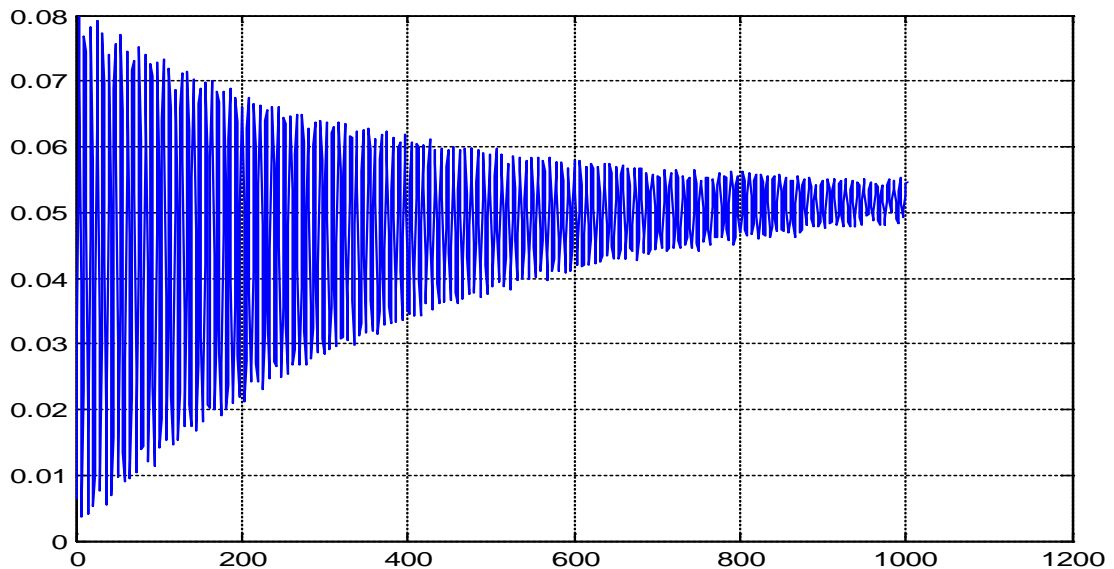
- Señal PRBS con  $\alpha=1$ ,  $\beta=2$



- **Figura 29** – *Respuesta al escalón por análisis de correlación  $\alpha=1$ ,  $\beta=2$*

Tiene 1000 retrasos, existe un desvío del ángulo de estabilización original con ligero error pero una representación aproximada del 90% del tiempo de estabilización de la respuesta al escalón de la planta virtual.

- Señal PRBS con  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$



**Figura 30** – *Respuesta al escalón por análisis de correlación  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$*

Con 1000 retrasos se tiene un desvío del ángulo de estabilización no muestra mayor error dando una representación aproximada del 95% del tiempo de estabilización de la planta virtual.

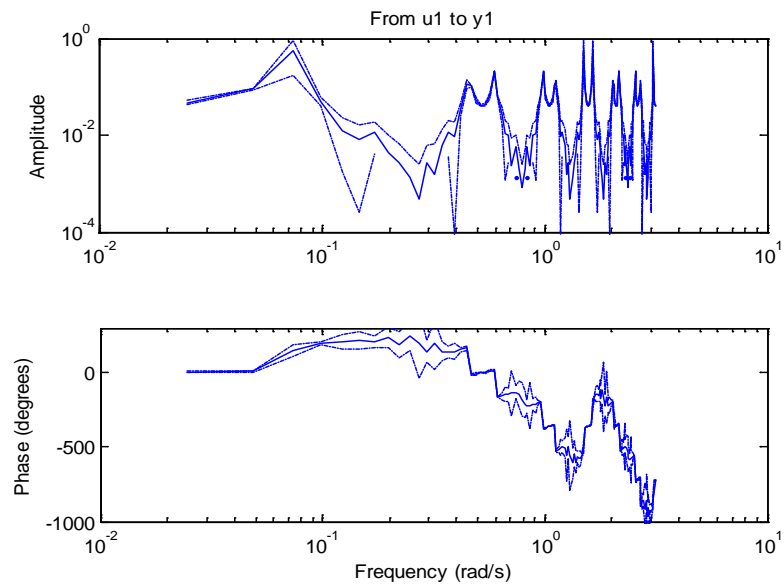
### 3.9 ESTIMACIÓN DE RESPUESTA DE FRECUENCIA UTILIZANDO ANÁLISIS ESPECTRAL

La función de la respuesta de frecuencia describe la respuesta de estado estacionario de un sistema a estradas sinusoidales. Para un sistema lineal, una entrada sinusoidal de una frecuencia específica tiene como resultado una salida que también es una senoide con la misma frecuencia pero con diferente amplitud y fase. (7)



La función de la respuesta de frecuencia describe el cambio en la amplitud y fase en función de la frecuencia:

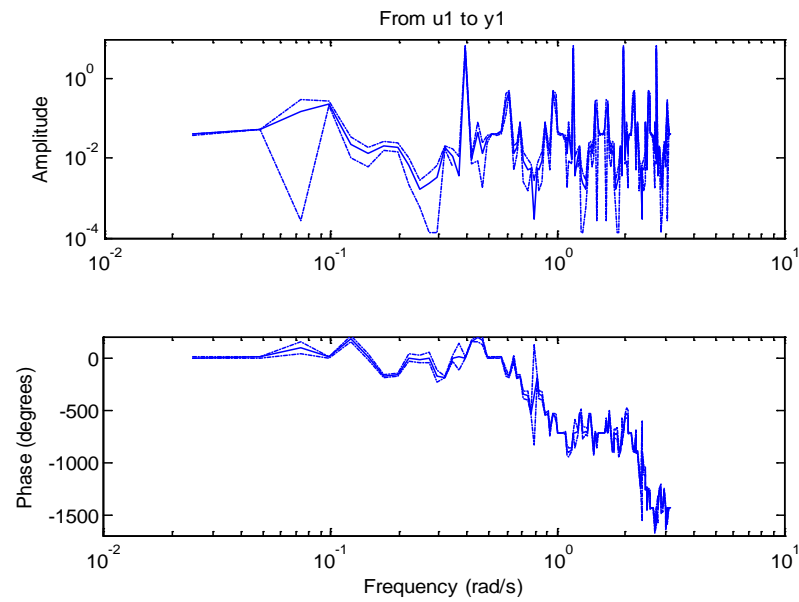
Señal PRBS con  $\alpha=2$ ,  $\beta=3$



**Figura 31** – Respuesta de frecuencia por análisis espectral  $\alpha=2$ ,  $\beta=3$

A bajas frecuencias se tiene una función con suavizado que da pocos picos a mayores frecuencias, se tiene una precisión aceptable.

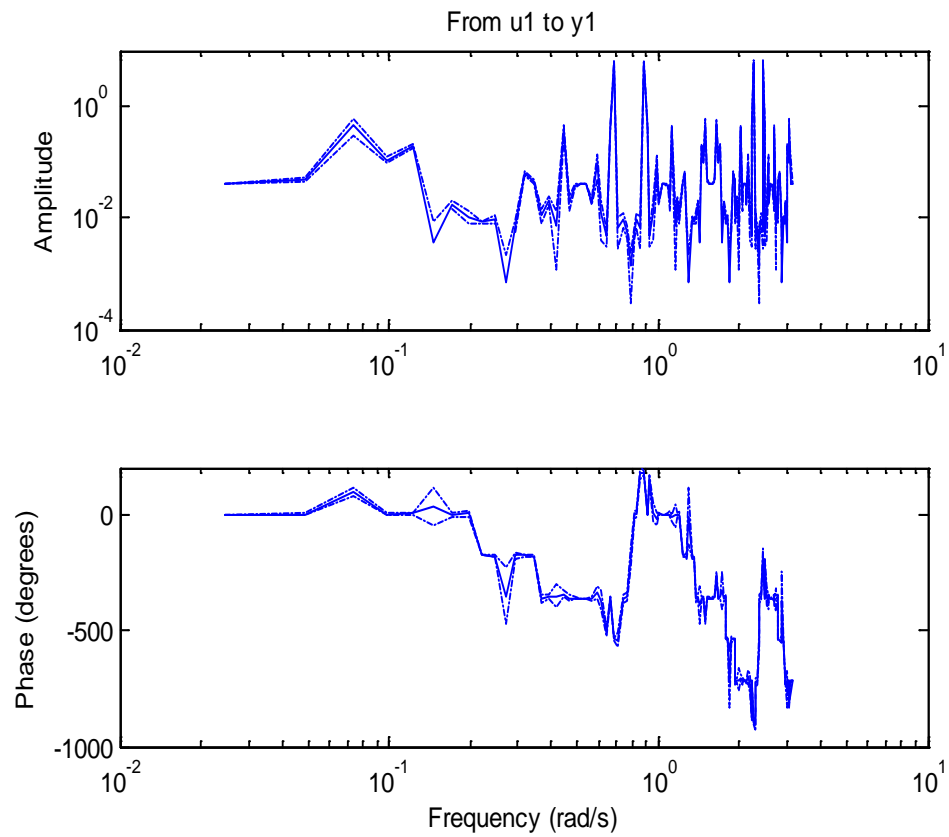
- Señal PRBS con  $\alpha=1$ ,  $\beta=2$



**Figura 32** – Respuesta de frecuencia por análisis espectral  $\alpha=1$ ,  $\beta=2$

Tenemos un bajo suavizado dando muchos picos en frecuencias mayores en los cuales la ganancia debería ser menor, se da una aproximación no muy precisa.

- Señal PRBS con  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$



**Figura 33** – Respuesta de frecuencia por análisis espectral  $\alpha=1$ ,  $\beta=5$

Se baja el suavizado dando un número mayor de picos en frecuencias mayores, no se da mucha información de la respuesta de frecuencia esta desviada.

### 3.10 ELECCIÓN DE LA SEÑAL PRBS Y SU ANÁLISIS

La señal PRBS con  $(\alpha=1, \beta=2)$  y  $(\alpha=2, \beta=3)$  toman el menor tiempo de análisis aproximadamente la mitad que la señal  $(\alpha=1, \beta=5)$ .

Se obtiene mejores resultados en la estimación de respuesta al escalón por parte de la señal  $(\alpha=1, \beta=5)$  con un 95% de similitud con de la planta virtual, seguida muy de cerca por la señal  $(\alpha=1, \beta=2)$  con una aproximación cercana a un 90% y por último la señal  $(\alpha=2, \beta=3)$  la cual no es completa aproximadamente un 50%.

La respuesta de frecuencia de todas las señales PRBS no son tan claras, la señal PRBS  $(\alpha=2, \beta=3)$  tiene mayor alisado sin ser notoriamente mas precisa con respecto a la señal otras dos señales.

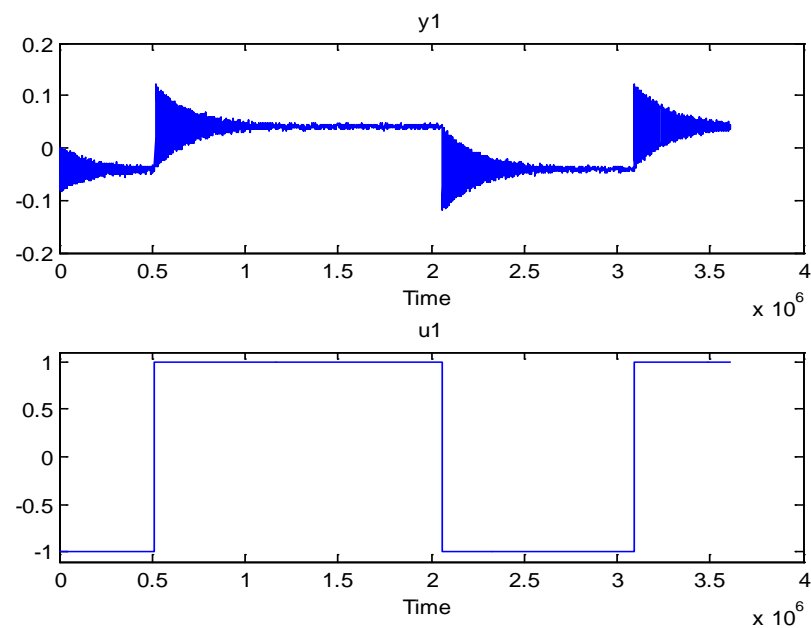
La señal más amigable con respecto a la planta virtual, dado su menor tiempo de duración y gran aproximación con respecto al análisis de correlación dando una respuesta al impulso y por consiguiente al escalón es la señal PRBS con  $(\alpha=1, \beta=3)$ .

# CAPÍTULO 4

## IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

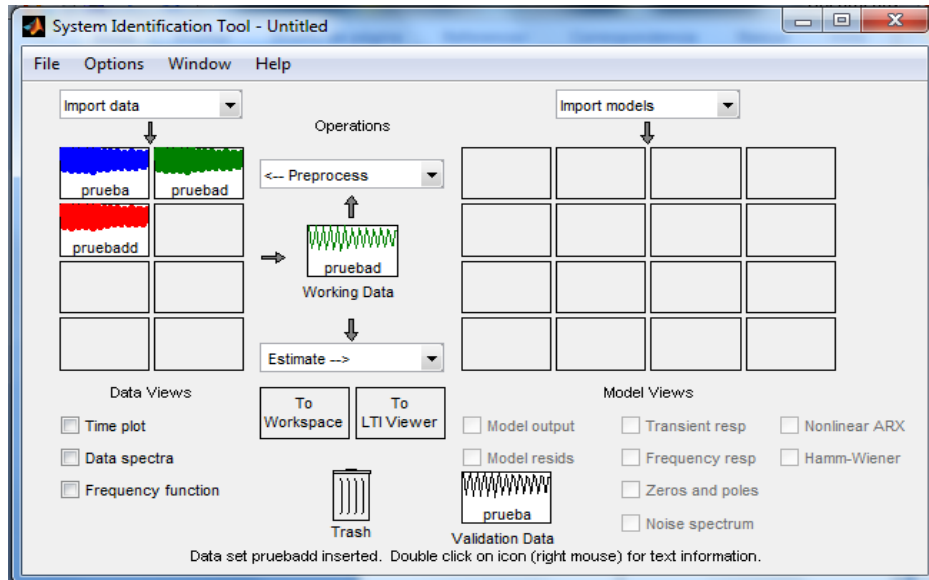
La identificación paramétrica con estimación de error de predicción sirve para identificar la función de transferencia y su orden, las estructuras de modelo de predicción de error son: ARX, ARMAX, FIR, Error Salida y Box-Jenkins.

Lo que se busca es lograr encontrar el modelo más simple que tenga un ajuste adecuado para la elección de estructura final del modelo.



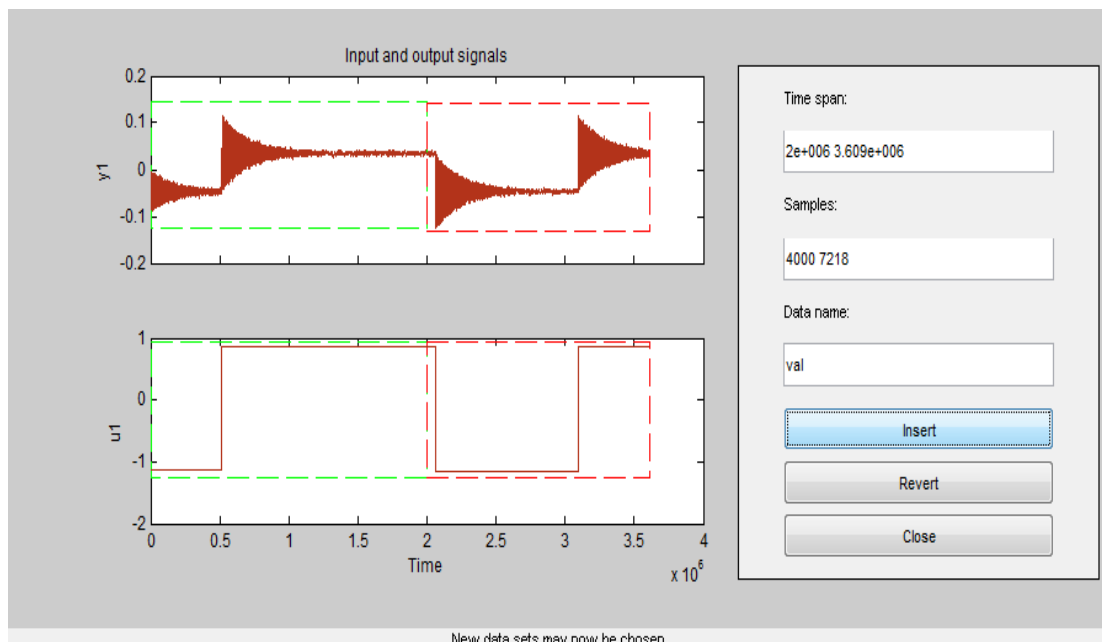
**Figura 34** - *Entrada PRBS y la respuesta del sistema*

Importamos los datos de entrada y salida a la función **IDENT** de MATLAB.



**Figura 35** - Ventana IDENT con señal de entrada y su respectiva salida con media y tendencia removidas.

Removemos media y la tendencia de los datos



**Figura 36** - Selección de Rangos de Comparación.

En la Figura-36 Realizamos un corte a la señal, el 50% de los datos dentro del cuadro verde que es con los cuales se realizará la estimación mientras que el 50% dentro del cuadro rojo son datos de validación.

## 4.1 MODELO ARX

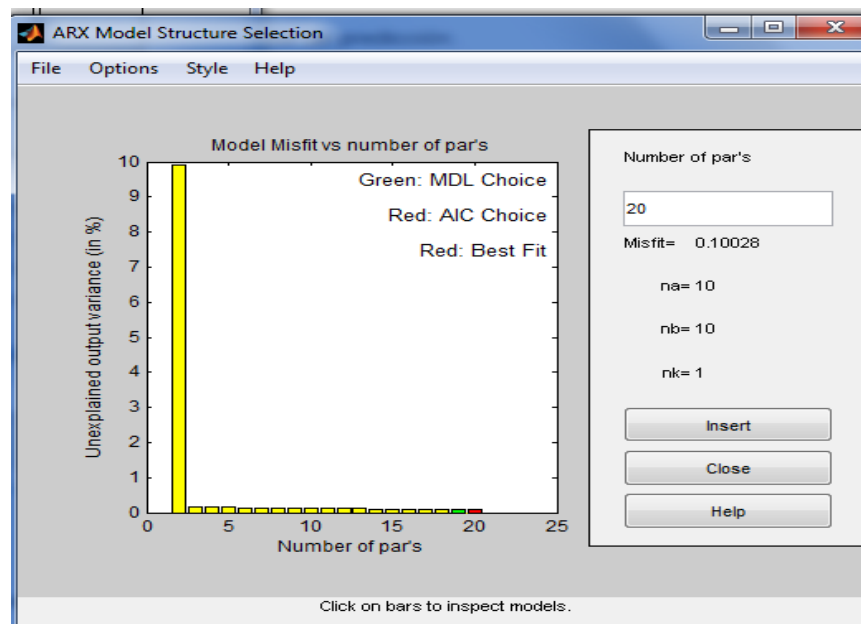
Este modelo es de regresión lineal

$$A(z)y(t) = B(z)\mu(t - nk) + e(t)$$

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad (\text{Ec. 4.1})$$

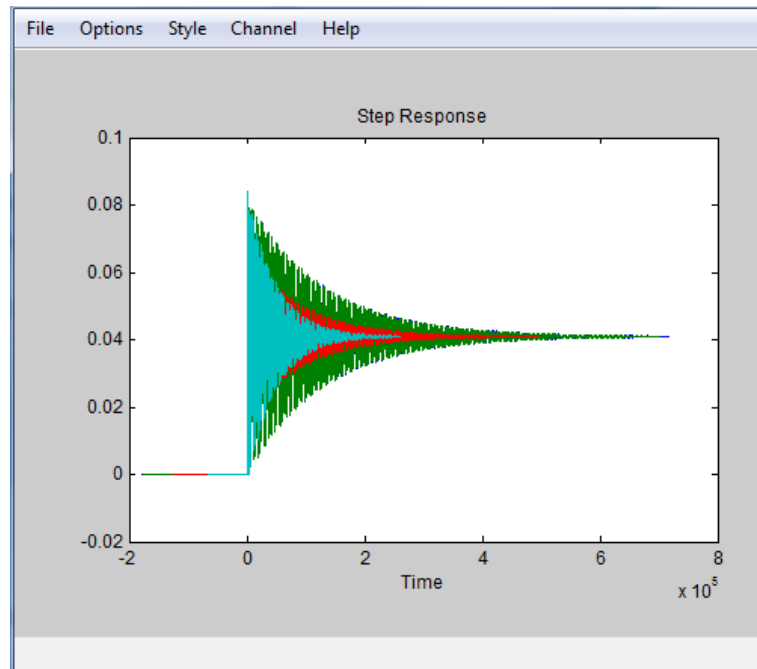
$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1}$$

Usaremos la opción "Order Selection" para encontrar el orden del modelo adecuado, aquel que minimice el error de predicción.



**Figura 37 - Estimación de diferentes ordenes del modelo ARX**

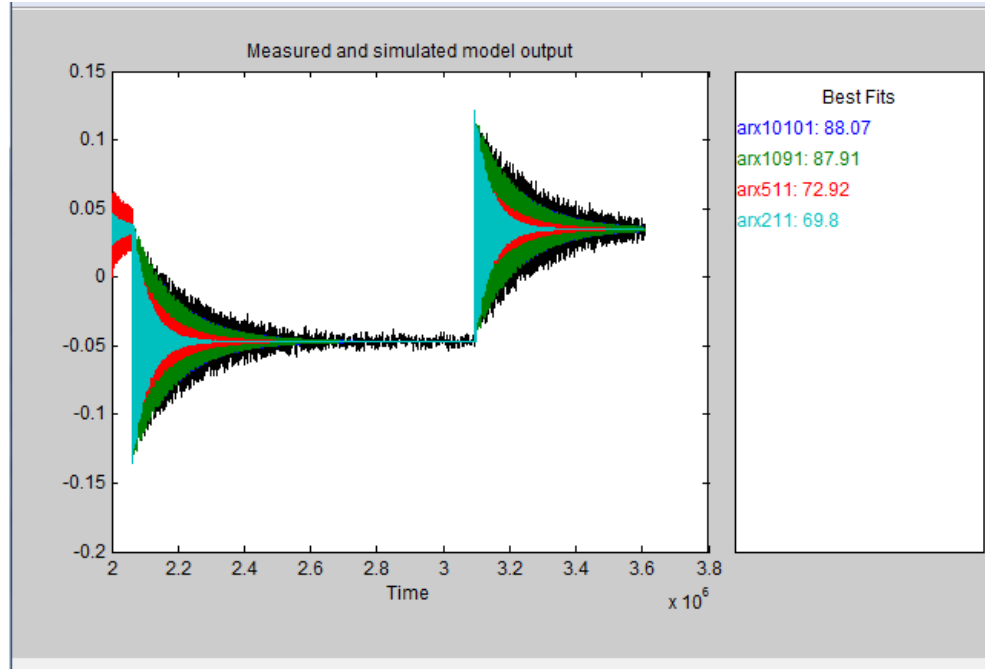
Podemos ver que tenemos dos tipos, BEST FIT, de ALTO ORDEN y de BAJO ORDEN, debemos elegir valores apropiados de  $n_a$  y  $n_b$ .



**Figura 38** - *Respuesta al escalón de diferentes ordenes del modelo ARX*

La respuesta al escalón es muy precisa para el estimado de "Best Fit" figura-38 y para el orden alto que es el mismo de orden bajo, al elegir ordenes más bajos disminuye la complejidad pero tenemos mucho menor precisión.

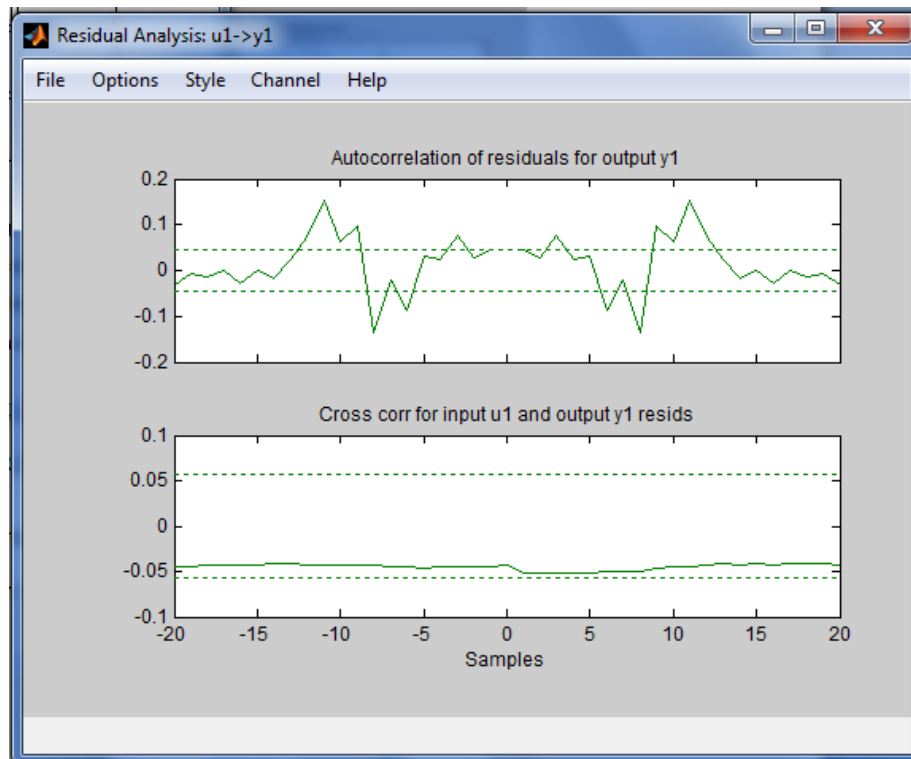




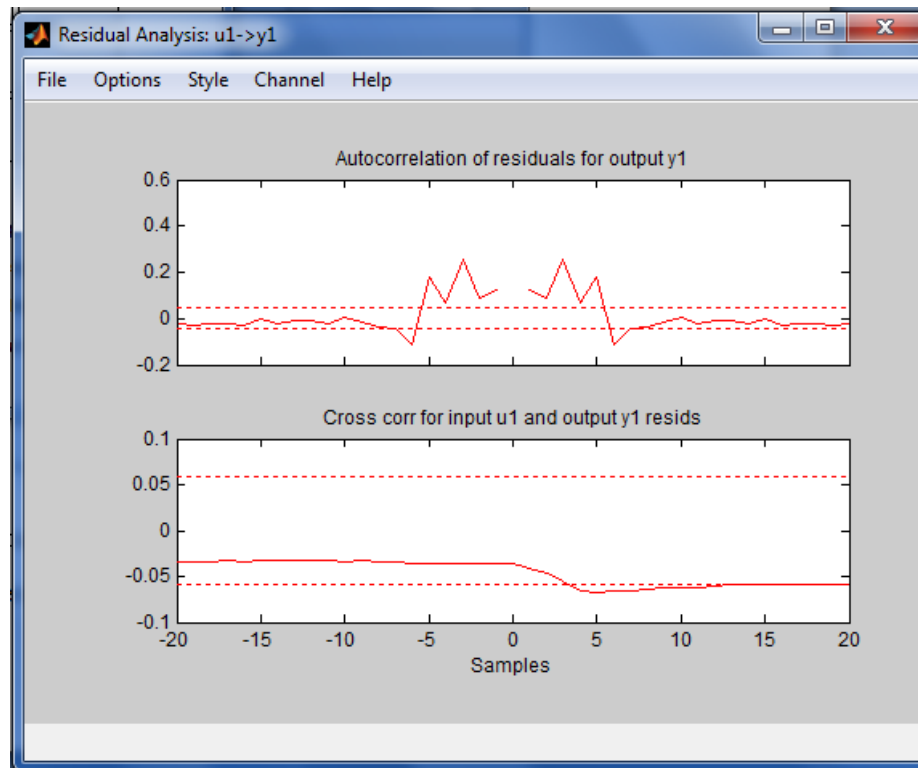
**Figura 39** - *Mejor Ajuste de diferentes ordenes del modelo ARX*

Con la comparación vista, figura-39 podemos ver que un orden más bajo de 5 1 1, bajamos considerablemente el orden y tiene una precisión un poco menos precisa y con orden 2 1 1, se tiene el modelo más simple pero su precisión baja mucho y la respuesta al escalón toma un tiempo mucho menor a los valores obtenidos del análisis no paramétrico.

Compararemos los residuos del orden bajo 10 9 1, con la de orden 5 1 1.



**Figura 40** - *Residuos del modelo ARX de orden alto, vemos que los residuos se encuentran dentro del margen y que no hay correlación cruzada entre ellos.*



**Figura 41-** Residuos del modelo ARX de orden 5 1 1.

En la figura-41 también se puede ver que no hay mayor correlación cruzada entre los residuos de salida y de entrada aunque hay una leve pase de los intervalos de confianza..

## 4.2 MODELO ARMAX

Este método no es de regresión lineal sino que es no lineal, por lo general el orden de  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$  son bajos.

$$A(z) y(t) = B(z) \mu(t - nk) + C(z) e(t)$$

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

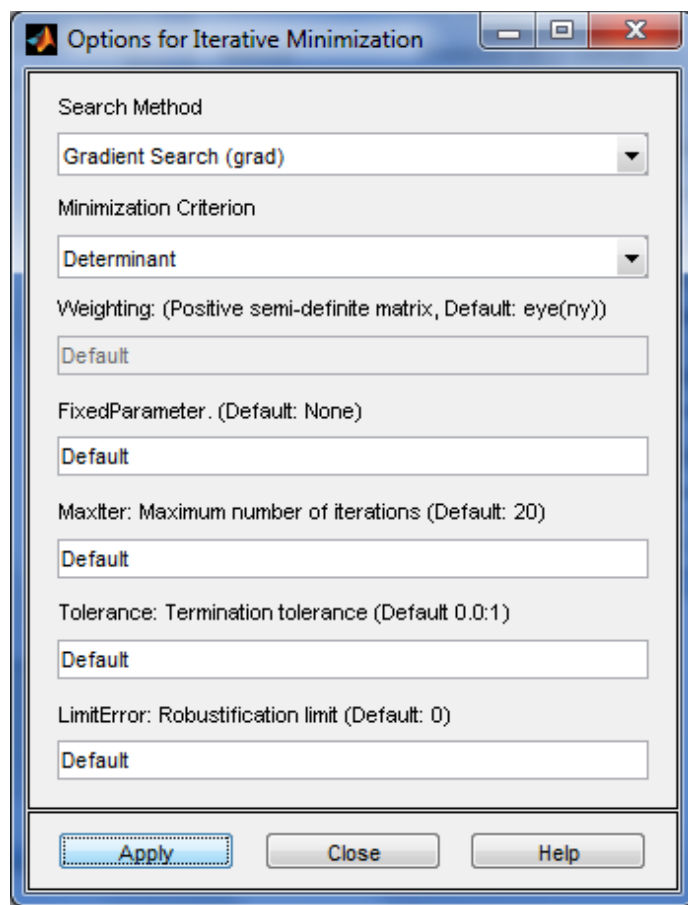
$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b+1} \quad (\text{Ec. 4.2})$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

Structure:	ARMAX: [na nb nc nk]	
Orders:	2 2 2 1	
Equation:	Ay=Bu+Ce	
Method:	Prediction error method	
Name:	amx2221	
Focus:	Prediction	Initial state: Auto
Dist.model:	Estimate	Covariance: Estimate
Iteration 13	Fit: 5.19e-006	Improvement 0 %
<input checked="" type="checkbox"/> Display	Continue iter	
Iteration Options...		Order Editor...
Estimate	Close	Help

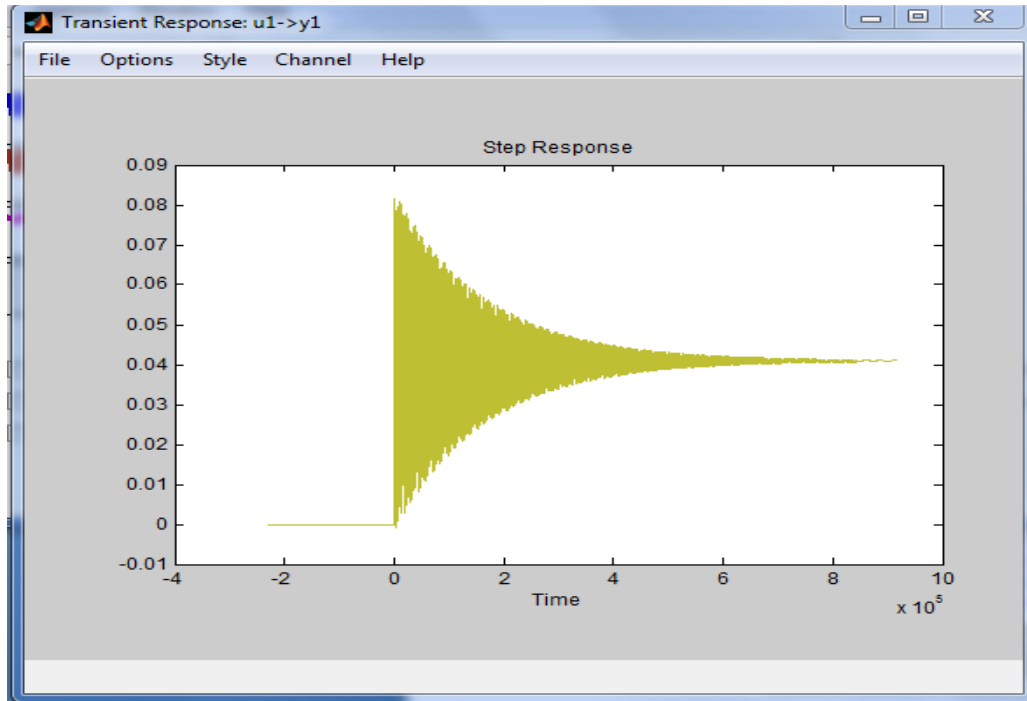
**Figura 42** - Estimación de modelo ARMAX

En la figura-42, es donde podemos elegir entre los diferentes órdenes del modelo ARMAX aplicados a nuestro sistema. A partir de estos resultados elegiremos el más eficiente basados en su comparación.



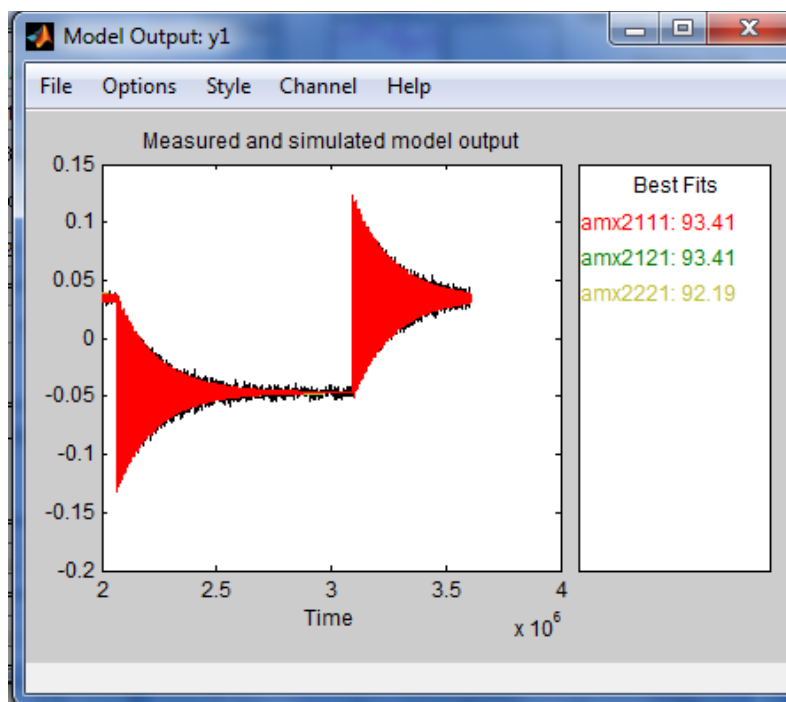
**Figura 43** - *Seleccionamos el método que nos dé una mejor aproximación*

Tenemos la estimación del modelo ARMAX con diferentes valores de  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$  y  $n_k$ , con método que busca los gradientes.

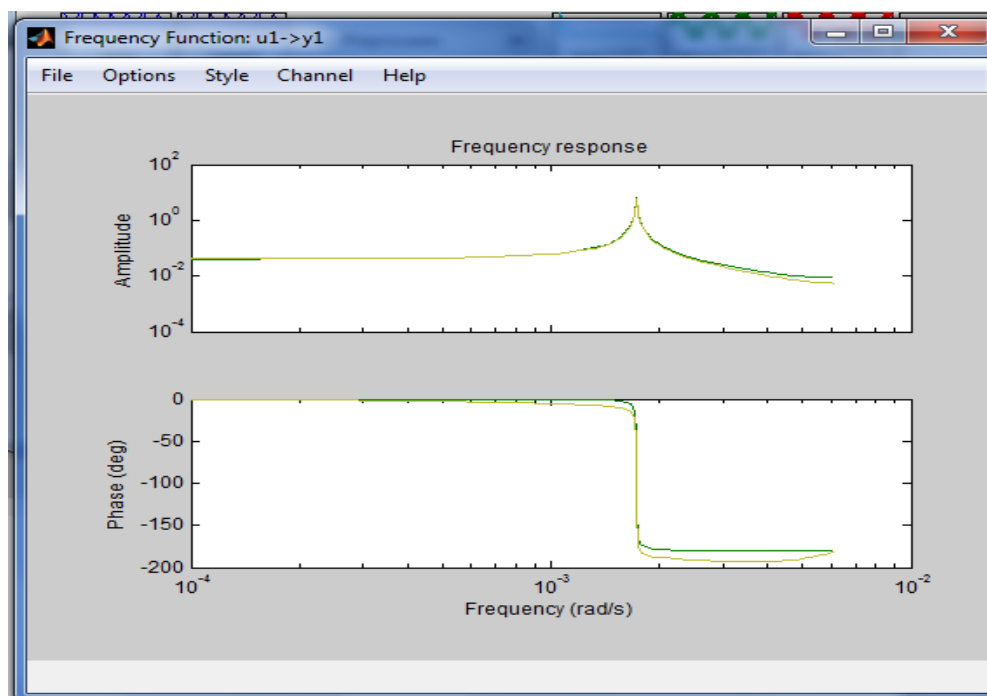


**Figura 44** - *Respuesta al escalón de modelo ARMAX.*

Al comparar la respuesta el escalón de la planta con la del modelo ARMAX2121figura-44, podemos ver que tiene una ganancia igual pero el cambia en que la duración del modelo ARMAX dura alrededor de  $0.64 \times 10^5$  segundos menos.

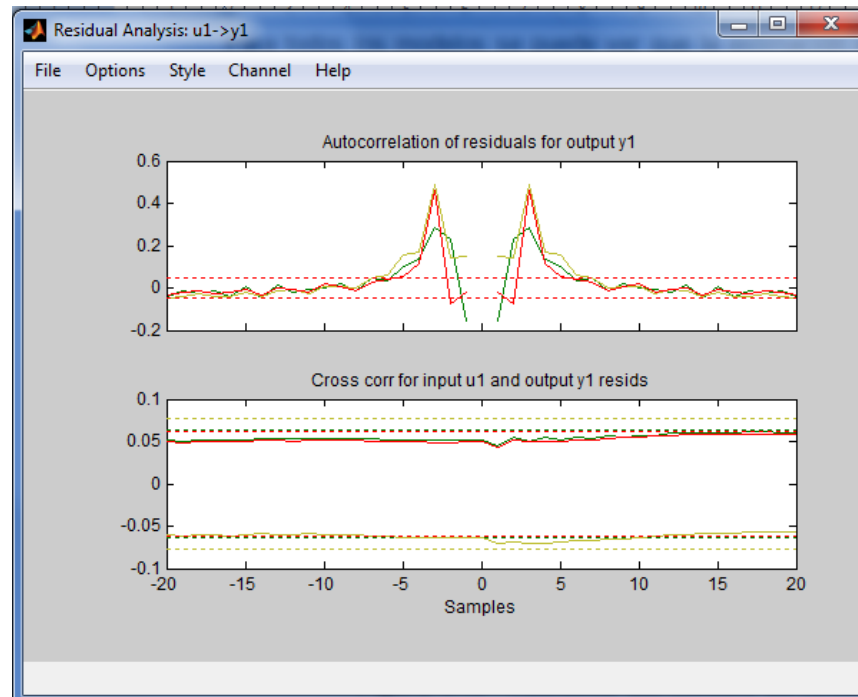


**Figura 45** - La estimación por medio de los modelos ARMAX 2111, 2121, 2221.



**Figura 46** - Respuesta de frecuencia de los modelos de ARMAX.

En la figura-46, para todos los modelos se puede ver que la estimación es muy buena y que trabajan en frecuencias muy bajas.



**Figura 47 - Residuos de los modelos ARMAX.**

En la figura-47, se tienen residuos dentro de los límites de confianza mostrando que no existe correlación cruzada para todos los modelos, un poco mejorada para el modelo 2121.

En cuanto a la complejidad de los tres modelos es la misma para todos cuentan con dos polos y un cero dándonos como mejor opción el modelo ARMAX2121.



### 4.3 MODELO DE ERROR DE SALIDA (OE)

Este modelo es una regresión no lineal, para estimar un modelo con este método se debe ajustar los valores de nb, nf y nk, por lo general estos ordenes son valores bajos.

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} \mu(t - nk) + e(t)$$

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1} \quad (\text{Ec. 4.3})$$

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{nf} z^{-nf}$$

Este modelo parametriza independientemente la entrada y el ruido, pero aun así no se obtiene un modelo de ruido auto correlacionado.

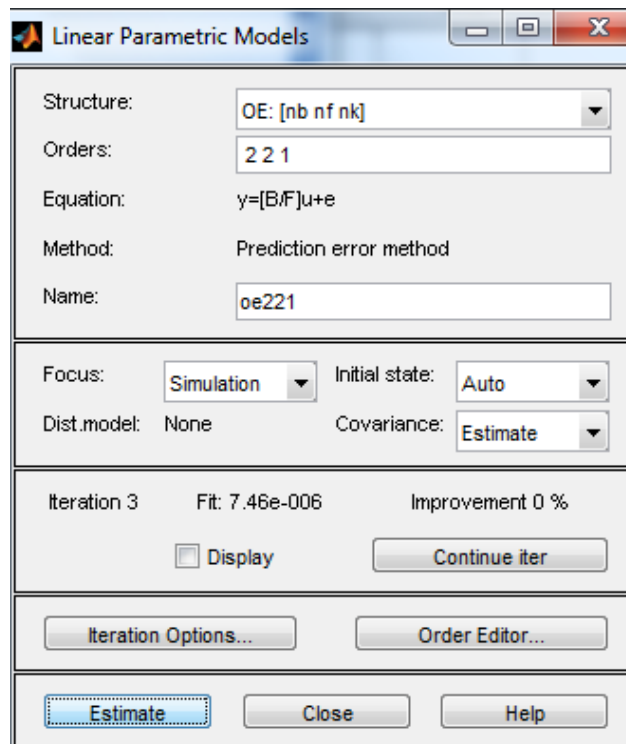
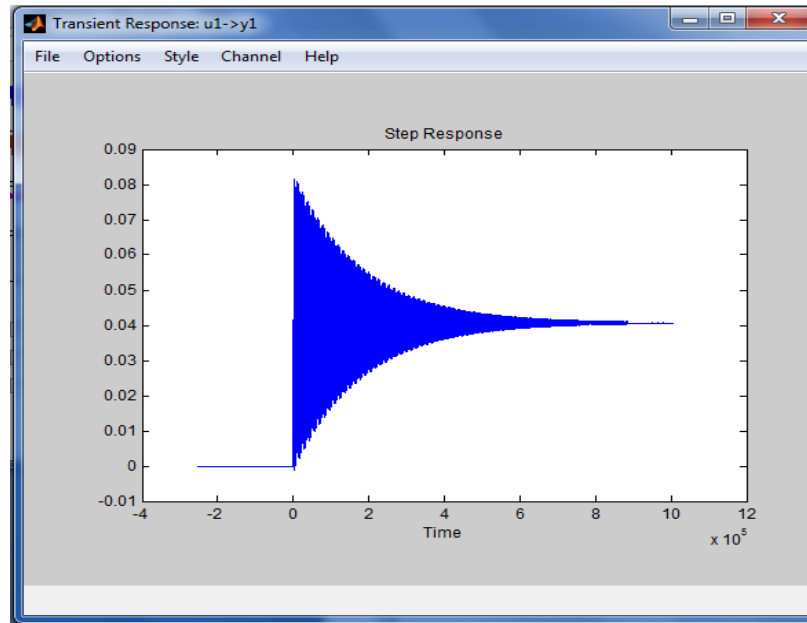


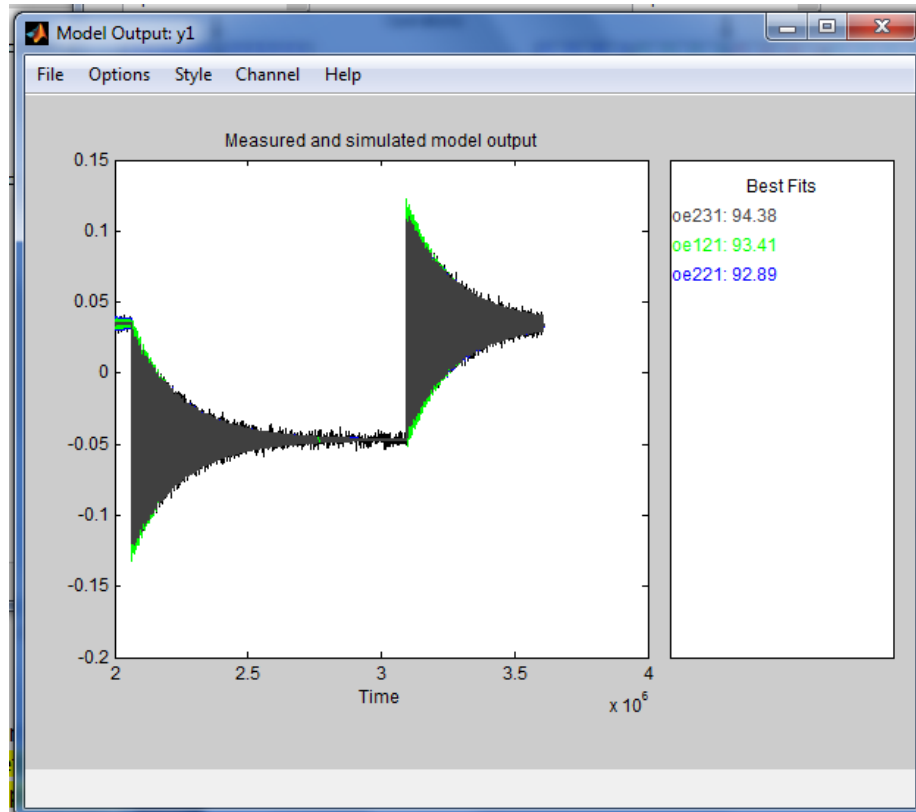
Figura 48 - Estimación de modelo OE.

Es aquí donde podemos elegir entre los diferentes órdenes del modelo OE (Error de Salida) aplicados a nuestro sistema. A partir de estos resultados elegiremos el más eficiente basados en su comparación.



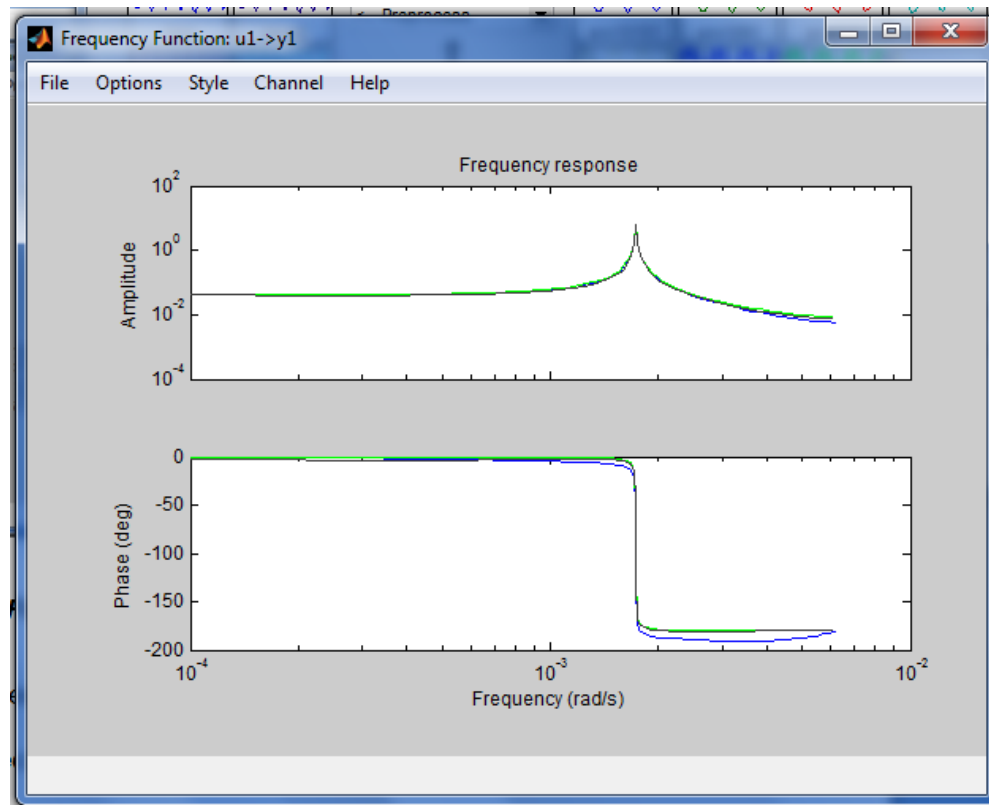
**Figura 49 - Respuesta al escalón.**

Ya obtenido el estimado del modelo OE, al compararla figura-49 con la respuesta al escalón obtenida de la planta podemos ver que tiene aproximadamente la misma ganancia y el mismo tiempo de duración.



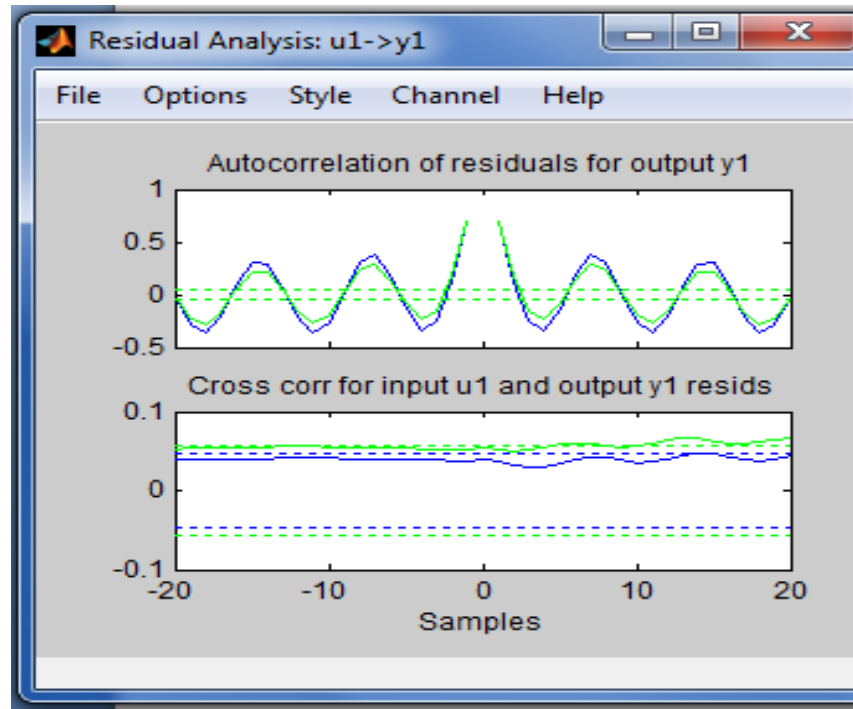
**Figura 50 - Modelos de salida OE.**

En la figura-50 del modelo de salida observamos que el modelo tiene un estimado de 94.38%, 93.41% y 92.89% el modelo de OE de mejor ajuste se lo obtuvo con los siguientes valores  $nb=2$ ,  $nf=3$  y  $nk=1$ .



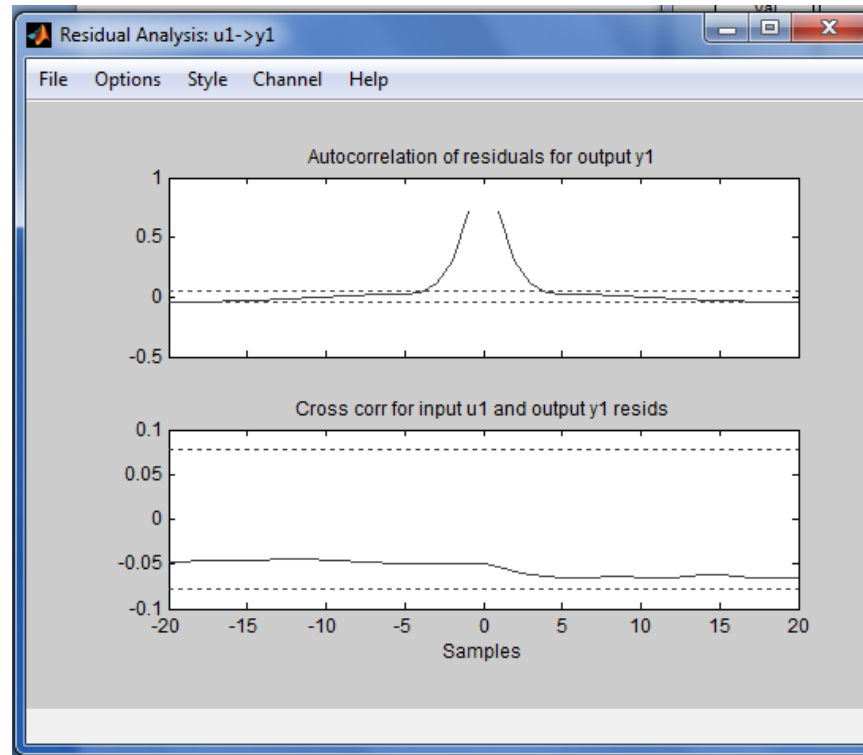
**Figura 51** - *Respuesta de frecuencia.*

La respuesta de frecuencia vemos que la planta trabaja a frecuencias bajas, tiene un pico de frecuencia a  $1.5 \times 10^{-3}$  para todos los modelos.



**Figura 52** – Residuos de los modelos OE121 y OE221.

En la figura-52, la correlación cruzada se encuentra apenas dentro de los límites de confianza mientras que la auto correlación de los residuos de la salida parecen tener periodicidad indicando que tienen un tipo de dependencia.



**Figura 53** – Residuos del modelos OE 231.

En la figura-53, se tienen residuos dentro de los límites de confianza mostrando que no existe correlación cruzada.

El modelo de OE231 es de orden 5 con 3 polos y dos ceros con lo que se vuelve un sistema un poco complejo para el análisis.

#### 4.4 MODELO BOX JENKINS

Este modelo está basado en la regresión no lineal, por lo general el orden de nb, nc, nd, nf y nk son valores bajos.

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)}\mu(t - nk) + \frac{C(z)}{D(z)}e(t) \quad (\text{Ec. 4.4})$$

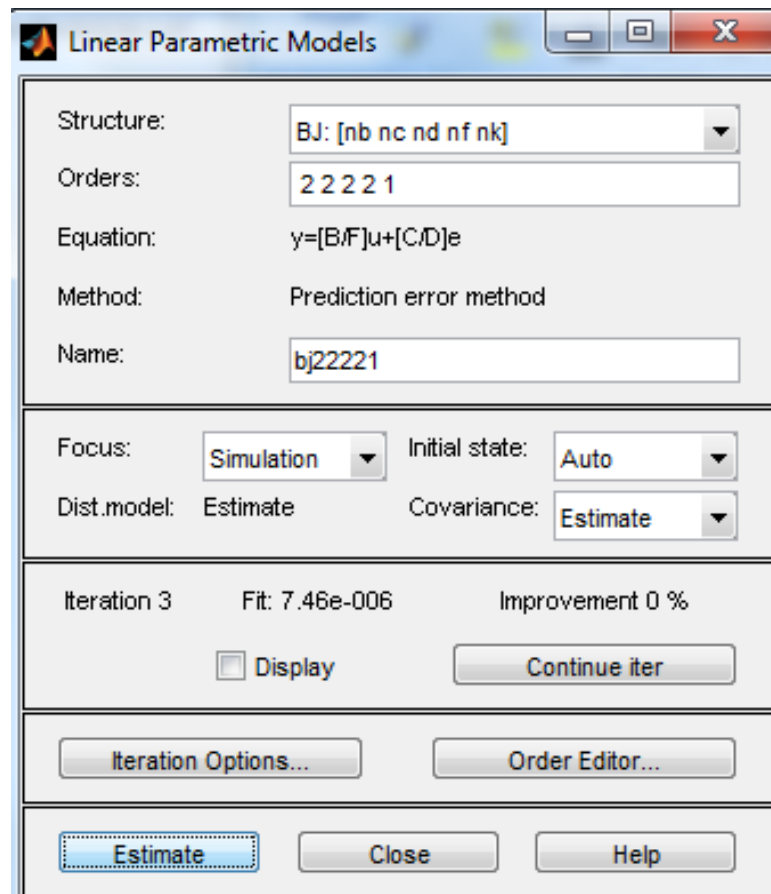
$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1}$$

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{nf} z^{-nf} \quad (\text{Ec. 4.5})$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc}$$

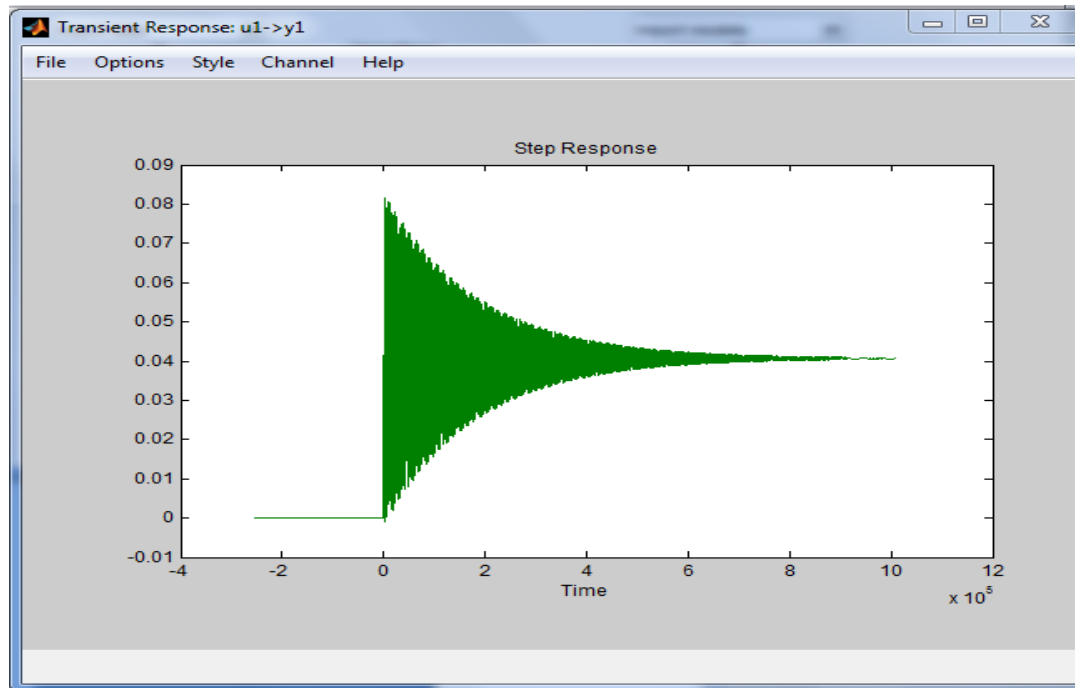
$$D(z) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_{nd} z^{-nd}$$

Este modelo parametriza independientemente los modelos de la función de transferencia y el ruido, lo negativo es que se tendrán muchas iteraciones.



**Figura 54 - Estimación de modelo Box Jenkins**

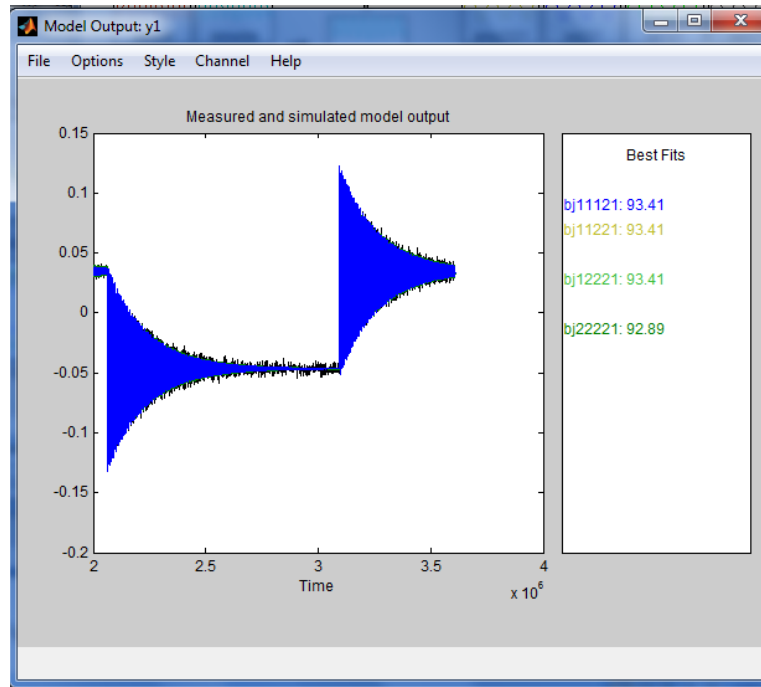
Es aquí donde podemos elegir entre los diferentes órdenes del modelo BOX JENKINS aplicados a nuestro sistema, figura-54. A partir de estos resultados elegiremos el más eficiente basados en su comparación.



**Figura 55** - *Respuesta al escalón Estimación del modelo Box Jenkins.*

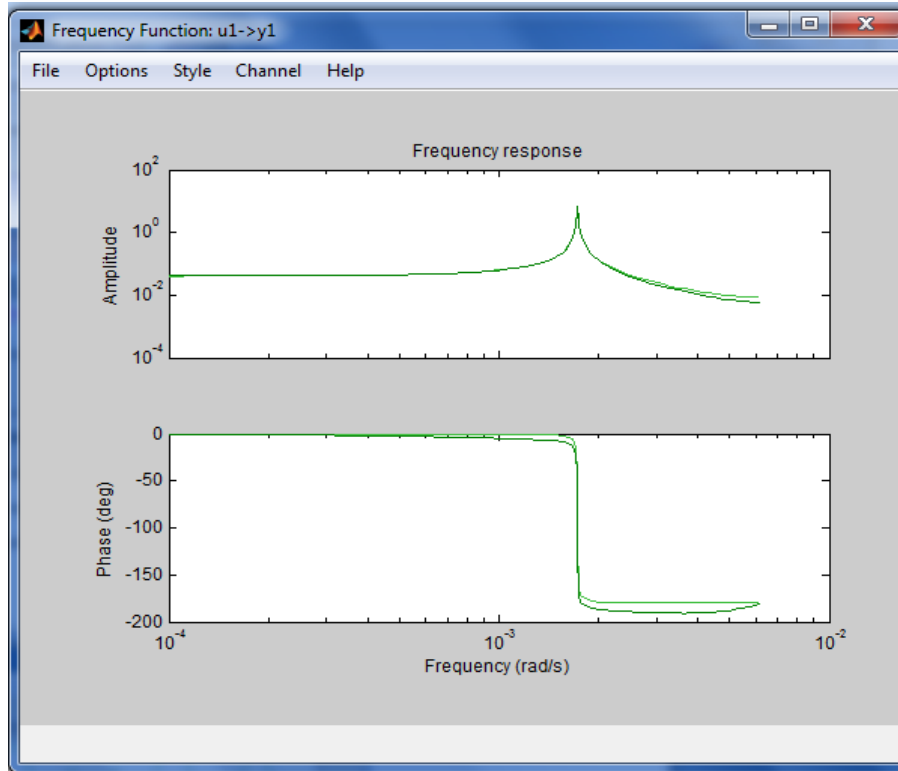
Ya obtenido el estimado del modelo Box Jenkins, al compararla figura-55 con la respuesta al escalón obtenida de la planta virtual podemos ver que tiene aproximadamente la misma ganancia y un poco menos de tiempo de duración de alrededor de  $1.3 \times 10^5$ .





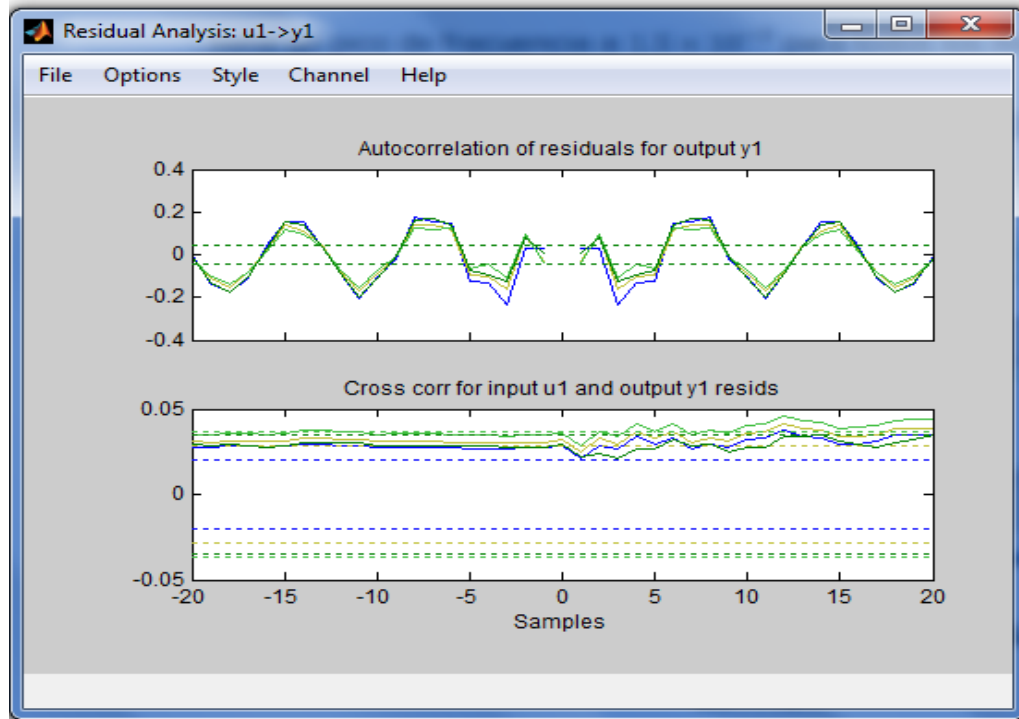
**Figura 56 - Modelo de Salida Box Jenkins.**

En la grafica del modelo de salida Figura-56, observamos que los modelos tienen un estimado de 93.41%, para 3 de estos y 92.89 para el restante, el modelo de mejor ajuste Box Jenkins se lo obtuvo con los siguientes valores  $nb=1$ ,  $nc=1$ ,  $nd=2$ ,  $nf=2$  y  $nk=1$ .



**Figura 57** - *Respuesta de frecuencia modelo BJ22221.*

La respuesta de frecuencia vemos que la planta trabaja a frecuencias bajas, tiene un pico de frecuencia a  $1.5 \times 10^{-3}$  para todos los modelos obtenidos, figura-57.



**Figura 58** – Residuos de los modelos BJ22221, BJ12221, BJ11221, BJ11121

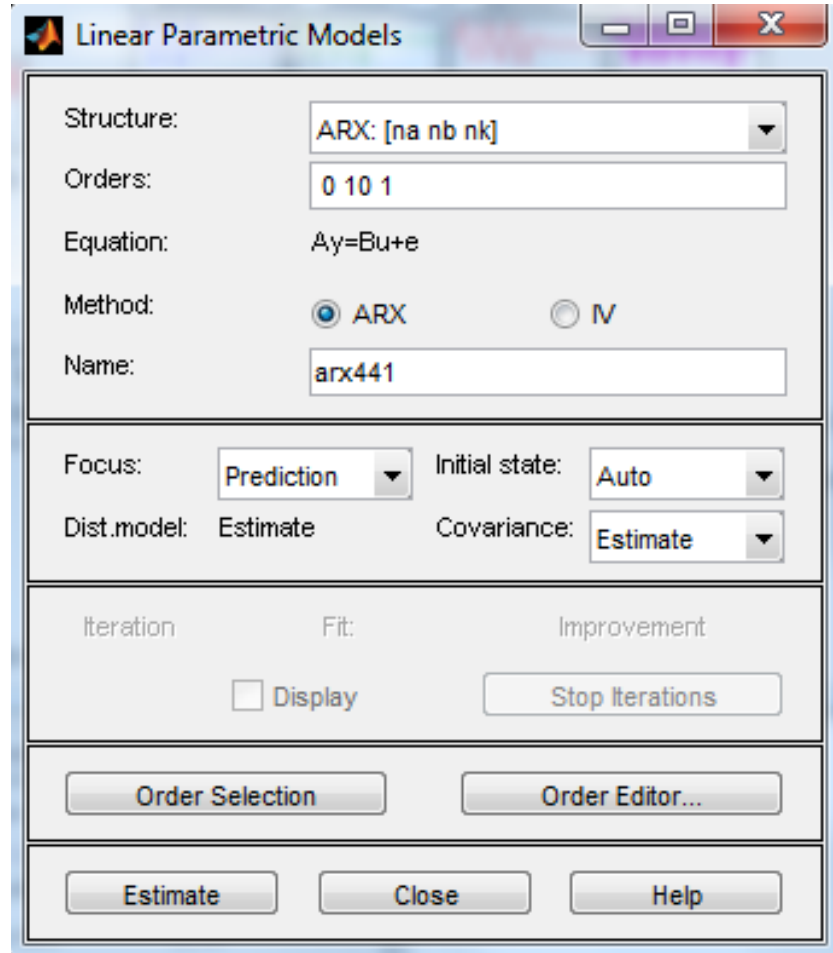
En la figura-58, para todos los modelos BJ la correlación cruzada se encuentra dentro de los límites de confianza mientras que la auto correlación de los residuos de la salida parecen tener periodicidad menor que del Error de salida pero también indicando que tienen una pequeña de dependencia.

#### 4.5 MODELO DE LA RESPUESTA AL IMPULSO INFINITO FIR

Este es un modelo de estructura libre, que es equivalente a lo encontrado en el análisis de correlación. Esta estimación es una regresión lineal. El orden apropiado del modelo depende del tiempo de muestreo seleccionado y el tiempo de estabilización del proceso.

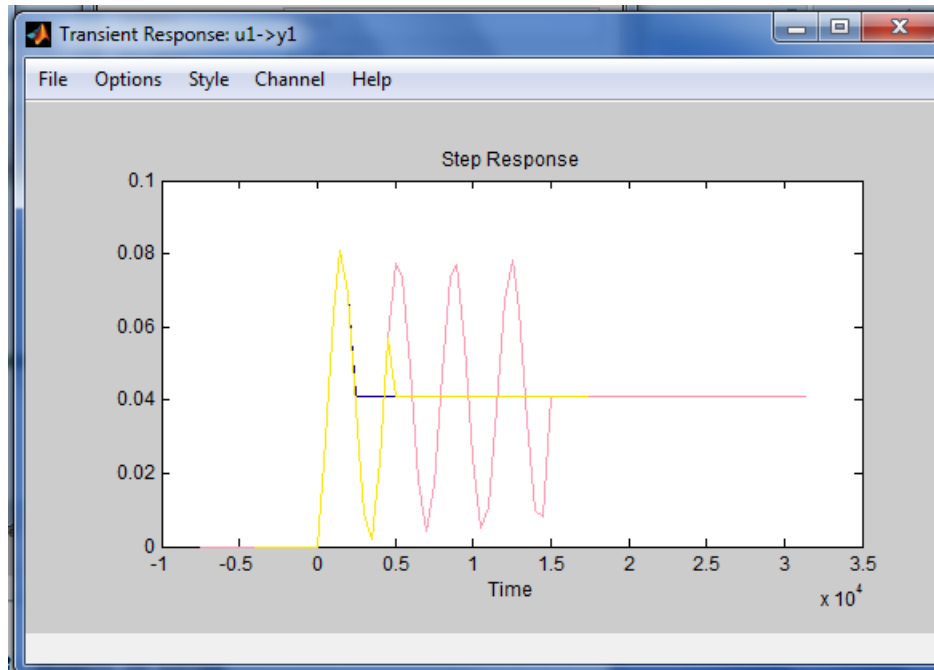
$$y(t) = B(z)\mu(t - nk) + e(t)$$

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb+1}$$



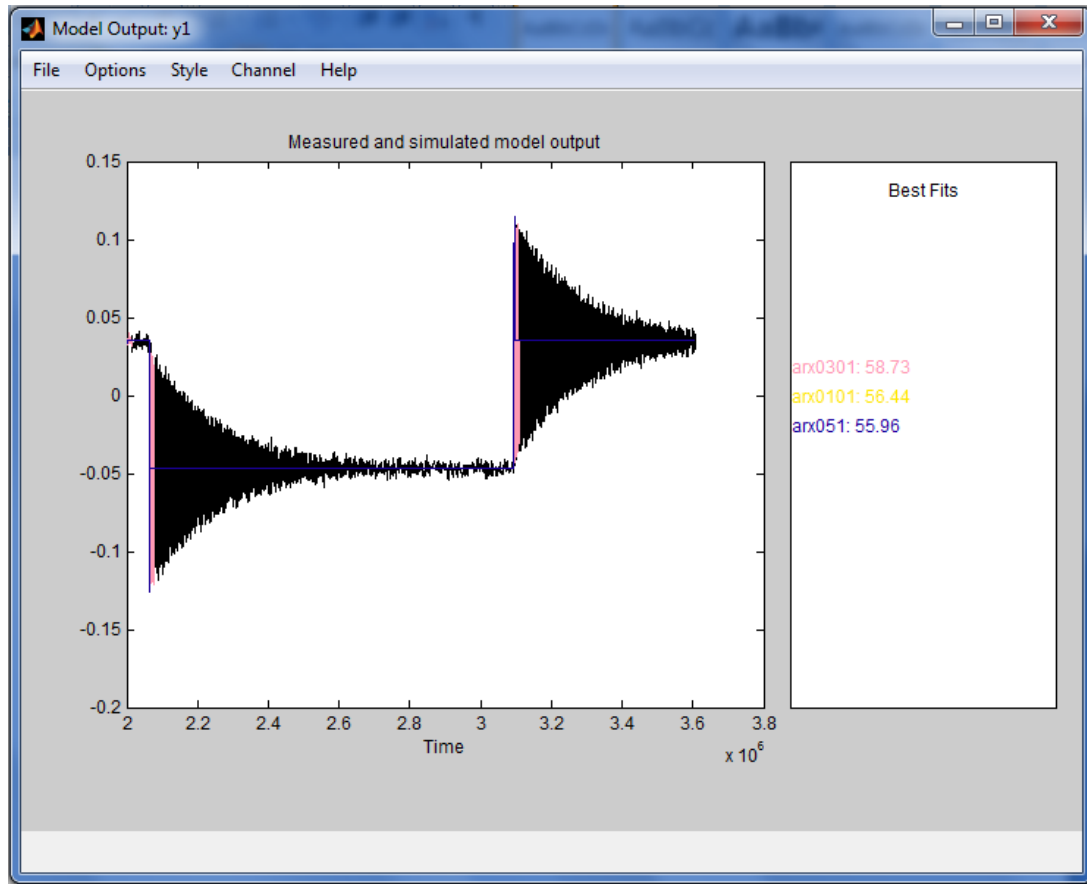
**Figura 59 - Estimación del modelo FIR**

Es aquí donde podemos elegir entre los diferentes órdenes del modelo FIR aplicados a nuestro sistema. A partir de estos resultados elegiremos el más eficiente basados en su comparación.



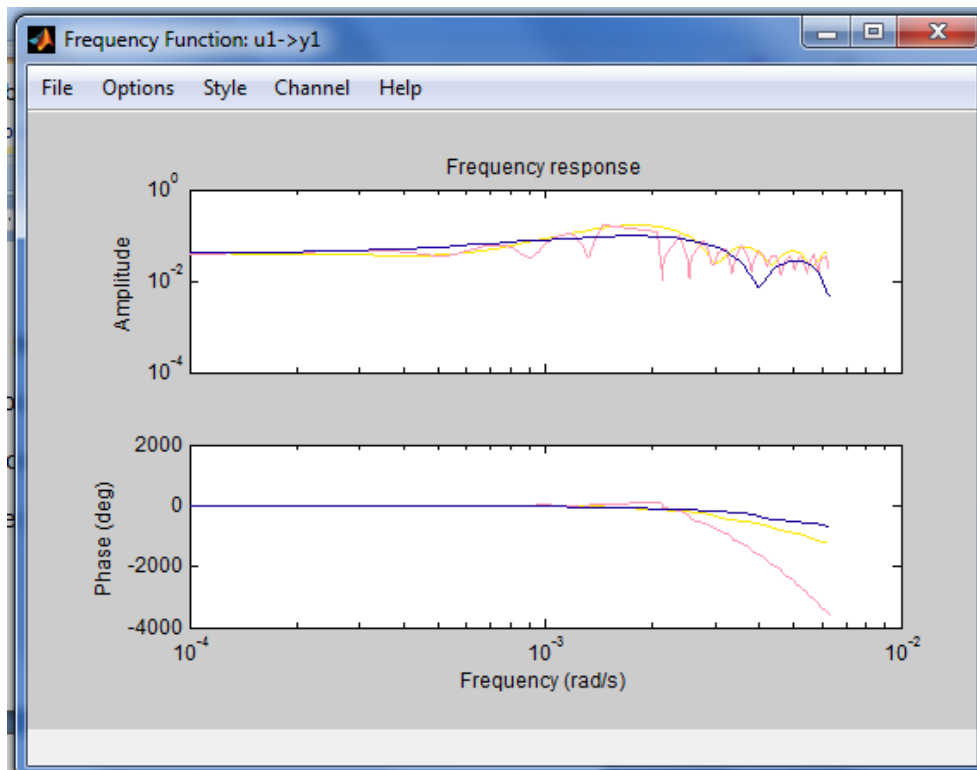
**Figura 60** - *Respuesta al impulso Modelos FIR*

Ya obtenido algunos modelos de estimado y comparándolos con el real observamos que hay una falta de datos muy grande para tener una buena aproximación y esta solo se consigue aumentando el valor de los nb y por tanto su orden haciendo muy complejo al sistema y perdiendo por completo el objetivo que es conseguir la mejor aproximación con el modelo más simple.



**Figura 61 - Modelo de salida FIR**

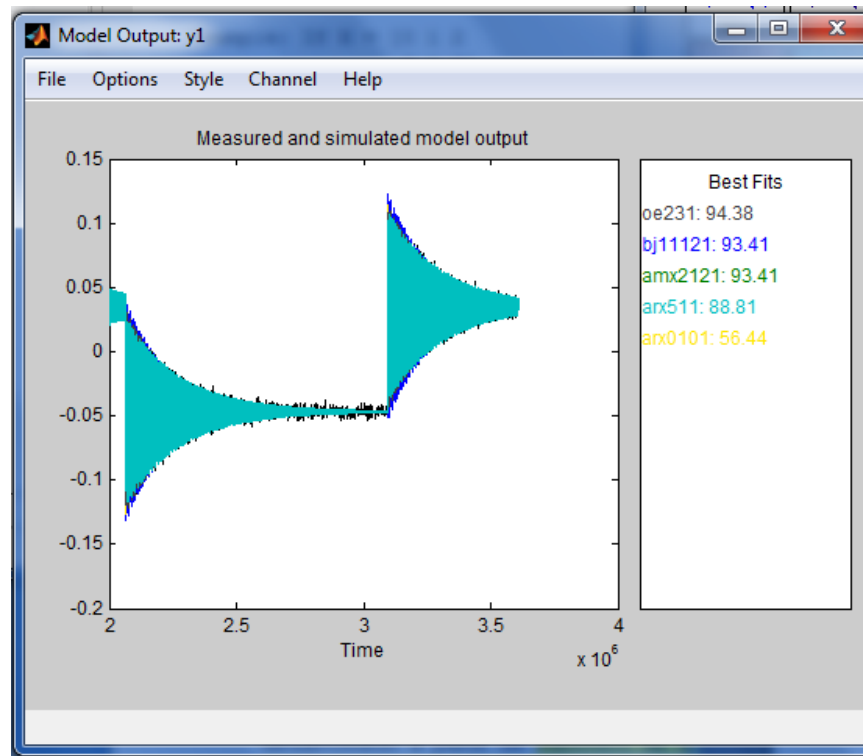
Al comparar el modelo FIR con la planta se obtiene mediante un modelo ARX con  $n_a=0$  para todas las pruebas, un 71.23% con valor  $n_b=30$  lo que es muy alto y poco práctico, y un 69.23% con  $n_b=5$ , de orden mucho menor que el anterior pero su respuesta al escalón no se acerca a la forma de la respuesta de la propia planta.



**Figura 62** - Respuesta de frecuencia del modelo FIR

En la figura-62, los valores de frecuencia son acertados pero faltan de más detalle, podemos ver que el modelo funciona a frecuencias muy bajas igual que la planta real pero la estimación de la ganancia no se puede estimar de gran manera.

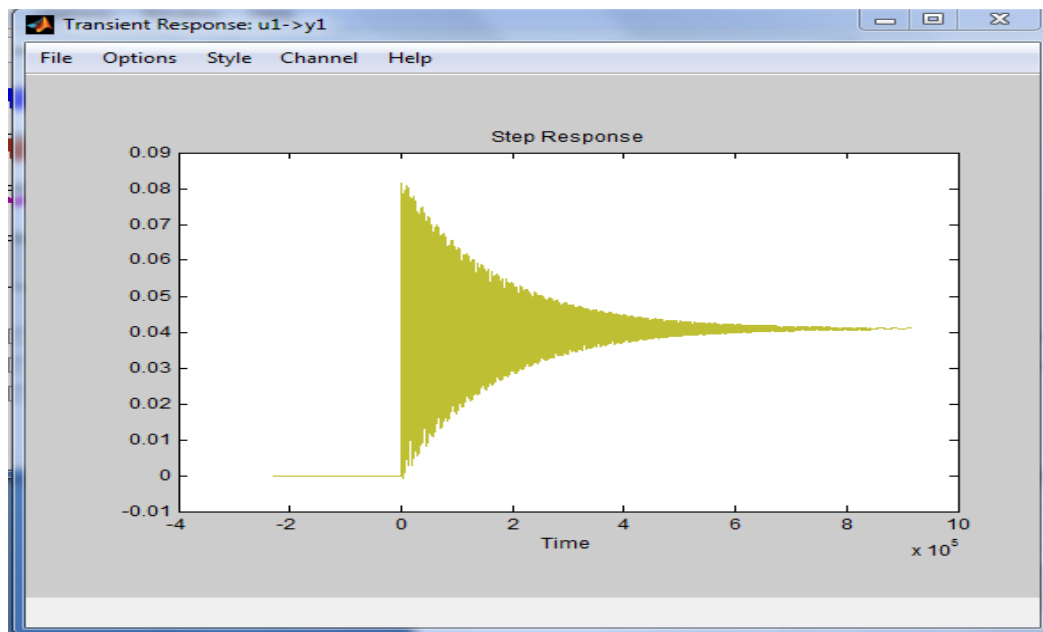
## 4.6 ELECCIÓN DE MODELO



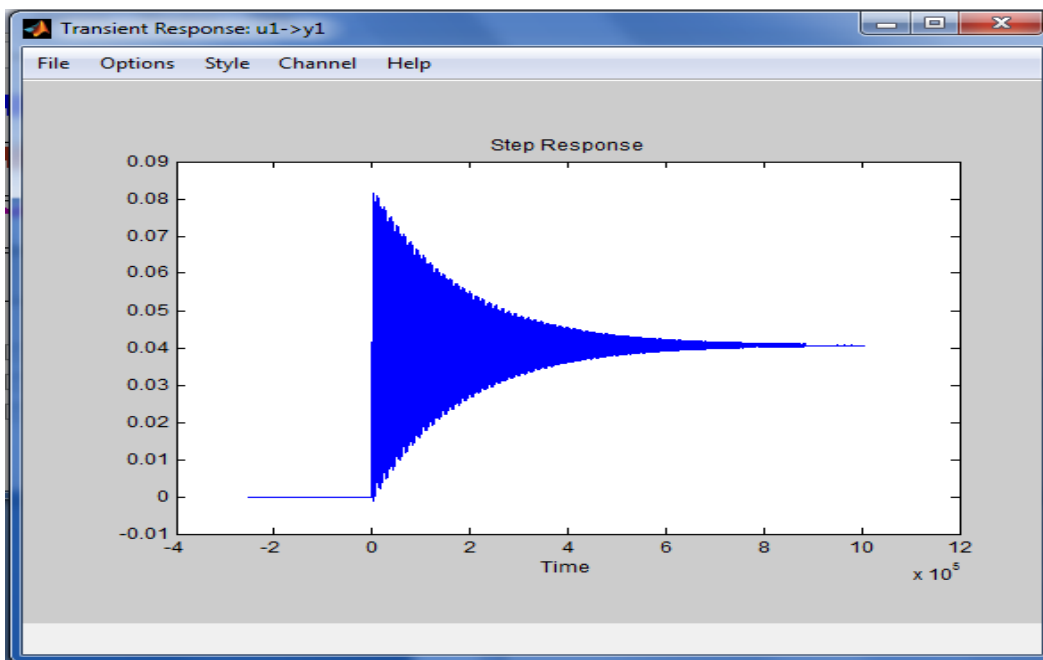
**Figura 63** - Comparación de Aproximaciones (Best Fit)

Al realizar una estimación con todos los modelos figura-63 y al compararlos tenemos que FIR y ARX tienen una baja aproximación y para mejorarlo se necesita un orden alto que, los modelos ARMAX, OE y Box Jenkins tienen la mayor aproximación, con un estimación de 94.38% para OE, 93.41% para Box Jenkins y 93.41% para ARMAX, en la respuesta al escalón el modelo ARMAX tiene una duración menor comparada con la respuesta al escalón propia de la planta.



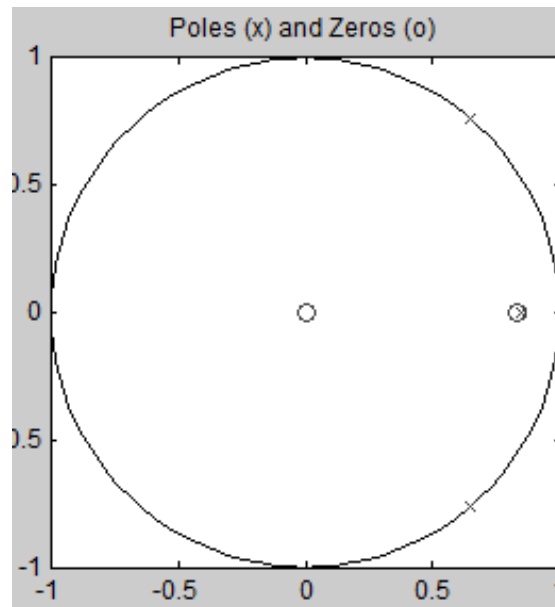


**Figura 64** - Respuesta al escalón ARMAX.



**Figura 65** - Respuesta al escalón OE y Box Jenkins.

Las tres tienen una muy buena estimación de la respuesta al escalón, el modelo ARMAX su tiempo de estabilización se puede notar es un poco menor mientras que el modelo BJ y OE tienen un tiempo muy similar



**Figura 66** - Diagrama de polos y ceros

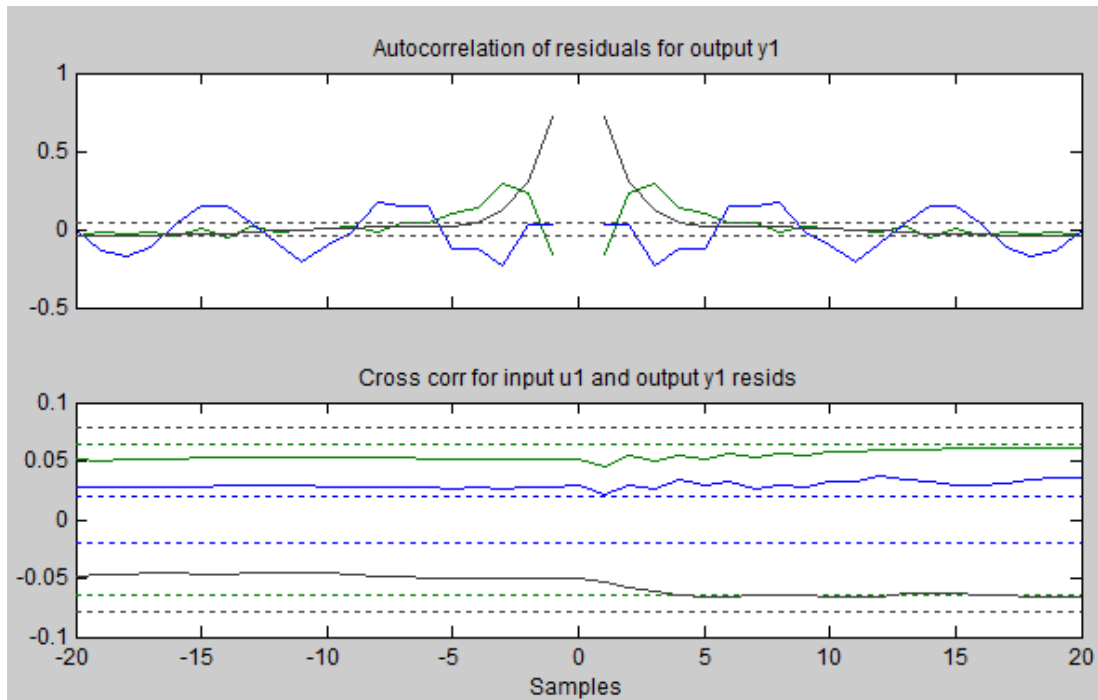
Los modelos BJ y OE comparten una similar respuesta al escalón figura-66, respuesta espectral y difieren en su grafica en el plano Z dada que la OE tiene un polo y un cero extra, el modelo ARMAX varia un poco de estos dos, los tres modelos son los más sencillos que se puede estimar.

El modelo de Error de Salida su polinomio puede decirse que está dentro del polinomio del modelo Box Jenkins.

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} \mu(t - nk) + \frac{C(z)}{D(z)} e(t) \quad \text{Box Jenkins} \quad (\text{Ec. 4.6})$$

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} \mu(t - nk) + e(t) \quad \text{Error de Salida} \quad (\text{Ec. 4.7})$$

El polinomio de Error de salida  $nb=2$ ,  $nf=2$  y  $nk=1$  es más Sencillo.

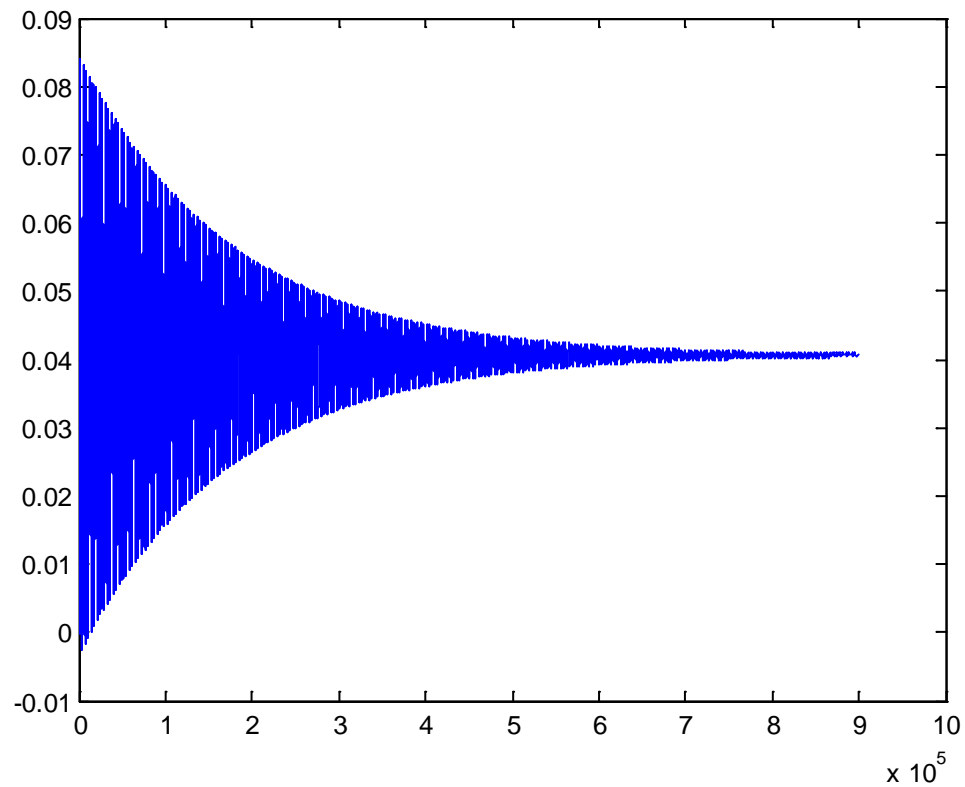


**Figura 67 - Análisis Residual**

En las correlaciones cruzadas con los residuos para cada uno de los modelos se aprecia que ninguno supera los intervalos de confianza figura-67, mientras que el análisis de auto correlación de los residuos para las salidas, los modelos BJ y OE tienen cierta auto correlación mayor en el modelo de OE que en BJ, el modelo ARMAX no presenta Auto correlación.

Basados en la predicción del capítulo tres de que nuestro modelo es ARIMA (1,0,0) auto regresivo, y que de los tres mejores modelos BJ OE y ARMAX tengan similitud en todos los parámetros menos en los residuos donde solo el modelo ARMAX me asegura que no exista auto correlación de los residuos con la salida, por lo que la elección es del modelo **ARMAX 2121**.

▪ **MODELO ARMAX 2121, PLANTA IDENTIFICADA ELEJIDA**



**Figura 68 – Respuesta al escalón, planta identificada**

Modelo Tiempo Continuo:  $A(s)y(t) = B(s)u(t) + C(s)e(t)$  elegida

$$A(s) = s^2 + 1.137e-005 s + 2.985e-006$$

$$B(s) = 2.871e-005 s + 1.214e-007$$

$$C(s) = s^2 + 0.0002994 s + 3.063e-006$$

Estimated using PEM using SearchMethod = Auto from data set z

Loss function 8.60154e-006 and FPE 8.62726e-006

Modelo en Tiempo Discreto:  $A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t)$

$$A(q) = 1 - 1.295 q^{-1} + 0.9943 q^{-2}$$

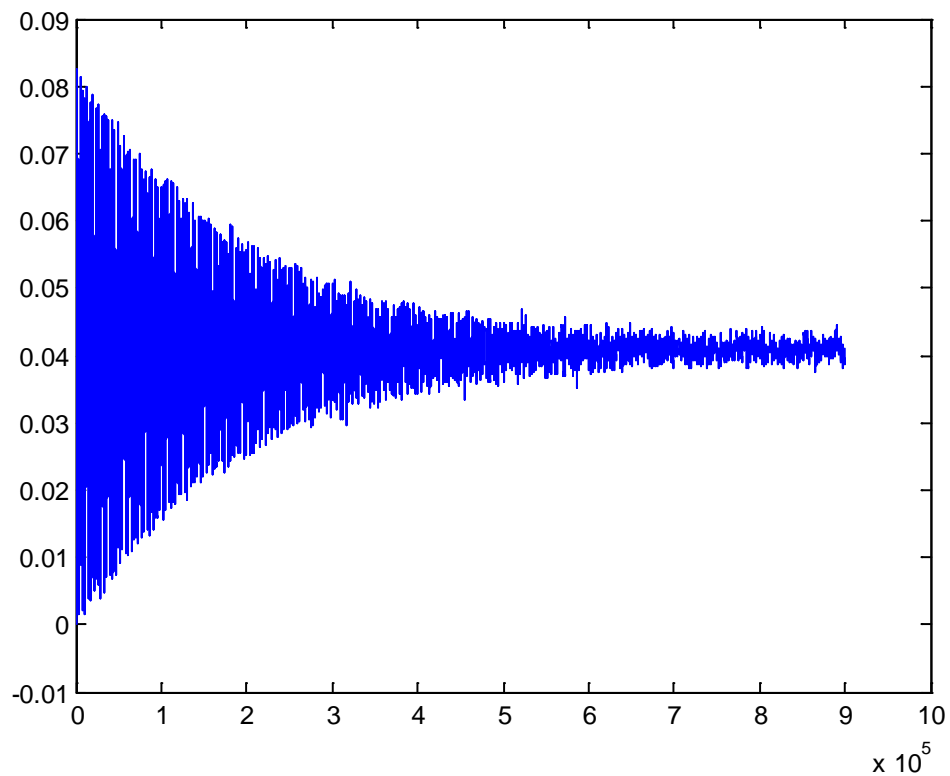
$$B(q) = 0.02683 q^{-1} + 0.001603 q^{-2}$$

$$C(q) = 1 - 1.16 q^{-1} + 0.8771 q^{-2}$$

Estimated using PEM using SearchMethod = Auto from data set z

Loss function 8.60154e-006 and FPE 8.62726e-006

Sampling interval: 500



**Figura 69 - Respuesta al escalón Planta Virtual**

Comparando las respuestas al escalón del modelo identificado elegido (ARMAX2121) figura-68 con el de la planta virtual figura-69, se aprecia que los tiempos de estabilización son similares al igual que sus valores de sobre nivel porcentual y ángulo de estabilización.

# CAPÍTULO 5

## DISEÑO DE UN CONTROLADOR

Una vez que hemos realizado el análisis no-paramétrico y paramétrico e identificado nuestro sistema el siguiente paso a seguir es plantearnos un objetivo que nos permita mejorar algún aspecto de la planta.

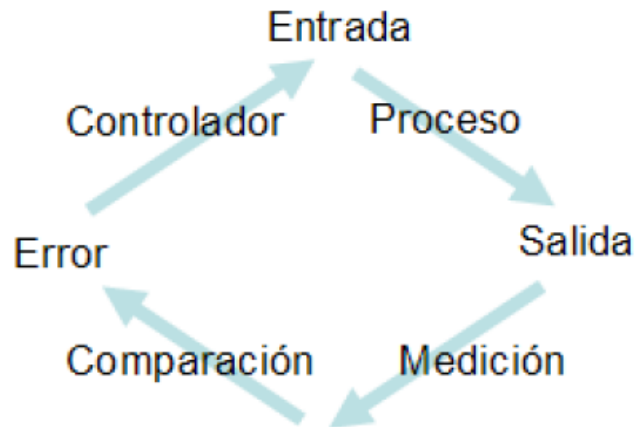
### 5.1. TIPOS DE CONTROLADOR

Dentro del estudio del control automático, una vez identificado el sistema, existen varios controladores dentro de los cuales consideramos como los más importantes los detallados a continuación:

- Proporcional (P)
- Proporcional - Derivativo (PD)
- Proporcional - Integral (PI)
- PID

### 5.2. NECESIDADES DE NUESTRO PLANTA IDENTIFICADA

Se pueden considerar varios aspectos al momento de escoger un controlador que optimice el funcionamiento de un Sistema de Control entre los que destacamos la estabilidad, precisión en estado estable, características de la respuesta y robustez.



**Figura 71** - *Parámetros de un Sistema de Control.*

Dichos parámetros según su aplicación dan lugar a criterios de análisis que serán nuestra base para la elección del controlador que más convenga a nuestra planta identificada.

### **5.2.1. CRITERIOS DE SELECCION Y OBJETIVO DE LA PLANTA IDENTIFICADA**

Cuando vamos a elegir controlador surgen varias interrogantes: ¿Qué tipo de controlador debemos elegir para una situación dada? ¿Cómo seleccionar los valores de los parámetros del controlador? O bien, ¿con qué criterio de performance hacemos la selección y el ajuste de parámetros del controlador?

Por ejemplo podemos seleccionar algunos de los siguientes criterios:

- Que el bucle cerrado sea estable.
- Que los efectos de las perturbaciones se minimicen.

- Que se obtengan respuestas rápidas y suaves frente a cambios en el set point.
- Que el sistema sea robusto, esto es, poco sensible a cambios en las condiciones de proceso o debido a errores.

Después de analizar todos los puntos mencionados anteriormente planteamos el objetivo de nuestro sistema identificado, siendo este: **DISMINUIR EL TIEMPO DE ESTABILIZACION Y REDUCIR EL SOBRENIVEL PORCENTUAL ACERCA DE UN 2%.**

### **5.3. PROCESO DE DISEÑO**

El controlador necesario para nuestro proyecto es un Control PID puesto que hemos observado como es la respuesta de salida de la planta que hemos identificado.

La herramienta necesaria para la elaboración de nuestro controlador es SISOTOOL en MATLAB.

Con esta herramienta podemos alcanzar nuestro objetivo, ya que nos muestra la trayectoria de las raíces, así como las graficas necesarias mostrándonos características del control como el Sobre nivel Porcentual, Tiempo de estabilización, porcentaje de Error del sistema, etc.

#### **5.3.1 SISOTOOL Para El Diseño Del Controlador**



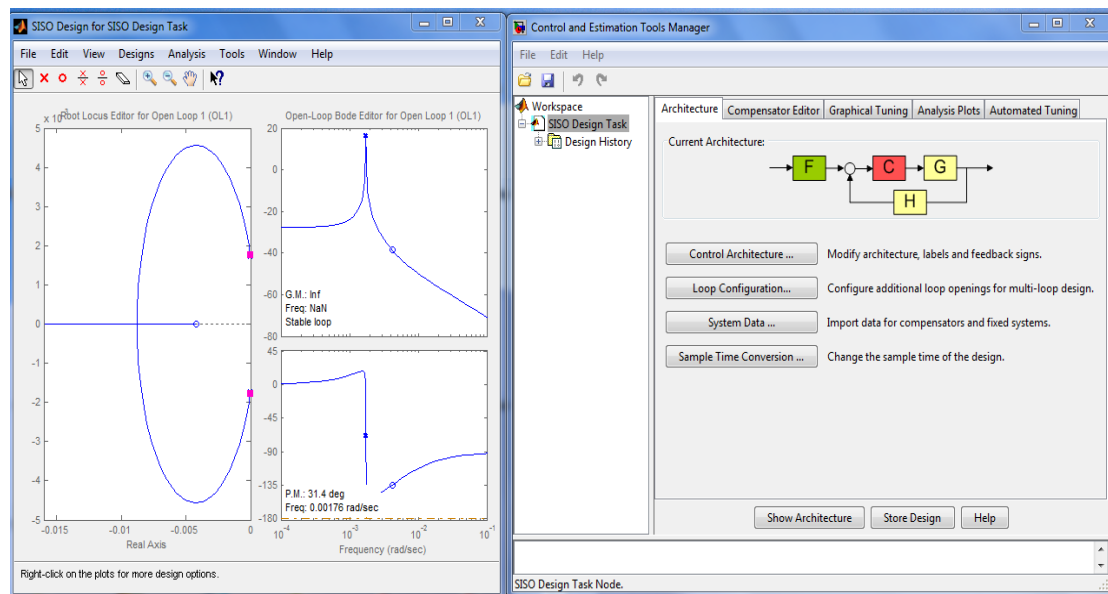
Ya analizado en el capítulo anterior un modelo adecuado para nuestro sistema, que es el AMX2121 que nos da una muy buena aproximación.

Llevamos el siguiente modelo discreto a MATLAB lo pasamos a continuo previo al análisis con SISOTOOL:

```
>> amrmx=d2c(amx2121);
```

```
>> sisotool(amrmx)
```

Se abrirá la siguiente ventana



**Figura 72 – Ventana de SISOTOOL.**

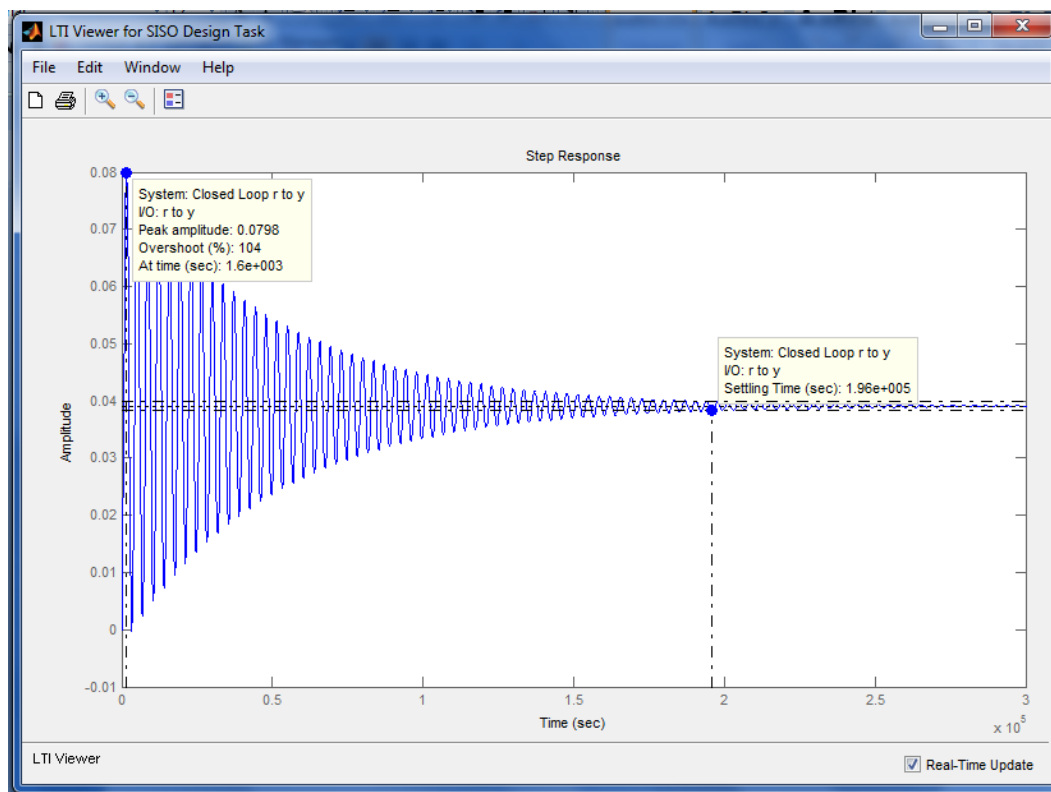
Ambas ventanas nos muestran la trayectoria de las raíces, su respuesta de frecuencia y también el esquema del diagrama de bloques que se debe diseñar en lazo cerrado.

Esta interfaz es muy amigable con el usuario, debido a que es un entorno gráfico y podemos diseñar nuestro controlador probando y corrigiendo, tanto

modificando la trayectoria de las raíces agregando polos o ceros al controlador y cambiando su ganancia moviendo las raíces sobre las trayectorias.

## 5.4. CONTROLADOR RESULTANTE PID

Los datos iniciales de nuestra planta sin controlador tenemos:

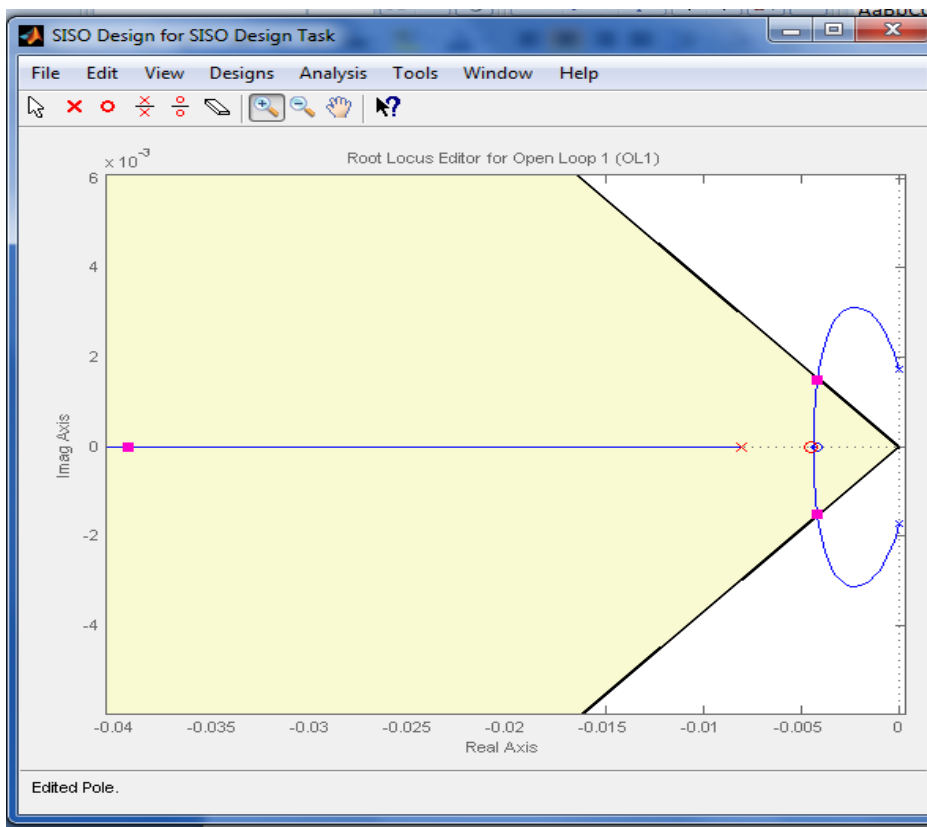


**Figura 73** – *Respuesta del modelo identificado.*

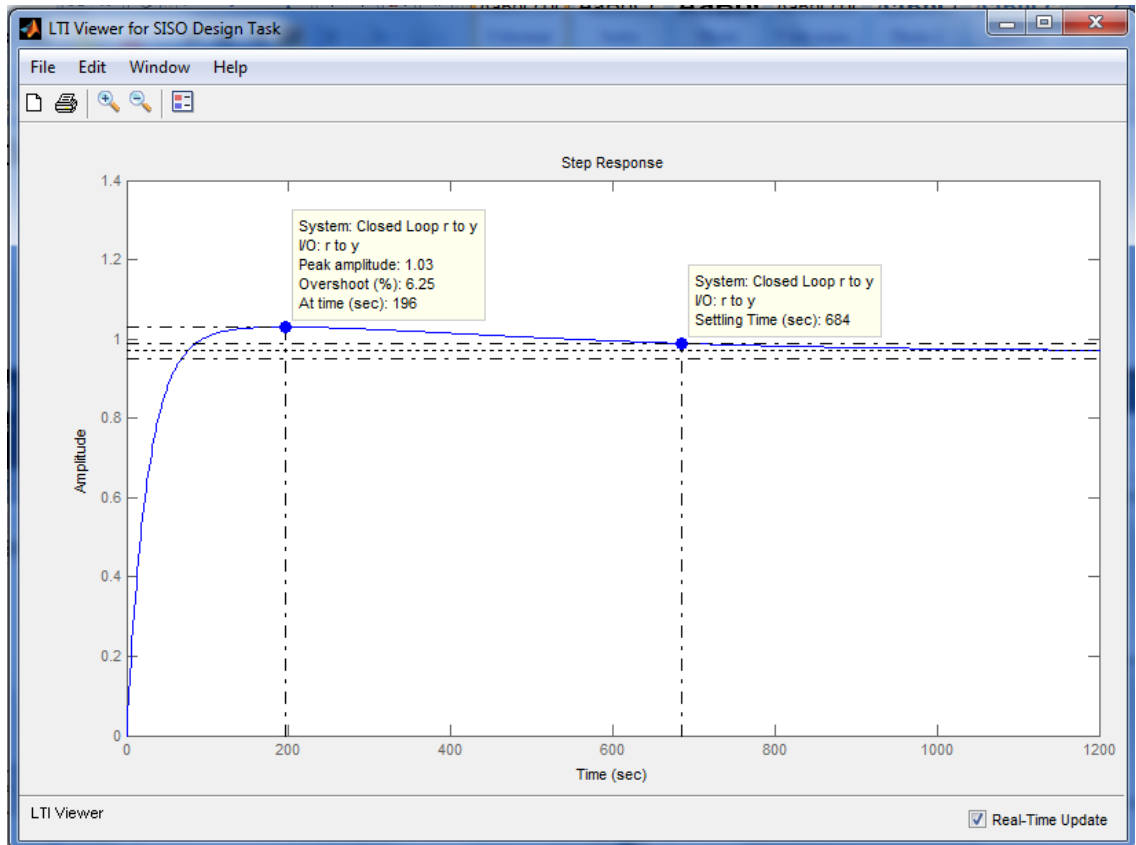
Valores a ser mejorados con el diseño de un controlador:

- Overshoot (%): 104
- Tiempo de Estabilización: 196000 [seg]

Procedemos a manipular la trayectoria de las raíces hasta obtener la mejora deseada en nuestro sistema.



**Figura 74** – Nueva trayectoria de raíces con controlador PID.



**Figura 75** – Respuesta del sistema con controlador.

- Overshoot (%): 6.25
- Tiempo de Estabilización: 684 [seg]

Con este controlador incorporado se obtiene un tiempo de estabilización mucho más rápido, el cual es necesario para un mejor desempeño en las funciones de un satélite, mejorando así el control de nuestro sistema.

## 5.5. ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR PID.

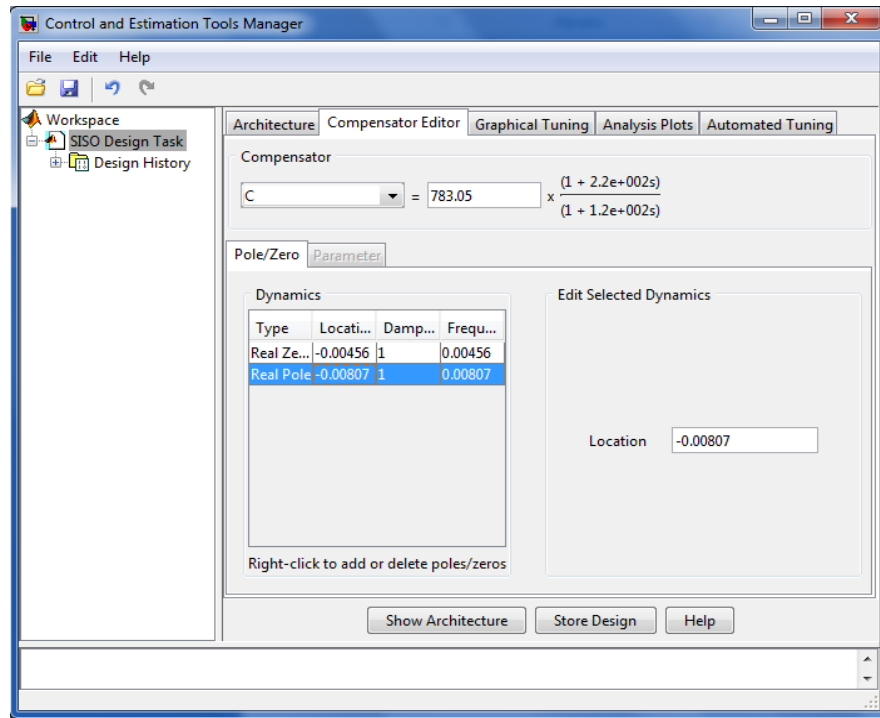


Figura 76 – Parámetros del controlador

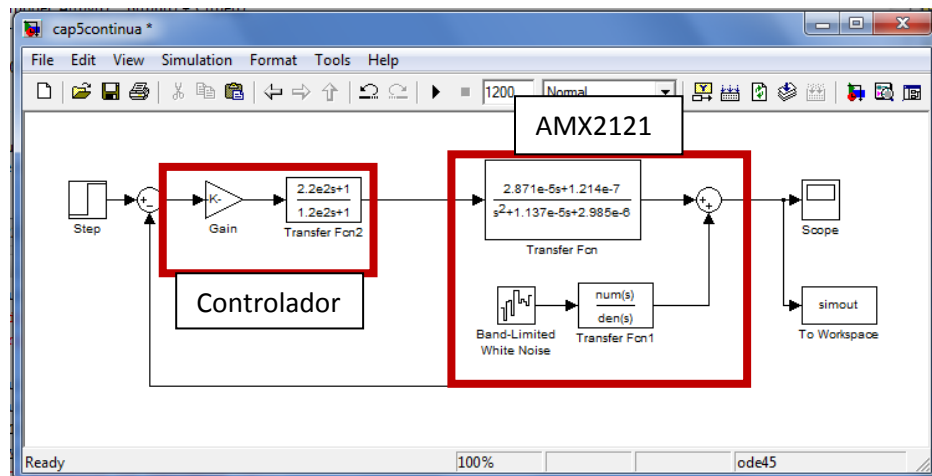
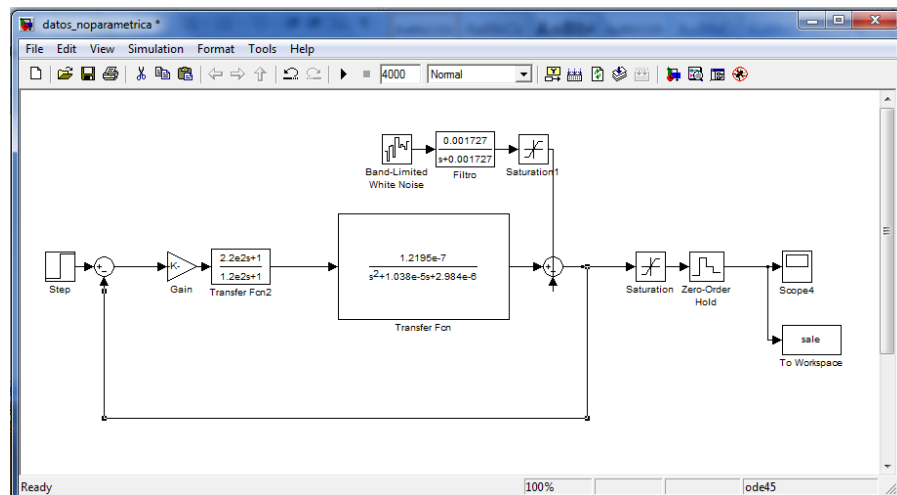


Figura 77 - Diagrama de bloques Simulink.

Como resultado la función de transferencia de nuestro controlador es la siguiente:

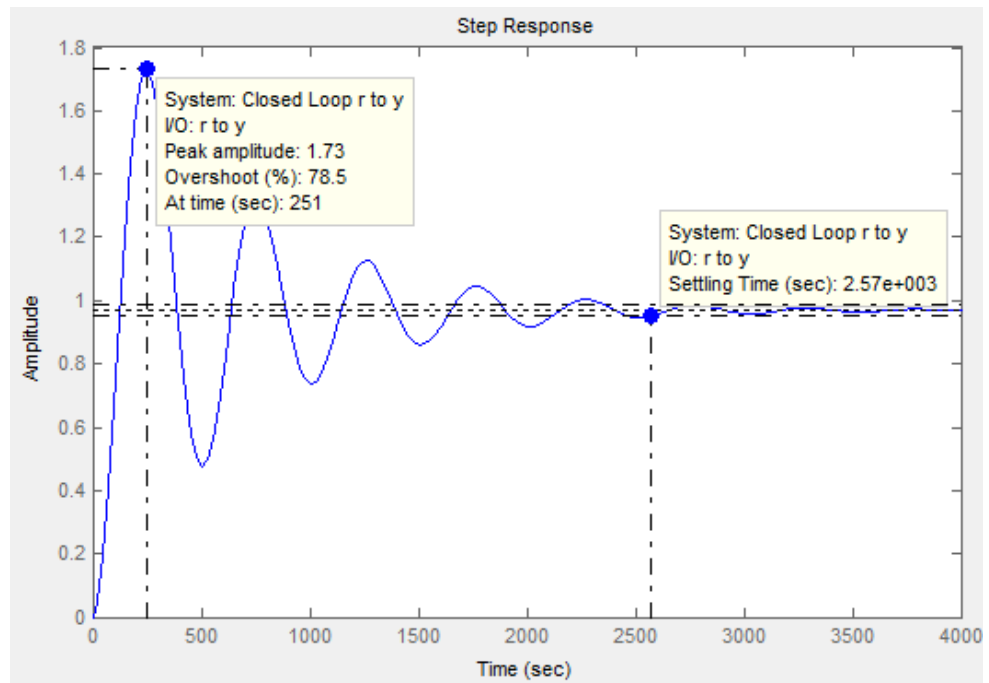
$$C = 783.05 \frac{(1 + 2.2 \times 10^2 S)}{(1 + 1.2 \times 10^2 S)}$$

## 5.6. APLICACIÓN DEL CONTROLADOR A LA PLANTA REAL



**Figura 78** – Diagrama de bloques es SIMULINK de la planta real con el controlador

Grafica de salida:



**Figura 79** – Respuesta al escalón de planta real con controlador.

La grafica resultante podemos ver una gran mejora en el tiempo de estabilización comparada con la planta sin controlador, de aproximadamente 196000 a 2570 segundos haciéndola más rápida, su valor de sobre nivel porcentual a 78.5% que es menor aunque no está cercano al sobre nivel porcentual obtenido con el modelo identificado.

## CONCLUSIONES

- Realizar una identificación en sistemas reales implica grandes costos debido a los paros de producción que requiere la experimentación, por tanto, para fines académicos, es de gran ayuda trabajar con un modelo matemático base que represente la dinámica del proceso.
- Por medio de las pruebas realizadas con los diferentes modelos de estimación paramétrica, establecimos que el modelo "ARMAX" autorregresivo, media móvil con entrada externa de orden  $n_a=2$ ,  $n_b=1$ ,  $n_c=2$  y  $n_k=1$  considerado bajo y una aproximación de 93.41% nos da la mejor representación de identificación del satélite
- Se demostró que el proceso de identificación nos ofrece una alternativa de mejora al reducir nuestro tiempo de estabilización y sobre nivel porcentual en un 98.68% y 24.52% respectivamente. Esto nos permite hacer más eficiente el sistema de control de actitud de un satélite, demostrando que la aplicación de esta técnica no se limita a los procesos industriales.
- Mediante fórmulas se determinó que el período de muestro ideal para nuestro sistema satelital es de 752 segundos, pero tomando en cuenta que a mayor tiempo de muestreo obtendremos menor cantidad de datos para analizar, decidimos establecer que este periodo disminuya a 500 segundos, volviendo nuestro proceso más preciso y sencillo de aplicar.



## RECOMENDACIONES

- Para conseguir una coherencia de estimación, todos los pasos citados deben tratarse con el mismo orden. Descuidos en consideraciones de sus valores, provocarán falta de precisión en las respuestas del sistema así como comportamientos erróneos del modelo final.
- Es necesario realizar la mayor cantidad de análisis posibles antes de escoger el modelo final siempre recordando el principal objetivo del proyecto que es proporcionar una descripción real del proceso.
- Basado en análisis de residuos, análisis de las entradas-salidas, salidas-perturbaciones, análisis de estabilidad en base al criterio de polos y ceros, etc.).
- Revisar datos de entrada-salida para asegurar que estos proporcionen información de la dinámica del sistema.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Marcel J. Sidi, 2000 "Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach", Cambridge Aerospace Series.
- [2] James R. Wertz, 1978, "Spacecraft Attitude Determination and Control (Softback)", Kluwer Academic Publishers.
- [3] Davies, 1970, W.D.T. System Identification for Self-Adaptive Control, Wiley-Interscience, London,
- [4] Godfrey K. 1993, Perturbation Signals for System Identification, Prentice-Hall.
- [5] Ljung, L. 1987, System Identification: Theory for the User, Prentice-Hall, New Jersey.
- [6] Ljung, L. and T. Glad, 1994, Modeling of Dynamic Systems, Prentice-Hall.
- [7] Jenkins, G.M. and D.G. Watts. 1969, Spectral Analysis and Its Applications, Holden-Day, San Francisco.