

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

**“MAGÍSTER EN ESTADÍSTICA CON MENCIÓN EN GESTIÓN DE
LA CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD”**

TEMA:

ESTUDIO DEL RENDIMIENTO EN LA PRODUCCIÓN DE CAÑA DE
AZÚCAR A PARTIR DE SUS VARIETADES, APLICANDO LA
METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA.

AUTOR:

LUIS HENRY TORRES ORDÓÑEZ

Guayaquil - Ecuador

2021

RESUMEN

El presente proyecto trata del “Estudio del rendimiento en la producción de caña de azúcar a partir de sus variedades aplicando la metodología superficie de respuesta” el cual contribuirá a desarrollar modelos matemáticos dándole valor agregado a la producción. El objetivo del presente trabajo fue establecer los valores que optimizan el rendimiento de la producción de la caña de azúcar, mediante el uso de la metodología superficie de respuesta para el beneficio económico de la empresa. Posterior a ello se describe las variables y factores que intervienen en la producción de la caña de azúcar, a partir de un análisis paramétrico que describa la relación entre las variables, en la investigación se utiliza la variedad de caña de azúcar CC-8592 por tener un alto hectareaje cosechado. Seguido del desarrollo de una ecuación polinomial siendo la variable dependiente el rendimiento (Kg/Ha) y la variable independiente el nitrógeno (Kg) y el riego (número de veces). Finalmente, el análisis de la superficie de respuesta indicó que el riego es el factor más significativo para el rendimiento con un $p_valor = 0.028$, sin embargo, el punto estacionario no se ubicó tan lejos de la zona de experimentación por lo que se procedió a buscar la dirección de máximo ascenso partiendo del punto estacionario encontrado.

Palabras Claves: Modelo, optimizar, Metodología Superficie de Respuesta.

ABSTRACT

This project deals with the "Study of the yield in the production of sugarcane from its varieties applying the response surface methodology" which will contribute to developing mathematical models giving added value to its production. The objective of this work was to establish the values that optimize the yield of sugarcane production, by using the methodology of a response surface for the economic benefit of the company. Besides, the variables and factors involved in the production of sugar cane are described, from a parametric analysis that describes the relationship between the variables, in the research the variety of sugar cane CC-8592 is used for having a high hectareage harvested. Followed by the development of a polynomial equation, the dependent variable being yield (Kg / Ha) and the independent variable nitrogen (Kg) and irrigation (number of times). Finally, the analysis of the response surface indicated that irrigation is the most significant factor for yield with a p-value of 0.028. Nevertheless, the stationary point was not located so far from the experimentation area, so we proceeded to search the direction of maximum ascent starting from the found stationary point.

Keywords: Model, optimize, Response Surface Methodology

DEDICATORIA

La presente investigación dedico en primer lugar a Dios por haberme permitido llegar a una meta más percibida en mi vida, en segundo lugar, a la **Ing. Argentina Tapia González** que con su slogan de “**Pensando siempre en ti**”, me brindo su apoyo incondicional durante mi maestría, la confianza brindada aún en momentos difíciles y en especial por su cariño y amor para el cual no existen palabras que expresen lo que ha significado en el transcurso de mis estudios.

AGRADECIMIENTO

Agradezco en primera instancia a Dios porque con su amor me ha permitido llegar esta fase de culminación de mi vida profesional, a mi familia que con su apoyo incondicional siempre han estado pendiente de mi porvenir, a mis amigos que con sus palabras de aliento me han acompañado en este camino, en especial a la Mgs. Heydi Roa López por sus enseñanzas y criterios en la realización del proyecto.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Titulación, me corresponde exclusivamente y ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría. El patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.



Luis Henry Torres Ordóñez

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



Phd. Francisco Vera Alcívar
PRESIDENTE



Mgtr. Heydi Roa López
DIRECTOR



M. Sc. Francisco Moreira Villegas
VOCAL 1



M. Sc. Pedro Ramos De Santis
VOCAL 2

ABREVIATURAS O SIGLAS

MSR = Metodología superficie de respuesta

INEC = Instituto Nacional de Estadística y Censos

TMC = Toneladas métricas cosechadas

TMCXHA = Toneladas métricas cosechas por hectárea.

Kg = Kilogramo

Has = Hectáreas

Distr = Distribución

GERM = Germinación

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1	1
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Descripción del problema	6
1.3. Objetivos.....	7
1.3.1. Objetivo General	7
1.4. Hipótesis	8
1.5. Alcance	8
CAPÍTULO 2	9
2. MARCO TEÓRICO	9
2.1. Estado del Arte	9
2.2. Variedades de caña de azúcar	13
2.3. Nutrientes	13
2.4. Riego	14
2.5. Estructuras del Diseño Experimental.....	15
2.6. Metodología Superficie de Respuesta.....	23
CAPÍTULO 3	27
3. METODOLOGÍA.....	27
3.1. Diseño de la investigación	27
3.1.1. Tipo de investigación.....	27
3.1.2. Métodos de investigación	28
3.1.3. Técnicas de investigación	28
3.1.4. Datos.....	29
3.1.5. Diseños para modelos de segundo orden.....	29
CAPÍTULO 4	32
4. RESULTADOS.....	32
4.1. Análisis de las variables para el modelo	35
4.2. Diseño de Superficie de Respuesta.....	35

CAPÍTULO 5.....	42
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	42
5.1. Conclusiones	42
5.2. Recomendaciones	42
6. Referencias	43

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1.1 Superficie plantada y cosechada de caña de azúcar en el Ecuador .	3
Figura 1.2 Producción y Ventas de la caña de azúcar en el Ecuador	4
Figura 1.3 Rendimiento de la caña de azúcar en el Ecuador.....	5
Figura 2.1 Clasificación de los diseños experimentales.....	19
Figura 2.2 Diseño de Box-Behnken para tres factores.....	22
Figura 2.3 Construcción de los DCC para $k = 2$ y 3 factores	23
Figura 2.4 Superficie de respuesta tridimensional	24
Figura 2.5 Superficies de respuesta; a) modelo de primer orden, b) c) d) modelos de segundo orden	25
Figura 3.1 Diseño Central Compuesto Circunscrito	30
Figura 4.1 Producción de caña de azúcar en Industria Azucarera ABC	32
Figura 4.2 Hectáreas cosechadas según la variedad	33
Figura 4.3 Diagrama de Caja de la Variedad vs la Producción	34
Figura 4.4 Diagrama de Caja de la Variedad vs el Rendimiento.....	34
Figura 4.6 Superficie en 3D y Gráfico de Contornos.....	40
Figura 4.7 Gráfico de Contornos – Modelo de Rendimiento	41

LISTADO DE CUADROS

Cuadro 1.1 Producción de caña de azúcar en el Ecuador 2014-2019.....	3
Cuadro 4.1 Producción de caña de azúcar en Industria Azucarera ABC.....	32
Cuadro 4.2 Hectáreas cosechadas según la variedad.....	33
Cuadro 4.3 Diseño CCC (Orthogonal)	35
Cuadro 4.4 Diseño en unidades codificadas	36
Cuadro 4.5 Diseño en unidades codificadas y el rendimiento.....	37

LISTADO DE TABLAS

Tabla 2.1 Características de la variedad CC 8592.....	13
Tabla 4.1 Summary del modelo ($y = \text{rendimiento}$)	38
Tabla 4.2 Tabla ANOVA.....	39

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

La caña de azúcar (*Saccharum* spp.) es una planta de gran importancia en la economía de muchas regiones del mundo, por su versatilidad y capacidad de adaptación a diferentes condiciones ambientales. Los países productores de caña de azúcar están ubicados entre los 36,7°LN y 31,0°LS, extendiéndose desde zonas tropicales a subtropicales y templadas, concentrando la mayor producción en América y Asia (Lagos-Burbano & Castro-Rincón, 2019).

A nivel mundial, la caña de azúcar es cultivada en un amplio rango de condiciones topográficas y climáticas y los métodos de cosecha empleados son igual de diversos (Ortiz Laurel, Salgado García, Castelán Estrada, & Córdova Sánchez, n.d.).

La caña de azúcar es una de las especies C4 de gran importancia económica y alimentaria, proporcionando cerca del 70% del azúcar mundial. América Latina y el Caribe constituyen la principal región productora de caña de azúcar del mundo, con más del 50% de la producción. Sin embargo, el rendimiento de la caña de azúcar muestra una gran variabilidad entre los países Latinoamericanos, reflejando la diversidad de las condiciones ambientales de cultivos y una gran variabilidad de sistemas de producción (Fábio Ricardo. Marín et al., 2018).

Haciendo referencia al tema de investigación propuesto, se puede decir que, a nivel mundial la caña de azúcar es cultivada en un amplio rango de condiciones climáticas, topográficas y los métodos de cosecha que se emplean son igual de diversos. En estudios anteriores se ha determinado que existen diversos factores que influyen en el rendimiento de la producción de caña de azúcar, por ejemplo, están las condiciones en las que se realiza el cultivo (riego, fertilización, entre otros) (Figuroa Rodríguez, García García, Mayett Moreno, Hernández Rosas, & Figuroa Sandoval, 2017).

En el Ecuador el cultivo de la caña de azúcar es de alta importancia, ya que es la materia prima de donde se obtiene el azúcar, misma que es uno de los principales productos de la canasta básica de los ecuatorianos e ingrediente fundamental de muchos alimentos elaborados y semielaborados de consumo masivo. El azúcar producido en las hojas de la caña, es almacenado en los tallos que acumulan mayor o menor cantidad de acuerdo a la constitución genética de variedad y el ambiente donde se desarrolla.

Mientras mayor capacidad tenga la planta para reaccionar a un ambiente determinado, mejor será su acumulación de azúcar. Por lo tanto, disponer de variedades que respondan a las condiciones ambientales del trópico ecuatoriano es de suma importancia para que los ingenios procesen el resultado con mayor o menor rendimiento.

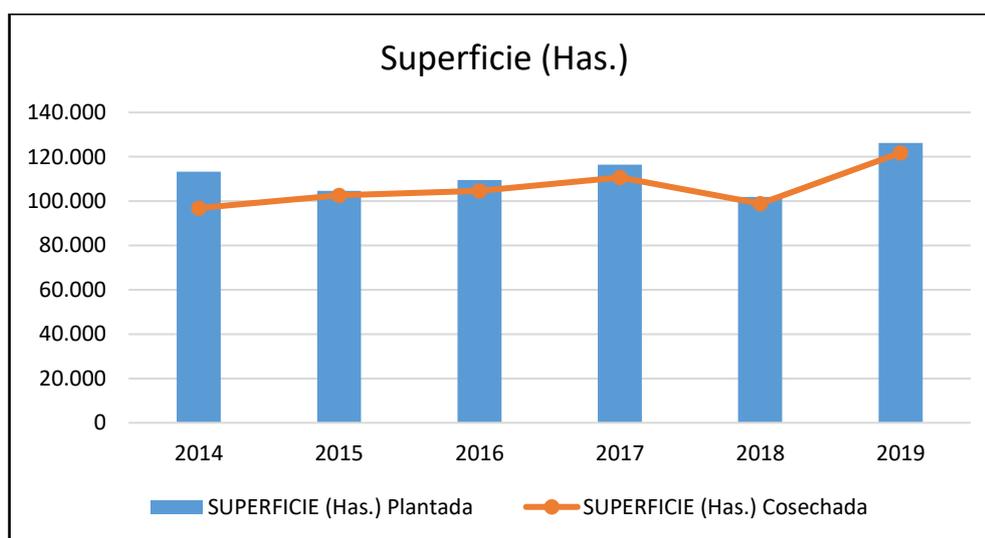
Cuadro 1.1 Producción de caña de azúcar en el Ecuador 2014-2019

PRODUCCIÓN DE CAÑA DE AZÚCAR					
Año	SUPERFICIE (Has.)		PRODUCCIÓN (Tm.)	VENTAS (Tm.)	RENDIMIENTO (Tm/has. cosechada)
	Plantada	Cosechada			
2014	113.293	96.892	8.251.306	8.246.033	85,16
2015	104.558	102.616	10.106.105	10.104.331	98,48
2016	109.541	104.661	8.661.609	8.651.263	82,76
2017	116.483	110.663	9.030.074	8.506.382	81,60
2018	101.898	98.856	7.502.251	6.186.779	75,89
2019	126.246	121.812	9.257.700	5.947.370	76,00

Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC)

Elaboración: propia de autor

Figura 1.1 Superficie plantada y cosechada de caña de azúcar en el Ecuador



Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC)

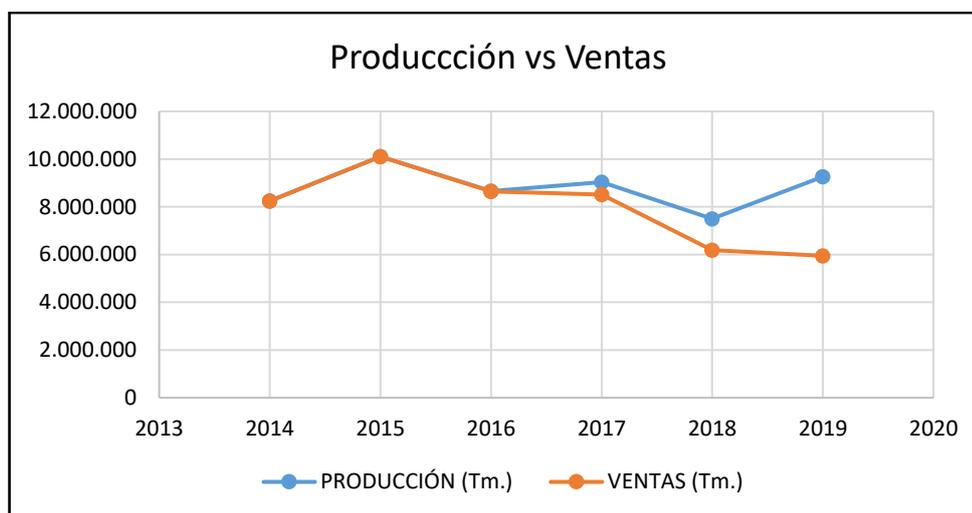
Elaboración: propia de autor

Según datos del Instituto Nacional de Estadística y Censos hasta el 2019 se cosecharon 121.812 (has), produciendo 9.257.700 (Tm), teniendo un rendimiento de 76,00 (Tm/has). **(cuadro 1.1)**

Como se puede apreciar en la **figura 1.1** la superficie plantada desde el 2014 al 2018 se ha mantenido en un rango de 100.000 a 120.000 has teniendo un incremento en el 2019 superior a los 120.000 has, así mismo, la superficie

cosechada en el 2014 estuvo por debajo de 100.000 has, del 2015 al 2018 se ha mantenido en un rango de 100.000 y 120.000 has viéndose un incremento en el 2019 sobre las 120.000 has.

Figura 1.2 Producción y Ventas de la caña de azúcar en el Ecuador

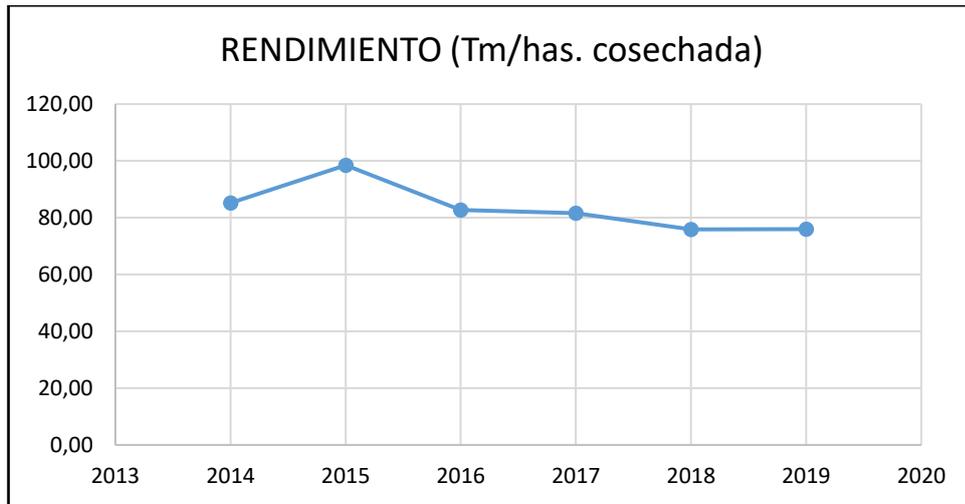


Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC)

Elaboración: propia de autor

Según lo que se visualiza en la **figura 1.2**, desde el año 2014 hasta el 2019, se puede decir que el mejor año tanto de producción como en ventas fue el 2015; ya que hubo una producción de 10.106.105 (Tm) y se vendieron 10.104.331 (Tm). Al 2019 la producción de la caña de azúcar no se recuperó con respecto al 2015, donde se adjudicó a problemas relacionados al cambio climático, escases de mano de obra, altos costos, problemas de cosecha y otros factores de sembríos. Las ventas también se vieron afectadas, como se puede observar en el grafico existe una brecha cada vez más grande entre la producción y las ventas desde el 2017, produciéndose una sobreoferta del producto.

Figura 1.3 Rendimiento de la caña de azúcar en el Ecuador



Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC)

Elaboración: propia de autor

El rendimiento de la producción de la caña de azúcar, se representa en la **figura 1.3**, desde el 2015 se ha visto disminuido con el pasar de los años, recuperándose ligeramente en el 2019 debido a que la producción aumentó conjuntamente con la superficie cosechada con respecto al 2018.

Con la ayuda de la metodología superficie de respuesta, se pretende demostrar la relación entre factores y la variable dependiente, descritos en el desarrollo del presente trabajo. Lo que permitirá ser competitivos en el sector, tomando mejores decisiones en el momento oportuno, mejorando las condiciones de sus cultivos y con ello obtener una mayor productividad que lleva de la mano la calidad, que forjarían el abrirse nuevos mercados compitiendo no solo a nivel interno sino fuera del país.

Finalmente, en la presente investigación se propone la metodología de superficie de respuesta como una guía para que los agricultores y empresas en el campo azucarero dispongan de una herramienta opcional que le indique como planear el incremento en el rendimiento de la producción, disminución de costos y la

protección del ambiente, cuando se tienen las variedades, hectáreas cosechadas, y fertilizantes, con los que se obtenga un óptimo desempeño de la respuesta: las toneladas métricas cosechadas de caña de azúcar.

1.2. Descripción del problema

Actualmente las metodologías que buscan la optimización de procesos poseen poca divulgación en el Ecuador donde dichas técnicas no logran llegar a las empresas y compañías que residen en el país. Se puede decir que esto es sumamente peligroso por cuanto dichas empresas van a laborar de manera ineficiente sin saber de qué manera lograr cambios que les permita optimizar la productividad e ingresos netos.

La presente investigación se realizó con el fin de aplicar la metodología superficie de respuesta en el desarrollo de un modelo matemático y su importancia radica en el análisis de las variedades, hectáreas cosechadas, fertilizantes como nitrógeno, potasio y fósforo, y las toneladas métricas cosechadas por hectáreas, para encontrar el punto óptimo de producción.

Con los resultados de las variables mencionadas, se plantea un análisis de superficie de respuesta para analizar sus comportamientos, ya que por lo general dentro de un proceso de producción se obtienen datos muy relevantes para llevar a cabo un estudio minucioso de sus variables y examinar la efectividad del proceso y optimizar recursos que se verán manifestados también en los costos de producción.

Esta investigación contribuirá a desarrollar modelos matemáticos dándole valor agregado a su producción, del mismo modo se proyecta a lograr en lo posible a generar más fuentes de empleo directo e indirecto que son necesarias en el sector; manteniendo la prosperidad o bienestar económico y social del país. Se propone la aplicación del método de superficie de respuesta para el análisis del rendimiento de la producción de caña de azúcar.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Establecer los valores óptimos de las variables de estudio que optimizan el rendimiento de la producción de la caña de azúcar, mediante el uso de la metodología de superficie de respuesta para el beneficio económico de la empresa.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Describir las variables y factores que intervienen en la producción de caña de azúcar a través del análisis de los datos históricos de producción que permita la correcta fundamentación de la intervención de éstas en el estudio.
- Determinar el modelo estadístico que describa el comportamiento del rendimiento de la producción de la caña de azúcar en función de los datos de las variables y factores obtenidos.
- Formular las condiciones de influencia óptimas que permitan el incremento del rendimiento de la producción de caña de azúcar, utilizando la metodología de superficie de respuesta.

1.4. Hipótesis

La combinación de los máximos niveles de los factores involucrados en la producción de caña de azúcar, utilizando la variedad CC-8592, genera un óptimo rendimiento del volumen de hectáreas.

1.5. Alcance

El estudio abarca el análisis de los factores que contribuyen al rendimiento de la producción de caña de azúcar del Ingenio Azucarero ABC desde el año 2014 hasta 2019. El desarrollo de la investigación durará seis meses desde su aprobación.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Estado del Arte

“El uso de diseños de superficie de respuesta es una alternativa adecuada, en experimentos cuyo objetivo es establecer relación entre factores y la variable dependiente, dentro de una región experimental. Se trata de un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas útiles para modelar y analizar problemas en los cuales una respuesta de interés es influida por varias variables, y el objetivo es optimizar esta respuesta” (Carmona Gallegos, 2008).

Una propuesta en la que se empleó el método superficie de respuesta fue donde se estudia el efecto del porcentaje másico del catalizador y la relación molar aceite: alcohol para diferentes sistemas de alcohol-catalizador, para la optimización de la producción de alquil ésteres de aceite crudo de palma. Se obtuvieron las ecuaciones polinomiales cuadráticas mediante análisis de regresión múltiple, con el diseño factorial 3^2 y la metodología de superficie de respuesta. Los resultados obtenidos fueron que las dos variables afectan significativamente la conversión, para la mayoría de los sistemas el efecto de la relación molar es mayor, la cantidad de catalizador es más significativa en los sistemas que utilizan carbonato de potasio, por su baja reactividad (Camilo et al., 2008).

Igualmente, esta metodología de superficie de respuesta se aplicó en el artículo “Modelado del proceso de fritura del ñame (*Dioscorea alata*) mediante Mediciones Reológicas usando la Metodología Superficie de Respuesta”, donde se analizaron

las interacciones de dichas variables con algunas propiedades de textura, como fuerza máxima de penetración y fuerza de fractura en flexión. La respuesta de cada variable evaluada fue representada mediante gráficos de superficies de respuesta, obteniendo de esta manera los modelos matemáticos para establecer la relación entre estas variables. Los resultados permitieron conocer que los factores de proceso, como temperatura del aceite (intervalo de 140 a 180 °C) y tiempo de freído (intervalo de 1 a 9 min.) afectan los parámetros texturales (fuerza máxima de penetración, la pendiente, deformación, fuerza de fractura y la pendiente) durante el freído (Alvis & Vélez, 2008).

Existen otras propuestas en las que se ha implementado el método superficie de respuesta, por ejemplo (Téllez-Mora, Peraza-Luna, Feria-Velasco, & Andrade-González, 2012) realiza la optimización del proceso de fermentación para la producción de tequila, con el objetivo de incrementar la eficiencia en la producción y establecer la influencia del azúcar, fósforo y nitrógeno en los compuestos sensoriales indicados en la normatividad mexicana.

La función objetivo se determinó por mínimos cuadrados, de cada variable de respuesta con sus restricciones. Mediante el control de las variables: concentración de nitrógeno, azúcar, temperatura y fósforo, se obtuvieron las variables: concentración de los compuestos y la eficiencia de fermentación. Para una eficiencia de 94,58%, con una función deseable de 0,891312.

En la validación del programa no se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre los resultados obtenidos experimentalmente y los estimados,

indicando que existe una igualdad entre ellos y por lo tanto valida las ecuaciones y valores de optimización.

Se utiliza la metodología de superficie de respuesta en la optimización del efecto de la proporción Stevia/Cedrón y tiempo de infusión en aceptabilidad general, sabor y olor en la obtención de té filtrante a partir de Stevia. Las variables independientes fueron el tiempo de infusión y la porción de Stevia/Cedrón, mientras que las variables dependientes fueron la aceptabilidad general, sabor y olor.

Las respuestas fueron analizadas usando un modelo polinomio de segundo orden. El análisis de la varianza para la aceptabilidad general y olor, el efecto de la proporción Stevia/Cedrón fue significativo de forma lineal y cuadrática, mientras que en la variable tiempo de extracción fue significativa de forma lineal, y en sabor indicó alta significancia por parte de las variables independientes de forma cuadrática y lineal.

Finalmente, el análisis de las superficies de respuesta indicó:

- Una aceptabilidad óptima con una proporción Stevia/Cedrón entre 0,658 y 0,832 y tiempo óptimo de extracción entre 2,4 y 3,3 minutos.
- Se logró optimizar por el método de superficie de respuesta, el efecto de la proporción Stevia/Cedrón y tiempo de infusión en el sabor.
- La mayor aceptabilidad se logra con proporciones Stevia/Cedrón y tiempo de extracción bajas.
- La aceptabilidad del té filtrante elaborado depende más de la proporción Stevia/Cedrón que del tiempo de extracción (Asunción Gómez, 2017).

Por otra parte, la existencia de investigaciones similares al estudio propuesto, en las que se aplica la metodología de superficie de respuesta en la agricultura, en el artículo “Metodología de superficie de respuesta para la optimización de una producción agrícola” con el objetivo de reducir al mínimo los costos de determinadas actividades agrícolas donde “Se obtuvo como resultado, aplicando el método de superficie de respuesta, un modelo predictivo, estadísticamente validado, que mediante ajustes se adecuó a un proceso de optimización establecido. Se encontró que el Diseño Central Compuesto de la MSR el concepto más conveniente para fijar las variables que maximizan o minimizan una respuesta, en un experimento reduce la cantidad de corridas y por ende reduce costos de procesos de producción” (Yaguas, 2017).

Por tanto, con la utilización de la Metodología de Superficie de Respuesta para la minimización del suministro de irrigación, aplicación del nitrógeno, agua y densidad de plantas, se establece un procedimiento práctico que determine un escenario económico para la producción de maíz, también puede ser empleado para promover la reducción de los costos de una producción agrícola, la conservación de recursos hídricos y por ende reducir la contaminación ambiental.

2.2. Variedades de caña de azúcar

2.2.1. CC-8592

Tabla 2.1 Características de la variedad CC 8592

Origen:	Colombia
Progenitores:	CO 775 X CP 52-68
Distr. porcentual:	Cañicultores 49 % y el 35 % en los ingenios La Troncal, San Carlos y Valdez.
Altura del tallo:	Hasta 3.5 m promedio
Macollamiento:	Bueno
Tallos por metro lineal:	De 10-13 tallos
Diámetro del canuto:	De 3-3,2 cm
Porcentaje de GERM:	Buena hasta un 85 %
Calidad de los jugos:	Buena
Aspectos fitosanitarios	Ligeramente susceptible al ataque del barrenador del tallo. Resistente al ataque del pulgón amarillo. Resistente al virus del mosaico, al carbón y la roya. Ligeramente susceptible a la mancha de anillo y a la mancha de ojo

Fuente: (Roca Vera, 2016)

2.3. Nutrientes

El aprovechamiento de fertilizantes minerales durante los últimos 35 años en la agricultura cañera refleja un alto grado de correspondencia con la producción, lo que reafirma el rol estratégico que ha representado esta actividad en los niveles de producción a obtener.

“La caña de azúcar, como toda especie vegetal, requiere de un conjunto de nutrientes para su crecimiento y desarrollo, cuyas necesidades varían cuantitativamente, ya que algunos elementos que se consumen en cantidades muy pequeñas son también indispensables para el desarrollo de las plantaciones” (Patiño, 2011, pág. 41)

Se tiene en cuenta como elementos esenciales el Nitrógeno.

- ✓ **Nitrógeno (N).** Es esencial para el crecimiento y desarrollo vegetativo, vinculado a la formación de la biomasa (tallos y hojas principalmente).

2.4. Riego

Radica en la aplicación de agua a un cultivo en el momento oportuno y en la cantidad requerida. El objetivo del riego en la caña de azúcar es el crecimiento de la planta para que produzca la mayor cantidad de sacarosa posible.

2.4.1. Sistemas de Riego

Los sistemas de riego más empleados en el cultivo de la caña de azúcar son:

- **Sistema de riego por surcos:** es el más utilizado y necesita una buena nivelación del terreno. El sistema de surcos largos se usa para que un regador maneje una cantidad de agua tan grande como sea posible.
- **Sistema de riego por aspersión:** es la forma mecánica de aplicar el agua por medio de simuladores de precipitación natural, pero controlando su cantidad y uniformidad.

- **Sistema de riego por goteo:** es una tecnología parcialmente nueva en la caña de azúcar, que permite ahorrar agua y energía, aumentando las ganancias. De manera que el riego por goteo puede ayudar a resolver tres de los mayores problemas de la caña de azúcar: la escasez de agua, los crecientes costos del bombeo (energía) y las bajas ganancias de los agricultores.

2.5. Estructuras del Diseño Experimental

2.5.1. Estructura de tratamiento

Factor. - Una variable de interés controlada hasta cierto punto por el experimento, de la que se desea estudiar sus efectos en una o varias respuestas. Ejemplo: se desea medir la dimensión de un cilindro para evaluar su efecto sobre la fricción en un sistema mecánico. Los factores pueden ser concebidos como cualitativos o cuantitativos.

Nivel. - Modalidad específica dentro de un factor. Ejemplo: si el factor es el tiempo de operación, el interés puede ser estudiar la respuesta del proceso durante tres periodos diferentes, a saber 10, 30 y 50 seg. En este caso se dice que el factor tiene tres niveles.

Tratamiento. - Se refiere a cada una de las combinaciones de los niveles de varios factores aplicados conjuntamente a las unidades experimentales. La estructura de tratamientos de un diseño experimental: Consiste en el conjunto de tratamientos que el experimentador ha seleccionado para estudiar y/o comparar. Puede haber estructuras con un factor (OFAT) o varios factores; pueden considerarse todos los tratamientos (diseño factorial) o un

subconjunto del total de tratamientos según interés (diseño factorial incompleto).

Efecto Principal. - Indica la contribución que cada factor tiene sobre las variables respuesta. Ésta se mide evaluando el cambio que se produce en la respuesta al modificar los niveles del factor. Los efectos se pueden clasificar en efectos de localización (sobre la medida de una variable respuesta) y efecto de dispersión (sobre la variabilidad de una variable respuesta). Si en el sistema experimental se tiene un factor que tenga efectos de localización, pero no de dispersión, se le llama factor de ajuste.

Interacción. – Considerando los efectos sobre las variables respuesta bajo estudio, la interacción implica una relación o dependencia entre los efectos de dos o más factores; por ejemplo, para el caso de dos factores, si hay interacción entre éstos, el efecto sobre la respuesta de uno de ellos dependerá del nivel del segundo factor. (Domínguez Domínguez & Castaño Tostado, 2010)

2.5.2. Estructura de Diseño: manejo de ruido experimental.

En términos generales siempre hay ruidos circundantes al sistema experimental; el ruido se refleja en la respuesta variante de lo que se conoce como unidad experimental.

Unidad Experimental (UE): individuo, objeto o unidad de material a la que se le aplica de manera independiente un tratamiento, a ésta se le miden las variables respuesta bajo estudio.

Conceptualmente el ruido se compone de tres fuentes: el error experimental, el error de medición y el error ambiental.

El error experimental es aquel que cada unidad experimental aporta de manera natural en un estudio. Este error experimental, inherente a cada unidad experimental, no es observable, pero se manifiesta claramente al comparar unidades experimentales igualmente tratadas, ya que éstas mostrarán diferencias en sus respuestas.

El error de medición también siempre presente, se caracteriza y acota mediante buenas prácticas de evaluación de sistemas de medición. Validado el sistema de medición requerido en el estudio, al error de medición se le considera entonces como parte del error experimental.

Si se piensa que el **ruido ambiental** es sólo error experimental, sus efectos no deseados se pueden evitar mediante lo que se conoce como aleatorización de tratamientos.

Aleatorización de tratamientos: Experimentar tiene como finalidad entender causas de por qué un fenómeno varía. La aleatorización es la base para establecer si las variaciones observadas se deben al

error experimental o a efectos debido potencialmente a factores de control en un sistema experimental. Si no hay aleatorización en un experimento, se corre el riesgo de que las interpretaciones de las variables no sean correctas.

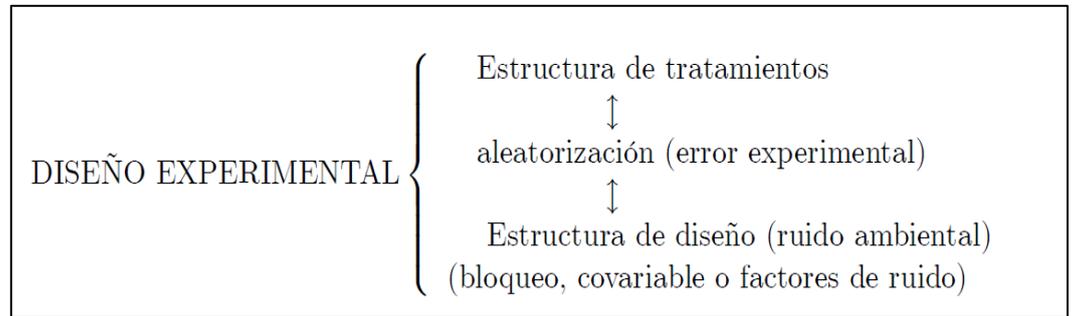
Si se piensa que en el sistema experimental opera ruido ambiental importante más allá del error experimental, es necesario su manejo eficiente. En general hay dos formas de manejar el ruido ambiental:

- Acotar sus efectos no deseados, formando grupos de unidades experimentales (bloqueo) o midiendo covariables.
- Utilizarlo para propósitos de robustificación / generalización de los efectos de factores de interés.

Bloqueo: agrupación de unidades experimentales de acuerdo al nivel del ruido ambiental que reciben y por ende con relativa homogeneidad en su respuesta antes de ser tratadas.

Covariables: la formación de bloques representa una manera de acotar los efectos del ruido circundante. Una alternativa para la formación de bloques, es medir el ruido ambiental durante el experimento, siguiendo un enfoque denominado análisis de covarianza, donde se miden variables (denominadas en general covariables) que covarían con la variable respuesta de las unidades experimentales antes de ser tratadas.

Figura 2.1 Clasificación de los diseños experimentales



Fuente: (Domínguez Domínguez & Castaño Tostado, 2010, pág. 6)

Variación experimental

Supongamos el caso de una variable respuesta denotada por y y que el experimento tiene como objetivo compara k tratamientos en sus efectos sobre la media de la variable respuesta. Para determinar si tales tratamientos son estadísticamente diferentes entre sí, es decir, verificar si la media de la variable respuesta cambia al cambiar el tratamiento, se realizaría un experimento:

$$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n_1}, y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n_2}, \dots, y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kn_k}$$

donde y_{ij} denota la respuesta en el tratamiento i en la UE j que la recibió. Supongamos inicialmente que las UE son homogéneas en su respuesta antes de ser tratadas.

Un diseño experimental controlará la variación experimental a partir del número de réplicas. Una réplica consiste en la aplicación repetida e independiente de un tratamiento a distintas UE's. Contar con réplicas da las siguientes ventajas:

- El experimentador tiene una estimación de σ^2 , necesaria para realizar contrastes de hipótesis y construir intervalos de confianza para comparar sus tratamientos.
- Puede incrementar el rango de inferencia del experimento, seleccionando y usando apropiadamente UE menos homogéneas, o no controlando condiciones ruidosas circundantes. Este aspecto es clave en la diferencia entre un experimento científico básico y uno tecnológico o ingenieril.
- Posibilita ejercer control sobre la variabilidad del error, ya que la réplica nos impone restricciones que nos llevan a agrupar UE de acuerdo a su respuesta esperada en ausencia de tratamiento y así asignar la variación total entre UE de tal manera que sea maximizada la variabilidad entre grupos y simultáneamente minimizada dentro de grupos.

Las condiciones que determinan el número de réplicas son:

- La precisión requerida en el experimento, es decir, qué tan pequeñas son las diferencias entre medias que se desea detectar por medio de éste. Entre menor sea la desviación de la hipótesis nula a ser medida o detectada, mayor el número de réplicas requeridas.
- Respecto al material que compone a las unidades experimentales, la variabilidad en algunos materiales es mayor que en otros. Entre más variable, más replicaciones, y viceversa. Por ejemplo, experimentos con materiales vivos requerirán en general el uso de un mayor número de réplicas.

- El número de tratamientos afecta la precisión de un experimento, Si el número de tratamientos aumenta y el número de réplicas por tratamiento se mantiene constante, de cualquier manera, incrementa el tamaño del experimento, así como los grados de libertad para estimar σ^2 . En este caso mejora la precisión del estimador.
- Si la precisión alcanza un grado más alto del requerido, se puede bajar el número de réplicas. Si el número de tratamientos aumenta, pero se mantiene constante el tamaño del experimento, es decir, el mismo número de réplicas a repartirse entre los diferentes tratamientos, habrá obviamente menos por tratamiento y menos grados de libertad para el estimador de σ^2 , con lo que la precisión será más pobre.
- El diseño experimental también puede afectar la precisión de un experimento y el número de réplicas requeridas. Dependiendo del diseño se puede disminuir o aumentar el número de réplicas.
(Domínguez Domínguez & Castaño Tostado, 2010)

2.5.3. Diseños para modelos de segundo orden

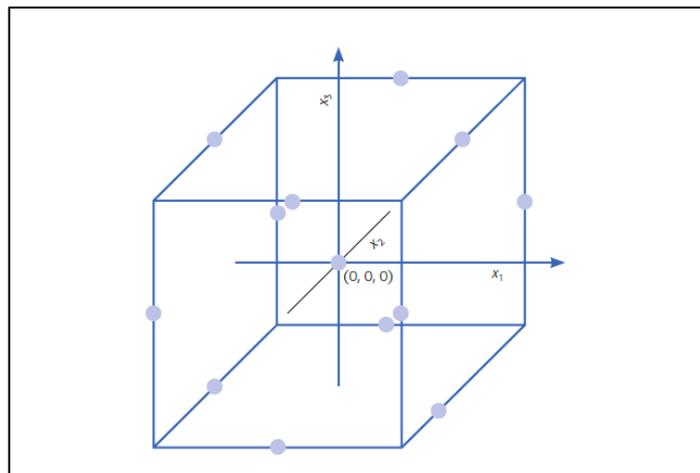
Los diseños de segundo orden permiten ajustar un modelo de segundo orden para así observar, además de los efectos lineales y de interacción, los efectos cuadráticos o de curvatura pura. Consecuentemente, estos diseños se emplean cuando se quiere explorar una región que se espera sea más compleja o cuando se cree que el punto óptimo ya se encuentra dentro de la región experimental. Los

diseños de segundo orden que se aconseja son: el diseño de Box-Behnken y el diseño central compuesto o de composición central.

2.5.4. Diseño de Box-Behnken

Este diseño se adapta cuando se tienen tres o más factores, y suelen ser eficientes en cuanto al número de corridas. Es un diseño rotatable o casi rotatable que se distingue porque no incluye como tratamientos a los vértices de la región experimental (Gutiérrez Pulido & de la Vara Salazar, 2008).

Figura 2 Diseño de Box-Behnken para tres factores



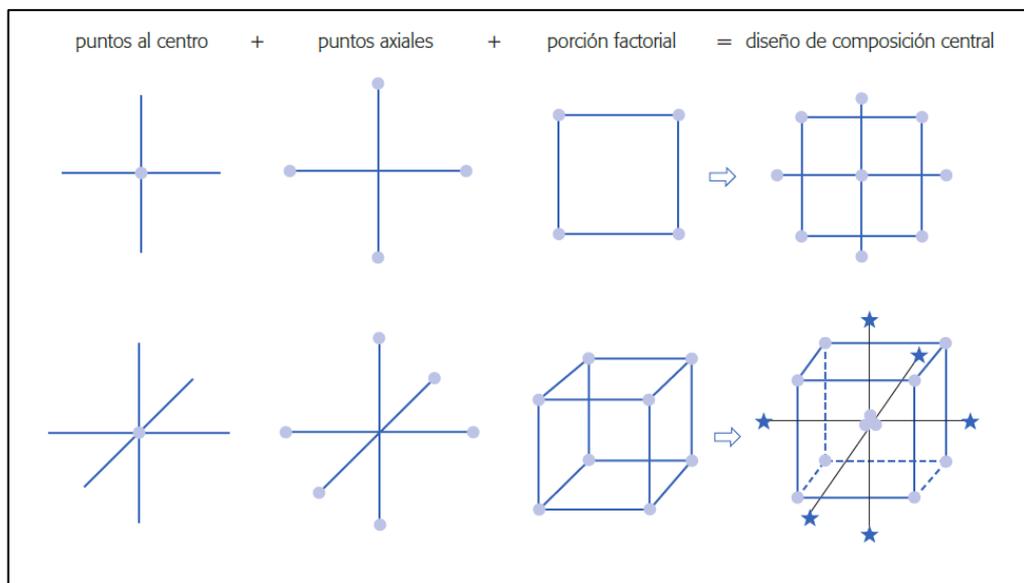
Fuente: (Gutiérrez Pulido & de la Vara Salazar, 2008, pág. 417)

2.5.5. Diseño de composición central (DCC)

Es empleado en la etapa de búsqueda de segundo orden debido a su gran flexibilidad: se puede levantar a partir de un diseño factorial completo 2^k o fraccionado 2^{k-p} agregando puntos sobre los ejes y al centro, además de otras propiedades deseables. Este diseño tiene tres puntos:

1. Una réplica de un diseño factorial en dos niveles, completo o fraccionado. A esta parte del DCC se le llama porción factorial.
2. n_0 puntos o repeticiones al centro del diseño, con $n_0 \geq 1$.
3. Dos puntos sobre cada eje a una distancia α del origen. Estos puntos se llaman porción axial. La manera en que se ensamblan y el DCC resultante se muestran en figura 2.3, para los casos de dos y tres factores.

Figura 3 Construcción de los DCC para $k=2$ y 3 factores



Fuente: (Gutiérrez Pulido & de la Vara Salazar, 2008, pág. 418)

2.6. Metodología Superficie de Respuesta

La metodología de superficie de respuesta compromete tres aspectos: diseño, modelo y técnica de optimización. El diseño y el modelo se piensan al mismo tiempo, y dependen del tipo de comportamiento que se espera en la respuesta. Sin embargo, el modelo puede ser de primero o segundo orden (plano o con curvatura); por ello, el tipo de diseño utilizado y el método de optimización se clasifican, según sea el caso, como de primero o segundo orden (Pulido & Salazar, 2008).

MSR o RSM por sus siglas en inglés, es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas útiles para modelar y analizar problemas en los cuales una respuesta de interés es intervenida por varias variables, y el objetivo es optimizar esta respuesta.

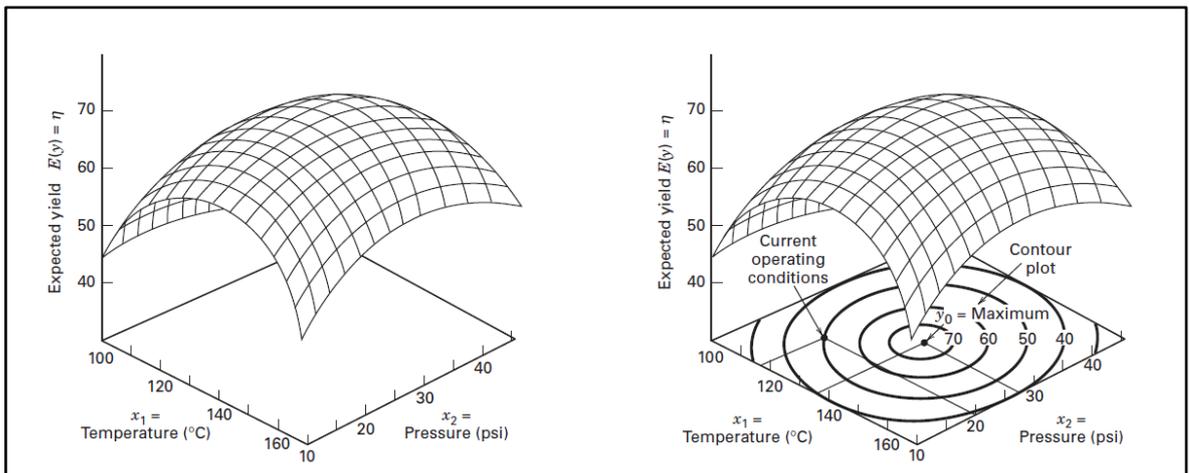
$$y = f(x_1, x_2) + \varepsilon$$

Donde ε representa el ruido o error observado en la respuesta y . Si la respuesta esperada se denota por $E(y) = f(x_1, x_2) = \eta$ entonces la superficie representada por

$$\eta = f(x_1, x_2)$$

Se denomina superficie de respuesta.

Figura 2.4 Superficie de respuesta tridimensional



Fuente: (Montgomery, 2013, pág. 479)

Es posible representar gráficamente la superficie de respuesta como se muestra en la **figura 2.4 de lado izquierdo**, donde η se grafica con los niveles x_1, x_2 . Donde la respuesta se representa como una superficie sólida en espacio tridimensional. En la misma **figura 2.4 de lado derecho**, se observa la gráfica de contornos donde se trazan líneas de respuesta constante en el plano x_1, x_2 . Cada contorno corresponde a una altura específica de la superficie de respuesta.

En la mayoría de los problemas de RSM, la forma de la relación entre la respuesta y las variables independientes se desconoce. Por lo tanto, el primer paso en RSM

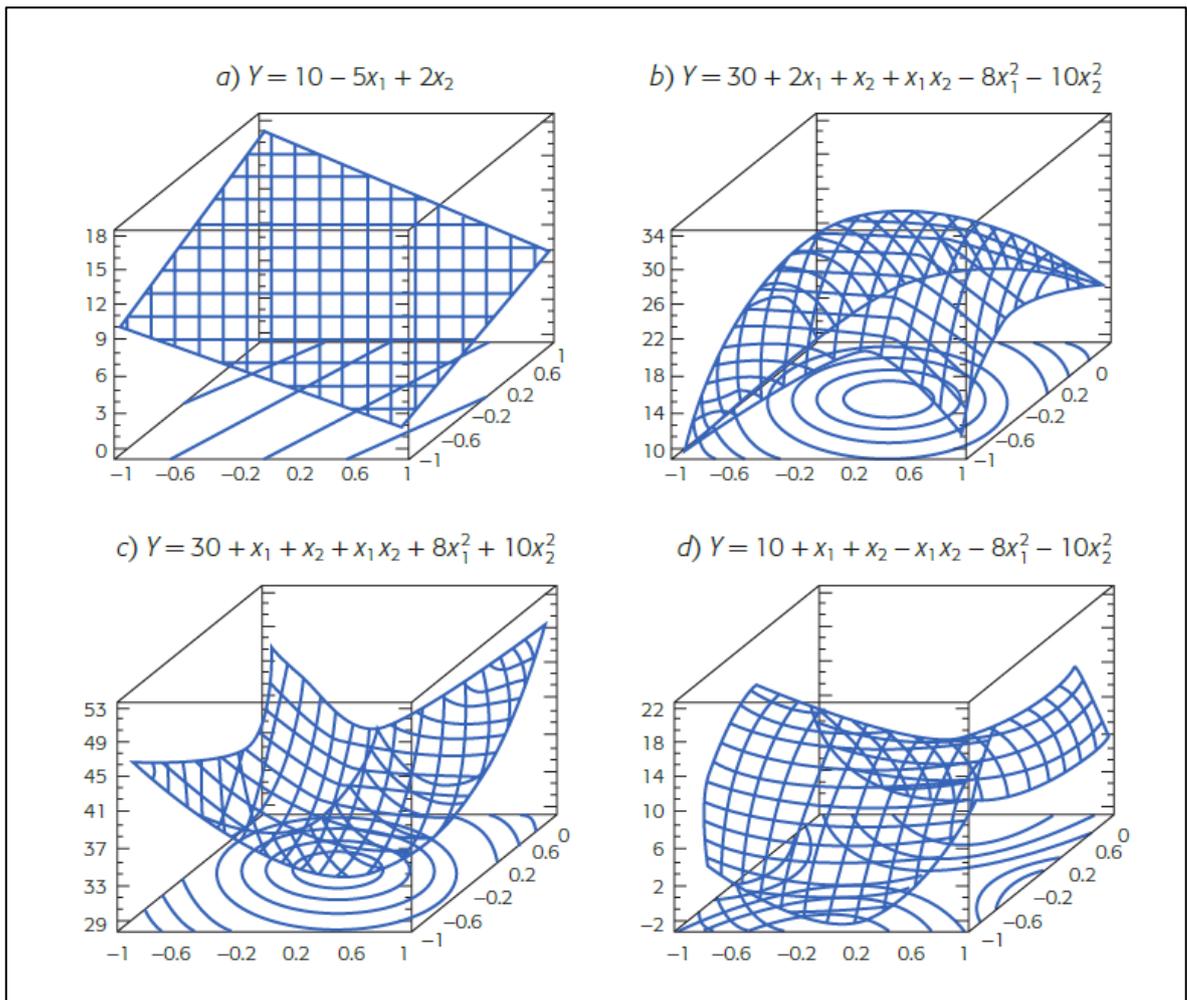
es encontrar una aproximación adecuada para la verdadera relación funcional entre y y el conjunto de variables independientes. Por lo general, se emplea un polinomio de bajo orden en alguna región de las variables independientes. Si la respuesta está bien modelada por una función lineal de las variables independientes, entonces la función de aproximación es el modelo de primer orden.

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k + \varepsilon$$

Si hay curvatura en el sistema, entonces se debe utilizar un polinomio de mayor grado, como el modelo de segundo orden (Montgomery, 2013)

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

Figura 2.5 Superficies de respuesta; a) modelo de primer orden, b) c) d) modelos de segundo orden



Fuente: (Gutiérrez Pulido & de la Vara Salazar, 2008, pág. 393)

En la **figura 2.5** se expone las gráficas para los modelos dados por las ecuaciones antes mencionadas, en donde se estudian dos variables de proceso x_1, x_2 , así como diferentes valores de los parámetros. La **figura 2.5a** representa un modelo de primer orden y se observa que su superficie es un plano. En las **figuras 2.5b, c y d** se muestran varios modelos de segundo orden. La forma específica que toma la superficie depende de los signos y magnitudes de los coeficientes en el modelo. En las figuras se representan las tres formas básicas, que son: b) superficie de máximo (montaña), c) superficie con mínimo (valle) y d) superficie con punto silla (minimax). (Gutiérrez Pulido & de la Vara Salazar, 2008)

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGÍA

3.1. Diseño de la investigación

3.1.1. Tipo de investigación

El diseño de la investigación tiene un enfoque cuantitativo puesto que responde a la estadística como característica principal en la elaboración de modelos de superficie. Con un proceso basado en lo deductivo que analizó la realidad objetiva del rendimiento en la producción de caña de azúcar cuyas bondades se reflejaron en la generación de un modelo matemático de segundo orden. Hay que indicar además que es de tipo observacional descriptiva, debido a que la base de datos extraída es basada en registros administrativos que acceden el aprovechamiento de datos para fines comparables, estandarizados e integrables y analíticos.

Se utilizará el software RStudio para la obtención de los modelos cuadráticos ajustados. Además, se realizará el análisis descriptivo de las variables objeto de estudio. Con el fin de dar respuesta al cumplimiento del primer objetivo específico, se identificarán y argumentará la descripción de las variables y factores que intervienen en la investigación, a partir de un análisis paramétrico que establezca la relación entre las variables. En lo que respecta al segundo objetivo específico se desarrollará una ecuación polinomial, con el propósito de establecer una aproximación razonable de la verdadera relación funcional en el espacio completo de las variables independientes; así mismo, se graficará la superficie de respuesta. Finalmente, para dar respuesta al tercer objetivo específico se identificó el punto estacionario, con el cual fue posible establecer la dirección hacia donde se deben dirigir los nuevos diseños experimentales de tal modo que se maximice el

crecimiento del rendimiento del volumen de caña de azúcar, aplicando la metodología de superficie de respuesta, utilizando herramientas gráficas y/o matemáticas.

Para obtener un buen proceso en la caña de azúcar a través de sus diversas variedades, se deben utilizar modelos en los que se pueda analizar el comportamiento de las mismas, para verificar si se alcanzó la meta deseada, sin que se haya alterado su calidad, comportamiento y el rendimiento que esta nos pueda dar (Guerrero Ruiz, n.d.)

3.1.2. Métodos de investigación

La presente investigación inició con un método inductivo a partir del análisis de la variedad de caña de azúcar comenzando de la derivación inductiva del problema desde proposiciones particulares hacia una conclusión general mediante contrastación a partir de datos proporcionados por la industria. Con respecto a su enfoque es de tipo cuantitativo para establecer patrones de comportamiento del rendimiento de la producción de caña de azúcar utilizando la metodología superficie de respuesta, técnica estadística para el análisis de datos de producción.

3.1.3. Técnicas de investigación

La lectura científica se utilizó para la elaboración del marco teórico, de esta manera se empezó extrayendo información de artículos de bases de datos académicas, conjuntamente revisando libros, revistas, tesis en sitios seguros alineados a los conceptos sobre la metodología superficie de respuesta. Teniendo como propósito adquirir nuevos conocimientos técnicos que certifiquen el desarrollo propicio del proyecto que ayudaron de sustento en el desarrollo del estudio.

3.1.4. Datos

Los datos que se utilizan son de la Industria Azucarera ABC ubicada en la parroquia Marcelino Maridueña en donde tiene un gran abastecimiento y aceptación a nivel comercial y nacional con aproximadamente 20 000 datos desde el año 2014 hasta 2019. La presente fuente de datos cuenta con la siguiente información: año de la zafra, sector, cantero, variedades, hectáreas de caña cosechadas, número de cortes, ciclo de corte, número de riegos, cantidad de nitrógeno aplicado, cantidad de fósforo aplicado y cantidad de potasio aplicado, producción en toneladas métricas de caña por hectárea, sacos de azúcar por hectárea, y costos de cultivar dicha variedad. En la investigación se utiliza la variedad de caña de azúcar CC-8592 por tener un alto hectareaje cosechado, donde se busca describir con precisión la relación causa – efecto entre dos variables independientes (Nitrógeno y Riego) y una dependiente (Rendimiento), por lo que el diseño que más se ajusta a nuestro objetivo es el diseño central compuesto (DCC).

3.1.5. Diseños para modelos de segundo orden

Para la realización del modelo en R Studio se procedió a instalar la librería rsm, mismo que proporciona funciones para generar diseños de superficie de respuesta, ajustar los correspondientes modelos de segundo orden, generar gráficos de superficie, obtener la trayectoria de ascenso/descenso en máxima pendiente y llevar a cabo el análisis canónico.

Así mismo, para estimar los parámetros de un modelo polinómico de segundo grado se utiliza el diseño central compuesto el cual permite ajustar modelos de regresión cuadrática, utilizando la variante Circunscrito (CCC).

Los puntos experimentales a obtener con este tipo de diseño son:

$$N = n_f + 2k + n_c$$

Donde:

n_f : 2^k puntos factoriales: máximo y mínimo del rango de cada variable.

$2k$: puntos axiales: nuevos extremos máximo y mínimo de cada factor.

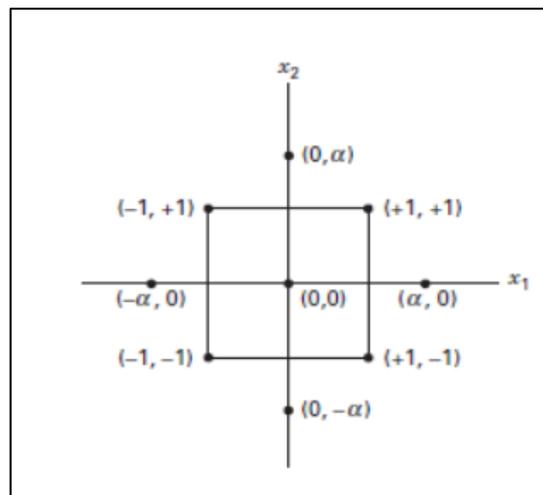
n_c : puntos centrales replicados.

El diseño central compuesto requiere especificar, además, un parámetro adicional determinante para determinar los puntos axiales. Distancia (α) de los puntos axiales al centro del diseño, para cumplir con la propiedad de rotabilidad.

$$\alpha = (2^k)^{1/4}$$

Este diseño cuenta con 5 niveles de factor ($-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha$): punto axial mínimo, punto factorial mínimo, punto central, punto factorial máximo y punto axial máximo.

Figura 3.1 Diseño Central Compuesto Circunscrito



Fuente: (Montgomery, 2013)

Para crear un diseño central compuesto utilizamos la función `ccd()` el cual tiene los siguientes argumentos:

basis: número de factores.

n0: número de puntos centrales.

randomize: valor lógico para indicar si desea aleatorizar las corridas experimentales.

alpha: valor numérico o string (“ortogonal”).

inscribed: valor lógico para indicar si queremos aplicar la versión del diseño inscrito.

coding: lista de fórmulas para codificar los factores del diseño.

El diseño escogido es “ortogonal”, donde dos vectores son ortogonales si la suma de los productos de sus elementos es igual a cero.

El rango sobre el cual se trabaja para cada variable es $\xi_1 = [126, 155]$ y $\xi_2 = [2, 6]$ y para convertir estas variables naturales en variables codificadas aplicamos:

$$x_1 = \frac{\xi_1 - [\max(\xi_1) + \min(\xi_1)]/2}{[\max(\xi_1) - \min(\xi_1)]/2}$$
$$x_2 = \frac{\xi_2 - [\max(\xi_2) + \min(\xi_2)]/2}{[\max(\xi_2) - \min(\xi_2)]/2}$$

Con dos factores, el valor de alpha (α) que se ha aplicado para crear los puntos axiales es de $(2^2)^{1/4} = 1,4142$. Por lo tanto, los niveles codificados para cada factor son de (-1.4142, -1, 0, 1, 1.4142). El objeto creado guarda estos valores codificados, aunque al imprimir en la consola de R Studio muestra los valores naturales.

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS

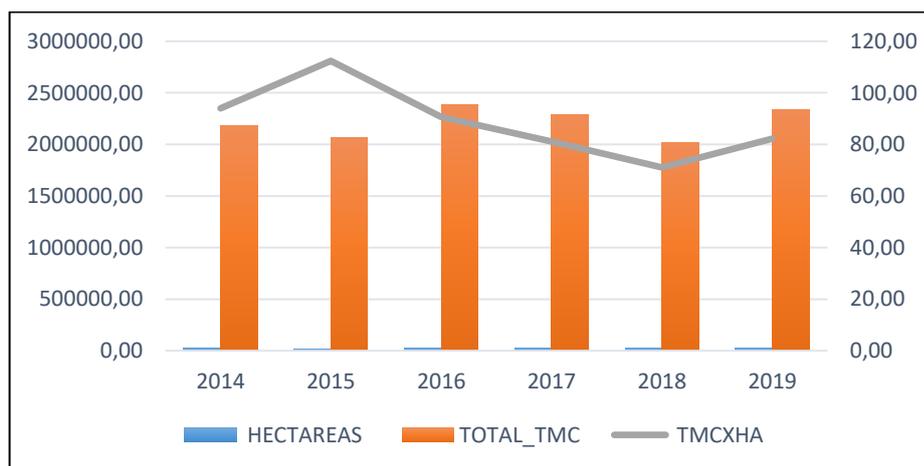
Antes de definir las variables de estudio se procede a examinar las estadísticas históricas de la industria azucarera, como se puede observar en la **Figura 4.1** el rendimiento ha tenido su punto alto en el 2015 el cual va en descenso hasta el 2018, año en el cual empieza un pequeño ascenso durante el 2019.

Cuadro 4.1 Producción de caña de azúcar en Industria Azucarera ABC

años	HECTAREAS	TOTAL_TMC	TMCXHA
2014	23169,15	2177408,12	93,98
2015	18341,12	2061007,12	112,37
2016	26279,61	2382826,58	90,67
2017	28179,60	2284617,47	81,07
2018	28433,44	2020843,87	71,07
2019	28412,40	2335419,30	82,20

Elaboración: Propia del autor

Figura 4.1 Producción de caña de azúcar en Industria Azucarera ABC



Elaboración: Propia del autor

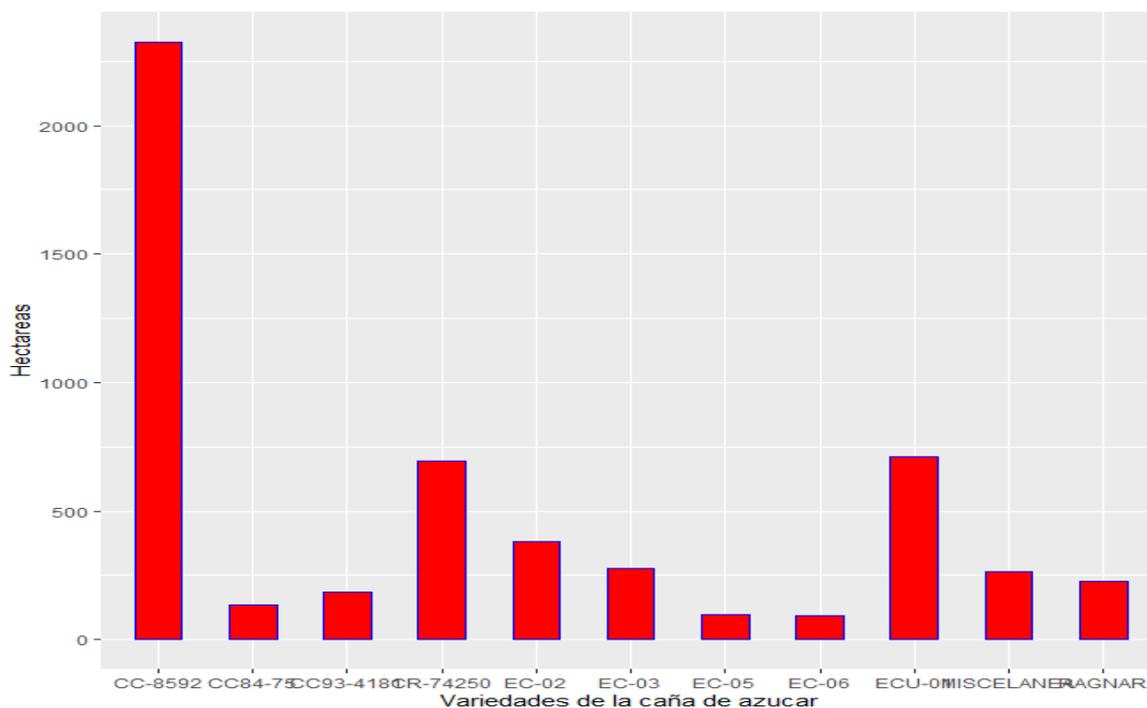
Según la **Figura 4.2** donde se aprecia la superficie cosechada según las variedades de caña que tiene la industria azucarera en sus campos de cultivo, la variedad que más hectáreas de caña cosechada es la CC-8592.

Cuadro 4.2 Hectáreas cosechadas según la variedad

Variedades de caña de azúcar	Hectáreas Cosechadas	Variedades de caña de azúcar	Hectáreas Cosechadas
CC-8592	2326	EC-04	47
ECU-01	713	CLONES	42
CR-74250	695	EC-07	42
EC-02	380	SP-792233	36
EC-03	275	CC92-2804	14
MISCELANEA	263	ECSP02-204	11
RAGNAR	226	CLONES 2000A	8
CC93-4181	186	CLON 247	7
CC84-75	135	ECSP03-590	7
EC-05	97	ECSP-242	6
EC-06	94	ECSP02-242	6
EC-08	80	PR-671070	2
CC93-4418	68	CC01-678	1
CC01-1228	59		

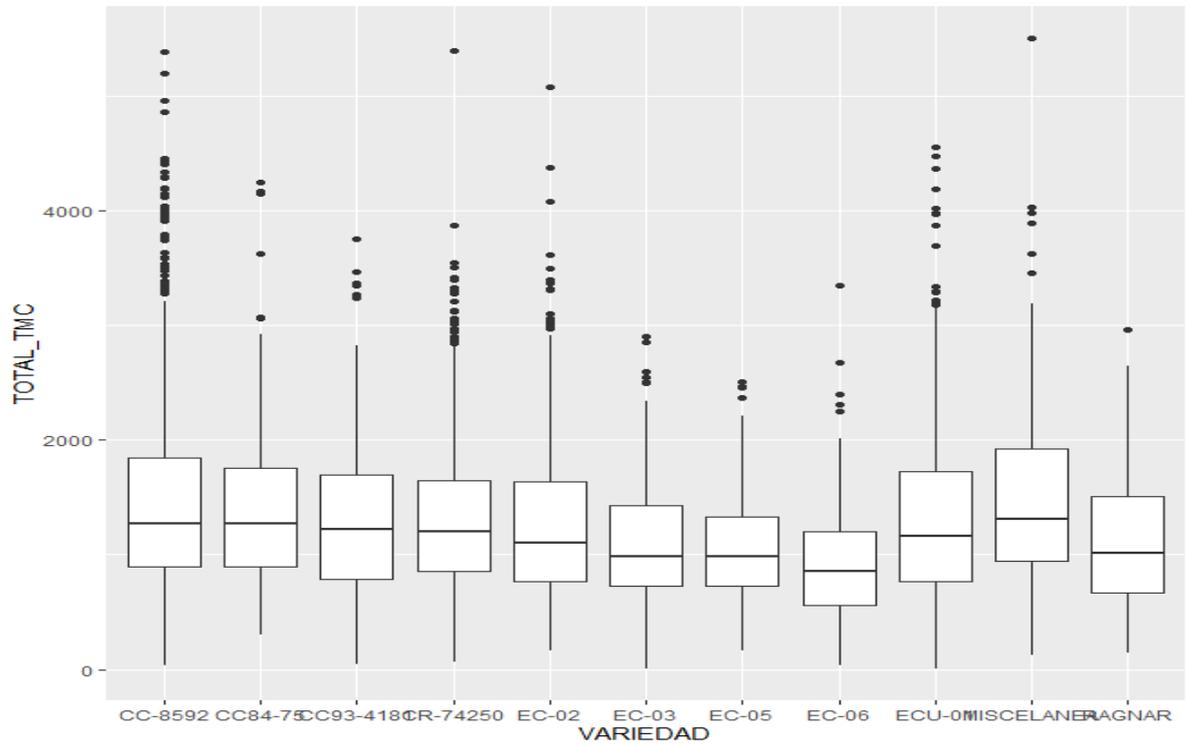
Elaboración: Propia del Autor

Figura 4.2 Hectáreas cosechadas según la variedad



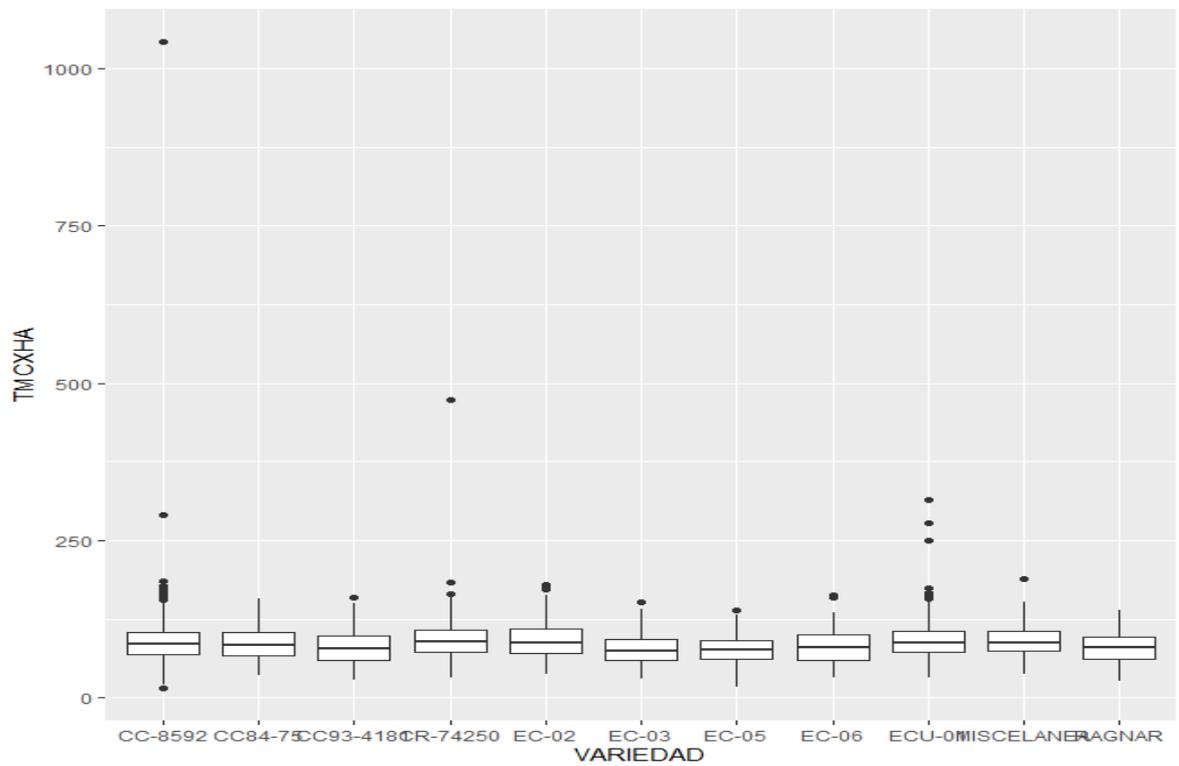
Elaboración: Propia del Autor

Figura 4.3 Diagrama de Caja de la Variedad vs la Producción



Elaboración: Propia del Autor

Figura 4.4 Diagrama de Caja de la Variedad vs el Rendimiento



Elaboración: Propia del Autor

4.1. Análisis de las variables para el modelo

Para el estudio en lo que respecta al modelo de segundo orden aplicando la metodología superficie de respuesta se consideraron las siguientes variables:

- Variedades de caña de azúcar (CC-8592)
- Hectáreas cosechadas (Has)
- Ciclo (Caña Planta)
- Riego (# de veces)
- Nitrógeno (Kg)
- Rendimiento (TMCXHA)
- Costos (\$)

4.2. Diseño de Superficie de Respuesta

Se aplica la función $ccd()$ para generar un diseño CCC (ortogonal) aleatorizado en dos bloques, con dos factores (Nitrógeno: x_1 , Riego: x_2) y 4 réplicas del punto central. El rango de $([-1, +1])$ de cada factor será: $x_1: [126, 155]$ $x_2: [2, 6]$

Cuadro 4.3 Diseño CCC (Orthogonal)

#	run.order	std.order	nitrógeno	riego
1	1	1	126.0000	2.000000
2	2	2	155.0000	2.000000
3	3	3	126.0000	6.000000
4	4	4	155.0000	6.000000
5	5	5	140.5000	4.000000
6	6	6	140.5000	4.000000
7	1	1	119.9939	4.000000
8	2	2	161.0061	4.000000
9	3	3	140.5000	1.171573
10	4	4	140.5000	6.828427
11	5	5	140.5000	4.000000
12	6	6	140.5000	4.000000

Elaboración: Propia del Autor

Las ecuaciones para codificar los factores serán:

$$x_1 = \frac{\xi_1 - [\max(\xi_1) + \min(\xi_1)]/2}{[\max(\xi_1) - \min(\xi_1)]/2} = \frac{\xi_1 - 140.5}{14.5}$$

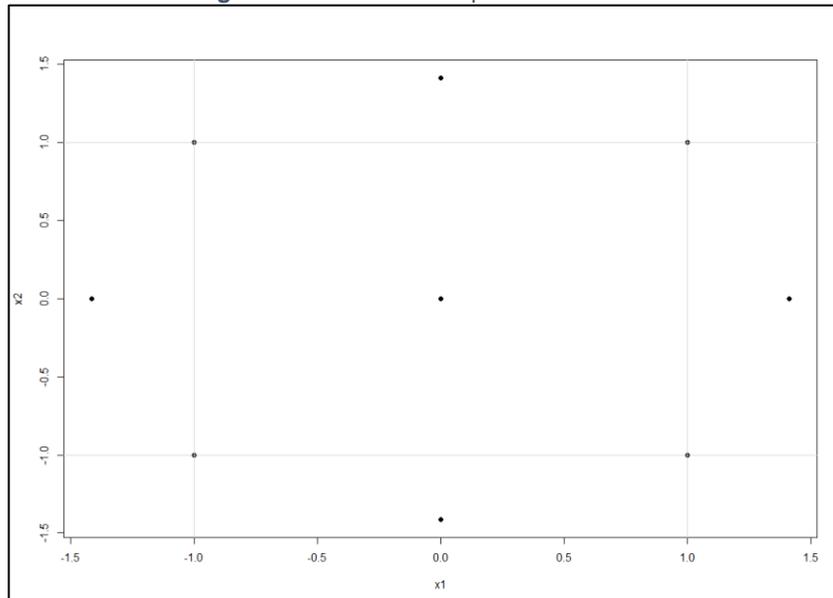
$$x_2 = \frac{\xi_2 - [\max(\xi_2) + \min(\xi_2)]/2}{[\max(\xi_2) - \min(\xi_2)]/2} = \frac{\xi_2 - 4}{2}$$

Cuadro 4.4 Diseño en unidades codificadas

#	run.order	std.order	x1	x2
1	1	1	-1.000000	-1.000000
2	2	2	1.000000	-1.000000
3	3	3	-1.000000	1.000000
4	4	4	1.000000	1.000000
5	5	5	0.000000	0.000000
6	6	6	0.000000	0.000000
7	1	1	-1.414214	0.000000
8	2	2	1.414214	0.000000
9	3	3	0.000000	-1.414214
10	4	4	0.000000	1.414214
11	5	5	0.000000	0.000000
12	6	6	0.000000	0.000000

Elaboración: Propia del Autor

Figura 4.5 Grafica de los puntos del diseño



Elaboración: Propia del Autor

Se procedió a realizar el diseño factorial con los puntos axiales $(x_1 = 0, x_2 \pm \alpha)$ y $(x_1 \pm \alpha, x_2 = 0)$ para crear un diseño CCC que permita evaluar el ajuste de un polinomio de grado 2. El rango elegido para el factor Nitrógeno $\xi_1 = [126, 155] \text{ kg}$, y para el riego $\xi_2 = [2, 6]$ veces que se riega. Además, se ha considerado una variable de respuesta y : *rendimiento*. Todos los valores del experimento del diseño son llevados a cabo en el mismo periodo de siembra, por lo que se decide no incluir una variable de bloqueo.

Cuadro 4.2 Diseño en unidades codificadas y el rendimiento

#	run.order	std.order	x1	x2	Rendimiento
1	1	1	-1.000000	-1.000000	80.10
2	2	2	1.000000	-1.000000	93.86
3	3	3	-1.000000	1.000000	133.91
4	4	4	1.000000	1.000000	101.90
5	5	5	0.000000	0.000000	97.75
6	6	6	0.000000	0.000000	91.17
7	1	1	-1.414214	0.000000	91.11
8	2	2	1.414214	0.000000	142.60
9	3	3	0.000000	-1.414214	93.37
10	4	4	0.000000	1.414214	141.82
11	5	5	0.000000	0.000000	88.38
12	6	6	0.000000	0.000000	85.90

Elaboración: Propia del Autor

Se dispone a ajustar el modelo de segundo orden a los datos, dirigido a la variable de respuesta y (rendimiento), para obtener el modelo polinómico de segundo grado y el resultado del ajuste es como se indica en la siguiente tabla 4.1.

Tabla 4.1 Summary del modelo (y = rendimiento)

```
Call:
rsm(formula = rendimiento ~ SO(x1, x2), data = datos_ccc)


```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	90.8000	8.0560	11.2711	2.917e-05	***
x1	6.8210	5.6965	1.1974	0.27630	
x2	16.2961	5.6965	2.8607	0.02877	*
x1:x2	-11.4425	8.0560	-1.4204	0.20532	
x1^2	9.3319	6.3688	1.4652	0.19320	
x2^2	9.7019	6.3688	1.5233	0.17851	

```

---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Multiple R-squared:  0.7191,    Adjusted R-squared:  0.485
F-statistic: 3.072 on 5 and 6 DF,  p-value: 0.1022

```

Elaboración: Propia del Autor

$$\hat{y} = 90.80 + 6.82x_1 + 16.29x_2 + 9.33x_1^2 + 9.70x_2^2 - 11.44x_1x_2$$

En el análisis del modelo (tabla 4.1) se puede visualizar que los estimadores de los parámetros de primer y segundo orden ($\beta_1, \beta_1^2, y \beta_2^2$) no son significativos (p-valor > 0.05) e incluyendo la interacción entre ambos factores, excepto el β_2 , que resultó ser el único coeficiente significativo para el modelo con un p-valor= 0.028, por lo tanto, el riego es el factor más significativo sobre el rendimiento.

A pesar de que el ajuste del modelo en su conjunto no resultó mayormente significativo (F=3.072, p-valor= 0.1022), pues presenta una bondad de ajuste ($R_{adj}^2 = 0.485$) y una falta de ajuste (tabla 4.2) significativa (p-valor = 0.0188), el punto estacionario se ubicó cerca de la zona de experimentación, por lo tanto, se procedió a buscar la dirección de máximo ascenso partiendo del punto estacionario encontrado.

Tabla 4.2 Tabla ANOVA

Analysis of Variance Table						
Response: rendimiento						
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
FO(x1, x2)	2	2496.70	1248.35	4.8088	0.05670	
TWI(x1, x2)	1	523.72	523.72	2.0175	0.20532	
PQ(x1, x2)	2	966.64	483.32	1.8618	0.23495	
Residuals	6	1557.58	259.60			
Lack of fit	3	1479.27	493.09	18.8910	0.01885	
Pure error	3	78.31	26.10			
Stationary point of response surface:						
	x1		x2			
	-1.378887		-1.652979			
Eigenanalysis:						
eigen() decomposition						
\$values						
[1]	15.241115		3.792635			
\$vectors						
		[,1]		[,2]		
x1	-0.6955866		-0.7184423			
x2	0.7184423		-0.6955866			

Elaboración: Propia del Autor

Por lo que en conjunto la aproximación de la curvatura en la respuesta por parte de este modelo es adecuada. Su ecuación, en unidades codificadas sería la siguiente:

El análisis canónico proporcionado (tabla 4.2), indica las coordenadas del punto estacionario, ($x_1 = -1.378887$ y $x_2 = -1.652979$) tanto en unidades codificadas como naturales. Se observan los valores propios del análisis canónico ($\lambda_1 = 15.24$ y $\lambda_2 = 3.79$), los mismos que al ser positivos indican que el punto estacionario hallado es el punto de mínimo rendimiento, y llevados a los valores originales se obtiene que transformando a los valores originales de la experimentación esos puntos son:

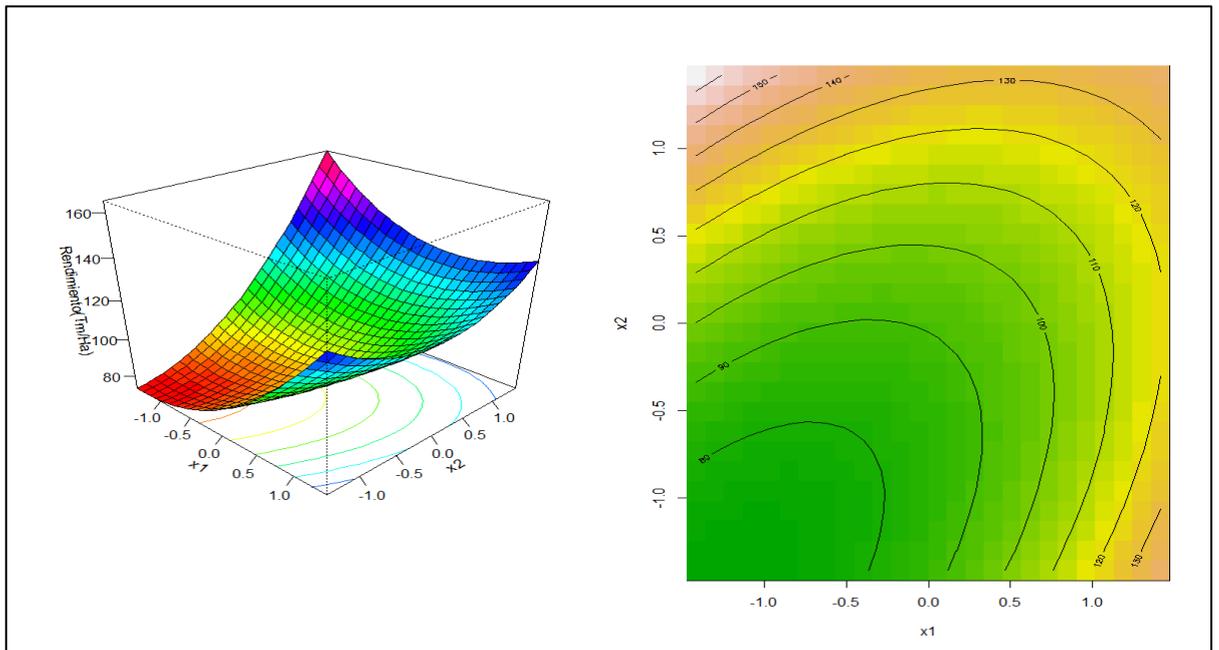
$$x_1 = \frac{\xi_1 - 140.5}{14.5}$$

$$\text{Nitrógeno } (x_1) = 120.50$$

$$x_2 = \frac{\xi_2 - 4}{2}$$

$$\text{Riego } (x_1) = 0.694$$

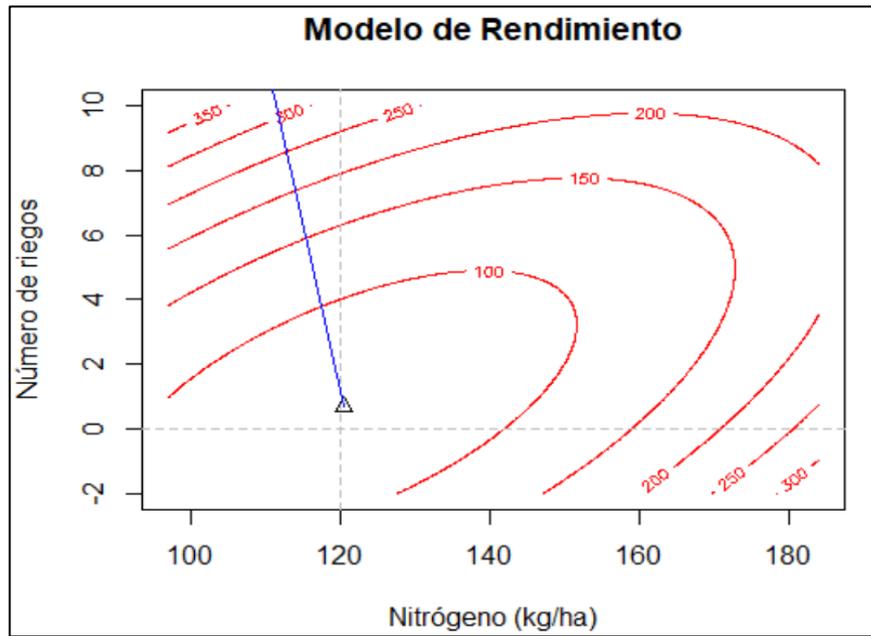
Figura 4.6 Superficie en 3D y Gráfico de Contornos



Elaboración: Propia del Autor

A partir del punto estacionario y de acuerdo al modelo donde se obtuvo que el riego es el factor más significativo para el rendimiento, se procedió a encontrar la dirección de máximo ascenso. Esta dirección de máximo ascenso es entonces el vector propio correspondiente al valor propio más alto generado por el modelo de superficie de respuesta, como se visualiza en la figura 4.7.

Figura 4.7 Gráfico de Contornos – Modelo de Rendimiento



Elaboración: Propia del Autor

CAPÍTULO 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Los estimadores de los parámetros de primer y segundo orden ($\beta_1, \beta_1^2, y \beta_2^2$) no son significativos (p-valor > 0.05) e incluyendo la interacción entre ambos factores, excepto el β_2 , que resultó ser el único coeficiente significativo para el modelo con un p-valor= 0.028, por lo tanto, el riego es el factor más significativo sobre el rendimiento.
- El ajuste del modelo en su conjunto no resultó mayormente significativo (F=3.072, p-valor= 0.1022), pues presenta una bondad de ajuste ($R_{adj}^2 = 0.485$) y una falta de ajuste significativa (p-valor = 0.0188).
- Los valores propios del análisis canónico son positivos por lo tanto indican que el punto estacionario es el punto de mínimo rendimiento, sin embargo, se procede a encontrar la dirección de máximo ascenso.
- La combinación de los máximos niveles de los factores involucrados en la producción de caña de azúcar resultantes, donde se utilizó los datos de la variedad CC-8592, por el contrario, no genera un óptimo rendimiento del volumen de hectáreas.

5.2. Recomendaciones

- Se experimente con otro tipo de variedad para analizar los puntos óptimos del rendimiento de la caña de azúcar.
- Considerando que el modelo de superficie de respuesta analizado en esta investigación, no cumple con las exceptivas propuestas, se aconseja analizar la influencia de la variable costo como variable de respuesta.

6. Referencias

- Alvis, A., & Vélez, C. A. (2008). Modelado del proceso de fritura del ñame (*Dioscorea alata*) mediante mediciones reológicas usando la metodología de superficie de respuesta. *Informacion Tecnologica*, 19(5), 11–18. <https://doi.org/10.1612/inf.tecnol.3958ait.07>
- Asuncion Gómez, R. (2017). *Optimización por el Método de superficie de Respuesta del Efecto de la proporción Stevia/Cedron y tiempo de Infusión en el sabor, olor y aceptabilidad general en la obtención de Té filtrante a partir de Stevia*.
- Camilo, E., Suárez, Z., David, J., Oballe, B., Carlos, L., & Muegue, D. (2008). Optimización del proceso de obtención de biodiesel a partir de aceite de palma y etanol, mediante el método de superficie de respuesta. *Prospectiva*, 6(1), 75–80.
- Carmona Gallegos, X. A. (2008). *Modelación y Optimización de una Línea de Producción a través de las Metodologías de Superficie de Respuesta y Algoritmos Evolutivos*.
- Domínguez Domínguez, J., & Castaño Tostado, E. (2010). *Diseño de Experimentos: Estrategias y Análisis en Ciencias e Ingeniería*. México: Universidad Autónoma de Querétaro.
- Fábio Ricardo. Marín, Moreno, M. A., Farías, A., Fernando.Villegas, Baide, J. M. R., & Maurits Van. den Berg. (2018). Modelación de la caña de azúcar en Latinoamérica. In *European Commission*. <https://doi.org/10.2760/79829>
- Figueroa Rodríguez, K. A., García García, A. M. T., Mayett Moreno, Y., Hernández Rosas, F., & Figueroa Sandoval, B. (2017). Factores que explican el rendimiento de caña de azúcar a nivel municipal en México. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 6(6), 1345. <https://doi.org/10.29312/remexca.v6i6.581>
- Guerrero Ruiz, K. S. (n.d.). *Optimización del jugo combinado de maracuyá y granadilla mediante el uso de la metodología de superficie de respuesta*.
- Gutiérrez Pulido, H., & de la Vara Salazar, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Lagos-Burbano, E., & Castro-Rincón, E. (2019). Caña de azúcar y subproductos de la agroindustria azucarera en la alimentación de rumiantes. *Agronomía Mesoamericana*.
- Martín, F., Velasco, A., & Once, F. (9 de mayo de 2012). *SlideShare*. Recuperado el 24 de mayo de 2016, de Comportamiento agroindustrial de 7 variedades de caña de azúcar a 900 ms.n.m, en la provincia de Morona Santiago, cantón Morona, Ecuador: <http://es.slideshare.net/INGPAKOWPN/comportamiento-agroindustrial-de-7-v>
- Montgomery, D. C. (2013). *Diseño y Analisis de Experimentos*. Arizona: Arizona State University.
- Ortiz Laurel, H., Salgado García, S., Castelán Estrada, M., & Córdova Sánchez, S. (n.d.). *Perspectivas de la cosecha de la caña de azúcar cruda en México*.
- Patiño, A. B. (2011). EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO AGROPRODUCTIVO E INDUSTRIAL DE 3 VARIETADES CERTIFICADAS DE CAÑA DE AZÚCAR DE ORIGEN CUBANO, FRENTE AL TESTIGO VARIEDAD CRISTALINA, EN LA ETAPA DE COSECHA, EN EL CANTÓN HUAMBOYA, PROVINCIA

- DE MORONA SANTIAGO. (*Tesis de Ingeniería*). UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA SEDE CUENCA, Cuenca.
- Pulido, H. G., & Salazar, R. d. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. México: MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A.
- Roca Vera, W. A. (2016). Caracterización de Variedades de caña de azúcar en los componentes estructurales agronómicos para la producción bio tecnológica de alimento animal en la fabricación de Saccharina Rustica como suplemento alimenticio, en el cantón Junín, Ecuador. (*Tesis de Ingeniería Agronómica*). Universidad de Guayaquil, Guayaquil.
- Saltos Zambrano, J. G. (2015). COMPORTAMIENTO AGRONÓMICO DE OCHO VARIETADES DE CAÑA DE AZÚCAR EN RÍO VERDE, PROVINCIA DE SANTA ELENA. (*Tesis de Ingeniería Agropecuaria*). Universidad Estatal Península de Santa Elena, Santa Elena.
- Tarazona, G. (2012). *MANEJO FITOSANITARIO DEL CULTIVO DE LA CAÑA PANELERA, MEDIDAS PARA LA TEMPORADA INVERNAL*. Obtenido de (EBOOK). ICA. Dirección Técnica de Sanidad Vegetal. ISBN 9789588214832. : <http://www.casadellibro.com/ebook-manejo-fitosanitario-d>
- Téllez-Mora, P., Peraza-Luna, F., Feria-Velasco, A., & Andrade-González, I. (2012). Optimización del proceso de fermentación para la producción de tequila, utilizando la metodología de superficie de respuesta (msr). *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 11(1), 163–176.
- Yaguas, O. J. (2017). Metodología de superficie de respuesta para la optimización de una producción agrícola (Vol. 16).