

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la  
Producción**

“Diseño y modelado de un sistema de aislamiento de vibración para una  
plataforma base con un instrumento de percusión”

**PROYECTO INTEGRADOR**

Previo a la obtención del Título de:

**Ingeniero Mecánico**

Presentado por:

**David Alejandro Nuñez Zambrano**

**Ramiro Andrés Román Romero**

GUAYAQUIL - ECUADOR

Año: 2021

## DEDICATORIA

''En primer lugar agradecer a Dios, a mis padres; Ramiro y Esthela, a mis tías; Hipatia y Chanena, además a mi abuela; Clara (QEPD) que desde el cielo ve como cumplo una de mis metas. Sin ellos no hubiera podido lograr una meta más en mi vida, gracias por su apoyo incondicional.''

*Ramiro Román*

''Gracias al apoyo incondicional de mis padres; Ana y Rafael, mis hermanos, tíos, abuelos, maestros, amigos y a todos aquellos los cuales sumaron de una u otra forma, dándome apoyo tanto a mi formación académica, como personal. Muchas gracias por haber estado presentes en mi vida.''

*David Nuñez*

## **AGRADECIMIENTO**

Nuestros más sinceros agradecimientos en primer lugar a Dios por permitirnos llegar a esta etapa de nuestra carrera. Al PhD. Christian Silva, a la MSc. Andrea Boero, al Ing. Ángel Encalada por aportar al desarrollo de este proyecto. Y al MSc. Vicente Adúm por brindarnos la idea de este proyecto, también a todas las personas que aportaron directa o indirectamente al desarrollo de este proyecto.

## DECLARACIÓN EXPRESA

“Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; Ramiro Andrés Román Romero y David Alejandro Nuñez Zambrano damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual”

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Ramiro', written over a horizontal line.

**Ramiro Andrés Román Romero**

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'David', written over a horizontal line.

**David Alejandro Nuñez Zambrano**

# EVALUADORES

---

**MSc. Andrea Boero V.**  
PROFESOR DE LA MATERIA

**Ph.D. Christian Silva S.**  
PROFESOR TUTOR

## RESUMEN

Las baterías eléctricas son instrumentos musicales cuyo objetivo es producir sonidos similares al de las baterías acústicas sin generar el ruido producido por éstas últimas. No obstante, de la reducción del ruido, estas pueden generar vibraciones indeseadas debido al golpeteo producido al accionar el pedal del bombo, entre las baquetas o los distintos tambores. Estas vibraciones se transmiten hacia el suelo, generando molestias en los habitantes de casa, vecinos y mascotas. Este proyecto tiene como objetivo diseñar un sistema de aislamiento de vibración y golpeteo para una batería eléctrica, modelando matemáticamente el sistema, optimizando los parámetros de amortiguamiento y la distribución de los elementos. Además, se busca impulsar el diseño de sistemas aisladores de vibraciones para baterías eléctricas, porque en el Ecuador no se fabrican. Se utilizó MATLAB y su herramienta Simulink, para realizar el modelado del sistema, las simulaciones para la validación de datos, obtención de resultados y gráficas. Se utilizó AutoCAD para la creación del diseño final y modelado del sistema propuesto. Se propuso tres diferentes alternativas de solución con la finalidad de elegir la mejor, tomando en cuenta parámetros importantes como el número de elementos a usar y las propiedades de dichos elementos. Al concluir el estudio se propone una distribución simétrica en la plataforma de la batería de diez resortes y diez amortiguadores. Con base en la constante de rigidez mecánica efectiva y la constante de amortiguamiento efectiva del sistema mejorado. Este esquema permite reducir al menos un 25 % la respuesta vibratoria del sistema.

**Palabras Clave:** Batería eléctrica, sistema de aislamiento, vibraciones, resortes, amortiguadores.

## ***ABSTRACT***

Electric drums are musical instruments intended to produce sounds similar to acoustic drums without generating the noise produced by acoustic drums. However, in spite of the noise reduction, they can generate unwanted vibrations due to the beating produced by the action of the bass drum pedal, between the drumsticks or the different drums. These vibrations are transmitted to the ground, causing discomfort to house inhabitants, neighbors and pets. The objective of this project is to design a vibration isolation system for an electric drum, mathematically modeling the system, optimizing the damping parameters and the distribution of the elements. In addition, it seeks to promote the design of vibration isolation systems for electric batteries, because they are not manufactured in Ecuador. MATLAB and its tool Simulink were used to perform the system modeling, simulations for data validation, obtaining results and graphs. AutoCAD was used to create the final design and modeling of the proposed system. Three different solution alternatives were proposed in order to choose the best one, taking into account important parameters such as the number of elements to be used and the properties of these elements. At the conclusion of the study, a symmetrical distribution of ten springs and ten dampers on the battery platform was proposed. Based on the effective mechanical stiffness constant and the effective damping constant of the improved system. This scheme allows at least a 25% reduction in the system's vibrational response.

***Key Words:*** *Electric battery, isolation system, vibrations, springs, dampers.*

# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	I
ABSTRACT .....	II
ÍNDICE GENERAL.....	III
SIMBOLOGÍA .....	V
ABREVIATURAS .....	VI
ÍNDICE DE FIGURAS .....	VII
ÍNDICE DE TABLAS .....	VIII
CAPÍTULO 1.....	1
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Descripción del Problema.....	1
1.2 Antecedentes .....	1
1.3 Justificación .....	2
1.4 Objetivos .....	2
1.4.1 Objetivo General.....	2
1.4.2 Objetivos específicos.....	2
1.5 Marco teórico .....	2
1.5.1 Radiación del sonido .....	3
1.5.2 Vibraciones Mecánicas .....	3
1.5.3 Aislamiento de Vibraciones .....	5
1.5.4 Modelado del Sistema .....	6
1.5.5 Factor de Amplificación Dinámico .....	6
CAPÍTULO 2.....	9
2 METODOLOGÍA.....	9
2.1 Parámetros de Diseño .....	9
2.1.1 Requerimientos del Cliente .....	9
2.1.2 Especificaciones de Diseño .....	10
2.2 Diseño de Forma .....	10
2.2.1 Alternativas de Diseño .....	10
2.3 Matriz de Decisión.....	13
2.4 Modelo matemático del sistema físico .....	14
2.4.1 Sistema masa-resorte-amortiguador (MRA) .....	14
2.4.2 Representación del modelo matemático usando espacios de estado. ....	16
2.4.3 Modelado de la fuerza de excitación.....	17
2.5 Validación del Diseño .....	18
2.5.1 Simulación .....	18

CAPÍTULO 3.....	21
3 RESULTADOS Y ANÁLISIS .....	21
3.1 Resultados de la simulación .....	21
3.1.1 Fuerza de Excitación .....	21
3.1.2 Frecuencia natural de la habitación .....	22
3.1.3 Factor de Amplificación Dinámico .....	23
3.1.4 Respuesta del sistema .....	27
3.2 Diseño de la propuesta de solución .....	28
3.3 Análisis de Costos .....	30
CAPÍTULO 4.....	32
4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	32
4.1 Conclusiones.....	32
4.2 Recomendaciones.....	32
BIBLIOGRAFÍA	
APÉNDICES	

## SIMBOLOGÍA

$C$	Constante de amortiguamiento	$\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$
$X$	Desplazamiento	$\text{m}$
$\dot{X}$	Velocidad	$\text{m}/\text{s}$
$\ddot{X}$	Aceleración	$\text{m}/\text{s}^2$
$\zeta$	Relación de amortiguamiento	$\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$
$\phi$	Fase del desplazamiento	
$w$	Frecuencia de la fuerza de excitación	$\text{rad}/\text{s}$
$w_n$	Frecuencia natural	$\text{rad}/\text{s}$
$X$	Amplitud de la oscilación	$\text{m}$
$k$	Constante de rigidez	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{s}$

## **ABREVIATURAS**

ESPOL	Escuela Superior Politécnica del litoral
FAD	Factor de Amplificación Dinámico
MRA	Masa - resorte - amortiguador

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Métodología Empleada .....	9
Figura 2.2	Alternativa de Solución 1 .....	11
Figura 2.3	Alternativa de Solución 2 .....	11
Figura 2.4	Alternativa de Solución 3 .....	11
Figura 2.5	Diagrama de fuerzas del Sistema Masa-Resorte-Amortiguador .....	14
Figura 2.6	Idealización de la plataforma de amortiguación.....	19
Figura 3.1	Forma de la onda.....	21
Figura 3.2	Fuerza de Excitación.....	22
Figura 3.3	Frecuencia Natural .....	23
Figura 3.4	FAD vs Relación de Frecuencia .....	25
Figura 3.5	FAD vs Número de Resortes .....	25
Figura 3.6	FAD vs Relación de Frecuencia .....	27
Figura 3.7	FAD vs Número de Resortes y Amortiguadores .....	27
Figura 3.8	Posición del Sistema vs Tiempo .....	28
Figura 3.9	Diseño de la solución del Sistema .....	29
Figura 3.10	Elementos mecánicos de reducción de vibraciones .....	29
Figura 3.11	Vista del Prototipo Final.....	30

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Especificaciones de Diseño.....	10
Tabla 2.2	Comparación de los criterios de diseño .....	12
Tabla 2.3	Matriz de decisión .....	13
Tabla 2.4	Condiciones de Simulación .....	19
Tabla 3.1	Variables de Simulación.....	23
Tabla 3.2	Número de Pelotas de Tenis variables .....	24
Tabla 3.3	Número de Amortiguadores y Resortes variables .....	26
Tabla 3.4	Tabla de Análisis de Costos .....	31

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Descripción del Problema

La práctica musical es una actividad común en el mundo, en la mayoría de los casos se practica en habitaciones o lugares sin ningún tipo de aislamiento de ruido o vibraciones, lo cual representa un problema para las personas que se encuentran alrededor. El uso de instrumentos de percusión exagera la incidencia de ruido, golpeteos y vibraciones no deseados en una edificación. Para realizar esta actividad, se necesita idealmente de una habitación que se encuentre aislada acústicamente con un adecuado sistema que proteja la tranquilidad y salud de las personas cercanas. Uno de los instrumentos musicales más ruidosos que existen es la batería acústica. Por esta razón algunos usuarios prefieren hacer uso de baterías electrónicas para no generar ruidos molestos, ya que este tipo de instrumentos generan una señal digital que se puede escuchar directamente con audífonos sin producir ruido. Lamentablemente, se pueden producir otros problemas debido al golpeteo constante que hay por parte del usuario con el pedal del bombo, el pedal del contratiempo, y las baquetas con los tambores. Chang (1998).

Estos pueden transmitir vibraciones hacia el piso y las paredes de la habitación que, debido a su construcción pueden amplificarse generando molestias e incomodidad. A través de este proyecto se busca implementar un sistema de aislamiento de golpeteos y vibración generada por una batería eléctrica para minimizar de manera óptima su incidencia sobre el edificio en que se encuentra ubicada. Para ello se prevé modelar el sistema dinámico, y la forma de la excitación externa, y estimar mediante un estudio de optimización, el tipo y cantidad de aisladores requeridos.

### 1.2 Antecedentes

La empresa Roland Corporation especializada en producción de equipos y sistemas musicales para el ámbito profesional y de entretenimiento, dispone de una alternativa para el problema planteado previamente, el cual consiste en un panel de aislamiento para pedestal V-Drum y pedestal Hit-Hat, logrando reducir el ruido y vibraciones en un 75%, el mismo que tiene un valor de \$144 dólares en los Estados Unidos, este dispositivo es solamente para el pedal y no para los otros elementos de la batería. Roland (2015)

### **1.3 Justificación**

Este proyecto se realiza puesto que en el mercado ecuatoriano existe poca disponibilidad de sistemas de aislamiento vibracional para instrumentos musicales de percusión, los que se encuentran disponibles están realizados de forma empírica o tienen un precio excesivamente alto en el mercado internacional, adicional a esto existe poca información sobre el modelado matemático de sistemas de percusión y su impacto sobre el bienestar y la salud de las personas que viven alrededor.

### **1.4 Objetivos**

#### **1.4.1 Objetivo General**

Diseñar un sistema óptimo de aislamiento de vibración y golpeteo para una batería eléctrica musical, mediante el modelado matemático del sistema y un estudio de optimización de parámetros de amortiguamiento, distribución y ubicación de aisladores de vibración en la plataforma sobre la cual se encuentra la batería musical.

#### **1.4.2 Objetivos específicos**

- Realizar el modelado matemático de una plataforma de soporte para un sistema de percusión musical que incluye las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema principal, del sistema secundario, y de los amortiguadores, desarrollado en MATLAB-Simulink.
- Analizar el sistema numérico, usando herramientas de análisis y procesamiento de señales, y funciones de MATLAB como `fft.m`, para evaluar las características modales del sistema.
- Optimizar el número de resortes y amortiguadores a emplear en el diseño final

### **1.5 Marco teórico**

En la actualidad la composición musical ha evolucionado a tal grado que es posible ejecutar melodías a través de instrumentos que captan y generan sonidos creados mediante sistemas resonantes en combinación de circuitos electrónicos, recopilando y analizando información que da como resultado una melodía similar al instrumento que se desea replicar, por ejemplo baterías, saxofones y guitarras electrónicas. Aparte de las ventajas digitales que estos instrumentos representan, es posible utilizarlos en un entorno de privacidad, lo que permite al usuario generar el espectro musical deseado

con la libertad de elegir si dicho sonido debe proyectarse a su alrededor con un amplificador, de manera silenciosa con audífonos, o incluso almacenarlo directamente en un dispositivo digital como un ordenador. Existe un apartado que sigue siendo un inconveniente al momento de lograr la privacidad deseada para la batería electrónica, y se trata de las excesivas vibraciones y golpeteos que se pueden transmitir a la estructura en la que se encuentran instalados, de modo que este caso de estudio se enfoca en la reducción de las vibraciones generadas por el baterista al hacer uso del instrumento.

### 1.5.1 Radiación del sonido

La definición de radiación del sonido está ligada a la intensidad que tiene una onda sonora, es decir, la velocidad a la que el sonido fluye, por lo tanto, se puede sugerir que, debido a que el sonido de los instrumentos de percusión fluye más rápido que en otro tipo de instrumentos, la radiación del sonido en estos tiene una mayor magnitud. Rossing et al. (2004)

A pesar de incluir la palabra sonido en su terminología, este tipo de radiación no hace referencia a este, sino a las ondas que se genera y las interferencias que se generan, así, la referencia más exacta está relacionada a la propagación de ondas por vibración. Ordiales (2007)

### 1.5.2 Vibraciones Mecánicas

Las vibraciones son un movimiento oscilatorio que se repite tras un determinado periodo de tiempo ( $T$ ). La respuesta de un punto sometido a movimiento vibratorio  $x$ , a través del tiempo " $t$ ", está descrita por la ecuación:

$$x = x_0 \sin(\omega t), \quad (1.1)$$

Donde  $x_0$  es la amplitud de movimiento, y  $\omega$  la velocidad angular o frecuencia de oscilación, cuyas unidades son radianes sobre segundos. La relación entre la frecuencia de oscilación y el período se establece mediante las siguientes ecuaciones:

$$\omega = 2\pi f \quad (1.2)$$

$$T = \frac{1}{f}, \quad (1.3)$$

Las vibraciones que se producen en el sistema pueden ser vibraciones libres o forzadas, se conoce como vibración libre cuando después de perturbar inicialmente un sistema se deja que este vibre por sí mismo, mientras que se conoce como vibración forzada cuando el sistema es sometido a una fuerza externa. Dentro de la ingeniería se busca reducir estas vibraciones ya que si la frecuencia externa es la misma que la frecuencia del sistema se produce un fenómeno llamado resonancia haciendo que el sistema sufra oscilaciones grandes produciendo fallas en el sistema. Un sistema se considera que no está amortiguado cuando no se pierde o se disipa energía debido a la fricción u otro elemento que pueda producir resistencia, en cambio si el sistema pierde energía se considera que está amortiguado. Singiresu (2012)

### **Vibraciones en estructuras**

La intensidad de las vibraciones generadas por cualquier fenómeno, medidas en valores de aceleración generan fuerzas internas en las estructuras, que varían de acuerdo con el peso y la altura a la que se generen dichas vibraciones, tal como sucede en un sismo. La respuesta de una estructura en un periodo de vibración es la resonancia, lo que aumenta las deformaciones y aceleraciones, en consecuencia, los esfuerzos de los elementos haciendo que estos elementos fallen. Caicedo (2014)

La generación de vibraciones en estructuras de diferentes orígenes tiene el mismo resultado, el deterioro de una edificación en periodo de vida útil, causando la degradación mecánica acelerada de sus componentes y cambiando las propiedades del sistema. Lazcano et al. (2011)

### **Vibraciones en Instrumentos Musicales de Percusión**

Los tambores en la antigüedad se realizaban de madera y la membrana sobre la cual se realizaba los golpes para producir el sonido, consistía en piel animal estirada. El sonido de los tambores depende mucho de la tensión que tiene esta membrana, ya que, es la membrana la que les da un tono definido. Con el paso de los años se ha ido utilizando materiales sintéticos para la elaboración de las membranas. Tambores como el bombo, el tambor tenor, conga, bongo, tienen dos membranas y cada membrana tiene una tensión diferente, los tambores de una sola membrana producen un sonido más suave y los tambores de dos

membranas tienen un tono más indefinido por lo cual se suelen usar en las orquestas.

Los platillos también son instrumentos de percusión que generan vibraciones, mientras que, en los tambores, las membranas soportan el impacto y la vibración es producida por el material y tensión de esta. En los platillos las vibraciones dependen de la rigidez del material. Mediante el uso de los patrones de Chladni se puede estudiar los modos de vibración de estos instrumentos, en donde si se colocan partículas gruesas como la sal o la arena sobre los platillos que se encuentran sobre una placa vibratoria las partículas se acumularán a lo largo de las líneas nodales, en cambio se utilizan partículas muy finas como el polvo estas tendrán un comportamiento opuesto, moviéndose a las zonas de máxima vibración. Rossing (1977)

### **1.5.3 Aislamiento de Vibraciones**

#### **Propiedades Mecánicas de una pelota de Tenis**

Dentro del presente proyecto las pelotas de Tenis tienen un papel importante ya que algunas soluciones para aislar las vibraciones de una batería eléctrica cuentan con pelotas de tenis en sus bases, es por eso por lo que se inicia el análisis investigando algunas propiedades de estos elementos; a saber: la rigidez dinámica  $k$  y la razón de amortiguamiento de la pelota  $\zeta$ .

Varios investigadores han reportado estudios para obtener estas características de una pelota de tenis, Yang y sus colegas durante su investigación representaron el impacto entre una pelota de tenis y una raqueta como un modelo no lineal. La pelota de tenis se representaba como un sistema masa-amortiguador-resorte.

En este experimento se supuso que la disipación de la energía se produce solamente en la pelota, al tener propiedades elásticas almacena la energía cinética como energía elástica y se pueden representar mediante resortes. La pérdida de energía se produce durante la deformación de la pelota y se modela como un amortiguador viscoso. Como resultado concluyó que una pelota de tenis de 56 g y un diámetro de 66 mm tiene una constante de rigidez  $k = 35$  kN/m, y una relación de amortiguamiento de  $\zeta = 9.47\%$ . Yang et al. (2012)

## **Amortiguador**

Se puede confundir el concepto de amortiguador con el de un resorte, lo que limitaría los sistemas de amortiguamiento únicamente a estructuras con resorte; sin embargo, existen diferentes tipos de amortiguadores como: disipadores de fluencia, extrusión de metales, con el uso de dispositivos amplificadores, basados en fluidos viscosos, entre otros. Stuardi et al. (2005)

### **1.5.4 Modelado del Sistema**

#### **Sistema Masa-Resorte-Amortiguador**

Un sistema masa-resorte-amortiguador (MRA) es un modelo matemático básico para explicar el movimiento oscilatorio de cuerpo de masa  $m$ , mediante un resorte con una constante de rigidez  $k$  y un amortiguador con una relación de amortiguamiento  $\zeta$  que se utilizará como sistema principal, y también como sistema secundario para ayudar a reducir las vibraciones. Kinsler et al. (2000)

Para plantear el sistema en el presente proyecto se considera una fuerza excitadora que genera las vibraciones en el sistema, la cual será modelada a través de MATLAB. MATLAB (2021)

### **1.5.5 Factor de Amplificación Dinámico**

En la práctica de la ingeniería siempre va a ser un punto importante el análisis y predicción de la respuesta de una estructura o sistema mecánico a la excitación por fuerzas externas, como el movimiento de los puentes por las cargas de viento o terremotos, así como las vibraciones del suelo debido al tráfico vehicular. Las fuerzas externas de excitación pueden ser estáticas o dinámicas. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones ingenieriles las fuerzas dinámicas toman protagonismo, es decir, aquellas que son variables en el tiempo y que están excitando armónicamente un sistema. Thomson (1996)

A partir de la solución que se tiene para un sistema masa-resorte-amortiguador común y considerando que la fuerza de excitación es dinámica, la solución se compone de una función trigonométrica de la forma:

$$x = X \sin(\omega t - \phi), \quad (1.4)$$

Donde  $X$  es la amplitud de la oscilación,  $\phi$  es la fase del desplazamiento con respecto a la fuerza de excitación y  $\omega$  es la frecuencia de la fuerza de excitación. Por lo general, tanto la amplitud como la fase se presentan de forma adimensional, ya que en una forma adimensional se provee la facilidad para realizar gráficos guías de interpretación general. Thomson (1996)

Es así como aparece el concepto de factor de amplificación dinámico, que contiene inmersa la amplitud máxima de la fuerza de excitación ( $F_0$ ), y la constante elástica del resorte ( $k$ ), como se muestra a continuación:

$$FAD = \frac{Xk}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right)^2}}. \quad (1.5)$$

Asimismo, la fase del desplazamiento, expresada solo en términos del factor de amortiguamiento, la frecuencia de la fuerza excitadora y la frecuencia natural de la oscilación no amortiguada está dada por:

$$\tan \phi = \frac{2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}. \quad (1.6)$$

### **Fuerza ejercida por un baterista sobre el bombo a través del pedal de una batería**

La intensidad del sonido en las baterías musicales es muy fuerte, ya que el baterista golpea impulsivamente un conjunto de instrumentos como tambores y platillos (el bombo es golpeado impulsivamente mediante un mecanismo de pedal mecánico). Para aumentar el número de golpeteos por minuto en un bombo, se agregó un eje de transmisión con otro pedal siendo impulsado por ambos pies, algunos bateristas pueden generar 280 golpeteos por minuto en el bombo con el pedal doble. En un concierto, un baterista puede usar el pedal durante aproximadamente una hora con solo breves intervalos entre canciones. Usando un promedio aritmético, hay alrededor de 10.000 golpes en el bombo. Kollias (2002)

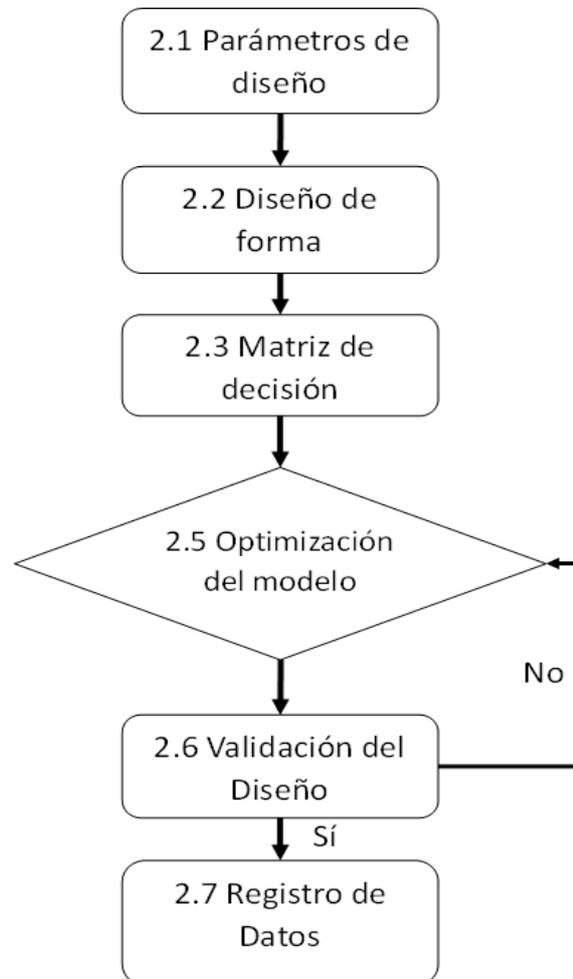
Salvalaio y sus colaboradores evaluaron el esfuerzo muscular que realiza un baterista a la hora de accionar el pedal del bombo. En este estudio, se midió la fuerza que aplica el baterista sobre el bombo a través de dos instrumentos de medición: el dinamómetro y una báscula. La medición de

estos datos se realizó sentando al baterista en una posición similar a la que tiene cuando toca la batería y se ató el eje de la masa del pedal a uno de los extremos del dinamómetro. La fuerza máxima medida con el dinamómetro fue de 45 N, la fuerza media fue de 20 N, y la fuerza mínima de 5 N. Para realizar las mediciones con la báscula se colocó el instrumento en una posición vertical de modo que el baterista al hacer uso del pedal golpee la masa del pedal contra la báscula, con este instrumento el peso máximo que se obtuvo fue de 4 kg, el peso medio entre 1 kg y 2 kg, y el mínimo de 0.5 kg. Estos datos tienen cierta variación ya que los dinamómetros son instrumentos de medición que están diseñados para la toma de datos pruebas de laboratorio por lo cual tienen una mayor precisión.

# CAPÍTULO 2

## 2. METODOLOGÍA

La metodología aplicada para el diseño del sistema de aislamiento de vibración y golpeteo para un instrumento de percusión musical se presenta en la figura 2.1.



**Figura 2.1: Metodología Empleada [Elaboración propia]**

El proceso estará conformado por los siguientes pasos:

### 2.1 Parámetros de Diseño

Los parámetros de diseño del sistema de aislamiento de vibraciones están dados bajo los requerimientos del cliente con el objetivo de buscar una solución que sea funcional, óptima, y que utilice elementos que se encuentren disponibles en el mercado nacional.

#### 2.1.1 Requerimientos del Cliente

Los requerimientos del cliente para la elaboración del actual proyecto son los siguientes:

- Tamaño compacto.
- Económico.
- Eficiente.
- Fácil de Instalar.
- Utilizar productos disponibles en el mercado nacional.

### 2.1.2 Especificaciones de Diseño

Para que el diseño del sistema de aislamiento cumpla con los requisitos del cliente y con los requisitos de sistemas de amortiguación de dispositivos de aislamiento para instrumentos musicales, que se encuentran disponibles en el mercado internacional se establecieron los parámetros que se muestran en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1: Especificaciones de Diseño  
[Elaboración propia]**

Especificaciones de Diseño	Características
Dimensiones de la plataforma	Longitud: 1.47 m Ancho: 0.86 m Altura: 0.2 m
Reducción de las vibraciones	$\geq 25\%$
Relación de Amortiguación $\zeta$	$10\% \leq \zeta \leq 20\%$

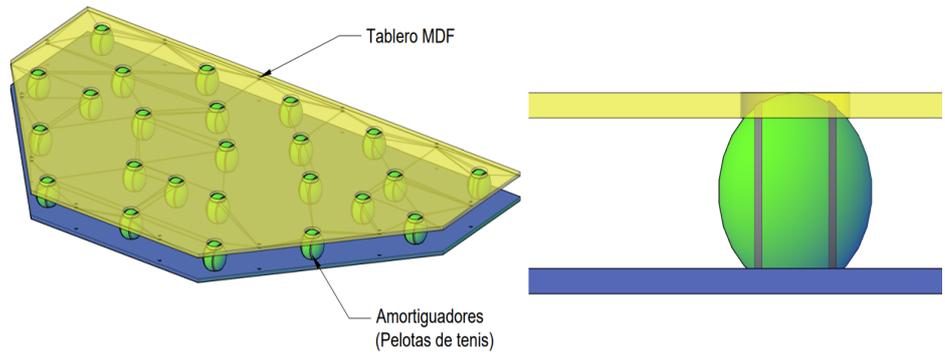
## 2.2 Diseño de Forma

Con los requerimientos y especificaciones de diseño brindados por el cliente se plantearon tres posibles alternativas de solución, de las cuales se eligió la mejor, utilizando una herramienta conocida como “Matriz de Decisión”.

### 2.2.1 Alternativas de Diseño

Todas las alternativas de solución están basadas sobre la plataforma en la que se encuentra ubicada la batería eléctrica. La primera alternativa de solución para reducir las vibraciones, la planteó el cliente de este proyecto, el cual propone colocar pelotas de tenis debajo de la plataforma para que actúen como amortiguadores y resortes, tal como se puede observar en la figura 2.2. La segunda alternativa de solución es colocar amortiguadores y resortes debajo de la plataforma con el objetivo de reducir las vibraciones, tal como se puede observar en la figura 2.3. La tercera y última alternativa de solución es colocar espuma aislante, tal como se puede observar en la figura 2.4.

Solución 1:



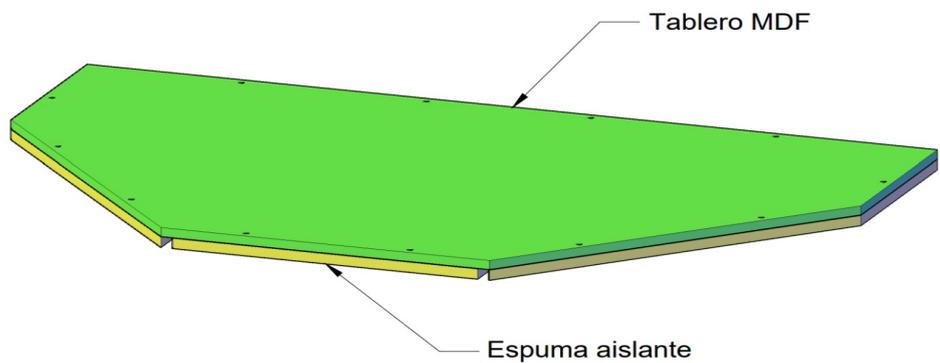
**Figura 2.2: Alternativa de Solución 1  
[Elaboración propia]**

Solución 2:



**Figura 2.3: Alternativa de Solución 2  
[Elaboración propia]**

Solución 3:



**Figura 2.4: Alternativa de Solución 3  
[Elaboración propia]**

Con el objetivo de obtener la mejor solución para la problemática se consideraron los siguientes aspectos como los criterios más importantes en el diseño del proyecto:

- **Rendimiento:** Este criterio hace referencia al óptimo desempeño del diseño del sistema para reducir las vibraciones cumpliendo los requerimientos del cliente en reducir las vibraciones en al menos un 25 %.
- **Manufactura:** Este criterio hace referencia a la facilidad de fabricación del sistema de aislamiento, teniendo en cuenta que los elementos para su fabricación se deben conseguir en el mercado local.
- **Costo:** Este criterio hace referencia al costo total del proyecto, teniendo en cuenta la inversión necesaria para obtener los resultados deseados.
- **Instalación:** Este criterio hace referencia a la facilidad de montar el sistema teniendo en cuenta que se lo realizará en un espacio reducido.
- **Estética:** Este criterio hace referencia a qué tan atractivo se verá el diseño una vez terminado.

Para determinar cuál es el criterio de mayor importancia se realizó una tabla de comparación, en donde se comparó cada uno de los criterios con los otros. Cuando se comparó a un criterio consigo mismo, por ejemplo: ‘ ‘Rendimiento vs Rendimiento ‘ ‘; se asignó un valor de 5, como se puede ver en la Tabla 2.2.

**Tabla 2.2: Comparación de los criterios de diseño [Elaboración propia]**

<b>Criterios de Diseño</b>	<b>Rendimiento</b>	<b>Manufactura</b>	<b>Costo</b>	<b>Instalación</b>	<b>Estética</b>	<b>Total</b>	<b>Peso %</b>
Rendimiento	5	7	8	8	9	37	28.47
Manufactura	4	5	7	6	7	29	22.30
Costo	3	5	5	4	7	24	18.46
Instalación	3	3	5	5	7	23	17.69
Estética	1	3	4	4	5	17	13.08
<b>Total</b>						<b>130</b>	<b>100</b>

**Los pesos de correlación se miden en el rango 1 – 10, en el que 1 implica un valor menos importante, y 10 más importante.**

El rendimiento del diseño fue el criterio de diseño con mayor peso (28.47%), por eso debe primar que el diseño a realizar reduzca las vibraciones del sistema. El segundo criterio con mayor peso (22.30%) es la manufactura ya que los componentes de diseño del proyecto deben ser fáciles de fabricarse o encontrarse en el mercado nacional. El costo es el tercer criterio con mayor peso (18.46%) y es algo importante para tener en cuenta debido a que la solución se va a brindar no puede tener un costo mayor de lo que vale el instrumento musical. Los otros criterios como la instalación (17.69%) y la estética (13.08%) son de menor importancia ya que el cliente no tiene restricciones en cuanto a estos parámetros y además lo que se busca es la solución del problema.

### 2.3 Matriz de Decisión

La matriz de decisión es una herramienta que reúne de manera compacta todos los datos necesarios para elegir la mejor solución al problema presentado. Es una tabla que está formada por filas y columnas, en donde las columnas representan las diferentes alternativas de solución y en las filas se colocan los criterios de diseño para seleccionar la mejor solución, la calificación que se le asigna a cada criterio para cada alternativa se multiplica por el peso del respectivo criterio. Una vez hecho esto, se suman los puntajes para cada fila y la mejor solución es aquella con mayor puntaje, como se puede ver en la Tabla 2.3.

**Tabla 2.3: Matriz de decisión [Elaboración propia]**

<b>Requerimientos técnicos</b>	<b>%</b>	<b>Alternativa 1</b>	<b>Alternativa 2</b>	<b>Alternativa 3</b>
Rendimiento	28.47	6	9	5
Manufactura	22.30	7	8	7
Costo	18.46	9	7	8
Instalación	17.69	8	8	7
Estética	13.08	7	6	8
<b>Total</b>	<b>100 %</b>	<b>7.26</b>	<b>7.84</b>	<b>6.75</b>

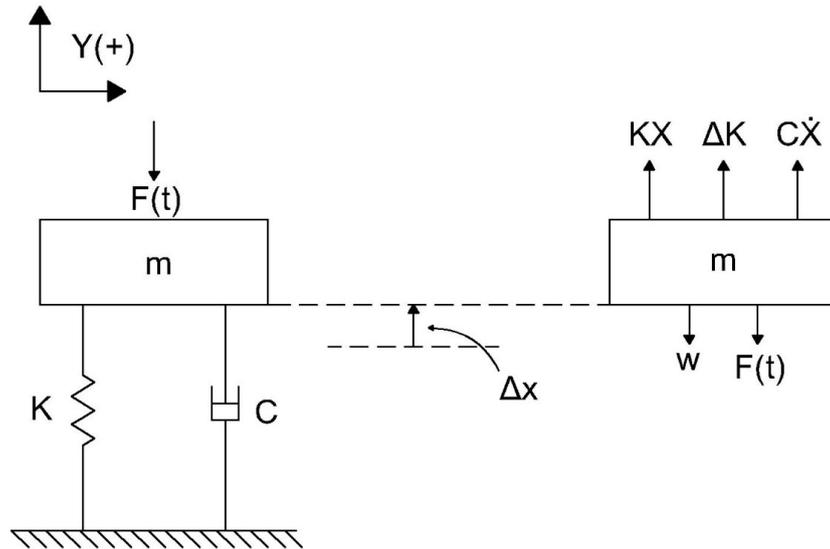
**Los pesos de correlación se miden en el rango 1 – 10, en el que 1 implica un valor menos importante; y 10, el más importante.**

Como se observa, la Alternativa 2 fue la ganadora con un puntaje de 7.84. El modelo matemático en MATLAB también fue una herramienta importante ya que al conocer las constantes mecánicas de cada sistema y las condiciones a las cuales estarán sometidos las alternativas permitió realizar simulaciones y tener una mejor perspectiva del rendimiento esperado de cada una de las alternativas.

## 2.4 Modelo matemático del sistema físico

### 2.4.1 Sistema masa-resorte-amortiguador (MRA)

El sistema MRA es la base para la construcción del modelo matemático del sistema físico de este trabajo. La figura 2.5 muestra en detalle el diagrama de cuerpo libre (DCL) del sistema MRA.



**Figura 2.5: Diagrama de fuerzas del Sistema Masa-Resorte-Amortiguador [Elaboración propia]**

La aplicación de la Segunda ley de Newton es fundamental para empezar con la obtención de las ecuaciones estáticas del sistema, como se muestra a continuación. Además, se considera que el sistema MRA trabaja bajo la acción de una fuerza externa que actúa como entrada o excitación.

$$(\uparrow +) \sum F_y = m\ddot{y}, \quad (2.1)$$

Donde  $F_y$  son las fuerzas en dirección  $y$ , y los puntos sobre las variables representan derivadas con respecto al tiempo. Esto produce:

$$-F_r - F_a + mg + F(t) = m\ddot{y}, \quad (2.2)$$

Donde  $F_r$  es la fuerza producida por el resorte,  $F_r = ky$ , y  $F_a$  es la fuerza de amortiguación,  $F_a = cy$ . Reemplazando estas relaciones y reacomodando los términos produce la ecuación:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t) + mg. \quad (2.3)$$

Considerando que el desplazamiento estático,  $y_{st}$  de la masa debida a su peso se halla igualando  $\dot{y} = \ddot{y} = 0$ , cuando no hay fuerzas externas actuando, es decir cuando  $F(t) = 0$ :

$$ky_{st} = mg \implies y_{st} = \frac{mg}{k}. \quad (2.4)$$

Suponiendo que, en vez de medir la posición del bloque desde la posición sin estirar del resorte, se lo hace desde la posición de desplazamiento estático, se define un cambio de variable:

$$z = x - x_{st}. \quad (2.5)$$

De tal manera que  $x_{st}$  sea constante para cualquier tiempo. Entonces  $\dot{z} = \dot{y}$ , y  $\ddot{z} = \ddot{y}$ , lo que produce:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + k(z + y_{st}) = F(t) + mg. \quad (2.6)$$

Simplificando:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz + ky_{st} = F(t) + mg, \quad (2.7)$$

Y recordando la relación de la Ec.(2.4) se tiene finalmente:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F(t). \quad (2.8)$$

Para efectos de los cálculos posteriores es importante que la última ecuación del grupo anterior sea dividida en ambos lados por la masa del sistema, resultando como se muestra a continuación.

$$\ddot{z} + \frac{c}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{1}{m}F(t) \quad (2.9)$$

En un sistema armónico general, se debe introducir también el concepto de frecuencia natural ( $\omega_n$ ), la cual está relacionada íntimamente con la constante elástica del resorte y la masa del sistema. Por lo tanto, la siguiente ecuación describe dicha relación entre variables.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.10)$$

El concepto de la frecuencia natural del sistema también es necesario relacionarlo con el amortiguador, por lo que la siguiente ecuación describe dicha interacción.

$$\frac{c}{m} = 2\zeta\omega_n \quad (2.11)$$

#### 2.4.2 Representación del modelo matemático usando espacios de estado

Se define el espacio de estados como un método por el cual un espacio vectorial que contiene los estados de un sistema dinámico puede ser reescrito como una serie de ecuaciones de primer orden, para finalmente pasar a una forma matricial, dada por:

$$\dot{X} = \mathbf{A}X + \mathbf{B}U \quad (2.12)$$

$$Y = \mathbf{C}X + \mathbf{D}U, \quad (2.13)$$

Donde:

**A** : Matriz de estados

**B** : Matriz de entradas

**C** : Matriz de salidas

**D** : Matriz de rendimiento

**X**: Vector de estados

**Y**: Vector de salidas

**U**: Vector de entradas.

Partiendo de la Ec.(2.9) y con la ayuda de un cambio de variables  $x_1 = z$ , y  $x_2 = \dot{z}$ , se produce:

$$\dot{x}_2 + \frac{c}{m}x_2 + \frac{k}{m}x_1 = \frac{1}{m}F(t). \quad (2.14)$$

Reescribiendo esta expresión:

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{1}{m}F(t), \quad (2.15)$$

Y recordando que

$$\dot{x}_1 = x_2. \quad (2.16)$$

Se puede expresar las ecuaciones Ec.(2.15) y Ec.(2.16) de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F(t). \quad (2.17)$$

Si se considera que:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}; \quad U = F(t),$$

Se tiene la Ec.(2.12). Similarmente, para el caso de las salidas de este sistema, se define que las mismas sean la posición, velocidad y aceleración de la masa:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F(t). \quad (2.18)$$

En este caso, si se considera que:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix},$$

Se tiene la Ec.(2.13).

### 2.4.3 Modelado de la fuerza de excitación

Se realizó el modelado matemático de la fuerza de excitación que actúa sobre nuestro sistema, es decir de la fuerza que ejerce el baterista al golpear el pedal de la batería contra el bombo. Se debe mencionar que no existe un modelo matemático de esta fuerza, y siendo un dato de entrada importante para nuestro proyecto, se realizó el modelado de la función teniendo en cuenta diferentes factores. Para obtener la forma de nuestra función se multiplicó una función seno por una función exponencial, todo esto con la finalidad de obtener una gráfica similar a la que obtiene Andreas Wagner en su tesis ‘‘Análisis de golpes de tambor’’, en donde representa la fuerza que se genera al golpear la membrana de un tambor. En nuestro proyecto, la membrana del bombo es golpeada por el pedal, por lo cual, una vez obtenido el modelo matemático se deberá restringir la amplitud de dicha fuerza. Wagner (2006)

La amplitud de esta fuerza tiene un rango desde los 5 N hasta los 45 N, estos valores se delimitaron gracias a la investigación realizada por Salvalaio, en donde analiza el esfuerzo muscular y la fuerza que aplica un baterista al golpear el pedal del bombo. Salvalaio et al. (2011)

La función se muestra a continuación, en donde la variable  $f_n$  representa la frecuencia natural y la variable  $t$  el tiempo. La forma de esta función se puede observar en la figura 3.1, la cual se asemeja a cuando se golpea la membrana de un tambor. Wagner (2006)

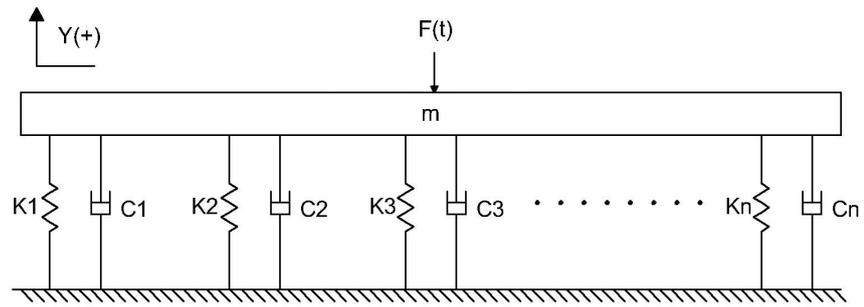
$$F(t) = \sin(2\pi * f_n * t) * e^{-f_n * 10 * |t|}$$

Finalmente, para obtener la fuerza de excitación a dicha función se le aplicó un tren de pulsos con valores aleatorios, para simular la acción que realiza el baterista, ya que el baterista puede ejercer diferentes valores de fuerza mientras toca una misma melodía.

## 2.5 Validación del Diseño

### 2.5.1 Simulación

Con el modelo matemático desarrollado, se realizan simulaciones en MATLAB y Simulink, con el fin de optimizar el número de resortes y amortiguadores necesarios para reducir las vibraciones del sistema, con el objetivo de reducir el factor de amplificación dinámica del sistema. Para ello, se varía ciertas constantes dentro del modelo matemático como la constante de rigidez  $k$  y la razón de amortiguamiento  $\zeta$ . Debido a la posición horizontal de la plataforma sobre la cual se encuentra ubicada la batería, se colocan tanto los amortiguadores como los resortes de forma paralela tal como se puede observar en la figura 2.6, por lo cual al estar ubicados de esta manera las constantes equivalentes se obtienen al sumar cada una de las constantes individuales asumiendo que todas tienen el mismo valor.



**Figura 2.6: Idealización de la plataforma de amortiguación [Elaboración propia]**

La constante de rigidez equivalente del sistema mostrado es:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n, \quad (2.19)$$

Donde  $k_i$  es la constante de rigidez de cada uno de los resortes ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). De forma similar, la constante de amortiguamiento equivalente es:

$$c_{eq} = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n, \quad (2.20)$$

Donde  $c_i$  es la constante de amortiguamiento de cada amortiguador utilizado. Las condiciones de simulación del sistema son las que se presentan en la Tabla 2.4, ya que la masa total del sistema es constante e igual a 35 kg, debido a que los elementos que componen la batería no cambian. Las condiciones iniciales de posición y velocidad son iguales a cero, debido a que el sistema inicia desde el reposo.

**Tabla 2.4: Condiciones de Simulación [Elaboración propia]**

Parámetros de Simulación	Valores de Simulación
Masa del sistema [kg]	35
Posición inicial [m]	0
Velocidad inicial [m/s]	0
Aceleración inicial [m/s <sup>2</sup> ]	0
Tiempo de simulación [s]	35

Una vez realizado el modelo matemático del sistema en MATLAB, mediante el método de espacio de estados, se desarrollaron dos diferentes sistemas, un sistema inicial y un sistema mejorado, para poder realizar una comparación de cómo el sistema mejorado reduce las

vibraciones excesivas con respecto al sistema inicial, es decir para poder realizar una comparación de los parámetros físicos de cada sistema, y así obtener la optimización del sistema, reduciendo las vibraciones de manera más efectiva.

A través del registro de datos se pudieron realizar diferentes gráficas para comparar el comportamiento de estos sistemas.

# CAPÍTULO 3

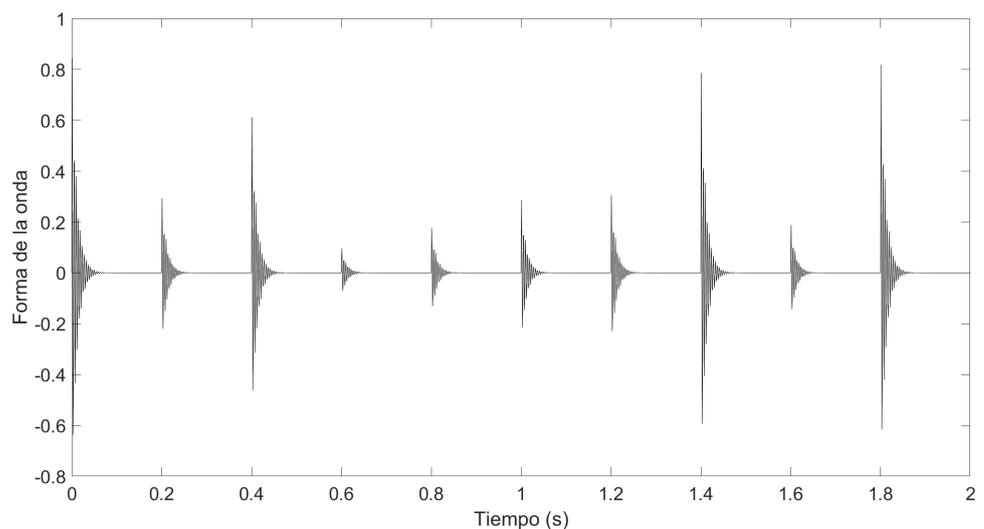
## 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

### 3.1 Resultados de la simulación

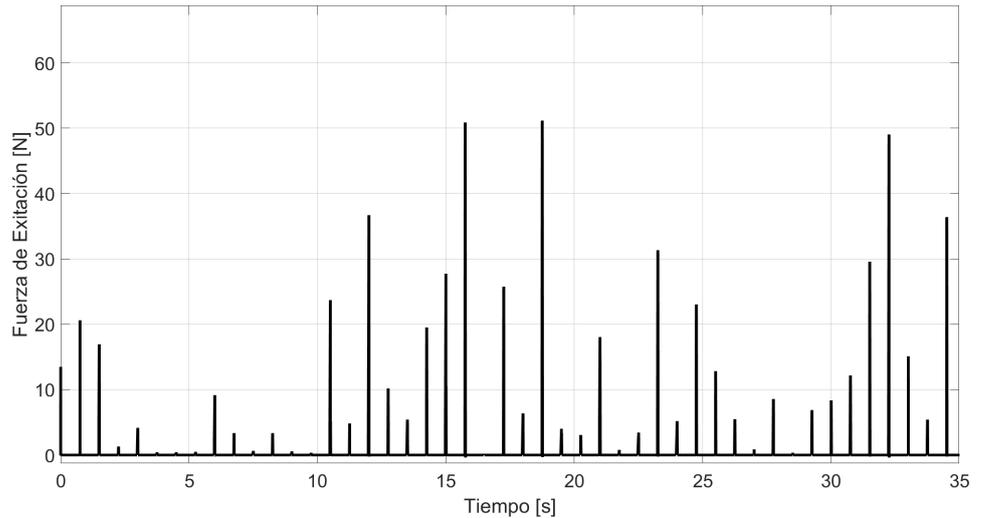
#### 3.1.1 Fuerza de Excitación

La fuerza de excitación del sistema se obtuvo a través de la simulación en MATLAB, a través de un modelo matemático la fuerza que produce el baterista al golpear el pedal de la batería contra el bombo. Para el modelado y limitaciones de esta fuerza se utilizó, la investigación hecha por Salvalaio, la cual nos ayudó a poder restringir la amplitud de la fuerza en un intervalo de tiempo determinado.

La forma de esta función se puede observar en la figura 3.1, la cual se asemeja a cuando se golpea la membrana de un tambor. A partir de la función anterior, se modeló la fuerza de excitación, utilizando un tren de pulsos para simular el golpeteo constante que produce el baterista sobre el bombo, tal como se lo puede observar en la figura 3.2 la Fuerza de Excitación está dada en Newtons [N] y está representada a través del tiempo, cuyos valores oscilan entre los 5 N y 45 N aproximadamente. Esto se debe a que el golpeteo que ejerce el baterista con el pedal sobre la membrana del bombo no es un golpeteo constante ni con la misma intensidad debido a que está interpretando una melodía que tiene diferentes tonos y ritmos. Salvalaio et al. (2011)



**Figura 3.1: Forma de la onda [Elaboración propia]**



**Figura 3.2: Fuerza de Excitación vs Tiempo  
[Elaboración propia]**

En la sección de Anexos se puede encontrar el código utilizado en Matlab y los diferentes parámetros que intervienen para el modelado y obtención de esta fuerza de excitación.

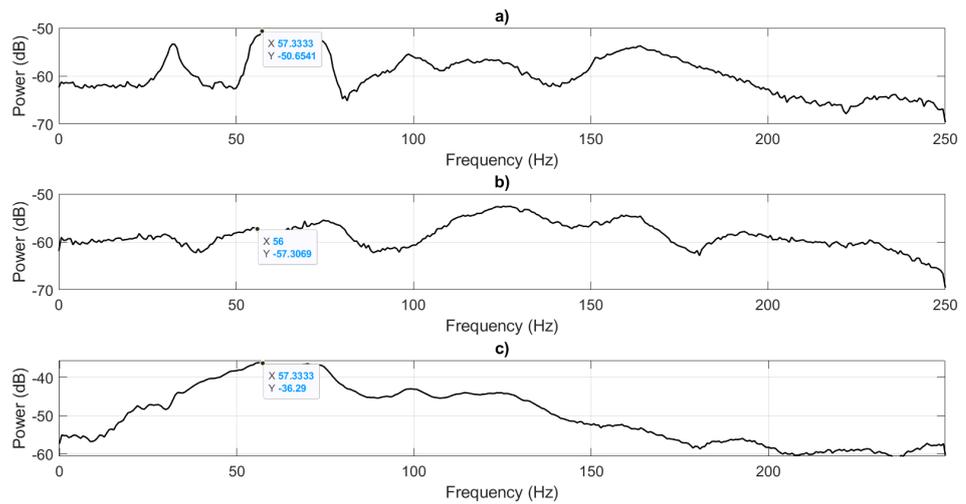
### 3.1.2 Frecuencia natural de la habitación

Es importante conocer la frecuencia natural del lugar en donde se encuentra ubicada la batería ya que para realizar el cálculo del factor de amplificación dinámico del sistema se debe calcular la relación entre la frecuencia de excitación del sistema y la frecuencia natural, así como también hacer uso de la razón de amortiguamiento.

La frecuencia natural del sistema se pudo determinar experimentalmente, con la ayuda de un acelerómetro marca Yubox, el cual tiene una frecuencia de adquisición de 500 Hz, además de alta precisión en la medición de datos en los 3 ejes  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , es un convertidor de señal analógica de alta resolución de 16 y 24 bits, respectivamente. La señal de excitación que recibió el sensor fueron diversos saltos realizados en intervalos de tiempo para obtener datos más precisos. Yubox (2020)

Se tomó los datos de aceleración en el piso de la habitación en la cual se encuentra ubicada la batería, se fijó el acelerómetro en el suelo y se inició la adquisición de datos mientras se realizaba saltos repetidos sobre el suelo, para excitar la estructura. Una vez obtenidos los datos, estos fueron post procesados con la ayuda de un código de procesamiento de datos en MATLAB, para convertirlos de dominio del tiempo al dominio de la

frecuencia, pudiendo representar los resultados a través de 3 curvas que representan la frecuencia en los 3 ejes principales:  $x$ ,  $y$ , y  $z$ . Los resultados de este análisis se presentan en la figura 3.3. En los 3 ejes principales se produce un pico notable cuando se aproxima a 57 Hz, esto quiere decir que la frecuencia natural del sistema se aproxima a este valor por lo cual se lo seleccionó para realizar el cálculo del factor de amplificación dinámico.



**Figura 3.3: Frecuencia Natural: a) Eje x, b) Eje y, c) Eje z [Elaboración propia]**

### 3.1.3 Factor de Amplificación Dinámico

El Factor de Amplificación Dinámico es un valor que nos permite saber el comportamiento que tendrá la plataforma cuando esté sometida a las cargas dinámicas que ejerce el baterista. Se realizaron dos simulaciones diferentes del sistema, la primera simulación, en la que se considera un sistema inicial, en donde se varía el número de pelotas de tenis, las cuales actúan como amortiguador y resorte dentro del sistema, estas pelotas de tenis tienen una constante de rigidez dinámica de  $k = 35$  kN/m y una relación de amortiguamiento de 9.47%. Y una segunda simulación en donde se varía el número de resortes y amortiguadores, siendo nuestra propuesta mejorada.

**Tabla 3.1: Variables de Simulación [Elaboración propia]**

Parámetros de Simulación	Sistema Inicial	Sistema Mejorado
Masa del sistema [kg]	35	35
Constante de Rigidez del Resorte [kN/m]	35	100
Relación de amortiguamiento [%]	9.47	20

Los resultados de la primera simulación realizada se muestran parcialmente en la Tabla 3.2, donde se pueden observar las constantes físicas, los parámetros que varían y resultados importantes como la relación entre la frecuencia de excitación  $\omega$ , y la frecuencia natural  $\omega_n$ ; además del factor de amplificación dinámico.

**Tabla 3.2: Número de Pelotas de Tenis variables  
[Elaboración propia]**

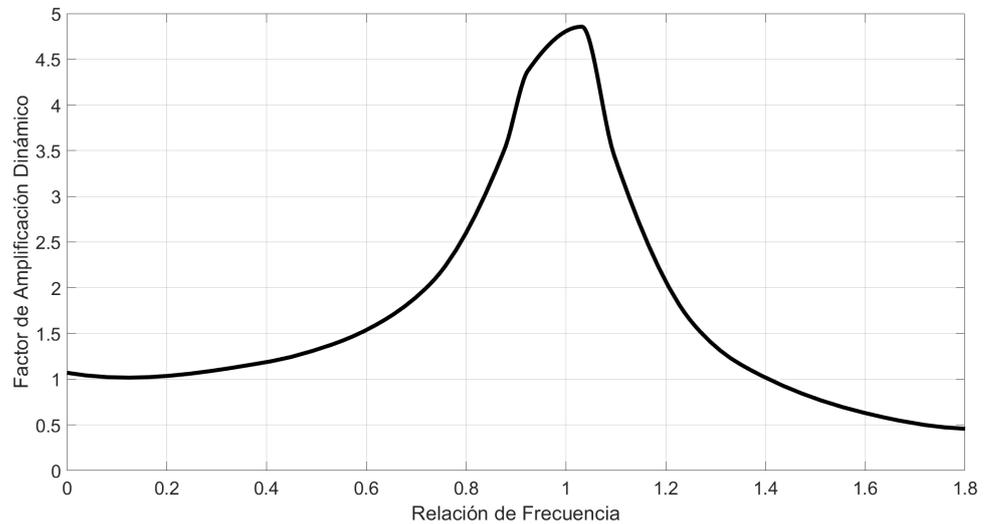
Pelotas de Tenis	F. Natural	F. Excitadora	$\frac{\omega}{\omega_n}$	FAD
2	57	7.46	0.1309	1.071
4	57	23.26	0.4080	1.1947
6	57	29.41	0.5160	1.3530
8	57	34.48	0.6050	1.5520
10	57	41.67	0.7310	2.0588
12	57	50.02	0.8772	3.5191
14	57	52.63	0.9234	4.3716
16	57	58.82	1.0320	4.8559
18	57	62.50	1.0965	3.4493
20	57	71.43	1.2531	1.6186
24	57	76.92	1.3495	1.1629
28	57	90.91	1.5949	0.6357
32	57	100.12	1.7544	0.4752

Los resultados obtenidos se pueden representar de mejor manera a través de dos gráficas. En la figura 3.4 se observa la curva de FAD vs Relación de frecuencia, en donde a medida que aumenta la relación de frecuencia aumenta, el factor de amplificación dinámica tiene un comportamiento similar a la forma de una campana.

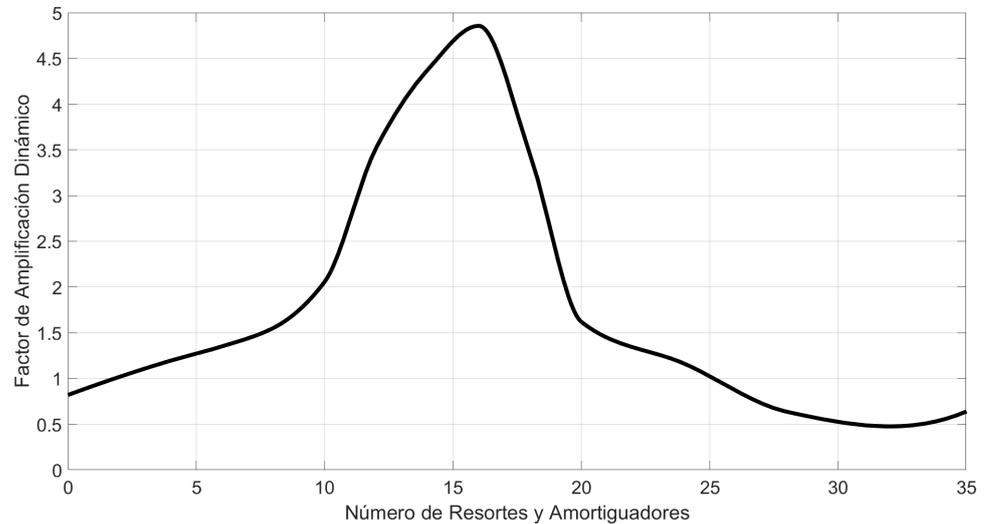
En la figura 3.5 en donde se observa un comportamiento similar, esto se debe a que el número de elementos que componen el sistema influye sobre la relación de frecuencia y el FAD. Pero en este caso se compara el FAD vs el Número de Pelotas de Tenis a utilizar, por lo cual para obtener un factor de amplificación dinámico el número de pelotas de tenis que se deben usar es muy grande.

Cuando se hace uso de 16 pelotas la relación de frecuencia del sistema es de 1.032, siendo un valor cercano a la unidad por lo cual el sistema entra en resonancia y el FAD alcanza su amplitud máxima, con un valor de 4.85. El FAD se reduce notablemente hasta un valor aceptable cuando se utilizan entre 24 y 32 pelotas de tenis, siendo un número grande de elementos teniendo en cuenta el tamaño de la plataforma. El sistema

entra en resonancia cuando la frecuencia de excitación es igual o aproximada a la frecuencia natural, ya que la división entre estas dos arroja un valor cercano a la unidad.



**Figura 3.4: FAD vs Relación de Frecuencia**  
[Elaboración propia]



**Figura 3.5: FAD vs Número de Resortes**  
[Elaboración propia]

Con los resultados obtenidos en la primera simulación se observa que al hacer uso de pelotas de tenis, el FAD alcanza una amplitud grande y para reducir esta amplitud se deben utilizar demasiados elementos. Por lo cual, se propone utilizar otros materiales con mejores propiedades mecánicas para reducir las vibraciones, para esta simulación se utiliza una constante de rigidez dinámica de  $k = 100 \frac{kN}{m}$ , de un resorte comercial

y una relación de amortiguamiento de 20 % ya que como amortiguador se utilizará espuma de poliuretano la cual. Lee et al. (2017)

La Tabla 3.3 muestra los resultados de la segunda simulación realizada, en donde se varía el número de amortiguadores y el número de resortes a seis unidades de cada uno. Aquí se obtiene una relación de frecuencias de 0.923, y un FAD de 2.514 siendo este de mayor amplitud y de menor valor en comparación a la primera simulación en donde se usó pelotas de tenis. Además, se observa que a partir de los 10 elementos el FAD se reduce notablemente y la relación de frecuencia se aleja del valor de resonancia.

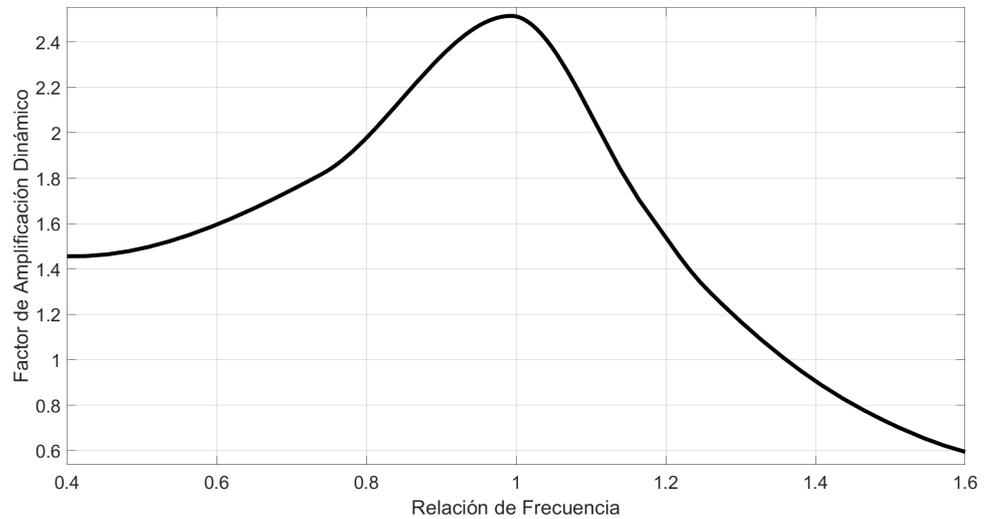
**Tabla 3.3: Número de Amortiguadores y Resortes variables [Elaboración propia]**

Amortiguadores	Resortes	F. Natural	F. Excitadora	$\frac{\omega}{\omega_n}$	FAD
2	2	57	27.03	0.4742	1.4734
4	4	57	41.67	0.7310	1.8189
6	6	57	52.63	0.9234	2.5146
8	8	57	66.67	1.1696	1.6798
10	10	57	71.43	1.2531	1.3169
12	12	57	83.33	1.4620	0.7820
14	14	57	90.91	1.5949	0.5987

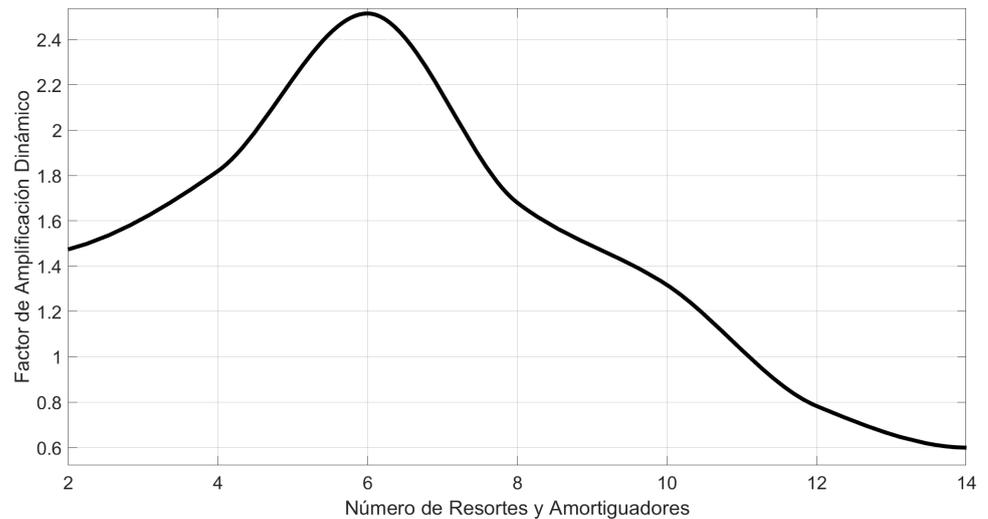
Para elegir el número adecuado de elementos de amortiguación hay que considerar dos variables importantes: la relación de frecuencia y el FAD. En efecto, lo que se busca es que el sistema se aleje de la zona de resonancia, pues en esta zona las vibraciones del sistema alcanzan la amplitud máxima posible produciéndose un efecto contrario al deseado. Es recomendable utilizar entre 10 y 14 elementos ya que aquí el FAD se reduce y la relación de frecuencia se encuentra alejada de la unidad. Entre más elementos se coloquen el FAD disminuirá. Sin embargo, se debe tomar en cuenta el espacio compacto que tiene la plataforma, por lo cual no se puede sobrepoblar de elementos de amortiguación y además que al aumentar el número de elementos el costo final del proyecto también aumentará.

Si se elige 14 elementos el costo del proyecto aumenta ya que el número de elementos es mayor, si se elige 10 elementos el costo se reduce, pero se propone seleccionar 12 amortiguadores y resortes ya que es el valor intermedio entre el mínimo y el máximo, lo que proporciona un nivel adicional de seguridad al valor límite inferior. Además, se tiene el mismo FAD y este número de elementos es ideal para ser distribuidos debajo de

la plataforma de forma simétrica. Más aún, la simulación realizada confirma que este número de elementos es adecuado.



**Figura 3.6: FAD vs Relación de Frecuencia**  
[Elaboración propia]

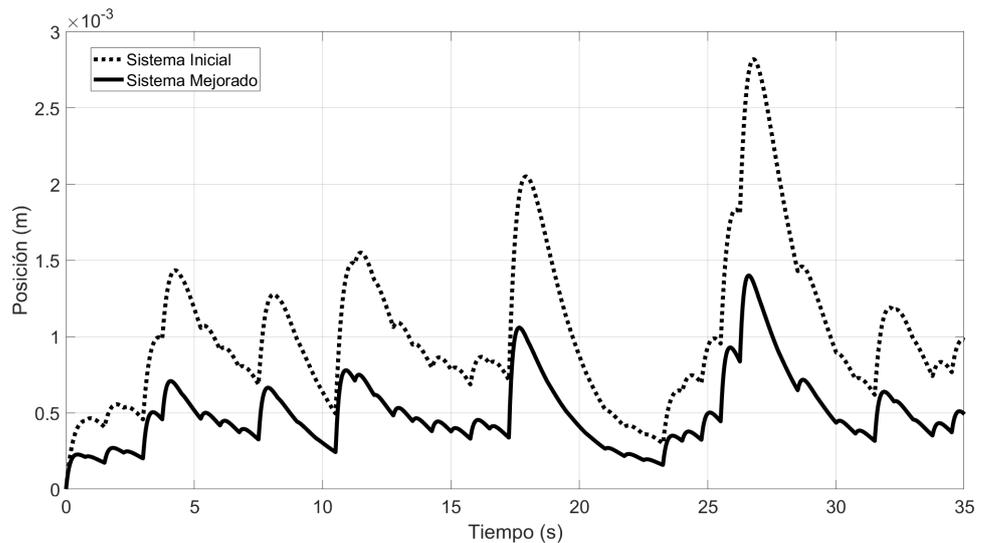


**Figura 3.7: FAD vs Número de Resortes y Amortiguadores**  
[Elaboración propia]

### 3.1.4 Respuesta del sistema

Al tener un sistema inicial y un sistema mejorado es posible realizar la comparación de cómo cambia la respuesta del sistema con respecto al tiempo para ambos casos. Para ello se utilizó el modelo matemático del sistema MRA, desarrollado previamente y se obtuvo valores de posición, velocidad y aceleración de cada caso. La respuesta en el tiempo de la posición se muestra en la figura 3.8, donde se observa la curva del sistema inicial (línea de trazos), siendo el sistema en el que se usan 14 pelotas de tenis, mismas que actúan como resorte y amortiguador a la

vez; y la curva del sistema mejorado (línea continua) el cual está compuesto por 10 resortes y por 10 amortiguadores, los cuales fueron seleccionados con base en los resultados obtenidos, con propiedades diferentes al sistema inicial. Adicionalmente, se observa que los picos del sistema inicial son de mayor magnitud que aquellos del sistema mejorado. Esto sugiere que las vibraciones en el sistema se redujeron gracias al nuevo diseño y número de elementos diseñado.



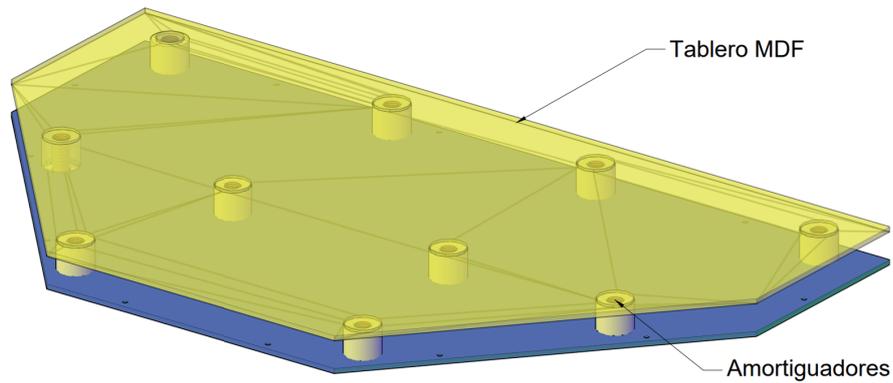
**Figura 3.8: Posición del Sistema vs Tiempo**  
[Elaboración propia]

### 3.2 Diseño de la propuesta de solución

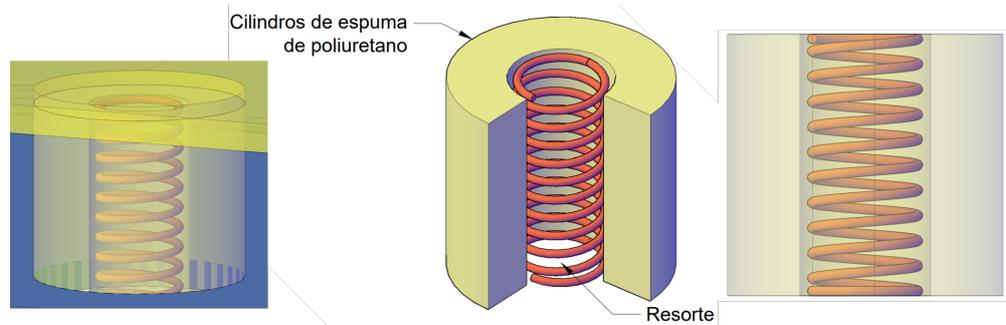
El diseño de la propuesta de solución, a partir de los resultados obtenidos en el presente estudio se muestra en la figura 3.9. Debemos mencionar que dentro de nuestro proyecto, podemos utilizar como amortiguador cualquier elemento o material que cumpla con las propiedades descritas en el proyecto y que reúna las características necesarias para absorber las vibraciones.

Para esta solución, se propone el uso de cilindros huecos de poliuretano como amortiguadores, los cuales tienen las siguientes dimensiones: diámetro exterior de 60mm, diámetro interior de 20mm y cuya altura es de 58mm. Dentro de estos irá colocado un resorte, como se puede observar en la figura 3.10. Los cilindros de poliuretano se seleccionaron debido a que son elementos que se pueden encontrar con facilidad en el mercado local, además de sus propiedades de amortiguación y a su bajo costo. En cambio, un amortiguador como tal, tiene un costo elevado y es difícil de obtener localmente, para las dimensiones requeridas, por lo cual no es

recomendable para esta aplicación.



**Figura 3.9: Diseño de la solución del Sistema [Elaboración propia]**



**Figura 3.10: Elementos mecánicos de reducción de vibraciones [Elaboración propia]**

En la figura 3.11 se puede observar el diseño del prototipo final, incluida una batería eléctrica sobre el sistema de aislamiento de vibraciones propuesto. En la Sección B de los Anexos, se incluyen los planos detallados del sistema de aislamiento, sus dimensiones, así como la distribución de cada elemento mecánico.



**Figura 3.11: Vista del Prototipo Final  
[Elaboración propia]**

### **3.3 Análisis de Costos**

En la Tabla 3.4 se muestran los costos de cada uno de los elementos utilizados en el diseño del proyecto. En primer lugar, se debe reiterar que los elementos elegidos son materiales que se encuentran disponibles en el mercado local, y además se caracterizan por ser económicos, se deben tomar estas consideraciones ya que esto fue uno de los requerimientos del cliente para el diseño del proyecto. Conociendo que en el mercado internacional existe un producto que se vende con la misma finalidad, se tomó este precio como referencia para llevar a cabo la propuesta, con la finalidad de gastar en materiales aproximadamente la mitad de lo que cuesta el producto producido por Roland Corporation.

Se decidió usar un tablero de MDF de 25 mm para la construcción de la plataforma ya que es un material económico y resistente, esto se debe tener en cuenta ya que nuestro sistema tiene un peso aproximado de 35 kg. Además, el MDF es más económico que otros materiales, como el acero o aluminio. Los 10 resortes se pueden comprar a través de catálogo o se pueden mandar a fabricar, indicando las características principales como espesor del alambre, la constante de rigidez del resorte, el diámetro del orificio, la longitud del resorte, y si se trata de un resorte de tensión o compresión (para el caso de este proyecto, son de compresión).

**Tabla 3.4: Tabla de Análisis de Costos  
[Elaboración propia]**

<b>Costo de Elementos</b>			
<b>Elemento</b>	<b>Cantidad</b>	<b>Precio Unitario</b>	<b>Precio Total \$</b>
Poliuretano	1	\$20	\$20
Resortes	10	\$5.15	\$51.5
Tablero de MDF de 1"	2	\$12	\$24
Clavos	15	\$0.10	\$1.50
Tornillos	10	\$0.30	\$3
<b>Subtotal: Costo de los elementos</b>			<b>\$100</b>
<b>Costo de Ingeniería</b>			
Diseño del sistema	1	50	\$50
<b>Subtotal: Costo de ingeniería</b>			<b>\$50</b>
<b>Costo de Manufactura</b>			
Manufactura y ensamblaje	1	30	\$30
<b>Subtotal: Costo de manufactura</b>			<b>\$30</b>
<b>Costo Total del Proyecto</b>			<b>\$180</b>

El costo de los elementos a utilizar en el proyecto alcanza los USD \$100.00, pero también se debe tomar en cuenta los costos de ingeniería como el diseño del sistema debido a la simulación que se realiza para obtener un número de resortes y amortiguadores adecuado tomando en cuenta las diferentes propiedades de los materiales a utilizar, lo cual equivale a USD \$50. La manufactura de los materiales y el ensamblaje de estos también representa un costo de USD \$30. Dando como precio final del proyecto un valor de USD \$180.

# CAPÍTULO 4

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1 Conclusiones

- Se representó la plataforma y la batería eléctrica como un sistema masa-resorte-amortiguador, realizando un modelo matemático para simular la fuerza de excitación que puede ejercer el baterista sobre la misma.
- Se determinó el número de elementos necesarios para reducir las vibraciones con ayuda del FAD, variando el número de elementos para observar la respuesta del sistema ante las fuerzas dinámicas aplicadas.
- Al momento de seleccionar el número de elementos y las constantes de estos, se procuró evitar que la frecuencia de excitación del sistema sea igual a la frecuencia natural de la habitación, y consecuentemente que el sistema entre en resonancia.
- Cuando se aumenta la constante de rigidez dinámica y la relación de amortiguación de los elementos, las vibraciones se reducen notablemente, por lo cual también se reduce el número de elementos a usar y el costo total del proyecto.
- La selección del número de elementos que se colocan debajo de la plataforma y las propiedades mecánicas de estos, se sustenta en la capacidad de reducir eficientemente las aceleraciones que experimenta el sistema al momento de ser sometido a una fuerza externa.

### 4.2 Recomendaciones

- La forma de la plataforma sobre la cual se encuentra ubicada la batería eléctrica puede variar dependiendo de los requerimientos del cliente y del confort de este, ya que un cliente de baja estatura requerirá estar más cerca de los instrumentos musicales, por lo cual se recomienda revisar el diseño para asegurar total comodidad del usuario.
- Se debe obtener datos reales de la fuerza de excitación que ejerce el baterista en un intervalo de tiempo al accionar el pedal contra el bombo, ya que en este proyecto se realizó un modelado matemático de dicha fuerza con sus respectivas restricciones, sería importante obtener datos reales para realizar una comparativa de los resultados.

- A partir de la solución propuesta, podría surgir otra posible solución para aislar las vibraciones de la batería eléctrica en donde se diseñe un dispositivo para cada elemento de forma individual y no solamente para el pedal del bombo. Esto nos permitiría realizar una comparativa con la efectividad del proyecto actual.

# BIBLIOGRAFÍA

- Caicedo, M. D. (2014). Períodos de vibración de las edificaciones. *Revista Arquitectura e Ingeniería*, 8(2):1.
- Chang, F.-K. (1998). *Structural health monitoring: current status and perspectives*. CRC Press.
- Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., and Sanders, J. V. (2000). *Fundamentals of acoustics*. John Wiley & Sons.
- Kollias, G. (2002).
- Lazcano, A., Estrada, R. S., Castro, S., and Martínez, F. M. (2011). Evaluación de métodos de detección de daños en estructuras mediante el uso de vibraciones. In *XVIII Congreso de Ingeniería Sísmica, Aguas Calientes*.
- Lee, K. S., Choi, J.-I., Kim, S.-K., Lee, B.-K., Hwang, J.-S., and Lee, B. Y. (2017). Damping and mechanical properties of composite composed of polyurethane matrix and preplaced aggregates. *Construction and Building Materials*, 145:68–75.
- MATLAB (2021). *9.10.0.1602886 (R2021b)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts.
- Ordiales, R. (2007). *Prontuario de la radiación electromagnética*.
- Roland (2015). *Acoustic Sound Isolation for V-Drums*. Roland.
- Rossing, T. D. (1977). Acoustics of percussion instruments—part ii. *The Physics Teacher*, 15(5):278–288.
- Rossing, T. D., Yoo, J., and Morrison, A. (2004). Acoustics of percussion instruments: An update. *Acoustical science and technology*, 25(6):406–412.
- Salvalaio, C. L., Silva, F. P. d., Pinho, A. S. d., and Oliveira, M. P. d. (2011). Qualitative evaluation of physical effort in bass drum pedal drive by thermography. *Science and technology. Rosemead, CA. Vol. 1, n. 1 (2011), p. 1-6*.
- Singiresu, R. (2012). *Vibraciones mecánicas*.
- Stuardi, J. E., Massa, J. C., and Brewer, A. T. (2005). Eficiencia de sistemas de aislamiento sísmico basados en resortes helicoidales y amortiguadores viscosos comparada con aisladores tradicionales goma-metal. *Mecánica computacional*, pages 743–764.
- Thomson, W. (1996). *Theory of Vibration with Applications*. Taylor & Francis.
- Wagner, A. (2006). *Analysis of drumbeats: Interaction between drummer, drumstick and instrument*. PhD thesis, Citeseer.
- Yang, S., Fafitis, A., and Wiesel, A. (2012). Nonlinear impact model of a tennis racket and a ball. *Journal of mechanical science and technology*, 26(2):315–321.
- Yubox (2020). *Yubox Plataforma Expandible*. Yubox, 2020-q1 edition.

# APÉNDICES

# APÉNDICE A

## Códigos de Matlab Código del Programa

```
clc, clearvars, close all

% Parámetros de simulación

Fs = 1000;           % frecuencia de muestreo (Hz)
dt = 1/Fs;          % delta t de integración (s)
t_0 = 0;            % tiempo inicial (s)
t_end = 35;         % tiempo final (s)

%% Fuerza de Excitación

fnx = @(x,fn) sin(2*pi*fn*x).*exp(-fn*10*abs(x)); % F. de Excitación
ffs = 1000; % frecuencia de muestreo
tp = 0:1/ffs:35; % tiempo
pp = fnx(tp,50); % frecuencia experimental aproximada a 50 Hz

fs = 1e3; % Frecuencia de muestreo en la Función
t = 0:1/fs:35;
d = 0:3/4:35;
dd = [d;0.004.^(rand(1,length(d)).*-1)]';
z = pulstran(t,dd,pp,ffs); %Tren de pulso
Fe=[t' z'];

%% SISTEMA INICIAL CON PELOTAS DE TENIS
% Definir cantidades físicas

m = 35;              % masa total en kg
k = 35e3;            % rigidez de una pelota de Tenis
zeta = 0.0947;      % relación de amortiguamiento
pt= 32;             % número de pelotas de Tenis
kp= k*pt;           % rigidez total del Sistema Inicial
omega = (k*pt/m)^(1/2);
c = 2*zeta*omega*m*pt; % constante de amortiguamiento
```

```
% Matrices de espacio de estados del Sistema Inicial
```

```
AA = [0, 1; -kp/m, -c/m];  
BB = [0; 1/m];  
CC = [1, 0; 0, 1; -kp/m, -c/m];  
DD = [0; 0; 1/m];
```

```
%% SISTEMA MEJORADO CON RESORTES Y AMORTIGUADORES
```

```
% Definir cantidades físicas
```

```
m = 35; % masa total en kg  
k_m = 100e3; % rigidez N/m  
zeta_m = 0.20; % relación de amortiguamiento  
nr= 10; % número de resortes  
kt= (k_m*nr); % rigidez total del Mejorado  
omega = (kt/m)^(1/2);  
na= 10; % número de amortiguadores  
zeta_t= zeta_m*na; % relación de amortiguamiento total  
c_m = 2*zeta_t*omega*m; % constante de amortiguamiento  
% Matrices de espacio de estados del Sistema Mejorado
```

```
AM = [0, 1; -kt/m, -c_m/m];  
BM = [0; 1/m];  
CM = [1, 0; 0, 1; -kt/m, -c_m/m];  
DM = [0; 0; 1/m];
```

```
%% Simular el modelo
```

```
SimOut = sim('ModeloSimDrumProfe');
```

```
%% Importar resultados del Sistema Inicial
```

```
tt = SimOut.respuesta.Time;  
x = SimOut.respuesta.Data(:,1);  
dx = SimOut.respuesta.Data(:,2);  
ddx = SimOut.respuesta.Data(:,3);
```

```

%% Importar resultados del Sistema Mejorado

x_m = SimOut.respuestaM.Data(:,1);
dx_m = SimOut.respuestaM.Data(:,2);
ddx_m = SimOut.respuestaM.Data(:,3);

%% Visualizar resultados
% Gráfica de Posición vs Tiempo
figure
plot(tt,x,'Linewidth',1)
title('Position')
hold on
plot(tt,x_m,'Linewidth',1)
xlabel('Time (s)'), ylabel('Position (m)')
legend({'Sistema Inicial','Sistema Mejorado'},'Location','southwest')
% Gráfica de Velocidad vs Tiempo
figure
plot(tt,dx,'Linewidth',1)
title('Velocity')
hold on
plot(tt,dx_m,'Linewidth',1)
xlabel('Time (s)'), ylabel('Vel (m/s)')
legend({'Sistema Inicial','Sistema Mejorado'},'Location','southwest')

% Gráfica de Aceleración vs Tiempo
figure
plot(tt,ddx,'Linewidth',1)
title('Acceleration')
hold on
plot(tt,ddx_m,'Linewidth',1)
xlabel('Time (s)'), ylabel('Accel (m/s^2)')
legend({'Sistema Inicial','Sistema Mejorado'},'Location','southwest')

```

## Código de la Frecuencia Natural

```
clc, clearvars, close all

load('Hammer');

tt = Data(:,1);

Fs = 500;
dt = 1/Fs;
cm2m = 1/100;

tt = tt/1000;
a_x = Data(:,2)*cm2m;
a_y = Data(:,3)*cm2m;
a_z = Data(:,4)*cm2m;

t_end = tt(end);
a_x = a_x - mean(a_x);
a_y = a_y - mean(a_y);
a_z = a_z - mean(a_z);

%%
close all

figure
subplot(311)
plot(tt,a_x)
xlabel('Time (s)'), ylabel('\ddot{x}$', 'Interpreter', 'LaTeX')
grid on
xlim([0 t_end]), %ylim([-0.2 0.2])
subplot(312)
plot(tt,a_y)
grid on
xlim([0 t_end]), %ylim([-0.2 0.2])
xlabel('Time (s)'), ylabel('\ddot{y}$', 'Interpreter', 'LaTeX')
subplot(313)
plot(tt,a_z)
xlabel('Time (s)'), ylabel('\ddot{z}$', 'Interpreter', 'LaTeX')
```

```

grid on
xlim([0 t_end]), %ylim([-0.2 0.2])

%% Comprobar el contenido de la frecuencia

window = 1000;
noverlap = window*0.55;
nfft = window*.75;

% Grafica de la Frecuencia en los ejes X, Y, Z

figure
subplot(311)
[Pxx1 F1] = pwelch(a_x,window,noverlap,nfft,Fs); % Usando pwelch
Pxx1dB = 10*log10(Pxx1);
plot(F1,Pxx1dB,'r','LineWidth',1.5)
xlabel('Frequency (Hz)'),ylabel('Power (dB)')
title('Eje x')
grid on
subplot(312)
[Py1 ~] = pwelch(a_y,window,noverlap,nfft,Fs); %Usando pwelch
Py1dB = 10*log10(Py1);
plot(F1,Py1dB,'b','LineWidth',1.5)
title('Eje y')
grid on
xlabel('Frequency (Hz)'),ylabel('Power (dB)')
subplot(313)
[Pzz1 ~] = pwelch(a_z,window,noverlap,nfft,Fs); %Usando pwelch
Pzz1dB = 10*log10(Pzz1);
plot(F1,Pzz1dB,'k','LineWidth',1.5)
grid on
title('Eje z')
xlabel('Frequency (Hz)'),ylabel('Power (dB)')

```

## APÉNDICE B

### Simulink

En la Fig. 4.1 se puede observar que en Simulink se plantearon dos sistemas, el primero el Sistema Inicial y el segundo el Sistema Mejorado, todo esto utilizando diferentes bloques, por ejemplo el bloque 'Fe', representa la fuerza de excitación, los bloques de las plataformas representan las matrices de estados que se encuentran explicadas en la sección de metodología y los bloques de respuesta, contienen los vectores de tiempo, posición, velocidad y aceleración de cada uno de los sistemas.

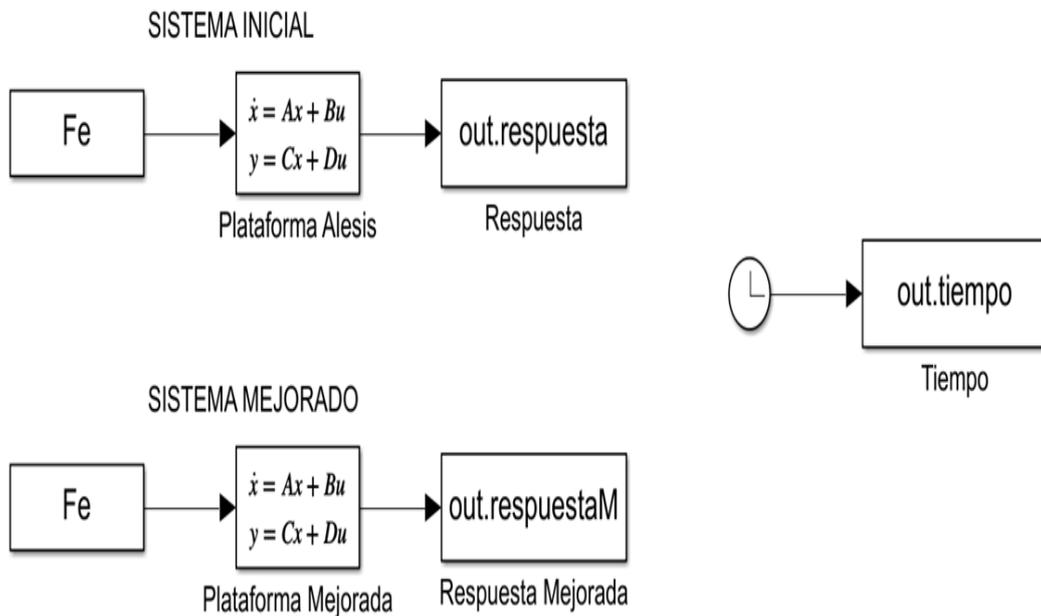
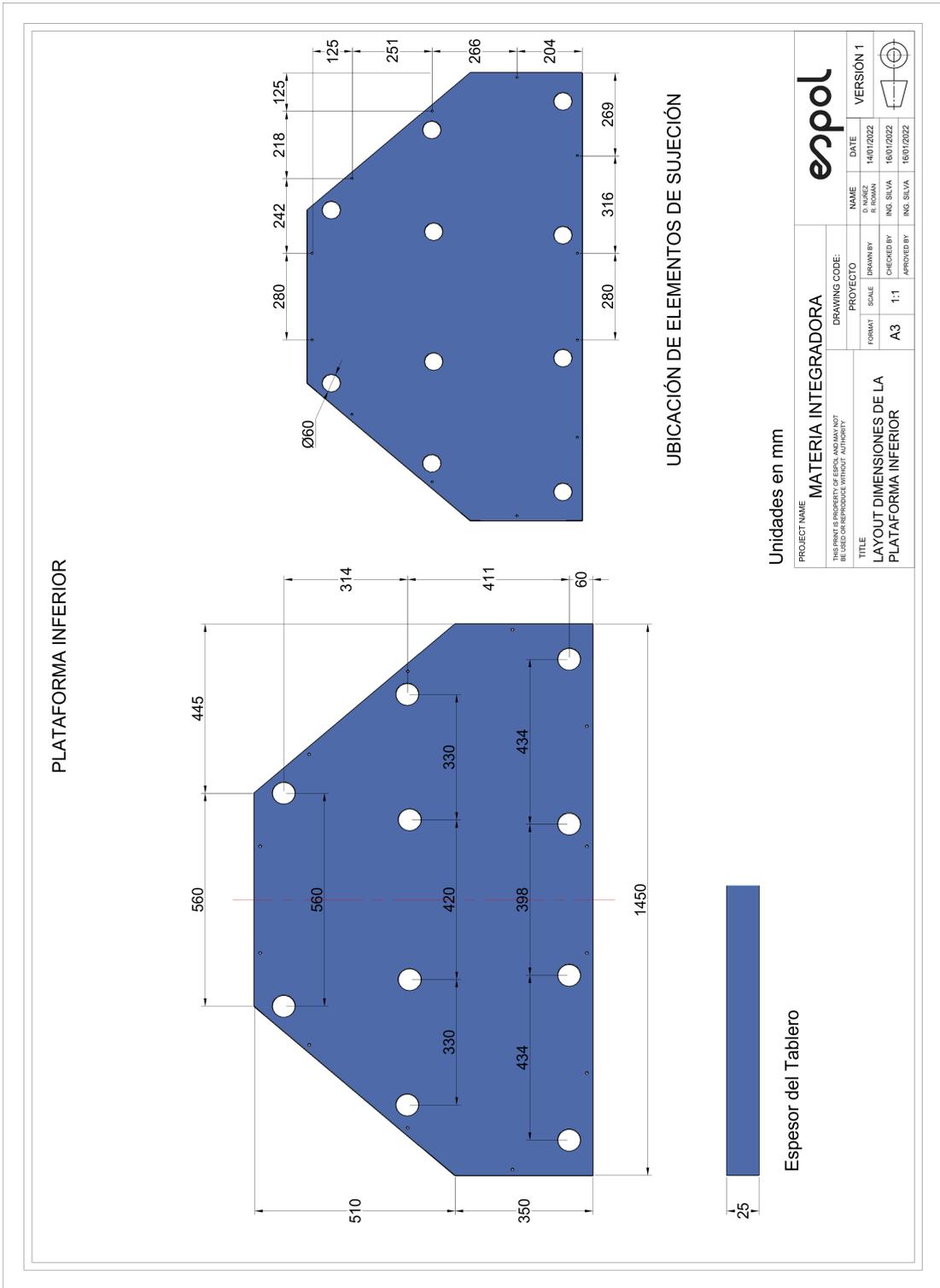


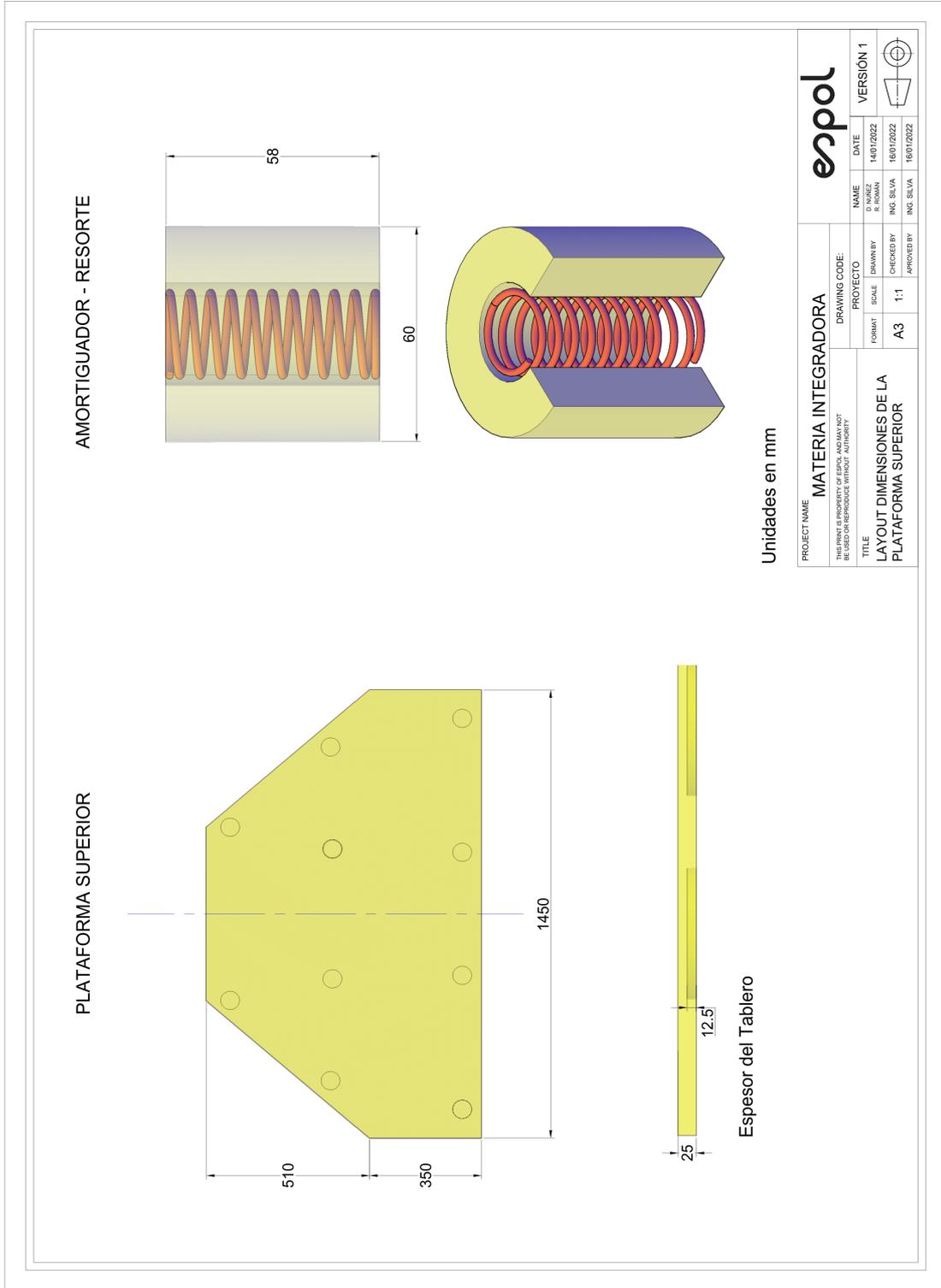
Figura 4.1: Sistemas planteados en Simulink [Elaboración propia]

### Planos del Diseño

A continuación se muestran los planos de la plataforma, tanto la parte superior como la parte inferior, además de los elementos de aislamiento de vibraciones.



**Figura 4.2: Plano de la plataforma inferior [Elaboración propia]**



**Figura 4.3: Plano de la plataforma superior [Elaboración propia]**