3.5. Trabajo mecánico, potencia y energía.

1. Un paquete es lanzado por un plano inclinado 20° con la horizontal con una velocidad de 8m/s en un punto A del plano. Llega a un punto B situado 7 m más arriba de A y se detiene. El coeficiente de fricción entre el paquete y el plano vale.
   a) 0.20 b) 0.15 c) 0.13 d) 0.25 e) 0.10

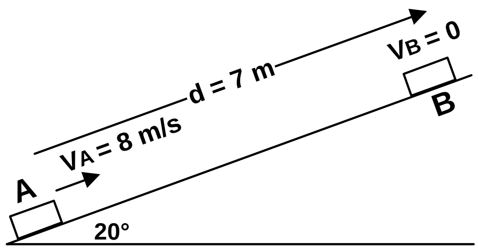


Figura 466

SOLUCIÓN

Realizamos un gráfico que describa la situación indicada en el enunciado del problema. Posteriormente, utilizamos la ecuación general de la relación entre trabajo y energía.

$$W_{FNC} = E - E_o$$

La única fuerza no conservativa existente para este ejercicio es la fuerza de fricción. La referencia la tomaremos en el punto A.

$$-f_K d = U_B - K_A$$

$$-\mu_k N_{SB} d = mgh_B - \frac{1}{2} mv_A^2$$

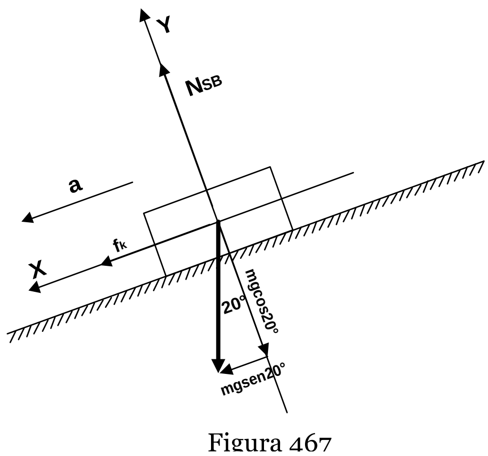


Figura 467

Del diagrama de cuerpo libre adjunto podemos verificar que $N_{SB} = mg\cos 20°$, además, $h_B = d\,\mathrm{sen}20°$.

$$-\mu_k mg\cos 20° d = mgd\,\mathrm{sen}20° - \frac{1}{2} mv_A^2$$
$$-\mu_k g\cos 20° d = gd\,\mathrm{sen}20° - \frac{1}{2} v_A^2$$
$$2\mu_k g\cos 20° = -2gd\,\mathrm{sen}20° + v_A^2$$
$$\mu_k = \frac{v_A^2 - 2gd\,\mathrm{sen}\,20°}{2gd\cos 20°}$$
$$\mu_k = 0.13$$

Respuesta: c

2. De los extremos de una cuerda que pasa por una polea están suspendidos dos cuerpos. A de masa m y B de masa 3m. Si se deja en libertad al sistema y no se consideran fuerzas de fricción, la aceleración que adquieren los cuerpos vale:
   a) 9.8m/s² b) 4.9m/s² c) 19.6m/s² d) 14.7m/s² e) 0

SOLUCIÓN

Se muestra a continuación el gráfico que representa la situación indicada en el enunciado del ejercicio.
Debido a que no hay fuerzas no conservativas, se cumple que

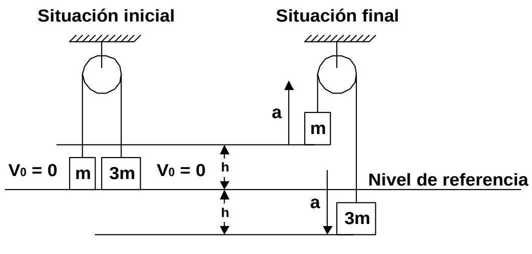


Figura 468

$$E_{INICIAL} = E_{FINAL}$$
$$0 = U_m + K_m + U_{3m} + K_{3m}$$

$$0 = mgh + \frac{1}{2} mv^2 + (3m)g(-h) + \frac{1}{2}(3m)v^2$$
$$2mgh = 2mv^2$$
$$v^2 = gh$$

Esta es el cuadrado de la velocidad de ambos bloques cuando han recorrido una distancia h. Si consideramos que la aceleración es constante, podemos utilizar las ecuaciones de cinemática para encontrar la aceleración de las partículas.

$$v^2 = v_o^2 + 2ah$$
$$gh = 0 + 2ah$$

a = ½ g
a = 4.9 m/s²

Respuesta: b

3. Un cuerpo de 10 kg de masa está moviéndose en un instante dado con una velocidad de 10m/s sobre una superficie horizontal. Si el coeficiente de fricción entre el cuerpo y la superficie es 0.2 la distancia que recorrerá el cuerpo a partir de ese instante antes de pararse vale:
   a) 250.00 m b) 25.51 m c) 50.00 m d) 51.02 m e) 9.800 m

SOLUCIÓN

Utilizamos la relación general entre el trabajo y la energía mecánica.

$W_{FNC} = E - E_o$

$-f_k d = 0 - K_A$

$\mu_k N d = \frac{1}{2} mv^2$

$\mu_k mgd = \frac{1}{2} mv^2$

$d = \frac{v^2}{2\mu_k g}$

$d = \frac{100}{2(0.2)(9.8)}$

$d = 25.51m$

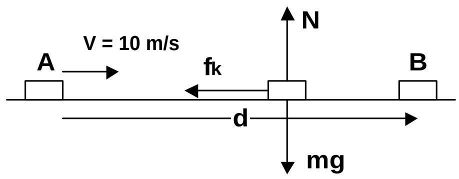


Figura 469

Respuesta: b

4. Una masa de 20 kg cae libremente desde una altura de 2 m. Cuando ha caído 0,5 m su energía cinética será:
   a) Igual a la energía potencial que tenía antes de caer
   b) La mitad de la energía potencial inicial.
   c) Un cuarto de la energía potencial inicial.
   d) El doble de la energía potencial inicial.
   e) Cuatro veces la energía potencial inicial.

SOLUCIÓN

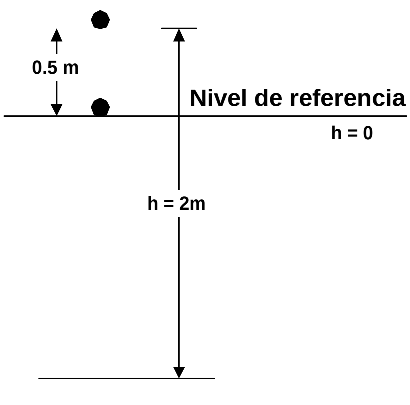


Figura 470

Debido a que no existen fuerzas disipativas (no conservativas) tenemos que la energía mecánica se conserva

$E_o = E$

$U = K$

Se observa que la energía cinética es igual a la energía potencial que tenía la partícula al inicio, que no es lo mismo que si se siguiera simplificando más

$mgh = \frac{1}{2} mv^2$

$9.8(0.5) = 0.5\ v^2 \Rightarrow v = 3.13\ m/s$

Respuesta: a

5. La variación de energía cinética de una partícula al recorrer 10 m es de 50 J. La fuerza neta en dirección del movimiento será:
   a) 20 N b) 15 N c) 10 N d) 5.0 N e) 2.5

SOLUCIÓN

Utilizamos el teorema de trabajo energía

$W_{NETO} = K - K_o$

$F_{NETA}d = \Delta K$

$F_{NETA} = \Delta K/d$

$F_{NETA} = 50J/10\ m = 5.0\ N$

Respuesta: d

6. Si una masa “m” cae verticalmente una altura “h”, en un medio con rozamiento, la variación de la energía potencial de la partícula estará determinada por:
   a) mgh – Frh donde Fr = fuerza de rozamiento
   b) mgh
   c) Frh
   d) mh(g-Fr)
   e) Ninguna de las anteriores

SOLUCIÓN

De acuerdo al teorema trabajo energía tenemos que

$W_{NETO} = - \Delta U$

Donde la única fuerza que realiza el trabajo neto es la fuerza de fricción Fr, y tiene la dirección opuesta con el desplazamiento.

$- Frh = - \Delta U$

$Frh = \Delta U$

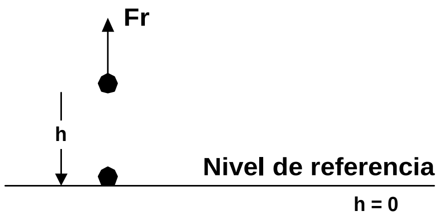


Figura 471

Respuesta: c

7. Un cuerpo cuyo peso es de 10 N, sale de A y llega a B, con rapidez igual a 0. ¿Cuál era el valor de la energía A?
   a) 200 J
   b) 400 J
   c) 600 J
   d) 800 J
   e) 1000 J

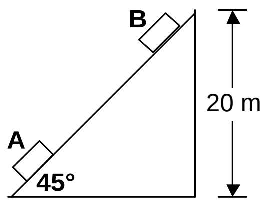


Figura 472

SOLUCIÓN

El enunciado no indica que existe fricción o alguna otra fuerza no conservativa, por lo tanto la energía mecánica existente en el punto A debe ser la misma que la existente en el punto B. Si tomamos como referencia el punto A tendremos que

$E_A = E_B$

$K_A = U_A$

En el punto A sólo existe energía cinética, debido a que la referencia está tomada en este punto. En el punto B sólo hay energía potencial gravitacional, puesto que la partícula se detiene en este punto.

$E_A = mgh$
$E_A = (10N)(20m)$
$E_A = 200\ J$

Respuesta: a

8. ¿Cuál de los valores siguientes corresponde a la potencia desarrollada por el motor de un auto cuyo peso de 1500 N, que se desplaza sobre una pista recta horizontal con una rapidez constante de 50 km/h venciendo una fuerza de resistencia total de 2700 N?
   a) 25 500 W   b) 30 500 W   c) 37 500 W   d) 41 500 W   e) 135 000 W

SOLUCIÓN

La potencia se define como el trabajo realizado en el tiempo, esto es,

$$P = \frac{W}{t}$$

pero sabemos que el trabajo está definido en función de la fuerza aplicada sobre la partícula y del desplazamiento realizado.

$$P = \frac{F\Delta x}{t}$$

y recordando que el desplazamiento entre el tiempo es la velocidad, tenemos

$$P = Fv$$

Debido a que el vehículo se mueve con rapidez constante la fuerza que vence a la de fricción es la misma que la de fricción, esto es 2700 N, y la velocidad es 13.89 m/s (50 km/h)
$P = (13.89m/s)(2700N) = 37500$ Watt

Respuesta: c

9. ¿Qué potencia media se requiere para subir una masa de 1,0 kg a 10,0 m de altura en 10,0 s en un campo gravitacional de 10,0 m/s².
   a) 10 W   b) 0.10 W   c) 2,0 W   d) 0,50 W   e) 5.0 W

SOLUCIÓN

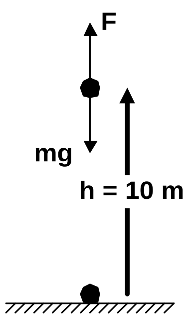


Figura 473

La potencia media es el trabajo dividido entre el tiempo.

$P = W/t$

Del gráfico mostrado en la izquierda, podemos concluir que la fuerza F que sube al cuerpo es el peso del objeto.

$P = (mg)(H)/t$
$P = (1kg)(10m/s^2)(10m)/10s$
$P = 10$ Watt.

Respuesta: a

10. Un cuerpo de 10 kg es lanzado hacia arriba por un plano inclinado 30º con la horizontal, con una velocidad de v_o = 10 m/s; recorre una distancia “d” y se para. Si el coeficiente de rozamiento es 0,25, la distancia “d” será:
a) 3,50 m b) 7,10 m c) 14,2 m d) 21,3 m e) 17,7 m

SOLUCIÓN

Nos guiamos con el diagrama que representa a los datos presentados en el enunciado. En el movimiento existe una fuerza disipativa (no conservativa) que es la fricción, por tanto aplicamos la ecuación general que relaciona al trabajo de las fuerzas no conservativas con el cambio de la energía mecánica.

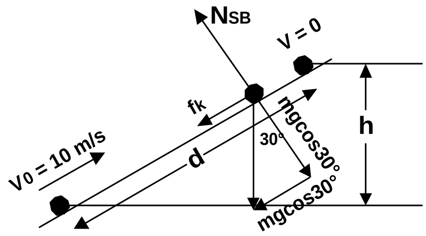


Figura 474

$$W_{FNC} = E_{FINAL} - E_{INICIAL}$$
$$-f_k d = mgh - \frac{1}{2}mv^2$$
$$2\mu_k N_{SB} d = mv^2 - 2mgd \operatorname{sen} 30°$$
$$2mgd(\mu_k \cos 30° + \operatorname{sen} 30°) = mv^2$$
$$d = \frac{v^2}{2g(\mu_k \cos 30° + \operatorname{sen} 30°)}$$
$$d = \frac{100}{2(9.8)(0.25 * \cos 30° + \operatorname{sen} 30°)}$$
$$d = 7.12m$$

Respuesta: b

11. Para empujar una caja de 52 kg por el suelo, un obrero ejerce una fuerza de 190 N, dirigida 22° debajo de la horizontal. Cuando la caja se ha movido 3.3 m, ¿cuánto trabajo se ha realizado sobre la caja por:
a) el obrero
b) la fuerza de la gravedad, y
c) la fuerza normal del piso sobre la caja?
(Tomado del libro Física, Resnick, Halliday y Krane)

SOLUCIÓN

Realizamos un gráfico ilustrativo para tener la idea de lo que está sucediendo con la caja.

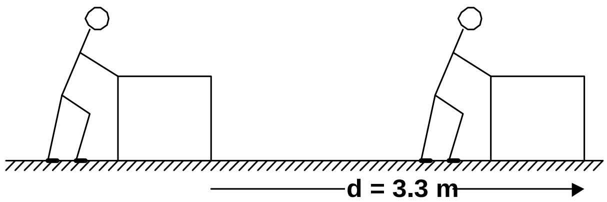


Figura 475

Podemos darnos cuenta que la fuerza que aplica el hombre a la caja es la causante del movimiento de ella.
A continuación presentamos el diagrama de cuerpo libre de la caja para analizar el trabajo que realiza cada fuerza.

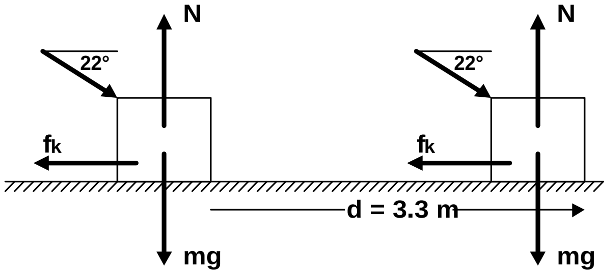


Figura 476

a) El trabajo realizado por el hombre es
   W = **F • Δx**
   W = 190N(3.3m)(Cos22°)
   W = 581 J
b) El trabajo realizado por el peso es
   W = **F • Δx**
   W = mg(3.3m)(Cos90°)
   W = 0
c) El trabajo realizado por la reacción normal es
   W = **F • Δx**
   W = N(3.3m)(Cos90°)
   W = 0

12. Un baúl de 52.3 kg se empuja hacia arriba 5.95 m a una velocidad constante por un plano inclinado a 28.0°; actúa sobre él una fuerza horizontal constante. El coeficiente de fricción cinética entre el baúl y el plano inclinado es de 0.19. Calcule el trabajo efectuado por
    a) la fuerza aplicada, y,
    b) la fuerza de gravedad.
    (Tomado del libro Física, Resnick, Halliday y Krane)

SOLUCIÓN

A continuación presentamos un diagrama en el que se muestra la situación descrita en el enunciado del problema. Para calcular el trabajo realizado por la fuerza aplicada, debemos conocer primero cuál es el valor de ella. Para tener el valor de la fuerza, aplicamos las leyes de Newton.

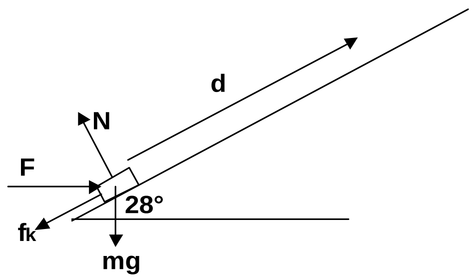


Figura 477

$$\sum Fx = 0$$
$$Fx - f_k - mg \text{ sen } 28° = 0$$
$$F \cos 20° - \mu_k N - mg \text{ sen } 28° = 0 \quad (1)$$

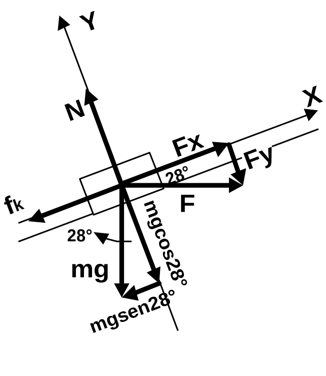


Figura 478

$$\sum Fy = 0$$
$$Fy + N - mg \cos 28° = 0$$
$$F \text{ sen } 20° - mg \cos 28° = N \quad (2)$$

Reemplazamos la ecuación (2) en (1)

Fcos28° - μ_kFsen28° + $\mu_k$mgcos28° - mgsen28° = 0
F(cos28° - $\mu_k$sen28°) = mg(sen28° - $\mu_k$cos28°)
F = mg(sen28° - $\mu_k$cos28°)/(cos28° - $\mu_k$sen28°)

$F = 52.3(9.8)(\text{sen}28° - 0.19\cos28°)/(\cos28° - 0.19\text{sen}28°)$
$F = 195\text{ N}$

Por tanto el trabajo realizado es:

$W = 195\text{ N}(3.3\text{ m})\cos28°$
$W = 568.2\text{ J}$

El trabajo realizado por la fuerza de gravedad (el peso) es:

$W = 52.3(9.8)(3.3)\cos118°$
$W = -794.0\text{ J}$

13. Una bola de béisbol es lanzada con una velocidad de 36.6 m/s. Precisamente antes de que la coja una persona al, mismo nivel donde fue lanzada, su velocidad se reduce a 33.5 m/s. ¿Cuánta energía se ha desperdiciado a causa del arrastre del aire? La masa de la bola es 255g.
(Tomado del libro Física, Resnick, Halliday y Krane)

SOLUCIÓN

Utilizamos el teorema de Trabajo Energía para calcular el trabajo neto, el mismo que será igual al trabajo realizado por la fricción (arrastre) del aire.

$W_{NETO} = K_{FINAL} - K_{INICIAL}$
$W_{NETO} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$
$W_{NETO} = \frac{1}{2}(0.255\text{kg})(33.5^2 - 36.6^2)$
$W_{NETO} = -27.71\text{ J.}$

El resultado negativo indica que se pierde energía por medio de la fricción, y esa energía puede haberse transformado en calor, o en algún otro tipo de energía.

14. Un hombre que corre tiene la mitad de la energía cinética de un niño de la mitad de la masa que él posee. El hombre aumenta su velocidad en 1 m/s y luego tiene a misma energía cinética que el niño. ¿Cuáles eran las velocidades originales del hombre y del niño?
(Tomado del libro Física Universitaria, Resnick, Halliday y Krane)

SOLUCIÓN

Planteamos dos ecuaciones, una cuando el niño y el hombre tienen diferente energía cinética, y la otra cuando tienen igual energía cinética.

$K_{HOMBRE} = \frac{1}{2} K_{NIÑO}$
$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}mv^2)$
$MV^2 = \frac{1}{2}mv^2$

Además, según datos del problema, $M = 2m$

$2mV^2 = \frac{1}{2}mv^2$
$4V^2 = v^2$
$2V = v \quad (1)$

Cuando el hombre aumenta su velocidad en 1 m/s (V+1) la energía cinética del niño será igual a la que él posee.

$K_{HOMBRE} = K_{NIÑO}$
$\frac{1}{2}M(V+1)^2 = \frac{1}{2}mv^2$
$2m(V+1)^2 = mv^2$
$2(V+1)^2 = v^2 \qquad (2)$

Reemplazamos la ecuación (1) en la ecuación (2)

$2(V+1)^2 = 4V^2$

$\sqrt{2}$ (V+1) = 2V
$\sqrt{2}$ V + $\sqrt{2}$ = 2V
$\sqrt{2}$ = V(2 - $\sqrt{2}$)

V = 2.41 m/s
v = 2V = 4.82 m/s

15. Una pelota pierde el 15% de su energía cinética cuando rebota en una acera de concreto. ¿A qué velocidad deberá usted lanzarla hacia abajo verticalmente desde una altura de 12.4 m para que rebote a esa misma altura? Desprecie la resistencia del aire. (Tomado del libro Física, Resnick, Halliday y Krane)

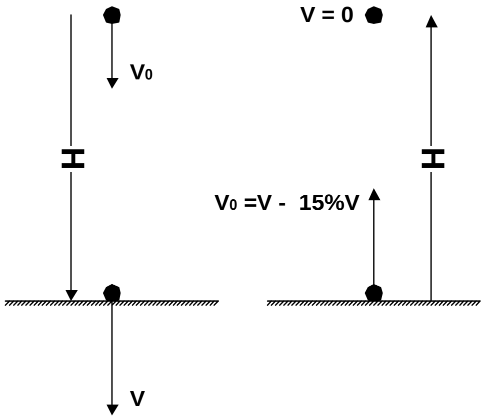


Figura 479

SOLUCIÓN
Tenemos dos situaciones, una cuando la pelota es lanzada hacia abajo (supondremos que es lanzada verticalmente), y la otra, cuando la partícula pierde el 15% (V – 15%V = 0.85V) de su velocidad y rebota.

Situación 1
$K_o + U_o = K_f$ (Referencia en el piso)
$\frac{1}{2}\ mv_o^2 + mgH = \frac{1}{2}\ v^2$
$v_o^2 + 2gH = v^2$ (1)

Situación 2
$K_o = U_f$
$\frac{1}{2}\ mV_o^2 = mgH$

$V_o^2 = 2gH$

Pero $V_o = 0.85v \Rightarrow V_o^2 = 0.7225v^2$

$0.7225v^2 = 2gH$
$v^2 = 2.768gH$ (2)

Reemplazamos (2) en (1)
$v_o^2 + 2gH = 2.768gH$
$v_o^2 = 0.768gH$
$v_o^2 = 0.768(9.8)(12.4)$

$v_o = 9.66$ m/s

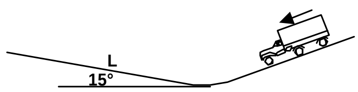


Figura 480

16. Un camión que ha perdido los frenos desciende por una pendiente a 128 km/h. Por fortuna existe una rampa de escape al pie de la colina. La inclinación de la rampa es de 15°. ¿Cuál debería ser la longitud mínima L para que el camión llegue al reposo, al menos momentáneamente?
(Tomado del libro Física, Resnick, Halliday y Krane)

SOLUCIÓN

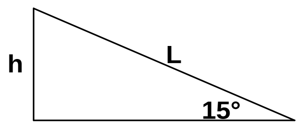


Figura 481

Del gráfico dado en el ejercicio podemos relacionar la altura h, con respecto al nivel horizontal, por medio de un triángulo rectángulo.

Sen15° = h/L ⇒ h = L sen15°

Debido a que no existen fuerzas disipativas (no conservativas), la energía mecánica inicial es igual a la energía mecánica final.

$E_o = E$
$K_o = U$
$½\ mv^2 = mgh$
$v^2 = 2gh$
$v^2 = 2gL\text{sen}15°$

Antes de reemplazar los datos, transformamos los 128 km/h en m/s.

$128\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km} = 35.56m/s$ L = 249.3 m

17. Un joven está sentado en la parte superior de un montículo de hielo. Se da a sí mismo un pequeño impulso y comienza a deslizarse hacia abajo. Determine a qué altura, con respecto al piso, abandona el hielo.
(Tomado del libro Física, Resnick, Halliday y Krane)

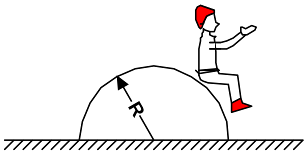


Figura 482

SOLUCIÓN

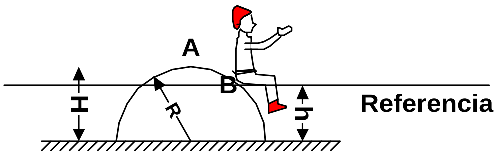


Figura 483

Aplicamos la conservación de la energía para encontrar la altura a la que se separa el niño del hielo.

$E_o = E$
$U_A = K_B$
$mgh_A = ½\ mv^2$

Aquí H = R y $h_A + h = R$

$2g(R – h) = v^2$ (1)

Pero el valor de v es desconocido, este valor lo calculamos por las leyes de Newton. Además, la reacción normal es cero en este punto al desprenderse el hombre de la superficie semiesférica.

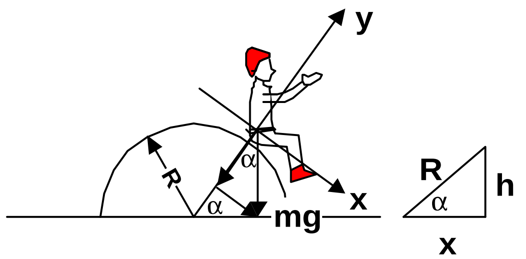


Figura 484

$$\sum Fy = ma_C$$

$$mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

$$gR\cos\alpha = v^2$$

$R^2 = x^2 + h^2$
$x^2 = R^2 – h^2$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{R}$

$v^2 = gR\left(\frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{R}\right)$

$v^2 = g\left(\sqrt{R^2 - h^2}\right)$

Reemplazamos este último resultado en la ecuación (1)

$$2g(R-h) = g\sqrt{R^2 - h^2}$$
$$2(R-h) = \sqrt{R^2 - h^2}$$
$$4(R-h)^2 = (R+h)(R-h)$$
$$4(R-h) = R+h$$
$$4R - 4h = R+h$$
$$3R = 5h$$
$$h = \frac{3}{5}R$$

18. En la figura mostrada
    a) ¿Qué tanto debe comprimirse el resorte de manera que la esfera de 0.5 kg pueda recorrer completamente el aro vertical?
    b) ¿Cuál es la fuerza ejercida por el aro sobre la esfera en la posición B? El aro carece de fricción y la constante de elasticidad del resorte es de 980 N/m.
    (Tomado del libro Dinámica de Singer)

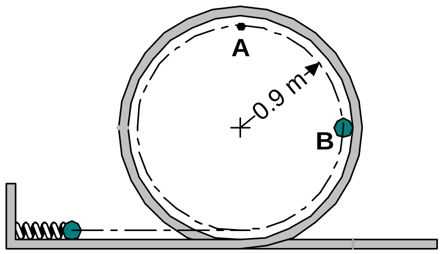


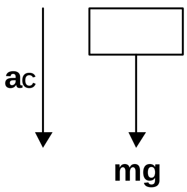
Figura 485

SOLUCIÓN

a) Como no existen fuerzas disipativas (fuerzas no conservativas) la energía mecánica inicial es igual a la energía mecánica final. Tomaremos como referencia la superficie horizontal. Cuando está comprimido el resorte no existe energía cinética porque la partícula está en reposo, y tampoco existe energía potencial gravitacional porque en este punto h = 0.
En el punto A la partícula tiene energía cinética (la normal en este punto vale cero porque la partícula pasa con la velocidad necesaria para completar la vuelta y pierde contacto momentáneamente con la pista) y energía potencial gravitacional con altura igual a 2R.

$E_{INICIAL} = E_{FINAL}$
$U_{ELÁSTICA} = U_{GRAVITACIONAL} + K_A$
$\frac{1}{2} kx^2 = mgh_A + \frac{1}{2} mv_A^2$

Analizamos el punto A por medio de las leyes de Newton para calcular la velocidad en ese punto.



$\sum Fy = ma_C$

$mg = m\frac{v^2}{R}$

$v_A^2 = gR$

Figura 486

Reemplazamos este resultado en la ecuación de conservación de energía
$kx^2 = 2mg(2R) + mgR$

$$x = \sqrt{\frac{5mgR}{K}}$$

$$x = \sqrt{\frac{5(0.5)(9.8)(0.9)}{980}}$$

x = 0.15 m

x = 15 cm

b) En ese punto (punto B) la fuerza que ejerce el aro es la reacción normal. Guiándonos en el diagrama de cuerpo libre del bloque en el punto B tenemos

$$\sum Fx = ma_C$$

$$N = m\frac{v^2}{R}$$

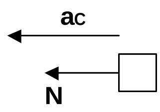


Figura 487

El valor de la velocidad lo calculamos por el análisis de energía entre el punto B y el origen.

$E_{INICIAL} = E_{FINAL}$

$U_{ELÁSTICA} = U_{GRAVITACIONAL} + K_B$

$\frac{1}{2}\,kx^2 = mgh_B + \frac{1}{2}\,mv_B^2$

$$v_B = \sqrt{\frac{kx^2 - 2mgh_B}{m}}$$

$$v_B^2 = \frac{980(0.15)^2 - 2*0.5*9.8*0.9}{0.5}$$

$v_B^2 = 26.46\ m^2/s^2$

Reemplazamos en la ecuación que obtuvimos mediante la segunda ley de Newton.

N = 0.5kg(26.46 m²/s²)/0.9 m

N = 14.7 N

19. Dos resortes de masa despreciable, ambos de constante k = 200 N/m, están fijos en los extremos opuestos de una pista plana. Un bloque de 5.00 kg se empuja sobre el resorte izquierdo, comprimiéndolo 15 cm. El bloque (inicialmente en reposo) se suelta después. Toda la pista es lisa excepto la sección entre A y B, si μk = 0.080 entre el bloque y la pista a lo largo de AB, y la longitud AB es 25.0 cm, determine donde se detiene el bloque, cuando se mide a partir de A.
(Lección parcial, I Término 2005 – 2006)

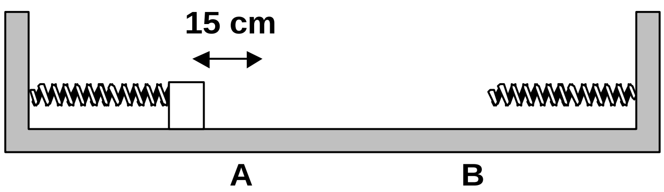


Figura 488

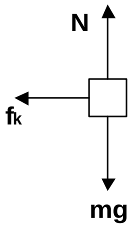
SOLUCIÓN

Basta con analizar la situación inicial y final del recorrido, aplicando la relación entre el trabajo que realizan las fuerzas no conservativas y la variación de la energía mecánica.

$W_{FNC} = E_{FINAL} - E_{INICIAL}$

$- f_k d = 0 - \frac{1}{2}\,kx^2$

La única fuerza no conservativa es la fuerza de fricción cinética, y la energía mecánica final es cero porque la partícula se detiene, y no hay cambio en la altura, con respecto al nivel de referencia que es la superficie horizontal.



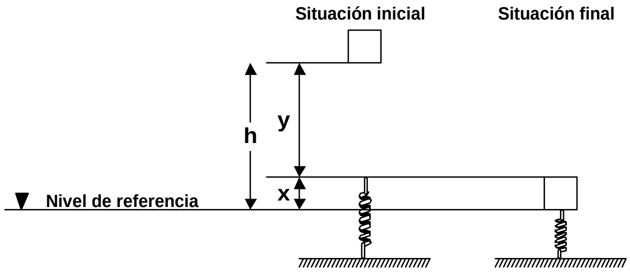
$- \mu_k Nd = - ½ kx^2$
$- \mu_k mgd = - ½ kx^2$
$d = ½(200)(0.15^2)/5(9.8)(0.080)$
$d = 0.574$ m = 57.4 cm

Aquí d es la longitud que recorre el bloque sobre la superficie rugosa, por tanto el bloque recorre 25 cm al ir de A a B, luego 25 cm al regresar de B a A, y finalmente recorre 7.4 cm de A a B. Por tanto **el bloque queda ubicado a 7.4 cm a la derecha de A.**

Figura 489

20. Un cuerpo de 2 kg se deja caer desde una altura de 1 m sobre un resorte vertical de masa despreciable, cuya constante elástica es k = 2000 N/m. ¿Cuánto es lo máximo que se comprime el resorte? Use g = 10 m/s². (Examen parcial de Física I, I Término 2004 – 2005)

SOLUCIÓN



Fgura 490

Hacemos un gráfico que represente la situación inicial y la final.

Se puede apreciar en el gráfico que no existen fuerzas disipativas (no conservativas), por tanto, la energía mecánica inicial es igual a la energía mecánica final.

$E_{INICIAL} = E_{FINAL}$
$mgh = ½ kx^2$
$mg(y + x) = ½ kx^2$
$mgy + mgx = ½ kx^2$
$2(10)(1) + 2(10)x = ½ (2000)x^2$
$50 x^2 – x – 1= 0$
$x = 0.152$ m

El resorte se comprime 15.2 cm

21. El resorte de la figura 485 tiene una constante elástica de 5000 N/m y ha sido comprimido 0.20 m con el bloque. El bloque tiene 200 g de masa y μk = 0.30 con el plano inclinado y no está soldado al resorte. ¿A qué distancia x toca el piso? (Examen parcial de Física I, II Término 2002 – 2003).

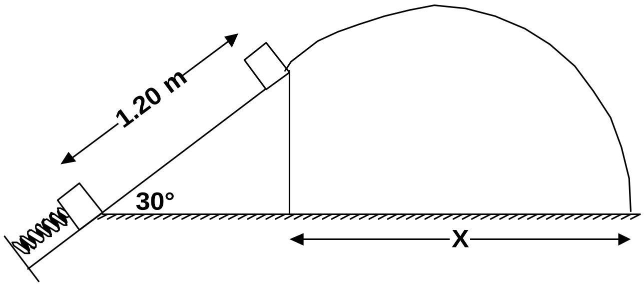


Figura 491

SOLUCIÓN

Debemos averiguar cuál es la velocidad con la que sale el bloque del plano. Aplicamos el teorema de trabajo energía. La referencia la ubicamos en el punto en donde se suelta el resorte, o sea, al nivel del suelo.

$W_{FNC} = E_{FINAL} - E_{INICIAL}$
$W_{FNC} = E_{FINAL} - E_{INICIAL}$
$- f_k d = \frac{1}{2} mv^2 + mgh - \frac{1}{2} kx^2$
$- 2\mu_k mg\cos 30° d = mv^2 + 2mgd\,sen 30° - kx^2$
$5000(0.2)^2 - 2(0.2)(9.8)(1.2)(0.3\cos 30° + sen 30°) = 0.2v^2$
$v^2 = 31.34\ m^2/s^2$

Para calcular x aplicamos la ecuación de la trayectoria (movimiento parabólico)

$$y = x\tan 30° - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2 30°}$$
$$-1.2\,sen\,30° = 0.577x - 0.209x^2$$
$$0.209x^2 - 0.577x - 0.6 = 0$$

x = 3.56 m

22. Un bloque de 10 kg se suelta desde el reposo en el punto A que está en la parte superior de un plano inclinado, como se muestra en la figura 486, existe rozamiento sólo en el tramo AB de la trayectoria, en donde $\mu_k = 0.2$. En el punto C está el inicio de un resorte que cumple la Ley de Hooke y cuya constante elástica es de 12 N/m, determine:
    a) La pérdida de energía del sistema en el tramo AB.
    b) La distancia que se comprime el resorte después de detener al bloque.
    (Examen parcial de Física I, II Término 2003 – 2004).

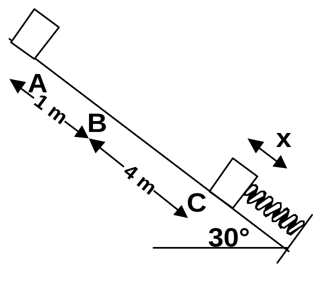


Figura 492

SOLUCIÓN

a) La pérdida de energía viene dada por el trabajo que realiza la fuerza de fricción cinética
   $W_f = - f_k d = - \mu_k N d = - \mu_k mgd\cos 30° = - 0.2 (10)(9.8)(1)\cos 30°$

Wf = - 16.97 J

b) Aplicamos el teorema de trabajo energía para poder calcular este valor, tomando en cuenta que el nivel de referencia lo ubicaremos en el punto de máxima compresión del resorte.
   $W_{FNC} = E_{FINAL} - E_{INICIAL}$

$- 16.97 = \frac{1}{2} kx^2 - mgh$

En donde h tiene relación con la distancia, d, que recorre el bloque sobre el plano inclinado, y esta es $5 + x$. Note que se forma un triángulo rectángulo de tal manera que $h = d\text{sen}30° = (5 + x)0.5$
$h = 2.5 + 0.5x$

$- 16.97 = \frac{1}{2} (12)x^2 - 10(9.8)(2.5 + 0.5x)$
$6x^2 - 49x - 228.03 = 0$

Resolviendo la ecuación por medio de la fórmula general para ecuaciones cuadráticas, obtenemos

$x = 11.48$ m