FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

AÑO:	2022	**PERÍODO:**	II PAO	**MATERIA:**	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.				
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	21/noviembre/2022		

Nombre: ____ *Cédula:* _______________ *Paralelo:* ___

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

____

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) De ser posible, calcule:

$$\lim_{x \to 1^+} (x-1)sen\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

2. La temperatura T del café recién hecho es de 130 °F y se conoce que dicha temperatura a través del tiempo t, medido en $minutos$, puede ser modelizada con la siguiente expresión:

$$T(t) = Ae^{-0.044t} + 72 \quad ; \quad t \geq 0$$

(a) (1 PUNTO) Determine el valor de la constante A. Especifique la regla de correspondencia para la temperatura T, considerando el valor calculado.

(b) (4 PUNTOS) Después que ha transcurrido mucho tiempo, mediante el cálculo de un límite, calcule la temperatura final T_f a la cual se enfría el café. Explique lo que representa la recta $T = T_f$ para la gráfica de la función T.

3. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real f tal que:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3} \quad ; \quad x \neq 3$$

Para que f sea continua en $\mathbb{R}$, ¿cómo debe ser definida en $x = 3$?

4. Para cada función, obtenga la expresión simplificada correspondiente a:

$$\frac{dy}{dx}$$

(a) (3 PUNTOS) $y = \dfrac{3^{4x}}{cos(4x)}$

(b) (3 PUNTOS) $y = x^{sec(x)}$

5. (6 PUNTOS) Determine la ecuación de la recta tangente en el punto P_0 a la curva:

$$\frac{9}{4}x - (x+y)^2 + arctan(2y) = \frac{\pi}{4} \qquad ; \qquad P_0\left(1, \frac{1}{2}\right)$$

6. (8 PUNTOS) Bosqueje la gráfica de una función de variable real f que es continua y que cumple con todas las condiciones especificadas:

    i. $dom\ f = \mathbb{R}$
    ii. $f(0) = f(4) = f(6) = 0\ ;\ f(2) = 4\ \ ;\ f(5) = -5$
    iii. $\forall x \in (0, 2) \cup (5, +\infty)\ , f'(x) > 0$
    iv. $\forall x \in (2, 5)\ , f'(x) < 0$
    v. $f'(5)\ no\ existe.$
    vi. $\forall x \in (0, 5) \cup (5, +\infty)\ , f''(x) < 0$
    vii. $f\ es\ impar.$

    Determine qué tipo de punto crítico se tiene cuando $x = 2$.

7. (8 PUNTOS) De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:

   Un cuadrado está inscrito en un círculo. Si la longitud del radio del círculo se está incrementando a una velocidad constante de $0.8\ cm/s$, calcule la velocidad con la que crece el área del círculo cuando el lado del cuadrado mide $4\ cm$.

   La función $Q(p) = log_2(65 - p^2)$ representa la cantidad, en $miles\ de\ acciones$, que demanda el mercado y p es el precio de cada acción en $dólares$. Si el precio de las acciones decrece a razón de \$ $2\ por\ semana$, calcule la variación de la demanda cuando la cantidad demandada es de $4\ mil\ acciones$.

8. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real f definida por:

$$f(x) = \sqrt{x-1}\ ;\ \ x \geq 1$$

Verifique si cumple con la hipótesis del TEOREMA DEL VALOR MEDIO PARA DERIVADAS (TEOREMA DE LAGRANGE) en el intervalo $[5, 17]$, y, en caso de hacerlo, determine el valor de c cuya existencia está garantizada por dicho teorema.