



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación
“DISEÑO DE UN CONTROLADOR DE COEFICIENTE
DE SOBRESATURACIÓN EN EL PROCESO
CRISTALIZACIÓN DE AZÚCAR UTILIZANDO CONTROL
PREDICTIVO”

TRABAJO DE TITULACIÓN

Previo a la obtención del título de:

**MAGÍSTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL
INDUSTRIAL**

Presentado por:

ING. OSCAR GUILLERMO CASTRO TORRES

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2021

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por todas sus bendiciones y haberme permitido llegar a esta nueva meta.

A compañía azucarera Valdez S.A. por permitir emplear datos de proceso que se presentan en este trabajo.

A mi profesor MSc. Arístides Reyes por haberme guiado con éxito en el desarrollo de este proyecto de titulación.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis padres Guillermo y Esperanza quienes con su ejemplo y amor inculcaron en mí esfuerzo y valentía, de no temer las adversidades porque Dios está conmigo siempre.

A mi esposa Jazmina por ser soporte fundamental en el transcurso de este proceso.

Dedicado a todas las personas que me apoyaron y brindaron su ayuda en el curso de ésta maestría.

TRIBUNAL DE EVALUACIÓN

JUAN CARLOS AVILES CASTILLO., PhD.

SUBDECANO DE FIEC



ARÍSTIDES REYES BACARDI., MSc.

DIRECTOR DE TRABAJO DE TITULACIÓN



RONALD SOLÍS MESA., MSc.

MIEMBRO PRINCIPAL DEL TRIBUNAL

DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, me corresponde exclusivamente; y doy mi consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"



Ing. Oscar Castro Torres

RESUMEN

El presente trabajo describe el proceso de cristalización de azúcar realizado en tachos tipo batch, detallando la importancia del coeficiente de sobresaturación, el cual debe mantenerse en la zona Metaestable para conseguir objetivos de producción (masa total de cristales) y calidad (tamaño promedio de cristales).

Mediante ecuaciones diferenciales se representa el proceso de cristalización; usando datos constructivos de un tacho y de proceso tales como temperatura, concentraciones, pureza, se obtiene el modelo no lineal el cual se somete a experimentación para obtener por identificación un modelo tipo Box Jenkins. El modelo obtenido es usado en la metodología de control predictivo. Además se diseña un controlador clásico PI, ajustado con reglas de sintonización SIMC a partir de la reducción del modelo de alto orden obtenido en la identificación.

Ambos controladores, EPSAC y PI, se someten a simulación donde se realiza un cambio en el setpoint, y además, se introduce una perturbación; evidenciando que ambos controladores mantienen el coeficiente de sobresaturación dentro de la zona Metaestable, sin embargo el controlador predictivo ofrece mejor tiempo de estabilización y robustez. Para lograr ésta característica de acción rápida, la señal del controlador predictivo es más agresiva que la del PI, lo cual podría ser contraproducente en la práctica, ya que los actuadores estarían sometidos a grandes esfuerzos mecánicos; aquí el controlador PI tiene la ventaja siendo su acción de control suave.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS.....	ii
DEDICATORIA	iii
TRIBUNAL DE EVALUACIÓN	iv
DECLARACIÓN EXPRESA.....	v
RESUMEN.....	vi
ÍNDICE GENERAL.....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
ÍNDICE DE TABLAS	xiii
SIMBOLOGÍA Y ABREVIATURAS	xiv
CAPÍTULO 1	16
1. ANTECEDENTES	16
1.1 Descripción del problema	16
1.2 Solución propuesta.....	19
1.3 Objetivo General.....	21
1.4 Objetivos Específicos	22
1.5 Metodología.....	22
1.6 Alcance del trabajo.....	23
CAPÍTULO 2.....	24

2. ESTADO DEL ARTE EN LA MODELACIÓN Y EL CONTROL DE LOS CRISTALIZADORES DE AZÚCAR.....	24
2.1 Funcionamiento de los Tachos de azúcar.....	24
2.2 Análisis de los modelos matemáticos publicados del proceso de cristalización de azúcar.....	30
2.3 Identificación del Tacho cristalizador de azúcar del ingenio Valdez.	35
2.3.1 Diseño del experimento.	40
2.3.2 Pre procesamiento de los datos.....	47
2.3.3 Estructura del modelo.....	48
2.3.4 Estimación de parámetros.	51
2.3.5 Validación del modelo.....	53
2.4 Comparación de los resultados de la identificación con los modelos matemáticos publicados.	55
2.5 Estado del arte en el control de los cristalizadores de azúcar.....	57
CAPÍTULO 3.....	61
3. APLICACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO EN EL CONTROL DEL PROCESO DE CRISTALIZACIÓN DE AZÚCAR.....	61
3.1 Introducción al Control Predictivo.....	61
3.2 Diseño del Control Predictivo Generalizado al Proceso de Cristalización de azúcar.	65
3.2.1. Parámetros del controlador GPC.....	70
3.3 Diseño del Control Predictivo Extendido Auto Adaptativo al Proceso de Cristalización de azúcar.....	71
3.3.1. Predicción de la respuesta del modelo.	72

3.3.2. Predicción de la perturbación.....	73
3.3.3. Predicción de la respuesta del sistema.....	74
3.3.4. Objetivo del controlador	78
3.3.5 Ley de control EPSAC	78
3.3.6 Parámetros del controlador EPSAC.....	79
3.4 Análisis de los resultados del control predictivo del proceso de Cristalización de azúcar.....	80
CAPÍTULO 4.....	82
4. CONTROL DE SATURACIÓN DE MASA COCIDA. UN CASO DE ESTUDIO.....	82
4.1 Diseño y simulación del control proporcional, integral y derivativo (PID) de la saturación de masa cocida.....	82
4.1.1 Reducción del modelo.....	82
4.1.2 Ajuste de ganancias del controlador PID	85
4.1.3 Condiciones iniciales del sistema.	88
4.2 Diseño y simulación del control Predictivo Extendido Auto Adaptativo de la saturación de masa cocida.....	89
4.3 Comparación de resultados de los desempeños de los controladores diseñados	91
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	95
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	97
ANEXOS.....	103

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Diagrama P&ID del Tacho 650 HL, tomado del archivo técnico del ingenio azucarero Valdez.	17
Figura 1.2: Solubilidad de sacarosa en agua en función de la temperatura, tomado de [4].	18
Figura 1.3: Variaciones de conductividad (Setpoint en negrita), tomado de [6].	20
Figura 2.1: Esquema de cocimiento de tres etapas	26
Figura 2.2: Construcción típica de un Tacho batch.	27
Figura 2.3: Coeficiente de sobresaturación el en proceso de cristalización, tomado de [14].	29
Figura 2.4: Modelo híbrido del proceso de cristalización en tachos batch tomado de [16].	35
Figura 2.5: Representación en diagrama de bloques del proceso de cristalización de un tacho batch	38
Figura 2.6: Etapas para la identificación de sistemas dinámicos.	39
Figura 2.7: Esquema Entrada – Salida para la identificación del proceso de cristalización de azúcar en tacho batch.	40
Figura 2.8. Secuencia de generación de señal PRBS, tomado de [19]	41

Figura 2.8. Rango de frecuencia efectiva para el diseño de la señal PRBS, tomado de [21].	42
Figura 2.9. Respuesta paso en lazo abierto, simulación del proceso de cristalización de un tacho batch.	45
Figura 2.10. Señal de prueba PRBS, diseñada a partir de conocimiento a priori del sistema.	46
Figura 2.11. Espectro de potencia de señal de prueba PRBS	47
Figura 2.12. Respuesta del sistema ante la señal de prueba PRBS	48
Figura 2.13. Representación en diagrama de bloques de un sistema lineal	49
Figura 2.14. Diagrama de bloques de estructura generalizada de modelos PEM	50
Figura 2.15. Herramienta System Identification ToolBox para estimación de parámetros del sistema de cristalización de azúcar	52
Figura 2.16. Simulación del modelo BJ[1 0 1 6 1] (línea roja) empleando datos de validación (línea negra)	53
Figura 2.17. Análisis residual de errores del modelo BJ[1 0 1 6 1]	54
Figura 2.18. Diagrama de bloques para la identificación del sistema de cristalización propuesto en [11]	55
Figura 2.19. Diagrama de bloques para la identificación del sistema de cristalización propuesto en [27]	56
Figura 2.20. Respuesta paso de los modelos, línea azul modelo propuesto en 27, línea roja modelo obtenido por identificación para nuestra aplicación	57
Figura 3.1. Principio del Control Predictivo	63
Figura 3.2. Estructura del MPC	64
Figura 3.3. Estrategia MPC para modelos SISO	65

Figura 3.4. Ley de control del GPC.....	70
Figura 3.5: Esquema para la predicción de la respuesta del modelo EPSAC72	
Figura 3.6: Concepto de acciones de control base y de optimización	76
Figura 3.7: Efectos de entradas δu tipo impulso en la salida y_{opt} tomado de [35]	77
Figura 3.8. Objetivo controlador EPSAC.....	78
Figura 3.9. Respuesta de controladores GPC para el control del coeficiente de sobresaturación en el proceso de cristalización de azúcar	81
Figura 4.1. Reducción del modelo Identificado; arriba comparación de respuesta frecuencial de modelo original y modelo reducido, abajo contribución de energía de los estados del modelo original.	83
Figura 4.2. Respuesta al escalón. Modelo original línea azul, modelo reducido línea roja.	84
Figura 4.3. Respuesta escalón de los modelos identificado y orden reducido y reducido mediante la regla de la mitad	86
Figura 4.4. Respuesta del sistema en lazo cerrado usando un controlador PI ajustado con reglas de sintonía SIMC-PID.	89
Figura 4.5. Respuesta del sistema en lazo cerrado usando un controlador predictivo EPSAC.	90
Figura 4.6. Respuestas del sistema usando controladores PI y EPSAC, figura superior: Respuestas del coeficiente de sobresaturación, figura inferior: señal de controladores.....	92

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Estructuras de modelos PEM para identificación.....	51
Tabla 2: Parámetros del modelo BJ10161.....	52
Tabla 3. Parámetros de diseño de controlador GPC para regulación del coeficiente de sobresaturación de masa cocida en el proceso de cristalización de azúcar.....	71
Tabla 4. Parámetros de diseño de controlador EPSAC para regulación del coeficiente de sobresaturación de masa cocida.	80
Tabla 5: Ganancias de controlador SIMC-PID.....	85
Tabla 6: Características transientes según figura 4.6 del sistema en lazo cerrado del control de sobresaturación en el proceso de cristalización de azúcar.	93
Tabla 7: IAE y TV del sistema en lazo cerrado del control de sobresaturación en el proceso de cristalización de azúcar según figura 4.6.....	93
Tabla 8: Resultado del proceso de cristalización al final de la simulación	94

SIMBOLOGÍA Y ABREVIATURAS

M_T : Masa total de la solución (kg).

M_a : Masa de agua contenida en la solución (kg).

M_c : Masa de cristales de azúcar (kg).

M_s : Masa de sacarosa disuelta (kg).

M_i : Masa de impurezas en la solución (kg).

F_m : Flujo de meladora (kg/s).

T_m : Temperatura de ebullición del licor madre (°C)

T_v : Temperatura del vapor saturado de calentamiento.

τ : Constante de tiempo del decrecimiento del coeficiente global de transferencia de calor.

C_a : Concentración de agua el licor de alimento.

C_s : Concentración de sacarosa en el alimento.

C_i : Concentración impurezas (no azúcares) en el alimento.

H_v : Calor latente de la vaporización de la masa (kcal/kg).

H_m : Entalpía de la meladura (kcal/kg).

H_c : Calor de cristalización de la sacarosa (kcal/kg).

C_{el} : Calor específico del licor madre (kcal/kg-°C).

C_{ec} : Calor específico de la sacarosa (kcal/kg-°C).

K_{01} : Valor inicial del coeficiente de transferencia de calor (kcal/m²-°C-s).

A : Superficie calórica de la calandria del tacho (m²).

D_c : Diámetro del cristal esférico equivalente (mm).

N : Número total de cristales en la masa cocida.

S_s : Sobresaturación.

$p_{m1}, p_{m2}, p_{m3}, p_{m4}$: Parámetros del modelo.

α : Coeficiente que depende de la temperatura.

ρ : Densidad de la sacarosa ($\frac{Kg}{m^3}$)

J_c : Velocidad de crecimiento de los cristales de azúcar.

t_o : Tiempo inicial

t_f : Tiempo final

u_j : Momento de distribución del tamaño del cristal

sat : Condición de solución saturada

PID: Controlador proporcional, integral, derivativo

PI: Controlador proporcional integral

IMC: Control por modelo interno

SIMC: Control por modelo interno ajustado por metodología Sirigud Skogestad

MBPC: Control predictivo basado en modelo

EPSAC: Control predictivo extendido auto adaptativo

PBRs: Secuencia binaria pseudo aleatoria

PEM: Métodos de predicción del error

PI&D: Diagrama de instrumentación y tuberías de procesos

CAPÍTULO 1

1. ANTECEDENTES

1.1 Descripción del problema

La mayoría de los procesos de producción industriales son complejos y dinámicos, como es el caso de los ingenios azucareros. La cristalización es una de las etapas más importantes en la fabricación del azúcar; la cual requiere de una excelente preparación, experiencia y habilidad por parte de los operadores, condiciones muy difíciles de lograr. Aun con operadores experimentados, la uniformidad, repetitividad y los tiempos de cocción son variables, incidiendo en la calidad del azúcar y productividad de esta área. [2]

En el ingenio Valdez el proceso de formación del grano de azúcar o cristalización es tipo batch y se realiza en un equipo conocido como Tacho de cocimiento, el cual no es más que un evaporador al vacío donde se cuece una solución rica en sacarosa denominada meladura, la cual proviene de la etapa de evaporación del jugo de caña.

El tacho es alimentado por un flujo regulado de meladura y vapor. Dentro del tacho se producen procesos simultáneos de transferencia de masa y evaporación, donde el objetivo es que la meladura llegue a una condición de solución azucarada sobresaturada, llamada masa cocida, para favorecer la formación y crecimiento de los cristales hasta un tamaño adecuado y uniforme.

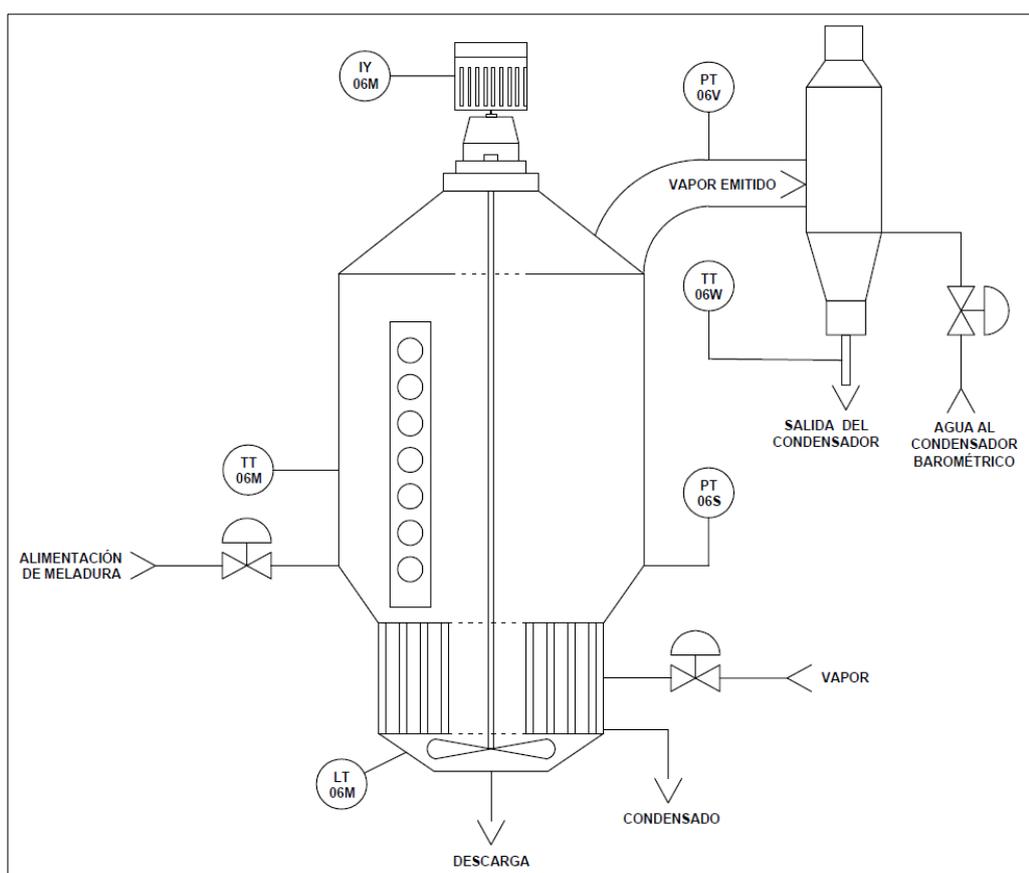


Figura 1.1: Diagrama P&ID del Tacho 650 HL, tomado del archivo técnico del ingenio azucarero Valdez.

La tasa del crecimiento del cristal y finalmente el tamaño del grano de azúcar dependen del coeficiente de sobresaturación de la masa durante el proceso al interior del tacho [3] [4].

El coeficiente de sobresaturación se define como la relación sacarosa/agua de la solución a prueba y sacarosa/agua de la solución saturada a igual temperatura. Según la Comisión Internacional para Métodos Uniformes de Análisis de Azúcar (ICUMSA) el coeficiente de sobresaturación y se expresa como:

$$Ss = \frac{\frac{M_s}{M_w}}{\frac{M_s}{M_w}|_{sat}} \quad (1.1)$$

Dónde:

M_s : Masa de sacarosa.

M_w : Masa de agua.

El coeficiente de sobresaturación indica si la solución no está saturada $Ss < 1$, saturada $Ss = 1$ y sobresaturada $Ss > 1$. En la figura 2 se muestra la curva de sobresaturación (denominado con y_p por el autor del gráfico) de una solución azucarada, aquí se representan cuatro regiones según el valor de esta variable.

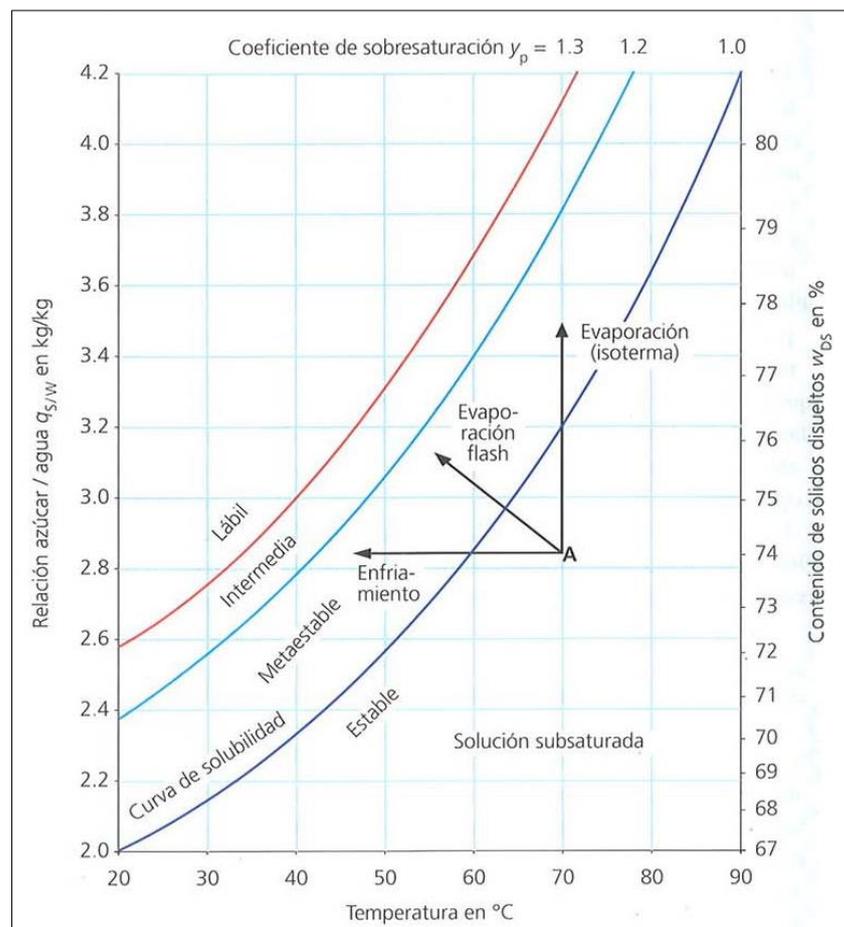


Figura 1.2: Solubilidad de sacarosa en agua en función de la temperatura, tomado de [4].

La región donde el coeficiente de sobresaturación esta entre 1.0 y 1.2 se conoce como región Metaestable, esta es la zona ideal para favorecer la cristalización y el crecimiento de los granos de azúcar. En la zona Estable ($y < 1$) los cristales de azúcar se disuelven mientras que en las zonas Intermedia ($1.2 < y < 1.3$) y Lábil ($y \geq 1.3$) se produce un fenómeno químico llamado nucleación espontanea que es la reproducción de cristales no azucarados llamados “granos falsos”, los cuales afectan a los procesos siguientes ocasionando pérdidas.

Uno de los parámetros de calidad del producto final es el tamaño del grano de azúcar; si el grano no está dentro del rango de tolerancia entonces la producción es rechazada y el azúcar debe de ser reprocesada, lo que origina reducción del stock en bodegas, cuellos de botella en la línea de proceso, mayor consumo de energía (eléctrica, térmica) e insumos y recursos para el reprocesamiento del azúcar. Por ello el coeficiente de sobresaturación constituye la variable principal a controlar en el proceso de cristalización para obtener un tamaño de grano de azúcar dentro de los rangos de calidad.

1.2 Solución propuesta

Para el caso del ingenio azucarero Valdez, la formación del cristal y el control del crecimiento lo realizan los operadores en forma manual. Por medio de una válvula se regula el flujo de meladura hacia el tacho en base a un muestreo y observación visual de la contextura de la masa. La calidad del producto y los tiempos de cocimiento dependen directamente de la destreza y experiencia del operador.

Gran parte de ingenios azucareros realizan el monitoreo y control del grado de sobresaturación en base a la conductividad eléctrica [4] [6]; sin embargo estudios realizados muestran que la conductividad es afectada por la cantidad de impurezas que contenga la meladura, por ende no se realiza un control óptimo[7].

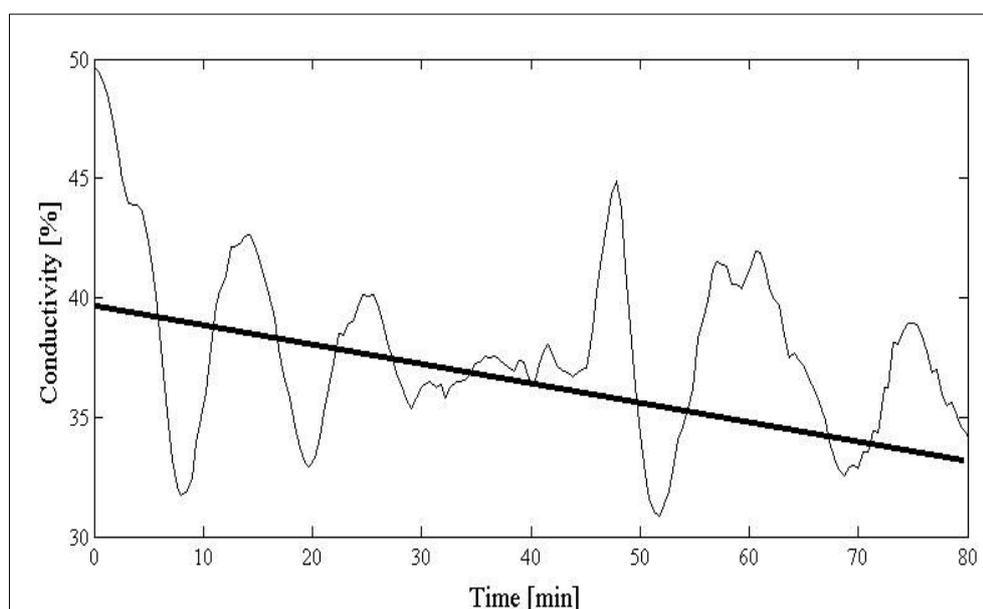


Figura 1.3: Variaciones de conductividad (Setpoint en negrita), tomado de [7].

Una buena estrategia para controlar indirectamente la sobresaturación en un tacho fue estudiado e implementado en la última década del siglo pasado, este método consistía en la regulación de la densidad de masa, para ello se usaba instrumentación con tecnología radioactiva (densímetros gama); sin embargo en la actualidad las normativas alimentarias y restricciones de seguridad ocupacional no permiten el uso de este tipo de instrumentos [8], además que su costo de adquisición y mantenimiento es demasiado elevado por lo que su uso en el sector azucarero ha sido relegado.

Trabajos previos desarrollados hacen referencia a la implementación de técnicas de control convencional utilizando controladores PID (proporcional, integral y derivativo) y sus variantes, los cuales presentan desempeños favorables que permiten obtener una aceptable uniformidad en el tamaño del grano; sin embargo la sobresaturación está relacionada con la presión absoluta en el interior del tacho (presión de vacío), presión de vapor de calentamiento, concentración y pureza de meladura de alimentación, el cambio de estas variables origina perturbaciones en el sistema incidiendo en el desempeño del

controlador PID, el cual presenta desventajas en presencia de perturbaciones [8] [9].

Estrategias modernas de control como los controladores predictivos basados en modelos (MBPC, por sus siglas en inglés) se han ido popularizando tanto en la academia como en la industria, los avances en la tecnología para su diseño e implementación han permitido romper las barreras en sus inicios:

Hardware computacional, para el diseño e implementación de los algoritmos.

La identificación de la planta, para la obtención del modelo que forma parte de la estructura de esta estrategia de control.

La implementación del control predictivo en procesos altamente complejos y no lineales evidencia un mejor desempeño en comparación con las estrategias de control clásico PID [9], siendo la industria petroquímica su mayor campo de aplicación.

El presente trabajo se enfoca en el diseño de controlador del coeficiente de sobresaturación de masa cocida en el proceso de cristalización de azúcar, utilizando un controlador EPSAC (Extended Prediction Self Adaptive Control), el cual es una extensión del control predictivo basado en modelo MBPC. El análisis mediante simulaciones demostrará los beneficios del controlador EPSAC en aplicaciones donde el seguimiento de referencia es primordial, además que esta estrategia de control tiene un adecuado desempeño en presencia de perturbaciones propias del proceso[10] [11].

1.3 Objetivo General

Diseñar un controlador del coeficiente de sobresaturación de masa cocida usando un controlador predictivo basado en modelo EPSAC para garantizar la operación en la zona Metaestable del proceso de cristalización de azúcar.

1.4 Objetivos Específicos

1. Generar el modelo matemático del sistema utilizando balances de masa y energía para establecer la dinámica del proceso de cristalización de azúcar en los tachos tipo batch.
2. Identificar el sistema para obtener un modelo estimado que represente en buena medida al modelo no lineal.
3. Diseñar el controlador EPSAC, ajustado para una buena respuesta frente a perturbaciones y seguimiento de referencia.
4. Comparar los desempeños del controlador EPSAC y PID mediante simulación de las estrategias de control propuestas.

1.5 Metodología

El controlador EPSAC es una estrategia en la que el cálculo de las acciones de control se basa en una predicción adaptativa de la salida del proceso [10]. El pronóstico se realiza en base a un modelo tipo caja negra de la dinámica del sistema.

Esta técnica es robusta con respecto a los errores de modelado. Por otra parte la función objetivo de control tiene un fuerte atractivo intuitivo para el operador del proceso, por lo tanto, el método es especialmente adecuado para su aplicación en el control de la vida real.

Para la el diseño del controlador EPSAC debemos, en primera instancia, obtener el modelo discreto tipo caja negra del sistema a controlar.

El modelo tipo caja negra será generado mediante identificación del sistema usando los datos obtenidos de la simulación del modelo matemático del proceso de cristalización de azúcar.

El modelo matemático está basado en las leyes del balance dinámico de las magnitudes que caracterizan a la masa y energía en el proceso; así como algunas relaciones cinéticas del crecimiento del cristal que permiten, a partir de

las condiciones reales de operación, obtener los parámetros del modelo mencionados en [1].

Una vez obtenido el modelo tipo caja negra, se diseñará el controlador EPSAC y un controlador PID sintonizado mediante reglas de sintonía IMC, estos controladores van a ser sometidos a prueba mediante simulación, aquí se evaluará su desempeño en seguimiento de referencia realizando cambios en la consigna de operación del coeficiente de sobresaturación; y rechazo a perturbación simulando variación de la temperatura de masa cocida.

1.6 Alcance del trabajo

El presente trabajo aborda la identificación del modelo tipo SISO (una entrada una salida) que representa la dinámica del coeficiente de sobresaturación respecto del cambio en el flujo de entrada de meladura en el proceso de cristalización de azúcar de un tacho batch, a partir de simulación del modelo no lineal construido en base a balances de masa y energía que rigen la dinámica del proceso.

Bajo la metodología de control predictivo se diseñó un controlador EPSAC para la regulación del coeficiente de sobresaturación, su desempeño es comparado con el de un controlador PI sintonizado con la técnica SIMC-PID sometidos a simulación.

CAPÍTULO 2

2. ESTADO DEL ARTE EN LA MODELACIÓN Y EL CONTROL DE LOS CRISTALIZADORES DE AZUCAR.

2.1 Funcionamiento de los Tachos de azúcar.

En la industria azucarera el proceso de cristalización se lleva a cabo en la sección cocimiento o también denominado cuarto de azúcar. Actualmente existen varias tecnologías para llevar a cabo la cristalización, dicho esto, a continuación se describe el funcionamiento del tacho discontinuo, llamado así por su funcionamiento tipo batch.

El área de cocimiento tiene como objetivo principal cristalizar la mayor parte de sacarosa contenida en el jugo de caña concentrado, conocido también como meladura, esta solución contiene aproximadamente 65% de materia sólida disuelta (sacarosa, no azúcares e impurezas) y 35% de agua.

El producto final de este proceso es el cristal de azúcar, y como subproducto se obtiene una solución denominada miel final o melaza, la cual es un jarabe que contiene sólidos en suspensión y la sacarosa que no se logró cristalizar por motivos de eficiencia.

En la actualidad no existe tecnología que permita obtener la totalidad de azúcar proveniente de la meladura que cumpla con condiciones de eficiencia energética y tiempos óptimos de procesamiento, de modo que el área de cocimiento no se convierta en un cuello de botella para los procesos anteriores[12].

La cristalización de la meladura se realiza en equipos denominados tachos de cocimiento, que son evaporadores al vacío; este proceso debe realizarse en varias etapas para obtener la mayor cantidad de cristales de azúcar y minimizar el contenido de sacarosa en la miel final.

En este sentido se diferencian dos roles de los tachos, como cristalizadores de azúcar comercial y cristalizadores para agotamiento de sacarosa.

La función principal en los tachos de fabricación de azúcar comercial (denominados también como tachos de primera) es producir cristales de azúcar que cumplan parámetros de calidad como tamaño de grano, color, humedad, de este modo el producto es apto para el despacho; mientras que en los tachos de agotamiento (conocidos como tachos de segunda y/o tercera) se pone énfasis en la recuperación, cristalizando sacarosa contenida en las mieles que llegan a esta unidad.

Los tachos de primera se alimentan principalmente de meladura dando como resultado, al final del proceso de cocimiento tipo batch, una masa de granos de azúcar que se encuentran cubiertos por un jarabe llamado miel de primera, esta miel se compone de sacarosa que no se logró cristalizar, y en gran medida de impurezas provenientes en la meladura.

Una batería de centrifugas recibe la masa cocida, aquí se separan los granos de azúcar de la miel. El proceso de centrifugado es también tipo batch donde en cada secuencia se agrega agua para contribuir con la separación de las mieles, de esta forma se garantiza la calidad del azúcar, cuyo grano debe estar libre de residuos de miel.

Como consecuencia de la operación de las centrifugas, además del producto principal, se obtiene dos tipos de mieles conocidas como miel pobre, que es la que se desprende del grano de azúcar en los primeros instantes del centrifugado, y miel rica que se separa del grano con ayuda del agua de lavado.

La miel rica es regresada a mezclarse con la meladura para alimentar el tacho de primera, mientras que la miel pobre va como solución de alimentación para los tachos de agotamiento de sacarosa.

En la industria azucarera se emplean varios esquemas según las etapas de cristalización y de agotamiento, un esquema tradicional es de tres etapas [4], que consiste en una primera etapa para producción de azúcar y dos etapas consecutivas para agotamiento de sacarosa. La siguiente figura ilustra un esquema de tres etapas, además se visualiza las centrífugas de masa de segunda y tercera, cuya función es la de separar los cristales de azúcar de las mieles para ser reprocesados por los tachos de primera, con lo cual se cierra el ciclo de cristalización.

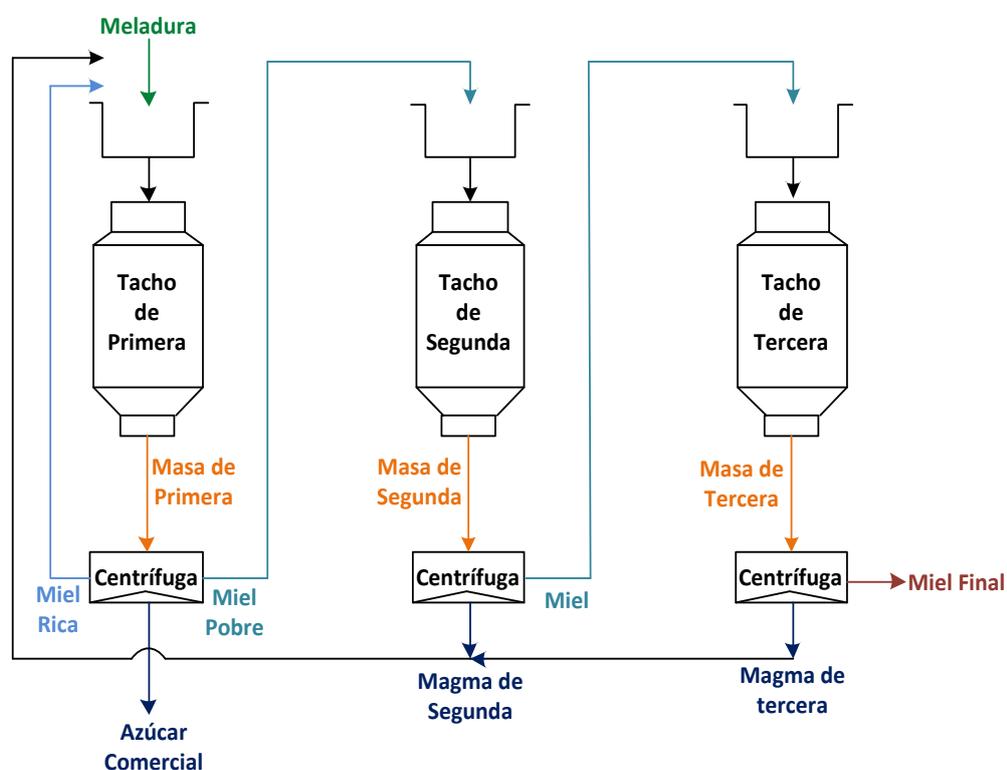


Figura 2.1: Esquema de cocimiento de tres etapas

El tacho batch es un tanque vertical cilíndrico donde en la parte inferior se encuentra una cámara de evaporación denominada “calandria” que es un

intercambiador de calor tubular, cuya función es de transferir el calor latente del vapor hacia la masa cocida. La evaporación del agua contenida en la meladura se realiza sobre la calandria a una temperatura de 65°C por efecto de la presión de vacío alrededor de -25 inHg, esto garantiza que los cristales de azúcar no tomen una coloración oscura a causa de temperaturas elevadas de cocimiento.

Mientras se produce la evaporación, un agitador motorizado mezcla la masa cocida con la meladura que ingresa al tacho tratando de homogeneizar la solución.

La figura 2.2 muestra la construcción interna de un tacho batch; en [4] y [13] se detallan otras variantes e innovaciones en la mecánica de tachos batch.

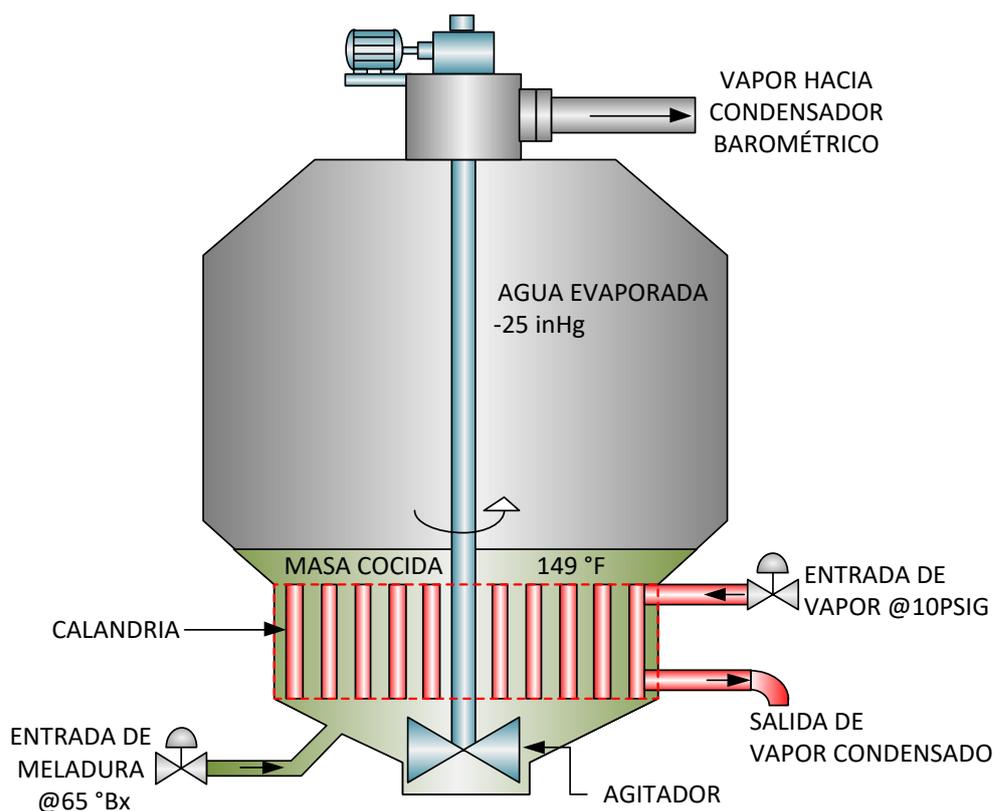


Figura 2.2: Construcción típica de un Tacho batch.

Como se ha mencionado, el proceso de cocimiento en un tacho discontinuo es tipo batch; un lote en el tacho de cristalización comprende varias fases secuenciales.

En la primera fase comúnmente conocida como carga, se genera presión de vacío al interior del tacho para que la meladura ingrese por succión cuando se abra la válvula de llenado, el nivel debe cubrir la cámara de evaporación; mientras esto sucede, la válvula de vapor regula la presión al interior de la calandria.

La segunda etapa, evaporación, inicia cuando se obtiene el nivel deseado de la etapa anterior. Con el agitador encendido, vapor de calentamiento y regulando la presión de vacío se produce la evaporación en el interior del tacho, esto ocasiona que el nivel descienda, por lo que se debe regular el ingreso de meladura para compensar el volumen de agua evaporada. En esta fase la evaporación se mantiene hasta que el coeficiente de sobresaturación tome valores dentro de la zona Metaestable $1.1 \leq y \leq 1.2$ aproximadamente.

Al tener la meladura en la condición de sobresaturación antes mencionada, entonces se inicia la fase de semillado, la cual consiste en la dosificación de pequeños cristales de azúcar del orden de $10\mu\text{m}$ disueltos en alcohol etílico. Estos cristales se dispersan al entrar en contacto con la meladura en el interior del tacho como efecto de la temperatura de ebullición del alcohol que es menor a la temperatura de la meladura concentrada. En esta etapa se desea que la masa alcance un valor de sobresaturación entre $1.2 \leq y \leq 1.3$ para generar las condiciones “ideales” para la formación y el crecimiento del grano de azúcar; aquí la regulación de la sobresaturación es muy importante, ya que el cristal de azúcar se puede disolver por efectos de baja concentración $y \leq 1$, o por el contrario se produzca nucleación espontánea cuando $y > 1.3$ (zona lábil).

En la siguiente ilustración se muestra la evolución del coeficiente de sobresaturación durante las primeras tres fases y la importancia de la regulación durante la etapa de semillado.

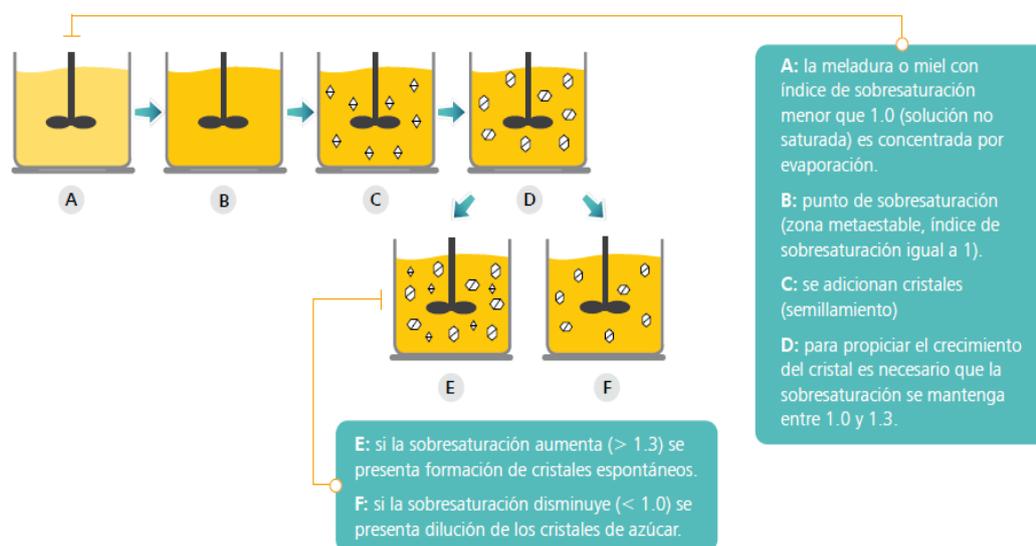


Figura 2.3: Coeficiente de sobresaturación el en proceso de cristalización, tomado de [14].

Concluida la fase de formación del grano, inicia la etapa de lavado, cuyo objetivo es eliminar el falso grano que se haya formado por nucleación espontánea, esto se consigue añadiendo agua por medio de una válvula reguladora. El fin de esta etapa lo define el operador por un tiempo determinado que va desde 10 a 15 minutos dependiendo de las condiciones del proceso, y la observación visual de la consistencia de la masa.

La etapa de semillado y lavado pudieran ser eliminadas si se realiza la cristalización a partir de la sacarosa contenida en la meladura que ingresó en el tacho en la etapa de carga y adicionando un volumen determinado de magma procedente del centrifugado.

Luego del semillado o la alimentación de magma, se inicia la etapa de cocimiento; esta fase es la de mayor duración y la más importante del lote donde el objetivo es conseguir que el cristal de azúcar crezca hasta un diámetro deseado alrededor de los $55\mu\text{m}$. Durante esta etapa la sobresaturación juega nuevamente un papel crucial ya que se debe mantener en valores dentro de la región Metaestable, para conseguir que no exista una

elevada varianza en el diámetro de azúcar entre otras características de calidad.

El coeficiente de sobresaturación dependerá de la velocidad de evaporación del agua contenida en la masa, de la cantidad de sacarosa y agua en la meladura de entrada como se expresa en (1.1); por ello el flujo de entrada de meladura debe ser regulado para mantener el coeficiente de sobresaturación en un valor adecuado por lo general 1.2; y además la temperatura de masa y la presión de vacío deben mantenerse fijos para evitar variaciones de sobresaturación ocasionadas por cambios de estas dos variables; sin embargo, por condiciones propias de la sección de cocimiento, la presión de vacío y presión de vapor que incide directamente sobre la temperatura de la masa, no son estables ya que los tachos comparten la línea principal de vapor de calentamiento, y de vacío; entonces existen variaciones cuando un tacho termina un lote, deja de consumir vapor, o por el contrario cuando un tacho inicia la secuencia necesitando de flujo de vapor de calentamiento y de vacío para el cocimiento.

La etapa de cocimiento finaliza cuando el nivel de masa cocida haya llegado hasta el valor establecido por el operador. Luego se ejecutan las etapas de secado, descarga y finalmente lavado del tacho.

2.2 Análisis de los modelos matemáticos publicados del proceso de cristalización de azúcar.

En términos generales, el proceso de cristalización consiste en la formación y crecimiento de los cristales de azúcar en base al esparcimiento o difusión de las moléculas de sacarosa hasta el cristal para luego ser incorporadas a la superficie de los mismos, este proceso cinético-químico debe ser efectuado en condiciones termodinámicas donde la fuerza impulsora para la reacción es el coeficiente de sobresaturación. Para detalle específico se recomienda consultar [3] y [15].

Los diversos esfuerzos para el modelado matemático concluyen en un conjunto de ecuaciones diferenciales de balance másico, energético, cinéticas de

nucleación y crecimiento de los cristales, las cuales describen la dinámica del proceso de cristalización en los tachos tipo batch.

La masa de todos sólidos y líquidos que intervienen en el proceso de cristalización están incluidos en un conjunto de ecuaciones de balance de masa:

$$\dot{M}_T = f(M(t), F(t), H(t)) , \quad t_0 \leq t \leq t_f, \quad M(0) = M_0 \quad (2.1)$$

Donde M y F son vectores de masa y flujo respectivamente, H es un vector de parámetros físicos dependientes del tiempo como densidad, pureza de la meladura, viscosidad, etc., t_f es el tiempo final del lote.

En el proceso de cristalización de azúcar en un tacho batch, la ecuación (2.1) puede ser escrita como:

$$\dot{M}_T = M_a + M_s + M_c + M_i \quad (2.2)$$

Cada variable de (2.2) se expresa con las siguientes ecuaciones diferenciales que son generalizadas para este proceso:

$$\frac{dM_a}{dt} = F_m \rho_f (1 - B_f) + F_a \rho_a - J_{vap} \quad (2.3)$$

$$\frac{dM_i}{dt} = F_m \rho_f B_f (1 - P_f) \quad (2.4)$$

$$\frac{dM_s}{dt} = F_m \rho_f B_f - J_c \quad (2.5)$$

$$\frac{dM_c}{dt} = J_c \quad (2.6)$$

El modelado del proceso de tachos discontinuos ha sido ampliamente estudiado y desarrollado, sin embargo la dinámica del crecimiento de masa de cristales J_c aún es un problema abierto.

Uno de los primeros estudios para la modelación, actualmente utilizado como base, es el trabajo propuesto en [16], donde se usan ecuaciones de cinética de nucleación y crecimiento de cristales para obtener la tasa de aumento $\frac{dM_c}{dt}$ expresado en (2.6).

$$\frac{dM_c}{dt} = \rho_c \frac{\pi}{6} N \frac{du_3}{dt} \quad (2.7)$$

La masa del cristal se deriva en la ecuación (2.7) del número N , la densidad ρ_c de los cristales y el tercer momento u_3 de la distribución del tamaño del cristal.

El tercer momento está relacionado con el volumen promedio de un cristal, ya que la medida del tamaño utilizado en los momentos es el tamaño del "diámetro de volumen equivalente" que se encuentra en el método de pesaje directo de cristal.

Los momentos son designados como u_j dónde:

$$u_j = \int_0^{\infty} f(l)l^j dl; \quad \text{para } j = 0,1,2,3, \dots \quad (2.8)$$

Siendo N el número total de cristales entonces (2.8) tiene significado físico:

Nu_0 = Número total de cristales

Nu_1 = Tamaño total de cristales

Nu_2 = Superficie total de cristales

$\frac{\pi}{6}Nu_3$ = Volumen total de cristales

Las ecuaciones de momentos del tamaño del cristal se derivan como:

$$\frac{du_0}{dt} = \frac{dN}{dt} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{dl}{dt} \quad (2.10)$$

$$\frac{du_2}{dt} = 2u_1 \frac{dl}{dt} + p \frac{dl}{dt} \quad (2.11)$$

$$\frac{du_3}{dt} = 3u_2 \frac{dl}{dt} + pu_1 \frac{dl}{dt} \quad (2.12)$$

Nótese que se considera que el número de cristales permanece constante siendo la cantidad de cristales de azúcar ingresados al tacho en la etapa de semillado o siembra, es decir que no se produce nucleación espontánea; sin embargo, según se ha mencionado, cuando el coeficiente de sobresaturación

se encuentra en la zona lábil, se generan nuevos granos, por ello se ha determinado experimentalmente un valor crítico de sobresaturación denominado como *Scrit*:

$$\frac{dN}{dt} = 0 \text{ para } S_s < Scrit \quad (2.13)$$

$$\frac{dN}{dt} = 10^4 \text{ para } S_s > Scrit \quad (2.14)$$

$$Scrit = 1.1289 - 0.2841 \frac{I}{S_s+I} + (2.333 - 0.0709(T_m - 60)) \frac{I^2}{(S_s+I)} \quad (2.15)$$

La velocidad del crecimiento de cristales $\frac{dl}{dt}$ se expresa en función del coeficiente de sobresaturación, de la relación masa de impurezas/masa de agua y de la temperatura de cocimiento dentro del tacho.

$$\frac{dl}{dt} = \frac{du_1}{dt} = p_1(S_s - 1 - p_2) \exp\left(\frac{p_3 M_i}{M_w}\right) \exp\left(\frac{-E_{act}}{2.303 R}\right) \left(\frac{1}{273.16+T_m} - \frac{1}{333.16}\right) \quad (2.16)$$

Donde E_{act} representa la energía de activación de la reacción de la cristalización y es calculada por:

$$E_{act} = 11.0 + 8.0 \frac{M_i}{M_w} - 0.84(T_m - 60) \quad (2.17)$$

La ecuación (2.16) puede ser reducida, omitiendo el término exponencial en función de la temperatura si se considera que al interior del tacho el cocimiento está regulado a una temperatura cercana a los 65 °C.

En [17][18] se propone un modelo híbrido empleando ecuaciones diferenciales de balance de masa, energía y población combinadas con una aproximación de parámetros, usando redes neuronales artificiales entrenadas con datos experimentales de una planta piloto para la estimación de la tasa del crecimiento de los cristales.

Este estudio incorpora los fenómenos de nucleación y aglomeración siendo la tasa de nucleación \tilde{B}_0 , aglomeración de kernel β' y la tasa de crecimiento lineal

G variables fundamentales para el cálculo de la tasa de aumento de volumen G_v definido por:

$$G_v = 3k_v \frac{1}{3} \left(\frac{v}{u_0} \right)^{\frac{2}{3}} G \quad (2.18)$$

$$\frac{du_0}{dt} = \tilde{B}_0 - \frac{1}{2} \beta' u_0^2 \quad (2.19)$$

$$\frac{du_1}{dt} = G_v u_0 \quad (2.20)$$

Con variables cinéticas dados por las siguientes relaciones,

$$G = K_g \exp \left[-\frac{57000}{R(T_m + 273)} \right] (S_s - 1) \exp[-3.863(1 - P_s)] (1 + 2v_c) \quad (2.21)$$

$$\tilde{B}_0 = K_n \times 2.894 \times 10^{12} \times G^{0.51} \left(\frac{u_1}{k_v V_m} \right) V_m \quad (2.22)$$

$$\beta' = K_{ag} G \left(\frac{u_1}{V_m^2} \right) \quad (2.23)$$

Donde K_g , K_n y K_{ag} son constantes de crecimiento, nucleación y aglomeración del cristal respectivamente; obtenidas con el modelo de redes neuronales a partir de información estadística de un tacho experimental.

Finalmente la tasa de crecimiento es obtenida derivando el primer momento:

$$J_c = \rho_c \frac{du_1}{dt} \quad (2.24)$$

Nótese que (2.16) incluye la relación impurezas/agua para el cálculo de la tasa de crecimiento lineal mientras que (2.21) usa la pureza de la solución y el volumen fraccionario de los cristales.

La figura 2.4 representa el modelo híbrido, de balances de masa y población como la parte empírica, combinado con un modelo de redes neuronales para el cálculo de variables de cinéticas en el marco general del proceso de cristalización de azúcar.

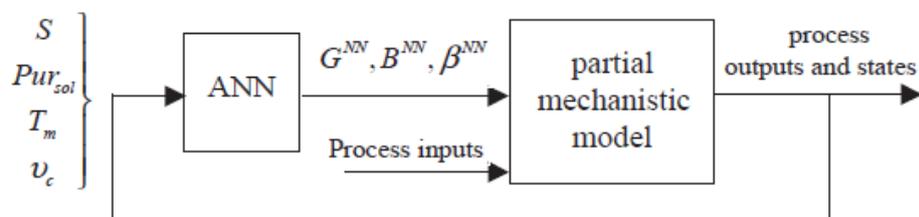


Figura 2.4: Modelo híbrido del proceso de cristalización en tachos batch tomado de [16].

2.3 Identificación del Tacho cristizador de azúcar del ingenio Valdez.

La identificación de un proceso constituye un conjunto sistemático de pasos que permiten la obtención de modelos matemáticos a partir de un conjunto de datos como resultado de mediciones realizadas en el sistema dinámico de las variables manipuladas (entradas al sistema), variables controladas (salidas del sistema) y perturbaciones. En este contexto, la medición de las variables de interés se vuelve parte fundamental para la identificación.

La medición en línea del coeficiente de sobresaturación es hasta ahora un desafío. En la actualidad los desarrollos tecnológicos no permiten la medición directa de esta variable tan importante para el proceso de cristalización; además los instrumentos que componen el complejo sistema de medición tienen un elevado costo de adquisición y mantenimiento.

Para la identificación de uno de los tachos batch de ingenio azucarero Valdez, se hizo uso de la ecuaciones diferenciales propuestas en [16], con los parámetros propios del proceso; incluyendo además relaciones y ecuaciones expuestas en [1], las cuales mencionamos a continuación.

La comisión Internacional para métodos uniformes de análisis de azúcar ICUMSA define el coeficiente de sobresaturación como:

$$S_S = \frac{\frac{M_s}{M_a}}{C_{so} * \frac{c}{100-c}} \quad (2.25)$$

Donde C es la concentración de sacarosa en la solución saturada, y C_{so} la relación masa de impurezas/masa de agua contenida en la meladura y se calculan con las siguientes expresiones.

$$C = \frac{M_s}{M_a} \Big|_{SAT} = 64.407 + 0.072T_m + 0.002T_m^2 - 9.035 * 10^{-6}T_m^3 \quad (2.26)$$

$$C_{so} = 1 - p_{m1} \frac{M_i}{M_a} \quad (2.27)$$

Según (2.25) y (2.27) el coeficiente de sobresaturación se puede expresar como:

$$S_s = \frac{M_s}{a_1 M_a a_2 M_i} \quad (2.28)$$

Siendo:

$$a_1 = \frac{C}{100-C} \quad (2.29)$$

$$a_2 = p_{m1} a_1 \quad (2.30)$$

Por otra parte, [1] propone un variante simplificada para expresar la tasa de crecimiento de los cristales de azúcar y por ende de la masa de cristales en la solución saturada.

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \alpha p_{m4} [S_s - p_{m3}] e^{-p_{m2} \frac{M_i}{M_a}} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial t} = \frac{\pi}{2} \rho D^2 \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.32)$$

Las ecuaciones diferenciales de balance másico (2.3), (2.4), (2.5), (2.32) y de balance de población (2.31) determinan la dinámica del proceso de cocimiento. Combinando estas ecuaciones con las expresiones (2.26) a (2.30) se obtiene un modelo matemático no lineal para el proceso de cocimiento en un tacho batch. Para éste caso de estudio, un tacho del ingenio azucarero Valdez, los parámetros son los siguientes:

$$T_m = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$H_v = 570 \text{ Kcal/Kg}$$

$$\rho_c = 1452.8 \text{ Kg}/m^3$$

$$C_{el} = 0,58 \text{ Kcal}/\text{Kg} * ^\circ\text{C};$$

$$C_{el} = 0,33 \text{ Kcal}/\text{Kg} * ^\circ\text{C}$$

$$A = 455m^2$$

$$H_c = 14 \text{ Kcal}/\text{Kg}$$

$$K_{01} = 0.2 \text{ Kcal}/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$C_a = 0.44$$

$$C_s = 0.48$$

$$C_i = 0.08$$

$$\tau = 570 \text{ min}$$

$$\alpha = 1.0585$$

$$p_{m1} = 0.088$$

$$p_{m2} = 1.75$$

$$p_{m3} = 1.005$$

$$p_{m4} = 0.00213$$

$$\rho_c \pi N = 264000 \text{ Kg}/m^3$$

Reemplazando los parámetros anteriores, tenemos:

$$k_1 = 0.4324$$

$$k_2 = 0.0552$$

$$k_3 = 0.1704$$

$$a_1 = 2.9470$$

$$a_2 = 0.2590$$

La masa inicial de cada variable involucrada en el modelo se obtiene a partir del balance total según (2.2). Usando los parámetros anteriores y reemplazando los

- Pre procesamiento de los datos
- Estructura del modelo
- Estimación de parámetros
- Validación

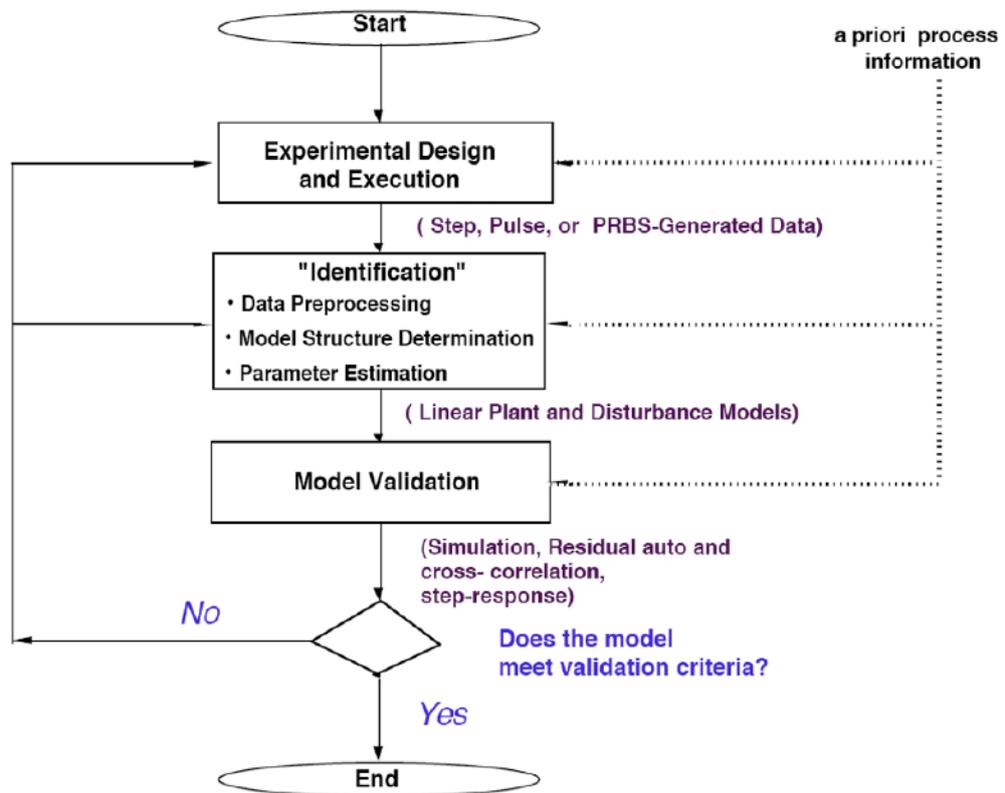


Figura 2.6: Etapas para la identificación de sistemas dinámicos.

El objetivo principal del presente trabajo es el control del coeficiente de sobresaturación utilizando como variable manipulada el flujo de meladura de entrada en el tacho, es decir un sistema SISO (single input, single output); entonces la identificación va encaminada a la realización de la pasos anteriores para la obtención del modelo según la siguiente figura.

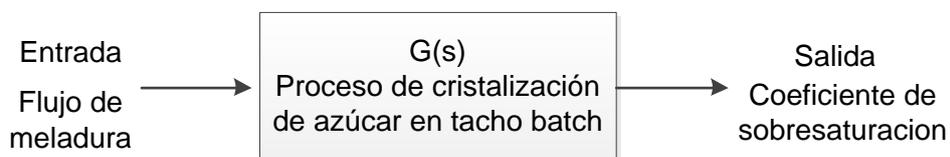


Figura 2.7: Esquema Entrada – Salida para la identificación del proceso de cristalización de azúcar en tacho batch.

Diseño del experimento.

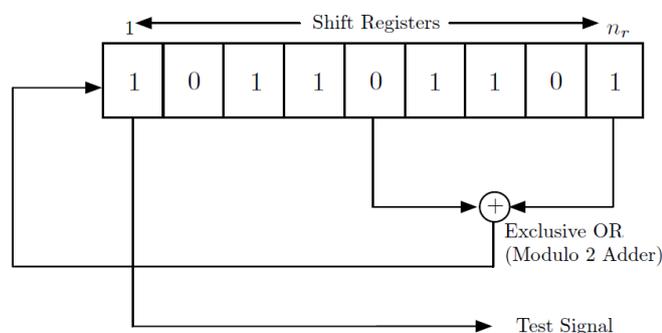
El fundamento de la estimación es el hecho que el sistema debe ser excitado mediante señales de prueba (para este caso una señal). El conocimiento previo del sistema es de gran utilidad para un diseño óptimo de la señal de prueba.

El problema de identificación requiere el diseño de señales de entrada con un carácter particular (en los dominios de tiempo y frecuencia). Si bien el ruido blanco gaussiano es una entrada favorable para la identificación del sistema lineal desde un punto de vista teórico, en la práctica esta señal no es "amigable para la planta", es decir, a menudo no satisface las restricciones operativas presentes en los entornos industriales. En general, un aporte "favorable para la planta" debería:

- Ser lo más corto posible
- Evitar llevar los actuadores a límites, o exceder las restricciones de tamaño de movimiento
- Causar una interrupción mínima en las variables controladas del proceso (es decir, baja varianza, pequeñas desviaciones desde el punto de ajuste).

La señal de secuencia binaria pseudo aleatoria es una señal determinística generada usando adición módulo 2 de registros de

desplazamiento. El algoritmo de generación de la señal cumple con la secuencia de longitud máxima ilustrado en la siguiente figura.



XOR		Stages	Feedback Registers
0	1 = 1	2	1,2
0	0 = 0	3	2,3
1	1 = 0	4	3,4
1	0 = 1	5	3,5
		6	5,6
		7	4,7
		8	4,5,6,8
		9	5,9

Figura 2.8. Secuencia de generación de señal PRBS, tomado de [19]

La característica principal que hace de la PRBS una señal de gran utilidad para la identificación es su auto correlación y correlación cruzada similar a la de la señal de ruido blanco.

Otra ventaja de la señal PRBS es que los parámetros de diseño pueden conducir a una señal con potencia en la banda de interés para el usuario.

La región de frecuencia útil para la excitación del sistema debe tener un espectro de potencia dado por [20]:

$$\Phi_u(\omega) = \frac{a^2(N_s+1)T_{sw}}{N_s} \left(\frac{\sin\left(\frac{\omega T_{sw}}{2}\right)}{\frac{\omega T_{sw}}{2}} \right)^2 \quad (2.33)$$

Dónde:

$[-a, a]$, representa la amplitud de la señal PRBS.

T_{sw} , el tiempo de conmutación.

$N_s = 2^{nr-1}$, el número de elementos en un ciclo.

nr , el número de registros de desplazamiento.

El rango de frecuencia para el cual su espectro de potencia es plano (semejante al ruido blanco) se conoce como rango de frecuencia efectiva y está dado por:

$$\omega_* = \frac{2\pi}{N_s T_{sw}} \leq \omega \leq \frac{2.8}{T_{sw}} = \omega^* \quad (2.34)$$

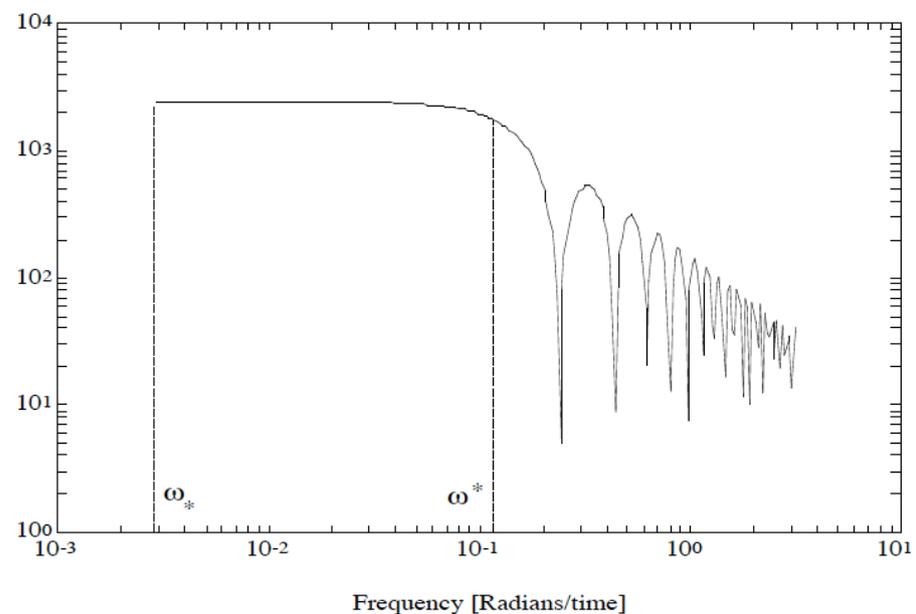


Figura 2.8. Rango de frecuencia efectiva para el diseño de la señal PRBS, tomado de [21].

Para propósitos de control, no es necesario modelar el sistema en la región de alta frecuencia que corresponde a la respuesta rápida. Nuestro interés está en la obtención de un modelo del sistema hasta la frecuencia de corte en lazo abierto, que generalmente corresponde al ancho de banda en lazo cerrado según [22].

Teniendo información a priori sobre las constantes de tiempo en lazo abierto, entonces (2.34) puede expresarse como:

$$\frac{1}{\beta_s \tau_{dom}^H} \leq \omega \leq \frac{\alpha_s}{\tau_{dom}^L} \quad (2.35)$$

Donde τ_{dom}^H y τ_{dom}^L son las constantes de tiempo estimadas del sistema en lazo abierto, α_s y β_s son parámetros de diseño que especifican la región de frecuencia importante para el control.

- α_s establece el contenido de alta frecuencia en la señal de prueba para la identificación. Es una medida relativa de la velocidad de respuesta en lazo cerrado respecto de lazo abierto.
- β_s representa la cantidad de información de baja frecuencia que estará presente en la señal [23]. Elegir valores más altos de β_s da como resultado información de frecuencia más baja: $\beta_s = 3$ proporcionará información a una frecuencia más o menos correspondiente al 95% del tiempo de establecimiento del proceso, $\beta_s = 4$ para el 98% del tiempo de establecimiento, y $\beta_s = 5$ para el 99% del tiempo de estabilización.

Teniendo en cuenta (2.34) y (2.35), los parámetros de diseño de la señal PRBS se pueden ajustar para garantizar potencia en la región de frecuencia útil desde el punto de vista de control.

$$T_{sw} \leq \frac{2.8 \tau_{dom}^L}{\alpha_s} \quad (2.36)$$

$$N_s = 2^{n_r} - 1 \geq \frac{2\pi \beta_s \tau_{dom}^H}{T_{sw}} \quad (2.37)$$

Ante un cambio tipo escalón en la entrada del sistema (flujo de meladura) obtenemos información del comportamiento del coeficiente de sobresaturación. Con esta prueba en lazo abierto, denominada curva de reacción [24] [25], podremos estimar las constantes de tiempo según la respuesta transitoria y de estado estable como se indica en la teoría

clásica de control [26] y usarlas en el diseño de la señal PRBS de prueba.

El modelo de la figura 2.5 fué implementado en el entorno de programación en diagramas de bloques del toolbox Simulink de Matlab. En adelante los gráficos y respuestas del sistema son realizados con los resultados de las simulaciones ejecutadas para cada etapa de la identificación.

Sometiendo el modelo a un cambio, tipo escalón, del flujo de medadura en $t=100$ segundos, disminuyendo desde un valor de 28.25 a 20.25 [kg/s] obtenemos la respuesta mostrada en la figura 2.9, en la cual se aprecia un aumento de la sobresaturación del valor inicial 1.07 a 1.17 estabilizándose en 1200 segundos, la curva se asemeja a un sistema de primer orden con una constante de tiempo importante la cual refleja un efecto integrante del sistema.

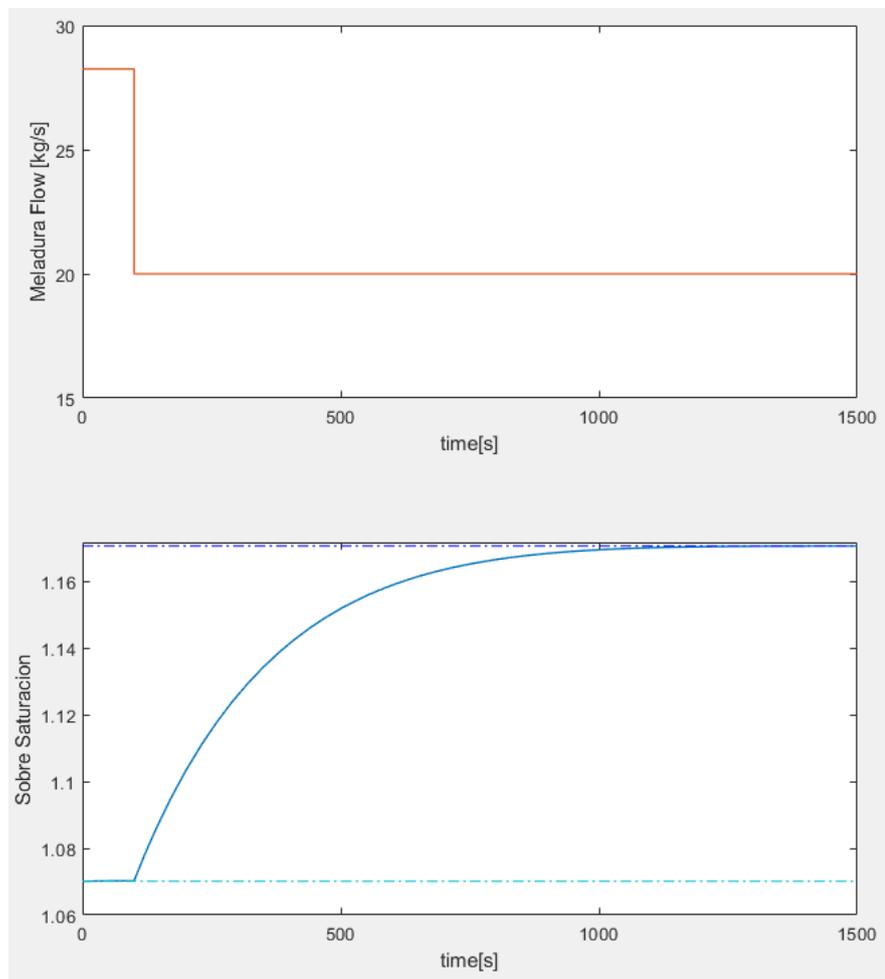


Figura 2.9. Respuesta paso en lazo abierto, simulación del proceso de cristalización de un tacho batch.

Un cambio tipo escalón, muestra una respuesta inversa con una constante de tiempo estimada de 240 segundos y una ganancia aproximada de -0.0125, sin retardo.

Entonces, según la información de la curva de reacción, se estiman las constantes de tiempo para el diseño de la entrada PRBS:

$$\tau_{dom}^L = \tau_{dom}^H = 240 \text{ segundos}$$

Partiendo de la información de la curva de reacción se establecen los parámetros:

- Bias para las señal de flujo de 20 Kg/s.
- Amplitud variable de ± 2 Kg/s
- Tiempo de muestreo de 10 s para la adquisición de datos según [21]

Obtenemos los parámetros de diseño de la señal de prueba que cumple con los establecido en (2.36) y (2.37):

$$T_{sw} = 60, \text{ y cinco registros de desplazamiento } n_r = 5 .$$

En la figura 2.10 se muestran dos ciclos de la señal PRBS con la cual se excitará el sistema durante $2N_s T_{sw} = 3720$ segundos para la identificación.

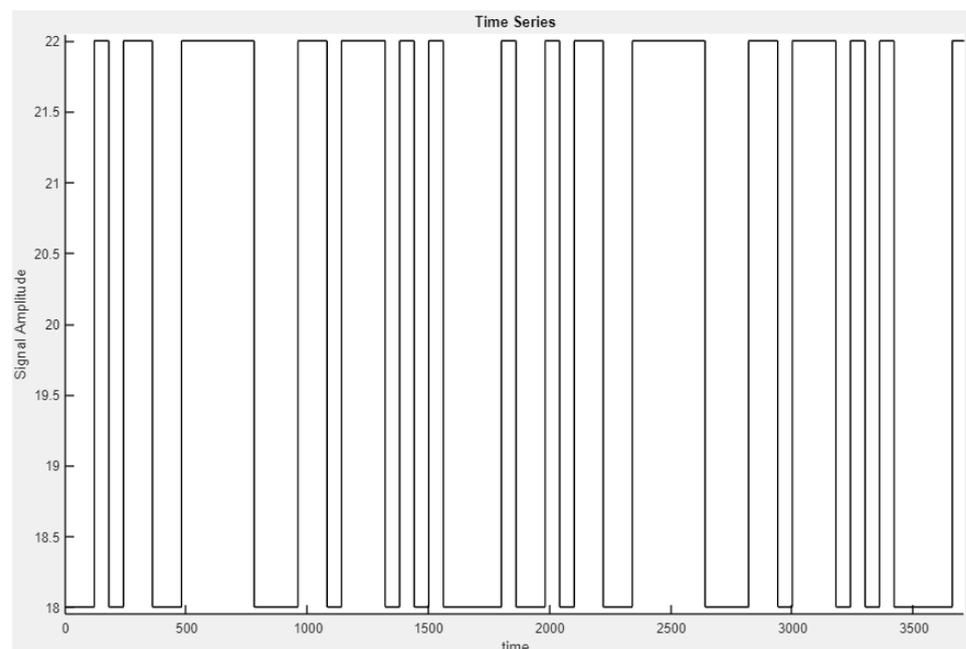


Figura 2.10. Señal de prueba PRBS, diseñada a partir de conocimiento a priori del sistema.

El rango de frecuencia efectiva para nuestra señal de prueba, se calcula con los parámetros de diseño $N_s = 26$, $T_{sw} = 60$ según (2.34):

$$0.004 \leq \omega \leq 0.046$$

A continuación se muestra el espectro de potencia de nuestra señal de prueba PRBS indicando el rango de frecuencia efectiva, con la cual se excitará el sistema para el siguiente paso en la identificación.

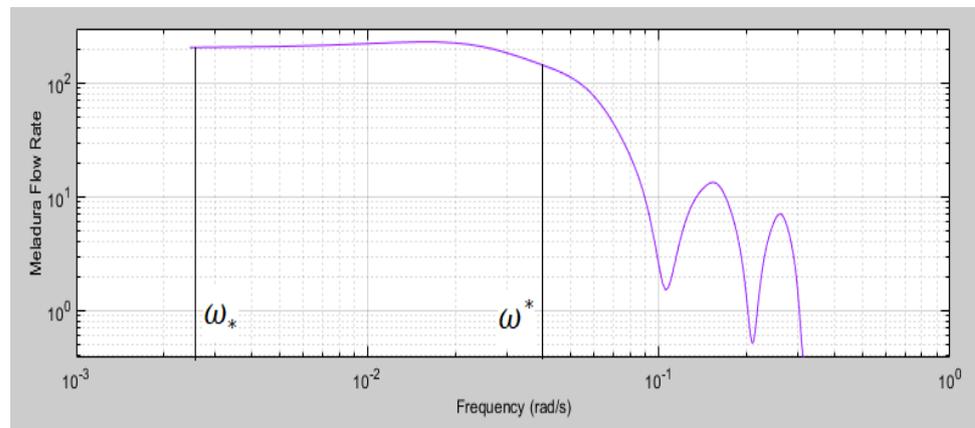


Figura 2.11. Espectro de potencia de señal de prueba PRBS

Pre procesamiento de los datos.

La respuesta, mediante simulación, del sistema no lineal aplicando la señal de prueba se muestra en la siguiente figura

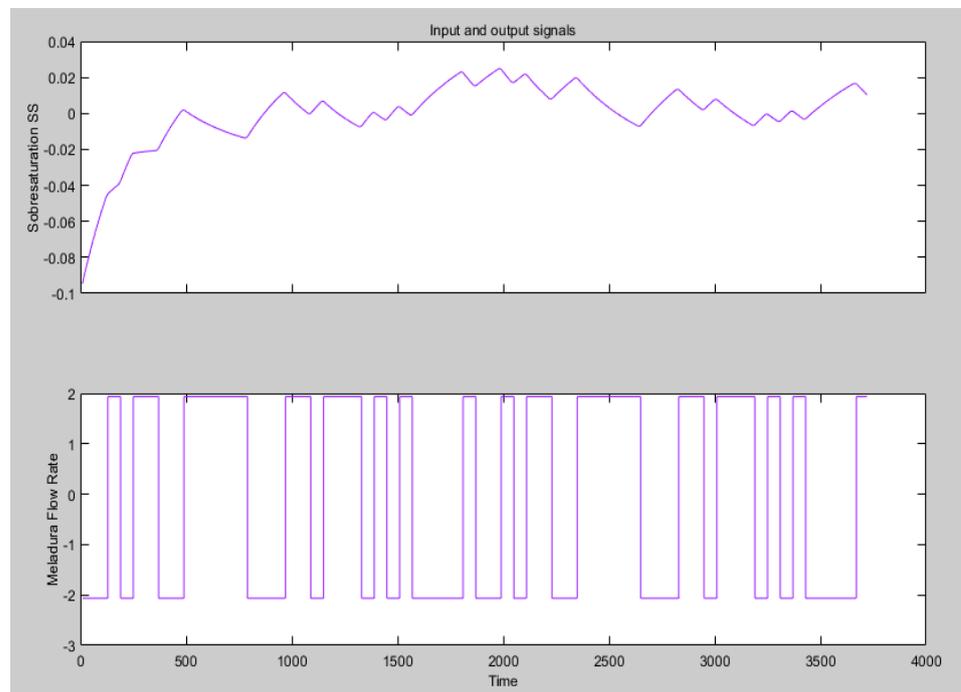


Figura 2.12. Respuesta del sistema ante la señal de prueba PRBS

Los datos obtenidos son pre procesados (removiendo componentes continuas y tendencias), para proporcionar dos conjuntos, uno para la estimación de parámetros del modelo y el segundo se usará para la validación cruzada.

Estructura del modelo

Se considera emplear métodos de predicción del el error (PEM por sus siglas en ingles) para la estimación del modelo.

La estructura general de modelos de predicción del error es la siguiente:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - nk) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t) \quad (2.38)$$

Donde A, B, C, D, F son polinomios en q .

$$\begin{aligned}
 A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\
 B(q) &= b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1} \\
 C(q) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\
 D(q) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \\
 F(q) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}
 \end{aligned}$$

El polinomio $A(q)$ es un término autorregresivo (AR) que determina la dinámica total del sistema; $B(q)$ corresponde a la entrada eXternal (X) u , mientras que $C(q)$ es un término de media móvil (MA). $D(q)$ es un término autorregresivo aplicado exclusivamente al modelo de perturbación, nk es el tiempo muerto del sistema representado como un número múltiplo de instantes de muestreo.

Una planta lineal puede ser representada por:

$$y(t) = p(q)u(t) + v(t) \quad (2.39)$$

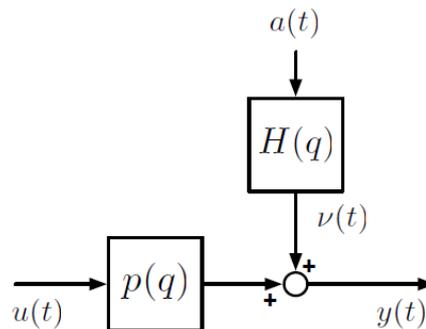


Figura 2.13. Representación en diagrama de bloques de un sistema lineal

El objetivo es ajustar los datos de la planta de acuerdo con (2.39) a un modelo paramétrico lineal de la forma:

$$y = \tilde{p}(q)u(t) + \tilde{p}_e e(t) \quad (2.40)$$

Donde \tilde{p} es el modelo de la planta, \tilde{p}_e es el modelo de “ruido” y $e(t)$ es la predicción de un paso adelante del error según [27].

Si comparamos (2.38) y (2.40) obtenemos \tilde{p} y \tilde{p}_e expresados en función de transferencia:

$$\tilde{p}(q) = \frac{B(q)}{A(q)F(q)} q^{-nk} \quad (2.41)$$

$$\tilde{p}_e(q) = \frac{C(q)}{A(q)D(q)} q^{-nk} \quad (2.42)$$

Una representación en diagrama de bloques de la familia de métodos de predicción del error se muestra en la siguiente figura:

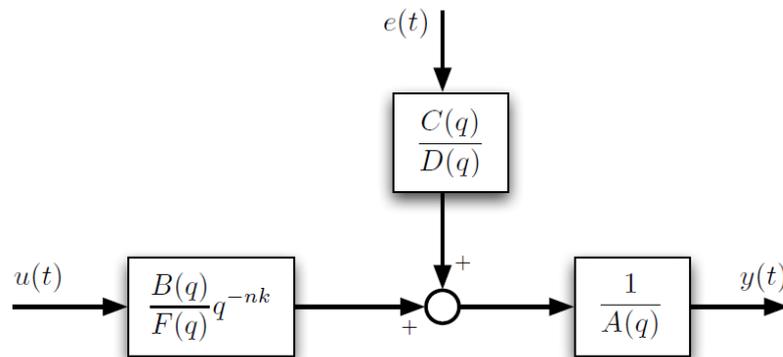


Figura 2.14. Diagrama de bloques de estructura generalizada de modelos PEM

Los métodos PEM permiten al usuario especificar estructuras de modelo parsimoniosas, siempre que haya conocimiento a priori disponible.

En teoría [28], existen 32 diferentes estructuras modelo que surgen de combinaciones de los polinomios $A - F$; de los cuales cinco tipos de modelos son los más populares y se presentan en la siguiente tabla.

Método	$\tilde{p}(q)$	$\tilde{p}_e(q)$
ARX	$\frac{B(q)}{A(q)}q^{-nk}$	$\frac{1}{A(q)}$
ARMAX	$\frac{B(q)}{A(q)}q^{-nk}$	$\frac{C(q)}{A(q)}$
FIR	$B(q)q^{-nk}$	1
Box-Jenkins	$\frac{B(q)}{F(q)}q^{-nk}$	$\frac{C(q)}{D(q)}$
Output Error	$\frac{B(q)}{F(q)}q^{-nk}$	1

Tabla 1: Estructuras de modelos PEM para identificación.

Para nuestro caso de estudio, se probaron distintas estructuras de la tabla 1, de las cuales la que tiene mejor ajuste es modelo Box-Jenkins que se detalla a continuación.

Estimación de parámetros.

La ventaja de la estructura Box-Jenkins es que la planta y el ruido son independientemente parametrizables, evitando funciones de transferencia de tienen polos comunes [29]; además, otra característica importante es que perturbaciones no estacionarias pueden ser modeladas parametrizado el polinomio $D(q)$ con una o más raíces [27] [30].

Esta etapa en la identificación se realizó utilizando el System Identification Toolbox de Matlab, con esta herramienta se probó varias estructuras para la estimación de los parámetros a partir de un conjunto de datos en la figura 2.12, siendo Box-Jenkins la estructura con la que se consigue mejor ajuste para nuestra aplicación.



Figura 2.15. Herramienta System Identification ToolBox para estimación de parámetros del sistema de cristalización de azúcar.

A continuación en la tabla 2 se muestran los coeficientes de los polinomios de modelo con mejor ajuste: BJ[1 0 1 6 1]

Polinomio	Coeficientes	
$B(z)$	$nb = 1$	$-0.0005376 z^{-1}$
$C(z)$	$nc = 0$	1
$D(z)$	$nd = 1$	$1 - 0.9919 z^{-1}$
$F(z)$	$nf = 6$	$1 - 0.8894z^{-1} - 0.1272z^{-2} + 0.09538z^{-3} -$ $\dots 0.109z^{-4} + 0.1737 z^{-5} - 0.1062 z^{-6}$

Tabla 2: Parámetros del modelo BJ10161.

Validación del modelo

En las figuras 2.16 y 2.17 muestran una simulación para el modelo estimado con el set de datos de validación y el análisis de correlación de los errores de predicción.

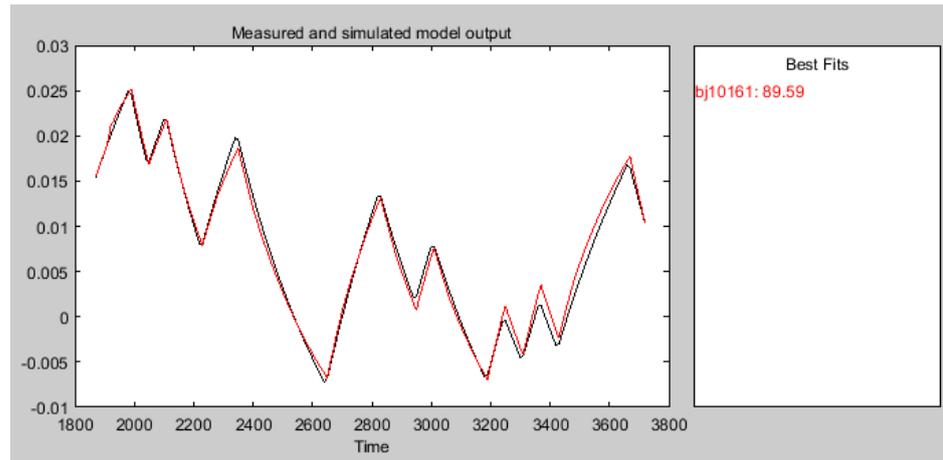


Figura 2.16. Simulación del modelo BJ[1 0 1 6 1] (línea roja) empleando datos de validación (línea negra)

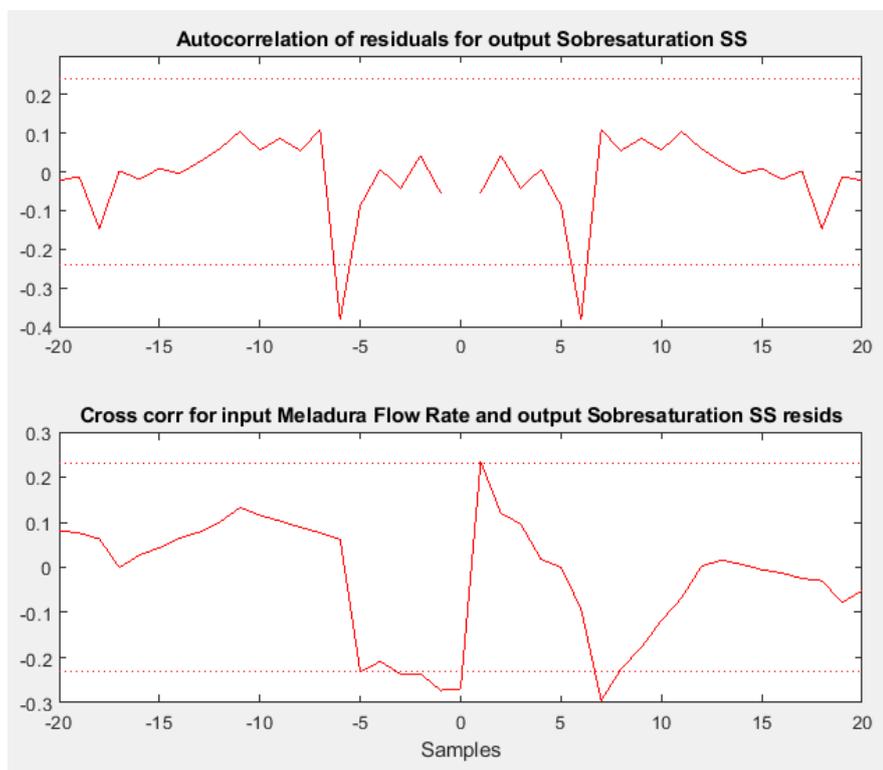


Figura 2.17. Análisis residual de errores del modelo BJ[1 0 1 6 1]

El modelo BJ[1 0 1 6 1] obtenido a partir del conjunto de datos de estimación, es el que mejor representa a la planta real considerando validación cruzada con un ajuste del 89.59 %, predice muy bien el sistema real como se observa en la figura 2.16.

La autocorrelación de residuos de la salida se mantiene dentro de un rango amplio aceptable lo cual indica que la variable estimada es independiente de los errores de predicción como se observa en la figura 2.17. Además la correlación cruzada entre los errores de predicción de la salida (sobresaturación) y los valores de entrada (flujo de meladura) están dentro de la banda de confianza estrecha indicando que el modelo predice satisfactoriamente usando otros valores de entrada.

2.4 Comparación de los resultados de la identificación con los modelos matemáticos publicados.

El trabajo desarrollado en [11], se obtiene un modelo MISO (Multiple Input – Single Output) de segundo orden en tiempo discreto representado en espacio de estados.

$$x(k + T_s) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.43)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2.44)$$

Siendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9984 & -0.1051 \\ 0.0013 & 0.9966 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.7854e - 5 & 3.2484e - 5 \\ 8.3688e - 6 & 9.4408e - 6 \end{bmatrix}$$

$$C = [0.2082 \quad -0.0010]$$

$$D = [0 \quad 0]$$

El vector de estado $x(k)$ no tiene significado físico, ya que este modelo fue obtenido mediante identificación, a partir de datos de experimentación con un tiempo de muestreo de 12 segundos, en el cual una entrada es el flujo de meladura, y la segunda entrada es la temperatura del vapor de calentamiento.

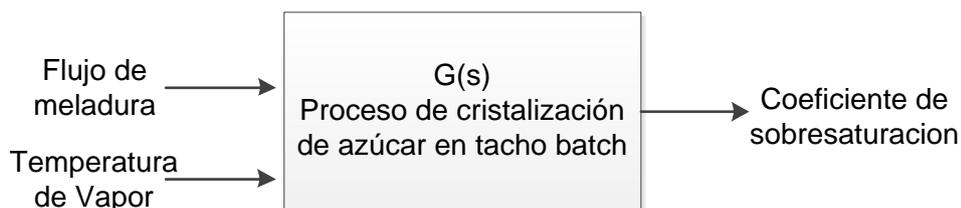


Figura 2.18. Diagrama de bloques para la identificación del sistema de cristalización propuesto en [11]

Otro trabajo respecto a la modelación del proceso de cristalización es el desarrollado en [31]. Aquí se obtuvo el modelo matemático a partir de la identificación experimental utilizando la metodología de la curva de reacción.

En el experimento se tomó como entrada la presión de vacío al interior tacho, y como salida el coeficiente de sobresaturación expresado en términos de densidad.

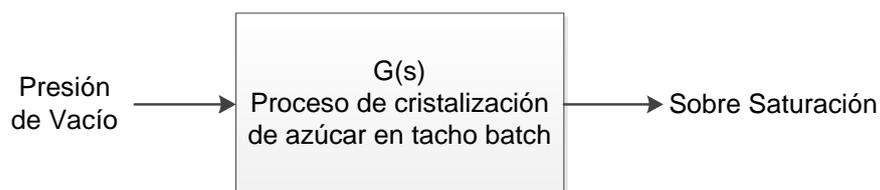


Figura 2.19. Diagrama de bloques para la identificación del sistema de cristalización propuesto en [27]

De la gráfica de la curva de reacción se determinan las características del modelo el cual se establece en un sistema de primer orden con retardo de tiempo.

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} = \frac{-0.0119 e^{-75s}}{300s + 1} \quad (2.45)$$

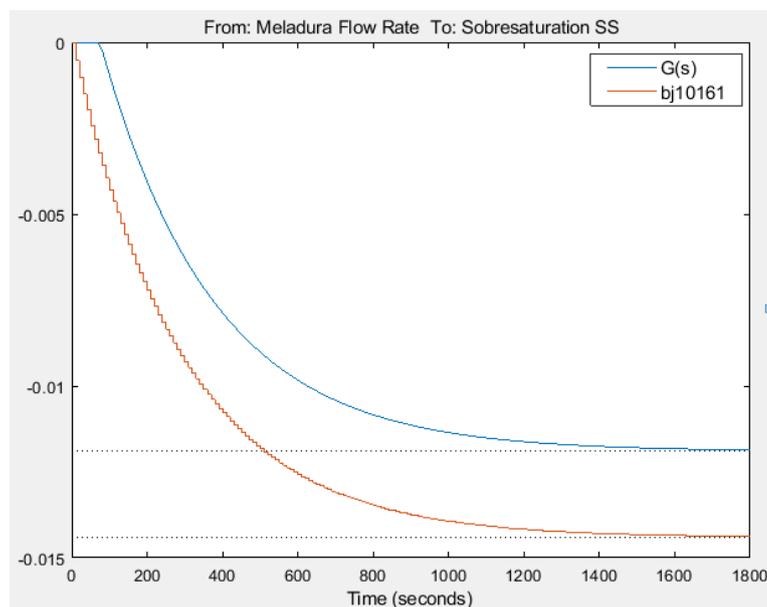


Figura 2.20. Respuesta paso de los modelos, línea azul modelo propuesto en 27, línea roja modelo obtenido por identificación para nuestra aplicación.

El modelo $G(s)$ tiene una dinámica similar a obtenido para nuestra aplicación (BJ[10161]), como se observa en la figura 2.20. El objetivo principal del trabajo (27) es el diseño de un controlador de la densidad de masa, y considera la manipulación de la presión de vacío, lo cual no es recomendable en la práctica, ya que al variar la presión de vacío, la temperatura de la masa también va a cambiar, esto origina un color oscuro el en grano de azúcar, afectando la calidad del producto.

2.5 Estado del arte en el control de los cristalizadores de azúcar.

El control automático de los tachos cristalizadores de azúcar es un tema aun en investigación de técnicas modernas y su aplicación en la industria.

Actualmente la habilidad de los operadores, desarrollada con la experiencia, es fundamental para conseguir un producto final adecuado. Las limitaciones en cuanto a la instrumentación desde el punto de vista tecnológico y económico, además del desempeño de las técnicas clásicas de control, hacen que el

proceso de cristalización de azúcar sea un campo amplio para investigación y desarrollo.

Tradicionalmente la mayoría de tachos batch automatizados (parcialmente), usan controladores PID para la regulación individual (controladores SISO) de las variables de mayor importancia en este proceso, lo cual ha permitido la obtención de resultados aceptables en el cristal de azúcar al final del lote[8], y algoritmos tipo SFC (sequential function chart) para el control secuencial cada etapa del proceso.

Dentro de los lazos de control clásicos para los tachos, se encuentran los reguladores de presión de vacío y presión de vapor al interior del tacho; con lo cual se busca una estabilidad de estas variables, además en cada etapa del proceso de cocimiento los setpoint de estos reguladores cambian, según el régimen de operación deseado[2].

El control de la presión de vapor se efectúa mediante una válvula que regula el flujo de vapor de calentamiento, mientras que el control de presión de vacío se realiza con la modulación de la válvula de agua a la salida del condensador barométrico.

La regulación de la sobresaturación generalmente se la realiza de forma indirecta, utilizando como variables controladas la conductividad eléctrica y la densidad de masa. El control de la cristalización a partir de la medida de la conductividad eléctrica fue el primer método en aplicarse [5].

La conductividad es directamente proporcional a la cantidad de impurezas contenidas en la solución, por lo que se ha empleado este método para relacionarlo con la sobresaturación, de modo que al aumentar la conductividad, disminuye la concentración de azúcar. Este método es adecuado y aun utilizado en los tachos de recuperación de azúcar (tachos de segunda y tercera) ya que el contenido de iones orgánicos es mucho mayor en las mieles con que se alimentan estos equipos, mientras que en los tachos de producción de azúcar (tachos de primera) no son aplicables debido a que la medición no es adecuada por la pureza alta de la meladura con que se opera en esta sección.

El control de sobresaturación a partir de la medición de radiofrecuencia es un método económico, cuyo principio de medición consiste en el efecto de la distorsión de la onda RF al pasar por la solución azucarada dentro del tacho. Esta estrategia consiste en la regulación, mediante PID clásico, de la válvula de alimentación de meladura o miel para lograr un valor deseado de densidad en la solución. La medición es afectada por la temperatura y pureza de la masa, lo cual hace un instrumento susceptible ante disturbios de estas variables, por lo que una calibración adecuada y el seguimiento del proceso por parte del operador son indispensables.

En general los principales lazos de control, implementados con PID clásico, que tradicionalmente se encuentran en los tachos batch son:

- Control de presión de vapor de calentamiento.
- Control de presión de vacío.
- Control de nivel de masa en la cámara de cocimiento.
- Control de densidad de masa.

Los avances tecnológicos de hardware de supervisión y control de procesos industriales han permitido aplicar metodologías modernas para el estudio y resolución de problemas que con los sistemas tradicionales no se logra un adecuado desempeño, lo cual se refleja en la calidad producto final, el consumo de energía (eléctrica, térmica, neumática) y el tiempo para la realización del proceso.

Debido a la disponibilidad de sistemas SCADA (Supervisory Control and Data Acquisition), DCS (sistemas de control distribuido), historiadores de bases de datos asociadas en las industrias de procesos, existe una gran cantidad de datos históricos que pueden usarse para aplicaciones de redes neuronales sin inversión adicional [32].

Esta es una de las áreas en las industrias de procesos donde las redes neuronales se pueden aplicar sin más inversión en la adquisición de datos. Una de esas aplicaciones es predecir variables clave del proceso que no se pueden

medir en línea. Este tipo de aplicación se conoce como softsensor o sensor inteligente. Las variables difíciles de medir suelen ser variables de calidad o directamente relacionadas con el interés económico de la producción [33].

Han sido publicados desarrollos recientes de softsensors a partir de redes neuronales para la estimación de variables trascendentales en la calidad del grano de azúcar como la medición en línea de la distribución del tamaño del cristal (CSD), el coeficiente de variación del tamaño del grano de azúcar (CV), así como también la estimación del coeficiente de sobresaturación.

En [17] se desarrolla softsensor en base a redes neuronales para la estimación en línea de la velocidad de crecimiento de los cristales, en base a este trabajo, [34] implementa control predictivo no lineal del coeficiente de sobresaturación y del volumen de masa en el tacho.

El trabajo de [7] implementa un desarrollo de softsensors para la medición en línea de masa de cristales, solubilidad a partir del modelo matemático no lineal del proceso de cristalización, con optimización de parámetros (de velocidad de cristalización, de velocidad de condensación del vapor y de evaporación del agua contenida en la solución) empleando minimización cuadrática de datos experimentales

CAPÍTULO 3

3. APLICACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO EN EL CONTROL DEL PROCESO DE CRISTALIZACIÓN DE AZÚCAR.

3.1 Introducción al Control Predictivo.

El Control Predictivo (Model Predictive Control, MPC) se desarrolló a finales de los setenta y ha tenido un progreso considerable desde entonces. Hoy en día el control predictivo es bastante popular en la academia y exitoso en aplicaciones industriales.

La implementación de los algoritmos resulta ser extremadamente simple, aunque computacionalmente más exigente que el controlador clásico PID. Sin embargo, con la potencia informática actual disponible, la complejidad computacional no es una restricción real. El rendimiento de MPC depende de manera crítica de la calidad del modelo de proceso dinámico disponible [35]. El primer paso en un diseño de control predictivo es el modelado y la identificación del proceso.

El término Control Predictivo no designa a una estrategia de control particular sino a un conjunto de métodos de control que hacen uso explícito de un modelo del proceso para obtener la señal de control minimizando una función objetivo [11] [36].

La metodóloga conduce a esquemas que comparten las mismas ideas:

- Predicción de la evolución de la variable controlada a partir del uso explícito de un modelo del sistema a controlar.
- Minimización de una función objetivo para el cálculo de la señal de control óptimo con la posibilidad de incluir restricciones del proceso.

- Utilización de un horizonte de control finito y deslizante que implica el cálculo de la secuencia de control para todo el horizonte pero con la aplicación de la primera señal de la secuencia y la repetición de todo el proceso en el siguiente instante de muestreo.

Una serie de beneficios son la base de esta creciente historia de éxito:

- El principio intuitivo hace que el MPC pueda ser dominado en poco tiempo por personal técnico con conocimiento limitado de control automático.
- Posibilidad de diseño de estrategias de control multivariable y no lineal.

En la práctica industrial, las restricciones son consideradas parte importante en el diseño de controladores, estas restricciones (actuadores, seguridad de procesos, calidad) son manejadas por la estrategia de control predictivo.

Los controladores MPC tienen una compensación inherente de tiempo muerto de los procesos de retardo, y una compensación de las perturbaciones medidas; es capaz de controlar procesos con comportamiento dinámico inusual (como fase no mínima, procesos altamente oscilatorios o inestables).

Las características y ventajas mencionadas han hecho que el control predictivo tienda a incrementar sus aplicaciones en la industria; sin embargo debe mencionarse que se requiere elevado esfuerzo y experiencia para el modelado matemático o la identificación del sistema a controlar, además que los requisitos computacionales para la implementación del MPC son de orden mayor respecto a los que se necesita en los populares controladores PID que por décadas han sido el “pan de cada día” del ingeniero de control.

3.1.1. Principio del MPC

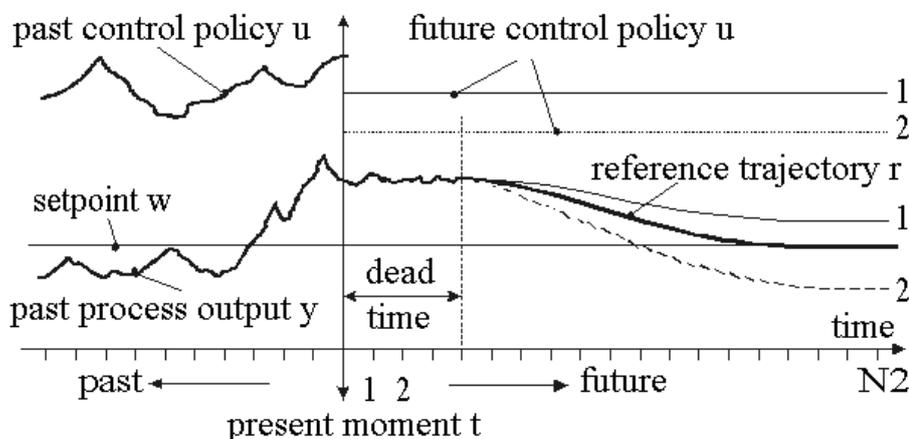


Figura 3.1. Principio del Control Predictivo

La figura 3.1 representa el principio de funcionamiento que se aplica en la metodología de la familia de controladores predictivos MPC, y se resume a continuación:

- En cada momento "actual" t , la salida del proceso se predice en un horizonte de tiempo $k = 1, 2, \dots, N_2$, donde N_2 es llamado como el horizonte de predicción. Para esta predicción de la salida denotada por $y(t + k | t)$ se utiliza el modelo del proceso, los valores conocidos de las entradas, salidas, y de las señales de control futuras $\{u(t + k | t), k = 1, 2, \dots, N_2 - 1\}$.
- Una trayectoria de referencia $\{r(t + k | t), k = 1, 2, \dots, N_2 - 1\}$ se define en el horizonte de predicción (empezando con $r(t | t) = y(t)$, describiendo como la salida actual debe alcanzar el setpoint.
- El vector de control $\{u(t + k | t), k = 1, 2, \dots, N_2 - 1\}$ se calcula minimizando una función de costo con el fin de hacer que las salidas futuras estén lo más cerca posible de la trayectoria de referencia, es decir, la secuencia de la señal de control debe hacer que el error entre la trayectoria de referencia y las salidas futuras sea mínima según la función de costo definida $\{r(t + k | t) - y(t + k | t), k = 1..N_2\}$.

- Solamente el primer elemento de del vector de control se aplica al proceso, el resto de la secuencia no son consideradas, puesto que para el siguiente instante de muestreo todo el procedimiento anterior se repite, calculando un nuevo vector de control con las señales ya conocidas del muestreo anterior, esto se conoce como principio de “horizonte deslizante”.

La estrategia general para los controladores predictivos puede ser representada en diagrama de bloques, la cual se muestra a continuación.

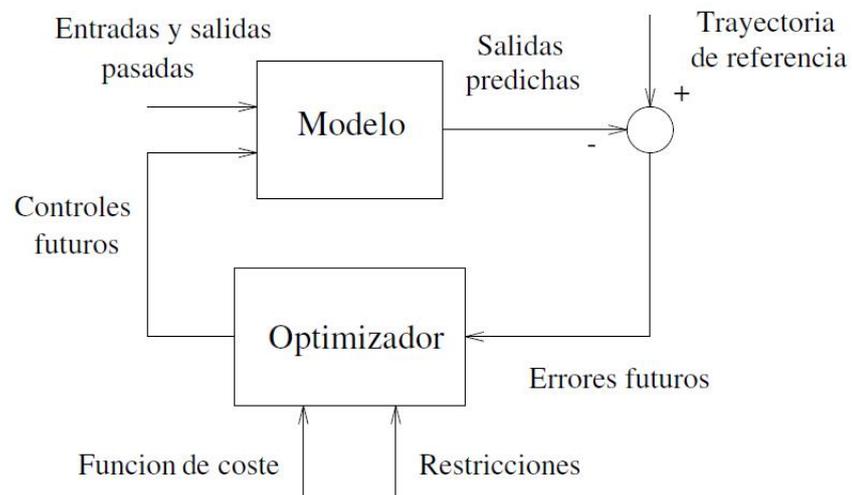


Figura 3.2. Estructura del MPC

La diferencia radical entre las variantes de controladores predictivos es el tipo de modelo de se usa para representar la dinámica del proceso a controlar, a pesar que la estrategia es similar, los algoritmos son ligeramente distintos. Los tipos de modelo más utilizados son función de transferencia, espacio de estado y modelos de convolución.

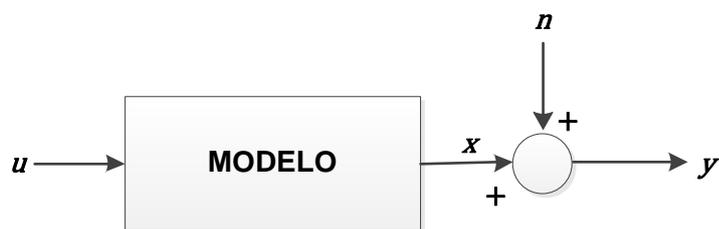


Figura 3.3. Estrategia MPC para modelos SISO

3.2 Diseño del Control Predictivo Generalizado al Proceso de Cristalización de azúcar.

La metodología del controlador predictivo generalizado (GPC, por sus siglas en inglés) propuesto por [37] en 1987, sucesor del GMV [38] (Generalized Minimum Variance) desarrollado en 1975, es hasta ahora una de las metodologías de control predictivo con más acogida en la academia y la industria [39].

Como se ha mencionado, la principal diferencia entre los tipos de controladores predictivos es el modelo de función de transferencia para representación de la dinámica del proceso a controlar, el GPC utiliza el modelo de función de transferencia tipo CARIMA, sin embargo existen otras formulaciones que emplean este tipo de modelos. A continuación se describe el modelo de función de transferencia en tiempo discreto, que hace referencia al esquema de la figura 3.3.

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (3.1)$$

La señal de perturbación $n(t)$ incluye todos los efectos en la salida $y(t)$ que no causados por la salida del modelo $x(t)$. Siendo $n(t)$ una señal ficticia, la cual incluye los efectos de perturbaciones del proceso, otras señales que no fueron consideradas en el modelo, errores de modelado o ruido en la medición.

El efecto de todas estas señales de fuentes desconocidas tiene carácter estocástico, generalmente de valor medio distinto de cero, y puede ser representada como ruido coloreado [40]:

$$n(t) = \frac{c(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(t) \quad (3.2)$$

Siendo:

$e(t)$: Una señal tipo ruido blanco

$C(q^{-1}), D(q^{-1})$: Polinomios con el operador de desplazamiento hacia atrás q

Donde q^{-1} es el operador de desplazamiento hacia atrás $q^{-n}s(t) = s(t - n)$, $s(t)$ denota una señal dependiente del tiempo y t denota el índice de tiempo discreto ($t = 0, 1, 2, \dots$); entonces se puede deducir que $\frac{c(q^{-1})}{D(q^{-1})}$ representa el modelo de las perturbaciones.

Se puede considerar el modelo de la perturbación como un filtro, y el ajuste de sus parámetros permiten:

- La eliminación de perturbaciones en un rango específico de frecuencias
- Robustez frente a errores de modelado

Las perturbaciones más típicas que se presentan en aplicaciones industriales son no-estacionarias[41] y de variación de carga [42], y como es nuestro caso una planta con efecto integrante según se muestra en la figura 2.20, es conveniente elegir el polinomio $D(q^{-1})$ de tal forma que se logre la supresión de las perturbaciones de media distinta de cero [31], y de tipo escalón [43].

La señal $x(t)$ es la salida del modelo y representa el efecto que tiene entradas de control $u(t)$ sobre las salidas del proceso $y(t)$.

La relación entre $x(t)$ y $u(t)$ es una relación dinámica, es decir, no depende de la señal actual $u(t)$ sino de los valores anteriores $\{u(t - 1), u(t - 2, \dots)\}$ y de las salidas previas del modelo $\{x(t - 1), x(t - 2, \dots)\}$. Esta dinámica puede ser representada por un modelo lineal o no lineal, en la industria casi siempre se da el caso no lineal. En general la relación $x(t), u(t)$ es representada por el modelo dinámico:

$$x(t) = f(x(t - 1), x(t - 2), \dots, u(t - 1), u(t - 2), \dots) \quad (3.3)$$

Donde f representa una función conocida, el en caso del GPC, constituye el modelo dinámico de la planta previamente identificado y linealizado en su punto de operación, entonces se puede usar el siguiente modelo genérico para representar la planta:

$$x(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) \quad (3.4)$$

Usando el modelo del sistema representado por (3.4), el modelo de perturbación (3.2) en el modelo del proceso (3.1) con el caso especial:

- $C(q^{-1}) = 1$
- $D(q^{-1}) = A(q^{-1})(1 - q^{-1})$

Tenemos que el GPC usa el modelo CARIMA [43]

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t - 1) + \frac{1}{1 - q^{-1}}e(t) \quad (3.5)$$

Este modelo fue propuesto en [38] para derivar la metodología de controladores GMV y de colocación de polos con una acción integral inherente.

El objetivo del GPC es el cálculo de un vector de control $u(t), u(t + 1), u(t + 2) \dots$ de tal manera que la salida futura del sistema $y(t + k)$ permanezca lo más cerca posible a la trayectoria de referencia $w(t + k)$, esto se consigue minimizando la función de costo:

$$J = \sum_{k=N_1}^{N_2} \delta(k)[\hat{y}(t + k|t) - w(t + k)]^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \lambda(k)[\Delta u(t + k - 1)]^2 \quad (3.6)$$

Donde $\hat{y}(t + k|t)$ es la predicción óptima k pasos hacia adelante de la salida del proceso, N_1 y N_2 son los horizontes mínimos y máximos de predicción respectivamente, N_u es el horizonte de control, $\delta(k)$ y $\lambda(k)$ son las secuencias de ponderación (normalmente constantes) para el error y el esfuerzo de control respectivamente; en [42] se considera $\delta(k)$ igual a 1, $\lambda(k)$ constante.

Para minimizar la función de costo descrita en la ecuación (3.6), se tiene que calcular la predicción óptima de la salida $y(t + k)$ para $j \geq N_1$ y $j \leq N_2$. En [37] se propone el uso de un algoritmo recursivo para la solución de ecuaciones

diofánticas, y con ello el cálculo de las predicciones óptimas de la salida del proceso. Considerando lo anterior, la ecuación (3.5) se puede escribir como:

$$y(t+k) = F_k y(t) + E_k B(z^{-1}) \Delta u(t+k-d-1) + E_k e(t+k) \quad (3.7)$$

De la ecuación diofántica se derivan los polinomios E_k y F_k con grados $j-1$ y n_a respectivamente, y se obtienen dividiendo 1 entre $\tilde{A}(z-1)$ hasta que el residuo de la división se pueda factorizar como $z^{-k} F_k(z^{-1})$; el polinomio $E_k(z^{-1})$ es el cociente de esta división.

Dado que el grado del polinomio $E_k(z^{-1})$ es $j-1$, los términos del ruido de la ecuación (3.7) están todos en el futuro, entonces la predicción óptima de la salida del sistema es:

$$\hat{y}(t+k|t) = G_k(z^{-1}) \Delta u(t+k-d-1) + F_k(z^{-1}) y(t) \quad (3.8)$$

Donde

$$G_k(z^{-1}) = E_k(z^{-1}) B(z^{-1}).$$

Si se considera que el proceso tiene un retardo de d periodos de muestreo, entonces el efecto de la señal de control $u(t)$ sobre la salida se verá reflejado luego de $d+1$ muestras, de allí los valores de los horizontes se definen como $N_1 = d+1$, $N_2 = d+N$ y $N_u = N$.

Dado el conjunto de predicciones:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+d+1|t) &= G_{d+1} \Delta u(t) + F_{d+1} y(t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) &= G_{d+2} \Delta u(t+1) + F_{d+2} y(t) \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) &= G_{d+N} \Delta u(t+N-1) + F_{d+n} y(t) \end{aligned}$$

Puede ser escrito de forma matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{F}(z^{-1}) y(t) + \mathbf{G}'(z^{-1}) \Delta u(t+1) \quad (3.9)$$

Siendo:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}'(z^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(z^{-1}) - \dots - g_{N-1} z^{-(N-1)})z^N \end{bmatrix}, \mathbf{F}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$

Los dos últimos términos de la ecuación (3.9) dependen del pasado, por tanto se pueden agrupar en un vector que representa la respuesta libre del sistema.

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3.10)$$

Considerando condiciones iniciales nulas, entonces el vector \mathbf{f} es nulo también [40], aplicando una señal de control tipo escalón unitario en el instante t entonces el vector de predicción de la salida es igual a la primera columna de la matriz \mathbf{G} [44], en otras palabras, se puede calcular la matriz \mathbf{G} aplicando una señal escalón unitario como entrada del sistema.

La respuesta libre se puede calcular de forma recursiva según [37] [40]:

$$f_{k+1} = z(1 - A(z^{-1}))f_k + B(z^{-1})\Delta u(t - d + k) \quad (3.11)$$

Siendo: $f_0 = y(t)$ y $\Delta u(t + k) = 0$ para $k \geq 0$.

La función de costo puede ser escrita en forma matricial reemplazando (3.10) en (3.6):

$$\mathbf{J} = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (3.12)$$

Con

$$\mathbf{w} = [w(t+d+1) \dots w(t+d+N)]^T$$

Asumiendo que no existen restricciones para la señal de control, se puede minimizar la función de costo (3.12) igualando su gradiente a cero, con lo cual tenemos la ley de control del GPC:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.13)$$

Entonces, según el principio de horizonte deslizante, solamente se aplica el primer elemento del vector de control calculado con (3.13), sumado a su valor anterior, es decir

$$u(t) = u(t - 1) + \Delta u(t)$$

Reemplazando $\Delta u(t)$ por la ecuación (3.13)

$$u(t) = u(t - 1) + \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.14)$$

Siendo \mathbf{K} la primera fila de la matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$.

Nótese en (3.14) que si no existen errores futuros $(\mathbf{w} - \mathbf{f}) = 0$, entonces no es necesario realizar cambios en la señal de control, es decir $u(t) = u(t - 1)$, ya que la respuesta libre del sistema satisface al objetivo que es conseguir que la salida del sistema sea igual a la referencia.

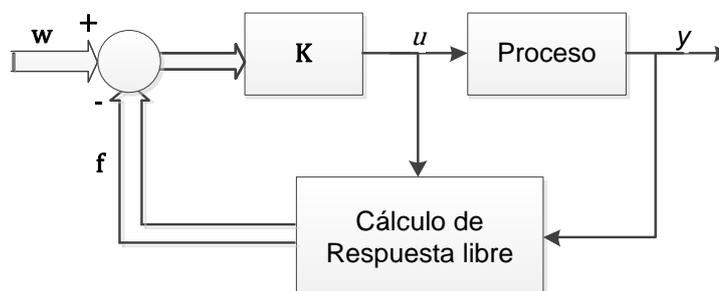


Figura 3.4. Ley de control del GPC.

3.2.1. Parámetros del controlador GPC

El desempeño del controlador GPC depende de los valores de los tres horizontes N_1, N_2, N_u . Lo cual le otorga versatilidad para ser aplicado en plantas inestables y de fase no mínima [45], por otro se podría pensar que el ajuste del controlador se complica al tener que calcular tres parámetros; sin embargo, existen pautas en la práctica que dependen del tipo de proceso a controlar y del rendimiento de control requerido.

Estas reglas detalladas en [46] [47] [48] se basan en teoremas que muestran que las leyes de control estándar pueden deducirse como casos especiales de GPC. En base a esta información y con la herramienta de diseño de controladores predictivos MPC Designer de Matlab se sintonizaron dos controladores GPC para el control del coeficiente de sobresaturación, cuyo modelo para la predicción es el obtenido mediante identificación.

PARÁMETRO	NOMENCLATURA	GPC1	GPC2
Horizonte inicial de predicción	N_1	1	1
Horizonte final de predicción	N_2	12	12
Horizonte de control	N_u	4	4
Ponderación del error	δ	1.68	0.06
Ponderación del esfuerzo de control	λ	4.75	0.02

Tabla 3. Parámetros de diseño de controlador GPC para regulación del coeficiente de sobresaturación de masa cocida en el proceso de cristalización de azúcar.

3.3 Diseño del Control Predictivo Extendido Auto Adaptativo al Proceso de Cristalización de azúcar.

En el GPC el modelo CARIMA se usa para representar la dinámica del sistema, así como el uso de ecuaciones diofánticas resuelve el problema de predicción.

La metodología Control Predictivo Extendido Auto Adaptativo (EPSAC) [10], presentada en 1985, hace uso de del modelo representado por las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3), mientras que las predicciones se calculan empleando técnicas de filtrado.

La ecuación (3.1) puede ser escrita k pasos adelante como:

$$y(t+k|t) = x(t+k|t) + n(t+k|t) \quad (3.15)$$

Siendo $x(t+k|t)$ la predicción para la salida del modelo tipo función de transferencia en tiempo discreto

3.3.1. Predicción de la respuesta del modelo.

Para la predicción de $x(t+k|t)$ la metodología EPSAC emplea la ecuación (3.3).

La siguiente figura ilustra la configuración del modelo tipo serie-paralelo que se describe en [35], la misma que va a ser usada en el desarrollo del presente trabajo.

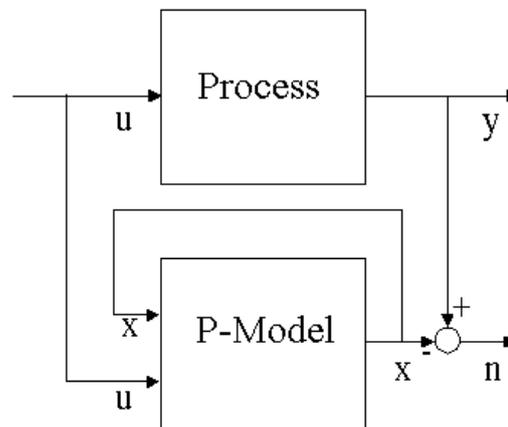


Figura 3.5: Esquema para la predicción de la respuesta del modelo EPSAC

En cada instante de muestreo la señal $x(t|t)$ es calculada con los vectores de entrada $[x(t-1), x(t-2), \dots, u(t-1), u(t-2), \dots]$, nótese que

son valores del pasado de la salida del modelo y de las acciones de control almacenado en la base de datos que usa el algoritmo. Para $k = 1$ el valor de $x(t|t)$ es usado para el cálculo de $x(t + 1|t)$, esto se repite hasta $k = N_2$, donde N_2 es el horizonte de predicción.

3.3.2. Predicción de la perturbación

Luego de calcular $x(t)$ y medir $y(t)$ podemos obtener el valor de la perturbación según (3.1).

Además, teniendo en cuenta (3.2), podemos definir un filtro de la perturbación como:

$$n_f(t) = \frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})} n(t) \quad (3.16)$$

El cual se puede calcular con la siguiente expresión:

$$n_f(t) = -C_1 n_f(t - 1) - C_2 n_f(t - 2) \dots n(t) + D_1 n(t - 1) + D_2 n(t - 2) \dots \quad (3.17)$$

Por definición $n_f(t) = e(t)$ (ruido blanco) según (3.2), y su valor promedio es:

$$n_f(t + k|t) \equiv 0, \quad k = 1, 2, \dots, N_2 \quad (3.18)$$

Entonces la perturbación se puede predecir por la siguiente expresión:

$$n(t + k|t) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} n_f(t + k|t) \quad (3.19)$$

Y se calcula con la siguiente ecuación en diferencias:

$$n(t + k|t) = -d_1 n(t + k - 1|t) - d_2 n(t + k - 2|t) - \dots + n_f(t + k|t) + c_1 n_f(t + k - 1|t) + \dots \quad (3.20)$$

Para $k = 1$ la predicción de la perturbación depende de su valor actual y anteriores $n(t|t), n(t - 1|t), \dots, n_f(t|t), n_f(t - 1|t), \dots$ estos valores calculados $n(t + k - 1)$ son almacenados y utilizados hasta $k = N_2$, mientras que la estimación de valores futuros de n_f es cero como se establece en (3.18).

La forma común de representar el modelo de la perturbación es la utilizada en el esquema GPC [38] [45], de este modo el controlador intrínsecamente eliminará los errores de estado estacionario, similar al efecto del integrador en un controlador de tipo PID. Sin embargo la metodología propuesta en [49] para el diseño del modelo de las perturbaciones ofrece ventajas sobre el diseño común, siendo la más importante la supresión de la perturbación en un rango de frecuencia específico proporcionando robustez.

Las perturbaciones pueden ser calculadas según (3.1) por $n(t) = y(t) - x(t)$, entonces es posible obtener el espectro de la señal de perturbación, la cual tiene mayor aporte de energía en la frecuencia $\bar{\omega}$, entonces el filtro puede ser diseñado de modo que tenga una característica pasa banda alrededor de esta frecuencia.

Para el diseño del filtro del controlador EPSAC en nuestra aplicación, se utiliza la metodología presentada en [49] y la tabla de diseño en [50], la cual propone la siguiente forma del filtro cuando se presentan perturbaciones de tipo escalón lo cual aplica a nuestro caso:

$$\frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{1}{(1-q^{-1})(1-aq^{-1})} ; 0 \ll a \leq 1 \quad (3.21)$$

Entonces el modelo de la perturbación del controlador en el presente caso de aplicación es:

$$n(t) = \frac{1}{(1-q^{-1})(1-0.9q^{-1})} e(t)$$

3.3.3. Predicción de la respuesta del sistema

La predicción $y(t+k|t)$, según al principio de superposición en sistemas lineales, es el resultado de dos términos:

$$y(t+k|t) = y_{base}(t+k|t) + y_{opt}(t+k|t) \quad (3.22)$$

Donde $y_{base}(t+k|t)$ es la predicción de respuesta del sistema como resultado de:

- El efecto de las predicciones de perturbaciones.
- Efecto de acciones pasadas de control $\{\mathbf{u}(t-1), \mathbf{u}(t-2), \dots\}$
- Efecto de un escenario de control futuro, llamado \mathbf{u}_{base} , el cual es definido a priori.

En este trabajo se considera $u_{base}(t+k|t) = u(t-1), k = 0 \dots N_2 - 1$; según [35] por tratarse de un modelo lineal. En el caso de modelos no lineales u_{base} se calcula de forma iterativa siguiendo el procedimiento presentado en el trabajo Controlador no lineal basado en el enfoque EPSAC [51].

La predicción de y_{base} es calculada con la ecuación (3.1) usando como señal de entrada u_{base} en la ecuación (3.3).

El último término de la ecuación (3.22) es la respuesta forzada del sistema, como efecto de acciones de control de optimización:

$$\delta u(t+k|t) = u(t+k|t) - u_{base}(t+k|t), \quad k = 0, 1, \dots, N_2 - 1 \quad (3.23)$$

Donde $u(t+k|t), k = 0, 1, \dots, N_2 - 1$ son las acciones de control óptimo postuladas, nótese que (3.23) tiene similitud a (3.14) en el caso del GPC.

En control predictivo es conveniente reducir el grado de libertad del vector de control $u(t+k|t)$; es decir, definimos un horizonte para el cual la acción de control puede variar, similar con el GPC, denominado horizonte de control N_u :

$$1 \leq N_u \leq N_2 \quad (3.24)$$

Entonces una vez transcurrido el horizonte de control, las acciones de control $u(t+k|t)$ se mantienen constantes después de $k \geq N_u$.

$$u(t+k|t) = u(t-1), \quad k \geq N_u \quad (3.25)$$

Así el vector de control ha reducido su grado de libertad de N_2 a N_u .

En la práctica se suele establecer $N_u = 1$, lo cual conduce a un cálculo simplificado [52] [53] de esta forma se reduce la carga computacional el

esfuerzo en la señal de control, además aumenta el desempeño del controlador en términos de robustez [35].

La siguiente figura ilustra el concepto de acciones de control libre u_{base} y acciones de control de optimización u_{opt} .

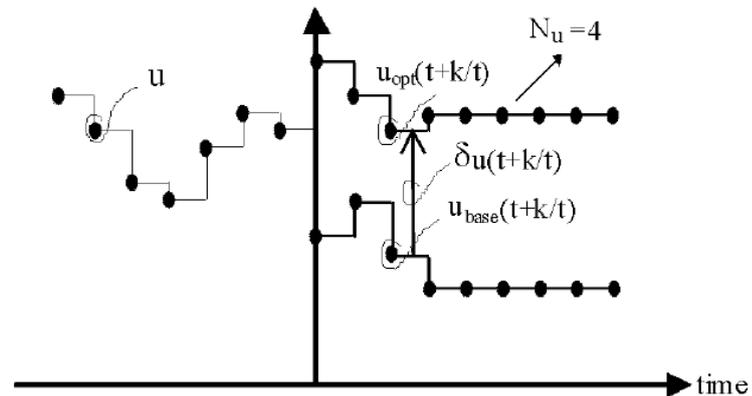


Figura 3.6: Concepto de acciones de control base y de optimización

La respuesta óptima $y_{opt}(t+k|t)$ del sistema es el resultado acumulado de entradas tipo impulso y tipo escalón, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$y_{opt}(t+k|t) = h_k \delta u(t|t) + h_{k-1} \delta u(t+1|t) + \dots \quad (3.26)$$

$$\dots + g_{k-N_u+1} \delta u(t+N_u-1|t)$$

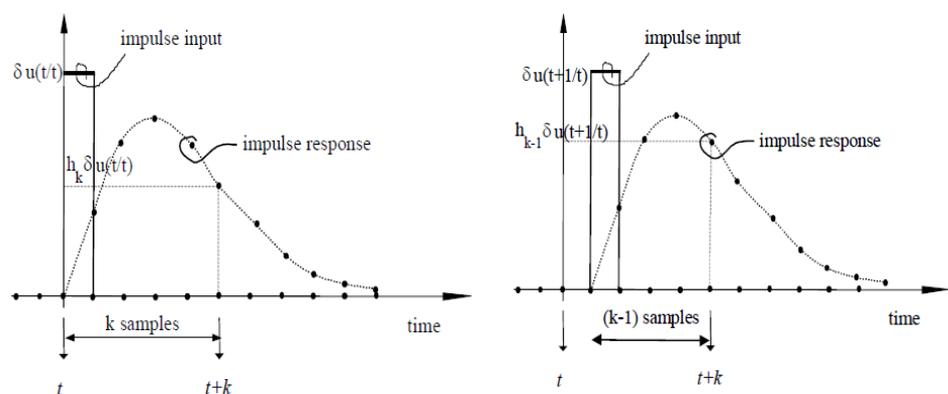


Figura 3.7: Efectos de entradas δu tipo impulso en la salida y_{opt} tomado de [35]

Los parámetros $h_1, h_2, \dots, h_k, \dots, h_{N_2}$ son los coeficientes de la respuesta impulso del sistema, mientras que los parámetros $g_1, g_2, \dots, g_k, \dots, g_{N_2}$ son los coeficientes de la respuesta al escalón del sistema; estos parámetros se pueden obtener aplicando entradas (tipo impulso o escalón) en el modelo.

En sistemas lineales considera $h_0 = h_{-1} = h_{-2} \dots g_0 = g_{-1} = g_{-2} = \dots = 0$, y los coeficientes de la respuesta impulso pueden ser calculados de los coeficientes de la respuesta al escalón y viceversa.

La respuesta forzada del sistema puede ser representada en forma matricial como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{opt}(t + N_1|t) \\ y_{opt}(t + N_1 + 1|t) \\ \vdots \\ y_{opt}(t + N_2|t) \end{bmatrix}}_{Y_{opt}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{N_1} & h_{N_1-1} & \dots & h_{N_1-N_u+2} & g_{N_1-N_u+1} \\ h_{N_1+1} & h_{N_1} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{N_2} & h_{N_2-1} & \dots & h_{N_2-N_u+2} & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix}}_{G} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta u(t|t) \\ \delta u(t + 1|t) \\ \vdots \\ \delta u(t + N_u - 1|t) \end{bmatrix}}_{U}$$

$$Y_{opt} = G \cdot U \quad (3.27)$$

Donde N_1 es un parámetro de diseño del controlador, con $N_1 \leq N_2$, los instantes transcurridos desde N_1 hasta N_2 se denominan Horizonte de coincidencia.

Sustituyendo (3.27) en (3.22), tenemos la ecuación de predicción para la salida del sistema en forma matricial:

$$Y = Y_{base} + Y_{opt} = \bar{Y} + G \cdot U \quad (3.28)$$

3.3.4. Objetivo del controlador

El objetivo del controlador EPSAC es encontrar el vector de control $\{u(t+k|t), k=0,1,\dots,N_2-1\}$ que minimice la función de costo

$$\sum_{k=N_1}^{N_2} [r(t+k|t) - y(t+k|t)]^2 \quad (3.29)$$

Donde la señal r es la trayectoria de referencia, en el desarrollo de nuestro problema consideramos $r = w$, trayectoria de referencia igual al setpoint del controlador.

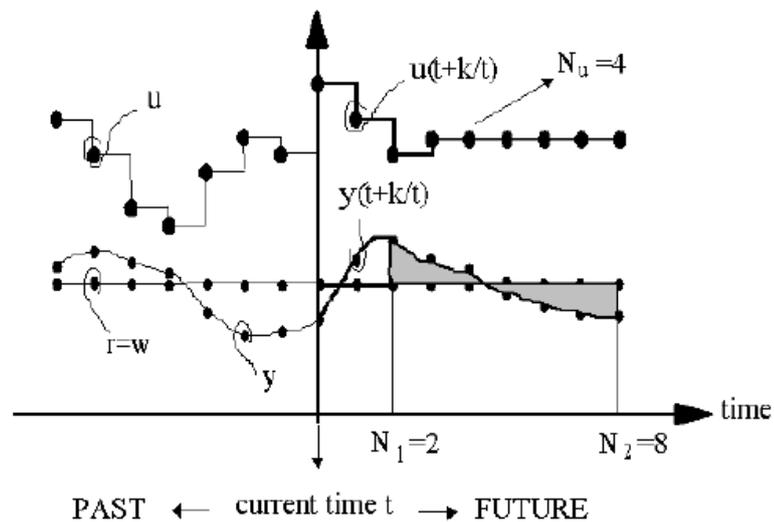


Figura 3.8. Objetivo controlador EPSAC con $r = w$, $N_1 = 2$, $N_2 = 8$, $N_u = 4$

3.3.5. Ley de control EPSAC

Reemplazando (3.28) en (3.29) y usando notación matricial, la función de costo se escribe como:

$$\begin{aligned} \sum_{k=N_1}^{N_2} [r(t+k|t) - y(t+k|t)]^2 &= (\mathbf{R} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{R} - \mathbf{Y}) \\ &= [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - \mathbf{G}\mathbf{U}]^T [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - \mathbf{G}\mathbf{U}] \end{aligned} \quad (3.30)$$

Minimizando con respecto a \mathbf{U} la función de costo, obtenemos la solución para el vector de control:

$$\mathbf{U}^* = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} [\mathbf{G}^T (\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}})] \quad (3.31)$$

Entonces a la planta se aplica el primer elemento de del vector \mathbf{U}^* ; como se establece en el principio de Horizonte Deslizante del control predictivo:

$$u(t) = u_{base}(t|t) + \delta u(t|t) = u_{base}(t|t) + \mathbf{U}^*(1) \quad (3.32)$$

3.3.6. Parámetros del controlador EPSAC

En la introducción de este capítulo se discutió sobre la popularidad del control predictivo y sus características, una de ellas es el ajuste relativamente sencillo de los parámetros; los mismos que se sintonizan para obtener un seguimiento adecuado de la referencia, rechazo a perturbaciones, y robustez frente a errores de modelado [48].

Para el controlador EPSAC empleado en este trabajo se listan a continuación los parámetros de sintonía de acuerdo a la aplicación, es decir, al modelo del tacho obtenido en el capítulo 2 y las características del proceso (perturbaciones presentes y cambios del setpoint tipo escalón). Los valores de cada parámetro ya fueron discutidos en el desarrollo del presente capítulo.

PARÁMETRO	NOMENCLATURA	VALOR
Horizonte de Inicio	N_1	1
Horizonte de predicción	N_2	10
Escenario de control futuro	u_{base}	$u(t) - 1$
Horizonte de control	N_u	1
Modelo de	$\frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})}$	$\frac{1}{(1 - q^{-1})(1 - 0.9q^{-1})}$

perturbación		
--------------	--	--

Tabla 4. Parámetros de diseño de controlador EPSAC para regulación del coeficiente de sobresaturación de masa cocida.

3.4 Análisis de los resultados del control predictivo del proceso de Cristalización de azúcar.

En la siguiente figura se muestra la respuesta del coeficiente de sobresaturación usando controladores GPC, aquí se evidencia gráficamente el desempeño de los controladores ajustados para una respuesta rápida $\delta = 4.75$, $\lambda = 0.02$ y el segundo con $\delta = 1.68$, $\lambda = 0.06$ ajustado para mayor robustez ante una perturbación presente en $t = 1000$.

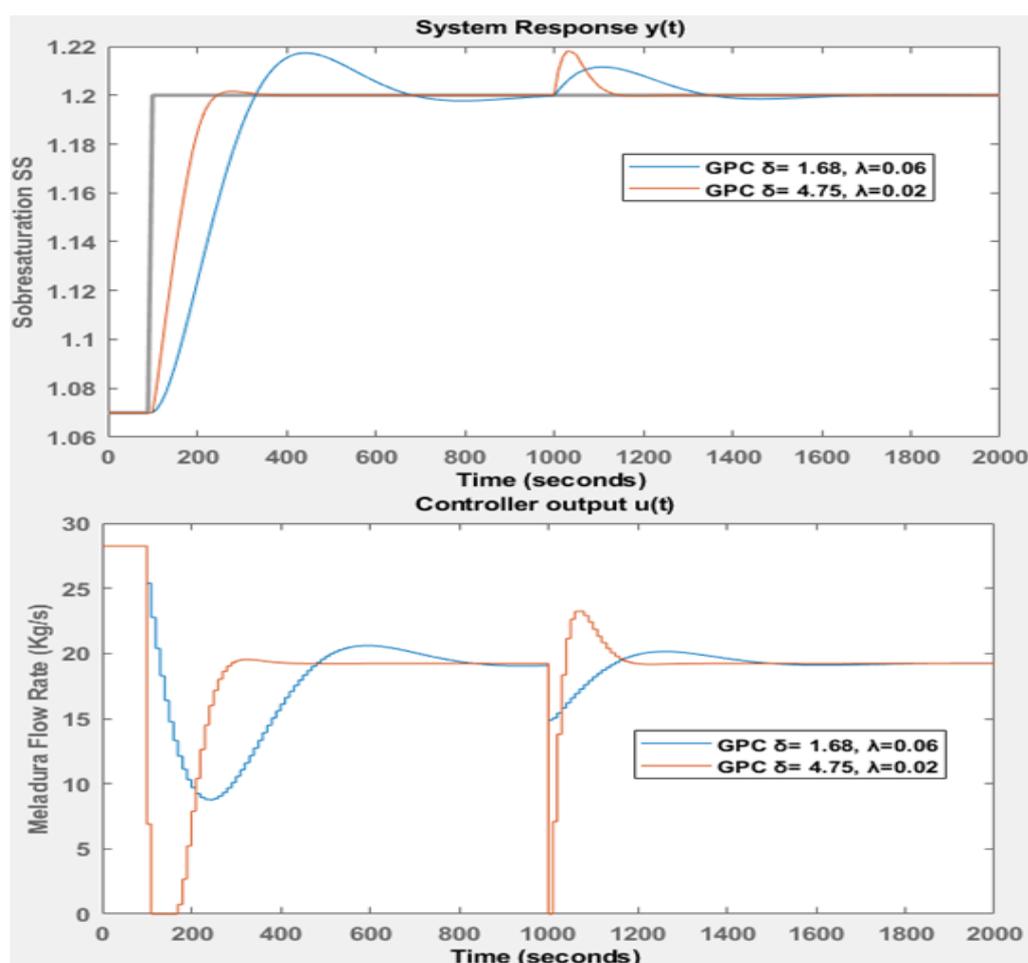


Figura 3.9. Respuesta de controladores GPC para el control del coeficiente de sobresaturación en el proceso de cristalización de azúcar

Como se observa en la figura 3.9, ante un cambio en el setpoint de 1.07 a 1.20 el GPC1 la sobresaturación llega a un pico del 15.38 % y se estabiliza en $t = 530$ segundos mientras que con el GPC2 se obtiene una respuesta rápida con un tiempo de estabilización de 120 segundos, prácticamente sin ocasionar sobre pico. Al presentarse una perturbación en $t=1000$, el controlador con mejor desempeño es el GPC1

CAPÍTULO 4

4. CONTROL DE SATURACIÓN DE MASA COCIDA. UN CASO DE ESTUDIO

4.1 Diseño y simulación del control proporcional, integral y derivativo (PID) de la saturación de masa cocida.

El diseño de controladores en general se simplifica cuando el modelo del proceso a controlar es de orden reducido.

En el presente trabajo se emplea un controlador PID sintonizado con reglas IMC según [54]. La aplicación de estas reglas de sintonía implica el uso de modelos de segundo orden o menor.

4.1.1. Reducción del modelo.

Un desarrollo destacado para la obtención de modelos de orden reducido es la metodología de reducción de modelos relevantes a control, donde la finalidad es obtener un modelo de estructura ARX[2 2 1] cuya dinámica sea similar al modelo original en la banda de frecuencia de lazo cerrado, determinado por un parámetro λ que representa la velocidad de respuesta en lazo cerrado respecto a la de lazo abierto [55] [56]. El aspecto crucial de la metodología es el pre filtrado relevante para el control de una respuesta de impulso finita del modelo de orden completo. El paso de prefiltrado asegura que el modelo reducido conserva los componentes del modelo original que son más significativos con respecto a los requisitos de control del usuario.

El método de Truncamiento Balaceado es uno de los procedimientos más populares y de actual investigación para la reducción de modelos en el campo de control. Esta metodología permite obtener un modelo de orden reducido conservando características de respuesta transiente y

estado estable por medio del cálculo de los estados que contribuyen significativamente en la dinámica del sistema original [57][58].

En la reducción de nuestro modelo identificado en el capítulo 2, se emplea la metodología de truncamiento balanceado, haciendo uso de la aplicación Model Reducer que está dentro del paquete Control System Toolbox de Matlab [59].

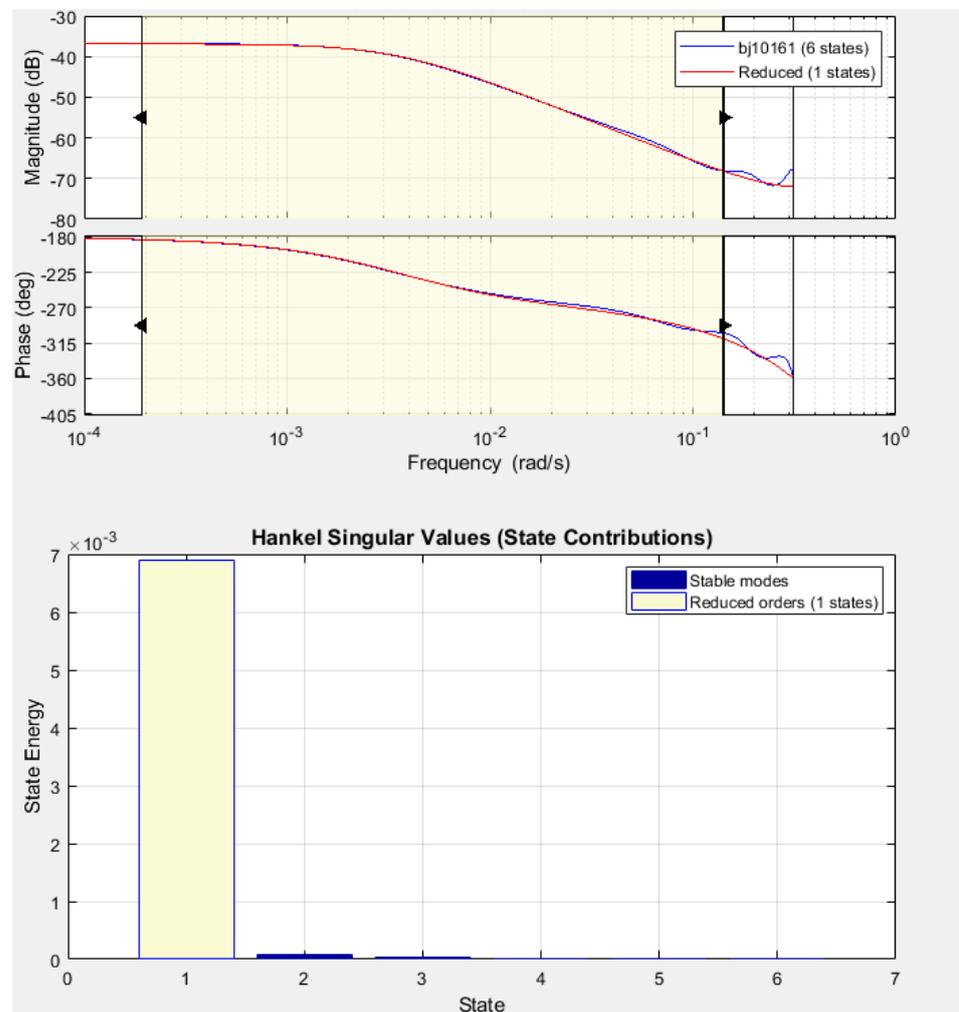


Figura 4.1. Reducción del modelo Identificado; arriba comparación de respuesta frecuencial de modelo original y modelo reducido, abajo contribución de energía de los estados del modelo original.

Como se observa en la figura anterior, el modelo de orden reducido conserva las características del modelo original en la banda de frecuencia seleccionada, además la contribución energética de un estado es quien incide en la dinámica del sistema original, por lo que un modelo de primer orden tiene un ajuste satisfactorio respecto del modelo identificado de sexto orden.

La figura 4.2 muestra la respuesta al escalón tanto del modelo original como del modelo reducido, aquí se aprecia que la dinámica de los dos modelos es similar.

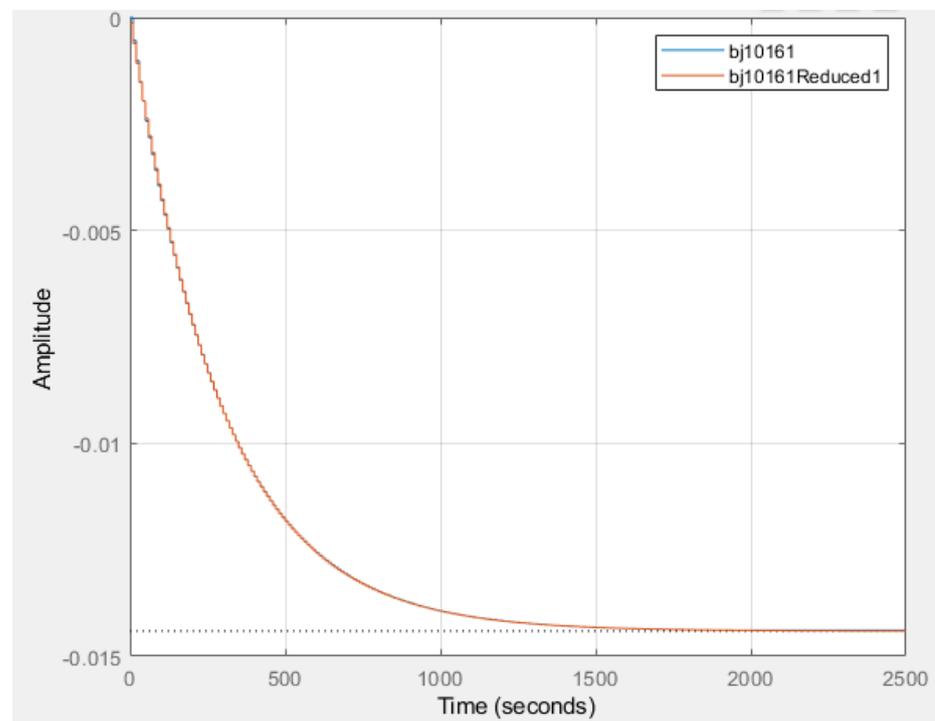


Figura 4.2. Respuesta al escalón. Modelo original línea azul, modelo reducido línea roja.

El modelo de orden reducido $G_r(s)$ representado en espacios de estado es:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (4.1)$$

Donde

$$A = [0.9663], B = [-0.03292], C = [0.01461], D = [-0.0001272]$$

Convirtiendo a función de transferencia:

$$G_r(s) = \frac{-0.0001272s - 4.935e-05}{s + 0.003425} \quad (4.2)$$

Realizando algebra $G_r(s)$ se puede escribir como:

$$G_r(s) = \frac{-0.0144(2.57s+1)}{291.97s + 1} \quad (4.3)$$

4.1.2. Ajuste de ganancias del controlador PID

Para usar las reglas de sintonía SIMC-PID el modelo debe estar en la forma:

$$G(s) = k \frac{e^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (4.4)$$

Según se muestra en la siguiente tabla presentada en [54]:

Process	$g(s)$	K_c	τ_I	τ_D^d
First-order	$k \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)}$	$\frac{1}{k} \frac{\tau_1}{\tau_c + \theta}$	$\min\{\tau_1, 4(\tau_c + \theta)\}$	–
Second-order, Eq. (4)	$k \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{1}{k} \frac{\tau_1}{\tau_c + \theta}$	$\min\{\tau_1, 4(\tau_c + \theta)\}$	τ_2
Pure time delay ^a	$k e^{-\theta s}$	0	0 ^c	–
Integrating ^b	$k' \frac{e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{1}{k'} \frac{1}{(\tau_c + \theta)}$	$4(\tau_c + \theta)$	–
Integrating with lag	$k' \frac{e^{-\theta s}}{s(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{1}{k'} \frac{1}{(\tau_c + \theta)}$	$4(\tau_c + \theta)$	τ_2
Double intergrating ^c	$k'' \frac{e^{-\theta s}}{s^2}$	$\frac{1}{k''} \frac{1}{4(\tau_c + \theta)^2}$	$4(\tau_c + \theta)$	$4(\tau_c + \theta)$

Tabla 5: Ganancias de controlador SIMC-PID

Aproximamos este modelo reducido $G_r(s)$ a la forma (4.4) aplicando la regla T3 para modelos de primer orden con un cero negativo en nuestro caso.

$$\frac{(T_0s+1)e^{-\theta s}}{\tau_0s+1} \begin{cases} \frac{T_0}{\tau_0} & \text{para } T_0 \geq \tau_0 \geq \theta & \text{Regla T1} \\ \frac{T_0}{\theta} & \text{para } T_0 \geq \theta \geq \tau_0 & \text{Regla T2} \\ \frac{\tilde{\tau}_0/\tau_0}{(\tilde{\tau}_0-T_0)s+1} & \text{para } \tilde{\tau}_0 = \min(\tau_0, 5\theta) \geq T_0 & \text{Regla T3} \end{cases} \quad (4.5)$$

Entonces $G_r(s)$ se aproxima a:

$$\tilde{G}_r(s) = \frac{-0.0144}{289.39s+1} \quad (4.6)$$

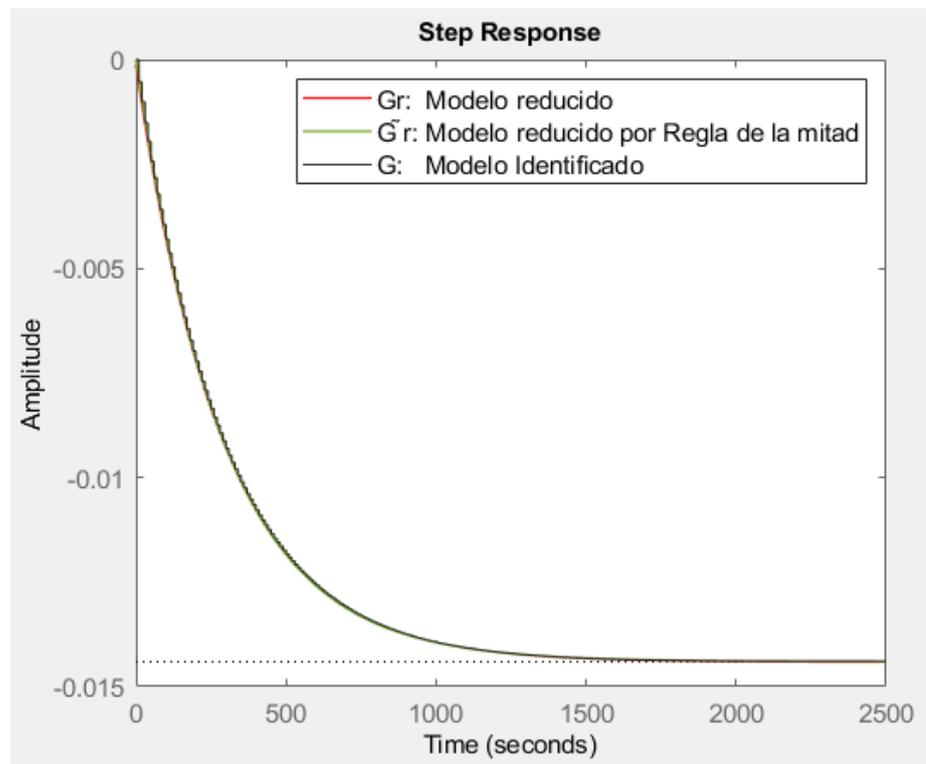


Figura 4.3. Respuesta escalón de los modelos identificado $G(s)$, orden reducido $G_r(s)$ y reducido mediante la regla de la mitad $\tilde{G}_r(s)$.

Según la tabla 3 las ganancias del controlador PID para el modelo $\tilde{G}_r(s)$ son:

$$K_p = \frac{1}{k} \frac{\tau}{\tau_c + \theta} \quad (4.7)$$

$$\tau_I = \min\{\tau, 4(\tau_c + \theta)\} \quad (4.8)$$

Donde τ_c es el único parámetro de diseño, el cual define la velocidad de respuesta en lazo cerrado del sistema [60].

Un valor óptimo de τ_c es determinado por el compromiso entre una respuesta rápida, con valores pequeños de τ_c ; mientras que con valores grandes el sistema gana estabilidad y robustez [61][62].

Dos enfoques principales según [63] y [64] para el ajuste del controlador son los siguientes:

- Control estricto: control más rápido posible sujeto a lograr robustez aceptable; y
- Control suave: control más lento posible sujeto a lograr un rechazo aceptable de perturbaciones.

Para nuestro caso se elige un valor “intermedio” recomendado en [64] para un equilibrio entre una respuesta rápida y una acción de control suave:

$$\tau_c = 0.3 \tau \quad (4.9)$$

Reemplazando la constante de tiempo, la ganancia de lazo abierto de \tilde{G}_r y la constante de tiempo en lazo cerrado τ_c en las ecuaciones (4.7) y (4.8), obtenemos los valores de la ganancia proporcional y el tiempo integral del controlador PI:

$$K_p = -231.33, \tau_I = 289.39$$

4.1.3. Condiciones iniciales del sistema.

Las condiciones iniciales de las variables de proceso para la simulación son las mismas utilizadas para la identificación del modelo presentadas en el capítulo 2.

Se inicia la simulación del sistema estableciendo las variables como se indica a continuación:

- Referencia de coeficiente de sobresaturación $w_o = 1.07$
- Respuesta del sistema, Coeficiente de sobresaturación $y_o = 1.07$
- Flujo de meladura, salida del controlador $u_o = 28.25$ [Kg/s].

Parámetros para la simulación del sistema

- En $t = 0$ segundos, se realiza un cambio tipo escalón en la referencia, pasando de 1.07 a 1.20
- En $t = 1000$ segundos, se realiza un cambio tipo escalón en la referencia, pasando de $w = 1.20$ a $w = 1.25$
- En $t = 2000$ segundos, se presenta una perturbación originada por el cambio de temperatura de masa cocida, de $T_m = 62$ °C a $T_m = 55$ °C.
- Restricción de señal del controlador, $0 \leq u(t) \leq 80$ [Kg/s]

A continuación se presenta la respuesta en lazo cerrado del sistema simulado con la planta de la en diagrama de bloques representado en la figura 2.5, usando un controlador PI ajustado con las reglas de sintonía IMC-PID.

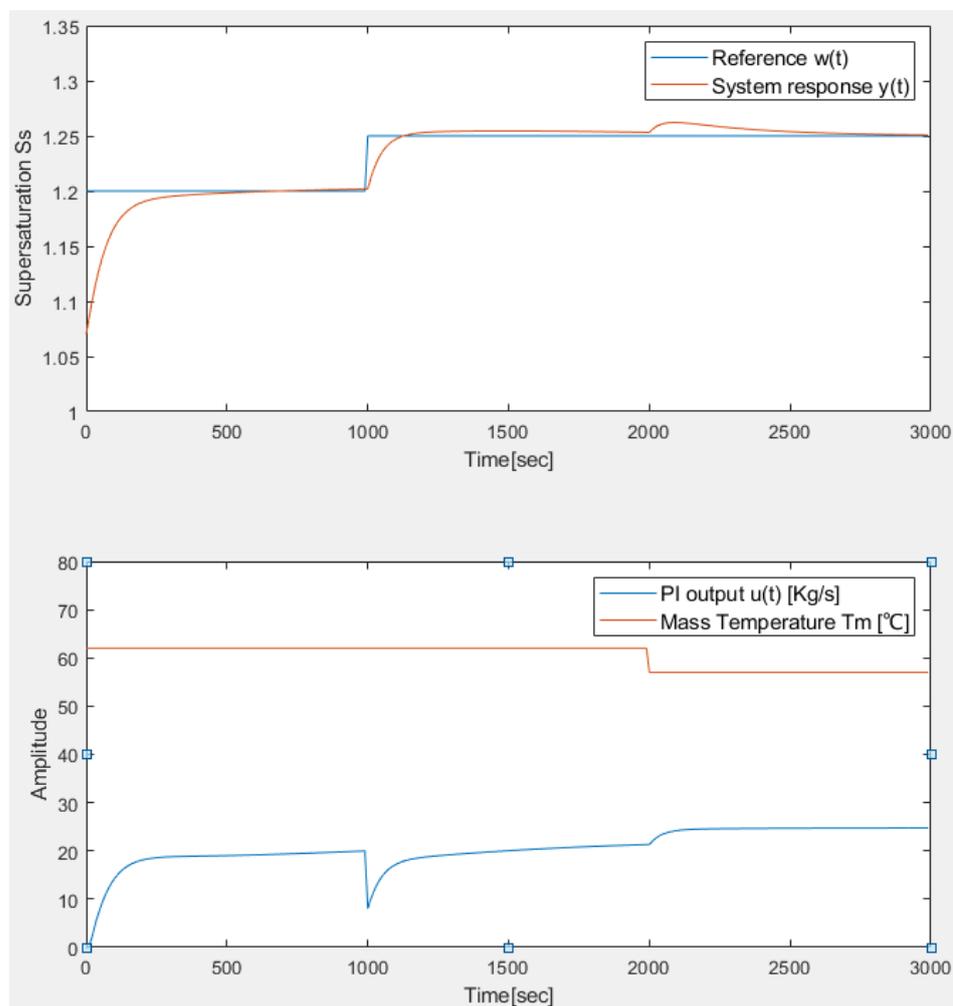


Figura 4.4. Respuesta del sistema en lazo cerrado usando un controlador PI ajustado con reglas de sintonía SIMC-PID.

4.2 Diseño y simulación del control Predictivo Extendido Auto Adaptativo de la saturación de masa cocida.

La tabla 3 contiene los parámetros de ajuste del controlador EPSAC para esta aplicación.

Las condiciones iniciales del sistema, los cambios en el setpoint y la perturbación son similares a las presentadas en la simulación del proceso con controlador PID.

A continuación se presenta la respuesta del sistema en lazo cerrado.

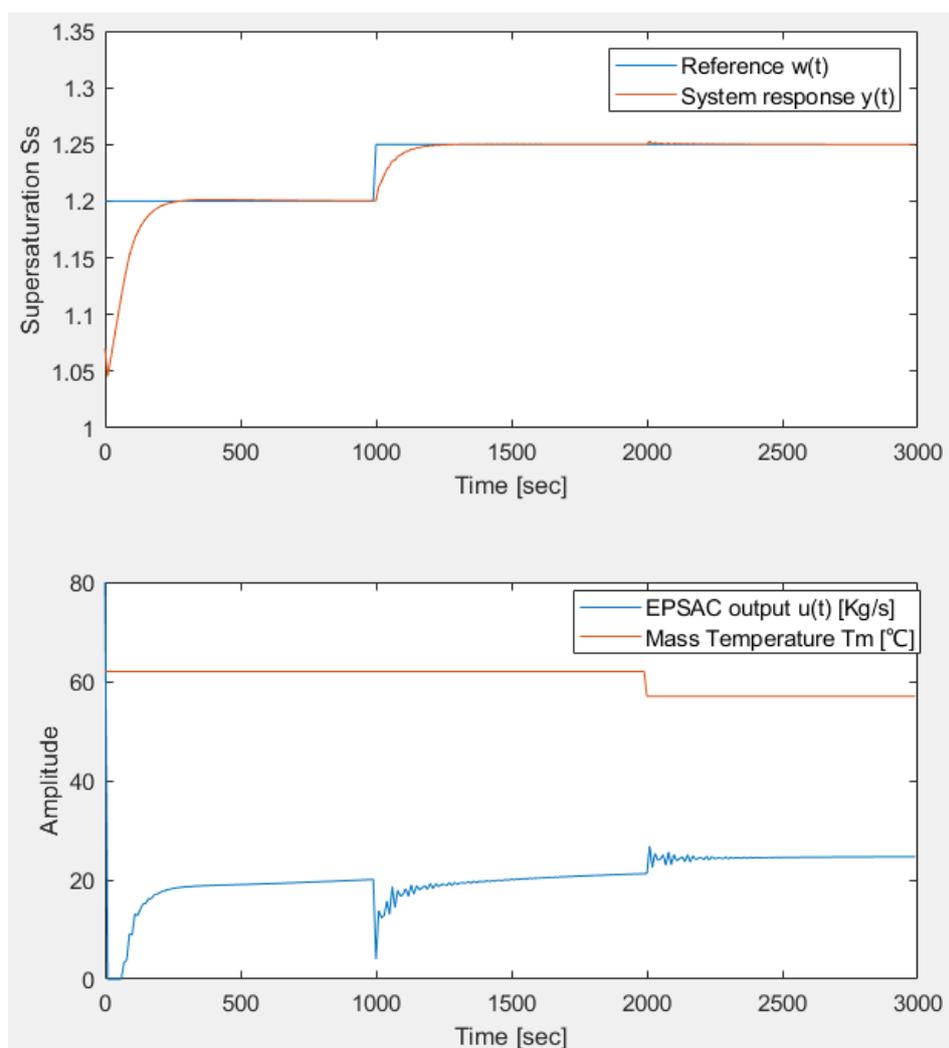


Figura 4.5. Respuesta del sistema en lazo cerrado usando un controlador predictivo EPSAC.

4.3 Comparación de resultados de los desempeños de los controladores diseñados

Existen muchos aspectos significativos a tener en cuenta para evaluar el desempeño de un controlador, el rechazo de perturbaciones, la robustez, el uso de entrada y la sensibilidad al ruido.

En general, es difícil definir la "respuesta óptima" de un controlador, ya que hay muchos aspectos importantes a tener en cuenta, incluida el seguimiento a la referencia, el rechazo de perturbaciones, la robustez, el uso de entrada y la sensibilidad al ruido. A menudo, un bucle de control se evalúa únicamente en función de su respuesta a un cambio a la referencia, sin embargo en muchas aplicaciones suele ser de gran importancia el comportamiento del proceso en presencia de perturbaciones [65].

El desempeño del control de una variable, puede ser evaluado mediante la velocidad de respuesta rápida y buen rechazo de perturbaciones. Esto puede cuantificarse por la magnitud del error entre el setpoint y la variable controlada, que debe ser lo más pequeño posible [66]. Aquí, se puede considerar diferentes "normas" del error, por ejemplo, la desviación máxima, la desviación cuadrada integrada (2-norma) y el error absoluto integrado (IAE) (1-norma), esta última será utilizada para la evaluación del desempeño del sistema.

$$IAE = \int_0^{\infty} |y(t) - w(t)| dt \quad (4.10)$$

La salida del controlador $u(t)$ es evaluada mediante su variación total TV, que es la suma de todos sus movimientos hacia arriba y hacia abajo.

$$TV = \sum_{i=1}^{\infty} |u_{i+1} - u_i| \quad (4.11)$$

La variación total es una buena medida de la "suavidad" de la señal de control, esto nos indica la característica de cuán agresivo o robusto es un controlador.

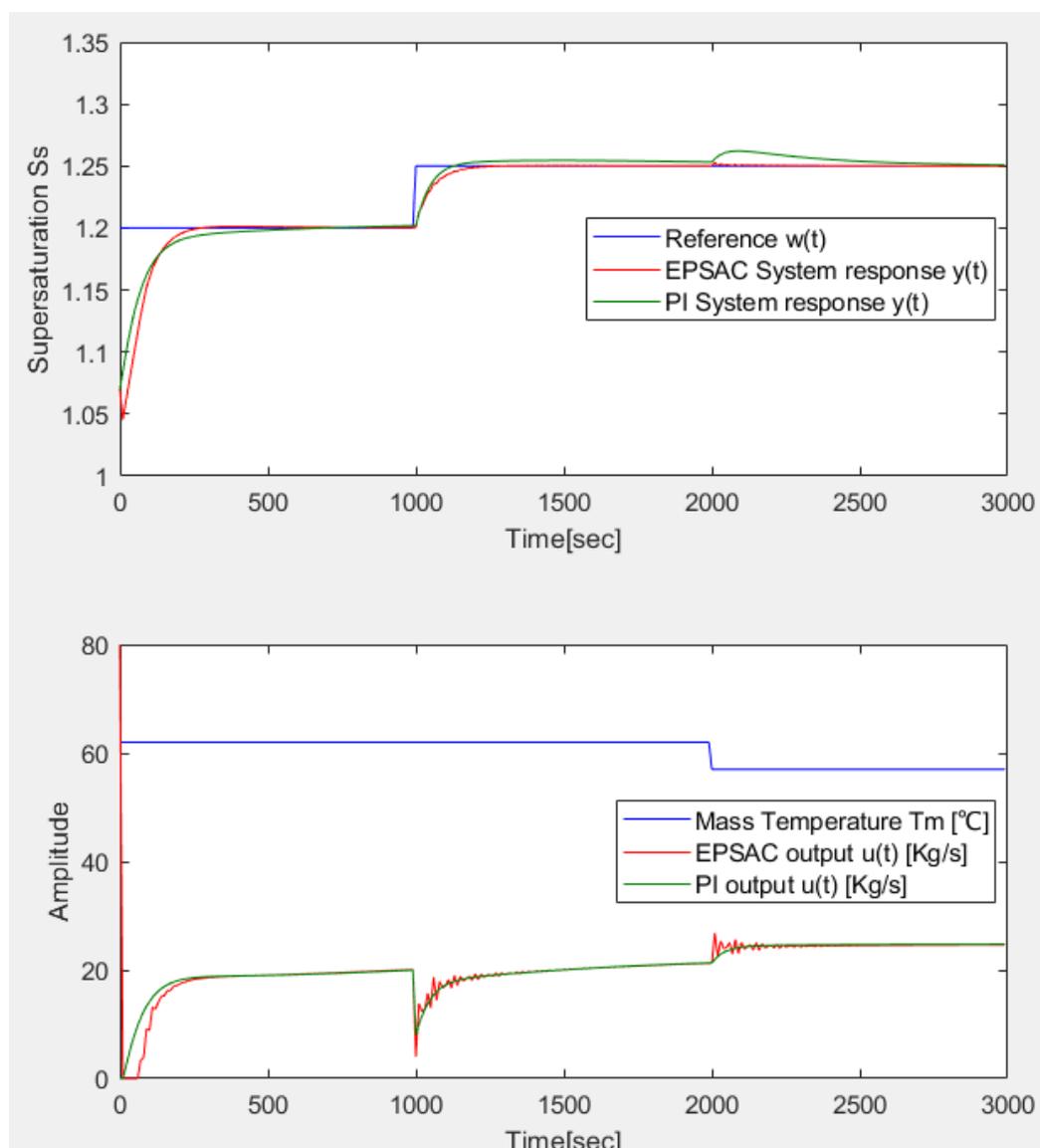


Figura 4.6. Respuestas del sistema usando controladores PI y EPSAC, figura superior: Respuestas del coeficiente de sobresaturación, figura inferior: señal de controladores.

La figura 4.6 muestra el comportamiento del coeficiente de sobresaturación utilizando un controlador PI y un controlador EPSAC, en ambos casos el sistema responde adecuadamente ante un cambio en la referencia, sin embargo se observa que el controlador predictivo tiene mejor tiempo de estabilización, y buen rechazo a la perturbación.

En la tabla 6 se encuentran las características transientes del sistemas sometido a simulación para ambos controladores, donde se evidencia el mejor desempeño del controlador predictivo EPSAC.

CONTROLADOR	CAMBIO EN LA REFERENCIA		PERTURBACIÓN
	t_r [seg]	t_{ss} [seg]	M_p [%]
PI (SIMC-PID)	160	370	20.0
EPSAC	120	220	0.0

Tabla 6: Características transientes según figura 4.6 del sistema en lazo cerrado del control de sobresaturación en el proceso de cristalización de azúcar.

El comportamiento de la variable controlada $y(t)$ evaluada con IAE y de la señal del controlador $u(t)$ evaluada con TV son mostradas en la siguiente tabla para el sistema con ambos controladores sometidos a la simulación. Vemos que para conseguir un menor tiempo de estabilización y un buen rechazo a las perturbaciones, el controlador predictivo realiza cambios agresivos en su señal de control por lo que la variación total es mucho mayor en el controlador predictivo que en el PI.

Controlador	Cambio en la referencia		Perturbación	
	IAE	TV	IAE	TV
PI (SIMC-PID)	1.6971	73.4302	0.5003	3.4404
EPSAC	1.5914	225.6508	0.0318	39.7535

Tabla 7: IAE y TV del sistema en lazo cerrado del control de sobresaturación en el proceso de cristalización de azúcar según figura 4.6.

CONTROLADOR	M_i [Kg]	M_a [Kg]	M_c [Kg]	M_s [Kg]	D_c [μ m]
EPSAC	6926,9487	5641,3777	43376,0311	18539,6615	0,7721
PI	6918,5627	5588,9833	43504,0768	18361,2997	0,7729

Tabla 8: Resultado del proceso de cristalización al final de la simulación.

Al finalizar la simulación, la tabla 8 muestra los valores de masas y diámetro del cristal en el proceso aplicando los controladores predictivo y PI. La masa de cristales de azúcar M_c con el controlador PI es 128 kg mayor a la conseguida con el sistema regulado por el controlador EPSAC, se podría pensar que es favorable realizar el control con el regulador PI, no obstante en este escenario, el coeficiente de sobresaturación estuvo acercándose a la zona lábil al presentarse la perturbación, lo que ocasiona nucleación espontánea, de allí la diferencia de masas. Además diámetro del cristal es 0.8 micras mayor al emplear el controlador PI por lo que el cristal podría llegar a tener un tamaño que no cumpla con el estándar de calidad, conjuntamente incidiendo en el consumo de sacarosa, que en efecto es 178 kg mayor que utilizando el controlador EPSAC.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El proceso de cristalización de sacarosa en tachos batch es no lineal y complejo. Mediante balances de masa y energía se construye un modelo no lineal que representa la dinámica del proceso de cristalización, utilizando metodologías de trabajos previos e incluyendo valores y magnitudes típicas en el proceso de un tacho del ingenio azucarero Valdez.

El modelo obtenido mediante identificación se ajusta y predice de manera satisfactoria el modelo no lineal. El punto de operación y la metodología utilizada para la identificación es crucial para la obtención de un modelo lineal. El modelo de sexto orden Box-Jenkins es el que mejor ajuste obtuvo con un 89.5% de fijación. Este modelo se emplea en el algoritmo del controlador predictivo y además para el cálculo de los parámetros de ajuste para el regulador PI.

Siguiendo la metodología SIMC para la reducción del modelo y sintonización del controlador PI se calcula un modelo de primer orden, con similar respuesta del modelo identificado, y se obtiene una ganancia del controlador $K_p = -231.33$ $\tau_I = 289.39$

El controlador predictivo auto adaptativo EPSAC ofrece simplicidad en su ajuste siendo el horizonte de predicción el único parámetro de sintonía. En el presente trabajo con $N_2 = 10$ se logró tener un tiempo de estabilización muy corto alrededor del 20% del tiempo de estabilización en lazo abierto.

Además se diseñó un filtro para el modelo de las perturbaciones utilizado en el algoritmo de predicción de $n(t)$ mejorando el desempeño del controlador. En efecto, la elección y diseño adecuado del filtro aseguró un total rechazo a la perturbación simulada.

El coeficiente de sobresaturación es mantenido en la zona Metaestable por ambos controladores, a pesar que el segundo cambio del setpoint está cerca de la frontera con la zona lábil, sin embargo aplicando el controlador PI el proceso es susceptible

a perturbaciones que frecuentemente se presentan en los tachos batch, lo cual es fatal ya que se produce el fenómeno de nucleación espontánea.

Para evaluar el comportamiento del sistema regulado por el controlador PI y el predictivo EPSAC, se analizaron error absoluto integral y las características transitorias en ambos escenarios, obteniendo un mejor desempeño temporal y robustez con el controlador predictivo. Además la variación total de la señal de control $u(t)$, indica que el controlador predictivo realiza movimientos rápidos para lograr la un corto tiempo de estabilización y rechazo a las perturbaciones.

Se recomienda:

Implementar un piloto para la identificación de un tacho en el proceso, considerando todos los posibles escenarios industriales que se presentan en producción.

Investigar las técnicas de control predictivo no lineal para su aplicación en el proceso de cristalización de azúcar, donde se consideren las restricciones del proceso como limitantes de los actuadores, capacidades y velocidad de acción de control.

Presentar un plan para la automatización de los tachos batch, donde se indique las ventajas operativas, energéticas, técnicas y económicas en la implementación del proyecto utilizando controladores predictivos evaluados mediante simulaciones de los dos incisos anteriores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M. A. Rodríguez, B. Universidad, C. Marta, and A. De Las, "CONTROL PREDICTIVO BASADO EN EL MODELO DEL PROCESO DE CRISTALIZACION DE LA SACAROSA MODEL PREDICTIVE CONTROL OF SUCROSE CRYSTALLIZATION PROCESS Miguel A. Rodríguez Borroto.," pp. 1–12.
- [2] Prof. Ing. Marcos A. Golato, "Sistema de control en cocimientos de azúcar," in *CÁTEDRA SISTEMAS DE CONTROL*, 2014, p. 27.
- [3] É. Hugot, *Handbook of cane sugar engineering*. Elsevier, 1986.
- [4] P. Rein, *Ingeniería de la caña de azúcar*. Berlin: Bartens, 2012.
- [5] Enrique Baeyens Lázaro, *Libro blanco del control automático en la industria de la caña de azúcar*. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 2011.
- [6] C. Damour, M. Benne, B. Grondin-Perez, and J.-P. Chabriat, "Soft-sensor for industrial sugar crystallization: On-line mass of crystals, concentration and purity measurement," *Control Eng. Pract.*, vol. 18, no. 8, pp. 839–844, 2010.
- [7] C. Damour, M. Benne, B. Grondin-Perez, and C. Jean-PierreChabriat, "Model based Soft-Sensor for Industrial Crystallization : On-line Mass of Crystals and Solubility Measurement," 2012.
- [8] L. Velásquez Orozco, "OPTIMIZADOR DE TACHOS DE AZÚCAR REFINADO," *Congr. AETA*, vol. III, p. 9, 2013.
- [9] J. Qin and T. Badgwell, "An Overview Of Industrial Model Predictive Control Technology," *AIChE Symp. Ser.*, vol. 93, 1997.
- [10] R. M. C. De Keyser and A. R. Van Cauwenberghe, "Extended Prediction Self-Adaptive Control," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 18, no. 5, pp. 1255–1260, 1985.
- [11] M. Morari and J. H. Lee, "Model predictive control: past, present and future,"

- Comput. Chem. Eng.*, vol. 23, no. 4, pp. 667–682, 1999.
- [12] P. Honig, *Principios de tecnología azucarera*. Compañía Editorial Continental, 1974.
- [13] P. Honig, “Principios de tecnología azucarera / por Pieter Honig,” *SERBIULA (sistema Libr. 2.0)*, 2019.
- [14] Cenicaña, “Tras la automatización de la cristalización en las fábricas de azúcar,” *Publicación Cenicaña*, vol. 4, no. 3, p. 10, 2016.
- [15] P. A. M. M. van der Poel, H. M. Schiweck, and T. K. Schwartz, “Sugar Technology : Beet and Cane Sugar Manufacture,” 1998.
- [16] P. G. Wright and E. T. White, “A mathematical model of vacuum pan crystallisation,” *Proc. ISSCT 15th Congr.*, 1974.
- [17] P. Georgieva, M. J. Meireles, and S. Fayo de Azevedo, “Knowledge-based hybrid modelling of a batch crystallisation when accounting for nucleation, growth and agglomeration phenomena,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 58, no. 16, pp. 3699–3713, 2003.
- [18] L. A. Paz Suarez, P. Georgieva, and S. F. de Azevedo, “Model Predictive Control Strategies for Batch Sugar Crystallization Process,” *Adv. Model Predict. Control*, 2011.
- [19] D. E. Rivera, “Introduction to System Identification Course Overview,” in *System Identification Course*, 2019, vol. 1, no. 1, pp. 1–26.
- [20] W. D. T. Davies, *System identification for self-adaptive control*. Wiley-Interscience, 1970.
- [21] D. E. Rivera, “Input Signal Design,” in *Introduction to System Identification*, 2019, p. 36.
- [22] D. E. Rivera and S. V. Gaikwad, “Systematic techniques for determining modelling requirements for SISO and MIMO feedback control,” *J. Process Control*, vol. 5, no. 4, pp. 213–224, 1995.
- [23] D. E. Rivera, “Una metodología para la identificación integrada con el diseño

- de controladores IMC-PID,” *RIAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 4, no. 4, pp. 5–18, 2007.
- [24] K. Ogata, “Ingeniería de Control Moderna (5 ta Ed.)” Madrid: Pearson Educación, 2010.
- [25] K. J. Åström and T. Hägglund, *Control PID avanzado*. Pearson, Madrid, 2009.
- [26] C. L. Smith and K. Carter, “Digital Computer Process Control,” 1972.
- [27] L. Ljung, *System Identification: Theory for the user*, 1st ed. Ner Yersey: Prentice Hall, 1987.
- [28] P. M. J. Van den Hof, “System Identification - Data-Driven Modelling of Dynamic Systems,” *Lect. Notes*, no. February, p. 305, 2012.
- [29] H. De Waard, J. J. Donald, Z. Lu, and R. M. De Keyser, “Model-based predictive control of thermal processing.” Google Patents, 2001.
- [30] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, *Time series analysis: forecasting and control*. Holden-Day, 1976.
- [31] O. (universidad automa metropolitana unidad I. Velazquez Camilo, “Simulacion y control del proceso de cristalización de azucar de caña por lotes a vacio con un enfoque de diseño directo,” pp. 1–165, 2010.
- [32] D. L. Elliott, *Neural Systems for Control*, no. March 1997. 1997.
- [33] D. Devogelaere, M. Rijckaert, O. Gozá, and G. Cruz Lemus, “Application of Feedforward Neural Networks for Soft Sensors in the Sugar Industry,” 2002, pp. 2–6.
- [34] L. S. Dediós, P. Georgieva, and S. Feye de Azevedo, “Linear model predictive control strategies applied to a batch sugar crystallizer,” *Port. Conf. Autom. Control*. 7, no. January 2006, p. 6, 2006.
- [35] R. De Keyser, “Model Based Predictive Control,” in *UNESCO Encyclopaedia of Life Support Systems (EoLSS)*, EoLSS Publishers, 2003.
- [36] E. F. Camacho and C. Bordons, “Control Predictivo: Pasado, Presente y

- Futuro,” *Rev. Iberoam. Automática e Informática Ind.*, vol. Vol. 1, Nú, 2010.
- [37] D. W. Clarke, C. Mohtadi, and O. S. Tuffs, “Generalized predictive control Part I. The basic algorithm,” *Automatica*, vol. 23, no. 2, pp. 137–148, 1987.
- [38] P. S. Tuffs and D. W. Clarke, “Self-tuning control of offset: a unified approach,” in *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, 1985, vol. 132, no. 3, pp. 100–110.
- [39] D. W. Clarke, “Application of generalized predictive control,” *IFAC Proc. Ser.*, vol. 21, no. 6, pp. 1–8, 1989.
- [40] E. F. Camacho, C. Bordons, and C. B. Alba, *Model Predictive Control*. Springer London, 2004.
- [41] F. R. Rubio and M. J. L. Sánchez, “Control adaptativo y robusto ,” no. June 1996, p. 365, 1996.
- [42] D. W. Clarke, C. Mohtadi, and P. S. Tuffs, “Generalized Predictive Control—Part II Extensions and interpretations,” *Automatica*, vol. 23, no. 2, pp. 149–160, 1987.
- [43] D. W. Clarke, P. S. Tuffs, and C. Mohtadi, “Self-Tuning Control of a Difficult Process.,” *IFAC Proc. Ser.*, vol. 18, no. 7, pp. 1009–1014, 1985.
- [44] D. W. Clarke and L. Zhang, “Does long-range predictive control work?,” 1985.
- [45] D. W. Clarke and C. Mohtadi, “Properties of generalized predictive control,” *Automatica*, vol. 25, no. 6, pp. 859–875, 1989.
- [46] C. Mohtadi and D. W. Clarke, “Generalized predictive control, LQ, or pole-placement: a unified approach,” in *1986 25th IEEE Conference on Decision and Control*, 1986, pp. 1536–1541.
- [47] D. W. Clarke, “Generalized Predictive Control: A Robust Self-Tuning Algorithm,” in *1987 American Control Conference*, 1987, pp. 990–995.
- [48] T. J. J. den Boom, “Model based predictive control,” *Delf Univ.*, 1996.
- [49] R. de Keyser and C. M. Ionescu, “The disturbance model in model based

- predictive control," *Proc. 2003 IEEE Conf. Control Appl. 2003. CCA 2003.*, vol. 1, pp. 446–451 vol.1, 2003.
- [50] R. De Keyser, "EPSAC Disturbance Model," 2020.
- [51] R. De Keyser, "Nonlinear controller based on the EPSAC approach," 2005.
- [52] S. Zhao, A. Maxim, S. Liu, R. De Keyser, and C. Ionescu, "Effect of Control Horizon in Model Predictive Control for Steam/Water Loop in Large-Scale Ships," *Processes*, vol. 6, no. 12, 2018.
- [53] J. A. Rossiter, *Model-based predictive control: a practical approach*. CRC press, 2003.
- [54] S. Skogestad, "Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning," *J. Process Control*, vol. 13, no. 4, pp. 291–309, 2003.
- [55] D. E. Rivera and S. V. Gaikwad, "Digital PID controller design using ARX estimation," *Comput. Chem. Eng.*, vol. 20, no. 11, pp. 1317–1334, 1996.
- [56] D. E. RIVERA and M. MORARI, "Control-relevant model reduction problems for SISO H_2 , H_∞ , and μ -controller synthesis," *Int. J. Control*, vol. 46, no. 2, pp. 505–527, Aug. 1987.
- [57] B. Besselink *et al.*, "A comparison of model reduction techniques from structural dynamics, numerical mathematics and systems and control," *J. Sound Vib.*, vol. 332, pp. 4403–4422, 2013.
- [58] P. Kürschner, "Balanced truncation model order reduction in limited time intervals for large systems," *Adv. Comput. Math.*, vol. 44, no. 6, pp. 1821–1844, 2018.
- [59] C. Mathworks, "Control System Toolbox™ User's Guide R 2020 a," 2020.
- [60] D. E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad, "Internal model control: PID controller design," *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, vol. 25, no. 1, pp. 252–265, 1986.
- [61] D. E. Rivera and M. E. Flores, "INTERNAL MODEL CONTROL," *Control Syst. Robot. Autom. Encycl. Life Support Syst.*, vol. II, p. 29, 2004.

- [62] S. Skogestad and C. Grimholt, "The SIMC method for smooth PID controller tuning," *Adv. Ind. Control*, pp. 147–175, 2012.
- [63] S. Skogestad, "Tuning for Smooth PID Control with Acceptable Disturbance Rejection," *Ind. Eng. Chem. Res. - IND ENG CHEM RES*, vol. 45, 2006.
- [64] C. Grimholt and S. Skogestad, "Optimal PI-Control and Verification of the SIMC Tuning Rule," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 45, no. 3, pp. 11–22, 2012.
- [65] C. Grimholt and S. Skogestad, "Optimal PI and PID control of first-order plus delay processes and evaluation of the original and improved SIMC rules," *J. Process Control*, vol. 70, pp. 36–46, 2018.
- [66] S. Skogestad and C. Grimholt, "The SIMC method for smooth PID controller tuning," no. Skogestad 2003, pp. 1–29, 2011.

ANEXOS

Código para la identificación

```

% Simulates the response of a input signal for the vaccum pam
% under open-loop conditions;
% Generates raw data for full-order modeling
%
clc;
%
fname = input('Enter the name for the input signal .MAT file :
','s');
if isempty(fname)
    fname = 'test';
    disp('Loading test.mat...');
end;
eval(['load ' fname]);

signalname=eval(fname);

u = signalname.u;
t = signalname.t;
T = str2num(signalname.SamplingTime);
%
ut = [t u]; % Change name of input variable
N=size(u,1);
tfinal = t(N);
%
% Define the system to be simulated

[t,xt,yt]=sim('SS_Model_Ident',tfinal,[],ut);

disp(' ');
disp(['Your simulation is done ']);

z = [y u];

figure( );
idplot(z,[],T);

disp(' ');i
rawdata = iddata(y,u,T,'InputName','Meladura Flow
Rate','OutputName','Sobresaturation SS');
fname = input('Enter the name for the open-loop raw data IDDATA
object : ','s');
    if isempty(fname)
        disp('Saving raw data in an IDDATA object named
rawdata...');
    else
        eval(['fname ' = rawdata;']);
    end;

```

Algoritmo para la simulación de EPSAC

```

%Control de coeficiente de Sobresaturacion en el proceso de
cristalizacion de azucar
%En un tacho tipo batch
%Usando controlador predictivo Auto Adaptativo EPSAC
%Oscar Castro
%MACI - ESPOL - 2021

clc;
clear all;

Ts=10;      % Periodo de Muestreo
Ns=300;     % Numero de muestras
data=[];    % Registro buffer de datos de proceso

Ut=28.25;  % Inicializar la señal de control ;
N2=10;     % Horizonte de prediccion
           % Por defecto el horizonte de control Nu=1

IAEs=0;
IAEd=0;
TVs=0;
TVd=0;
EPSACmem=zeros(3,150); % Registros de memoria usados en el
calculo de predicciones del algoritmo EPSAC

%Am vector de los coeficientes de el polinomio del denominador
de la TF
%identificada en notacion en tiempo discreto
%Bm vector de los coeficientes de el polinomio del numerador
de la TF
%identificada en notacion en tiempo discreto

% Cargamos el modelo de la planta que usaremos en la prediccion
de y(t)
%TF MODELO BJ10161 14/8/2019 %%% CON DATOS SS_OL11
Am=[1 -0.8894 -0.1272 0.09538 -0.109 0.1737 -0.1062]
Bm=[0 -0.0005376];

Apol=Am;
Bpol=Bm;

State=[5852 1907 17926 0.5 13870];
u=[0 28.25];
t_mass=62
[T,State]=sim('SS_Model',Ts,simset('InitialState',State(size(State,1),:)));

figure; axis([0 Ns 0.5 1.5]); hold on; Buf=[1.07 1.07]; %use
this if you want an animated plot

```

```

% start experiment
Wt=1.07
for Tm=1:Ns, %run this loop every clock tick (sampling period)
    Yt=y(end);

    Wt=1.20; if Tm>100, Wt=1.25; end;

    t_mass=62;if Tm>200, t_mass=55;end;

    [Ut,EPsACmem]=EPsAC_RDK(Wt,Yt,Ut,N2,Bpol,Apol,EPsACmem,Tm);

    if Ut<0, Ut=0; end; if Ut>80, Ut=80; end

    % Calculate IAE
    %For setpoint change
    if Tm < 200 , IAEs= IAEs+abs(Wt-Yt); end;
    %For the disturbance
    if Tm>200, IAEd= IAEd+abs(Wt-Yt); end;

    % Compute TV
    %For setpoint change
    if Tm < 200 , TVs= TVs+abs(Ut-u(1,2)); end;

    %For disturbance
    if Tm>200, TVd= TVd+abs(Ut-u(1,2)); end;

    data=[data;Wt Yt Ut mi(end) ma(end) mc(end) ms(end) Dc(end)
t_mass];
    BufOld=Buf; Buf=[Wt Yt];
    plot([Tm Tm-1],[Buf; BufOld],'Erasemode','none'); drawnow;
    %use this if you want an animated plot

    %u=[28.25 Ut];
    u=[Tm Ut]; %if Tm>1, u=[Tm Ut];end

[T,State]=sim('SS_Model',Ts,simset('InitialState',State(size(State,1),:)));
end;

figure;

subplot(2,1,1); plot([0:Ts:(Ns-1)*Ts],[data(:,1) data(:,2)]);
axis([0 Ts*Ns 1 1.35]);
subplot(2,1,2); plot([0:Ts:(Ns-1)*Ts],[data(:,3)
data(:,end)]); axis([0 Ts*Ns 0 80]);

```

Código Función EPSAC

```

function [Ut, EPSACmem]=EPSAC_RDK (Wt, Yt, Ut, N2, Bpol, Apol, EPSACmem,
Tm)

TEA=10; X=EPSACmem(1, :); U=EPSACmem(2, :); N=EPSACmem(3, :);
U(TEA-1)=Ut; % put the REAL u(t-1) al U(TEA-1)
Na=length(Apol)-1; Nb=length(Bpol)-1;

U(TEA:end)=U(TEA-1); % put u(t+k|t)=Ubase=u(t-1) for k=0...N2-1
%inicialize x(t)=y(t)
%if Tm==1
% X(1:TEA)=Yt
%end;
%Predict x(t+k|t)
for k=0:N2,
    X(TEA+k)=-Apol(2:Na+1)*X(TEA+k-1:-1:TEA+k-
Na)'+Bpol(2:Nb+1)*U(TEA+k-1:-1:TEA+k-Nb)';
end;

N(TEA)=Yt-X(TEA); %compute n(t)=y(t)-x(t)
for k=1:N2,
    N(TEA+k)=1.95*N(TEA+k-1)-0.95*N(TEA+k-2);
end;

Ybase=X(TEA+1:TEA+N2)'+N(TEA+1:TEA+N2)'; % compute
y(t+k|t)=x(t+k|t)+n(t+k|t), K=1...N2
Ref=Wt*ones(N2,1);
StepResponse=filter(Bpol, Apol, ones(N2+1,1)); G=StepResponse(2:en
d);

DeltaU=G'*(Ref-Ybase)/(G'*G); %new control input...
%G'*G) as dimension Nu x Nu. For the default case Nu=1, this
results in a simple scalar control law.
Ut=U(TEA)+DeltaU; % u(t)=ubase+udelta

X=[X(2:end) 0]; U=[U(2:end) 0]; N=[N(2:end) 0]; %shift ESPAC
database
EPSACmem(1, :)=X; EPSACmem(2, :)=U; EPSACmem(3, :)=N;

```

Algoritmo para simulación SIMC-PID

```

%Control de coeficiente de Sobresaturacion en el proceso de
cristalizacion
%de azucar
%Usando controlador PI ajustdo con reglas de sintonia IMC
%Oscar Castro
%MACI - ESPOL - 2021

clc;
clear all;

Ts=10; Ns=300; data=[];
State=[5852 1907 17926 0.5 13870];
u=[0 28.25];
t_mass=62;
[T,State]=sim('SS_Model',Ts,simset('InitialState',State(size(State,1),:)));
IAEs=0;
IAEd=0;
TVs=0;
TVd=0;
%%% El modelo ARX reducido se aproxima segun
%%% la regla T3 del paper
%Simple analytic rules for model reduction and PID
%controller tuning
% Tabla 1 pag 6
load('Cryst_RM_SS');
Cryst_RM_SC=d2c(Cryst_RM_SS); % Modelo de espacio de estados
discreto a ss continuo
%De espacio de estado a funcion de transferencia
[b,a] =
ss2tf(Cryst_RM_SC.A,Cryst_RM_SC.B,Cryst_RM_SC.C,Cryst_RM_SC.D)
Cryst_RM=tf(b,a)
%Modelo de orden reducido de la forma k(ToS+1)/(toS+1)
k=b(1,2)/a(1,2);
To=b(1,1)/b(1,2);
to=1/a(1,2);
% Sintonizacion IMC-PID
% aproximacion del modelo segun la regla T3
%  $k(To*S+1)/(toS+1)=k/(\tau*S+1)$ 
k=k*to/to
tau=to-To

%Parametro de velocidad de respuesta de lazo cerrado
LAM=0.3
%Constante de tiempo a lazo cerrado tauc
tauc=LAM*tau

% Sintonizacion del controlador SIMC-PID
Kp=tau/(k*tauc)
Ti=tau

```

```
Td=0
```

```
PIDmem=[Kp Ti Td Ts 1.07 1.07 28.25]; %PIDmem=[Kp Ti Td Ts Wt1
Yt1 Ui1]ORIGINAL
```

```
figure; axis([0 Ns 0.5 1.5]); hold on; Buf=[1.07 1.07]; %use
this if you want an animated plot
```

```
% start experiment
```

```
for Tm=1:Ns, %run this loop every clock tick (sampling period)
    Yt=y(end);
```

```
    %Wt=1.2; if Tm>150, Wt=1.25; end;
```

```
    %t_mass=62;if Tm>300, t_mass=55;end; if Tm>450,
t_mass=62;end;
```

```
    Wt=1.20; if Tm>100, Wt=1.25; end;
    t_mass=62;if Tm>200, t_mass=55;end;
```

```
    [Ut,PIDmem]=PIDpos_RDK(Wt,Yt,PIDmem);
```

```
    %Ut=Ut*((1/(Tf))*(exp(-Tm/Tf)));
```

```
    if Ut<0, Ut=0; end;
```

```
    if Ut>80, Ut=80; end
```

```
    % Calculate IAE
```

```
    %For the setpoint change
```

```
    if Tm < 200 , IAEs= IAEs+abs(Wt-Yt); end;
```

```
    %For the disturbance
```

```
    if Tm>200, IAEd= IAEd+abs(Wt-Yt); end;
```

```
    % Compute TV
```

```
    %For the setpoint change
```

```
    if Tm < 200 , TVs= TVs+abs(Ut-u(1,2)); end;
```

```
    %For the disturbance
```

```
    if Tm>200, TVd= TVd+abs(Ut-u(1,2)); end;
```

```
    data=[data;Wt Yt Ut mi(end) ma(end) mc(end) ms(end) Dc(end)
t_mass];
```

```
    BufOld=Buf; Buf=[Wt Yt];
```

```

    plot([Tm Tm-1],[Buf; BufOld], 'Erasemode', 'none'); drawnow;
    %use this if you want an animated plot
    %u=[28.25 Ut];
    u=[0 Ut];

[T, State]=sim('SS_Model',Ts,simset('InitialState',State(size(State,1),:)));

end;

%figure;
%subplot(2,1,1); plot([0:Ts:(Ns-1)*Ts],data(:,1:2)); axis([0 Ts*Ns 0 25]);
%subplot(2,1,2); plot([0:Ts:(Ns-1)*Ts],[data(:,3) 10*data(:,end)]); axis([0 Ts*Ns 0 30]);

figure;
subplot(2,1,1); plot([0:Ts:(Ns-1)*Ts],data(:,1:2)); axis([0 Ts*Ns 1 1.35]);
    subplot(2,1,2); plot([0:Ts:(Ns-1)*Ts],[data(:,3) data(:,end)]); axis([0 Ts*Ns 0 80]);

```

Código Función PID

```

function [Ut,PIDmem]=PIDpos_RDK(Wt,Yt,PIDmem);
% positional PID
%
% PIDmem=[Kp Ti Td Ts Wt1 Yt1 Ui1]
Kp=PIDmem(1); Ti=PIDmem(2); Td=PIDmem(3); Ts=PIDmem(4);
Wt1=PIDmem(5); Yt1=PIDmem(6); Ui1=PIDmem(7);

Up=Kp*(Wt-Yt); %proportional action

Ui=Ui1+(Kp*Ts/Ti)*(Wt-Yt); %integral action

Ud=(Kp*Td/Ts)*((Wt-Yt)-(Wt1-Yt1)); %differential action
Ut=Up+Ui+Ud; %total control action

PIDmem(5)=Wt; PIDmem(6)=Yt; PIDmem(7)=Ui; %store for next
sampling time

```