



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas**

“Aplicación de un instrumento para evaluar la proficiencia matemática”

**PROYECTO INTEGRADOR**

Previo a la obtención del Título de:

**Ingeniero en Estadística**

**Ingeniera en Estadística**

Presentado por:

Jhon Michael Álvarez Castillo

María Mercedes Mahfud Guerra

GUAYAQUIL – ECUADOR

Año: 2022

## DEDICATORIA

A mi abuelita Rosa Castillo y madre Sandra Castillo por su amor y motivación.

A mis amigos y familiares en general quienes se sienten orgullosos de este logro.

*Jhon Álvarez C.*

## DEDICATORIA

A Dios por acompañarme, a mis padres Jorge y Elizabeth, mi hermana Nicole y a mi ahora prometido Edwin, a todos ellos por su apoyo y cariño incondicional.

A mis amigos y familiares que siempre estuvieron para mí y celebran conmigo este logro

*María Mahfud G.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis abuelos, a mis padres Sandra y Jaime, a mis amigos de la vida Angélica, Marita, Walleska, Gregory, Brando y a mis amigos universitarios que estuvieron en constante motivación y ayuda, Alexia y Ámbar. A Jhon quien estuvo durante todo este proceso de realización de este proyecto.

A la profesora Eva María quien me guio durante todo mi ciclo académico y me inculcó el amor a la estadística. A mi tío José Luis, quien me recomendó la carrera y ha sido mi ejemplo a seguir durante mi recorrido académico.

A Juan, Melany, Mauro y Manuel quienes fueron pilar fundamental para llegar hasta este punto.

*Jhon Álvarez C.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por darme la oportunidad y acompañarme por esta etapa de mi vida.

A mis padres y a mi hermana que me inspiran a mejorar, a mi prometido que me acompañó en este proceso. A mis tíos preferidos Henry y Juan Pablo que siempre confiaron en mí y a mi abuela que siempre soñó con esto.

A los grandes amigos que hice en ESPOL, Gabriel, Iván, Erick, Dávalos y Alexia, amigos para toda la vida. A Jhon, quien fue parte de este proyecto.

A mis mascotas que me acompañaron todas las noches.

*María Mahfud G.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A la ESPOL y docentes que fueron parte de estos años de estudio, por darnos su conocimiento a lo largo de esta preparación profesional, a la Profesora Eva María quien nos guió en este proyecto. A la PhD Sandra García y al PhD Francisco Vera por sus aportes en este proyecto. Así mismo a la Ing. Margarita Martínez y al Ing. Zurita

*Jhon Álvarez y María Mahfud*

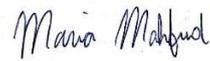
## DECLARACIÓN EXPRESA

“Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; Jhon Michael Alvarez Castillo, María Mercedes Mahfud Guerra, y damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual”



---

Jhon Michael Álvarez Castillo



---

María Mercedes Mahfud Guerra

## **EVALUADORES**

---

**PhD Sandra Lorena García Bustos**  
PROFESOR DE LA MATERIA

---

**M. Sc. Eva María Mera Intriago**  
PROFESOR TUTOR

## RESUMEN

La educación de calidad es un trabajo colaborativo de gran importancia para el avance de nuestro país, tanto en el aspecto social como económico, por lo tanto, es necesario tener estándares y conocer las áreas a mejorar en la educación de estudiantes y profesores. Poder identificar estas áreas permite a las autoridades y a los directamente involucrados realizar un trabajo de calidad. En este trabajo exploratorio, se aplica un instrumento para medir la proficiencia matemática<sup>1</sup> en un colegio particular de Guayaquil, mostrando estadísticas descriptivas que permiten explorar el nivel de proficiencia matemática de estudiantes y profesores, así como el de la institución educativa. El instrumento utilizado para esta medición consiste en una entrevista y una prueba escrita de conocimientos basados en el curriculum de estudios por grado del país. Este instrumento se aplica a estudiantes y profesores, en cuyos resultados se encontró una correlación significativa entre las notas de proficiencia matemática obtenidas por los estudiantes con su respectivo profesor. Entre los hilos de la proficiencia se identificó que la nota promedio obtenida en entendimiento conceptual y razonamiento adaptativo va aumentando a medida que el curso es mayor. Por último, se aplicaron varios modelos para entender la relación entre el estado de ánimo durante la prueba escrita y la nota de los hilos de la proficiencia, donde la disposición productiva depende del estado de ánimo planteado en la prueba escrita.

**Palabras clave:** proficiencia, matemática, estudiantes, regresión logística

---

<sup>1</sup> «La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, instrumentos y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos». (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

## **ABSTRACT**

Quality education is a collaborative work of great importance for the progress of our country, both in the social and economic aspects, therefore, it is necessary to have standards and know the areas to improve in the education of students and teachers. Being able to identify these areas allows the authorities and those directly involved to carry out quality work. In this exploratory work, an instrument is applied to measure mathematical proficiency in a private school in Guayaquil, showing descriptive statistics that allow exploring the level of mathematical proficiency of students and teachers, as well as that of the educational institution. The instrument used for this measurement consists of an interview and a written test of knowledge based on the curriculum of studies by grade of the country. This instrument is applied to students and teachers, in whose results a significant correlation was found between the mathematical proficiency grades obtained by the students with their respective teacher. Among the proficiency threads, it was identified that the average grade obtained in conceptual understanding and adaptive reasoning increases as the course is longer. Lastly, several models were applied to understand the relationship between the state of mind during the written test and the score of the proficiency threads, where the productive disposition depends on the state of mind raised in the written test.

**Keywords:** proficiency, mathematics, students, logistic regression

## **ÍNDICE GENERAL**

## Tabla de contenido

RESUMEN.....	I
ABSTRACT .....	II
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Descripción del Problema .....	3
1.2 Justificación del Problema .....	4
1.3 Objetivos del Proyecto.....	5
1.4 Marco Teórico .....	6
1.5 Revisión Bibliográfica .....	11
2. Metodología.....	13
2.1. Fuente de los datos .....	16
2.2. Técnicas de muestreo propuestas .....	17
2.3. Limitantes .....	17
2.4. Matriz de ejes temáticos.....	17
3. Resultados.....	20
3.1. Entrevistas a docentes – Disposición Productiva .....	21
3.2 Notas de Estudiantes – Prueba Escrita .....	23
3.3 Notas de Estudiantes – Evolutivos .....	27
3.4 Comentarios de Estudiantes y estado de ánimo.....	29
3.2 Correlación Canónica .....	32
3.3 Regresión Logística .....	33
4. Conclusiones y Recomendaciones .....	36
4.1 Conclusiones.....	36
4.2 Recomendaciones.....	36

## ÍNDICE DE FIGURAS

Ilustración 1: Evolutivo Jacinto .....	28
Ilustración 2: Evolutivo Mariposa .....	28
Ilustración 3: Evolutivo Fracciones .....	29

Ilustración 4: Evolutivo de Proporción de Estado de ánimo por curso.....	30
Ilustración 5: Nube de Palabras de Cuarto - Elevador .....	31
Ilustración 6: Nube de Palabras de que no te gusto de Cuarto .....	31
Tabla 2 7: Correlación Canónica de Profesores .....	32
Ilustración 8: Modelo de Regresión Logística. Feliz vs Hilos de la Proficiencia .....	34
Ilustración 9: Modelo de Regresión Logística. Triste vs Hilos de la Proficiencia .....	35

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Disposición Productiva - Entrevista.....	22
---	----

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUCCIÓN

El cuarto objetivo de desarrollo sostenible de la Organización Mundial de la Salud (OMS) para el 2030, es la educación de calidad, el cual consiste en: “Garantizar una educación inclusiva, equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje para todos”. Este objetivo, considera necesaria la educación de calidad para reducir las desigualdades tanto sociales como económicas que llevarán a una mejor calidad de vida.

La educación de calidad es un trabajo colaborativo en el cual se necesita de gobernantes, directivos, profesores, padres de familia y estudiantes. Por lo tanto, se debe establecer estándares para contribuir de manera positiva a este desarrollo y poder alcanzar las metas deseadas.

En la prueba ‘Ser bachiller’ realizada por la Senescyt (Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación) para estudiantes de tercero de Bachillerato General Unificado, el 35,2% obtuvo una calificación insuficiente en Matemáticas. Mientras que un poco más de la mitad de los evaluados (el 51%) demostró conocimientos elementales en materias como Química y Biología. En cambio, un 31,9% obtuvo un puntaje satisfactorio y excelente en Sociales, y el 34,1% un puntaje de satisfactorio y excelente en Lengua, informó Jossette Arévalo en 2018.

Al ser estudiantes de la carrera de Estadística, carrera en la que su base son las matemáticas, y estudiar en la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas permitió acceder al proyecto liderado por la profesora Margarita Martínez relacionado con la medición de la proficiencia matemática. De esta forma este proyecto final de graduación consiste en validar con expertos el instrumento aplicado contribuyendo con el estudio exploratorio y análisis inferencial del instrumento mencionado que mide la proficiencia matemática de una institución educativa de nivel escolar básico.

En este proyecto se mide la proficiencia matemática, que según el estudio “Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo de lectura, matemáticas y ciencias de

la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE)” (2017) se define como:

«La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, instrumentos y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos».

La proficiencia matemática se utiliza para medir las competencias básicas que se deberían tener para que la educación sea de calidad, la misma que se compone de 5 hilos: el entendimiento conceptual, la fluidez procedimental, competencia estratégica, entendimiento conceptual y disposición productiva (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

Siendo el concepto de cada hilo los siguientes:

*Entendimiento conceptual:* Comprensión de conceptos matemáticos, operaciones y relaciones. Esta habilidad permite a los estudiantes conectar las ideas con lo que han aprendido a lo largo de los años. Así mismo permite prevenir errores comunes al resolver un problema, ya que si lo comprenden de forma correcta lo recordarán de forma más precisa (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

*Fluidez procedimental:* Habilidad en llevar a cabo procedimientos de manera flexible, precisa, eficiente y apropiada. Sin esta habilidad se tendría problemas comprendiendo las bases de la matemática (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

*Competencia estratégica:* Habilidad para formular, representar y resolver problemas. Para poder resolver un problema se debe seguir un método y adaptarlo, así como entender las características del problema y sus relaciones para representarlas de forma matemática (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

*Razonamiento adaptativo:* Los estudiantes deben comprender el problema, realizar los cálculos, aplicar lo conocido y explicárselo a los demás (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

*Disposición productiva:* Tendencia a ver el sentido de las matemáticas percibiéndola como algo que vale la pena y útil con la creencia en la eficacia propia (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001).

En el Capítulo 1 se describe el proyecto a realizar, así como sus objetivos, se muestra la revisión de literatura y el desempeño actual del Ecuador en el área de matemáticas. En el Capítulo 2 se habla de la metodología que se utilizará para recolectar los datos, analizarlos, y describir los instrumentos a utilizar. En el Capítulo 3 se comenta los resultados encontrados con el instrumento aplicado y sus posibilidades de mejora según la experiencia ya vivida con la aplicación exploratoria. Además, se realizan algunas modelizaciones estadísticas para entender la relación del estado de ánimo con la proficiencia en matemáticas de alumnos y profesores aportando en la disposición productiva, así como análisis descriptivos de las notas obtenidas en los distintos hilos a partir de los resultados de la prueba escrita. En el Capítulo 4 se sugieren medidas de validación cuantitativas para la validación de los instrumentos utilizados y se redactan conclusiones a partir de los análisis realizados en el Capítulo 3.

### **1.1 Descripción del Problema**

Ecuador tiene un largo camino por recorrer en el aspecto educativo de acuerdo con los resultados del ERCE (Estudio Regional Comparativo y Explicativo) realizado por la UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura), en donde indica que se debe mejorar en los currículos de tercer y sexto grado de educación general básica, siendo el área de lenguaje una de las áreas en las que resalta con un mejor desempeño en comparación con otros países involucrados.

Las áreas que son evaluadas en el ERCE son Lenguaje, Matemática y Ciencias Naturales, siendo las matemáticas las que se distinguen de las otras áreas al ser más abstracta y de carácter acumulativo. Además, los estudiantes tienden a presentar actitudes negativas hacia esta al considerarla complicada y aburrida (Zelada, 2021).

Por lo tanto, establecer sistemas que ayuden a monitorear y medir cuales son las áreas con oportunidad de mejora es necesario para poder reducir la brecha en la educación y que los estudiantes tengan un mejor desempeño.

Según estudios realizados por la UNESCO en distintos países de América Latina como Ecuador, Argentina, Brasil, etc. La educación no registra avances significativos incluso

antes de la pandemia en distintas áreas. Algunos de los consejos que proporciona la OMS al sector privado es invertir en elaboración de instrumentos pedagógicos y al gobierno a dar prioridad a la educación en sus políticas y prácticas. (Laboratorio Latinoamericano Evaluación Educación y Calidad, 2021)

Por lo que el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL) propuso un modelo para medir la pobreza de aprendizaje en el Ecuador a partir de los resultados obtenidos de la Evaluación Ser Estudiante (SEST) (INEVAL, 2020), sin embargo, no se ha planteado un instrumento para medir la educación de calidad en matemática o su proficiencia.

Por lo tanto, se propone aplicar un instrumento tanto a profesores como alumnos para medir la proficiencia matemática, enfocado en sus cinco hilos: disposición productiva, entendimiento conceptual, fluidez procedimental, razonamiento adaptativo y competencia estratégica en una unidad educativa de Guayaquil.

Con los datos obtenidos de la prueba escrita se realizarán análisis descriptivos para entender el comportamiento de estudiantes y docentes en los distintos hilos, así como su evolución a medida que van aumentando los años de estudio para poder identificar en qué hilo se deber realizar una mejora a partir de sus resultados.

Todo esto, con la finalidad de dar un análisis preciso para que las autoridades de la institución evaluada puedan elaborar planes de acción de acuerdo con las fortalezas y posibilidades de mejoras a partir de los resultados obtenidos del instrumento aplicado y así contribuir a la mejora de la educación en el Ecuador.

## **1.2 Justificación del Problema**

En 2018, estudiantes ecuatorianos que rindieron las pruebas PISA D, Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) (PISA, por sus siglas en inglés), arrojando resultados desfavorables. Se pudo resaltar que no han aprendido suficientemente lo básico de las matemáticas, considerando que esta evaluación es realizada a estudiantes que ya han recibido materias en relación con las preguntas de la prueba PISA-D. El desempeño

promedio de Ecuador fue de 377 sobre 1000, la muestra consistió en 6.108 estudiantes de 173 colegios fiscales, fiscomisionales, municipales y privados de todo el país, de zonas urbanas y rurales.

El director de Educación de la OCDE, Andreas Schleicher, destacó la importancia de la evaluación de la calidad de la educación ya que permite tomar acciones para mejorarla. Ecuador el 49% de los estudiantes alcanzaron el nivel 2 en Lectura, el 43% en Ciencias y el 29% en Matemática.

INEVAL propuso un modelo para conocer la pobreza de aprendizaje, sin embargo, los escenarios que plantea son en función al área de lengua (saber leer y escribir), en la que menciona la necesidad de herramientas para medir los estándares educativos y así poder intervenir para evitar la pobreza de aprendizaje (INEVAL, 2020), por lo que es necesario elaborar planes de acción para mejorar en la educación.

Particularmente en el área de matemáticas, no existe un instrumento validado para tener un estándar referente a la proficiencia matemática por lo que se propone su desarrollo que permitirá ser parte de lograr mejoras en la educación integral de las matemáticas.

### **1.3 Objetivos del Proyecto**

#### **1.3.1 Objetivo general**

Aplicar un instrumento para medir la proficiencia matemática y brindar un análisis exploratorio con los resultados obtenidos en todos los hilos de la proficiencia para realizar sugerencias y mejorar del instrumento.

#### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- Realizar un análisis descriptivo de los resultados de la prueba escrita para conocer el comportamiento de cada arista de la proficiencia matemática por curso estudiado.
- Analizar el comportamiento de los hilos de la proficiencia a medida que va aumentando el curso académico.

- Identificar modelos estadísticos que explique el estado de ánimo durante la prueba escrita a partir de cuatro hilos de la proficiencia matemática: fluidez procedimental, competencia estratégica, razonamiento adaptativo y entendimiento conceptual

En el siguiente punto se describirá las bases conceptuales.

#### **1.4 Marco Teórico**

La educación es un factor elemental en el desarrollo de un país, por ende, se deben establecer estándares que garanticen la educación de calidad, de acuerdo con el Ministerio de Educación del Ecuador (2012):

“El principal propósito de los estándares es orientar, apoyar y monitorear la acción de los actores del sistema educativo hacia su mejora continua. Adicionalmente, ofrecen insumos para la toma de decisiones de políticas públicas para la mejora de la calidad del sistema educativo”.

Para establecer un estándar, se requiere de un instrumento que sea confiable, antes de utilizarlo como un indicador debe ser validado y testeado.

Existen dos tipos de validaciones: cualitativa y cuantitativa. En la primera se evalúa la validez interna, que sea comprensible, clara, mientras que la validación cuantitativa se encarga de probar que la prueba efectivamente mida lo que dice medir.

##### **1.4.1 Validación del contenido cualitativa**

La validación cuantitativa se divide en 3 partes: aproximación a la población, juicio de expertos y validez racional, la cual forma parte de la validez interna de la prueba (López, Avello, Palmero, Sánchez, & Quintana, 2019).

A continuación, se explica las partes del contenido de la validación cuantitativa:

- Aproximación a la población: Indagar sobre la problemática, revisar ortografía y gramática, adaptar el instrumento a la población de estudio (López, Avello, Palmero, Sánchez, & Quintana, 2019).

- Validez racional: usar conceptos que se encuentren en la literatura de lo que se está investigando (López, Avello, Palmero, Sánchez, & Quintana, 2019).
- Juicio de Expertos: expertos validan que los ítems sean claros, coherentes y relevantes (López, Avello, Palmero, Sánchez, & Quintana, 2019).

Se debe tener en claro que es lo que se desea medir, las dimensiones y el objetivo del instrumento a evaluar. Mientras más específica sea la evaluación menos margen para interpretaciones erróneas hay. El juicio de expertos se utiliza cuando no se tienen datos a priori y existen muchos factores que pueden afectar.

La cantidad de expertos necesaria no es fija, puede oscilar entre 3 a 6 expertos, en los cuáles a más precisión se desee, se aumentaría el número de expertos llegando hasta 8 de acuerdo con el caso (de Arquer, 2020).

Para el juicio de expertos se tomó de base la metodología planteada por Escobar y Cuervo (2008) que plantea una serie de pasos para esta, sin embargo, no se realizaron todos los pasos:

1. Definir el objetivo del juicio de expertos.
2. Seleccionar a los jueces.
3. Explicar qué mide cada pregunta y literal de la prueba.
4. Definir el objetivo de cada pregunta de la prueba.
5. Ver los pesos de cada pregunta.
6. Diseñar plantillas para la prueba.
7. Calcular la concordancia, evidenciar los resultados esperados dentro de la prueba piloto.
8. Plantear conclusiones.

### **1.4.3 Validación cuantitativa**

En esta sección describiremos algunos métodos para medir la validez y confiabilidad de las pruebas o evaluaciones psicométricas. Las cuales ayudan a medir aptitudes de algún área en específico, así como predeterminar el potencial y limitaciones de los evaluados.

Existen varios modelos para realizar esta validación como la teoría clásica de los test, teoría de respuesta al ítem, modelo de respuesta graduada, etc.

#### **1.4.3.1 Teoría clásica de los test (TCT)**

Este modelo desarrollado por Charles Spearman consiste en que la puntuación que una persona obtiene en un test, “puntuación empírica” se suele designar como:

$$X = V + e$$

Donde  $V$  es la puntuación verdadera y  $e$  el error.

En donde se plantean los siguientes axiomas:

1. El valor esperado, el valor medio y los errores suman 0
2. El error de medición y el valor verdadero son independientes
3. El valor verdadero y el error de dos test distintos son independientes
4. Los errores son independientes.

(Muñíz, 2010)

#### **1.4.3.2 Teoría de Respuesta al Ítem (TRI)**

También conocida como teoría del riesgo latente. En esta teoría la puntuación verdadera es independiente del ítem, por ende, la respuesta del sujeto ante el ítem depende solo del ítem. El ítem es la unidad más básica.

La cual tiene 3 supuestos:

- Asume la existencia de una variable no observada
- Unidimensionalidad, es decir, el ítem o prueba mide un solo rasgo
- Independencia Local, no existe relación entre las respuestas de los ítems

(Matas, 2010)

Existen distintos modelos de TRI de acuerdo con el número de parámetros a estimar:

- Modelo dicotómico, donde las respuestas a los ítems tienen dos opciones, 0 y 1.
- Modelos politómicos, en este caso los ítems tienen más de dos opciones, siendo generalmente escalas de apreciación graduadas. Por ejemplo, Escalas de Likert

### 1.4.3.3 Modelo de Respuesta Graduada

Consiste en una prueba o cuestionario con  $j$  ítems, en donde cada uno de los ítems tiene  $m$  categorías con respuesta politémica ordinal conocido como Modelo de Respuesta Graduada.

$$Y_{ij}|u_i \sim \text{Categorica}(P_{ij1}, \dots, P_{ijm})$$

Donde:

$Y_{ij}$ : variable aleatoria.

$P_{ij1}$ : Probabilidades condicionales de responder la categoría  $k$  en el ítem  $j$

$u_i$ : valor latente o habilidad latente

Supuestos:

- Las respuestas provenientes de individuos distintos son independientes entre si
- Independencia local, no exista relación entre las respuestas de los ítems
- La probabilidad de respuesta puede ser representada por un modelo multivariado de Bernoulli

(Abal, Auné, & Attorresi, 2014)

En la siguiente sección se explica cómo se relacionaron los resultados de los hilos de la proficiencia.

## 1.5 Relaciones entre los resultados

En el presente proyecto se aplica un instrumento para medir la proficiencia en matemática y analizar los resultados obtenidos, por curso, hilo. Se realizaron ojivas con las notas promedios por curso para cada uno de los hilos de la proficiencia matemática. También se deseaba conocer la correlación entre las notas de estudiantes y profesores, para lo cual se plantea una correlación canónica entre estas.

Para medir la disposición productiva, el hilo de la proficiencia que se centra en las creencias o disposición hacia las matemáticas se utilizaron emojis. El estudiante seleccionaba su estado de ánimo durante la prueba, el cual estaba representado con

emojis. Mientras que los demás hilos de la proficiencia fueron evaluados a partir de los resultados y procedimientos que los evaluados respondieron en las preguntas de la prueba escrita.

Por lo que se desea ver la relación existente entre este estado de ánimo con respecto a los demás hilos de la proficiencia, que serían competencia estratégica, entendimiento conceptual, razonamiento adaptativo y fluidez procedimental. Para realizar este análisis se planteó un modelo de regresión logística, siendo el estado de ánimo la variable dependiente.

A continuación, se describen las técnicas utilizadas para los análisis descriptos: correlación canónica y regresión logística.

#### 1.4.4.1 Correlación Canónica

El análisis de correlación canónica es un tipo de análisis estadístico lineal de múltiples variables, descrito inicialmente por Hotelling (1935). El estudio de correlación canónica es el procedimiento más generalizado del núcleo familiar de las técnicas estadísticas multivariante. Se relaciona de manera directa con diversos procedimientos de dependencia. Al igual que en la regresión, el propósito de la correlación canónica es identificar si existe una relación y cuantificar la validez de la interacción, en este caso entre ambos conjuntos de cambiantes (dependiente e independiente). Se asemeja al estudio factorial en la construcción de compuestos de cambiantes (Badii & Castillo, 2007).

El objetivo es encontrar combinaciones lineales:

$$W = a'X \text{ y } V = b'Y$$

Tal que W y V tienen una correlación máxima. Y en donde se plantea una matriz de correlación R, la cual se descompone en:

$$R = R_{yy}^{-1}R_{yx}R_{xx}^{-1}R_{xy}$$

En donde se resuelve la ecuación para encontrar los "eigenvectores" y valores de la matriz R. Relacionados en la correlación canónica con:

$$\lambda_i = r_{ci}^2$$

Que significa que cada eigenvalor es igual al cuadrado de la correlación canónica para cada variable. Este análisis puede ser visto como una extensión de la correlación múltiple.

#### 1.4.4.2 Modelo de regresión logística

Un modelo de regresión logística es similar a un modelo de regresión lineal, pero está adaptado para modelos en los que la variable dependiente es dicotómica. Este modelo resulta útil para los casos en los que se desea predecir la presencia o ausencia de una característica o resultado según los valores de un conjunto de predictores.

La fórmula correspondiente al modelo de regresión lineal si se emplea su versión logarítmica, obteniendo lo que se conoce como LOG of ODDs es:

$$\ln\left(\frac{p(Y = k|X = x)}{1 - p(Y = k|X = x)}\right) = \beta_0 + \beta_1x$$

Los coeficientes de regresión logística pueden utilizarse para estimar la razón de probabilidad de cada variable independiente del modelo. La regresión logística se puede aplicar a un rango más amplio de situaciones de investigación que el análisis discriminante (López-Roldán & Fachelli, 2015). La variable dependiente debe ser dicotómica, las variables independientes pueden ser numéricas, o ser categóricas. La solución puede ser más estable si los predictores tienen una distribución normal multivariante (Yupari, et. al, 2021).

Adicionalmente, al igual que con otras formas de regresión, la multicolinealidad entre los predictores puede llevar a estimaciones sesgadas y a errores estándar inflados (Sagaró del Campo & Zamora Matamoros, 2019).

### 1.5 Revisión Bibliográfica

En esta sección se resumen investigaciones sobre la medición de la proficiencia matemática e instrumentos que se han hecho para conocer las creencias hacia las matemáticas, es decir, la disposición productiva.

En Ecuador en el 2015, se realizó un estudio sobre las creencias hacia las matemáticas en niños de 8vo a 10mo a través de un cuestionario. El cual consistió en 4 áreas principales: las creencias de la educación en matemática, las creencias de uno como matemático, las creencias en la clase de matemática y la importancia de las matemáticas en la vida. Compuesto por proposiciones relacionadas a estas áreas con una escala de Likert del 1 al 6. Cuestionario que se validó por expertos de forma cualitativa y de forma cuantitativa con análisis de componentes principales. En donde se concluyó que se debería aplicar a más instituciones para tener una imagen más clara de las creencias del Ecuador. Por lo tanto, se seleccionaron proposiciones que se encontraban en cada una de las áreas ya para ser parte de este instrumento, enunciados que se utilizarán en el cuestionario aplicado a profesores para medir la disposición productiva durante la entrevista. (De Corte, 2015)

En una investigación en Brasil, se utilizó la teoría de respuesta al ítem para validar una evaluación escrita de proficiencia matemática para estudiantes de sexto grado de educación general básica, en donde, se realizó la matriz de referencia, que consiste en identificar que hilo de la proficiencia medirá cada pregunta de la prueba, en donde se evaluaron 4 hilos de la proficiencia, excluyéndose disposición productiva, procedimiento que se planteó para el instrumento a utilizar en este proyecto, se definió de la misma forma una matriz que indica que hilos serán evaluados en cada pregunta, para ser ordenadas de acuerdo con su dificultad. Junto con la construcción de una escala planteando los puntos de corte, a partir de los resultados obtenidos de la prueba, en donde cada hilo tendría un punto distinto y sus interpretaciones pedagógicas, siendo estas que hilos se debe mejorar y así proponer un plan para los hilos escogidos (Nascimento, 2016).

(Schoenfeld, 2017) Menciona que para evaluar la proficiencia matemática las entrevistas a estudiantes no son tan eficientes, dada la cantidad de recursos que utiliza, esta entrevista se plantea solo para evaluar la disposición productiva. Plantea una prueba escrita y el uso de una matriz de referencia los demás hilos siendo: competencia estratégica, fluidez procedimental, razonamiento adaptativo

y entendimiento conceptual. Así mismo menciona que utilizar opciones múltiples en la evaluación permite conocer su puntuación en una prueba, sin embargo, no ayuda en sus conocimientos en los distintos puntos de su educación. Para contrastar, la cantidad de recursos que utiliza la entrevista, se propone una pregunta en la prueba escrita que evalúa este hilo, que en los demás estudios no se evalúa.

La matriz de referencia que se usan en todas las investigaciones estudiadas es planteada por expertos, los cuales identifican que va a evaluar cada ítem de la prueba escrita. De la misma forma indican cuál es el resultado o procedimiento para indicar que la pregunta fue respondida.

Todos los estudios encontrados para evaluar cuatro puntos de la proficiencia utilizan una prueba escrita de opción múltiple, en esta prueba se evalúa disposición productiva a partir de una pregunta al final de la prueba escrita en donde se indica colocar la emoción que sintió durante la prueba, adicional en contraste con los demás estudios mencionados el instrumento a utilizar en este proyecto el profesor que evalúe la prueba, colocará una nota del 0 al 10, siendo 10 la máxima nota que indica que desarrollo la pregunta de acuerdo a lo esperado y 0 no desarrolló, mientras que en los demás las respuestas son seleccionadas por medio de opción múltiple.

## **Capítulo 2**

### **2. Metodología**

En este apartado se detalla el proceso de análisis del instrumento evaluativo a aplicar con la finalidad de evaluar la proficiencia matemática en educación general básica. En este trabajo se utilizará como piloto una Unidad Educativa de la ciudad más poblada del país, Guayaquil. Mediante la recolección, tratamiento y evaluación de los resultados obtenidos del instrumento construido. En una primera instancia el instrumento fue sometido bajo un proceso de juicio de expertos

siguiendo la metodología propuesta por Escobar y Cuervo (2008) para evaluar la validez de contenido.

El instrumento consiste en una entrevista realizada a docentes para conocer su disposición frente a las matemáticas y una prueba escrita de conocimientos, la misma que se tomó de forma simultánea a profesores y estudiantes, de los cursos a evaluar.

La entrevista realizada a docentes fue sometida a juicio de expertos. Para la realización de la entrevista a profesores se sometió el cuestionario a usar a varias revisiones. Revisiones en las cuales se evaluaba si las preguntas lograban captar lo que se deseaba, como se menciona en la metodología propuesta por Escobar y Cuervo (2008).

La prueba escrita fue evaluada por expertos en docencia y matemática para verificar que la pregunta era clara con respecto a lo que se deseaba conocer de acuerdo con cada curso de educación básica y si se entendía tanto para profesores como para los estudiantes más pequeños.

Antes de empezar a entrevistar a los docentes, se capacitó a cada uno de los entrevistadores, indicándoles el tono a utilizar para realizar las preguntas, los gestos que deberían evitar, la importancia del lenguaje corporal, mantener una postura imparcial a pesar de que las respuestas de algunas preguntas les impacten.

De la misma forma, existieron prácticas antes de las entrevistas en donde se midió el tiempo que tomaba esta y se indicó recalcar la importancia de la sinceridad y honestidad, así como la confidencialidad de los datos.

El *primer* paso fue realizar la entrevista a docentes de forma presencial, la entrevista duraba alrededor de 25-30 minutos. Segundo, se procedió a recolectar datos mediante la aplicación evaluativa de un banco de ítems de matemática a un grupo seleccionado para la investigación a fin, en donde se consideraron cuatro cursos de educación general básica, 4to EGB (Educación General Básica), 7mo EGB, 8vo EGB, 9no EGB.

Para las pruebas de conocimiento, a medida que va aumentando el curso, esto es, pasando a un nivel superior, se va aumentando tanto la cantidad de preguntas que se evalúan y la dificultad de estas. Los temas que se consideraron para la prueba fueron de acuerdo con el currículo propuesto para estos cursos de acuerdo con el Ministerio de Educación del Ecuador. Cada pregunta tiene varios literales y cada literal puede evaluar uno o más hilos de la proficiencia. Los cuales fueron definidos por expertos tanto en matemática como en educación.

Continuando con la prueba escrita y teniendo en cuenta las 5 aristas consideradas para medir la proficiencia matemática, cada pregunta mide hasta 3 aristas distintas. Cada pregunta es de tipo abierta de respuesta elaborada y es calificada mediante criterio de expertos, en donde se llegó a un consenso de cuáles respuestas son las adecuadas para cada pregunta considerando la arista que va a evaluar. Para facilidad de la evaluación, cada tema fue evaluado por un mismo profesor en todos los paralelos y en el caso de ser una pregunta presente en todas las pruebas fue así mismo evaluada por un mismo profesor, como es el caso de la pregunta referente a una mariposa, en donde se evalúa el concepto de par e impar, así como la pregunta del ascensor.

Estas preguntas evaluadas en todos los cursos son consideradas para ver la evolución de los hilos evaluados a través de los cursos. Es decir, el evolutivo del "Tema 1" va a demostrar el comportamiento de los hilos de ese tema a través de los distintos cursos de un colegio, sin embargo, al ser distintos estudiantes no se considera este análisis como longitudinal.

Para la aplicación de la prueba, se solicitó una hora en la institución educativa y la prueba fue realizada de forma simultánea en cada uno de los cursos, al existir preguntas que se encontraban en todos los niveles. En el tercer paso, se preprocesó y validó los datos recolectados con la finalidad de tenerlos de forma adecuada para el análisis, tanto los ítems de las entrevistas como la prueba escrita, la cual contaba con la opción de colocar comentarios. Finalmente, se procedió a elaborar el análisis estadístico respectivo modelando los datos recolectados.

Con los resultados de la prueba se propuso estratificar la población en base a los resultados presentados en la prueba escrita, es decir, según la calificación por individuo se aplicará muestreo por estratos. Se propone aplicar esta técnica de muestreo con la finalidad de aplicar una segunda entrevista con una psicóloga donde se medirá la disposición productiva, es decir la percepción del individuo con respecto a las matemáticas de los estudiantes, sin embargo, también se midió este hilo dentro de la prueba a partir de emojis que indicaban el estado de ánimo de los estudiantes durante la prueba.

La muestra que se propone recolectar debería ser lo más heterogénea posible para evaluar todo tipo de estudiante, tomando en cuenta todos los campos de la proficiencia matemática mencionados anteriormente en este proyecto

Para conocer como influyen los demás hilos en la disposición productiva se realizó un modelo de regresión logística para identificar que hilo influye en los distintos estados de ánimo. También dada la estructura de los datos, en las que un profesor puede estar asociado a varios estudiantes o los estudiantes pueden estar asociados a varios profesores se planteó un modelo de correlación canónica para ver la relación existente entre estudiantes y profesores.

## **2.1. Fuente de los datos**

Los estudiantes y profesores pertenecientes a la muestra tomada, la cual fue una muestra piloto direccionada pertenecen a una escuela-colegio particular mixto de Guayaquil en el mes de Julio 2022.

Los instrumentos utilizados fueron el cuestionario para la entrevista a profesores en donde se entrevistaron a 12 profesores, de los cuales 11 fueron evaluados en la prueba escrita. Se designó medio día para entrevistar a los profesores, cada entrevistador tenía 3 profesores, por lo que se trabajó con 4 entrevistadores.

Para la prueba escrita o evaluación de contenidos conectados a los 5 hilos de la proficiencia matemática se solicitó ayuda a docentes de la institución educativa, la prueba escrita fue tomada dos días después.

A continuación se muestra una técnica de muestro propuesta para realizar entrevistas a estudiantes, de la misma forma que se aplicó inicialmente a los docentes.

## **2.2. Técnicas de muestreo propuestas**

Para las entrevistas a estudiantes se propone el muestreo estratificado, que es de tipo probabilístico, es decir, es requisito que todos y c/u de los elementos de la población tengan la misma probabilidad de ser seleccionados (azar). Se debe tener disponible un listado completo de todos los elementos de la población, a esto se le llama marco de muestreo (Salvadó, 2016).

Muestreo estratificado se aplica cuando la muestra incluye subgrupos representativos (estratos) de los elementos de estudio con características específicas. Para obtener el tamaño de la muestra se puede utilizar el muestreo aleatorio o sistemático en cada estrato (Cochran & Bouclier, 1980).

En donde se estratificarán por cursos y se escogerán aquellos estudiantes que tengan las mejores y peores notas de cada curso.

## **2.3. Limitantes**

En el proceso de recolección y modelación de los datos se debieron considerar algunas limitantes. Dado que cada ítem de la prueba podía calificar una o más aristas, los ítems no son localmente independientes lo cual dificulta la validación cuantitativa, por lo que el enfoque que se dio fue validarla los instrumentos de forma cualitativa con el juicio de expertos.

## **2.4. Matriz de ejes temáticos**

La prueba escrita consiste en varias preguntas, a mayor grado mayor cantidad de preguntas. Cada pregunta enfoca un eje temático que corresponde a un tema del curriculum planteado por el Ministerio de Educación. Cada pregunta tiene varios literales y puede evaluar una o más hilos de la proficiencia.

Se muestra que eje temático tiene cada pregunta, preguntas que se encontraban en las distintas pruebas de 4to a 10mo EGB.

Tabla 1: Clasificación de temas por Ejes temáticos

<b>CLASIFICACION TEMAS POR EJES TEMATICOS MINISTERIO DE EDUCACION ECUADOR</b>			
<b>EJES TEMATICOS</b>	<b>ET 1</b>	<b>ET 2</b>	<b>ET 3</b>
<b>Temas</b>	<b>Álgebra y funciones</b>	<b>Geometría y medida</b>	<b>Estadística y probabilidad</b>
Rectángulos en la figura		x	
Elevador	x		
Casillas dígitos del 1 al 5	x		
Reloj dígitos determinar hora		x	
Mariposa	x		
Examen de matemáticas	x		
Rebeca - letrero luminoso		x	
Feria infantil	x		
Redondea a 436	x		
Figura geométrica es rectángulo		x	
Ubicar en la recta	x		
Volumen del prisma		x	
Posición del punto en la recta	x		
Luis, José y Ana problemas con fracciones	x		
Ladrillo		x	
Pepe diseña cajas de chocolate	x		
Jacinto visita finca de tío	x		
Media, mediana y rango			x
Niños ensayan pruebas con fracciones	x		
Dibujar polígono en cuadrícula		x	
Población del Ecuador			x
Papas	x		
Gráficos de barras			x
Proposiciones	x		

# Capítulo 3

## 3. Resultados

Se obtuvieron resultados de interés para el estudio, los cuáles se detallan en la presente sección. Primero se muestran descriptivos de la disposición productiva de las entrevistas a profesores para entender su comportamiento. Luego, se muestra el comportamiento de las notas de los estudiantes en los distintos literales para luego ver el evolutivo en algunas de las preguntas que se realizaron en varios cursos. Se continúa con la correlación entre los estudiantes y profesores y el modelo de regresión logística para medir la disposición productiva. Concluyendo con las conclusiones y recomendaciones.

Las variables a utilizar en los análisis de la prueba escrita fueron:

- Curso: variable cualitativa. Cuarto, Séptimo, Octavo y Noveno
- Paralelo: variable cualitativa
- Tipo: variable cualitativa dicotómica, estudiante o profesor
- Nota: variable cuantitativa
- Pregunta: variable cualitativa
- Literal: variable cualitativa
- Comentarios: variable cualitativa
- Hilos de la proficiencia matemática: variable cualitativa
  - CE: competencia estratégica
  - DP: disposición productiva
  - EC: entendimiento conceptual
  - FP: fluidez procedimental
  - RA: razonamiento adaptativo

Cada nota pertenece a un hilo de la proficiencia, una pregunta puede tener varios literales y cada literal evaluar uno o más hilos de proficiencia, hay comentarios por cada pregunta.

Iniciando con la entrevista a docentes, que sería la primera parte del instrumento.

### **3.1. Entrevistas a docentes – Disposición Productiva**

La entrevista a docentes se realizó antes de tomar la prueba escrita, para conocer la disposición productiva de los docentes.

Antes de aplicar la entrevista se realizaron prácticas para medir el tiempo de esta y si se lograban comprender las preguntas. Por lo que las preguntas fueron sometidas a distintos cambios a lo largo el proceso, desde pasar una pregunta abierta a una cerrada hasta cambiar ciertas palabras de la pregunta para que se más amigable con el usuario final, el profesor.

En la entrevista realizada a docentes, se mostraron distintas proposiciones y se indicó que califiquen del 1 al 10 con dos decimales de precisión, siendo 1 completamente de acuerdo y 10 completamente en desacuerdo. Todas proposiciones relacionadas a la disposición productiva.

Para cada proposición planteada se consultaba por qué detrás del número en la escala que escogieron, estas respuestas fueron evaluadas y calificadas, lo cual nos permitió tener una nota de acuerdo con la calificación colocada por el docente y otra nota a partir de las razones detrás de este número.

En la Tabla 1 se presenta el promedio en las proposiciones mencionadas, tanto las respuestas escogidas por los docentes del 1 al 10, como el promedio de la calificación colocada por expertos de acuerdo con las razones que explicaron al escoger esa calificación

Tabla 2: Disposición Productiva – Entrevista a profesores

	<b>DP Entrevista</b>	<b>DP Entrevista Evaluada</b>
Profesor 1	9,50	8,25
Profesor 2	10,00	7,78
Profesor 3	7,75	5,08
Profesor 4	10,00	7,04
Profesor 5	10,00	6,44
Profesor 6	10,00	6,21
Profesor 7	9,00	5,75
Profesor 8	10,00	7,00
Profesor 9	10,00	6,22
Profesor 10	9,75	6,67
Profesor 11	10,00	5,08
<b>Variación</b>	0,49	1,00

Se puede observar en la Tabla 1 como el promedio de la nota de las respuestas calificadas es menor que el promedio de la nota del valor colocado por profesores, esto muestra que los docentes tendían a colocar un número en la escala de acuerdo a lo que consideraban que aportaba a tener una mayor nota en disposición productiva, mientras que al preguntar las razones detrás de este número este valor cambia en todos de los casos a ser un valor menor.

Una vez aplicada la entrevista se notó que en ciertas preguntas era mejor no usar adjetivos calificativos o dejarlas en un sí o un no, por lo que se propuso el cambio de algunas preguntas para la siguiente aplicación como: Existen estudiantes buenos y malos para las matemáticas, en donde respondieron el 54% que sí, mientras que el restante no. Responder sí a esta afirmación indica una baja disposición productiva. Sin embargo, al continuar la entrevista se notó que están de acuerdo con la proposición, por lo que se propuso a cambiar la pregunta a considera que existen estudiantes que destacan en las matemáticas y así también evitar adjetivos calificativos.

La siguiente parte del instrumento consistía en una prueba escrita tanto para estudiantes como profesores, a continuación, el resultado de las notas de estudiantes. Los resultados de estas pruebas y las preguntas no se presentan por

ser parte de una componente del proyecto en el que se mostraran estos resultados descriptivos y que específicamente se consultó.

### **3.2 Notas de Estudiantes – Prueba Escrita**

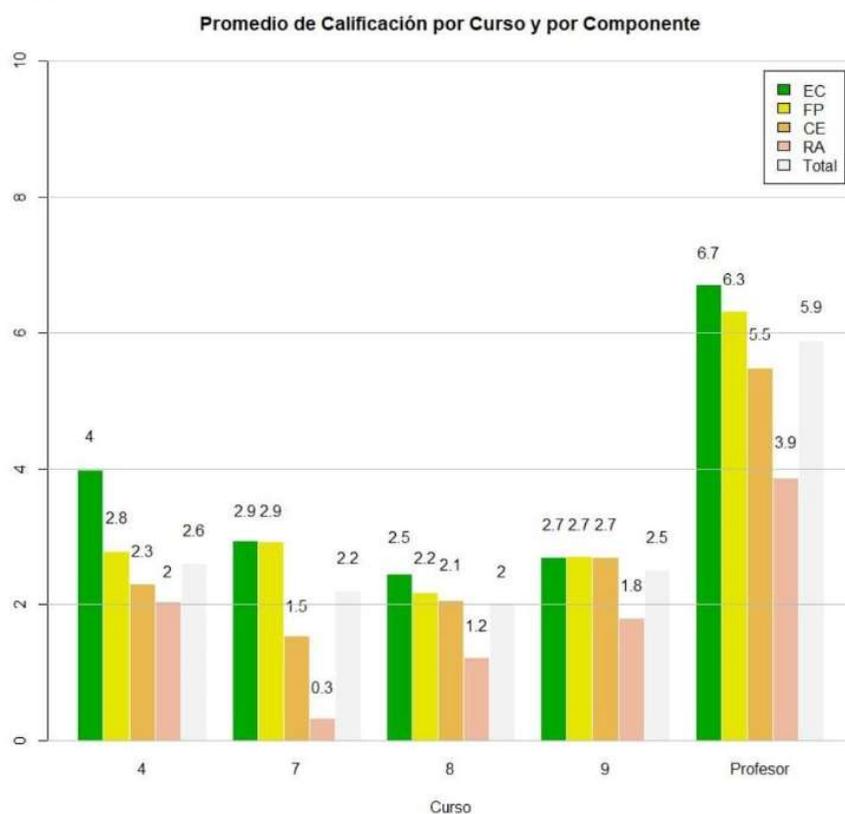
En la prueba escrita se evaluaron los cinco hilos de la proficiencia, para la disposición productiva se utilizaron emojis y para los demás hilos se usaron preguntas abiertas con respuesta elaborada, las cuales fueron calificadas por distintos profesores, luego de llevarse un consenso sobre cuál sería la respuesta adecuada para cada pregunta.

Así mismo, se graficaron los diagramas de barras por las aristas o hilos de proficiencia de: entendimiento conceptual, fluidez procedimental, competencia estratégica y razonamiento adaptativo por curso, así como las ojivas de estos, que se mostraran más adelante.

También, se realizaron análisis tanto por hilo de la proficiencia como por eje temático, el eje temático, son las clasificaciones de los temas de la prueba mencionados en la Tabla 1 en el Capítulo 2.

A continuación, se muestra en la Ilustración 1, los diagramas de barra del promedio de la nota. Recordando que EC es entendimiento conceptual, FP fluidez procedimental, CE competencia estratégica y RA razonamiento adaptativo. El total en este caso es el promedio de las notas de todos los literales evaluados.

Se muestran solo 4 hilos en la Ilustración 1, dado que son los hilos evaluados en las preguntas que se debían resolver de la prueba escrita. Mientras que la disposición productiva es en base a selección de emojis que se verá más adelante.

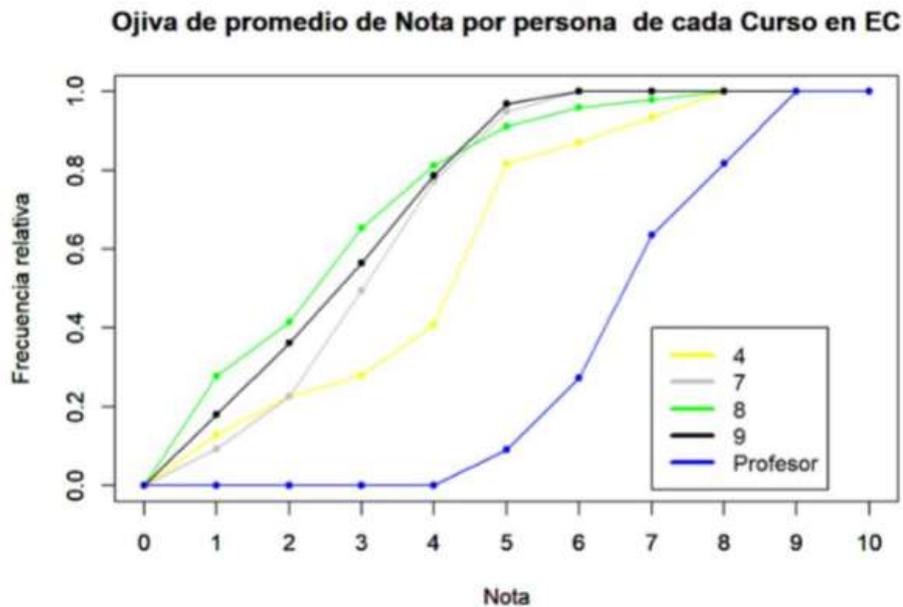


*Ilustración 1: Diagrama de Barras del promedio de Calificación por hilo y por curso*

En la Ilustración 1 se puede observar que el hilo que menor promedio tuvo en todos los cursos fue la de Razonamiento adaptativo, mientras que el mejor promedio en los cursos fue el entendimiento conceptual, siendo el curso que mejor promedio tiene Cuarto de Básico. Los profesores tuvieron un mejor promedio en la nota en todas las aristas evaluadas, como se esperaba, y sigue el mismo comportamiento que los estudiantes con respecto a la arista con mayor y menor promedio. Cabe resaltar que, aunque los profesores obtienen notas mayores estas notas en general son bajas, la más alta llega a una nota promedio de 6.7 y la más baja en razonamiento adaptativo de 3.9.

Por lo que esto nos muestra que el hilo con mayor posibilidad de mejora sería el de razonamiento adaptativo y la consecuencia esperable de profesor con bajo razonamiento adaptativo, estudiantes con bajo razonamiento adaptativo.

A continuación, se muestra en la Ilustración 2, la ojiva del promedio de nota de entendimiento conceptual, al ser el que mayor nota promedio tuvo en la Ilustración 1.



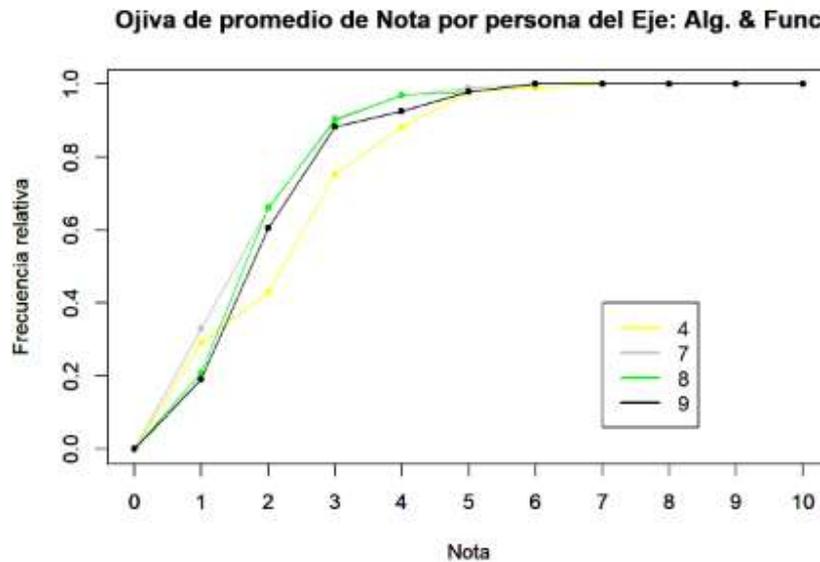
*Ilustración 2: Ojiva de promedio de Nota por persona en EC*

-

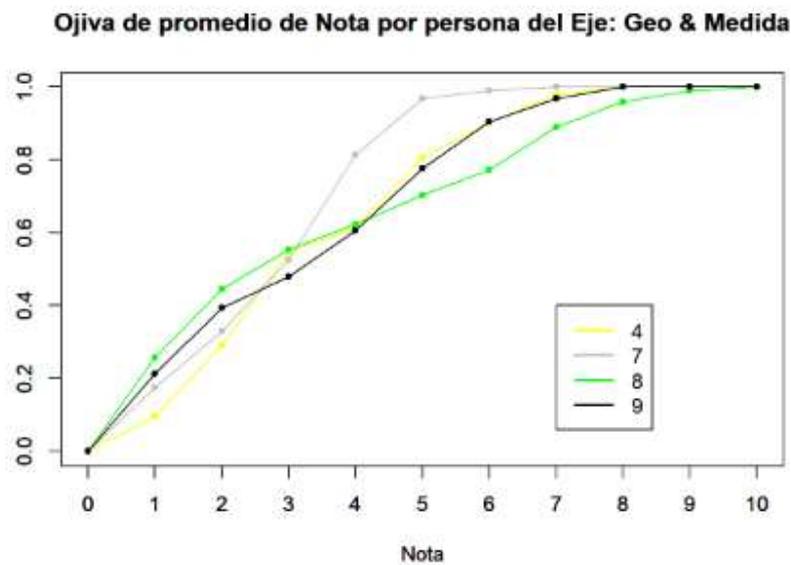
En la Ilustración 2, se puede observar al igual que en la Ilustración 1, que los profesores tuvieron mejor desempeño que los estudiantes en Entendimiento Conceptual, al estar concentradas las notas sobre el percentil 15 aproximadamente. Mientras que alrededor del 50% de las notas promedio de entendimiento conceptual en todos los cursos se encuentran por debajo de 3 sobre 10. Resultado nada alentador, así como que quienes superan una nota de 7 en los estudiantes son en porcentaje inferior al 10% según el hilo. Esto que lo analizado es el hilo con mejor nota. No se muestran los otros resultados, pues se mostrarán en un estudio completo de estos resultados.

Este análisis también se lo realizo por ejes temáticos, mencionados en la Tabla 1 del Capítulo 2, como se muestran en las Ilustraciones 3 y 4.

Se muestra en la Ilustración 3, la ojiva de Álgebra y Funciones y en la Ilustración 4 la de Geometría y medida. Ya que estos son los dos ejes que se aplicaron en todos los cursos.



*Ilustración 3: Ojiva de Nota promedio por Eje temático – Álgebra y funciones*



*Ilustración 4: Ojiva de Nota promedio por Eje temático – Geometría y medida*

Al analizar la Ilustración 3 por eje temático en 7mo resaltó que el eje de Álgebra y funciones tuvo un mal desempeño, lo que concuerda con el hecho de que los estudiantes

de 7mo no habían visto la mayoría de los temas tomados en la prueba relacionados con este eje. En comparación con la Ilustración 4, que se observa que el promedio de nota por persona tiene un mejor desempeño al ver que el 50% se encuentra por debajo de 4, mientras que en la Ilustración 1, se observa que se encuentra alrededor de 2.

Sin embargo, fracciones es un tema que se debió haber visto en 6to EGB, por lo que es un llamado de atención para la institución sobre los temas que deben abarcar. Es necesario que al realizar las pruebas no solo se mire el curriculum del Ministerio, sino que también se consulte a las instituciones educativas sobre los temas vistos para que este puntaje no sea un factor de ruido en la nota final de proficiencia. Así mismo nos muestra que este eje es una oportunidad de mejora en la Institución educativa.

A continuación, evolutivos por preguntas.

### **3.3 Notas de Estudiantes – Evolutivos**

Se ha rotulado evolutivos por facilidad de explicación, sin embargo, son las preguntas que se aplicaron a algunos cursos sin cambiar ningún valor, por lo que no aplican para algún tipo de estudio longitudinal.

En las siguientes Ilustraciones 5, 6 y 7. Se mostrarán los evolutivos de promedios de calificaciones por curso de tres preguntas distintas. Se realizaron algunas preguntas evolutivas, sin embargo, se seleccionaron las siguientes al ser algunas de las que más llamaron la atención. Los nombres mostrados en cada Ilustración fueron colocados para reconocerlos fácilmente, el de la Mariposa, Ilustración 6, era sobre contar los cuadros en las alas de una mariposa. Y así con los demás nombres de las ilustraciones 5 y 7.

Promedio de Calificación por Curso y por Componente de Jacinto

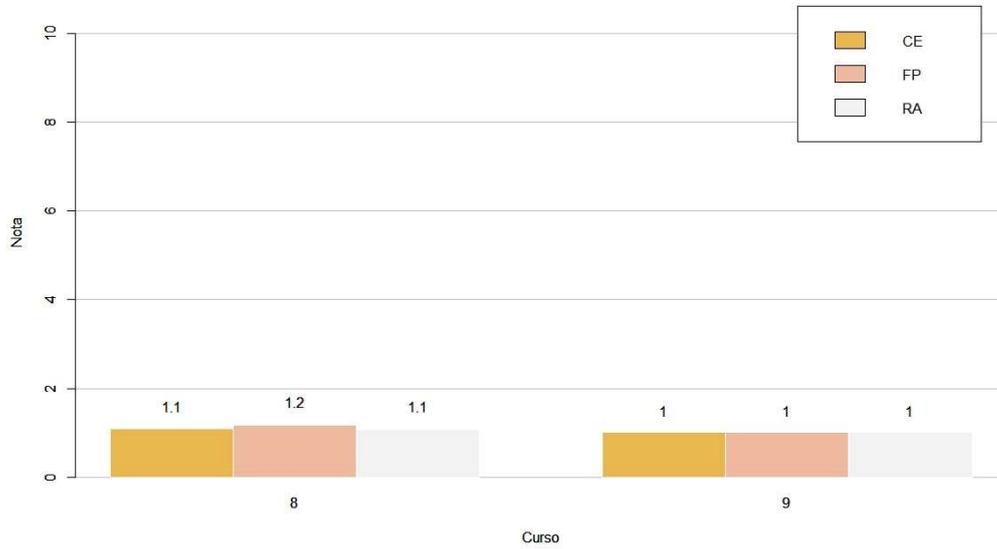


Ilustración 1: Evolutivo Jacinto

Promedio de Calificación por Curso y por Componente de Mariposa

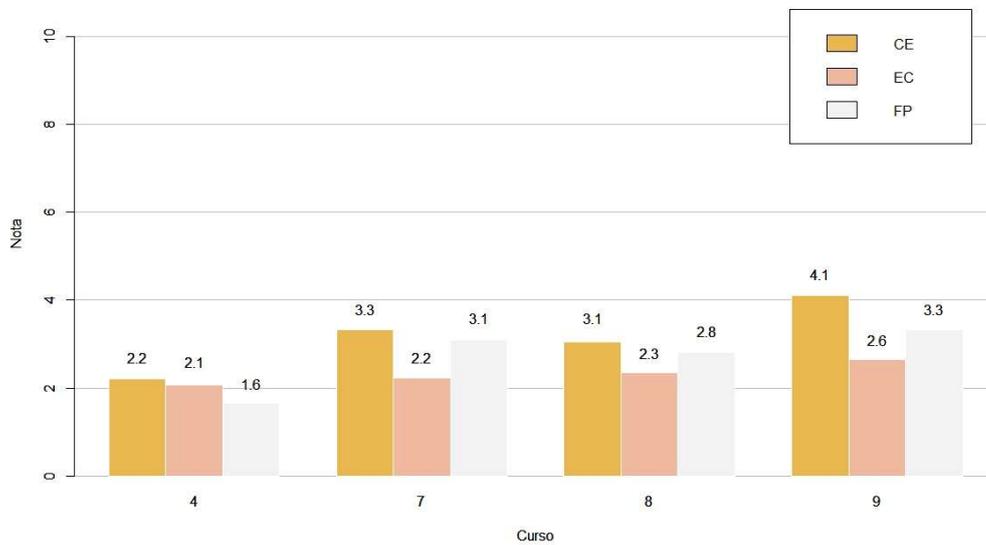
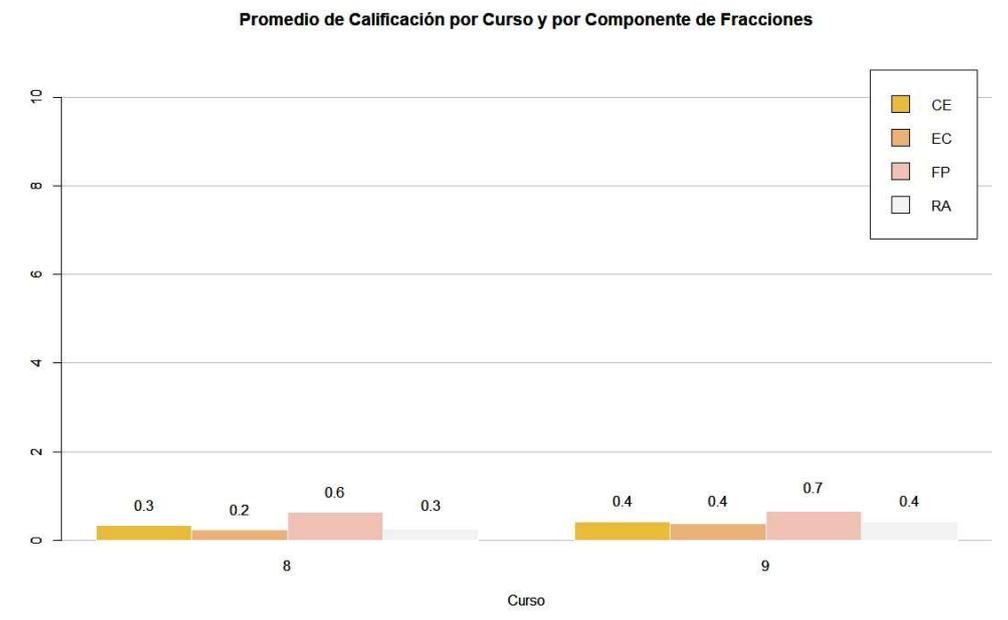


Ilustración 2: Evolutivo Mariposa



*Ilustración 3: Evolutivo Fracciones*

El componente de entendimiento conceptual evaluado en el literal de la mariposa, Ilustración 6 el mismo que también fue medido en todos los cursos, éste mejora su nota con el paso del tiempo, así como la fluidez procedimental.

Mientras que, en la pregunta de Jacinto, Ilustración 5 que involucraba fracciones no muestra un buen desempeño, lo cual puede estar relacionado con que no han visto fracciones a profundidad. Se observa también en el evolutivo de la Ilustración 7, en donde los estudiantes obtuvieron bajas calificaciones y sus comentarios eran que no habían visto el tema todavía o no lo conocían.

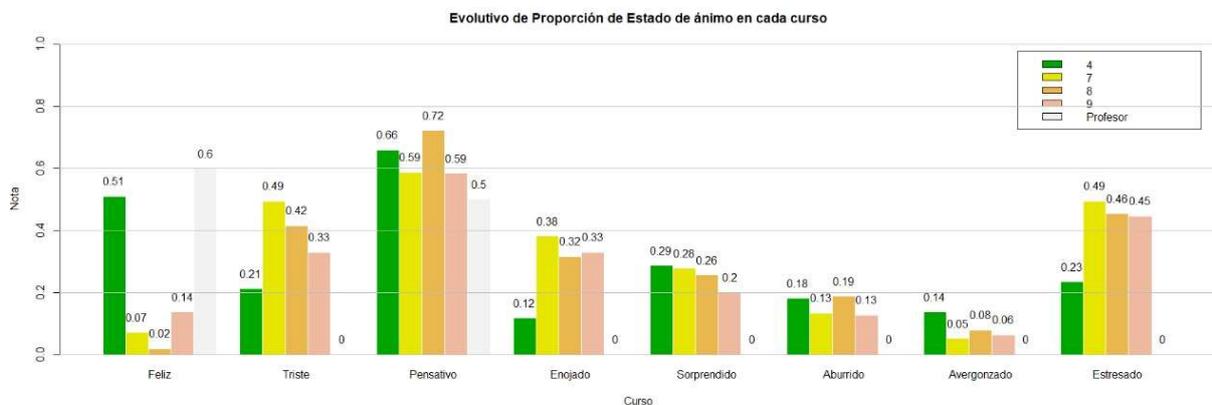
Al final de la prueba se colocó una sección de comentarios, así como la pregunta de los emojis que evaluaba la disposición productiva.

### **3.4 Comentarios de Estudiantes y estado de ánimo**

Para cada pregunta se tenía una sección de comentarios, para que puedan colocar sus pensamientos o alguna idea relacionada a la pregunta. Se mencionó a los estudiantes que esta sección no sería calificada, sino era para entender cuáles eran las ideas que rondaban en los estudiantes y profesores al realizar la prueba escrita. Al final de la

prueba se tenía una escala de emojis en donde seleccionaban como se sentían durante la prueba. Finalizando con preguntas de que les gusto o no les gusto de la prueba, con la misma idea de la sección de comentarios mencionaba al inicio.

Dado que la sección de comentarios y las últimas preguntas constituyen a un mismo análisis se inicia con el Evolutivo de la proporción de estado de ánimo mostrado en la Ilustración 8. En esta sección los estudiantes y docentes podían seleccionar uno o más estados de ánimo con una x siendo estos: feliz, triste, pensativo, enojado, sorprendido, aburrido, avergonzado y estresado.



*Ilustración 4: Evolutivo de Proporción de Estado de ánimo por curso*

Se puede observar en la ilustración 8 que el estado de ánimo que más fue usado es el Pensativo, seguido de Estresado en el caso de los Estudiantes. Mientras que los profesores se inclinaron a un estado Feliz, lo que indica una buena disposición productiva de parte de ellos.

Lo que se pudo observar es que el emoji menos utilizado fue avergonzado, mientras que el más usado fue pensativo. Los estados de ánimo son los que se utilizaron para medir la disposición productiva de la prueba escrita.

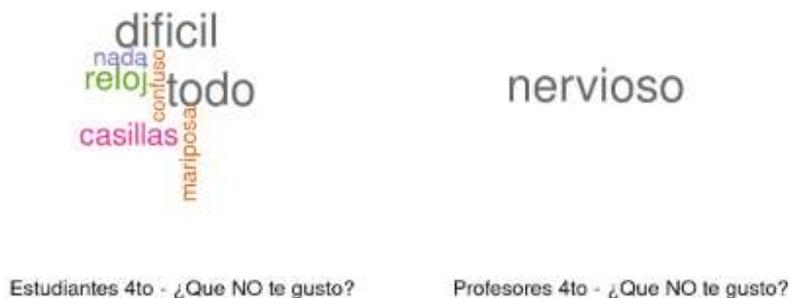
A continuación, los comentarios: existieron dos secciones de comentarios, una colocada en cada pregunta de la prueba y al final una sobre lo que les gusto o no les gusto durante la prueba. Se realizaron nubes de palabras, para cada curso y separándolo en 3 secciones: Comentarios, en donde los comentarios se dividen dependiendo de la pregunta en la que haya sido comentado, que te gusto y que no te gusto, tanto como

para docentes como para estudiantes. Aquí se muestra un ejemplo de los resultados obtenidos.

Para conocer la perspectiva de los estudiantes con respecto a la prueba de forma general y a los distintos literales se realizaron nubes de palabras para la sección de comentarios como se observa en la Ilustración 9 de uno de los temas de Cuarto y en la Ilustración 10, las nubes de lo que no les gusto de Cuarto.



*Ilustración 5: Nube de Palabras de Cuarto - Elevador*



*Ilustración 6: Nube de Palabras de que no te gusto de Cuarto*

### 3.2 Correlación Canónica

Para la correlación canónica inicialmente se consideró todos los estudiantes de cada curso con su respectivo profesor, sin embargo, dado que por cada hilo de la proficiencia tenemos n literales evaluados, donde n dependía del hilo que se evalúe y el profesor y el curso en que daba, n era menor en la mayoría de los casos a la cantidad de estudiantes asociados, por lo tanto, no se podía realizar el cálculo de esta forma ya que no era posible calcular la matriz de correlación.

Por lo tanto, se decidió, realizar la correlación entre cada profesor y un curso, en el caso de 9no, hay dos profesores para cada curso por lo que se realizaron dos correlaciones por cada curso, uno por cada profesor. Y se escogió a los tres mejores estudiantes y los tres peores estudiantes de cada curso, de acuerdo a la nota de proficiencia.

La que consiste en una combinación entre las notas de los cinco hilos de la proficiencia, obtenidos en la prueba escrita. Para la correlación canónica se desea encontrar dos matrices W y V, en donde, X son las notas de los estudiantes y Y las notas del profesor. Teniendo una relación de uno a varios.

$$W = a'X \text{ y } V = b'Y$$

Y se encuentra la matriz de correlación R, la cual se descompone en:

$$R = R_{yy}^{-1}R_{yx}R_{xx}^{-1}R_{xy}$$

Con lo que los resultados obtenidos en la correlación canónica de los profesores de cuarto son:

Profesor	n	estudiantes	R
Profesor 1	24	7	0.71
Profesor 2	24	7	0.65
Profesor 3	24	7	0.67

*Tabla 2 7: Correlación Canónica de Profesores*

Donde n es el número de preguntas que tenían en la prueba escrita, estudiantes es la cantidad de estudiantes usados para calcular la correlación +1 y R el resultado de la correlación. En donde se observa que es un valor similar en los 3 profesores.

Se observa que es mayor a 0.5, lo que indica una correlación alta.

### 3.3 Regresión Logística

Es importante asociar el estado de ánimo durante la prueba escrita con los valores promedios obtenidos dentro de cada hilo de la proficiencia sin contar la disposición productiva, pues los estados de ánimos fueron usados para calcular la nota de disposición productiva por lo que se tendría problemas de multicolinealidad.

Se muestra dos de los modelos realizados que representan los dos extremos de los sentimientos, triste como el sentimiento negativo y feliz como un sentimiento asociado a algo positivo dentro de la disposición productiva. Por eso, conocer cómo se asocian los hilos de la proficiencia, que se pueden medir a través de problemas, con el estado de ánimo permite explorar cómo es la disposición productiva de los estudiantes, ya que se recuerda al lector que para la calificación de la disposición productiva se usó lo emojis que los estudiantes seleccionaron de cómo se sintieron durante la prueba escrita.

A continuación, en la Ilustración 12 se puede observar un resumen de los principales estadísticos, error estándar y valor p del siguiente modelo:

$$\begin{aligned} \ln \left[ \left( \frac{p}{1-p_i} \right) \right] = & b_0 + b_1(\text{Nota Promedio Entendimiento Conceptual}_i) \\ & + b_2(\text{Nota Promedio Fluidez Procedimental}_i) \\ & + b_3(\text{Nota Promedio Competencia Estratégica}_i) \\ & + b_4(\text{Nota Promedio Razonamiento Adaptativo}_i) \end{aligned}$$

En donde, p es la probabilidad de éxito que el estudiante haya contestado que estuvo feliz e i representa el i-ésimo estudiante. Se usa el software R para los valores calculados y estimados a continuación.

	bi Estimado	Odds	Error Estándar	Valor Z	Valor p
(Intercepto)	-2.21	0.11	0.35	-6.30	0.00
EC	0.24	1.27	0.09	2.63	0.00

FP	-0.10	0.9	0.18	-0.54	0.58
CE	-0.34	0.71	0.21	-1.55	0.12
RA	0.63	1.87	0.15	3.95	0.00

Ilustración 8: Modelo de Regresión Logística. Feliz vs Hilos de la Proficiencia

En la ilustración 12 se observa que la nota promedio por Entendimiento Conceptual y razonamiento adaptativo son significativo para estimar la probabilidad de que estudiante haya estado feliz. Con los odds ratio se estima que:

1. La probabilidad de que esté feliz es en promedio 27% mayor al aumentar un punto la nota promedio del entendimiento conceptual.
2. a probabilidad de que esté feliz es en promedio 87% mayor al aumentar un punto la nota promedio del razonamiento adaptativo.

Con esto, tiene sentido para los expertos que un estudiante que tenga mejor desempeño en estos dos hilos de la proficiencia que dieron significativos, tengan más probabilidades de estar feliz.

A continuación, en la Ilustración 13 se puede observar un resumen de los principales estadísticos, error estándar y valor p del siguiente modelo:

$$\begin{aligned} \ln \left[ \left( \frac{p}{1-p_i} \right) \right] = & b_0 + b_1(\text{Nota Promedio Entendimiento Conceptual}_i) \\ & + b_2(\text{Nota Promedio Fluidez Procedimental}_i) \\ & + b_3(\text{Nota Promedio Competencia Estratégica}_i) \\ & + b_4(\text{Nota Promedio Razonamiento Adaptativo}_i) \end{aligned}$$

En donde, p es la probabilidad de éxito que el estudiante haya contestado que estuvo triste e i representa el iésimo estudiante. Considerando que, la variable respuesta es una variable binomial, se usa el software R para los valores calculados y estimados a continuación.

	Estimado	Odds ratio	Error Estándar	Valor Z	Valor p
(Intercept)	-0.32	0.73	0.25	-1.30	0.19

EC	-0.03	0.97	0.07	0.41	0.67
FP	0.15	1.16	0.13	1.13	0.26
CE	-0.08	0.92	0.16	-0.52	0.60
RA	-0.27	0.76	0.13	-2.10	0.03

*Ilustración 9: Modelo de Regresión Logística. Triste vs Hilos de la Proficiencia*

En la ilustración 13 se observa que la nota promedio del razonamiento adaptativo son significativo para estimar la probabilidad de que estudiante haya estado triste. Con los odds ratio se estima que:

1. La probabilidad de que esté triste es en promedio 24% menor al aumentar un punto la nota promedio del entendimiento conceptual.

Para los expertos estos resultados era el esperado, pues al tener un flujo de procesos establecidos para el desarrollo de una pregunta, menos probabilidades de reflejar un sentimiento negativo como la triste tiene el estudiante.

# CAPÍTULO 4

## 4. Conclusiones y Recomendaciones

### 4.1 Conclusiones

- Dada la composición de las pruebas escritas, y la forma de calificar cada uno de las preguntas y literales, los hilos evaluados no son independientes entre sí, dado que un literal puede evaluar una o más hilos, por lo que impide la aplicación de varios modelos como la teoría de respuesta al ítem en donde los supuestos son normalidad e independencia.
- De acuerdo a los modelos realizados de regresión logística se puede concluir que tener mejor desempeño en la nota de Entendimiento Conceptual y Razonamiento adaptativo se asocia con una mayor probabilidad de sentirse feliz durante la prueba. Por otro lado, tener un desempeño menor en Razonamiento adaptativo se asocia con una mayor probabilidad de sentirse triste.
- De todos los hilos de la proficiencia matemática la que más oportunidad de mejora es la de razonamiento matemático, que tiene menor desempeño que las demás en todos los cursos y paralelos.
- A medida que aumenta el curso, mejoran los hilos y tienen un mejor desempeño, esto se puede observar en las preguntas que tienen en común las distintas pruebas, como la mostrada en la Ilustración 9.

### 4.2 Recomendaciones

- La proporción de resultados bajos en algunas preguntas podría llevar a resultados que no reflejen la realidad, por temas todavía no vistos por los estudiantes, antes de aplicar la prueba se debe corroborar que todos los temas evaluados en la prueba hayan sido dados.

- Para siguientes aplicaciones modificar algunas frases o palabras que no conocen los estudiantes, ya que esto perjudica su desempeño al no entender por completo que se le está solicitando en cada pregunta.
- Aplicar el cuestionario a otra muestra para comparar los resultados y probar el modelo propuesto para disposición productiva.

#### 4. Bibliografía

Erguven, Mehtap. 2013. "Two approaches to psychometric process: Classical test theory and item response theory." *Journal of Education* 2 (2): 23–30.

Escobar-Pérez, J., & Cuervo-Martínez, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en medición*, 6(1), 27-36.

[https://www.humanas.unal.edu.co/lab\\_psicometria/application/files/9416/0463/3548/Vol\\_6\\_Articulo3\\_Juicio\\_de\\_expertos\\_27-36.pdf](https://www.humanas.unal.edu.co/lab_psicometria/application/files/9416/0463/3548/Vol_6_Articulo3_Juicio_de_expertos_27-36.pdf)

Brown, J. D. (trans. by M. Wada). (1999a). *Gengo tesuto no kiso-chishiki*. [Basic knowledge of language testing]. Tokyo: Taishukan Shoten.

Brown, J. D. (1999b). Statistics Corner. Questions and answers about language testing statistics: The standard error of vs. standard error of measurement. *Shiken: JALT Testing & Evaluation SIG Newsletter*, 3 (1), 15-19. Retrieved December 24, 2001 from the World Wide Web: [http://jalt.org/test/bro\\_4.htm](http://jalt.org/test/bro_4.htm).

Cronbach, L. J. (1970). *Essentials of psychological testing* (3rd ed.). New York: Harper & Row.

Samejima, F. (1969). Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores, *Psychometrika Monograph* 17: 1100.

Samejima, F. (1972). A general model of free-response data, *Psychometrika Monograph* 18.

Nunnally, J. & Bernstein, I. (1995). *Teoría psicométrica* (Tercera ed.). D.F., México: McGrawHill

Mora, T. E. M. (2008). Funcionamiento diferencial del ítem en pruebas de matemática para educación media. *Actualidades en Psicología*, 22(109), 91-113. <https://www.redalyc.org/pdf/1332/133213120005.pdf>

Kibrislioğlu, N., & Haser, Ç. (2015, February). Development of mathematics-related beliefs scale for the 5 th grade students in Turkey. In CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1202-1208).

Bucci, N., Luna, M., Vilorio, A., Hernández García, J., Parody, A., Varela, N., & Borrero López, L. A. (2018, June). Factor analysis of the psychosocial risk assessment instrument. In International Conference on Data Mining and Big Data (pp. 149-158). Springer, Cham.

Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2007). Using multivariate statistics (5th ed.). Boston: Pearson Education.

López, C. Q., Vera, V. D. G., López, C. V., & Jaramillo, J. C. Á. (2020). Impact of sport on social cognition: an analysis based on structural equational models. *Journal of Physical Education and Sport*, 20(1), 31-36.

Pardo, C. C. (1988). Inferencias sobre medidas de información en el muestreo estratificado (Doctoral dissertation, Universidad de Cantabria).

Salvadó, I. E. (2016). Tipos de muestreo. Disponible en:[file:///C:/Users/DELL%202018/Zotero/storage/Z5DBMG5K/SALVADÓ%20-%20TIPOS%20DE%20MUESTREO..pdf], 22, 66.

Cochran, W. G., & Bouclier, A. S. (1980). Técnicas de muestreo (No. 04; HA31. 2, C6 1980.). México: Compañía Editorial Continental.

Yupari-Azabache, I., Bardales-Aguirre, L., Rodríguez-Azabache, J., Barros-Sevillano, J. S., & Rodríguez-Díaz, Á. (2021). Factores de riesgo de mortalidad por COVID-19 en pacientes hospitalizados: Un modelo de regresión logística. *Revista de la Facultad de Medicina Humana*, 21(1), 19-27.

Sagaró del Campo, N. M., & Zamora Matamoros, L. (2019). Análisis estadístico implicative versus Regresión logística binaria para el estudio de la causalidad en salud. *Multimed*, 23(6), 1416-1440.

Repetto, E. (1984). Inteligencia, personalidad y rendimiento académico: un análisis de correlación canónica. *Revista Española de Pedagogía*, 501-539.

Badii, M. H., & Castillo, J. (2007). Análisis de correlación canónica (ACC) e investigación científica. *Innovaciones de negocios*, 4(8)