**CAPÍTULO 4**

**4. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN**

**4.1 Introducción**

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos al comparar el método de estimación Jacknife y los métodos convencionales utilizando estimadores para los parámetros poblacionales de distintas distribuciones continuas y discretas; para cada estimador se trabaja con tamaños muestrales de 5, 15, 50, 100 y 500; y para cada caso obtenemos 50 estimadores, a partir de cada uno de ellos inferimos el sesgo de estimación y el intervalo de confianza al 95%.

El sesgo de estimación, es obtenido a partir de la resta del parámetro poblacional y el estimador obtenido. El intervalo de confianza al 95% para el parámetro poblacional, utilizando el método de estimación Jacknife se define como se estudió en el Capítulo 2 y utilizando la estimación convencional: para estimadores insesgados y muestras de tamaño 5 y 15 el intervalo de confianza es obtenido a partir de la desigualdad de Tchebysheff, para muestras de tamaño 50, 100 y 500 obtenemos los intervalos de confianza a partir de la distribución Normal, en cuanto a los estimadores sesgados y para tamaños muestrales de 5 y 15, utilizamos la regla empírica en la que al desviar tres veces su media obtenemos los límites del intervalo de confianza y para muestras de tamaño 50, 100 y 500 obtenemos el intervalo de confianza a partir de la distribución normal, esto lo realizamos cuando el sesgo no sea influyente es decir , sino fuese así el intervalo de confianza obtenido a partir de la distribución normal es desplazado en la cantidad *B*. Con los 50 estimadores se obtienen las distribuciones de frecuencias, y sus principales medidas descriptivas como son: la media, varianza, asimetría, error de estimación promedio, mínimo, máximo, límite inferior y superior promedio del intervalo de confianza al 95%, longitud promedio de los intervalos de confianza y sesgo de estimación promedio; así podremos recomendar en que casos es mejor utilizar la estimación por el método Jacknife y la estimación por el método convencional.

En la sección 4.2, se analizan los resultados de los estimadores para la media, varianza, primer y último estadístico de orden de las principales distribuciones discretas, teniendo así en la sección 4.2.1 los estimadores para los parámetros de la distribución Poisson, en la sección 4.2.2 los estimadores para los parámetros de la distribución Binomial Negativa, en la sección 4.2.3 los estimadores para los parámetros de la distribución Binomial, y en la sección 4.2.4 los estimadores para los parámetros de la distribución Hipergeométrica.

En la sección 4.3, se analizan los resultados de los estimadores para la media, mediana, varianza, primer y último estadístico de orden de las principales distribuciones continuas, teniendo así en la sección 4.3.1 los estimadores para los parámetros de la distribución Exponencial, en la sección 4.3.2 los estimadores para los parámetros de la distribución Beta, en la sección 4.3.3 los estimadores para los parámetros de la distribución Normal, en la sección 4.3.4 los estimadores para los parámetros de la distribución Uniforme.

Cabe recalcar que no se estimo el primer estadístico de orden y último estadístico de orden para ciertas distribuciones continuas o discretas por no encontrarse definido el parámetro poblacional en éstas distribuciones, así mismo no se trabajo la mediana para las poblaciones discretas y para la población beta, por no haber una fórmula explícita para obtener la mediana, la cual pueda ser implementada en un simulador.

**4.2 Estimadores para distribuciones Discretas**

 **4.2.1 Estimadores para la distribución Poisson**

 Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Poisson, P(2), la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 1.

La media poblacional es 2. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional para este parámetro se pudo apreciar que los valores de los estimadores y medidas descriptivas coincidían con una precisión de 3 dígitos, así tenemos la media, varianza, asimetría, error de estimación promedio, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio del intervalo al 95% de confianza para la media, longitud promedio del intervalo de confianza y sesgo de estimación; como se puede observar en la Tabla VI y en la Tabla VII.

Sin embargo para tamaños muestrales de 5 y 15 se puede apreciar que la longitud promedio de los intervalos de confianza es más pequeña al utilizar el método de estimación Jacknife que la obtenida al utilizar la estimación convencional, igual situación ocurrió al probar con distintos valores de los parámetros poblacionales. También podemos apreciar en el Anexo 3, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son similares.

**Tabla VI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.096 | 2.020 | 2.021 | 2.003 | 2.005 |
| **Varianza** | 0.443 | 0.137 | 0.033 | 0.018 | 0.006 |
| **Asimetría** | 0.003 | -0.352 | -0.164 | 0.545 | 0.091 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.536 | 0.289 | 0.146 | 0.107 | 0.066 |
| **Kurtosis** | 2.615 | 3.117 | 2.701 | 3.008 | 1.840 |
| **Mínimo** | 0.600 | 1.000 | 1.620 | 1.740 | 1.876 |
| **Máximo** | 3.600 | 2.733 | 2.420 | 2.340 | 2.128 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0.436 | 1.630 | 1.727 | 1.881 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 4.618 | 3.604 | 2.413 | 2.278 | 2.128 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4.618 | 3.168 | 0.783 | 0.551 | 0.247 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.096 | 0.020 | 0.021 | 0.003 | 0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla VII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.096 | 2.020 | 2.021 | 2.003 | 2.005 |
| **Varianza** | 0.443 | 0.137 | 0.033 | 0.018 | 0.006 |
| **Asimetría** | 0.003 | -0.352 | -0.164 | 0.545 | 0.091 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.536 | 0.289 | 0.146 | 0.107 | 0.066 |
| **Kurtosis** | 2.615 | 3.117 | 2.701 | 3.008 | 1.840 |
| **Mínimo** | 0.600 | 1.000 | 1.620 | 1.740 | 1.876 |
| **Máximo** | 3.600 | 2.733 | 2.420 | 2.340 | 2.128 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.530 | 1.260 | 1.630 | 1.727 | 1.881 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 3.662 | 2.780 | 2.413 | 2.278 | 2.128 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.132 | 1.520 | 0.783 | 0.551 | 0.247 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.096 | 0.020 | 0.021 | 0.003 | 0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza poblacional es 2 Analizando los resultados como se puede apreciar en la Tabla VIII y en la Tabla IX, podemos notar que la varianza, longitud promedio de los intervalos de confianza y error de estimación promedio utilizando el método de estimación Jacknife resulta ser mayor que la varianza y el error de estimación utilizando el método de estimación convencional. El sesgo de estimación obtenidas mediante el método Jacknife también es mayor para tamaños muestrales de 5, 50 y 500, para tamaños muestrales de 50, 100 y 500 las medidas obtenidas por el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional son muy similares en magnitud.

Probando con distintos parámetros poblacionales concluimos que para λ>20 el método de estimación convencional logra reducir el sesgo de estimación, como lo podemos observar en el Anexo 11, donde podemos observar la estimación de la media por el método Jacknife y el método convencional para una población Poisson P(20).

En el Anexo 3 podemos observar que los histogramas para las distribuciones de los estimadores obtenidos por el método de estimación convencional y por el método de estimación Jacknife.

**Tabla VIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 1.984 | 1.792 | 1.979 | 1.933 | 2.027 |
| **Varianza** | 2.400 | 0.586 | 0.242 | 0.091 | 0.022 |
| **Asimetría** | 2.099 | 0.746 | 0.350 | 0.722 | 0.201 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.101 | 0.658 | 0.374 | 0.244 | 0.125 |
| **Kurtosis** | 9.434 | 3.150 | 3.107 | 3.621 | 2.083 |
| **Mínimo** | 0.240 | 0.729 | 1.028 | 1.446 | 1.753 |
| **Máximo** | 8.960 | 4.062 | 3.158 | 2.866 | 2.320 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 1.1409 | 1.505 | 1.800 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 6.089 | 3.864 | 3.137 | 2.635 | 2.308 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 6.089 | 3.864 | 1.728 | 1.130 | 0.508 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.016 | -0.208 | -0.021 | -0.067 | 0.027 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla IX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 4.805 | 2.088 | 2.087 | 1.975 | 2.036 |
| **Varianza** | 49.459 | 0.830 | 0.303 | 0.096 | 0.022 |
| **Asimetría** | 4.044 | 0.745 | 0.526 | 0.737 | 0.196 |
| **Error de Estimación Promedio** | 3.309 | 0.717 | 0.414 | 0.244 | 0.128 |
| **Kurtosis** | 22.059 | 3.183 | 3.251 | 3.653 | 2.076 |
| **Mínimo** | 0.323 | 0.795 | 1.082 | 1.479 | 1.761 |
| **Máximo** | 44.634 | 4.864 | 3.444 | 2.934 | 2.330 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.349 | 0.899 | 1.297 | 1.474 | 1.767 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 720.079 | 5.189 | 3.461 | 2.653 | 2.346 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 719.731 | 4.290 | 2.164 | 1.180 | 0.578 |
| **Sesgo de Estimación** | 2.805 | 0.088 | 0.087 | -0.025 | 0.036 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El primer estadístico de orden poblacional es 0. Analizando los resultados obtenidos mostrados en la Tabla X y en la Tabla XI, el método de estimación Jacknife no funciona ya que se obtienen valores que no se encuentran en el dominio de la función de probabilidad, como por ejemplo el mínimo valor para los tamaños muestrales de 5 y 15 son -1.6 y -0.93 respectivamente, con el método de estimación convencional no ocurre esta situación. Para tamaños muestrales de 50, 100 y 500 en la mayoría de los casos se obtiene como primer estadístico al parámetro poblacional en las muestras esto justifica que la varianza del estimador sea muy cercana a cero y por tanto no haya variabilidad para la obtención de los límites de los intervalos de confianza como de las demás medidas presentadas en la Tabla X. Probamos la estimación del primer valor para distintos parámetros poblacionales observándose que en la mayoría de los casos para λ>20, el método de estimación Jacknife no proporcionaba valores fuera del dominio de la función de probabilidad, además lograba reducir el sesgo de estimación y el error de estimación promedio, y la varianza resultó ser mayor frente a la estimación convencional, como se muestra en el Anexo 11 para P(25). En el Anexo 3, podemos observar los histogramas de frecuencia para los estimadores obtenidos con distintos tamaños muestrales utilizando los dos métodos de estimación.

**Tabla X**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.440 | 0.100 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Varianza** | 0.251 | 0.092 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.242 | 2.667 |  |  |  |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.440 | 0.100 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 1.058 | 8.111 |  |  |  |
| **Mínimo** | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Máximo** | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.504 | 0.909 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 1.504 | 0.909 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.440 | 0.100 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.136 | -0.143 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Varianza** | 0.554 | 0.312 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.158 | 0.133 |   |   |   |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.624 | 0.343 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 2.015 | 2.906 |   |   |   |
| **Mínimo** | -1.600 | -0.933 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Máximo** | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.735 | -0.663 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.463 | 0.378 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.198 | 1.041 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.136 | -0.143 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

 **4.2.2 Estimadores para la distribución Binomial Negativa**

 Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4, la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 1.

La media poblacional es 17.5. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional para este parámetro se pudo apreciar que se obtuvieron los mismos resultados, los valores de los estimadores coincidían y por tanto las distribuciones con sus respectivas medidas descriptivas también coincidían, así tenemos los mismos valores para la media, varianza, asimetría, sesgo de estimación promedio, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza para los estimadores, y longitud promedio del intervalo de confianza; como se puede observar en la Tabla XII y en la Tabla XIII. Sin embargo podemos apreciar que para los tamaños muestrales de 5 y 15 la longitud promedio de los intervalos de confianza es menor al utilizar la estimación Jacknife. Al probar con distintos parámetros poblacionales la situación fue la misma. También podemos apreciar en el Anexo 6, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son iguales.

**Tabla XII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 17.368 | 17.169 | 17.405 | 17.496 | 17.467 |
| **Varianza** | 5.170 | 1.342 | 0.459 | 0.249 | 0.066 |
| **Asimetría** | 0.287 | 0.249 | -0.604 | 0.677 | -0.287 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.916 | 0.997 | 0.521 | 0.382 | 0.216 |
| **Kurtosis** | 2.293 | 2.507 | 3.591 | 3.765 | 2.010 |
| **Mínimo** | 13.400 | 15.000 | 15.600 | 16.520 | 16.926 |
| **Máximo** | 22.600 | 19.867 | 18.800 | 19.060 | 17.912 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 7.445 | 11.666 | 15.992 | 16.483 | 17.020 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 27.291 | 22.673 | 18.818 | 18.510 | 17.915 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 19.847 | 11.006 | 2.826 | 2.027 | 0.895 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.132 | -0.331 | -0.095 | -0.004 | -0.033 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 17.368 | 17.169 | 17.405 | 17.496 | 17.467 |
| **Varianza** | 5.170 | 1.342 | 0.459 | 0.249 | 0.066 |
| **Asimetría** | 0.287 | 0.249 | -0.604 | 0.677 | -0.287 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.916 | 0.997 | 0.521 | 0.382 | 0.216 |
| **Kurtosis** | 2.293 | 2.507 | 3.591 | 3.765 | 2.010 |
| **Mínimo** | 13.400 | 15.000 | 15.600 | 16.520 | 16.926 |
| **Máximo** | 22.600 | 19.867 | 18.800 | 19.060 | 17.912 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 11.205 | 14.529 | 15.992 | 16.483 | 17.020 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 23.531 | 19.810 | 18.818 | 18.510 | 17.915 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 12.325 | 5.282 | 2.826 | 2.027 | 0.895 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.132 | -0.331 | -0.095 | -0.004 | -0.033 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza poblacional es 26.25. Al analizar los resultados obtenidos mediante la estimación Jacknife y la estimación convencional, como podemos observar en la Tabla XIV y en la Tabla XV, para todos los tamaños muestrales el sesgo de estimación, la varianza, la longitud promedio del intervalo de confianza al 95% y error de estimación promedio, resultaron ser mayores en magnitud utilizando el método de estimación Jacknife que al utilizar el método de estimación convencional, sin embargo para tamaños muestrales de 50, 100 y 500 estas medidas resultaron ser similares al utilizar el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional.

Probamos para los parámetros poblacionales distintos valores y en la mayoría de los casos la situación fue similar.

Los histogramas de los estimadores obtenidos mediante la estimación convencional y la estimación Jacknife, se muestran en el Anexo 5. La forma de las distribuciones las podemos constatar al observar los coeficientes de kurtosis y asimetría presentados en la Tabla XIV y en la Tabla XV.

**Tabla XIV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 22.208 | 25.145 | 26.032 | 26.570 | 25.797 |
| **Varianza** | 323.138 | 168.988 | 28.978 | 24.043 | 5.654 |
| **Asimetría** | 1.423 | 2.643 | -0.018 | 1.235 | 0.055 |
| **Error de Estimación Promedio** | 15.190 | 8.333 | 4.340 | 3.594 | 1.884 |
| **Kurtosis** | 5.647 | 12.027 | 2.387 | 4.118 | 2.891 |
| **Mínimo** | 1.040 | 9.707 | 15.080 | 19.029 | 20.906 |
| **Máximo** | 91.440 | 85.689 | 38.520 | 40.045 | 31.530 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 18.535 | 20.690 | 22.919 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 70.562 | 60.611 | 41.255 | 36.218 | 29.382 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 70.562 | 60.611 | 22.720 | 15.529 | 6.463 |
| **Sesgo de Estimación** | -4.042 | -1.105 | -0.218 | 0.320 | -0.453 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 48.972 | 34.191 | 27.248 | 27.300 | 25.922 |
| **Varianza** | 2254.080 | 1151.943 | 31.847 | 27.187 | 5.733 |
| **Asimetría** | 1.714 | 4.324 | -0.014 | 1.296 | 0.055 |
| **Error de Estimación Promedio** | 33.838 | 13.441 | 4.820 | 3.659 | 1.874 |
| **Kurtosis** | 6.041 | 22.310 | 2.366 | 4.355 | 2.885 |
| **Mínimo** | 1.744 | 10.807 | 15.909 | 19.405 | 21.004 |
| **Máximo** | 223.598 | 220.394 | 40.477 | 42.299 | 31.695 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 4.079 | 10.694 | 17.615 | 19.380 | 22.378 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 11433.082 | 341.032 | 42.509 | 39.067 | 30.034 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 11429.003 | 330.338 | 24.894 | 19.687 | 7.656 |
| **Sesgo de Estimación** | 22.722 | 7.941 | 0.998 | 1.050 | -0.328 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El primer estadístico de orden es 7. Al analizar los resultados obtenidos y presentados en la Tabla XVI y en la Tabla XVII, se puede apreciar que al estimar el primer estadístico, el método Jacknife no funciona, ya que los valores de los estimadores no se encuentran en el dominio de la función, por ejemplo, los mínimos valores obtenidos para los 50 estimadores con cada tamaño muestral trabajado son menores a 7, valores que no se encuentran definidos en la función de probabilidad Binomial Negativa especificada con los parámetros establecidos, situación que no ocurre al utilizar la estimación convencional.

Al probar para otros valores de los parámetros poblacionales observamos que para r>50 y p<0.7, el método Jacknife funciona logrando reducir el error de estimación, sesgo de estimación y longitud promedio de los intervalos de confianza. En el Anexo 11, se presenta el caso para r=50 y p=0.5. Para todos los parámetros poblacionales la varianza del método Jacknife resulta ser mayor frente al método convencional.

En el Anexo 6, podemos observar los histogramas de frecuencia de los estimadores para el primer estadístico de orden utilizando la estimación Jacknife y utilizando la estimación convencional.

**Tabla XVI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 12.820 | 10.360 | 8.860 | 8.340 | 7.420 |
| **Varianza** | 5.498 | 2.766 | 0.776 | 0.678 | 0.249 |
| **Asimetría** | -0.319 | -0.102 | 0.456 | 0.633 | 0.324 |
| **Error de Estimación Promedio** | 5.820 | 3.360 | 1.860 | 1.340 | 0.420 |
| **Kurtosis** | 2.962 | 2.212 | 2.732 | 3.986 | 1.105 |
| **Mínimo** | 7.000 | 7.000 | 7.000 | 7.000 | 7.000 |
| **Máximo** | 18.000 | 13.000 | 11.000 | 11.000 | 8.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 14.034 | 11.989 | 8.727 | 8.614 | 7.977 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 7.034 | 4.989 | 1.727 | 1.614 | 0.977 |
| **Sesgo de Estimación** | 5.820 | 3.360 | 1.860 | 1.340 | 0.420 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XVII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 10.900 | 9.072 | 7.939 | 7.647 | 6.941 |
| **Varianza** | 9.129 | 6.281 | 2.117 | 1.649 | 0.994 |
| **Asimetría** | -0.510 | -0.739 | 0.145 | 0.008 | -0.252 |
| **Error de Estimación Promedio** | 4.268 | 2.768 | 1.325 | 1.121 | 0.859 |
| **Kurtosis** | 2.641 | 3.344 | 2.426 | 3.079 | 1.699 |
| **Mínimo** | 3.800 | 2.400 | 5.040 | 5.020 | 5.004 |
| **Máximo** | 16.000 | 13.000 | 11.000 | 11.000 | 8.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 16.230 | 11.835 | 9.744 | 9.005 | 7.880 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 9.230 | 3.835 | 2.744 | 2.005 | 0.880 |
| **Sesgo de Estimación** | 3.900 | 2.072 | 0.939 | 0.647 | -0.059 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

 **4.2.3 Estimadores para la distribución Binomial**

 Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, anteriormente indicados, se generaron a partir de una distribución Binomial, , la gráfica de esta distribución se muestra en el Anexo 1.

La media poblacional es np = 16. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional para el parámetro se pudo apreciar que se obtuvieron los mismos resultados con tres dígitos de precisión para los valores de los estimadores y sus respectivas medidas descriptivas, así tenemos la media, varianza, asimetría de la distribución, sesgo de estimación promedio, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza para los estimadores y longitud promedio del intervalo de confianza; como se puede observar en la Tabla XVIII y en la Tabla XIX. Sin embargo para tamaños muestrales de 5 y 15 logro reducirse la longitud promedio de los intervalos de confianza. Al probar con distintos parámetros poblacionales para la ésta distribución se observo igual situación en todos los casos.

También podemos apreciar en el Anexo 5, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son iguales.

**Tabla XVIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 15.968 | 15.955 | 16.003 | 15.987 | 15.994 |
| **Varianza** | 0.375 | 0.164 | 0.066 | 0.033 | 0.005 |
| **Asimetría** | 0.516 | 0.198 | 0.198 | -0.021 | -0.379 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.480 | 0.349 | 0.196 | 0.146 | 0.054 |
| **Kurtosis** | 3.030 | 2.108 | 3.183 | 2.767 | 3.464 |
| **Mínimo** | 14.800 | 15.267 | 15.340 | 15.540 | 15.790 |
| **Máximo** | 17.600 | 16.867 | 16.560 | 16.440 | 16.142 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 12.537 | 13.915 | 15.516 | 15.639 | 15.837 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 19.399 | 17.994 | 16.490 | 16.335 | 16.150 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 6.862 | 4.079 | 0.974 | 0.697 | 0.314 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.032 | -0.045 | 0.003 | -0.013 | -0.007 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XIX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 15.968 | 15.955 | 16.003 | 15.987 | 15.994 |
| **Varianza** | 0.375 | 0.164 | 0.066 | 0.033 | 0.005 |
| **Asimetría** | 0.516 | 0.198 | 0.198 | -0.021 | -0.379 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.480 | 0.349 | 0.196 | 0.146 | 0.054 |
| **Kurtosis** | 3.030 | 2.108 | 3.183 | 2.767 | 3.464 |
| **Mínimo** | 14.800 | 15.267 | 15.340 | 15.540 | 15.790 |
| **Máximo** | 17.600 | 16.867 | 16.560 | 16.440 | 16.142 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 13.837 | 14.976 | 15.516 | 15.639 | 15.837 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 18.099 | 16.933 | 16.490 | 16.335 | 16.150 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4.261 | 1.957 | 0.974 | 0.697 | 0.314 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.032 | -0.045 | 0.003 | -0.013 | -0.007 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza poblacional es de 3.2. Analizando los resultados como se puede apreciar en la Tabla XX y en la Tabla XXI, para todos los tamaños muestrales la varianza del estimador, el error de estimación promedio, el sesgo de estimación y la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% utilizando la estimación Jacknife son mayores en magnitud que al utilizar la estimación convencional, así mismo al analizar las medidas descriptivas se puede apreciar que a medida que aumenta el tamaño muestral son similares.

 Probando distintos valores para los parámetros poblacionales al estimar la varianza poblacional se puede apreciar la misma situación.

En el Anexo 5 podemos observar la forma de los histogramas para las distribuciones de los estimadores obtenidos por el método de estimación Jacknife y por el método de estimación convencional.

**Tabla XX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.190 | 3.069 | 3.131 | 3.200 | 3.227 |
| **Varianza** | 2.105 | 1.062 | 0.507 | 0.339 | 0.051 |
| **Asimetría** | 1.092 | 1.133 | 0.623 | 0.498 | -0.103 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.566 | 0.763 | 0.558 | 0.463 | 0.171 |
| **Kurtosis** | 3.548 | 4.609 | 3.026 | 2.452 | 2.854 |
| **Mínimo** | 0.240 | 1.022 | 1.694 | 2.234 | 2.717 |
| **Máximo** | 6.160 | 6.089 | 4.872 | 4.508 | 3.671 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 2.230 | 2.492 | 2.867 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 6.265 | 5.844 | 4.963 | 4.362 | 3.675 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 6.265 | 5.844 | 2.733 | 1.870 | 0.809 |
| **Sesgo de Estimación** | -1.010 | -0.131 | -0.069 | - | 0.027 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 4.799 | 3.552 | 3.275 | 3.265 | 3.240 |
| **Varianza** | 28.901 | 1.454 | 0.569 | 0.358 | 0.052 |
| **Asimetría** | 3.292 | 1.272 | 0.650 | 0.521 | -0.101 |
| **Error de Estimación Promedio** | 2.781 | 0.786 | 0.573 | 0.477 | 0.175 |
| **Kurtosis** | 14.523 | 5.190 | 3.070 | 2.500 | 2.857 |
| **Mínimo** | 0.323 | 1.139 | 1.755 | 2.273 | 2.727 |
| **Máximo** | 29.536 | 7.507 | 5.201 | 4.663 | 3.689 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.501 | 1.630 | 2.136 | 2.484 | 2.858 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 920.472 | 8.605 | 5.067 | 4.298 | 3.673 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 919.971 | 6.976 | 2.931 | 1.814 | 0.814 |
| **Sesgo de Estimación** | 1.599 | 0.352 | 0.075 | 0.065 | 0.040 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El primer estadístico de orden es 0. Al analizar los resultados obtenidos para el estimador de este parámetro poblacional, como se puede observar en la Tabla XXII y en la Tabla XXIII, con todos los tamaños muestrales trabajados el sesgo de estimación, y error de estimación promedio resultó ser menor utilizando la estimación Jacknife que al utilizar la estimación convencional, sin embargo la varianza resultó ser mayor en todos los casos, los valores de los estimadores obtenidos se encuentran en el dominio de la función de probabilidad. Al probar distintos valores para los parámetros poblacionales observamos que para p>0.7, se logra reducir el sesgo de estimación y para otros valores de p, el método Jacknife no funciona ya que se obtienen valores fuera del dominio de la función de probabilidad, en el Anexo 11 se presenta el caso de n=20 y p=0.2.

En el Anexo 5, podemos observar que las distribuciones de los estimadores obtenidos por el método Jacknife y por el método convencional, no son iguales en ninguno de los casos, pero si son muy similares como se puede constatar al observar en la Tabla XXII y en la Tabla XXIII con los coeficientes de asimetría los cuales son negativos por tanto las distribuciones están sesgadas a la izquierda, además del coeficiente de kurtosis.

**Tabla XXII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 13.760 | 12.600 | 11.700 | 11.100 | 9.860 |
| **Varianza** | 1.411 | 2.122 | 0.949 | 0.827 | 0.980 |
| **Asimetría** | -0.117 | -0.160 | -0.174 | -0.527 | -0.610 |
| **Error de Estimación Promedio** | 13.760 | 12.600 | 11.700 | 11.100 | 9.860 |
| **Kurtosis** | 2.415 | 2.646 | 3.148 | 2.873 | 2.933 |
| **Mínimo** | 11.000 | 9.000 | 9.000 | 9.000 | 7.000 |
| **Máximo** | 16.000 | 15.000 | 14.000 | 13.000 | 11.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 3.563 | 4.371 | 1.909 | 1.782 | 1.940 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.563 | 4.371 | 1.909 | 1.782 | 1.940 |
| **Sesgo de Estimación** | 13.760 | 12.600 | 11.700 | 11.100 | 9.860 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 12.864 | 11.629 | 10.994 | 10.328 | 9.181 |
| **Varianza** | 2.739 | 5.110 | 2.070 | 2.324 | 3.043 |
| **Asimetría** | -0.247 | -0.703 | -0.649 | -0.618 | -0.859 |
| **Error de Estimación Promedio** | 12.864 | 11.629 | 10.994 | 10.328 | 9.181 |
| **Kurtosis** | 2.767 | 3.690 | 4.450 | 2.978 | 2.917 |
| **Mínimo** | 8.600 | 4.333 | 6.060 | 6.030 | 5.004 |
| **Máximo** | 16.000 | 15.000 | 14.000 | 13.000 | 11.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 10.377 | 9.547 | 9.611 | 8.814 | 7.851 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 15.351 | 13.711 | 12.377 | 11.841 | 10.512 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4.975 | 4.164 | 2.766 | 3.027 | 2.660 |
| **Sesgo de Estimación** | 12.864 | 11.629 | 10.994 | 10.328 | 9.181 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El último estadístico de orden poblacional es 20. Al analizar los resultados obtenidos como se muestra en la Tabla XXIV y en la Tabla XXV, el método de estimación Jacknife no funciona ya que se obtienen valores de los estimadores que no se encuentran en el dominio de la función de probabilidad por ejemplo el máximo valor de los estimadores obtenidos para un tamaño muestral de 5 es 24 y el máximo valor del dominio de la función de probabilidad es 20, igual situación ocurre con los tamaños muestrales 15, 50, 100 y 500.

El método de estimación convencional si funciona frente al método de estimación Jacknife.

 Al probar con distintos valores para los parámetros poblacionales pudimos observar que para p<0.4, el método de estimación Jacknife funciona logrando reducir el error de estimación, longitud promedio de los intervalos de confianza y sesgo de estimación, la varianza resultó ser mayor en todos los casos. En el Anexo 11 presentamos el caso para n=20 y p=0.2.

 En el Anexo 5 se muestran los histogramas para las distribuciones obtenidas de los estimadores, utilizando el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional.

**Tabla XXIV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 17.880 | 18.920 | 19.460 | 19.540 | 20.000 |
| **Varianza** | 0.924 | 0.483 | 0.335 | 0.254 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.177 | 0.105 | -0.481 | -0.161 |  |
| **Error de Estimación Promedio** | 2.120 | 1.080 | 0.540 | 0.460 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 2.400 | 2.108 | 2.271 | 1.026 |  |
| **Mínimo** | 16.000 | 18.000 | 18.000 | 19.000 | 20.000 |
| **Máximo** | 20.000 | 20.000 | 20.000 | 20.000 | 20.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 14.996 | 16.835 | 18.325 | 18.553 | 20.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 20.764 | 21.006 | 20.595 | 20.527 | 20.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 5.768 | 4.171 | 2.269 | 1.974 | 0.000 |
| **Sesgo de Estimación** | -2.120 | -1.080 | -0.540 | -0.460 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 18.712 | 19.555 | 19.872 | 19.837 | 20.060 |
| **Varianza** | 2.152 | 1.156 | 0.987 | 0.742 | 0.057 |
| **Asimetría** | 0.789 | 0.019 | 0.111 | 0.308 | 3.706 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.576 | 0.856 | 0.873 | 0.757 | 0.060 |
| **Kurtosis** | 4.702 | 2.308 | 1.740 | 1.429 | 14.731 |
| **Mínimo** | 16.000 | 18.000 | 18.000 | 19.000 | 20.000 |
| **Máximo** | 24.000 | 21.867 | 21.960 | 20.990 | 20.998 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 16.402 | 18.193 | 19.065 | 19.255 | 19.943 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 21.022 | 20.916 | 20.678 | 20.419 | 20.177 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4.619 | 2.723 | 1.614 | 1.164 | 0.235 |
| **Sesgo de Estimación** | -1.288 | -0.445 | -0.128 | -0.163 | 0.060 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**4.2.4 Estimadores para la distribución Hipergeométrica**

Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5, la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 1.

La media poblacional es de 2.5. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional para este parámetro se pudo apreciar que se obtuvieron los mismos resultados, los valores de los estimadores coincidían y por tanto las distribuciones con sus respectivas medidas descriptivas también coincidían, así tenemos los mismos valores para la media, varianza, asimetría, sesgo de estimación, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza para los estimadores y longitud promedio del intervalo de confianza; como se puede observar en la Tabla XXVI y en la Tabla XXVII, sin embargo la longitud promedio de los intervalos logro reducirse para tamaños muestrales de 5 y 15, probando distintos valores de los parámetros poblacionales, la situación fue la misma.

También podemos apreciar en el Anexo 6, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son iguales.

**Tabla XXVI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.608 | 2.483 | 2.480 | 2.522 | 2.500 |
| **Varianza** | 0.232 | 0.078 | 0.028 | 0.012 | 0.002 |
| **Asimetría** | 0.219 | -0.057 | -0.227 | -0.225 | 0.178 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.396 | 0.232 | 0.129 | 0.085 | 0.039 |
| **Kurtosis** | 2.393 | 2.098 | 3.035 | 3.432 | 2.044 |
| **Mínimo** | 1.600 | 1.933 | 2.060 | 2.220 | 2.418 |
| **Máximo** | 3.600 | 2.933 | 2.800 | 2.760 | 2.598 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.743 | 1.299 | 2.193 | 2.319 | 2.409 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 4.473 | 3.666 | 2.766 | 2.726 | 2.590 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.731 | 2.367 | 0.573 | 0.407 | 0.181 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.108 | -0.017 | -0.020 | 0.022 | -0.001 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXVII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.608 | 2.483 | 2.480 | 2.522 | 2.500 |
| **Varianza** | 0.232 | 0.078 | 0.028 | 0.012 | 0.002 |
| **Asimetría** | 0.219 | -0.057 | -0.227 | -0.225 | 0.178 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.396 | 0.232 | 0.129 | 0.085 | 0.039 |
| **Kurtosis** | 2.393 | 2.098 | 3.035 | 3.432 | 2.044 |
| **Mínimo** | 1.600 | 1.933 | 2.060 | 2.220 | 2.418 |
| **Máximo** | 3.600 | 2.933 | 2.800 | 2.760 | 2.598 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.450 | 1.915 | 2.193 | 2.319 | 2.409 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 3.766 | 3.051 | 2.766 | 2.726 | 2.590 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.317 | 1.136 | 0.573 | 0.407 | 0.181 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.108 | -0.017 | -0.020 | 0.022 | -0.001 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza poblacional es de 1.07759. Al analizar los resultados obtenidos como se muestra en la Tabla XVIII y en la Tabla XXIX, la variabilidad del estimador con respecto a su media, el sesgo de estimación promedio es decir en promedio cuan alejado se encuentran los estimadores del parámetro poblacional y el error de estimación es mayor al utilizar la estimación Jacknife que al utilizar el método de estimación convencional, la longitud promedio de los intervalos logra reducirse en este caso sin embargo no es significativamente mayor, al probar distintos valores de los parámetros poblacionales no el método Jacknife no logro reducir la varianza, error de estimación promedio, sesgo de estimación y longitud promedio de los intervalos de confianza.

En el Anexo 6, podemos observar los histogramas de los estimadores para la varianza poblacional, utilizando el método de estimación Jacknife así como al utilizar el método de estimación convencional, además podemos observar la forma de la distribución y constatándolo en la Tabla XXVIII y en la Tabla XXIX, por medio de los coeficientes de sesgo y kurtosis.

**Tabla XXVIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.988 | 1.042 | 1.065 | 1.036 | 1.076 |
| **Varianza** | 0.342 | 0.157 | 0.031 | 0.015 | 0.004 |
| **Asimetría** | 0.934 | 1.495 | 0.043 | 0.250 | 0.146 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.490 | 0.298 | 0.130 | 0.109 | 0.051 |
| **Kurtosis** | 3.352 | 6.233 | 3.856 | 2.203 | 2.689 |
| **Mínimo** | 0.200 | 0.495 | 0.581 | 0.808 | 0.953 |
| **Máximo** | 2.700 | 2.552 | 1.511 | 1.301 | 1.236 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.000 | 0.758 | 0.807 | 0.956 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.541 | 2.101 | 1.688 | 1.412 | 1.226 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.541 | 2.101 | 0.930 | 0.606 | 0.270 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.090 | -0.036 | -0.012 | -0.042 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXIX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.988 | 1.042 | 1.065 | 1.036 | 1.076 |
| **Varianza** | 0.342 | 0.157 | 0.031 | 0.015 | 0.004 |
| **Asimetría** | 0.934 | 1.495 | 0.043 | 0.250 | 0.146 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.490 | 0.298 | 0.130 | 0.109 | 0.051 |
| **Kurtosis** | 3.352 | 6.233 | 3.856 | 2.203 | 2.689 |
| **Mínimo** | 0.200 | 0.495 | 0.581 | 0.808 | 0.953 |
| **Máximo** | 2.700 | 2.552 | 1.511 | 1.301 | 1.236 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.272 | 0.672 | 0.772 | 0.952 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.690 | 1.812 | 1.458 | 1.300 | 1.200 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.690 | 1.540  | 0.786 | 0.528 | 0.248 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.090 | -0.036 | -0.012 | -0.042 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El estadístico de primer orden es 0. Al analizar los resultados que se encuentran en la Tabla XXX y en la Tabla XXXI, podemos notar que al estimar por el método Jacknife el primer estadístico, este no funciona, ya que obtenemos valores para los estimadores negativos, los mismos que no se encuentran en el dominio de la función, esto lo podemos constatar al observar los mínimos valores de los 50 estimadores obtenidos para los tamaños muestrales 5, 15, 50, 100 y 500. El método de estimación Jacknife no funciona al estimar el primer estadístico de orden.

Al probar con distintos valores para los parámetros poblacionales de la distribución Hipergeométrica la estimación Jacknife no funcionó en ningún caso.

En el Anexo 6, se presentan los histogramas para los estimadores obtenidos utilizando el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional.

**Tabla XXX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 1.240 | 0.760 | 0.240 | 0.100 | 0.000 |
| **Varianza** | 0.635 | 0.349 | 0.186 | 0.092 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.281 | 0.102 | 1.218 | 2.667 |  |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.240 | 0.760 | 0.240 | 0.100 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 2.708 | 2.541 | 2.483 | 8.111 |  |
| **Mínimo** | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Máximo** | 3.000 | 2.000 | 1.000 | 1.000 | 0.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.391 | 1.773 | 0.846 | 0.594 | 0.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.391 | 1.773 | 0.846 | 0.594 | 0.000 |
| **Sesgo de Estimación** | 1.240 | 0.760 | 0.240 | 0.100 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXXI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.632 | 0.293 | -0.211 | -0.078 | 0.000 |
| **Varianza** | 1.588 | 1.024 | 0.650 | 0.276 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.204 | -0.302 | 0.431 | -0.077 |  |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.136 | 0.891 | 0.691 | 0.278 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 2.539 | 2.184 | 1.668 | 3.553 |  |
| **Mínimo** | -1.600 | -1.867 | -0.980 | -0.990 | 0.000 |
| **Máximo** | 3.000 | 2.000 | 1.000 | 1.000 | 0.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.056 | -0.708 | -1.094 | -0.428 | 0.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.320 | 1.294 | 0.673 | 0.271 | 0.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.376 | 2.002 | 1.767 | 0.699 | 0.000 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.632 | 0.293 | -0.211 | -0.078 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El último estadístico de orden de la población es 5. Al analizar los resultados obtenidos los cuales se muestran en la Tabla XXXII y en la Tabla XXXIII, podemos notar que el método Jacknife al igual que sucede al estimar el estadístico de primer orden no funciona, ya que obtenemos valores para el estimador que no se encuentran en el dominio de la función, como lo podemos constatar al observar los máximos valores obtenidos para los tamaños muestrales de 5, 15, 50, y 100 con el método Jacknife, donde se obtienen valores mayores a 5 que no están definidos en el dominio de la función de probabilidad.

El método convencional para estimar el primer estadístico de orden funciona frente a la estimación Jacknife.

Al probar con distintos valores para los parámetros poblacionales de la distribución Hipergeométrica igual que en el caso para el primer estadístico de orden el método de estimación Jacknife no funciona.

En el Anexo 6, podemos observar los histogramas para los estimadores obtenidos utilizando la estimación convencional y la estimación Jacknife.

**Tabla XXXII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 3.600 | 4.260 | 4.700 | 4.840 | 5.000 |
| **Varianza** | 0.571 | 0.278 | 0.214 | 0.137 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.515 | 0.211 | -0.873 | -1.855 | NaN |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.400 | 0.740 | 0.300 | 0.160 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 2.367 | 2.612 | 1.762 | 4.441 | NaN |
| **Mínimo** | 2.000 | 3.000 | 4.000 | 4.000 | 5.000 |
| **Máximo** | 5.000 | 5.000 | 5.000 | 5.000 | 5.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.332 | 2.678 | 3.793 | 4.114 | 4.114 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 5.868 | 5.842 | 5.607 | 5.566 | 5.566 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4.536 | 3.163 | 1.815 | 1.452 | 1.452 |
| **Sesgo de Estimación** | -1.400 | -0.740 | -0.300 | -0.160 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXXIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 4.128 | 4.727 | 5.053 | 5.097 | 5.000 |
| **Varianza** | 1.404 | 0.786 | 0.656 | 0.414 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.555 | 0.177 | -0.123 | -0.105 |  |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.240 | 0.796 | 0.653 | 0.417 | 0.000 |
| **Kurtosis** | 2.401 | 1.808 | 1.535 | 2.417 |  |
| **Mínimo** | 2.000 | 3.000 | 4.000 | 4.000 | 5.000 |
| **Máximo** | 6.600 | 5.933 | 5.980 | 5.990 | 5.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.662 | 3.726 | 4.361 | 4.593 | 5.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 5.594 | 5.728 | 5.744 | 5.602 | 5.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.932 | 2.002 | 1.383 | 1.009 | 0.000 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.872 | -0.273 | 0.053 | 0.097 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

* 1. **Estimadores para distribuciones continuas**

**4.3.1 Estimadores para la distribución exponencial**

Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Exponencial con parámetros β=36, la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 2.

La media poblacional es 36. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional para este parámetro se pudo apreciar que se obtuvieron los mismos resultados, los valores de los estimadores coincidían y por tanto las distribuciones con sus respectivas medidas descriptivas también coincidían con tres dígitos de precisión, así tenemos los mismos valores para la media, varianza, asimetría, sesgo de estimación, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza para los estimadores, y longitud promedio del intervalo de confianza; como se puede observar en la Tabla XXXIV y en la Tabla XXXV. Sin embargo, se pudo notar que para los tamaños muestrales 5 y 15 la longitud promedio de los intervalos de confianza es menor al utilizar el método de estimación Jacknife. También podemos apreciar en el Anexo 7, que los histogramas de frecuencia utilizando ambos métodos de estimación coinciden.

**Tabla XXXIV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 37.233 | 36.601 | 37.023 | 35.555 | 36.206 |
| **Varianza** | 219.418 | 64.221 | 32.251 | 13.529 | 2.975 |
| **Asimetría** | 0.247 | 0.275 | 0.558 | 0.239 | -0.046 |
| **Error de Estimación Promedio** | 12.225 | 6.179 | 4.313 | 3.020 | 1.457 |
| **Kurtosis** | 2.452 | 2.833 | 2.699 | 2.491 | 2.322 |
| **Mínimo** | 10.252 | 19.649 | 25.509 | 28.480 | 32.486 |
| **Máximo** | 73.026 | 54.500 | 49.423 | 44.263 | 39.793 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 26.808 | 28.639 | 33.069 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 102.992 | 77.411 | 47.237 | 42.470 | 39.343 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 102.992 | 77.411 | 20.429 | 13.831 | 6.274 |
| **Sesgo de Estimación** | 1.233 | 0.601 | 1.023 | -0.446 | 0.206 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXXV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 37.233 | 36.601 | 37.023 | 35.555 | 36.206 |
| **Varianza** | 219.418 | 64.221 | 32.251 | 13.529 | 2.975 |
| **Asimetría** | 0.247 | 0.275 | 0.558 | 0.239 | -0.046 |
| **Error de Estimación Promedio** | 12.225 | 6.179 | 4.313 | 3.020 | 1.457 |
| **Kurtosis** | 2.452 | 2.833 | 2.699 | 2.491 | 2.322 |
| **Mínimo** | 10.252 | 19.649 | 25.509 | 28.480 | 32.486 |
| **Máximo** | 73.026 | 54.500 | 49.423 | 44.263 | 39.793 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 17.017 | 26.808 | 28.639 | 33.069 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 78.072 | 56.184 | 47.237 | 42.470 | 39.343 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 78.072 | 39.167 | 20.429 | 13.831 | 6.274 |
| **Sesgo de Estimación** | 1.233 | 0.601 | 1.023 | -0.446 | 0.206 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La mediana poblacional es 24.953. Al analizar los resultados obtenidos y presentados en la Tabla XXXVI y en la Tabla XXXVII, podemos observar que el método de estimación Jacknife no funciona ya que se obtienen valores negativos para los estimadores los cuales no se encuentran en el dominio de la función, por ejemplo los valores mínimos observados para tamaños muestrales de 5 y 15 son negativos.

 Pese a esta situación se puede apreciar que para tamaños muestrales pares, el método Jacknife proporciona con una precisión de tres dígitos los mismos resultados que al utilizar el método de estimación convencional para estimar la mediana poblacional

Al probar con distintos valores para el parámetro poblacional β de la distribución exponencial obtuvimos similares situaciones en cada uno de los casos analizados.

 En el Anexo 7, observamos los histogramas de los estimadores de la mediana, utilizando la estimación Jacknife y utilizando la estimación convencional. Donde se aprecia que para tamaños muestrales pares los histogramas tienen la misma forma.

**Tabla XXXVI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 28.765 | 27.696 | 26.337 | 25.150 | 25.059 |
| **Varianza** | 239.715 | 84.468 | 23.072 | 11.270 | 2.608 |
| **Asimetría** | 1.079 | 0.252 | 0.013 | 0.513 | 0.252 |
| **Error de Estimación Promedio** | 11.504 | 7.197 | 4.195 | 2.602 | 1.286 |
| **Kurtosis** | 4.189 | 3.297 | 2.148 | 2.802 | 2.714 |
| **Mínimo** | 5.515 | 8.444 | 17.538 | 18.192 | 22.031 |
| **Máximo** | 74.278 | 54.262 | 36.107 | 32.960 | 29.028 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 14.139 | 17.185 | 21.203 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 67.565 | 50.325 | 32.969 | 30.345 | 27.533 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 67.565 | 50.325 | 18.829 | 13.160 | 6.330 |
| **Sesgo de Estimación** | 3.812 | 2.743 | 1.383 | 0.197 | 0.105 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXXVII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 21.072 | 29.181 | 26.337 | 25.150 | 25.059 |
| **Varianza** | 992.215 | 788.894 | 23.072 | 11.270 | 2.608 |
| **Asimetría** | -0.520 | 0.236 | 0.013 | 0.513 | 0.252 |
| **Error de Estimación Promedio** | 23.801 | 20.352 | 4.195 | 2.602 | 1.286 |
| **Kurtosis** | 4.127 | 4.592 | 2.148 | 2.802 | 2.714 |
| **Mínimo** | -74.740 | -48.003 | 17.538 | 18.192 | 22.031 |
| **Máximo** | 85.555 | 119.927 | 36.107 | 32.960 | 29.028 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -16.800 | 6.914 | 15.761 | 16.664 | 22.190 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 58.944 | 51.449 | 36.912 | 33.636 | 27.927 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 75.743 | 44.536 | 21.151 | 16.972 | 5.737 |
| **Sesgo de Estimación** | -3.882 | 4.228 | 1.383 | 0.197 | 0.105 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

Según los datos analizados pudimos observar que para tamaños muestrales pares de 50, 100 y 500, con la estimación Jacknife se obtenían los mismos resultados con la estimación convencional y en el caso del tamaño muestral 500 se logro reducir la longitud promedio del intervalo de confianza, por tanto decidimos analizar los resultados para tamaños muestrales pares pequeños 8, 10, 16, 20 y 30.

Analizando los tamaños muestrales indicados anteriormente, se pudo apreciar que las medidas descriptivas coincidían con tres dígitos de precisión al utilizar ambos métodos de estimación, sin embargo, la longitud promedio de los intervalos de confianza logro reducirse notablemente al utilizar el método de estimación Jacknife frente a la estimación convencional, como se puede apreciar en la Tabla XXXVIII y en la Tabla XXXIX.

Al probar los métodos de estimación Jacknife y convencional con distintos valores para el parámetro poblacional β se obtuvieron situaciones similares.

**Tabla XXXVIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 28.315 | 25.327 | 23.188 | 27.304 | 24.192 |
| **Varianza** | 146.759 | 139.309 | 84.402 | 74.085 | 40.475 |
| **Asimetría** | 0.154 | 1.076 | 0.295 | 0.146 | 0.329 |
| **Error de Estimación Promedio** | 10.453 | 8.808 | 8.064 | 6.982 | 4.850 |
| **Kurtosis** | 2.143 | 3.785 | 1.968 | 2.624 | 3.017 |
| **Mínimo** | 8.640 | 10.277 | 7.940 | 9.006 | 11.504 |
| **Máximo** | 54.603 | 57.997 | 41.435 | 46.038 | 40.267 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 5.158 | 4.315 | 0 | 0 | 3.072 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 51.472 | 46.338 | 47.611 | 48.667 | 41.244 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 46.314 | 42.024 | 47.611 | 48.667 | 38.172 |
| **Sesgo de Estimación** | 3.362 | 0.373 | -1.766 | 2.351 | -0.762 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XXXIX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 28.315 | 25.327 | 23.188 | 27.304 | 24.192 |
| **Varianza** | 146.759 | 139.309 | 84.402 | 74.085 | 40.475 |
| **Asimetría** | 0.154 | 1.076 | 0.295 | 0.146 | 0.329 |
| **Error de Estimación Promedio** | 10.453 | 8.808 | 8.064 | 6.982 | 4.850 |
| **Kurtosis** | 2.143 | 3.785 | 1.968 | 2.624 | 3.017 |
| **Mínimo** | 8.640 | 10.277 | 7.940 | 9.006 | 11.504 |
| **Máximo** | 54.603 | 57.997 | 41.435 | 46.038 | 40.267 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0 | 0 | 3.072 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 57.751 | 56.170 | 47.611 | 48.467 | 41.244 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 57.751 | 56.170 | 47.611 | 48.467 | 38.172 |
| **Sesgo de Estimación** | 3.362 | 0.373 | -1.766 | 2.351 | -0.762 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza de la población es 1296. Al analizar los resultados obtenidos y presentados en la Tabla XL y en la Tabla XLI, observamos que el sesgo de estimación y la varianza del estimador utilizando la estimación Jacknife nos proporciona valores para el sesgo de estimación, longitud promedio de los intervalos de confianza, error de estimación promedio y varianza mayores en magnitud que al utilizar la estimación convencional. Todas las medidas descriptivas obtenidas para tamaños muestrales grandes como 500, eran similares utilizando el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional.

Se probaron distintos valores para el parámetro poblacional β de la distribución exponencial, y las situaciones obtenidas eran similares en las simulaciones realizadas.

En el Anexo 7, presentamos los histogramas de los estimadores utilizando los métodos de estimación Jacknife y el método de estimación convencional, así mismo podemos observar la forma de la distribución de los estimadores, las cuales se explican con los coeficientes de asimetría y de kurtosis presentados en la Tabla XL y en la Tabla XLI.

**Tabla XL**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 1167.6 | 1119.6 | 1319.0 | 1373.8 | 1266.8 |
| **Varianza** | 1952663.2 | 654332.1 | 233944.5 | 173847.0 | 29777.9 |
| **Asimetría** | 2.0 | 1.9 | 1.0 | 0.9 | 0.8 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1059.5 | 629.2 | 361.1 | 317.3 | 142.5 |
| **Kurtosis** | 7.8 | 7.4 | 3.9 | 2.8 | 3.4 |
| **Mínimo** | 41.3 | 183.2 | 564.8 | 777.4 | 952.9 |
| **Máximo** | 7053.5 | 4354.5 | 2697.1 | 2422.5 | 1782.8 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.0 | 0.0 | 939.2 | 1069.7 | 1125.5 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 4895.8 | 3320.5 | 2090.4 | 1872.6 | 1442.9 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4895.8 | 3320.5 | 1151.2 | 802.9 | 317.4 |
| **Sesgo de Estimación** | -128.4 | -176.4 | 23.0 | 77.8 | -29.2 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XLI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 4436.9 | 1542.1 | 1496.3 | 1446.6 | 1279.5 |
| **Varianza** | 86676246.9 | 1607554.7 | 396519.2 | 205173.0 | 31512.6 |
| **Asimetría** | 3.9 | 1.8 | 1.2 | 0.9 | 0.8 |
| **Error de Estimación Promedio** | 3876.7 | 855.6 | 452.5 | 342.1 | 142.4 |
| **Kurtosis** | 18.8 | 5.9 | 4.2 | 3.0 | 3.7 |
| **Mínimo** | 71.0 | 212.7 | 657.7 | 808.1 | 960.8 |
| **Máximo** | 52277.1 | 5683.2 | 3231.9 | 2635.6 | 1838.3 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 140.8 | 382.3 | 655.2 | 828.5 | 1004.6 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 64285005.0 | 11413.4 | 4226.6 | 2585.6 | 1635.0 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 64284864.3 | 11031.1 | 3571.4 | 1757.1 | 630.3 |
| **Sesgo de Estimación** | 3140.9 | 246.1 | 200.3 | 150.6 | -16.5 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El primer estadístico de orden es 0. Al analizar los resultados obtenidos estimando el primer estadístico de orden mediante la estimación convencional y la estimación Jacknife para distintos tamaños muestrales, como podemos observar en la Tabla XLII y en la Tabla XLIII, el método de estimación Jacknife no funciona ya que nos proporciona valores que no se encuentran en el dominio de la función, por ejemplo los mínimos valores obtenidos para todos los tamaños muestrales son negativos, y la función de densidad se encuentra definida para valores mayores a cero, esta situación no sucede al estimar el primer estadístico de orden utilizando la estimación convencional.

Al probar para distintos valores del parámetro poblacional β de la distribución exponencial se pudo apreciar que en todos los casos el método de estimación Jacknife no funcionó al estimar el mínimo valor.

En el Anexo 7, podemos observar los histogramas para los estimadores obtenidos mediante la estimación convencional y la estimación Jacknife, la forma de las distribuciones de los estimadores se explican mediante los coeficientes de asimetría y de kurtosis presentados en la Tabla XLII y en la Tabla XLIII.

**Tabla XLII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 7.060 | 1.605 | 0.580 | 0.309 | 0.092 |
| **Varianza** | 34.464 | 1.883 | 0.485 | 0.061 | 0.008 |
| **Asimetría** | 0.808 | 3.056 | 1.957 | 0.523 | 1.936 |
| **Error de Estimación Promedio** | 7.060 | 1.605 | 0.580 | 0.309 | 0.092 |
| **Kurtosis** | 2.544 | 15.792 | 6.413 | 2.058 | 7.940 |
| **Mínimo** | 0.041 | 0.245 | 0.016 | 0.005 | 0.005 |
| **Máximo** | 19.832 | 8.733 | 3.174 | 0.813 | 0.476 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 17.625 | 4.116 | 1.366 | 0.486 | 0.179 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 17.625 | 4.116 | 1.366 | 0.486 | 0.179 |
| **Sesgo de Estimación** | 7.060 | 1.605 | 0.580 | 0.309 | 0.092 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XLIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.188 | -0.896 | 0.004 | -0.179 | -0.005 |
| **Varianza** | 57.496 | 7.145 | 0.826 | 0.264 | 0.019 |
| **Asimetría** | -0.192 | -0.949 | 0.080 | -0.842 | -0.487 |
| **Error de Estimación Promedio** | 5.794 | 1.805 | 0.650 | 0.390 | 0.101 |
| **Kurtosis** | 2.933 | 8.555 | 3.766 | 4.341 | 5.250 |
| **Mínimo** | -18.615 | -11.697 | -2.688 | -1.886 | -0.479 |
| **Máximo** | 16.080 | 7.716 | 1.924 | 0.770 | 0.384 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -20.308 | -6.259 | -1.123 | -1.135 | -0.196 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 19.932 | 4.468 | 1.132 | 0.777 | 0.185 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 40.240 | 10.727 | 2.255 | 1.912 | 0.381 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.188 | -0.896 | 0.004 | -0.179 | -0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**4.3.2 Estimadores para la distribución BETA**

Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Beta con parámetros ν=4 y ω=3, la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 2.

La media poblacional es 0.5714. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional se pudo apreciar que se obtuvieron los mismos resultados con tres dígitos de precisión, para los valores de los estimadores con sus respectivas medidas descriptivas como son media, varianza, asimetría, sesgo de estimación promedio, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza para los estimadores, y longitud promedio del intervalo de confianza; sin embargo la longitud promedio de los intervalos de confianza para los tamaños muestrales 5 y 15 resulto ser menor al utilizar la estimación Jacknife frente a la estimación convencional, como se puede observar en la Tabla XLIV y en la Tabla XLV. Al probar distintos valores para los parámetros poblacionales se obtuvieron situaciones similares en todos los casos.

También podemos apreciar en el Anexo 8, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son iguales.

**Tabla XLIV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.560 | 0.573 | 0.570 | 0.573 | 0.569 |
| **Varianza** | 0.008 | 0.003 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.262 | 0.085 | -0.146 | 1.015 | -0.141 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.072 | 0.043 | 0.022 | 0.012 | 0.007 |
| **Kurtosis** | 2.281 | 2.517 | 1.985 | 4.051 | 2.512 |
| **Mínimo** | 0.385 | 0.468 | 0.521 | 0.544 | 0.550 |
| **Máximo** | 0.733 | 0.703 | 0.614 | 0.626 | 0.585 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.269 | 0.377 | 0.522 | 0.539 | 0.554 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.851 | 0.769 | 0.618 | 0.607 | 0.585 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.582 | 0.393 | 0.096 | 0.069 | 0.031 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.011 | 0.001 | -0.002 | 0.002 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XLV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.560 | 0.573 | 0.570 | 0.573 | 0.569 |
| **Varianza** | 0.008 | 0.003 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.262 | 0.085 | -0.146 | 1.015 | -0.141 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.072 | 0.043 | 0.022 | 0.012 | 0.007 |
| **Kurtosis** | 2.281 | 2.517 | 1.985 | 4.051 | 2.512 |
| **Mínimo** | 0.385 | 0.468 | 0.521 | 0.544 | 0.550 |
| **Máximo** | 0.733 | 0.703 | 0.614 | 0.626 | 0.585 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.380 | 0.479 | 0.522 | 0.539 | 0.554 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.741 | 0.667 | 0.618 | 0.607 | 0.585 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.361 | 0.189 | 0.096 | 0.069 | 0.031 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.011 | 0.001 | -0.002 | 0.002 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza de la población es 0.0306. Al analizar los resultados obtenidos podemos observar en la Tabla XLVI y en la Tabla XLVII, que la estimación de la varianza poblacional mediante los métodos de estimación Jacknife y convencional, si bien no dan resultados iguales, dan resultados muy similares en todas las medidas descriptivas, como son la media, el sesgo de estimación, el coeficiente de asimetría, el coeficiente de kurtosis, la longitud de los intervalos de confianza al 95%, etc, esto se debe a que la función de densidad está definida de cero a uno por tanto la variabilidad no es grande en ningún caso.

Al estimar la varianza poblacional, probando con distintos valores para los parámetros poblacionales ν y ω de la distribución Beta obtuvimos situaciones similares en todos los casos.

Así mismo, en el Anexo 8 se muestran los histogramas para los diferentes tamaños muestrales de los estimadores obtenidos mediante el método de estimación Jacknife y mediante el método de estimación convencional, los cuales son muy similares, como es de esperarse debido a los coeficientes de asimetría y de kurtosis mostrados en la Tabla XLVI y en la Tabla XLVII.

**Tabla XLVI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.023 | 0.029 | 0.029 | 0.030 | 0.031 |
| **Varianza** | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 1.011 | 0.234 | 0.422 | -0.022 | 0.724 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.014 | 0.007 | 0.004 | 0.003 | 0.001 |
| **Kurtosis** | 3.550 | 2.683 | 2.773 | 2.541 | 3.696 |
| **Mínimo** | 0.003 | 0.011 | 0.018 | 0.022 | 0.028 |
| **Máximo** | 0.066 | 0.049 | 0.043 | 0.038 | 0.035 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.001 | 0.021 | 0.024 | 0.027 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.064 | 0.052 | 0.046 | 0.041 | 0.035 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.064 | 0.050 | 0.025 | 0.018 | 0.008 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.008 | -0.002 | -0.002 | 0.000 | 0.000 |

 **Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XLVII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.044 | 0.033 | 0.030 | 0.031 | 0.031 |
| **Varianza** | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.985 | 0.136 | 0.408 | -0.020 | 0.721 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.024 | 0.008 | 0.004 | 0.003 | 0.001 |
| **Kurtosis** | 3.384 | 2.500 | 2.770 | 2.524 | 3.692 |
| **Mínimo** | 0.004 | 0.013 | 0.019 | 0.023 | 0.028 |
| **Máximo** | 0.134 | 0.054 | 0.044 | 0.038 | 0.035 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.005 | 0.016 | 0.021 | 0.024 | 0.028 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.344 | 0.074 | 0.042 | 0.039 | 0.035 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.339 | 0.059 | 0.021 | 0.015 | 0.007 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.013 | 0.003 | -0.001 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El último estadístico de orden es 1. Al analizar los resultados obtenidos podemos observar en la Tabla XLVIII y en la Tabla XLIX, que al estimar el último estadístico de orden el método de estimación Jacknife no funciona debido a que los valores de los estimadores no se encuentran en el dominio de la función de densidad, por ejemplo los máximos valores de los estimadores obtenidos para cada tamaño muestral son mayores a uno y el dominio de la función de densidad Beta es de cero a uno, está situación no sucede mediante la estimación convencional.

Al estimar el máximo valor para la distribución Beta, con distintos valores para los parámetros poblacionales ν y ω, podemos concluir que en la mayoría de los casos la estimación Jacknife no proporciona valores de los estimadores fuera del dominio de la función de densidad para ν>0 y ω>20, además el error de estimación, el sesgo de estimación y la longitud promedio de los intervalos de confianza se logra reducir mediante Jacknife frente a la estimación convencional, se muestra un caso en el Anexo 11 para los parámetros ν=2 y ω=20.

En el Anexo 8, podemos observar los histogramas para los estimadores obtenidos mediante el método de estimación Jacknife y mediante el método de estimación convencional.

**Tabla XLVIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.768 | 0.846 | 0.904 | 0.930 | 0.958 |
| **Varianza** | 0.013 | 0.003 | 0.002 | 0.001 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.543 | 0.139 | -0.481 | -0.143 | -0.195 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.232 | 0.154 | 0.096 | 0.070 | 0.042 |
| **Kurtosis** | 2.844 | 2.858 | 2.563 | 1.986 | 1.860 |
| **Mínimo** | 0.470 | 0.701 | 0.810 | 0.872 | 0.928 |
| **Máximo** | 0.954 | 0.977 | 0.977 | 0.983 | 0.989 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.432 | 0.673 | 0.827 | 0.870 | 0.924 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1 | 1 | 0.981 | 0.990 | 0.991 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.568 | 0.327 | 0.154 | 0.120 | 0.067 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.232 | -0.154 | -0.096 | -0.070 | -0.042 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla XLIX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.851 | 0.897 | 0.938 | 0.958 | 0.972 |
| **Varianza** | 0.024 | 0.007 | 0.003 | 0.002 | 0.001 |
| **Asimetría** | -0.240 | 0.340 | -0.140 | 0.073 | -0.011 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.170 | 0.115 | 0.067 | 0.050 | 0.030 |
| **Kurtosis** | 2.197 | 2.323 | 2.433 | 2.118 | 1.907 |
| **Mínimo** | 0.501 | 0.732 | 0.818 | 0.876 | 0.931 |
| **Máximo** | 1.099 | 1.068 | 1.037 | 1.044 | 1.017 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.620 | 0.788 | 0.871 | 0.903 | 0.944 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.082 | 1.007 | 1.006 | 1.014 | 1.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.463 | 0.219 | 0.135 | 0.111 | 0.056 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.149 | -0.103 | -0.062 | -0.042 | -0.028 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El primer estadístico de orden es cero. Al analizar los resultados obtenidos mediante la estimación Jacknife y mediante la estimación convencional, como podemos observar en la Tabla L y en la Tabla LI, la estimación Jacknife no funciona al estimar este parámetro, ya que los valores de los estimadores no se encuentran en el dominio de la función de densidad, por ejemplo los mínimos valores obtenidos de los estimadores son negativos y la función de densidad de la distribución Beta se encuentra definida de cero a uno.

Al estimar el mínimo valor para la distribución Beta, con distintos valores para los parámetros poblacionales ν y ω, podemos concluir que en la mayoría de los casos la estimación Jacknife no proporciona valores de los estimadores fuera del dominio de la función de densidad para ν>20 y ω>0, además el error de estimación y el sesgo de estimación se logra reducir mediante Jacknife frente a la estimación convencional, se muestra un caso en el Anexo 11 para los parámetros ν=20 y ω=2.

En el Anexo 8, se muestran los histogramas para los estimadores obtenidos mediante la estimación Jacknife y mediante la estimación convencional.

**Tabla L**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.353 | 0.262 | 0.180 | 0.164 | 0.096 |
| **Varianza** | 0.013 | 0.009 | 0.004 | 0.002 | 0.001 |
| **Asimetría** | 0.168 | -0.148 | 0.339 | 0.104 | -0.428 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.353 | 0.262 | 0.180 | 0.164 | 0.096 |
| **Kurtosis** | 2.961 | 2.136 | 2.850 | 2.193 | 3.275 |
| **Mínimo** | 0.092 | 0.077 | 0.056 | 0.078 | 0.023 |
| **Máximo** | 0.662 | 0.470 | 0.351 | 0.258 | 0.150 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.343 | 0.285 | 0.123 | 0.091 | 0.050 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.343  | 0.285 | 0.123 | 0.091 | 0.050 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.353 | 0.262 | 0.180 | 0.164 | 0.096 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.262 | 0.187 | 0.125 | 0.127 | 0.061 |
| **Varianza** | 0.028 | 0.015 | 0.010 | 0.005 | 0.002 |
| **Asimetría** | -0.304 | -0.440 | -0.300 | -0.280 | -0.824 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.275 | 0.195 | 0.139 | 0.128 | 0.067 |
| **Kurtosis** | 2.827 | 2.538 | 2.698 | 2.343 | 3.538 |
| **Mínimo** | -0.138 | -0.096 | -0.128 | -0.017 | -0.082 |
| **Máximo** | 0.648 | 0.451 | 0.339 | 0.257 | 0.132 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.011 | 0.024 | 0.017 | 0.056 | -0.008 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.513 | 0.349 | 0.233 | 0.199 | 0.130 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.502 | 0.325 | 0.216 | 0.143 | 0.138 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.262 | 0.187 | 0.125 | 0.127 | 0.061 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**4.3.3 Estimadores para la distribución NORMAL**

Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Normal estándar, es decir con parámetros μ=0 y σ=1, la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 2.

La media poblacional es 0. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional se pudo apreciar que se obtuvieron los mismos resultados con tres dígitos de precisión, para los estimadores y sus respectivas medidas descriptivas como lo son la media, varianza, asimetría, sesgo de estimación promedio, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza para los estimadores, y longitud promedio del intervalo de confianza; sin embargo para tamaños muestrales 5 y 15 la longitud promedio de los intervalos de confianza resultó ser menor al utilizar la estimación Jacknife frente a la estimación convencional como se puede observar en la Tabla LII y en la Tabla LIII, al estimar la media con distintos valores para los parámetros poblacionales μ y σ, se obtuvieron similares situaciones.

También podemos apreciar en el Anexo 9, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son muy similares.

**Tabla LII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores la Media de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.012 | -0.004 | -0.005 | 0.011 | 0.005 |
| **Varianza** | 0.185 | 0.062 | 0.024 | 0.012 | 0.001 |
| **Asimetría** | 0.197 | 0.413 | 0.013 | 0.291 | -0.396 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.347 | 0.211 | 0.121 | 0.085 | 0.031 |
| **Kurtosis** | 2.362 | 2.073 | 2.710 | 3.631 | 2.517 |
| **Mínimo** | -0.847 | -0.414 | -0.315 | -0.217 | -0.079 |
| **Máximo** | 0.971 | 0.495 | 0.320 | 0.349 | 0.082 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.744 | -1.182 | -0.285 | -0.181 | -0.084 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.721 | 1.174 | 0.276 | 0.204 | 0.093 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.465 | 2.356 | 0.560 | 0.385 | 0.176 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.012 | -0.004 | -0.005 | 0.011 | 0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.012 | -0.004 | -0.005 | 0.011 | 0.005 |
| **Varianza** | 0.185 | 0.062 | 0.024 | 0.012 | 0.001 |
| **Asimetría** | 0.197 | 0.413 | 0.013 | 0.291 | -0.396 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.347 | 0.211 | 0.121 | 0.085 | 0.031 |
| **Kurtosis** | 2.362 | 2.073 | 2.710 | 3.631 | 2.517 |
| **Mínimo** | -0.847 | -0.414 | -0.315 | -0.217 | -0.079 |
| **Máximo** | 0.971 | 0.495 | 0.320 | 0.349 | 0.082 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.088 | -0.569 | -0.285 | -0.181 | -0.084 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.064 | 0.561 | 0.276 | 0.204 | 0.093 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.152 | 1.130 | 0.560 | 0.385 | 0.176 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.012 | -0.004 | -0.005 | 0.011 | 0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La mediana poblacional es cero. Al analizar los resultados obtenidos mediante la estimación Jacknife y la estimación convencional, podemos observar que para tamaños muestrales pequeños como 5 y 15 la varianza y el sesgo de estimación mediante la estimación Jacknife resulta ser mayor, pero la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% logra reducirse mediante la estimación Jacknife frente a la estimación convencional, sin embargo para tamaños muestrales grandes como 50, 100 y 500, se obtienen exactamente los mismos resultados con tres dígitos de precisión para todas las medidas descriptivas, esto se muestra en la Tabla LIV y en la Tabla LV.

En el Anexo 9, podemos observar los histogramas de los estimadores para la mediana poblacional utilizando el método de estimación convencional y el método de estimación Jacknife. Para tamaños muestrales pares las distribuciones son muy similares, lo que se puede constatar con los coeficientes de asimetría y de kurtosis que se muestran en la Tabla LIV y en la Tabla LV, no se puede decir los mismo cuando se usan tamaños muestrales impares.

**Tabla LIV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.016 | -0.055 | 0.028 | -0.021 | 0.004 |
| **Varianza** | 0.437 | 0.080 | 0.023 | 0.016 | 0.004 |
| **Asimetría** | 0.143 | -0.022 | -0.684 | -0.537 | -0.158 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.530 | 0.243 | 0.119 | 0.095 | 0.050 |
| **Kurtosis** | 2.637 | 1.915 | 3.509 | 2.883 | 2.637 |
| **Mínimo** | -1.250 | -0.556 | -0.403 | -0.313 | -0.125 |
| **Máximo** | 1.539 | 0.464 | 0.301 | 0.261 | 0.141 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -2.255 | -0.998 | -0.341 | -0.309 | -0.148 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.710 | 0.701 | 0.251 | 0.194 | 0.102 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 3.965 | 1.699 | 0.592 | 0.502 | 0.250 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.016 | -0.055 | 0.028 | -0.021 | 0.004 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LV**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.028 | -0.128 | 0.028 | -0.021 | 0.004 |
| **Varianza** | 1.807 | 0.964 | 0.023 | 0.016 | 0.004 |
| **Asimetría** | 0.499 | -0.773 | -0.684 | -0.537 | -0.158 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.032 | 0.736 | 0.119 | 0.095 | 0.050 |
| **Kurtosis** | 3.766 | 3.521 | 3.509 | 2.883 | 2.637 |
| **Mínimo** | -2.712 | -2.992 | -0.403 | -0.313 | -0.125 |
| **Máximo** | 4.235 | 1.539 | 0.301 | 0.261 | 0.141 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.476 | -0.856 | -0.283 | -0.268 | -0.131 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.421 | 0.600 | 0.339 | 0.226 | 0.139 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.898 | 1.456 | 0.621 | 0.494 | 0.270 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.028 | -0.128 | 0.028 | -0.021 | 0.004 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

Según los datos analizados pudimos observar que para tamaños muestrales pares de 50, 100 y 500, con la estimación Jacknife se obtenían los mismos resultados con la estimación convencional y en el caso del tamaño muestral 500 se logro reducir la longitud promedio del intervalo de confianza, por tanto decidimos analizar los resultados para tamaños muestrales pares pequeños 8, 10, 16, 20 y 30.

Al analizar los tamaños muestrales anteriormente mencionados, se pudo apreciar que las medidas descriptivas coincidían con tres dígitos de precisión al utilizar ambos métodos de estimación, sin embargo, la longitud promedio de los intervalos de confianza logro reducirse al utilizar el método de estimación Jacknife frente a la estimación convencional, como se puede apreciar en la Tabla LVI y en la Tabla LVII.

Al estimar la mediana poblacional simulando los estimadores para distintos valores de los parámetros poblacionales, pudimos apreciar que en todos los casos se presentó la misma situación.

**Tabla LVI**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 0.018 | -0.033 | -0.046 | -0.046 | 0.026 |
| **Varianza** | 0.180 | 0.151 | 0.123 | 0.062 | 0.039 |
| **Asimetría** | 0.553 | -0.221 | 0.071 | -0.486 | 0.357 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.335 | 0.310 | 0.295 | 0.181 | 0.161 |
| **Kurtosis** | 2.703 | 2.542 | 2.269 | 3.662 | 2.485 |
| **Mínimo** | -0.747 | -0.962 | -0.787 | -0.797 | -0.346 |
| **Máximo** | 1.024 | 0.760 | 0.620 | 0.499 | 0.491 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -0.993 | -0.840 | -0.820 | -0.546 | -0.460 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.028 | 0.775 | 0.727 | 0.453 | 0.512 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.021 | 1.614 | 1.546 | 0.999 | 0.972 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.018 | -0.033 | -0.046 | -0.046 | 0.026 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LVII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.018 | -0.033 | -0.046 | -0.046 | 0.026 |
| **Varianza** | 0.180 | 0.151 | 0.123 | 0.062 | 0.039 |
| **Asimetría** | 0.553 | -0.221 | 0.071 | -0.486 | 0.357 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.335 | 0.310 | 0.295 | 0.181 | 0.161 |
| **Kurtosis** | 2.703 | 2.542 | 2.269 | 3.662 | 2.485 |
| **Mínimo** | -0.747 | -0.962 | -0.787 | -0.797 | -0.346 |
| **Máximo** | 1.024 | 0.760 | 0.620 | 0.499 | 0.491 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.430 | -1.338 | -1.224 | -0.859 | -0.660 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.113 | 0.996 | 0.883 | 0.633 | 0.526 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.542 | 2.334 | 2.107 | 1.492 | 1.186 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.018 | -0.033 | -0.046 | -0.046 | 0.026 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza poblacional es 1. Al analizar los resultados obtenidos mediante el método de estimación Jacknife y mediante el método de estimación convencional, se puede apreciar en la Tabla LVIII y en la Tabla LIX que mediante la estimación Jacknife, la varianza, el sesgo de estimación, el error de estimación promedio y la longitud promedio de los intervalos de confianza resultan ser mayores que al utilizar la estimación convencional; sin embargo a medida que aumenta el tamaño muestral las medidas descriptivas obtenidas tienden a ser similares mediante los dos métodos de estimación trabajados.

Al estimar la varianza poblacional utilizando distintos valores para los parámetros poblacionales μ y σ, para la distribución normal, pudimos apreciar que en todos los casos se obtuvo similar situación.

 En el Anexo 9, se muestra los histogramas de los estimadores para la varianza, la forma de la distribución de frecuencia la constatamos al observar los coeficientes de asimetría y de kurtosis mostrados en la Tabla LVIII y en la Tabla LIX.

**Tabla LVIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.023 | 0.029 | 0.029 | 0.030 | 0.031 |
| **Varianza** | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 1.011 | 0.234 | 0.422 | -0.022 | 0.724 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.014 | 0.007 | 0.004 | 0.003 | 0.001 |
| **Kurtosis** | 3.550 | 2.683 | 2.773 | 2.541 | 3.696 |
| **Mínimo** | 0.003 | 0.011 | 0.018 | 0.022 | 0.028 |
| **Máximo** | 0.066 | 0.049 | 0.043 | 0.038 | 0.035 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.001 | 0.021 | 0.024 | 0.027 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.064 | 0.052 | 0.046 | 0.041 | 0.035 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.064 | 0.050 | 0.025 | 0.018 | 0.008 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.008 | -0.002 | -0.002 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LIX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.044 | 0.033 | 0.030 | 0.031 | 0.031 |
| **Varianza** | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.985 | 0.136 | 0.408 | -0.020 | 0.721 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.024 | 0.008 | 0.004 | 0.003 | 0.001 |
| **Kurtosis** | 3.384 | 2.500 | 2.770 | 2.524 | 3.692 |
| **Mínimo** | 0.004 | 0.013 | 0.019 | 0.023 | 0.028 |
| **Máximo** | 0.134 | 0.054 | 0.044 | 0.038 | 0.035 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.005 | 0.016 | 0.021 | 0.024 | 0.028 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.344 | 0.074 | 0.042 | 0.039 | 0.035 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.339 | 0.059 | 0.021 | 0.015 | 0.007 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.013 | 0.003 | -0.001 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

 **4.3.4 Estimadores para la distribución UNIFORME**

 Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención de los estimadores, se generaron a partir de una distribución Uniforme con parámetros U (0,1), la gráfica de esta función de probabilidad se muestra en el Anexo 2.

La media poblacional es 0.5. Al analizar la estimación Jacknife y la estimación convencional se pudo apreciar los valores de los estimadores coincidían con sus respectivas medidas descriptivas coincidían con tres dígitos de precisión, como lo son la media, varianza, asimetría, sesgo de estimación promedio, kurtosis, mínimo y máximo valor observado del estimador, límite inferior y superior promedio al 95% de confianza, y longitud promedio del intervalo de confianza; sin embargo podemos apreciar que para los tamaños muestrales 5 y 15 los intervalos de confianza al 95% resultan ser menores al utilizar la estimación Jacknife frente a la estimación convencional como se puede observar en la Tabla LX y en la Tabla LXI, al analizar distintos valores para los parámetros poblacionales se obtuvo similar situación en todos los casos.

También podemos apreciar en el Anexo 10, que los histogramas de los estimadores para la media poblacional utilizando el método Jacknife y utilizando el método convencional son iguales.

**Tabla LX**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.517 | 0.501 | 0.496 | 0.508 | 0.498 |
| **Varianza** | 0.020 | 0.006 | 0.002 | 0.001 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.177 | -0.013 | -0.347 | -0.215 | 0.045 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.114 | 0.058 | 0.033 | 0.024 | 0.010 |
| **Kurtosis** | 2.650 | 3.103 | 2.487 | 2.790 | 3.346 |
| **Mínimo** | 0.203 | 0.319 | 0.397 | 0.441 | 0.467 |
| **Máximo** | 0.773 | 0.675 | 0.563 | 0.563 | 0.529 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.167 | 0.417 | 0.451 | 0.473 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.069 | 0.835 | 0.576 | 0.565 | 0.523 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 1.069 | 0.667 | 0.159 | 0.113 | 0.051 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.017 | 0.001 | -0.004 | 0.008 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXI**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.517 | 0.501 | 0.496 | 0.508 | 0.498 |
| **Varianza** | 0.020 | 0.006 | 0.002 | 0.001 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.177 | -0.013 | -0.347 | -0.215 | 0.045 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.114 | 0.058 | 0.033 | 0.024 | 0.010 |
| **Kurtosis** | 2.650 | 3.103 | 2.487 | 2.790 | 3.346 |
| **Mínimo** | 0.203 | 0.319 | 0.397 | 0.441 | 0.467 |
| **Máximo** | 0.773 | 0.675 | 0.563 | 0.563 | 0.529 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.175 | 0.341 | 0.417 | 0.451 | 0.473 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.860 | 0.661 | 0.576 | 0.565 | 0.523 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | **0.685** | **0.320** | 0.159 | 0.113 | 0.051 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.017 | 0.001 | -0.004 | 0.008 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La mediana poblacional es 0.5. Al analizar los resultados obtenidos mediante la estimación Jacknife y mediante la estimación convencional, presentados en la Tabla LXII y en la Tabla LXIII; al estimar la mediana mediante la estimación Jacknife y con tamaños muestrales impares, éste método no funciona puesto que se obtienen valores negativos para los estimadores, como por ejemplo los mínimos valores de los estimadores para los tamaños muestrales de 5 y 15 son -0.76 y -0.51 respectivamente los cuales no se encuentran en el dominio de la función de densidad. Sin embargo para tamaños muestrales pares el método Jacknife y el método de estimación convencional proporcionan los mismos resultados con tres dígitos de precisión para cada una de las medidas descriptivas obtenidas, a excepción de la longitud promedio de los intervalos de confianza que logra reducirse mediante Jacknife.

En el Anexo 10, se muestran los histogramas de los estimadores para la mediana de la población uniforme utilizando el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional, para los distintos tamaños muestrales presentados en la Tabla LXII y en la Tabla LXIII, donde podemos notar lo expuesto anteriormente, es decir que para tamaños muestrales pares las distribuciones son iguales.

**Tabla LXII**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.466 | 0.486 | 0.496 | 0.504 | 0.503 |
| **Varianza** | 0.038 | 0.018 | 0.007 | 0.003 | 0.001 |
| **Asimetría** | -0.262 | -0.103 | 0.141 | -0.183 | 0.212 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.163 | 0.107 | 0.063 | 0.040 | 0.018 |
| **Kurtosis** | 2.118 | 3.038 | 3.087 | 2.391 | 2.017 |
| **Mínimo** | 0.061 | 0.117 | 0.323 | 0.396 | 0.469 |
| **Máximo** | 0.779 | 0.796 | 0.706 | 0.594 | 0.544 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0.043 | 0.307 | 0.385 | 0.451 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.987 | 0.837 | 0.627 | 0.580 | 0.535 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.987 | 0.794 | 0.321 | 0.195 | 0.084 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.035 | -0.014 | -0.004 | 0.004 | 0.003 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.470 | 0.480 | 0.496 | 0.504 | 0.503 |
| **Varianza** | 0.192 | 0.139 | 0.007 | 0.003 | 0.001 |
| **Asimetría** | -0.268 | -0.394 | 0.141 | -0.183 | 0.212 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.355 | 0.287 | 0.063 | 0.040 | 0.018 |
| **Kurtosis** | 2.819 | 3.505 | 3.087 | 2.391 | 2.017 |
| **Mínimo** | -0.760 | -0.517 | 0.323 | 0.396 | 0.469 |
| **Máximo** | 1.246 | 1.410 | 0.706 | 0.594 | 0.544 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.022 | 0.262 | 0.339 | 0.415 | 0.465 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.918 | 0.698 | 0.653 | 0.594 | 0.542 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.896 | 0.436 | 0.314 | 0.179 | 0.077 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.030 | -0.020 | -0.004 | 0.004 | 0.003 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

Según los datos analizados pudimos observar que para tamaños muestrales pares de 50, 100 y 500, con la estimación Jacknife se obtenían los mismos resultados con la estimación convencional y en el caso de los tamaños muestrales 100 y 500 se logro reducir la longitud promedio del intervalo de confianza, por tanto decidimos analizar los resultados para tamaños muestrales pares pequeños 8, 10, 16, 20 y 30.

Al analizar los resultados con los tamaños anteriormente estipulados, se pudo apreciar que las medidas descriptivas coincidían con tres dígitos de precisión al utilizar ambos métodos de estimación, sin embargo, la longitud promedio de los intervalos de confianza logro reducirse al utilizar el método de estimación Jacknife frente a la estimación convencional, como se puede apreciar en la Tabla LXIV y en la Tabla LXV.

Estimando la mediana poblacional y simulando las muestras aleatorias de tamaño n para distintos valores de los parámetros poblacionales pudimos apreciar que en la mayoría de los casos se presenta la misma situación.

**Tabla LXIV**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 0.524 | 0.499 | 0.502 | 0.487 | 0.498 |
| **Varianza** | 0.024 | 0.015 | 0.008 | 0.010 | 0.006 |
| **Asimetría** | -0.021 | -0.318 | 0.091 | 0.085 | -0.132 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.133 | 0.099 | 0.074 | 0.080 | 0.061 |
| **Kurtosis** | 2.088 | 2.475 | 2.182 | 2.602 | 2.536 |
| **Mínimo** | 0.180 | 0.190 | 0.320 | 0.284 | 0.311 |
| **Máximo** | 0.811 | 0.743 | 0.670 | 0.735 | 0.650 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.154 | 0.226 | 0.258 | 0.335 | 0.294 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.893 | 0.771 | 0.746 | 0.640 | 0.702 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.738 | 0.545 | 0.488 | 0.305 | 0.408 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.024 | -0.001 | 0.002 | -0.013 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXV**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 0.524 | 0.499 | 0.502 | 0.487 | 0.498 |
| **Varianza** | 0.024 | 0.015 | 0.008 | 0.010 | 0.006 |
| **Asimetría** | -0.021 | -0.318 | 0.091 | 0.085 | -0.132 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.133 | 0.099 | 0.074 | 0.080 | 0.061 |
| **Kurtosis** | 2.088 | 2.475 | 2.182 | 2.602 | 2.536 |
| **Mínimo** | 0.180 | 0.190 | 0.320 | 0.284 | 0.311 |
| **Máximo** | 0.811 | 0.743 | 0.670 | 0.735 | 0.650 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0.083 | 0.199 | 0.161 | 0.242 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.907 | 0.817 | 0.730 | 0.747 | 0.695 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.907 | 0.734 | 0.531 | 0.585 | 0.453 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.024 | -0.001 | 0.002 | -0.013 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

La varianza de la población es 0.0833. Al analizar los resultados obtenidos mediante el método de estimación Jacknife y mediante el método de estimación convencional, mostrados en la Tabla LXVI y en la Tabla LXVII, se puede observar que al estimar la varianza de la población el método de estimación Jacknife la longitud promedio de los intervalos de confianza para 15, 50, 100 y 500 resulta ser menor que al utilizar la estimación convencional. Sin embargo el sesgo de estimación en algunos casos resulta ser mayor mediante el método de estimación Jacknife, en general las demás medidas descriptivas son muy similares a medida que aumenta el tamaño muestral.

Al estimar la varianza con distintos valores para los parámetros poblacionales la longitud promedio de los intervalos, sesgo de estimación y error promedio de estimación, resultaron ser mayores al utilizar la estimación Jacknife que al utilizar la estimación convencional, las situaciones eran muy similares en todos los casos.

En el Anexo 10, se muestran los histogramas de los estimadores para la varianza poblacional, utilizando los métodos de estimación Jacknife y convencional, donde la forma de la distribución de este estimador puede ser constatada con los coeficientes de asimetría y kurtosis presentados.

**Tabla LXVI**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.068 | 0.074 | 0.082 | 0.082 | 0.084 |
| **Varianza** | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.215 | -0.143 | 0.321 | 0.092 | -0.324 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.032 | 0.018 | 0.008 | 0.006 | 0.003 |
| **Kurtosis** | 2.136 | 2.631 | 3.729 | 2.097 | 2.287 |
| **Mínimo** | 0.009 | 0.024 | 0.056 | 0.069 | 0.077 |
| **Máximo** | 0.140 | 0.115 | 0.112 | 0.098 | 0.090 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.007 | 0.058 | 0.064 | 0.074 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.166 | 0.132 | 0.130 | 0.112 | 0.095 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.166 | 0.125 | 0.071 | 0.048 | 0.021 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.016 | -0.009 | -0.002 | -0.001 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXVII**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.150 | 0.083 | 0.084 | 0.083 | 0.084 |
| **Varianza** | 0.017 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 2.418 | -0.203 | 0.308 | 0.086 | -0.324 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.088 | 0.017 | 0.008 | 0.006 | 0.003 |
| **Kurtosis** | 10.588 | 2.713 | 3.715 | 2.095 | 2.288 |
| **Mínimo** | 0.024 | 0.027 | 0.058 | 0.070 | 0.077 |
| **Máximo** | 0.730 | 0.125 | 0.115 | 0.099 | 0.090 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.017 | 0.045 | 0.065 | 0.070 | 0.078 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 177.472 | 0.155 | 0.110 | 0.100 | 0.091 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 177.455 | 0.110 | 0.045 | 0.030 | 0.013 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.067 | 0.000 | 0.001 | 0.000 | 0.001 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El primer estadístico de orden es 0. Al analizar los resultados obtenidos mediante el método de estimación Jacknife y mediante el método de estimación convencional, presentados en la Tabla LXVIII y en la Tabla LXIX, se puede apreciar que el método Jacknife no funciona puesto que algunos de los valores de los estimadores obtenidos no tienen sentido, por ejemplo los mínimos valores obtenidos para los distintos tamaños muestrales son negativos, y no se encuentran definidos en el dominio de la función de densidad, ya que el dominio es de 0 a 1, esta situación no ocurre al utilizar la estimación convencional.

Al analizar el mínimo valor con distintos valores para los parámetros poblacionales α y β de la función de densidad uniforme podemos apreciar que se obtienen valores para los estimadores que no se encuentran en el dominio de la función de densidad, en todos los casos ocurrió la misma situación.

En el Anexo 10, se muestran los histogramas de los estimadores para el primer estadístico de orden, utilizando el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional para cada uno de los tamaños muestrales tabulados.

**Tabla LXVIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.152 | 0.059 | 0.020 | 0.009 | 0.002 |
| **Varianza** | 0.017 | 0.004 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 1.100 | 1.578 | 1.971 | 1.563 | 1.418 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.152 | 0.059 | 0.020 | 0.009 | 0.002 |
| **Kurtosis** | 3.328 | 4.639 | 6.228 | 5.238 | 5.258 |
| **Mínimo** | 0.000 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Máximo** | 0.496 | 0.252 | 0.094 | 0.039 | 0.009 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.387 | 0.193 | 0.044 | 0.017 | 0.004 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.387 | 0.193 | 0.044 | 0.017 | 0.004 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.152 | 0.059 | 0.020 | 0.009 | 0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXIX**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | -0.001 | 0.004 | -0.001 | -0.003 | 0.000 |
| **Varianza** | 0.042 | 0.007 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.172 | 0.802 | 0.827 | -0.418 | -0.871 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.156 | 0.058 | 0.020 | 0.010 | 0.002 |
| **Kurtosis** | 3.174 | 4.065 | 5.157 | 3.494 | 5.346 |
| **Mínimo** | -0.506 | -0.152 | -0.065 | -0.037 | -0.009 |
| **Máximo** | 0.443 | 0.238 | 0.089 | 0.026 | 0.007 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -0.428 | -0.113 | -0.040 | -0.025 | -0.004 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.425 | 0.121 | 0.039 | 0.020 | 0.004 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.854 | 0.234 | 0.079 | 0.045 | 0.008 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.001 | 0.004 | -0.001 | -0.003 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

El último estadístico de orden es 1. Al analizar los resultados obtenidos mediante la estimación Jacknife y mediante la estimación convencional, presentados en la Tabla LXX y en la Tabla LXXI, podemos observar que al estimar el último estadístico de orden mediante la estimación Jacknife, éste método no funciona, puesto que se obtienen valores para los estimadores que no tienen sentido, por ejemplo los máximos valores obtenidos mediante la estimación Jacknife para cada uno de los tamaños muestrales son valores mayores a uno, los cuales no se encuentran definidos en la función de densidad, esta situación no ocurre al utilizar la estimación convencional.

Al analizar el máximo valor con distintos valores para los parámetros poblacionales α y β de la función de densidad uniforme podemos apreciar que se obtienen valores para los estimadores que no se encuentran en el dominio de la función de densidad, en todos los casos ocurrió la misma situación.

En el Anexo 10, presentamos los histogramas de los estimadores para el último estadístico de orden utilizando la estimación Jacknife y la estimación convencional, para los distintos tamaños muestrales trabajados.

**Tabla LXX**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Ultimo Estadístico de Orden de una Población Uniforme utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.839 | 0.935 | 0.983 | 0.993 | 0.998 |
| **Varianza** | 0.027 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | -1.484 | -1.290 | -1.432 | -2.227 | -1.650 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.161 | 0.065 | 0.018 | 0.007 | 0.002 |
| **Kurtosis** | 5.347 | 3.802 | 4.457 | 8.922 | 5.801 |
| **Mínimo** | 0.224 | 0.751 | 0.921 | 0.958 | 0.992 |
| **Máximo** | 0.998 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.348 | 0.735 | 0.947 | 0.977 | 0.995 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.652 | 0.265 | 0.053 | 0.023 | 0.005 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.161 | -0.065 | -0.018 | -0.007 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXXI**

*Estimación por el Método Jacknife*

 **Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Ultimo Estadístico de Orden de una Población Uniforme utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.981 | 0.999 | 1.004 | 1.002 | 1.001 |
| **Varianza** | 0.061 | 0.008 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.308 | -0.498 | 0.493 | -0.111 | 0.214 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.186 | 0.062 | 0.023 | 0.008 | 0.002 |
| **Kurtosis** | 3.875 | 3.796 | 3.397 | 3.602 | 2.809 |
| **Mínimo** | 0.228 | 0.754 | 0.946 | 0.972 | 0.996 |
| **Máximo** | 1.593 | 1.185 | 1.083 | 1.026 | 1.006 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.587 | 0.862 | 0.962 | 0.984 | 0.996 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.376 | 1.135 | 1.047 | 1.020 | 1.005 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.789 | 0.274 | 0.086 | 0.035 | 0.008 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.019 | -0.002 | 0.004 | 0.002 | 0.001 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

Tanto para las distribuciones como para las distribuciones continuas se comparó el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional para el estimador insesgado de la varianza, obteniéndose en todos los casos situaciones similares a las obtenidas con el estimador para la media poblacional, es decir las medidas descriptivas como son la media, varianza, error de estimación promedio, kurtosis, asimetría, mínimo y máximo valor obtenido de los estimadores, límite inferior y superior promedio de los intervalos de confianza al 95% para la varianza poblacional, longitud promedio de los intervalos de confianza obtenidos y sesgo de estimación; coincidían con tres dígitos de precisión, a excepción de la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% para la varianza poblacional con tamaños muestrales pequeños resultaba ser menor en magnitud al utilizar el método de estimación Jacknife frente al método de estimación convencional, para tamaños muestrales grandes la longitud promedio de los intervalos de confianza era menor mediante el método de estimación convencional.

En el Anexo 11 presentamos dos casos, uno para distribuciones continuas y otro para distribuciones discretas, para distribuciones discretas se encuentra la población Poisson con parámetro λ=2, y para distribuciones continuas presentamos la población Exponencial con parámetro β=10.

* 1. **Estimadores para distribuciones Bivariadas**

 **4.4.1 Normal Bivariada**

Las muestras aleatorias utilizadas para la obtención del estimador del coeficiente de correlación, se generaron a partir de un vector Normal Bivariado con parámetros .

Para el estimador del coeficiente de correlación, el sesgo de estimación, el error de estimación promedio y la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95%; resultaron ser mayores al utilizar el método de estimación Jacknife frente al convencional, las restantes medidas descriptivas resultaron ser muy similares en magnitud cuando el tamaño muestral aumentaba, como se muestra en la Tabla LXXII y en la Tabla LXXIII.

Al estimar el coeficiente de correlación para la población Normal Bivariada con distintos valores para los parámetros poblacionales se obtuvieron situaciones similares a la anterior.

En el Anexo 12, presentamos los histogramas de los estimadores para el coeficiente de correlación, utilizando la estimación Jacknife y la estimación convencional, para cada uno de los tamaños muestrales trabajados.

**Tabla LXXII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Coeficiente de Correlación de una Población Normal Bivariada con parámetros μ1=-3, μ2=2 y ρ=0.7 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.633 | 0.705 | 0.706 | 0.703 | 0.698 |
| **Varianza** | 0.109 | 0.020 | 0.006 | 0.004 | 0.000 |
| **Asimetría** | -1.795 | -0.603 | -0.217 | -0.521 | -0.173 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.228 | 0.116 | 0.059 | 0.046 | 0.015 |
| **Kurtosis** | 6.971 | 2.328 | 2.507 | 3.554 | 2.427 |
| **Mínimo** | -0.661 | 0.365 | 0.532 | 0.525 | 0.658 |
| **Máximo** | 0.995 | 0.886 | 0.833 | 0.841 | 0.736 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -0.346 | 0.319 | 0.535 | 0.589 | 0.650 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.963 | 0.894 | 0.822 | 0.790 | 0.741 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 1.309 | 0.575 | 0.287 | 0.201 | 0.090 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.067 | 0.005 | 0.006 | 0.003 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*

**Tabla LXXIII**

*Estimación por el Método Jacknife*

**Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Coeficiente de Correlación de una Población Normal Bivariada con parámetros μ1=-3, μ2=2 y ρ=0.7utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***Tamaño Medidas Muestral Descriptivas***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.400 | 0.692 | 0.702 | 0.701 | 0.698 |
| **Varianza** | 0.199 | 0.022 | 0.006 | 0.004 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.529 | -0.613 | -0.223 | -0.505 | -0.172 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.411 | 0.122 | 0.060 | 0.046 | 0.015 |
| **Kurtosis** | 2.291 | 2.285 | 2.530 | 3.516 | 2.430 |
| **Mínimo** | -0.630 | 0.347 | 0.523 | 0.525 | 0.657 |
| **Máximo** | 0.989 | 0.885 | 0.828 | 0.840 | 0.736 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -0.713 | 0.266 | 0.525 | 0.584 | 0.650 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.975 | 0.886 | 0.820 | 0.789 | 0.740 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 1.687 | 0.620 | 0.295 | 0.205 | 0.090 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.300 | -0.008 | 0.002 | 0.001 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa*