**BONDAD DE LOS ESTIMADORES JACKNIFE PARA DISTINTOS TIPOS DE POBLACIONES**

**Plúa Raquel, Zurita Gaudencio**

**Resumen.** *El presente trabajo de investigación desarrolla la estimación para los parámetros poblacionales de distribuciones continuas y discretas mediante el método Jacknife con el objetivo de determinar la bondad de este tipo de estimación en comparación con los métodos de estimación convencionales.*

*Para ello revisamos la metodología de la estimación Jacknife, su sesgo, y varianza. Posteriormente, desarrollamos el modelo de simulación, para el problema planteado, se generan 50 muestras aleatorias de tamaño n cada una a partir de poblaciones discretas y continuas, se estiman los parámetros poblacionales mediante el método Jacknife y el método convencional, así, obtenemos las principales medidas descriptivas para los 50 estimadores.*

*Al analizar los resultados del proceso de simulación pudimos apreciar que el método de estimación Jacknife funciona bastante bien para ciertas poblaciones y con determinados valores para los parámetros poblacionales, sin embargo debemos recalcar que el método Jacknife es un método de remuestreo o intensivo por computador y mientras la muestra aleatoria sea más grande el tiempo de ejecución del algoritmo para la obtención de este tipo de estimador será mayor. Para estimadores insesgados como la media muestral y la varianza, el método Jacknife y el método convencional proporcionan los mismos resultados con tres dígitos de precisión.*

**Palabras Claves:** Estimador, Sesgo, Varianza, Parámetro Poblacional, Intervalos de Confianza.

**1. INTRODUCCIÓN**

 Al trabajar con muestras aleatorias de alguna población desconocida, tratamos de hacer inferencias respecto a la misma utilizando estimadores para los parámetros poblacionales, el “insesgamiento” de los estimadores para una muestra de tamaño n nos garantiza que en promedio éstos estarán muy cerca del valor del parámetro poblacional, la dificultad estriba cuando nos enfrentamos con estimadores sesgados o cuyo sesgo y varianza son difíciles de determinar. En estas últimas condiciones el método Jacknife, un método de remuestreo, resulta ser bastante útil, puesto que logra reducir el sesgo de estimación.

 Por tanto, la hipótesis del trabajo de investigación es que al trabajar con estimadores para los parámetros poblacionales como la media, mediana, varianza, primer estadístico de orden y último estadístico de orden; mediante el método de estimación Jacknife, se logra reducir el sesgo de estimación; y, la varianza del estimador y la longitud de los intervalos de confianza son pequeñas. Siendo de gran utilidad este tipo de estimadores, especialmente para aquellos investigadores que requieren un grado de acuracidad pequeño, es decir que las estimaciones de los parámetros poblacionales estén muy cercanas al verdadero valor del parámetro poblacional.

**2. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

 En esta sección se presentan y analizan los resultados obtenidos al comparar el método de estimación Jacknife y los métodos convencionales utilizando estimadores para los parámetros poblacionales de distintas distribuciones continuas y discretas; para cada estimador se trabaja con tamaños muestrales de 5, 15, 50, 100 y 500; y para cada caso obtenemos 50 estimadores, a partir de cada uno de ellos inferimos el sesgo de estimación y el intervalo de confianza al 95%.

El sesgo de estimación, es obtenido a partir de la resta del parámetro poblacional y el estimador obtenido. El intervalo de confianza al 95% para el parámetro poblacional, utilizando el método de estimación Jacknife se define a partir del estadístico t y utilizando la estimación convencional: para estimadores insesgados y muestras de tamaño 5 y 15 el intervalo de confianza es obtenido a partir de la desigualdad de Tchebysheff, para muestras de tamaño 50, 100 y 500 obtenemos los intervalos de confianza a partir de la distribución Normal, en cuanto a los estimadores sesgados y para tamaños muestrales de 5 y 15, utilizamos la regla empírica en la que al desviar tres veces su media obtenemos los límites del intervalo de confianza y para muestras de tamaño 50, 100 y 500 obtenemos el intervalo de confianza a partir de la distribución normal, esto lo realizamos cuando el sesgo no sea influyente es decir , sino fuese así el intervalo de confianza obtenido a partir de la distribución normal es desplazado en la cantidad *B*. Con los 50 estimadores se obtienen las distribuciones de frecuencias, y sus principales medidas descriptivas como son: la media, varianza, asimetría, error de estimación promedio, mínimo, máximo, límite inferior y superior promedio del intervalo de confianza al 95%, longitud promedio de los intervalos de confianza y sesgo de estimación promedio; así podremos recomendar en que casos es mejor utilizar la estimación por el método Jacknife y la estimación por el método convencional.

Cabe recalcar que no se estimo el primer estadístico de orden y último estadístico de orden para ciertas distribuciones continuas o discretas por no encontrarse definido el parámetro poblacional en éstas distribuciones, así mismo no se trabajo la mediana para las poblaciones discretas y para la población beta, por no haber una fórmula explícita para obtener la mediana, la cual pueda ser implementada en un simulador.

Las distribuciones continuas trabajadas fueron: Poisson, Binomial Negativa, Hipergométrica y Binomial; las distribuciones continuas fueron: Exponencial, Beta, Normal, Uniforme y Normal Bivariada.

***Estimador para la media poblacional***

 Tanto en distribuciones continuas como en distribuciones discretas las medidas descriptivas obtenidas mediante el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional coincidían con tres dígitos de precisión, presentamos el caso para una distribución discreta: Poisson λ=2 .

 Como se puede apreciar en la Tabla I y en la Tabla II se muestran las medidas descriptivas para la distribución del estimador de la media utilizando el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional, se puede apreciar que la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% logró reducirse mediante el método de estimación Jacknife frente a la estimación convencional, con todas las poblaciones simuladas y para distintos valores de los parámetros poblacionales se obtuvo igual situación.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla I***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.096 | 2.020 | 2.021 | 2.003 | 2.005 |
| **Varianza** | 0.443 | 0.137 | 0.033 | 0.018 | 0.006 |
| **Asimetría** | 0.003 | -0.352 | -0.164 | 0.545 | 0.091 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.536 | 0.289 | 0.146 | 0.107 | 0.066 |
| **Kurtosis** | 2.615 | 3.117 | 2.701 | 3.008 | 1.840 |
| **Mínimo** | 0.600 | 1.000 | 1.620 | 1.740 | 1.876 |
| **Máximo** | 3.600 | 2.733 | 2.420 | 2.340 | 2.128 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.436 | 1.630 | 1.727 | 1.881 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 4.618 | 3.604 | 2.413 | 2.278 | 2.128 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 4.618 | 3.168 | 0.783 | 0.551 | 0.247 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.096 | 0.020 | 0.021 | 0.003 | 0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla II***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.096 | 2.020 | 2.021 | 2.003 | 2.005 |
| **Varianza** | 0.443 | 0.137 | 0.033 | 0.018 | 0.006 |
| **Asimetría** | 0.003 | -0.352 | -0.164 | 0.545 | 0.091 |
| **Error de Estimación Promedio** | 0.536 | 0.289 | 0.146 | 0.107 | 0.066 |
| **Kurtosis** | 2.615 | 3.117 | 2.701 | 3.008 | 1.840 |
| **Mínimo** | 0.600 | 1.000 | 1.620 | 1.740 | 1.876 |
| **Máximo** | 3.600 | 2.733 | 2.420 | 2.340 | 2.128 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.530 | 1.260 | 1.630 | 1.727 | 1.881 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 3.662 | 2.780 | 2.413 | 2.278 | 2.128 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | **3.132** | **1.520** | 0.783 | 0.551 | 0.247 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.096 | 0.020 | 0.021 | 0.003 | 0.005 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

***Estimador para el estimador insesgado de la varianza***

 La situación fue muy similar a la que ocurrió con el estimador para la media poblacional, todas las medidas descriptivas coincidieron con tres dígitos de precisión a excepción de la longitud promedio de los intervalos de confianza para tamaños muestrales menores a 30 donde ésta fue menor utilizando el método de estimación Jacknife frente al método de estimación convencional. A continuación presentamos el caso para la distribución Poisson con parámetro λ=2, se puede apreciar en la Tabla III y en la Tabla IV que la longitud promedio de los intervalos de confianza para tamaños muestrales 5 y 15 se redujo utilizando el método de estimación Jacknife.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla III***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.246 | 1.969 | 2.006 | 1.941 | 1.990 |
| **Varianza** | 3.148 | 0.650 | 0.201 | 0.098 | 0.013 |
| **Asimetría** | 1.497 | 0.802 | 0.754 | -0.126 | 0.108 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.258 | 0.655 | 0.359 | 0.251 | 0.093 |
| **Kurtosis** | 5.201 | 2.983 | 4.446 | 2.396 | 2.552 |
| **Mínimo** | 0.000 | 0.838 | 1.198 | 1.368 | 1.737 |
| **Máximo** | 8.500 | 3.981 | 3.592 | 2.657 | 2.218 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -3.829 | -0.761 | 1.428 | 1.512 | 1.768 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 6.817 | 4.077 | 3.179 | 2.646 | 2.267 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 10.646 | 4.838 | 1.751 | 1.135 | 0.499 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.246 | -0.031 | 0.006 | -0.059 | -0.010 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla IV***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 2.246 | 1.969 | 2.006 | 1.941 | 1.990 |
| **Varianza** | 3.148 | 0.650 | 0.201 | 0.098 | 0.013 |
| **Asimetría** | 1.497 | 0.802 | 0.754 | -0.126 | 0.108 |
| **Error de Estimación Promedio** | 1.258 | 0.655 | 0.359 | 0.251 | 0.093 |
| **Kurtosis** | 5.201 | 2.983 | 4.446 | 2.396 | 2.552 |
| **Mínimo** | 0.000 | 0.838 | 1.198 | 1.368 | 1.737 |
| **Máximo** | 8.500 | 3.981 | 3.592 | 2.657 | 2.218 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -1.779 | 0.536 | 1.165 | 1.360 | 1.720 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 6.271 | 3.402 | 2.848 | 2.523 | 2.261 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | **8.050** | **2.866** | **1.683** | 1.164 | 0.540 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.246 | -0.031 | 0.006 | -0.059 | -0.010 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

***Estimador de máxima Verosimilitud para la Varianza***

 Para las distribuciones continuas y discretas se presentaron situaciones similares, las medidas como el sesgo de estimación, error promedio de estimación, longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% y la varianza de las distribución del estimador de la varianza utilizando el método de estimación Jacknife resultaron ser mayores en magnitud frente al método de estimación convencional.

Una excepción ocurre para la distribución Poisson, que para el parámetro λ>7 logra reducir el sesgo de estimación de la distribución del estimador.

En la Tabla V y en la Tabla VI se muestra el caso para una población Normal con μ=0 y σ=1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla V***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n*** ***Medidas******Descrip*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.023 | 0.029 | 0.029 | 0.030 | 0.031 |
| **Varianza** | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 1.011 | 0.234 | 0.422 | -0.022 | 0.724 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.014 | 0.007 | 0.004 | 0.003 | 0.001 |
| **Kurtosis** | 3.550 | 2.683 | 2.773 | 2.541 | 3.696 |
| **Mínimo** | 0.003 | 0.011 | 0.018 | 0.022 | 0.028 |
| **Máximo** | 0.066 | 0.049 | 0.043 | 0.038 | 0.035 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.001 | 0.021 | 0.024 | 0.027 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.064 | 0.052 | 0.046 | 0.041 | 0.035 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.064 | 0.050 | 0.025 | 0.018 | 0.008 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.008 | -0.002 | -0.002 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla VI***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.044 | 0.033 | 0.030 | 0.031 | 0.031 |
| **Varianza** | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| **Asimetría** | 0.985 | 0.136 | 0.408 | -0.020 | 0.721 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.024 | 0.008 | 0.004 | 0.003 | 0.001 |
| **Kurtosis** | 3.384 | 2.500 | 2.770 | 2.524 | 3.692 |
| **Mínimo** | 0.004 | 0.013 | 0.019 | 0.023 | 0.028 |
| **Máximo** | 0.134 | 0.054 | 0.044 | 0.038 | 0.035 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.005 | 0.016 | 0.021 | 0.024 | 0.028 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 2.344 | 0.074 | 0.042 | 0.039 | 0.035 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 2.339 | 0.059 | 0.021 | 0.015 | 0.007 |
| **Sesgo de Estimación** | 0.013 | 0.003 | -0.001 | 0.000 | 0.000 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

***Estimador para la mediana Poblacional***

 El estimador de la mediana poblacional para las poblaciones continuas mediante el método de estimación Jacknife proporciona valores que no se encuentran en el dominio de las funciones de densidad podemos observar en la Tabla VII y en la Tabla VIII que los mínimos valores obtenidos de los estimadores son negativos y la muestra aleatoria ha sido obtenida de una población exponencial que está definida para valores mayores a cero, para tamaños muestrales pares se obtienen iguales medidas con tres dígitos de precisión, esto se aprecia en la Tabla IX y en la Tabla X.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla VII***Estimación por el Método Jacknife* **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetros β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 33.384 | 22.744 | 25.310 | 24.754 | 24.604 |
| **Varianza** | 1191.289 | 511.832 | 25.678 | 11.421 | 3.008 |
| **Asimetría** | 0.747 | 0.039 | 0.953 | 0.348 | -0.401 |
| **Error de Estimación Promedio** | 25.847 | 18.546 | 3.854 | 2.776 | 1.376 |
| **Kurtosis** | 3.555 | 2.336 | 4.530 | 2.457 | 3.429 |
| **Mínimo** | **-33.279** | **-22.525** | 17.093 | 18.526 | 19.509 |
| **Máximo** | 129.245 | 72.957 | 43.151 | 33.011 | 28.199 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -2.484 | 5.519 | 17.910 | 18.353 | 20.691 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 69.253 | 39.968 | 32.709 | 31.154 | 28.518 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 71.736 | 34.449 | **30.404** | **20.277** | **10.405** |
| **Sesgo de Estimación** | 8.431 | -2.210 | 0.356 | -0.200 | -0.349 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |
| **Tabla VIII***Estimación por el Método Jacknife* **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetros β=36 utilizando el Método Convencioal**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 34.501 | 25.511 | 25.310 | 24.754 | 24.604 |
| **Varianza** | 341.651 | 78.013 | 25.678 | 11.421 | 3.008 |
| **Asimetría** | 0.423 | 0.441 | 0.953 | 0.348 | -0.401 |
| **Error de Estimación Promedio** | 16.248 | 6.926 | 3.854 | 2.776 | 1.376 |
| **Kurtosis** | 2.281 | 3.011 | 4.530 | 2.457 | 3.429 |
| **Mínimo** | 5.078 | 9.948 | 17.093 | 18.526 | 19.509 |
| **Máximo** | 76.435 | 50.383 | 43.151 | 33.011 | 28.199 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -33.786 | -4.695 | 8.013 | 13.334 | 18.894 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 77.117 | 48.300 | 38.417 | 33.611 | 29.299 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 110.903 | 52.995 | 30.404 | 20.277 | 10.405 |
| **Sesgo de Estimación** | 9.548 | 0.557 | 0.356 | -0.200 | -0.349 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |
| **Tabla IX***Estimación por el Método Jacknife* **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetros β=36 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n*** ***Medidas******Descrip.*** | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 28.315 | 25.327 | 23.188 | 27.304 | 24.192 |
| **Varianza** | 146.759 | 139.309 | 84.402 | 74.085 | 40.475 |
| **Asimetría** | 0.154 | 1.076 | 0.295 | 0.146 | 0.329 |
| **Error de Estimación Promedio** | 10.453 | 8.808 | 8.064 | 6.982 | 4.850 |
| **Kurtosis** | 2.143 | 3.785 | 1.968 | 2.624 | 3.017 |
| **Mínimo** | 8.640 | 10.277 | 7.940 | 9.006 | 11.504 |
| **Máximo** | 54.603 | 57.997 | 41.435 | 46.038 | 40.267 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 5.158 | 4.315 | 8.161 | 9.942 | 10.494 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 51.472 | 46.338 | 38.214 | 44.667 | 37.889 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | **46.314** | **42.024** | **30.053** | **34.726** | **27.395** |
| **Sesgo de Estimación** | 3.362 | 0.373 | -1.766 | 2.351 | -0.762 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |
| **Tabla X***Estimación por el Método Jacknife* **Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetros β=36 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n*** ***Medidas******Descrip.*** | **8** | **10** | **16** | **20** | **30** |
| **Media** | 28.315 | 25.327 | 23.188 | 27.304 | 24.192 |
| **Varianza** | 146.759 | 139.309 | 84.402 | 74.085 | 40.475 |
| **Asimetría** | 0.154 | 1.076 | 0.295 | 0.146 | 0.329 |
| **Error de Estimación Promedio** | 10.453 | 8.808 | 8.064 | 6.982 | 4.850 |
| **Kurtosis** | 2.143 | 3.785 | 1.968 | 2.624 | 3.017 |
| **Mínimo** | 8.640 | 10.277 | 7.940 | 9.006 | 11.504 |
| **Máximo** | 54.603 | 57.997 | 41.435 | 46.038 | 40.267 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 3.072 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 57.751 | 56.170 | 47.611 | 48.467 | 41.244 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 57.751 | 56.170 | 47.611 | 48.467 | 38.172 |
| **Sesgo de Estimación** | 3.362 | 0.373 | -1.766 | 2.351 | -0.762 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

 En la Tabla IX y en la Tabla X, podemos observar que para tamaños muestrales pequeños se logra reducir la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95%.

***Primer y Último Estadístico de Orden***

 El primer estadístico de orden mediante la estimación Jacknife logra reducir el sesgo de estimación, la longitud promedio de los intervalos de confianza y el error promedio de estimación para las distribuciones: Beta con parámetros poblacionales ν>20 y ω>0, Poisson λ>20, Binomial Negativa r>50 y p<0.7 y Binomial p>0.7 en la mayoría de los casos, en los demás casos y para las demás distribuciones el método de estimación Jacknife no funciona puesto que se obtienen valores que no se encuentran en el dominio de las funciones de distribución para los estimadores del mínimo valor. Con el último estadístico de orden ocurre igual situación pero para las distribuciones: Beta con parámetros poblacionales ν>0 y ω>20, y Binomial p<0.4, en los demás casos el método Jacknife no funciona ya que se obtienen valores de los estimadores que no se encuentran en el dominio de las distribuciones.

 En la Tabla XI y en la Tabla XII presentamos el caso de la distribución Binomial con r=50 y p=0.5, donde podemos observar que la estimación Jacknife logra reducir la longitud promedio de los intervalos, el sesgo de estimación y el error promedio de estimación.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla XI***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial Negativa con parámetros r=50 y p=0.5 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 84.324 | 81.776 | 76.944 | 74.908 | 72.584 |
| **Varianza** | 74.158 | 36.446 | 32.308 | 21.669 | 15.854 |
| **Asimetría** | 0.156 | -0.032 | -0.425 | -0.745 | -1.077 |
| **Error de Estimación Promedio** | **34.324** | **31.776** | **26.944** | **24.908** | **22.584** |
| **Kurtosis** | 3.280 | 2.481 | 2.858 | 3.024 | 3.723 |
| **Mínimo** | **63.400** | **66.800** | **63.220** | **64.060** | **61.018** |
| **Máximo** | 108.000 | 94.000 | 88.000 | 82.010 | 79.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 72.287 | 74.689 | 70.797 | 69.552 | 68.476 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 96.361 | 88.863 | 83.091 | 80.263 | 76.692 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 24.074 | 14.174 | **12.293** | **10.711** | **8.216** |
| **Sesgo de Estimación** | **34.324** | **31.776** | **26.944** | **24.908** | **22.584** |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla XII***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial Negativa con parámetros r=50 y p=0.5 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 88.660 | 85.080 | 80.080 | 77.640 | 74.680 |
| **Varianza** | 38.229 | 18.238 | 13.096 | 7.827 | 5.936 |
| **Asimetría** | 0.659 | 0.232 | 0.003 | -0.647 | -0.606 |
| **Error de Estimación Promedio** | 38.660 | 35.080 | 30.080 | 27.640 | 24.680 |
| **Kurtosis** | 4.002 | 2.456 | 2.523 | 3.574 | 2.790 |
| **Mínimo** | 77.000 | 77.000 | 73.000 | 70.000 | 69.000 |
| **Máximo** | 108.000 | 94.000 | 88.000 | 83.000 | 79.000 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 50.000 | 50.000 | 50.000 | 50.000 | 50.000 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 68.549 | 62.812 | 57.093 | 55.483 | 54.776 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 18.549 | 12.812 | 7.093 | 5.483 | 4.776 |
| **Sesgo de Estimación** | 38.660 | 35.080 | 30.080 | 27.640 | 24.680 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

 En la Tabla XIII y en la Tabla XIV se muestra el último estadístico de orden para una distribución Beta con parámetros ω=3 y ν=4, podemos apreciar que el método de estimación Jacknife proporciona valores para los estimadores mayores a uno como se puede constatar, los máximos valores observados de los estimadores para todos los tamaños muestrales son mayores a uno, los cuales no se encuentran definidos para la función de densidad Beta.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla XIII***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.768 | 0.846 | 0.904 | 0.930 | 0.958 |
| **Varianza** | 0.013 | 0.003 | 0.002 | 0.001 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.543 | 0.139 | -0.481 | -0.143 | -0.195 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.232 | 0.154 | 0.096 | 0.070 | 0.042 |
| **Kurtosis** | 2.844 | 2.858 | 2.563 | 1.986 | 1.860 |
| **Mínimo** | 0.470 | 0.701 | 0.810 | 0.872 | 0.928 |
| **Máximo** | 0.954 | 0.977 | 0.977 | 0.983 | 0.989 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.432 | 0.673 | 0.827 | 0.870 | 0.924 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1 | 1 | 0.981 | 0.990 | 0.991 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.568 | 0.327 | 0.154 | 0.120 | 0.067 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.232 | -0.154 | -0.096 | -0.070 | -0.042 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla XIV***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.851 | 0.897 | 0.938 | 0.958 | 0.972 |
| **Varianza** | 0.024 | 0.007 | 0.003 | 0.002 | 0.001 |
| **Asimetría** | -0.240 | 0.340 | -0.140 | 0.073 | -0.011 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.170 | 0.115 | 0.067 | 0.050 | 0.030 |
| **Kurtosis** | 2.197 | 2.323 | 2.433 | 2.118 | 1.907 |
| **Mínimo** | 0.501 | 0.732 | 0.818 | 0.876 | 0.931 |
| **Máximo** | 1.099 | 1.068 | 1.037 | 1.044 | 1.017 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.620 | 0.788 | 0.871 | 0.903 | 0.944 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 1.082 | 1.007 | 1.006 | 1.014 | 1.000 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 0.463 | 0.219 | 0.135 | 0.111 | 0.056 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.149 | -0.103 | -0.062 | -0.042 | -0.028 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

***Estimador del Coeficiente de Correlación***

 Para una distribución Normal Bivariada la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95%, el sesgo de estimación y el error promedio de estimación, logró reducirse mediante el método de estimación convencional, las demás medidas descriptivas cuando aumentaba el tamaño muestral eran similares mediante los métodos de estimación trabajados, esto lo podemos apreciar en la Tabla XV y en la Tabla XVI.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla XV***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Coeficiente de Correlación de una Población Normal Bivariada con parámetros μ1=-3, μ2=2 y ρ=0.7 utilizando el Método Convencional**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.*** | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.633 | 0.705 | 0.706 | 0.703 | 0.698 |
| **Varianza** | 0.109 | 0.020 | 0.006 | 0.004 | 0.000 |
| **Asimetría** | -1.795 | -0.603 | -0.217 | -0.521 | -0.173 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.228 | 0.116 | 0.059 | 0.046 | 0.015 |
| **Kurtosis** | 6.971 | 2.328 | 2.507 | 3.554 | 2.427 |
| **Mínimo** | -0.661 | 0.365 | 0.532 | 0.525 | 0.658 |
| **Máximo** | 0.995 | 0.886 | 0.833 | 0.841 | 0.736 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -0.346 | 0.319 | 0.535 | 0.589 | 0.650 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.963 | 0.894 | 0.822 | 0.790 | 0.741 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 1.309 | 0.575 | 0.287 | 0.201 | 0.090 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.067 | 0.005 | 0.006 | 0.003 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tabla XVI***Estimación por el Método Jacknife***Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Coeficiente de Correlación de una Población Normal Bivariada con parámetros μ1=-3, μ2=2 y ρ=0.7utilizando el Método Jacknife**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  ***n******Medidas******Descrip.***  | **5** | **15** | **50** | **100** | **500** |
| **Media** | 0.400 | 0.692 | 0.702 | 0.701 | 0.698 |
| **Varianza** | 0.199 | 0.022 | 0.006 | 0.004 | 0.000 |
| **Asimetría** | -0.529 | -0.613 | -0.223 | -0.505 | -0.172 |
| **Error de Estimación promedio** | 0.411 | 0.122 | 0.060 | 0.046 | 0.015 |
| **Kurtosis** | 2.291 | 2.285 | 2.530 | 3.516 | 2.430 |
| **Mínimo** | -0.630 | 0.347 | 0.523 | 0.525 | 0.657 |
| **Máximo** | 0.989 | 0.885 | 0.828 | 0.840 | 0.736 |
| **Lím. Inf. Del Int. De Conf. Al 95%** | -0.713 | 0.266 | 0.525 | 0.584 | 0.650 |
| **Lím. Sup. Del Int. De Conf. Al 95%** | 0.975 | 0.886 | 0.820 | 0.789 | 0.740 |
| **Longitud Promedio del Int. De Conf.** | 1.687 | 0.620 | 0.295 | 0.205 | 0.090 |
| **Sesgo de Estimación** | -0.300 | -0.008 | 0.002 | 0.001 | -0.002 |

**Elaboración:** *R. Plúa* |

**3. CONCLUSIONES**

1. Analizando el estimador de la media muestral se concluye que para las distribuciones continuas y discretas los dos métodos de estimación trabajados proporcionan las mismas medidas descriptivas con una precisión de tres dígitos como lo son: la media, la varianza, el error promedio de estimación, coeficiente de kurtosis, coeficiente de asimetría, mínimo y máximo valor observados de los estimadores, límite superior e inferior de los intervalos de confianza al 95% para la media poblacional, longitud promedio de los intervalos de confianza y sesgo de estimación, sin embargo para tamaños muestrales menores a 30 la longitud promedio de los intervalos de confianza es menor al utilizar el método de estimación Jacknife frente al método convencional de estimación para la media poblacional.

2. Al utilizar el estimador de máxima verosimilitud para la varianza tanto para distribuciones continuas como para distribuciones discretas en la mayoría de los casos, la estimación Jacknife proporciona valores de mayor magnitud para la varianza, error de estimación promedio, longitud promedio de los intervalos de confianza al 95%, y sesgo de estimación; y a medida que aumenta el tamaño muestral todas las medidas descriptivas para la distribución de los estimadores son similares en magnitud al utilizar los dos métodos de estimación. Con la distribución discreta Poisson para λ>7, el sesgo de estimación se reduce en la mayoría de los casos mediante la estimación Jacknife frente a la estimación convencional.

3. El estimador insesgado para la varianza obtenido con los métodos de estimación trabajados proporcionan con tres dígitos de precisión las mismas medidas descriptivas para los estimadores, tanto para distribuciones discretas como para distribuciones continuas, al igual que en el caso del estimador para la media, la longitud de los intervalos de confianza para tamaños muestrales menores a 30 es menor mediante la estimación Jacknife frente a la estimación convencional.

4. El estimador insesgado de la varianza y el estimador de la media poblacional que también es insesgado para distintos valores de los parámetros poblacionales en distribuciones continuas y discretas, mediante el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional presentan la misma situación, es decir, proporcionan los mismos valores para los estimadores y por tanto las mismas medidas descriptivas, a excepción de la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% para tamaños muestrales menores a 30, que logra reducirse mediante el método de estimación Jacknife frente al método de estimación convencional.

5. Con el estimador de la mediana poblacional obtenida para distribuciones continuas como son la Beta y Uniforme y para distintos valores de los parámetros poblacionales de las mismas, podemos concluir que para tamaños muestrales impares el método de estimación Jacknife obtiene valores del estimador que no se encuentran en los dominios de las funciones de densidad respectivas. Sin embargo para tamaños muestrales pares el método de estimación Jacknife y el método de estimación convencional proporcionan las medidas descriptivas coincidentes con tres dígitos de precisión, además para tamaños muestrales menores a 30 se logra reducir la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95%. Para la distribución Normal se concluye que el método Jacknife funciona, puesto que, la función de densidad Normal está definida en el intervalo (-∞, +∞).

6. Para el primer estadístico de orden para distintos valores de los parámetros poblaciones de las distribuciones Uniforme y Exponencial el método de estimación Jacknife no funciona puesto que obtiene valores de los estimadores que no se encuentran en los dominios de las funciones de densidad. En la distribución Beta para el parámetro poblacional ν>20 y ω>0 el método de estimación Jacknife logra reducir el error promedio de estimación y el sesgo de estimación.

7. El primer estadístico de orden mediante el método de estimación Jacknife para distintos valores de los parámetros poblacionales de la distribución Hipergeométrica proporciona valores para los estimadores que no se encuentran en el dominio de la función de probabilidad. Con la distribución Poisson el método de estimación Jacknife para λ>20 funciona y además logra reducir el sesgo de estimación y el error de estimación promedio. Analizando la distribución Binomial el método de estimación Jacknife funciona para p>0.7 además logra reducir el sesgo de estimación y error de estimación promedio. En cuanto a la distribución Binomial Negativa el método de estimación Jacknife funciona para r>50 y p<0.7, logra reducir el sesgo de estimación, error promedio de estimación y la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95%.

8. El último estadístico de orden para la distribución uniforme y con distintos valores de los parámetros poblacionales mediante el método de estimación Jacknife en todos los casos proporciona valores que no se encuentran en el dominio de la función de densidad, para la población Beta para los parámetros poblacionales ω>20 y ν>0, el método de estimación Jacknife funciona y las medidas descriptivas como el error promedio de estimación, sesgo de estimación y longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% logra reducirse.

9. Analizando el último estadístico de orden para distintos valores de los parámetros poblacionales de la distribución Hipergeométrica el método de estimación Jacknife no funciona en ningún caso; con la distribución Binomial para el parámetro poblacional p<0.4 el sesgo de estimación, el error de estimación promedio y la longitud promedio de los intervalos de confianza al 95% logra reducirse mediante la estimación Jacknife frente a la estimación convencional.

10. Para el estimador del coeficiente de correlación de un vector Normal Bivariado y para distintos valores de los parámetros poblacionales, el método de estimación convencional logró reducir la longitud promedio de los intervalos de confianza, el sesgo de estimación y el error de estimación promedio, las restantes medidas descriptivas tendían a ser similares en magnitud a medida que aumentaba el tamaño muestral mediante los dos métodos de estimación.

11. Para todos los estimadores trabajados las medidas descriptivas obtenidas eran similares en magnitud a medida que aumentaba el tamaño muestral.

**4. RECOMENDACIONES**

1. Cuando deseamos en algún trabajo de investigación realizar inferencias acerca de la media o de la varianza poblacional de variables aleatorias continuas o discretas, y además trabajamos con estimadores insesgados para los parámetros poblacionales y tamaños muestrales mayores a 30; en estos casos resulta útil utilizar el método convencional, ya que si bien es cierto ambos métodos proporcionan los mismos resultados, el método Jacknife es un proceso intensivo o de remuestreo. Si trabajamos con tamaños muestrales menores a 30 y deseamos que la longitud del intervalo sea pequeña es mejor utilizar la estimación Jacknife.

2. Si tratamos de estimar la mediana poblacional es mejor utilizar la estimación convencional, ya que para tamaños muestrales impares el metodo Jacknife no funciona y para tamaños muestrales pares funciona pero proporciona los mismos resultados que el método de estimación convencional, recordando que el método Jacknife es un método intensivo.

3. Si tratamos de estimar el primer estadístico de orden, último estadístico de orden, varianza utilizando el estimador de máxima verosimilitud y coeficiente de correlación, es mejor utilizar el método de estimación convencional, puesto que si en algunos casos expuestos en este trabajo se logra reducir ciertas medidas de interés como el sesgo de estimación, error de estimación promedio y longitud promedio de los intervalos de confianza, está magnitud no es considerable como para justificar un método intensivo por computador o de remuestreo, siempre y cuando trabajemos con tamaños muestrales grandes.

4. Si el investigador se enfrenta con algún caso de los estudiados en la presente investigación para los cuales el método de estimación Jacknife funciona y le es imperioso reducir algunas de las medidas descriptivas para las cuales el método Jacknife proporciona buenos resultados, es conveniente utilizar el método de estimación Jacknife, cabe recalcar que a mayor tamaño muestral el número de operaciones que realiza el algoritmo para la obtención del estimador Jacknife será mayor y por tanto el tiempo de ejecución del algoritmo también lo será.

**REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

1. **R. PLÚA**, (2003), “*Estimadores Jacknife para distintos tipos de población*”, (Tesis, Instituto de Ciencias Matemáticas, Escuela Superior Politécnica del Litoral), Guayaquil-Ecuador.

2. **MARTÍNEZ, W. & MARTÍNEZ, A.,** (2002), “*Computational Statistics Handbook with MATLAB*”, Chapman & Hall/CRC, United States of America.

3. **PÉREZ, C.**, (2000), “*Técnicas de Muestreo-Estadística*”, Grupo editor Alfaomega, Madrid - España.

4. **BRANDT, S.,** (1999), “*Data Analysis and Statistical & Computational Methods*”, Springer, New York Inc., United States of America.

5. **GARCÍA, J., RODRÍGUEZ, J. Y BRÁZALEZ, A.**, (1999), “*Aprenda Matlab como si estuviera en primero*”, Universidad de Navarra, San Sebastián

6. **MENDENHALL, W.** (1994). *“Estadística Matemática con Aplicaciones*”, Grupo Editorial Iberoamérica, México - México.

7. **ROBERT R. S. & JAMES R. F.**,(1994) “*Biometry*” W. H. Freeman & Co., New York, United States of America.

8. **EVANS, M. & HOSTINGS, N.** (1993) “*Statistical Distributions*” John Wiley & Sans, Inc, Otawa - Canada.

9. **LAW & KELTON**, (1991), “*Simulation Model and Analysis*”, Mc. Graw Hill, Bogotá-Colombia.

10. **MURRAY, R. S.**,(1982), “*Teoría y Problemas de Estadística*”, Mc. Graw Hill, Bogotá-Colombia

11. **PARZEN, E.** (1972), “*Procesos Estocásticos*”. Paraninfo, Madrid - España.

12. **PAPOULIS,** (1965). *“Probabilidad y Variables Aleatorias”,* segunda edición, Mc-Graw Hill, Tokio - Japón.

13. **QUENOUILLE, M.**, (1956), “*Notes on bias in estimation*”, Biométrika 52, 647-649.

14. **QUENOUILLE, M.,** (1949), “*Aproximate tests of correlation in time series*”, Journal Royal Statistical Society B11, 68-84.