**ESPOL**

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Instituto de Ciencias Matemáticas**

**Ingeniería en Estadística Informática**

**“Estimadores Jacknife para distintos tipos de población”**

**TESIS DE GRADO**

Previa a la obtención del Título de:

**INGENIERA EN ESTADÍSTICA INFORMÁTICA**

Presentada por:

**Raquel Patricia Plúa Morán**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

**AÑO**

**2003**

**AGRADECIMIENTO**

*A Dios,*

*a mi querida madre y*

*al Ing. Gaudencio Zurita.*

**DEDICATORIA**

*A Dios y*

*a mi recordado padre*.

**TRIBUNAL DE GRADUACIÓN**

Mat. Jorge Medina Sancho M. Sc. Gaudencio Zurita H.

DIRECTOR DEL ICM DIRECTOR DE TESIS

Ing. Yadira Moreno Medina Ing. Marcos Mendoza Vélez

VOCAL VOCAL

**DECLARACIÓN EXPRESA**

**“La responsabilidad del contenido de esta tesis de grado, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORIAL”**

(Reglamento de graduación de la ESPOL)

Raquel Patricia Plúa Morán

**RESUMEN**

El presente trabajo de investigación desarrolla la estimación para los parámetros poblacionales de distribuciones continuas y discretas mediante el método Jacknife con el objetivo de determinar la bondad de este tipo de estimación en comparación con los métodos de estimación convencionales.

Para ello revisamos la metodología de la estimación Jacknife, su sesgo, y varianza. Posteriormente, desarrollamos el modelo de simulación, para el problema planteado, se generan 50 muestras aleatorias de tamaño n cada una a partir de poblaciones discretas y continuas, se estiman los parámetros poblacionales mediante el método Jacknife y el método convencional, así, obtenemos las principales medidas descriptivas para los 50 estimadores.

Al analizar los resultados del proceso de simulación pudimos apreciar que el método de estimación Jacknife funciona bastante bien para ciertas poblaciones y con determinados valores para los parámetros poblacionales, sin embargo debemos recalcar que el método Jacknife es un método de remuestreo o intensivo por computador y mientras la muestra aleatoria sea más grande el tiempo de ejecución del algoritmo para la obtención de este tipo de estimador será mayor. Para estimadores insesgados como la media muestral y la varianza, el método Jacknife y el método convencional proporcionan los mismos resultados con tres dígitos de precisión.

**INDICE GENERAL**

**Pág**.

|  |  |
| --- | --- |
| RESUMEN  INDICE GENERAL  ABREVIATURAS  SIMBOLOGIA  INDICE DE GRÁFICOS Y CUADROS  INDICE DE TABLAS  INTRODUCCIÓN  **I. DISTRIBUCIONES POBLACIONALES………………………..**  1.1 Introducción…………………………………………………….  1.2 Parámetro poblacional ………………………………………..  1.3 Estimador……………………………………………………….  1.3.1 Características de los estimadores……………………  1.4 Momentos alrededor del origen y alrededor de la media….  1.4.1 Momento k-ésimo alrededor del origen……………….  1.4.2 Momento k-ésimo alrededor de la media…………….  1.5 Generación de números aleatorios de distribuciones  poblacionales por el método de la transformada inversa.  1.6 Métodos de estimación………………………………………..  1.6.1 Método de máxima verosimilitud…………………….  1.6.2 Método de los momentos……………………………..  1.7 Convergencia en distribución…………………………………  1.8 Principales Distribuciones Discretas y Continuas………….  **II. EL MÉTODO JACKNIFE……………………………………….**  2.1 Introducción……………………………………………………  2.2 Historia…………………………………………………………  2.3 Forma General………………………………………………...  2.4 Algoritmo para obtener el estimador Jacknife……………..  2.5 Algoritmo para obtener el sesgo y la desviación estándar  del estimador Jacknife………………………………………..  2.6 Diagrama de flujo para obtener el estimador Jacknife……  2.7 Diagrama de flujo para obtener el sesgo y la desviación  estándar del estimador Jacknife…………………………….  **III. ESTIMACIÓN JACKNIFE UTILIZANDO SIMULACIÓN…….**  3.1 Introducción…………………………………………………...  3.2 Modelo de simulación………………………………………..  3.3 Subprogramas realizados en el simulador………………...  3.3.1 Subfunción Variables…………………………………..  3.3.2 Subfunción Resultados………………………………...  3.3.3 Subfunción Procedimiento\_Operaciones…………....  3.3.4 Subfunción Generar\_Muestra…………………………  3.3.5 Subfunción Estimador\_Jacknife………………………  3.3.6 Subfunción Gráficos……………………………………  **IV ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN……….**  4.1 Introducción…………………………………………………...  4.2 Estimadores para distribuciones discretas………………...  4.2.1 Estimadores para la distribución Poisson…………..  4.2.2 Estimadores para la distribución Binomial Negativa  4.2.3 Estimadores para la distribución Binomial…………  4.2.4 Estimadores para la distribución Hipergeométrica..  4.3 Estimadores para distribuciones continuas………………..  4.3.1 Estimadores para la distribución Exponencial……..  4.3.1 Estimadores para la distribución Beta………………  4.3.1 Estimadores para la distribución Normal…………...  4.3.4 Estimadores para la distribución Uniforme…………  4.4 Estimadores para distribuciones Bivariadas………………  4.4.1 Estimadores para la distribución Normal Bivariada..  **V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES………………….**  5.1 Conclusiones………………………………………………….  5.2 Recomendaciones……………………………………………  ANEXOS  BIBLIOGRAFÍA | II  III-VI  V  VI  VII  VIII-XV  1  2  2  3  3  3-5  5  5-6  6-15  16-20  20  20-23  23-25  25  26  25  27  27-31  31-37  37-38  38  39-40  41-42  43  43  44-47  48  48-49  49  50  50-52  53  53  54  54-56  56  56-62  63-68  69-76  77-84  85  85-94  95-102  103-110  111-123  124  124-125  126  126-130  131-132 |

**SIMBOLOGÍA**

S2 Estimador insesgado para la varianza.

S´2 Estimador de máxima verosimilitud para la varianza.



Estimador para la media poblacional

X(1) Mínimo Valor

X(n) Máximo Valor

Estimador para la mediana poblacional



O(n) Orden del sesgo

σ 2 Varianza poblacional

μ Media poblacional

θ Parámetro poblacional

 Estimador del parámetro poblacional.

B Sesgo de estimación

 Estimador Jacknife

n Tamaño muestral

ρ Coeficiente de correlación

**ABREVIATURAS**

MATLAB Matrix Laboratory

Jack Jacknife

Lím. Inf. Límite Inferior

Lím. Sup. Límite Superior

**INDICE DE GRÁFICOS Y CUADROS**

**Pág.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Gráfico 1.1  Gráfico 1.2  Gráfico 1.3  Cuadro 1  Cuadro 2 | Gráfico de la Función de Probabilidad de la variable aleatoria X Asimétrica……………………......................  Gráfico de la Función de Probabilidad f(X) Simétrica…………………………………………..............  Transformación de una variable aleatoria uniforme X a una variable aleatoria Y con distribución G(y)………  Poblaciones Discretas y Continuas utilizadas en la simulación………………………………………………….  Estimadores utilizados en la simulación……………….. | 9  13  17  48  48 |

**INDICE DE TABLAS**

**Pág.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tabla I  Tabla II  Tabla III  Tabla IV  Tabla V  Tabla VI  Tabla VII  Tabla VIII  Tabla IX  Tabla X  Tabla XI  Tabla XII  Tabla XIII  Tabla XIV  Tabla XV  Tabla XVI  Tabla XVII  Tabla XVIII  Tabla XIX  Tabla XX  Tabla XXI  Tabla XXII  Tabla XXIII  Tabla XXIV  Tabla XXV  Tabla XXVI  Tabla XXVII  Tabla XVIII  Tabla XXIX  Tabla XXX  Tabla XXXI  Tabla XXXII  Tabla XXXIII  Tabla XXXIV  Tabla XXXV  Tabla XXXVI  Tabla XXXVII  Tabla XXXVIII  Tabla XXXIX  Tabla XL  Tabla XLI  Tabla XLII  Tabla XLIII  Tabla XLIV  Tabla XLV  Tabla XLVI  Tabla XLVII  Tabla XLVIII  Tabla XLIX  Tabla L  Tabla LI  Tabla LII  Tabla LIII  Tabla LIV  Tabla LV  Tabla LVI  Tabla LVII  Tabla LVIII  Tabla LIX  Tabla LX  Tabla LXI  Tabla LXII  Tabla LXIII  Tabla LXIV  Tabla LXV  Tabla LXVI  Tabla LXVII  Tabla LXVIII  Tabla LXIX  Tabla LXX  Tabla LXXI  Tabla LXXII  Tabla LXXIII | Parámetros de las funciones de probabilidad de los principales estimadores para la población X………….  Parámetros de las funciones de probabilidad de los principales estimadores para la población X Simétrica…………………………………………………..  Muestra Aleatoria de una Población Exponencial con media 36…………………………………………………..  Ilustración para la obtención de los Pseudovalores en la estimación Jacknife para la media poblacional…….  Ilustración para la obtención de los Pseudovalores en la estimación Jacknife para la mediana poblacional….  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional……………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife……………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Convencional……………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Poisson con parámetro λ=2 utilizando el Método Jacknife……………………………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Convencional…………………………………………….  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Jacknife  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Convencional……………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Jacknife  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Convencional……………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial Negativa con parámetros r=7 y p=0.4 utilizando el Método Jacknife……………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial utilizando el Método Convencional……………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Binomial utilizando el Método Jacknife…………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial utilizando el Método Convencional……………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Binomial utilizando el Método Jacknife…………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Convencional……………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Jacknife…………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Convencional……………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Binomial con parámetros n=20 y p=0.8 utilizando el Método Jacknife…………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional……………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife……………………………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional……………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife……………………………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional…………………….  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife……………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Convencional……………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Hipergeométrica con parámetros N=30, k=15 y n=5 utilizando el Método Jacknife……………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional…  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional…  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional…  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional...  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife……….  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Convencional……………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Exponencial con parámetro β=36 utilizando el Método Jacknife…………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional……………….  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife……………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional……………………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Último Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife……………………………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Convencional……………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Beta con parámetros ν=4 y ω=3 utilizando el Método Jacknife……………………………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores la Media de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional……………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores la Media de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife……………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife……………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife……………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Convencional………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Normal con parámetros μ=0 y σ=1 utilizando el Método Jacknife……………...  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional………...  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Media de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional………...  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Mediana de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional………...  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional………...  Medidas Descriptivas de los Estimadores para la Varianza de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Convencional……………………………………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Primer Estadístico de Orden de una Población Uniforme con parámetros α=0 y β=1 utilizando el Método Jacknife…………………………………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Ultimo Estadístico de Orden de una Población Uniforme utilizando el Método Convencional…………  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Ultimo Estadístico de Orden de una Población Uniforme utilizando el Método Jacknife………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Coeficiente de Correlación de una Población Normal Bivariada con parámetros μ1=-3, μ2=2 y ρ=0.7 utilizando el Método Convencional……………………..  Medidas Descriptivas de los Estimadores para el Coeficiente de Correlación de una Población Normal Bivariada con parámetros μ1=-3, μ2=2 y ρ=0.7 utilizando el Método Convencional…………………….. | 11  14  34  35  36  58  58  60  60  62  62  64  64  66  66  68  68  70  70  72  72  74  74  76  76  78  78  80  80  82  82  84  84  86  86  88  88  90  90  92  92  94  94  96  96  98  98  100  100  102  102  104  104  106  106  108  108  110  110  112  112  114  114  116  116  118  118  120  120  122  122  125  125 |

**BIBLIOGRAFÍA**

1. **MARTÍNEZ, W. & MARTÍNEZ, A.,** (2002), “*Computational Statistics Handbook with MATLAB*”, Chapman & Hall/CRC, United States of America.

2. **PÉREZ, C.**, (2000), “*Técnicas de Muestreo-Estadística*”, Grupo editor Alfaomega, Madrid - España.

3. **BRANDT, S.,** (1999), “*Data Analysis and Statistical & Computational Methods*”, Springer, New York Inc., United States of America.

4. **GARCÍA, J., RODRÍGUEZ, J. Y BRÁZALEZ, A.**, (1999), “*Aprenda Matlab como si estuviera en primero*”, Universidad de Navarra, San Sebastián

5. **MENDENHALL, W.** (1994). *“Estadística Matemática con Aplicaciones*”, Grupo Editorial Iberoamérica, México - México.

6. **ROBERT R. S. & JAMES R. F.**,(1994) “*Biometry*” W. H. Freeman & Co., New York, United States of America.

7. **EVANS, M. & HOSTINGS, N.** (1993) “*Statistical Distributions*” John Wiley & Sans, Inc, Otawa - Canada.

8. **LAW & KELTON**, (1991), “*Simulation Model and Analysis*”, Mc. Graw Hill, Bogotá-Colombia.

9. **MURRAY, R. S.**,(1982), “*Teoría y Problemas de Estadística*”, Mc. Graw Hill, Bogotá-Colombia

10. **PARZEN, E.** (1972), “*Procesos Estocásticos*”. Paraninfo, Madrid - España.

11. **PAPOULIS,** (1965). *“Probabilidad y Variables Aleatorias”,* segunda edición, Mc-Graw Hill, Tokio - Japón.

12. **QUENOUILLE, M.**, (1956), “*Notes on bias in estimation*”, Biométrika 52, 647-649.

13. **QUENOUILLE, M.,** (1949), “*Aproximate tests of correlation in time series*”, Journal Royal Statistical Society B11, 68-84.

14. **LUIS MOLINERO**, (2002), *“Métodos autosuficientes de remuestreo”,* http://www.seh-lelha.org/randomization.htm