



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación

“Equivalentes de Sistemas Eléctricos Desbalanceados a Mecánicos
utilizando Redes de Secuencia”

INFORME DE PROYECTO INTEGRADOR

Previo a la obtención de título de:

INGENIERO EN ELECTRICIDAD

Presentado por:

Luis Janiere Chillogalli Uchuari

Kenneth Ernesto Quimí Suárez

GUAYAQUIL – ECUADOR

PAO-II 2023-2024

AGRADECIMIENTOS

Luis:

Quiero agradecer a Dios por darme la oportunidad de empezar este camino junto con el apoyo incondicional de mi madre y mi padre, quienes han sido los pilares fundamentales desde el primer día que pude ver la luz. Gracias a mi madre por preocuparse siempre por mí y gracias a mi padre por ayudarme con su experiencia. Gracias a ESPOL por permitirme formarme en sus instalaciones, por permitirme conocer a personas maravillosas. Agradezco a todos los profesores que conocí en el camino porque el conocimiento que me compartieron ha permitido formar un profesional. Agradezco a mis amigos por el tiempo compartido durante este proceso.

Kenneth:

Quiero agradecerme a Dios por permitirme culminar esta etapa como estudiante, a mis padres y hermanas por su apoyo incondicional durante cada una de las adversidades que se suscitaron durante el camino. Gracias a mi padre por haberme apoyado con su experiencia y su tiempo cuando era necesario y a mi madre por haberme aconsejado en los momentos más difíciles. Gracias a ESPOL por haberme permitido formar parte de sus estudiantes y haberme dado la oportunidad de aprender y formarme como profesional junto con todos los excelentes docentes con los que pude interactuar. Agradezco a mis amigos y compañeros por las buenas experiencias adquiridas en lo académico y profesional.

DEDICATORIA

Luis:

Quiero dedicar este trabajo a Dios, a mi familia, a mis mamitas (abuelas) que descansan en el cielo y en especial a mi madre, quien me cuida y guía por el camino del bien, a mi padre quien ha sido mi inspiración para superarme. Entrego este trabajo a mi madre y padre como ofrenda a todo su amor, esfuerzo, sacrificio y trabajo vivido para que esta persona pueda hoy convertirse en un profesional de bien. A mi tío Patricio, quien me brindó la oportunidad de aprender junto a él desde joven; al Tnglo. José Córdova, al Ing. Stalin Arce, la Ing. Diana Cervantes y al Ing. Carlos Rodríguez quienes han confiado, brindado su consejo y experiencia.

Kenneth:

Quiero dedicar este trabajo a mi querida familia, quienes nunca me abandonaron en los momentos difíciles, a mi abuela Anita quien siempre supo apoyarme a pesar de la distancia, a mi querida tía América que descansa en el cielo y cuyas enseñanzas me permitieron convertirme en la persona que soy ahora. Entrego este trabajo a mis padres como fruto de todo el esfuerzo realizado estos años y todo el amor y apoyo incondicional de su parte. Al Ph.D. Manuel Alvarez Alvarado quien además de su apoyo como docente, me permitió demostrar mis habilidades como ayudante y como asistente de investigador. Al Ing. Fernando Vaca, la Ing. Diana Cevantes, quiénes me permitieron formarme como profesional y me brindaron su experiencia y consejo para desarrollarme en mi carrera.

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Nombre del Profesor

Ph.D. Ángel Recalde

Nombre del Profesor

Ph.D. Manuel Álvarez

DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, nos corresponde exclusivamente; y damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"



Quimí Suárez Kenneth Ernesto



Chillogalli Uchuari Luis Janiere

RESUMEN

Este trabajo tiene con propósito desarrollar un análisis en redes de secuencia sobre un modelo eléctrico basado en un modelo mecánico de suspensión-amortiguamiento que es empleado en los vehículos automotores que, para mejorar la comprensión de la analogía, se estudiará como un vehículo de tres ruedas, haciendo que este sistema a analizar sea lo más similar posible a un sistema trifásico. El sistema eléctrico se basa en un sistema mecánico de suspensión activa o pasiva donde se definen los diferentes elementos como rueda, muelle y amortiguador incluyendo la forma en que estos se conectan para llegar a un sistema equivalente eléctrico mediante la analogía de cada elemento respectivamente, todo ello a partir de las ecuaciones utilizadas en el análisis de las partes del chasis como masas puntuales en las cuales se ejercen fuerzas externas y estas a su vez tienden a oponerse a dicho cambio e incluso a disipar parte de la energía proporcionada, la cual puede ser aplicada por una máquina de pruebas. Una vez que se obtenga el modelo equivalente eléctrico se puede utilizar la teoría de Fortescue para realizar el estudio en el dominio de las secuencias debido a que puede aplicarse a sistemas eléctricos balanceados y desbalanceados facilitando la obtención de curvas de respuesta debido a las diferentes condiciones a las que se tiene previsto poner a prueba el sistema. El resultado del trabajo corresponde a tabular los cambios de referencia obtenidos en cada una de las fases cuando el sistema de suspensión-amortiguamiento es sometido a una fuerza externa; además de obtener las curvas de movimiento del chasis para determinar el desplazamiento equivalente que sería percibido por el usuario del automotor, dicho valor sería un claro indicativo del estado del sistema de suspensión-amortiguamiento del vehículo.

Palabras clave: Redes de secuencia, analogía electromecánica, circuito eléctrico, sistema suspensión-amortiguamiento, teoría de Fortescue,.

ABSTRACT

The result of the work corresponds to tabulating the reference changes obtained in each of the phases when the suspension-damping system is subjected to an external force. The purpose of this work is to develop a sequence network analysis on an electrical model based on a mechanical suspension-damping model that is used in automotive vehicles that, to improve the understanding of the analogy, will be studied as a three-wheeled vehicle. , making this system to be analyzed as similar as possible to a three-phase system. The electrical system is based on a mechanical system of active or passive suspension where the different elements such as wheel, spring and shock absorber are defined, including the way in which these are connected to reach an equivalent electrical system through the analogy of each element respectively, all This is based on the equations used in the analysis of the parts of the chassis as point masses on which external forces are exerted and these in turn tend to oppose said change and even dissipate part of the energy provided, which can be applied by a testing machine. Once the electrical equivalent model is obtained, Fortescue theory can be used to carry out the study in the sequence domain because it can be applied to balanced and unbalanced electrical systems, facilitating the obtaining of response curves due to the different conditions at hand. which it is planned to test the system. The result of the work corresponds to tabulating the reference changes obtained in each of the phases when the suspension-damping system is subjected to an external force; In addition to obtaining the movement curves of the chassis to determine the equivalent displacement that would be perceived by the vehicle user, said value would be a clear indication of the state of the suspension-damping system of the vehicle.

Keywords: Sequence networks, electromechanical analogy, electrical circuit, suspension-damping system.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
ÍNDICE GENERAL	III
ABREVIATURAS	V
SIMBOLOGÍA	VI
ÍNDICE DE FIGURAS	VIII
ÍNDICE DE TABLAS	X
CAPÍTULO 1	1
1. Introducción.....	1
1.1. Descripción de la Problemática.....	2
1.2. Justificación de la Problemática.....	3
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo General.....	4
1.3.2. Objetivos específicos.....	4
1.4. Marco teórico	5
1.4.1. Analogía Mecánico-Eléctricas.....	7
1.4.2. Leyes Eléctricas	8
1.4.3. Leyes físicas	8
1.4.4. Redes de Secuencia	10
CAPÍTULO 2	13
2. Metodología.....	13
2.1. Modelo mecánico del sistema de suspensión amortiguamiento.....	15
2.2. Desarrollo de ecuaciones y analogías eléctricas	18
2.3. Modelo activo equivalente de secuencias	20
2.4. Modelo pasivo equivalente de secuencias.....	26
2.5. Funciones de velocidad	28
2.6. Desarrollo de modelo en Simulink.....	30
CAPÍTULO 3	33
3. Análisis de Resultados.....	33
3.1. Resultados de Modelo Matemático	33
3.2. Resultados de Simulación del Sistema Activo Balanceado	34
3.3. Resultados de Simulación del Sistema Pasivo Balanceado	36
3.4. Resultados de Simulación del Sistema Activo Desbalanceado.....	39
3.5. Resultados de Simulación del Sistema Pasivo Desbalanceado.....	46

3.6. Análisis de resultados	54
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	54
Conclusiones	54
Recomendaciones	56
BIBLIOGRAFÍA	57

ABREVIATURAS

ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
RLC	resistor, inductor y capacitor

SIMBOLOGÍA

mV	milivoltio
V_a	Voltaje de la fase A
V_{a0}	Componente de Secuencia Cero del Voltaje de la fase A
X_r	Movimiento generado por el camino
X_n	Movimiento desarrollado por la rueda
X_c	Movimiento desarrollado por el sistema de suspensión-amortiguamiento
X_{r0}	Componente de Secuencia Cero del Movimiento generado por el camino
X_{r1}	Componente de Secuencia positiva de X_r
X_{r2}	Componente de Secuencia negativa de X_r
kg	kilogramos
N/m	constante elástica
Ns/m	amortiguamiento
m/s	Velocidad
N	Unidad de fuerza
Z	Impedancia
R	Resistencia
L	Inductancia
C	Capacitancia
b	Constante de amortiguador
k	Constante elástica del resorte
m	Masa
F	Fuerza mecánica
F_0	Componente de secuencia cero de fuerza
F_1	Componente de secuencia 1 de fuerza
F_2	Componente de secuencia 2 de fuerza
ω	Frecuencia angular
F	Frecuencia del sistema

Rad/s	Unidad de frecuencia angular
Hz	Unidad de frecuencia
X_c	Reactancia capacitiva
X_L	Reactancia Inductiva
Ω	Unidad de impedancia
$i(t)$	Corriente en función del tiempo
$X_r(\dot{t})$	Variación de desplazamiento en función del tiempo

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Circuito RLC en serie sin fuente	6
Figura 1.2 Representación de sistema de amortiguamiento	9
Figura 1.3 Componentes simétricas de fasores de un sistema desbalanceado [4].....	12
Figura 2.1 Vista frontal y lateral del sistema de suspensión-amortiguamiento [8]	14
Figura 2.2 Modelo de bloques del sistema masa-resorte-amortiguador pasivo y activo.....	15
Figura 2.3 Circuito equivalente eléctrico en el dominio de la frecuencia	19
Figura 2.4 Circuito eléctrico equivalente del sistema con fuente ideal	21
Figura 2.5 Circuitos Equivalentes de Secuencias positiva, negativa y cero	22
Figura 2.6 Circuito eléctrico equivalente de cargas	22
Figura 2.7 Equivalentes de secuencias monofásicos, secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa	23
Figura 2.8 Equivalentes de fuente respecto a la fuerza aplicada	24
Figura 2.9 Equivalentes de fuentes controladas de secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa	25
Figura 2.10 Circuito equivalente de secuencia cero con fuente controlada	25
Figura 2.11 Circuito equivalente de secuencia positiva con fuente controlada.....	26
Figura 2.12 Circuito equivalente de secuencia negativa con fuente controlada.....	26
Figura 2.13 Circuito equivalente de secuencia cero con fuente controlada de modelo pasivo	26
Figura 2.14 Circuito equivalente de secuencia positiva con fuente controlada de modelo pasivo.....	27
Figura 2.15 Circuito equivalente de secuencia negativa con fuente controlada de modelo pasivo.....	27
Figura 2.16 Definición de corrientes de malla del circuito equivalente	27
Figura 2.17 Sistema eléctrico equivalente del modelo pasivo desarrollado en Simulink	31
Figura 2.18 Bloques de medición del sistema eléctrico del modelo pasivo	31
Figura 2.19 Sistema eléctrico equivalente del modelo activo desarrollado en Simulink	32
Figura 2.20 Bloques de medición del sistema eléctrico del modelo activo.....	32
Figura 3.1 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema activo balanceado	36
Figura 3.2 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo balanceado	39
Figura 3.3 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema activo desbalanceado.....	41
Figura 3.4 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema activo desbalanceado con 50% de variación de constantes.....	43
Figura 3.5 Contraste de velocidad del chasis fase A vs tiempo del sistema activo desbalanceado, con 25% de variación de constantes.....	46
Figura 3.6 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo desbalanceado	48
Figura 3.7 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes.....	51

Figura 3.8 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes.....53

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Analogías mecánico-eléctricas	7
Tabla 2.1 Funciones de velocidad de las fases	28
Tabla 2.2 Constantes mecánicas del neumático para funciones de desplazamiento de las fases	28
Tabla 2.3 Constantes mecánicas de la suspensión para funciones de desplazamiento de las fases	29
Tabla 2.4 Detalle de constante de proporción	29
Tabla 3.1 Funciones de velocidad de las fases con desbalance	33
Tabla 3.1 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo balanceado	34
Tabla 3.2 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo balanceado	34
Tabla 3.3 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo balanceado	35
Tabla 3.4 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo balanceado	35
Tabla 3.5 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	35
Tabla 3.6 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo balanceado	37
Tabla 3.7 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo balanceado	37
Tabla 3.8 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo balanceado	37
Tabla 3.9 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo balanceado	38
Tabla 3.10 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	38
Tabla 3.11 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado	39
Tabla 3.12 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado	40
Tabla 3.13 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado	40
Tabla 3.14 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado	40
Tabla 3.15 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	41
Tabla 3.16 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%	42
Tabla 3.17 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%	42
Tabla 3.18 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%	42
Tabla 3.7 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%	42
Tabla 3.20 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	43
Tabla 3.21 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 25%	44

Tabla 3.22 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 25%	44
Tabla 3.23 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes	44
Tabla 3.24 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes	45
Tabla 3.25 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	45
Tabla 3.26 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado.....	46
Tabla 3.27 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado.....	46
Tabla 3.28 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado	47
Tabla 3.29 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado.	47
Tabla 3.30 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis.	47
Tabla 3.31 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes.....	48
Tabla 3.32 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes	49
Tabla 3.33 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes	49
Tabla 3.34 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes.....	50
Tabla 3.35 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	50
Tabla 3.36 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes.....	51
Tabla 3.37 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes	52
Tabla 3.38 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes	52
Tabla 3.39 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes.....	52
Tabla 3.40 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis	53

CAPÍTULO 1

1. Introducción

El desarrollo de vehículos automotores ha evolucionado para cubrir los diferentes requerimientos presentes en los sectores como el transporte y el comercio, al mismo tiempo que se garantiza la seguridad y confort de los usuarios o empresas que utilizan dichos vehículos, lo cual ha requerido que la tecnología empleada en los diferentes sistemas de diagnóstico automotriz evolucionen para realizar un correcto análisis del estado de los sistemas que componen el automotor durante la revisión periódica del mismo. De esta forma se asegura si el vehículo requiere de un mantenimiento, reemplazo de partes o una reparación.

Uno de los sistemas más importantes corresponde al amortiguamiento el cual se encarga de moderar las oscilaciones que tiene la suspensión a causa del desplazamiento del vehículo en una superficie no uniforme o con diferente nivel, de esta forma se evita que la parte inferior del automotor impacte con el suelo y se reduce la intensidad de cambio percibida por el usuario. El sistema de amortiguamiento se compone de varios elementos como barras, muelles y amortiguadores, los cuales son específicos acordes al tipo que este corresponda.

El presente trabajo muestra el desarrollo del equivalente de un sistema eléctrico a mecánico utilizando redes de secuencia, con el cual se pretende llegar a un modelamiento matemático que pueda ser empleado para realizar diferentes pruebas con el fin de mantener la estabilidad de los vehículos a través del estudio del sistema de amortiguamiento. Este modelo podrá ser adaptado a sistemas con características similares para sus respectivas pruebas.

1.1. Descripción de la Problemática

La introducción de vehículos automotores con nueva tecnología en los diferentes mercados ha provocado que los talleres de mantenimiento y reparación adquieran equipos más modernos como escáneres y máquinas de prueba para los distintos sistemas que componen al vehículo. Estos equipos brindan información del estado de los elementos, con lo cual se confirma si se requiere de mantenimiento o reemplazo de este. Sin embargo, estos sistemas no brindan información sobre las posibles afecciones en caso de que uno de los sistemas de amortiguamiento deje de operar u ocurra una falla.

Los sistemas de amortiguamiento absorben de diferentes formas los cambios de nivel respecto al suelo que sufren las ruedas a través de diferentes elementos para hacer que el vehículo se mantenga estable de tal forma que los pasajeros perciban la menor cantidad de movimiento. Los desniveles que existen en las carreteras se deben a cambios de altura como baches, reductores de velocidad o elementos empleados para el control de tránsito, los cuales hacen que el vehículo suba o baje respecto al nivel estable que este debe conservar. Además, una avería en uno de los neumáticos (única o múltiple) genera un desbalance en la estabilidad del automotor de tal forma que este no puede ser compensado hasta realizar la respectiva reparación [1].

El sistema de amortiguamiento se compone de una parte activa y una parte pasiva, las cuales al operar en conjunto con el sistema de suspensión hacen posible que un vehículo se mantenga estable, por ello es primordial que se detecten anomalías o fallas en los chequeos [1].

1.2. Justificación de la Problemática

Actualmente la literatura no presenta de manera clara un enfoque sobre un modelo matemático que se especialice en el estudio del sistema de suspensión ante la existencia de posibles fallas o salidas de operación de una o más partes de su sistema, por lo cual se pretende desarrollar este modelo para analizar la respuesta de la parte del sistema que continua en operación mientras y de que éste trate de conservar la estabilidad o valores próximos a la misma, como son la fuerza total resultante. De esta forma se podría realizar una prueba de respuesta de los elementos del sistema de amortiguamiento y del sistema de suspensión, ya que un elemento o parte defectuosa desencadena el deterioro de las demás partes contiguas o interconectadas.

El modelo matemático pretende facilitar análisis que se realizan a los sistemas mencionados con el fin de reducir el tiempo requerido, ya que este se desarrollará en base a valores reales como las constantes de elasticidad y de amortiguamiento. Esto hace posible que el modelo sea adaptable para sistemas similares de tal forma que se puede obtener un modelo eléctrico equivalente el cual puede usarse para pruebas específicas del mismo.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

- Realizar el modelamiento matemático de un equivalente de sistema eléctrico desbalanceado a mecánico empleando redes de secuencia para el estudio de pruebas sobre el sistema de suspensión y amortiguamiento de un vehículo automotor.

1.3.2. Objetivos específicos

- Realizar una investigación sobre los sistemas de suspensión y amortiguamiento para la obtención del modelo mecánico idóneo que represente el sistema real de un vehículo.
- Identificar los componentes pertinentes de los sistemas mecánicos con el fin de modelar su equivalente a través de elementos eléctricos para el posterior estudio.
- Implementar un código en Matlab para el análisis de respuesta del modelo obtenido ante las diferentes pruebas que se pueden simular respectivamente.
- Contrastar los resultados obtenidos de las pruebas para la descripción de los diferentes efectos que se generan en las diversas partes del sistema.

1.4. Marco teórico

El modelamiento de los sistemas dinámicos es la base para desarrollar y estudiar los sistemas de control en ingeniería; donde se hace referencia a los circuitos eléctricos compuestos por resistencias, inductores y capacitores o también llamados circuitos RLC, los cuales son esenciales para el modelamiento de equipos y máquinas que utilizamos en la vida cotidiana y en diversos sectores como la industria, transporte y comercio. Para el presente trabajo, se empleará dichos elementos para el análisis de respuesta transitoria de un sistema de suspensión-amortiguamiento de vehículos automotores.

El presente trabajo pretende emplear el estudio realizado relacionado con la comparativa de la analogía mecánica para obtener un modelo eléctrico. El circuito RLC es importante debido a que se representa con sistemas dinámicos lineales de segundo orden, mismos que son modelados con una ecuación diferencial de segundo orden, que para este caso se considerará de coeficientes constantes, con esto se describe el funcionamiento del sistema para un determinado voltaje o corriente que sea de interés obtener [2].

Existen dos clases de circuitos RLC base, los cuales se enlistan a continuación:

- Circuitos RLC serie.
- Circuitos RLC paralelo.

Enfocándose en el circuito RLC serie sin una fuente con la finalidad de obtener la respuesta natural del circuito compuesto por elementos ideales (resistencia, inductor y capacitor). De esta forma se tiene que cada uno de los elementos ideales representará a uno correspondiente como un equivalente que proviene de un modelo diferente para

obtener el modelo eléctrico deseado, con el cual se llevará a cabo un análisis y estudio sobre el funcionamiento y operación de este.

Al realizar la suma de voltajes de la malla presente en la Figura 1.1, se puede obtener la ecuación integro-diferencial en su forma fundamental, misma que se presenta en la ecuación 1.1, misma que representa al circuito sin una fuente independiente de voltaje [2].

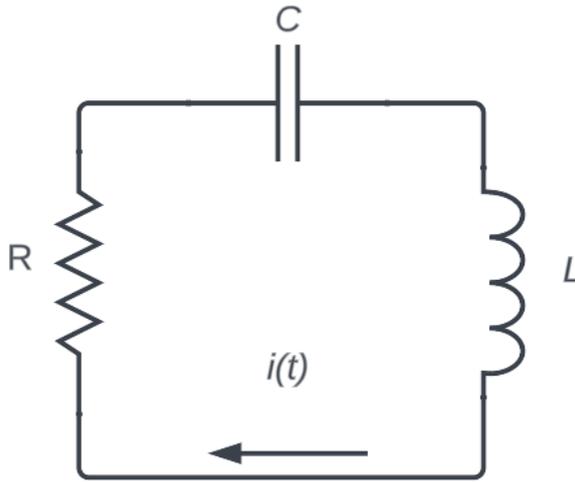


Figura 1.1 Circuito RLC en serie sin fuente

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t idt + v_c(t_0) = 0 \quad (1.1)$$

Donde: R representa la resistencia, C la capacitancia, L la inductancia e $i(t)$ es la corriente en el circuito eléctrico RLC.

Al derivar la ecuación 1.1, se obtiene una segunda ecuación diferencial, con esto se puede realizar el análisis tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia con ayuda de la transformada de Laplace.

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \quad (1.2)$$

Acorde a los parámetros R , L y C en la ecuación 1.2, se puede obtener tres tipos de respuestas por parte del sistema las cuales pueden ser: subamortiguado,

sobreamortiguado o críticamente amortiguado. Debido a esto, la respuesta que se desee obtener dependerá del valor de los componentes RLC y de la configuración que se emplee de los mismos, la cual puede ser serie o paralela o una combinación de ambas.

Gracias a esto es posible representar diferentes sistemas con un mismo modelo matemático a pesar de que físicamente son sistemas compuestos de elementos diferentes, por esto se denominan análogos. Así, los sistemas análogos se operan bajo las mismas ecuaciones, que para este caso son integro diferenciales.

Emplear este sistema análogo es beneficioso debido a:

- Se puede solucionar la ecuación del sistema físico empleando teoremas de otro campo a través del respectivo equivalente.
- Es más sencillo trabajar con el sistema análogo eléctrico que el mismo sistema físico mecánico, ya que estos pueden ser analizados de diversas formas con métodos matemáticos.

1.4.1. Analogía Mecánico-Eléctricas

Los sistemas mecánicos pueden representarse con analogías eléctricas, mismas que son más sencillas de estudiar que los modelos de sistema mecánico respectivo.

La analogía empleada para este trabajo es la siguiente:

Tabla 1.1 Analogías mecánico-eléctricas

Sistema mecánico	Sistema eléctrico
m , masa	L , inductancia
B , coeficiente amortiguación	R , resistencia
k , constante elástica del muelle	$\frac{1}{C}$, inversa de la capacitancia
x , desplazamiento	$\frac{dx}{dt}$, corriente

1.4.2. Leyes Eléctricas

Para el presente trabajo se empleará las leyes eléctricas de voltaje y corriente de Kirchhoff:

- La sumatoria de las corrientes que entran en un nodo es igual a la suma de corrientes que salen de ese nodo, todo esto siendo aplicable tanto a sistemas de corriente continua, como a sistemas de corriente alterna.
- La sumatoria de las caídas de potencial en una rama es igual al voltaje aplicado a los elementos pasivos que lo componen [2].

1.4.3. Leyes físicas

Respecto a las ecuaciones de mecánica clásica utilizadas para describir el sistema, tenemos principalmente las ecuaciones utilizadas para describir la fuerza ejercida por un amortiguador como respuesta a un movimiento provocado respecto a una referencia, en donde B representa la constante de amortiguamiento del sistema [3].

$$F_b = -B \dot{X} \quad (1.3)$$

A continuación, tenemos la fuerza ejercida sobre un resorte producto de un desplazamiento, la cual se describe a partir de su constante elástica k .

$$F_k = -k \Delta X \quad (1.4)$$

Consideraremos de igual manera las fuerzas ejercidas sobre cuerpos por acción de la gravedad, teniendo en cuenta una masa m .

$$F_m = -m g \quad (1.5)$$

Teniendo en cuenta todo esto, podemos utilizar la segunda Ley de Newton para realizarle estudio de las fuerzas aplicadas a un cuerpo, todo esto implica que a un cuerpo estar sometido a un conjunto de fuerzas, este realizará un movimiento acelerado en dirección de la fuerza resultante del sistema.

$$\sum F_i(t) = ma(t) \quad (1.6)$$

Finalmente podremos utilizar un sistema masa resorte amortiguador para un modelamiento del cuerpo a ser estudiado tal como se muestra en la figura.

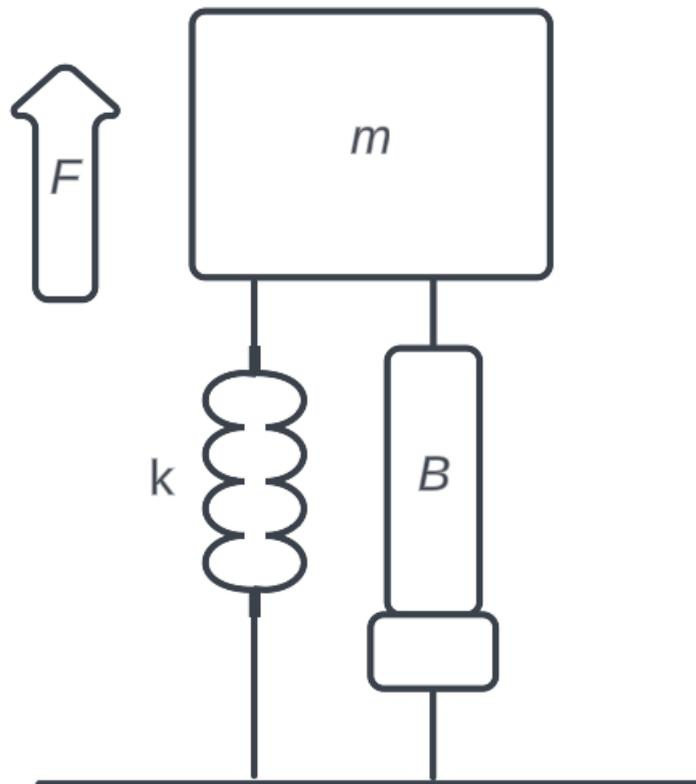


Figura 1.2 Representación de sistema de amortiguamiento

Teniendo en cuenta el tipo de sistemas a utilizar, tenemos ecuaciones tales como:

$$m\ddot{X} = -mg + kX + B\dot{X} \quad (1.7)$$

En donde:

$$\dot{X} = \frac{dx}{dt} \quad (1.8)$$

$$\ddot{X} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.9)$$

1.4.4. Redes de Secuencia

Es un método es muy útil para estudiar circuitos polifásicos los cuales pueden ser balanceados o no; el *método de las componentes simétricas* fue desarrollado por Fortescue. Este método nos dice que un sistema con n fasores relacionados puede ser resuelto con n sistemas de fasores balanceados, a los que se denomina *componentes simétricas* provenientes de los fasores originales con los que se trabaja [4].

Con ayuda de este método (teorema de Fortescue), se puede trabajar un sistema trifásico desbalanceado descomponiéndolo en tres sistemas balanceados de fasores. Estos componentes se enlistan a continuación:

1. Componentes de secuencia positiva: corresponde a tres fasores de igual magnitud, pero desfazados uno del otro en 120 grados mientras se conserva la secuencia de fase de los fasores originales.
2. Componentes de secuencia negativa: corresponde a tres fasores de igual magnitud, pero desfazados uno del otro en 120 grados mientras sigue una secuencia de fase opuesta a la de los fasores originales.
3. Componentes de secuencia cero: consiste en tres fasores de igual magnitud y con un desplazamiento de fase cero entre sí.

Al resolver un problema empleando componentes simétricas, es común designar las tres fases como a , b y c , de tal forma que la secuencia de voltajes y corrientes del sistema es abc . De esta forma, se tiene que la secuencia de fase de

las componentes de secuencia positiva y secuencia negativa de fasores desbalanceados es abc . Para los fasores originales, ya sean estos voltajes o corrientes, se designarán como Va , Vb y Vc o Ia , Ib y Ic . Para la notación de los grupos de componentes simétricas se empleará un superíndice adicional 1 para la secuencia positiva, 2 para la secuencia negativa y 0 para las componentes de secuencia cero. El uso de superíndices es necesario para no confundir la numeración de las voltajes o corrientes con los indicadores de secuencia que se usarán en este trabajo. Las componentes de secuencia positiva de Va , Vb y Vc son $Va1$, $Vb1$ y $Vc1$ respectivamente. De manera similar, las componentes de secuencia negativa son $Va2$, $Vb2$ y $Vc2$ y las de secuencia cero $Va0$, $Vb0$ y $Vc0$ respectivamente. Para la designación de corrientes se empleará la letra I con superíndices similares empleados en la notación de voltajes. A continuación, se presentan las componentes simétricas de forma gráfica [4].

$$V_a = V_a^{(0)} + V_a^{(1)} + V_a^{(2)} \quad (1.10)$$

$$V_b = V_b^{(0)} + V_b^{(1)} + V_b^{(2)} \quad (1.11)$$

$$V_c = V_c^{(0)} + V_c^{(1)} + V_c^{(2)} \quad (1.12)$$

Primero se representa a las componentes de las fases b y c como producto de la componente de la fase a con ayuda del operador a (necesario para realizar el desfase). Además, se considera la siguiente relación:

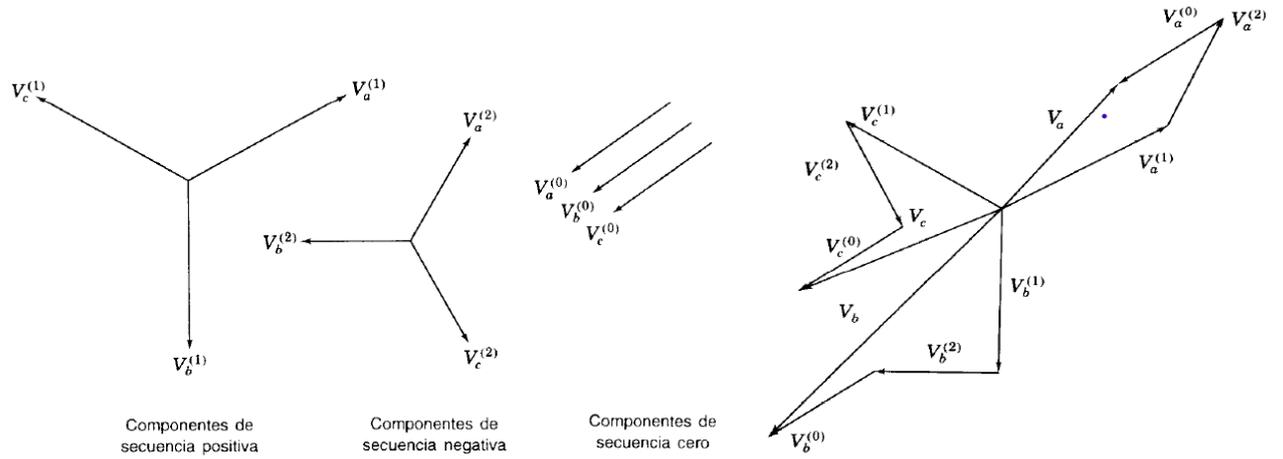


Figura 1.3 Componentes simétricas de fasores de un sistema desbalanceado [4]

$$\begin{aligned}
 V_b^{(0)} &= V_a^{(0)} & V_c^{(0)} &= V_a^{(0)} \\
 V_b^{(1)} &= a^2 V_a^{(1)} & V_c^{(1)} &= a V_a^{(1)} \\
 V_b^{(2)} &= a V_a^{(2)} & V_c^{(2)} &= a^2 V_a^{(2)}
 \end{aligned}$$

Con esto se puede obtener las siguientes ecuaciones:

$$V_a = V_a^{(0)} + V_a^{(1)} + V_a^{(2)} \quad (1.13)$$

$$V_b = V_a^{(0)} + a^2 V_a^{(1)} + a V_a^{(2)} \quad (1.14)$$

$$V_c = V_a^{(0)} + a V_a^{(1)} + a^2 V_a^{(2)} \quad (1.15)$$

Ahora representado de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a^{(0)} \\ V_a^{(1)} \\ V_a^{(2)} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} V_a^{(0)} \\ V_a^{(1)} \\ V_a^{(2)} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Teniendo en cuenta que la matriz A y su inversa son:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}; \quad A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

CAPÍTULO 2

2. Metodología

Para el desarrollo de este trabajo es necesario primero obtener un sistema eléctrico equivalente que represente a un modelo mecánico de suspensión, por esto se debe emplear una analogía entre ambos sistemas para poder realizar el estudio con el equivalente eléctrico correspondiente. Una vez definido el modelo base se especificarán los parámetros necesarios para analizar sistema eléctrico.

Ha sido necesario revisar varios trabajos y desarrollos matemáticos acerca de los diferentes tipos de sistemas, entre ellos el mecánico, en el cual está enfocada esta investigación. Existen varios sistemas de suspensión-amortiguamiento tales como el sistema activo, sistema pasivo y sistema semiactivo; además de los diferentes grados de libertad que estos pueden presentar, ya que de estos dependen el orden de las ecuaciones diferenciales empleadas en los diferentes modelos [5, 6].

Emplear las analogías eléctricas es la forma más viable para realizar este estudio del sistema mecánicos de suspensión-amortiguamiento puesto que al obtener el equivalente eléctrico es posible emplear redes de secuencia en un sistema desbalanceado (Teorema de Fortescue). Cabe destacar que al cursar la carrera de Electricidad no es nuestro objetivo principal realizar un estudio sobre un sistema netamente mecánico, por ello se utiliza la analogía eléctrica [5, 6].

Varios de los documentos revisados muestran información de las analogías eléctricas obtenidas en base a un modelo mecánico, sin embargo, no se ha desarrollado un estudio empleando redes de secuencia de tal forma que se pueda aplicar un cambio o

variación en el modelo eléctrico para analizar la respuesta de este y explicar un posible significado en el modelo mecánico original.

Obtener el modelo eléctrico mediante analogías es el camino óptimo para este estudio, ya que se dispone de componentes eléctricos que representan de forma similar el comportamiento de los elementos mecánicos. Además, trabajar con el sistema mecánico no nos permitiría emplear el análisis con redes de secuencia, ni tampoco realizar análisis donde los sistemas sean desbalanceados [7].

Los tipos de sistemas mecánicos en los que se enfocarán este trabajo serán el activo y el pasivo, los cuales se basan en un modelo base con elementos similares, los cuales se pueden apreciar de mejor forma en el gráfico que se presenta a continuación:

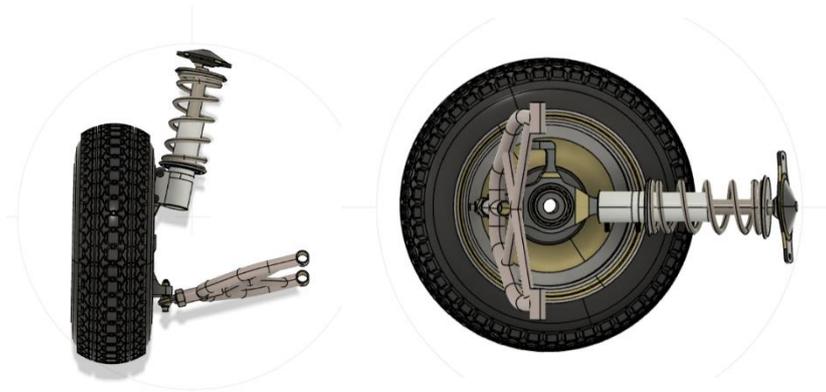


Figura 2.1 Vista frontal y lateral del sistema de suspensión-amortiguamiento [8]

En la Figura 2.1 se muestra un sistema de suspensión-amortiguamiento representado por una llanta, un muelle (resorte) y un amortiguador (barra dentro del muelle); adicionalmente, se tiene un brazo inferior el cual es empleado para unir el sistema a otra parte del automóvil. Tanto la llanta como el muelle y el amortiguador presentan características de masa, constantes de amortiguamiento o elasticidad cuyos valores son conocidos y pueden ser utilizados para construir un modelo de bloques del modelo mecánico.

2.1. Modelo mecánico del sistema de suspensión amortiguamiento

En base al modelo mecánico mostrado en la Figura 2.1 se puede modelar de forma gráfica el sistema equivalente mecánico a emplearse, sin embargo, es necesario emplear un modelo de bloques donde se coloquen cada una de las componentes físicas o fuerzas que intervienen, mismas que serán esenciales para llegar al modelo eléctrico. Los diagramas de bloques con las respectivas componentes físicas se presentan en el siguiente gráfico:

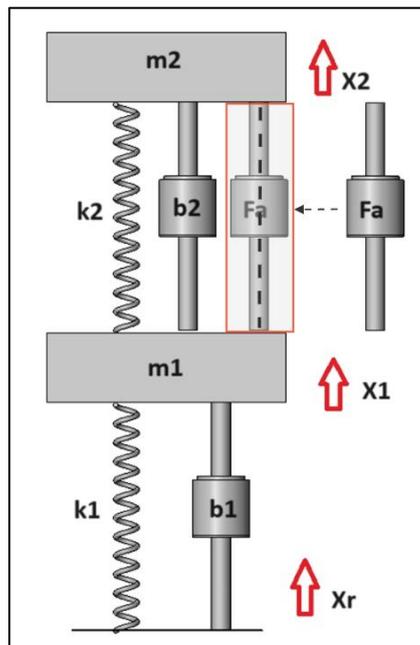


Figura 2.2 Modelo de bloques del sistema masa-resorte-amortiguador pasivo y activo

La figura 2.2 describe al modelo de suspensión amortiguamiento pasivo sin incluir el elemento F_a resaltado con el rectángulo rojo; el sistema se convierte en activo cuando se incluye al elemento F_a . Los equivalentes eléctricos de cada sistema serán distintos debido a la presencia del elemento, lo cual se mostrará a lo largo de este capítulo.

Se tendrá en cuenta que dicho equivalente corresponde a un conjunto de sistemas masa-resorte-amortiguador que representarán al conjunto del neumático junto con la suspensión-amortiguamiento del vehículo simplificado en el modelo de $\frac{1}{4}$ de vehículo

consideraciones de masa, constantes de elasticidad de resortes y constantes de amortiguamiento.

Cabe mencionar que modelo del sistema a implementar posee tres puntos de desplazamiento a ser analizados, los cuales inicialmente se describen a continuación:

- X_r : es el movimiento generado por el camino.
- X_n : es el movimiento del neumático o rueda.
- X_c : es el movimiento del sistema de suspensión-amortiguamiento.

Posteriormente se definen las ecuaciones a utilizarse para realizar el análisis dinámico del sistema puesto que cada uno de los elementos tiene una masa que interactúa de determinada forma. Las ecuaciones se describen como sigue.

Fuerza ejercida por un amortiguador de constante B :

$$F_B = -B\Delta\dot{X} \quad (2.1)$$

Fuerza ejercida por un resorte de constante k :

$$F_K = -k\Delta X \quad (2.2)$$

Fuerza resultante ejercida por las masas por acción de la constante gravitatoria (g):

$$F_g = -mg \quad (2.3)$$

Aplicación de la segunda Ley de Newton:

$$\sum F = ma \quad (2.4)$$

Se debe de considerar que el sistema será analizado en función de la fuerza equivalente de las masas previamente mencionadas, es decir, la fuerza resultante.

Además, es imprescindible enfocarse en las posiciones de las masas puesto que estas desarrollan un movimiento y es necesario medir la tasa de cambio de dicha posición.

En base a esto, se debe empezar analizando ciertas características del sistema en estado estable, específicamente las fuerzas de restitución en los resortes que permiten que el sistema se encuentre en dicho estado, las siguientes ecuaciones obtenidas describen dichas fuerzas en los resortes:

$$F_{01} = [m_1 + m_2]g \quad (2.5)$$

$$F_{02} = m_2g \quad (2.6)$$

Finalmente, al realizar el análisis dinámico de las masas aplicado al brazo del chasis, tendremos:

$$\sum F = m_2x_2''(t) \quad (2.7)$$

Al desarrollar la ecuación 2.7 se obtiene la siguiente expresión:

$$m_2 * X_2''(t) = m_2g - k_2(X_2(t) - X_1(t)) + B_2(X_2'(t) - X_1'(t)) + F_{02} \quad (2.8)$$

De igual forma, se emplea la expresión 24 aplicada para la masa del resorte:

$$\sum F = m_1x_1''(t)$$

De igual forma, al desarrollar la expresión previa se tiene:

$$m_1X_1''(t) = m_1g - k_2(X_2(t) - X_1(t)) + B_2(X_2'(t) - X_1'(t)) - k_1(X_r(t) - X_1(t)) + B_1(X_r'(t) - X_1'(t)) + F_{02} - F_{01} \quad (2.9)$$

2.2. Desarrollo de ecuaciones y analogías eléctricas

Una vez desarrolladas las expresiones 2.8 y 2.9, se procede a simplificar ambas expresiones, de igual forma se agrupan los términos semejantes; considerando un análisis en el dominio de la frecuencia compleja se obtendrá un sistema donde la acción de la gravedad no es relevante debido al efecto de los resortes en el estado previo, esto se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$-X_1 \dot{(s)} \left(\frac{k_2}{s} + B_2 \right) + X_2 \dot{(s)} \left(\frac{k_2}{s} + B_2 + m_2 s \right) = 0 \quad (2.10)$$

$$X_1 \dot{(s)} \left(m_1 s + \frac{k_1}{s} + B_1 + \frac{k_2}{s} + B_2 \right) - X_2 \dot{(s)} \left(\frac{k_2}{s} + B_2 \right) - X_r \dot{(s)} \left(\frac{k_1}{s} + B_1 \right) = 0$$

Se tiene que $X_r(s)$ es una expresión conocida, ya que esta corresponde a la fuente que proviene movimiento realizado en la prueba, mismo que es controlado, de esta forma se tiene:

$$X_1 \dot{(s)} \left(m_1 s + \frac{k_1}{s} + B_1 + \frac{k_2}{s} + B_2 \right) - X_2 \dot{(s)} \left(\frac{k_2}{s} + B_2 \right) = X_r \dot{(s)} \left(\frac{k_1}{s} + B_1 \right)$$

Esto permite comprobar la analogía electromecánica, de tal forma que se puede inferir las equivalencias respectivas entre elementos pasivos en sistemas eléctricos y mecánicos:

$$Z_L(s) = sL \rightarrow Z_m(s) = sm \text{ (Equivalente de inductancia)} \quad (2.11)$$

$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs} \rightarrow Z_k(s) = \frac{k}{s} \text{ (Equivalente de capacitancia)} \quad (2.12)$$

$$Z_R(s) = R \rightarrow Z_B(s) = B \text{ (Equivalente de resistencia)} \quad (2.13)$$

Con ayuda de las expresiones 28, 29 y 30 se presenta la relación del sistema a un modelo eléctrico, donde es posible aplicar los conceptos de las leyes de voltajes y corrientes de Kirchoff, de esta forma se obtiene el siguiente circuito equivalente:

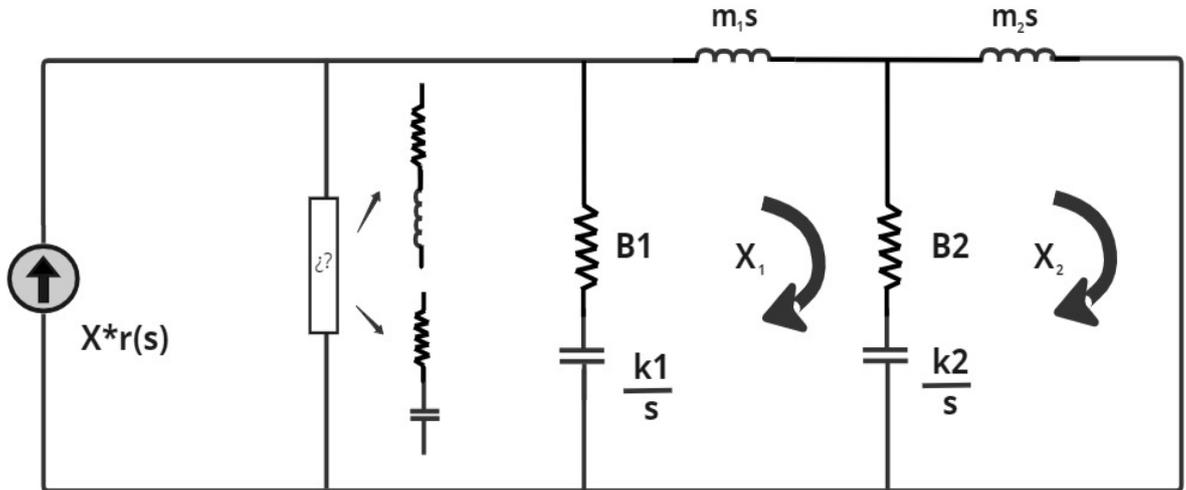


Figura 2.3 Circuito equivalente eléctrico en el dominio de la frecuencia

En este tipo de circuitos se tienen los siguientes equivalentes de diferencia de potencial y de tasa de cambio de carga (corriente):

$$\sum V = 0 \rightarrow \sum F = ma \quad (2.14)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \rightarrow \dot{X}(t) = \frac{dX(t)}{dt} \quad (2.15)$$

Se deberán tener en cuenta las siguientes consideraciones tales como:

- El modelo de fuente utilizado corresponde a una fuente ideal que no posee una caída de potencial provocada por su impedancia del modelo.
- En caso de emplear un equivalente de fuente de corriente y se produzca una pérdida de corriente respecto a la recibida por la carga.

Por esto se plantea la posibilidad de proponer valores para dicha impedancia vistos como un conjunto RC que sería equivalente a un sistema resorte amortiguador

que permitan aproximar la fuente a una real y conservar los equivalentes de secuencias utilizados en sistemas eléctricos.

Se propone definir de un sistema de suspensión activo el cual posee inyección de energía de una fuente externa a través de una fuente controlada, cuyo valor deberá ser analizado con el objetivo de lograr la aplicación del teorema de Fortescue.

Por otra parte, teniendo en cuenta la referencia mecánica debido a la interconexión de las suspensiones del vehículo a través de una estructura que es considerada inicialmente sin masa debido a que dicha masa ya fue considerada en el modelo de $\frac{1}{4}$ de vehículo, podemos definir el sistema polifásico tal como se muestra en la figura adjunta.

2.3. Modelo activo equivalente de secuencias

Para a la aplicación del teorema de Fortescue, se asume que el sistema de suspensión-amortiguamiento de un vehículo de tres ruedas es sometido a una prueba de suspensión que consiste en fijar cara uno de los neumáticos a una base móvil la cual realizará una variación de posición entre un valor máximo y un mínimo, esto se repite para cada una de las bases de los neumáticos, diferenciándose inicialmente en el desfase de la señal sinusoidal utilizada para representar el movimiento, aunque se plantearán variaciones de amplitud en las señales para simular desbalances similares a los observados en modelos de fuentes trifásicas conocidos, siendo más evidente la analogía entre el modelo mecánico y el eléctrico.

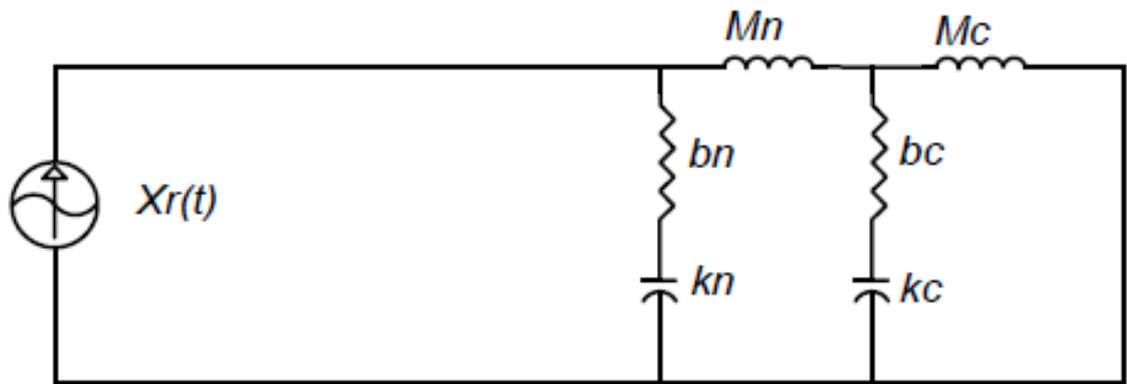


Figura 2.4 Circuito eléctrico equivalente del sistema con fuente ideal

Considerando que la fuente se asume inicialmente como ideal debido a que el modelamiento inicial del sistema se analizó de esta manera, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_a \\ \dot{X}_b \\ \dot{X}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, al despejar las componentes de secuencias de la expresión anterior, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{X}_a \\ \dot{X}_b \\ \dot{X}_c \end{bmatrix}$$

Con la expresión previa se puede obtener el circuito equivalente monofásico de secuencias, mismo que puede representarse de forma gráfica como sigue:

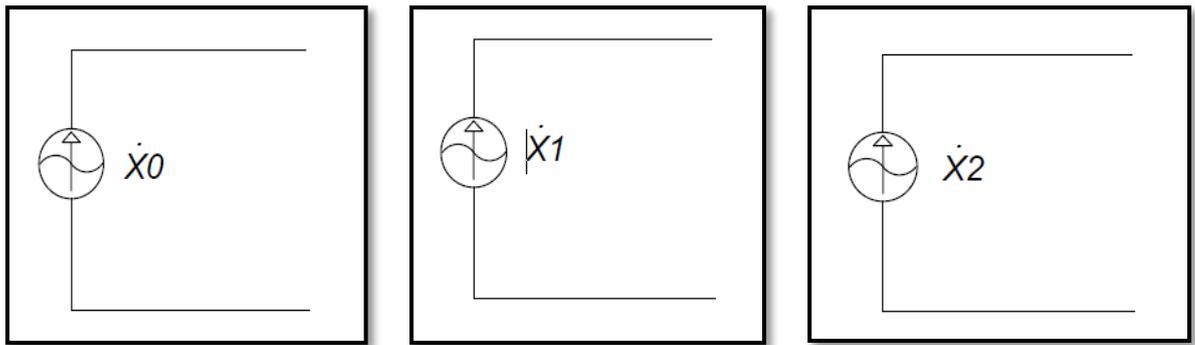


Figura 2.5 Circuitos Equivalentes de Secuencias positiva, negativa y cero

Para este equivalente deben considerar las condiciones a tener en cuenta para cada una de las tres plataformas es:

- Tienen ecuaciones de desplazamiento idénticas en amplitud y frecuencia.
- Se encuentran desfazadas 120 grados entre sí.
- Los equivalentes de las secuencias negativa y cero serán fuentes con amplitud de cero, por lo que se representaría como un circuito abierto.

Referente al equivalente de las cargas, que en este caso serían el neumático y el sistema de suspensión en conjunto con una parte de la masa del chasis del vehículo, se tiene:

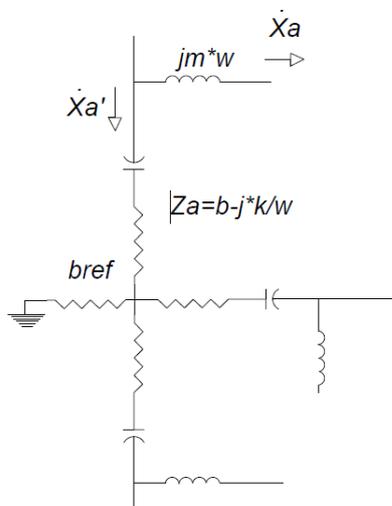


Figura 2.6 Circuito eléctrico equivalente de cargas

Con ayuda de la figura 2.7 es posible escribir las ecuaciones respectivas para la descripción de las cargas, estas ecuaciones son:

$$\begin{bmatrix} F_{a'} \\ F_{b'} \\ F_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z + b_{ref} & b_{ref} & b_{ref} \\ b_{ref} & z + b_{REF} & b_{ref} \\ b_{ref} & b_{ref} & Z + b_{ref} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_a \\ \dot{X}_b \\ \dot{X}_v \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} Xm & 0 & 0 \\ 0 & Xm & 0 \\ 0 & 0 & Xm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{a'} \\ \dot{X}_{b'} \\ \dot{X}_{v'} \end{bmatrix}$$

Aplicando la definición de equivalentes de secuencias se tiene:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{0'} \\ F_{1'} \\ F_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z + b_{ref} & b_{ref} & b_{ref} \\ b_{ref} & z + B_{REF} & b_{ref} \\ b_{ref} & b_{ref} & Z + b_{ref} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} - \dots$$

$$j \begin{bmatrix} Xm & 0 & 0 \\ 0 & Xm & 0 \\ 0 & 0 & Xm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{0'} \\ \dot{X}_{1'} \\ \dot{X}_{2'} \end{bmatrix}$$

Simplificando y reduciendo la expresión:

$$\begin{bmatrix} F_{0'} \\ F_{1'} \\ F_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z + 3 * b_{ref} & 0 & 0 \\ 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_0 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} - j \begin{bmatrix} Xm & 0 & 0 \\ 0 & Xm & 0 \\ 0 & 0 & Xm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{0'} \\ \dot{X}_{1'} \\ \dot{X}_{2'} \end{bmatrix}$$

Con las expresiones ya desarrolladas es posible representar de forma individual cada uno de los componentes de secuencia, es decir su respectivo circuito monofásico:

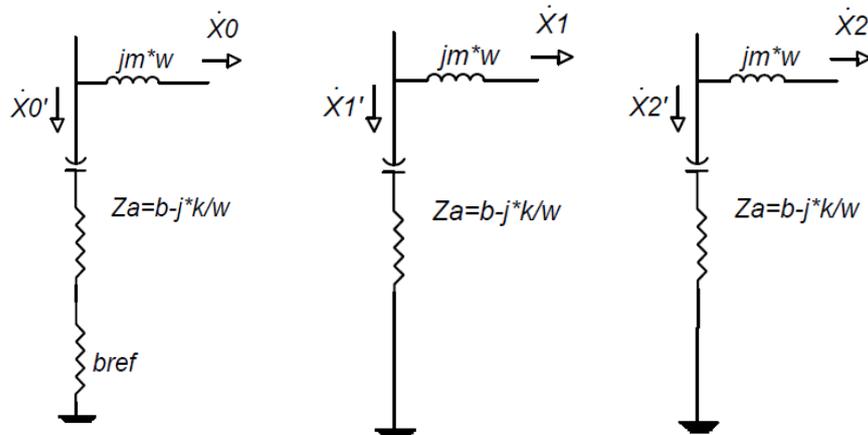


Figura 2.7 Equivalentes de secuencias monofásicos, secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa

El término *bref* hace referencia a una posible constante de amortiguamiento de la estructura, por lo cual se asumirá que funciona como referencia mecánica para las suspensiones, aunque dicha estructura podría omitirse fácilmente debido a que ya se encuentra considerada al dividir la masa del chasis en partes iguales repartidas en cada suspensión, por lo que podría tomarse con un valor de cero.

Por otra parte, complementando el modelamiento de redes de secuencia, se tiene el modelamiento de las fuentes, el cual se expresa como una parte proporcional de la fuerza aplicada, esto se muestra en el siguiente gráfico:

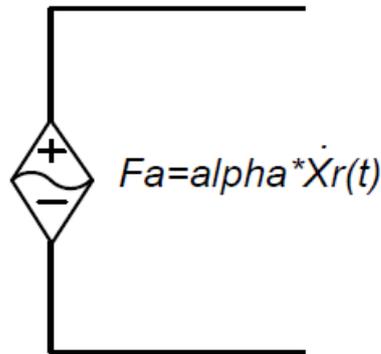


Figura 2.8 Equivalentes de fuente respecto a la fuerza aplicada

Al emplear el mismo concepto con la fuerza aplicada en cada una de las secuencias se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} Fa_a \\ Fa_b \\ Fa_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \dot{X}_{ra} \\ \alpha \dot{X}_{rb} \\ \alpha \dot{X}_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{ra} \\ \dot{X}_{rb} \\ \dot{X}_{rc} \end{bmatrix}$$

Así, con ayuda de las matrices A y A⁻¹ es posible obtener las expresiones de las fuentes de los equivalentes de secuencias son:

$$\begin{bmatrix} Fa_0 \\ Fa_1 \\ Fa_2 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} \dot{X}_{r0} \\ \dot{X}_{r1} \\ \dot{X}_{r2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Fa_0 \\ Fa_1 \\ Fa_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{r0} \\ \dot{X}_{r1} \\ \dot{X}_{r2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Fa_0 \\ Fa_1 \\ Fa_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{r0} \\ \dot{X}_{r1} \\ \dot{X}_{r2} \end{bmatrix}$$

Todo esto resultará en un modelo generalizado para casos de sistema balanceado o desbalanceado tal como se muestra en los siguientes equivalentes de fuentes:

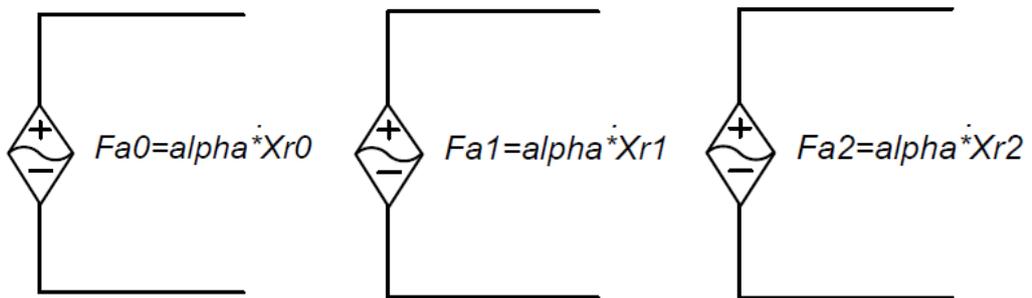


Figura 2.9 Equivalentes de fuentes controladas de secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa

En caso de que la señal de entrada fuera balanceada, los valores de las fuerzas aplicadas harán que las fuentes equivalentes de secuencia cero y negativo sean cero, todo esto nos lleva a considerar los siguientes equivalentes:

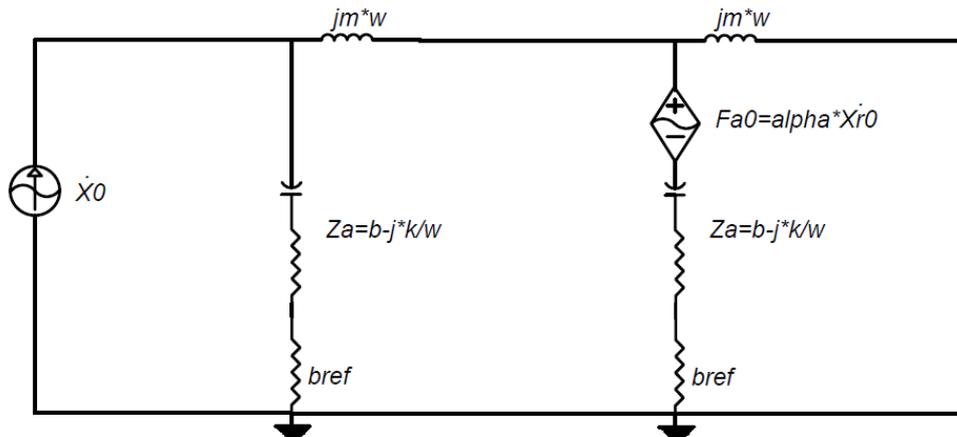


Figura 2.10 Circuito equivalente de secuencia cero con fuente controlada

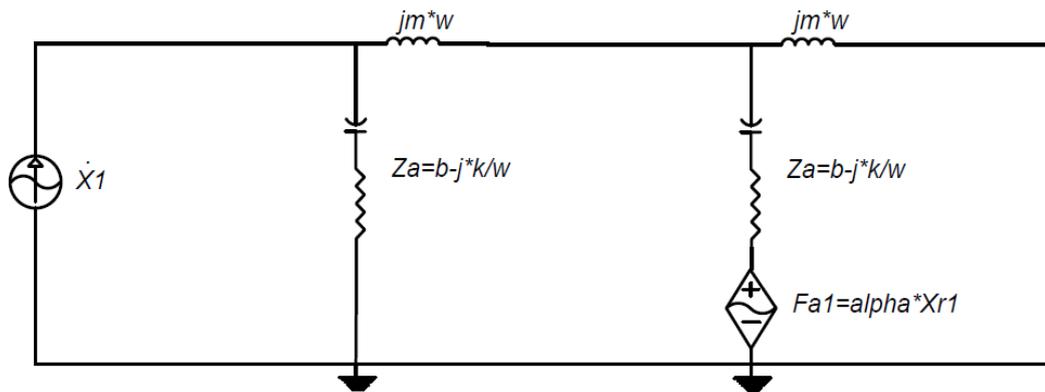


Figura 2.11 Circuito equivalente de secuencia positiva con fuente controlada

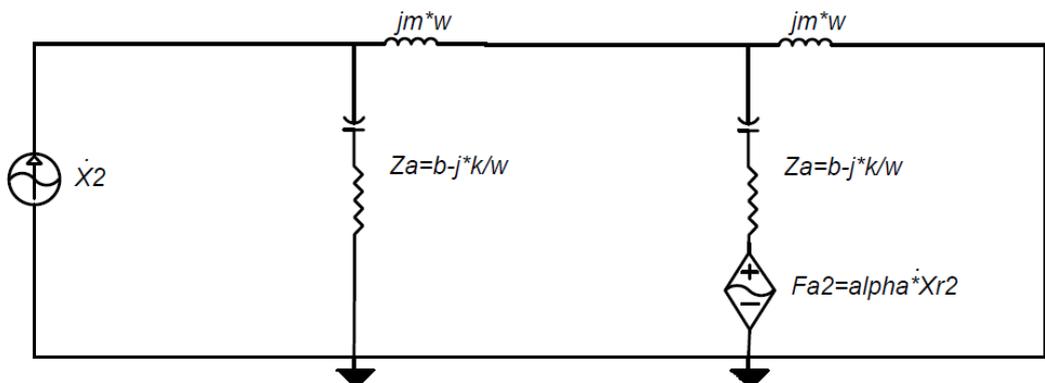


Figura 2.12 Circuito equivalente de secuencia negativa con fuente controlada

2.4. Modelo pasivo equivalente de secuencias

Se empleará el mismo concepto aplicado para el desarrollo del modelo activo para obtener la solución del modelo equivalente del modelo pasivo. Utilizando todo esto se procede a detallar los equivalentes de secuencias del sistema mecánico de suspensión-amortiguamiento.

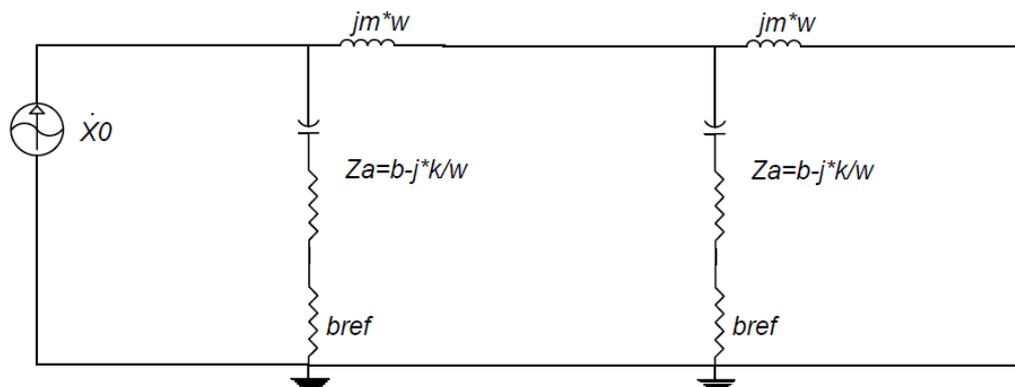


Figura 2.13 Circuito equivalente de secuencia cero con fuente controlada de modelo pasivo

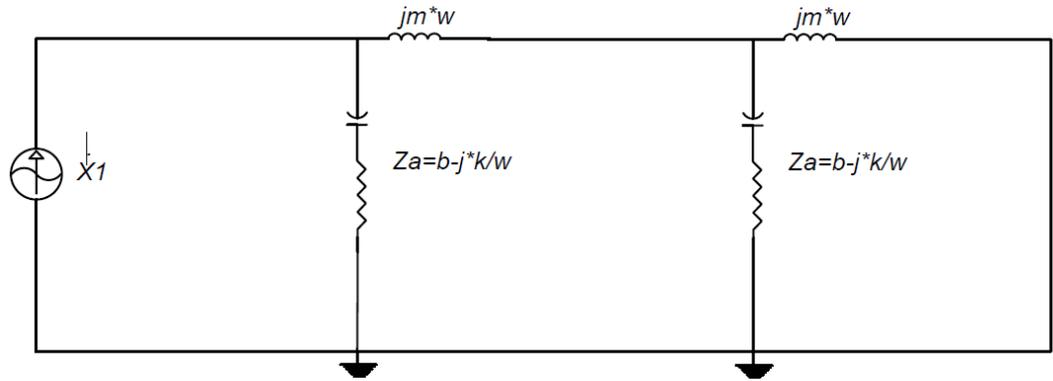


Figura 2.14 Circuito equivalente de secuencia positiva con fuente controlada de modelo pasivo

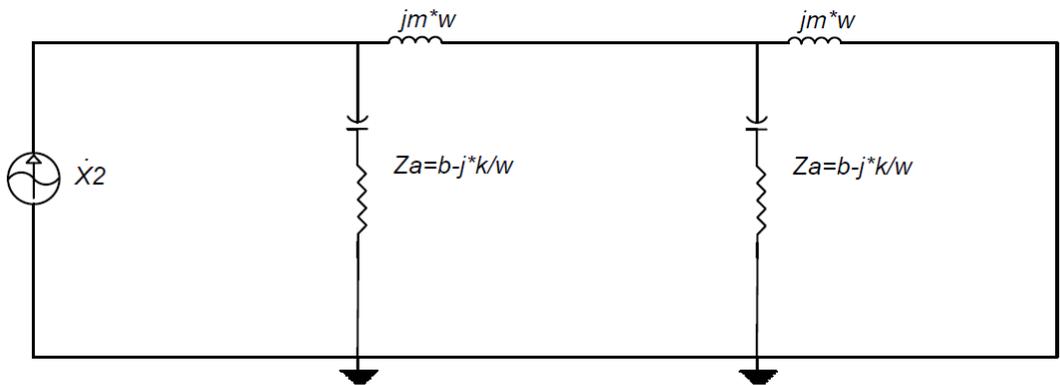


Figura 2.15 Circuito equivalente de secuencia negativa con fuente controlada de modelo pasivo

Debido a que se propone variaciones en las señales de entrada que se representan como fuentes lo cual producirá desbalances en las fuentes haciendo que los circuitos equivalentes de secuencia cero y negativa tengan mediciones distintas de cero, pero manteniendo las otras partes del sistema aisladas entre sí, por lo que se analizará cada una de ellas a través del método de mallas con la siguiente estructura:

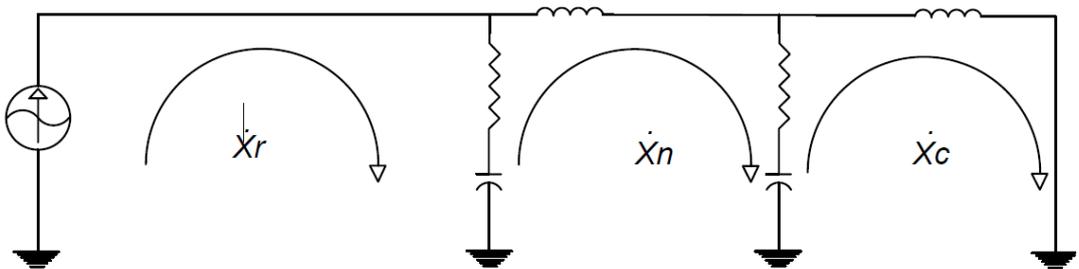


Figura 2.16 Definición de corrientes de malla del circuito equivalente

En caso de considerarse el sistema activo, la inserción de energía al sistema por medio de una fuente externa al mismo será representada en la analogía electromecánica como una fuente de Voltaje que es proporcional a la Fuerza aplicada, la cual para facilidad del análisis será considerada como un valor equivalente a un porcentaje de la cantidad de desplazamiento insertado al sistema, por lo tanto, en el modelo se apreciará como una fuente de voltaje controlada por corriente.

2.5. Funciones de velocidad

El siguiente paso es establecer las funciones de velocidad para cada una de las fases, las cuales se componen de una constante proporcional y una función sinusoidal; la función sinusoidal depende de la frecuencia angular ω y el tiempo sumado al desplazamiento de un ángulo θ el cual representa el desfase respectivo. Las funciones por fase se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 2.1 Funciones de velocidad de las fases

Fase	Función de velocidad
A	$X_{ra}(t) = X_{ra} \sin(\omega t + \theta_a) = \frac{100}{\sqrt{2}} \sin(120\pi t + 0) [\text{m/s}]$
B	$X_{rb}(t) = X_{rb} \sin(\omega t + \theta_b) = \frac{100}{\sqrt{2}} \sin(120\pi t - 120) [\text{m/s}]$
C	$X_{rc}(t) = X_{rc} \sin(\omega t + \theta_c) = \frac{100}{\sqrt{2}} \sin(120\pi t + 120) [\text{m/s}]$

Tabla 2.2 Constantes mecánicas del neumático para funciones de desplazamiento de las fases

Constante mecánica	Valor
bn (amortiguamiento) [Ns/m]	100
kn (constante de resorte-elástica) [N/m]	125000
mn (masa) [kg]	40

Tabla 2.3 Constantes mecánicas de la suspensión para funciones de desplazamiento de las fases

Constante mecánica	Valor
bn (amortiguamiento) [Ns/m]	2000
kn (constante de resorte-elástica) [N/m]	28000
mn (masa) [kg]	250

Tabla 2.4 Detalle de constante de proporción

Constante de proporción de fuente	Valor
α	0.25

Tanto en el caso del sistema activo o del sistema pasivo, solo se tendrá un único desbalance, el cual será producido por las señales de entrada. Así, a partir de los equivalentes de secuencia se desarrollan las siguientes ecuaciones de malla que describen al conjunto del muelle con los brazos que conectan el sistema al chasis, que se presentan de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X\dot{n}_0 \\ X_{c0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_n - \frac{jk_n}{\omega} + j\omega m_n + b_c - \frac{jk_c}{\omega} & -\left(b_c - \frac{jk_c}{\omega}\right) \\ -\left(b_c - \frac{jk_c}{\omega}\right) & b_c - \frac{jk_c}{\omega} + j\omega m_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{r0} \left(b_n - \frac{jk_n}{\omega}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X\dot{n}_1 \\ X_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_n - \frac{jk_n}{\omega} + j\omega m_n + b_c - \frac{jk_c}{\omega} & -\left(b_c - \frac{jk_c}{\omega}\right) \\ -\left(b_c - \frac{jk_c}{\omega}\right) & b_c - \frac{jk_c}{\omega} + j\omega m_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{r1} \left(b_n - \frac{jk_n}{\omega}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X\dot{n}_2 \\ X_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_n - \frac{jk_n}{\omega} + j\omega m_n + b_{ch} - \frac{jk_c}{\omega} & -\left(b_c - \frac{jk_c}{\omega}\right) \\ -\left(b_c - \frac{jk_c}{\omega}\right) & b_c - \frac{jk_c}{\omega} + j\omega m_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{r2} \left(b_n - \frac{jk_n}{\omega}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se han descrito las ecuaciones de malla para cada secuencia, empezando por la secuencia cero, seguido de la secuencia positiva y finalizando con la secuencia negativa.

De igual manera se expresan las funciones X_n y X_c como sigue:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{n-a} \\ \dot{X}_{n-b} \\ \dot{X}_{n-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{n-0} \\ \dot{X}_{n-1} \\ \dot{X}_{n-2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{c-a} \\ \dot{X}_{c-b} \\ \dot{X}_{c-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{c-0} \\ \dot{X}_{c-1} \\ \dot{X}_{c-2} \end{bmatrix}$$

A partir del siguiente capítulo se procederá a analizar el caso base, el cual no incluye la propuesta de impedancia de la fuente que la aproxima a un modelo de fuente alterna real en el circuito equivalente de la analogía; tampoco se incluirá la constante análoga a la resistencia de la estructura de acople de las suspensiones. Para la solución se utilizará un script de Matlab, así como un circuito trifásico desarrollado en Simulink y un análisis en el dominio de la secuencia compleja con el fin de realizar un contraste de los resultados.

2.6. Desarrollo de modelo en Simulink

El modelo mecánico también ha sido desarrollado en un diagrama de bloques en Simulink para poder realizar la simulación y contrastar las respuestas provenientes de cada modelo. El modelo construido en Simulink se compone de diferentes elementos, como son el resistor, el capacitor y el inductor, con los cuales se realiza el circuito RLC de cada fase para completar el sistema eléctrico objetivo.

Cada uno de los parámetros de los componentes del circuito RLC son calculados empleando los valores de las constantes mecánicas de elasticidad y amortiguamiento y el peso del neumático; los valores obtenidos son parametrizados con ayuda de un script para agilizar la simulación del circuito presentado a continuación:

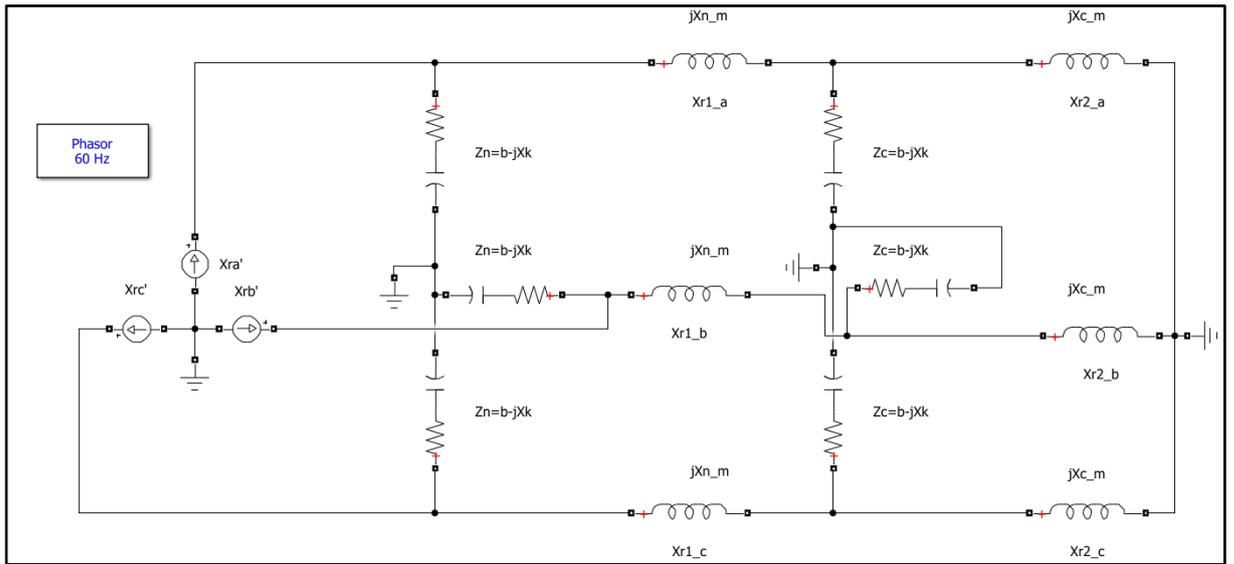


Figura 2.17 Sistema eléctrico equivalente del modelo pasivo desarrollado en Simulink

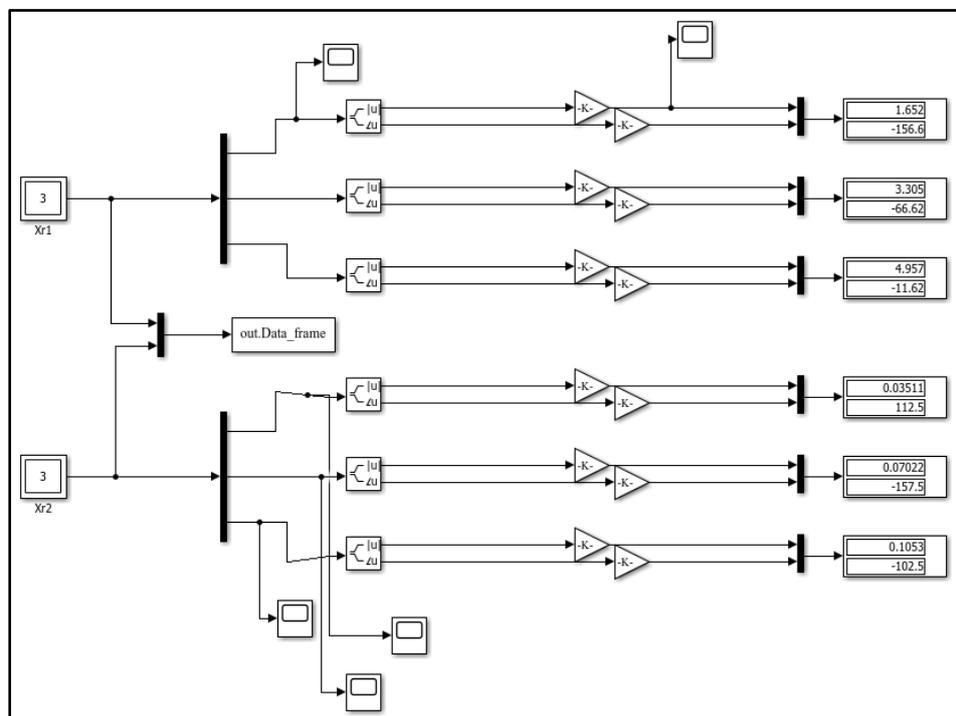


Figura 2.18 Bloques de medición del sistema eléctrico del modelo pasivo

Con los bloques de medición es posible tomar las mediciones de velocidad, las cuales se separan en magnitud y ángulo para poder realizar el posterior contraste con el estudio aplicando redes de secuencia. También se ubican osciloscopios para presentar la curva correspondiente de cada función del circuito.

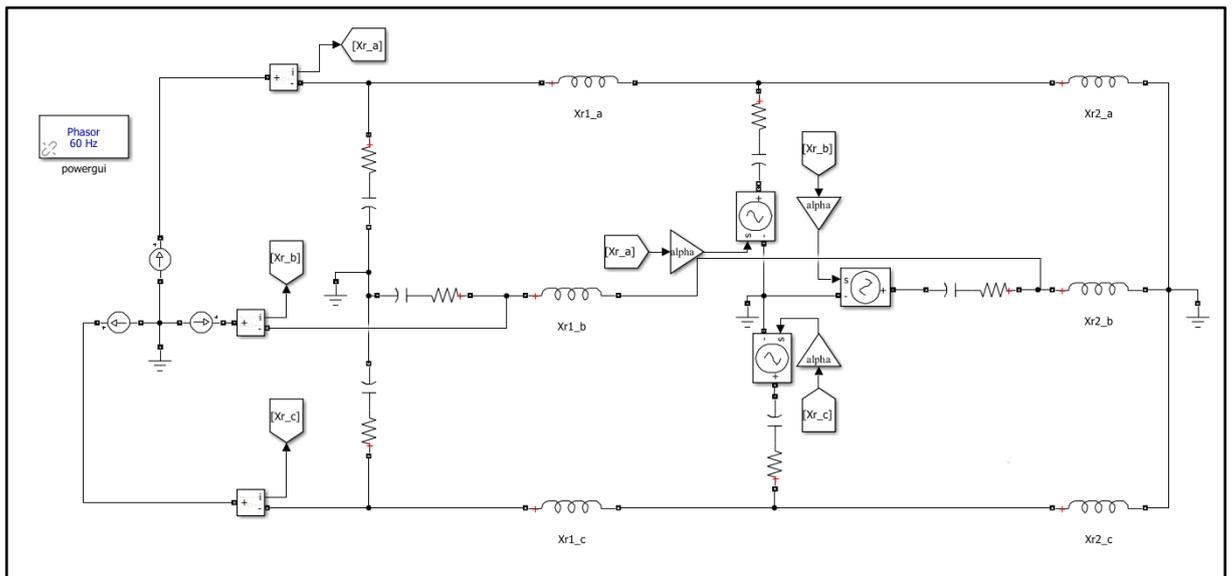


Figura 2.19 Sistema eléctrico equivalente del modelo activo desarrollado en Simulink

Para el modelo activo se han empleado fuentes de corriente controladas que se configuran como una parte proporcional de las fuentes de corriente de cada fase respectivamente, el parámetro proporcional se especifica en la tabla 2.4 como 0.25.

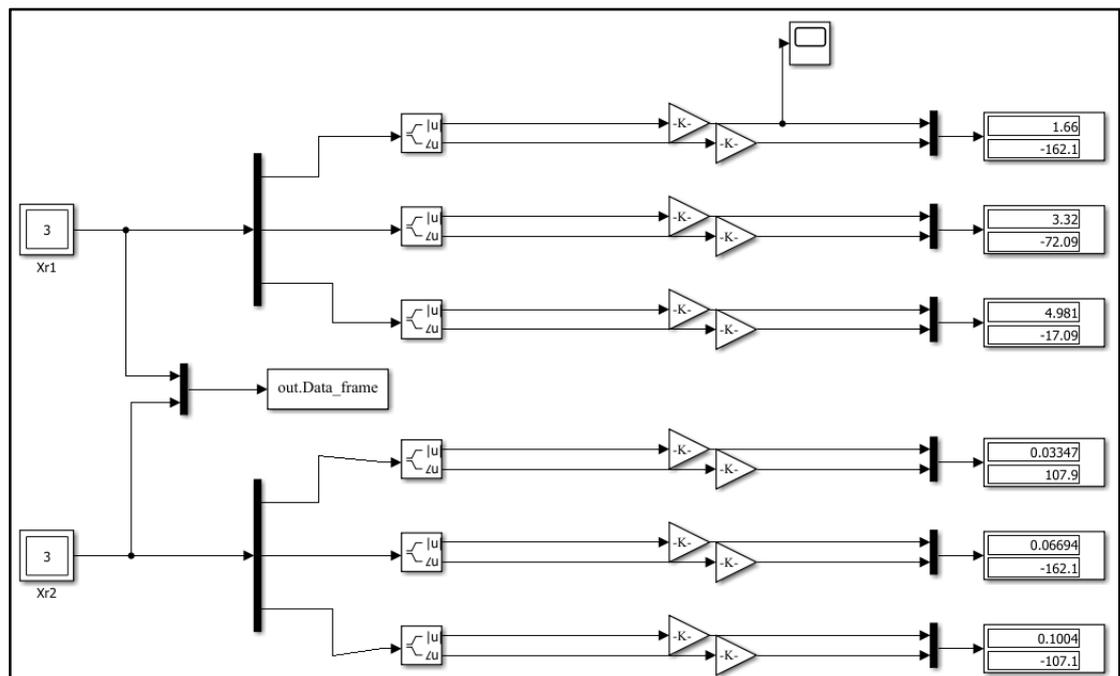


Figura 2.20 Bloques de medición del sistema eléctrico del modelo activo

CAPÍTULO 3

3. Análisis de Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos del modelo matemático desarrollado a través de un código de Matlab, para ello se emplearán los datos propuestos en la sección anterior respecto a los coeficientes de elasticidad, amortiguación y masa. Se tabulará de forma ordenada los resultados relacionados al modelo pasivo y modelo activo respectivamente.

Se destaca que la respuesta original del sistema será aquella obtenida en el dominio de la frecuencia compleja, por lo cual las respuestas obtenidas con la analogía electromecánica empleando Simulink y con la analogía electromecánica utilizando la teoría de redes de secuencia serán comparadas con dichos valores provenientes de la respuesta completa.

3.1. Resultados de Modelo Matemático

A continuación, se presentan los resultados de la velocidad del neumático y la velocidad del chasis, de los cuales se resalta la magnitud y ángulo de cada una de las fases.

Para la consideración en ambos casos de desbalances en las fuentes, tendremos los siguientes valores de señales de velocidad.

Tabla 3.1 Funciones de velocidad de las fases con desbalance

Fase	Función de velocidad
A	$X_{ra}'(t) = X_{ra}' \sin(\omega t + \theta_a) = \frac{100}{\sqrt{2}} \sin(120\pi t + 0) [\text{m/s}]$
B	$X_{rb}'(t) = X_{rb}' \sin(\omega t + \theta_b) = \frac{200}{\sqrt{2}} \sin(120\pi t + 90) [\text{m/s}]$
C	$X_{rc}'(t) = X_{rc}' \sin(\omega t + \theta_c) = \frac{300}{\sqrt{2}} \sin(120\pi t + 145) [\text{m/s}]$

3.2. Resultados de Simulación del Sistema Activo Balanceado

Primero se tiene como objetivo detallar los resultados obtenidos relacionados a la velocidad del neumático del vehículo, donde los resultados se presentan:

Magnitud de velocidades de los neumáticos:

Tabla 3.1 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3363	2.3363	0.00099262	2.3363	0.00099262
XnB	2.3363	2.3356	0.032047	2.3363	0.00084716
XnC	2.3361	2.3384	0.097133	2.3363	0.0078089

Fase de las velocidades de neumáticos:

Tabla 3.2 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-156.24	-156.66	0.27094	-156.66	0.27094
XnB	83.52	83.406	0.13636	83.337	0.2195
XnC	-37.44	-36.613	0.99001	-36.663	0.92993

Las tablas mostradas reflejan el contraste de magnitudes y fases de las señales de velocidad en las fases o neumáticos considerados en el sistema, esto bajo la condición de señales de entrada balanceadas y asumiendo un estado del chasis de un 80%.

De forma seguida se obtienen los resultados de la velocidad del chasis del vehículo donde se observan:

Magnitud de velocidades del chasis para un 80%:

Tabla 3.3 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.048066	0.049331	2.6311	0.049331	2.6311
XcB	0.0495	0.049884	0.77598	0.049331	0.34104
XcC	0.049495	0.049736	0.48664	0.049331	0.33149

Fase de velocidades del chasis para un 80%:

Tabla 3.4 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	113.04	112.57	0.41578	112.57	0.41578
XcB	-7.2	-7.2657	0.91202	-7.4341	3.2508
XcC	-128.16	-127.9	3.5968	-127.43	10.083

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se obtienen las magnitudes y fases a ser contrastadas con los valores de respuestas completas de cada una de las fases del sistema activo con entradas balanceadas, además se obtiene la velocidad equivalente transmitida al usuario.

Tabla 3.5 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	1.8684e-17
Fase [°]	111.8014
Tiempo de simulación	3 [s]

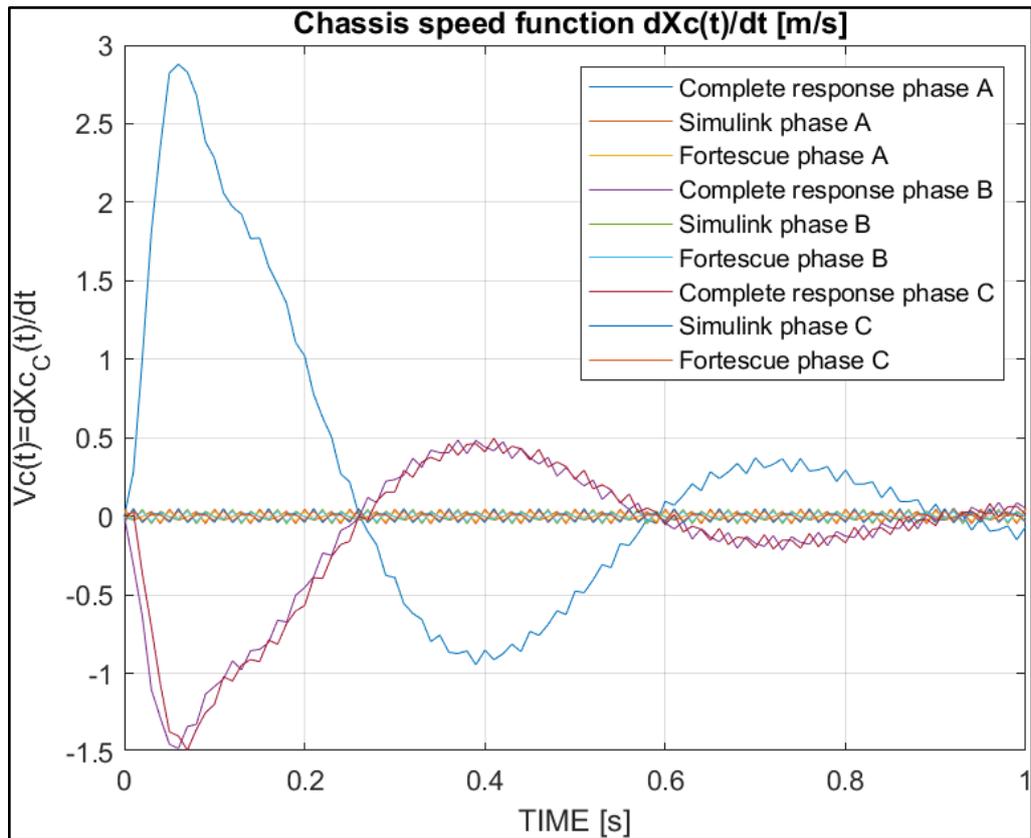


Figura 3.1 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema activo balanceado

3.3. Resultados de Simulación del Sistema Pasivo Balanceado

Segundo, se realizará el mismo procedimiento con el sistema pasivo mateniendo las entradas balanceadas, así, se obtienen los resultados de la velocidad del neumático:

Magnitudes de velocidades de fases en neumáticos:

Tabla 3.6 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3367	2.3368	0.0048772	2.3368	0.0048772
XnB	2.3368	2.3368	0.0010453	2.3368	0.0010453
XnC	2.3366	2.3368	0.0087767	2.3368	0.0087767

Fases de velocidades de neumáticos:

Tabla 3.7 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-156.24	-156.62	0.24542	-156.62	0.24542
XnB	83.52	83.377	0.17176	83.377	0.17176
XnC	-37.44	-36.623	0.97767	-36.623	0.97767

En las tablas presentadas se detallan las velocidades obtenidas a partir de las tres metodologías utilizadas y su contraste con la respuesta completa de la metodología tradicional, observándose los porcentajes de error e infiriendo en la siguiente sección respecto a la efectividad de ambas metodologías puestas a prueba.

Velocidades del chasis del vehículo con señales de entrada balanceadas:

Magnitudes de velocidades del chasis al 80%:

Tabla 3.8 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.049306	0.04965	0.69678	0.04965	0.69678
XcB	0.049818	0.04965	0.33797	0.04965	0.33797
XcC	0.049815	0.04965	0.33133	0.04965	0.33133

Fase de velocidades del chasis al 80%:

Tabla 3.9 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo balanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	113.04	112.47	0.50425	112.47	0.50425
XcB	-7.2	-7.5336	4.6332	-7.5336	4.6332
XcC	-128.16	-127.53	0.49157	-127.53	0.49157

Las consideraciones a tener en cuenta en esta sección serán exactamente las mismas que en la sección anterior, por lo que su efectividad será posteriormente analizada junto con la velocidad equivalente transmitida, misma que tiende a diferir de las obtenidas en la sección previa por las diferencias entre modelos activo y pasivo, además de sus representaciones gráficas.

Tabla 3.10 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	1.8684e-17
Fase [°]	111.8014
Tiempo de simulación	3 [s]

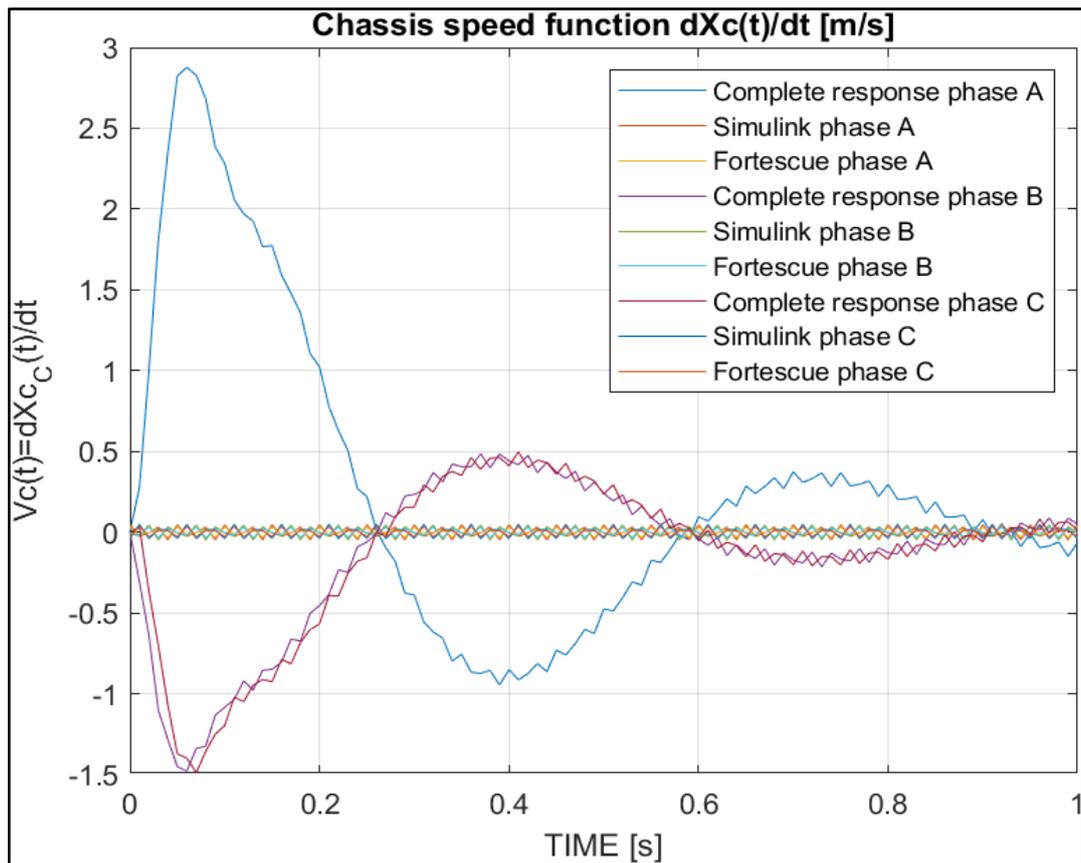


Figura 3.2 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo balanceado

Posteriormente se realizará la simulación de ambos sistemas en condiciones de desbalances, considerando variaciones en las constantes del chasis.

3.4. Resultados de Simulación del Sistema Activo Desbalanceado

Tercero, se detallan los resultados obtenidos relacionados a la velocidad del neumático del vehículo, donde los resultados se observan:

Magnitud de velocidad del neumático del vehículo con 80% de variación:

Tabla 3.11 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3363	2.3363	0.00099262	2.3363	0.00099262
XnB	4.6719	4.6712	0.015491	4.6726	0.015714
XnC	7.0091	7.0152	0.13111	7.0089	0.0028965

Fase de velocidad del neumático del vehículo con 80% de variación:

Tabla 3.12 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-156.24	-156.66	0.27094	-156.66	0.27094
XnB	-67.68	-66.594	1.6048	-66.663	1.5022
XnC	-11.52	-11.613	0.13762	-11.663	0.21177

Las tablas previamente tabuladas presentan los valores de las magnitudes y fases al emplear una variación del 80% del sistema activo desbalanceado, donde los porcentajes de error no superan el valor de 0.2% para magnitudes y 1.5% para las fases, lo cual se debe considerar al realizar el contraste de los métodos.

Velocidad del chasis del vehículo:

Magnitud de velocidad del chasis del vehículo con 80% de variación:

Tabla 3.13 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.048066	0.049331	2.6311	0.049331	2.6311
XcB	0.098646	0.099768	1.1379	0.098662	0.016899
XcC	0.14882	0.14921	0.39336	0.14799	0.83824

Fase de velocidad del neumático del vehículo con 80% de variación:

Tabla 3.14 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	113.04	112.57	0.41578	112.57	0.41578
XcB	-158.4	-157.27	0.71612	-157.43	0.60981
XcC	-102.24	-102.9	0.41732	-102.43	0.12251

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se calculan los resultados de velocidad equivalente transmitida al chasis, el cual será empleado para determinar el efecto percibido por el usuario, esto se presenta como sigue:

Tabla 3.15 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	0.1414
Fase [°]	-136.1788
Tiempo de simulación	3 [s]

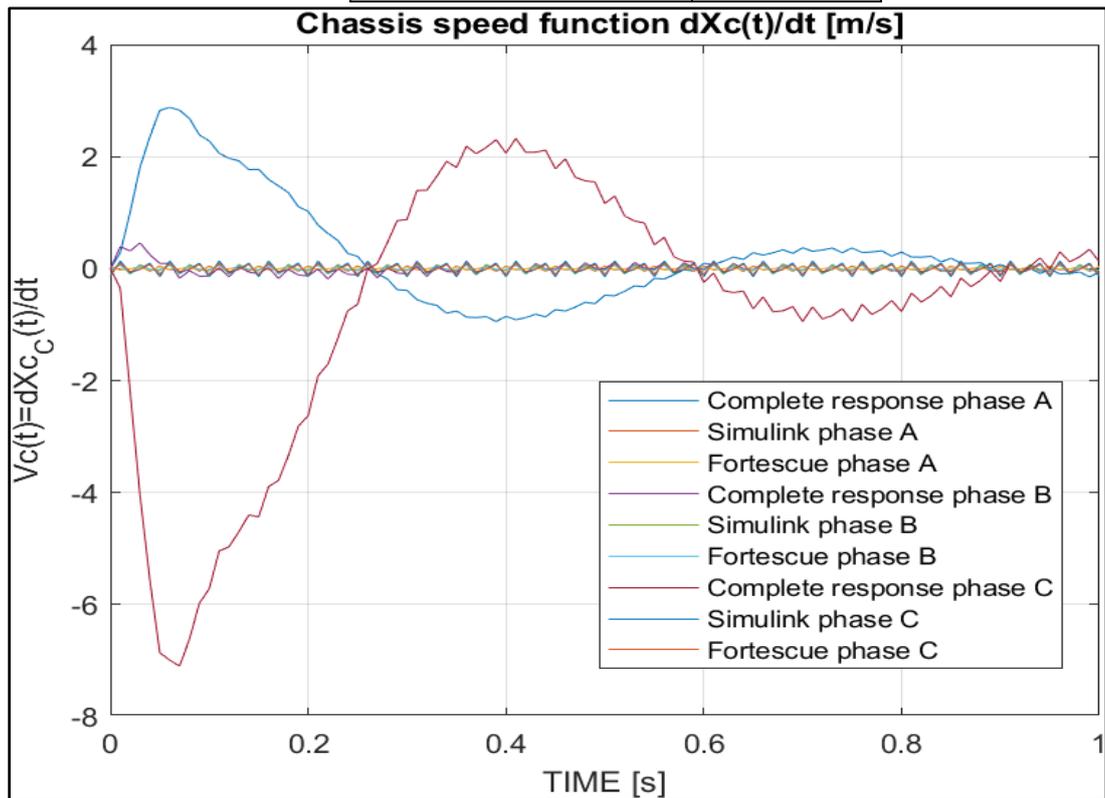


Figura 3.3 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema activo desbalanceado.

Las curvas de velocidad obtenidas son graficadas de forma conjunta para apreciar la similitud entre cada método empleado.

Velocidad del neumático del Sistema Activo desbalanceado con variación de constantes al 50%:

Magnitud de velocidad del neumático con 50% de variación:

Tabla 3.16 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3438	2.3438	0.0012953	2.3438	0.0012953
XnB	4.6871	4.6862	0.020014	4.6876	0.011189
XnC	7.0314	7.0377	0.13542	7.0314	0.0014214

Fase de velocidad del neumático con 50% de variación:

Tabla 3.17 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-158.4	-158.98	0.36769	-158.98	0.36769
XnB	-69.84	-68.913	1.3273	-68.982	1.2279
XnC	-13.68	-13.932	0.36117	-13.982	0.43302

Al emplear una variación de 50% los porcentajes de error en la magnitud y fase de la velocidad del neumático disminuyen un poco respecto a la variación del 80%, sin embargo, el 1.3% en la fase B debe ser considerada en el contraste.

Velocidad del chasis del vehículo:

Magnitud de velocidad del chasis con 50% de variación:

Tabla 3.18 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.047667	0.049298	3.4218	0.049298	3.4218
XcB	0.098586	0.10037	1.8108	0.098595	0.0093877
XcC	0.14822	0.14985	1.6477	0.14789	0.33317

Fase de velocidad del chasis con 50% de variación:

Tabla 3.7 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 50%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	110.88	110.31	0.51407	110.31	0.51407
XcB	-160.56	-159.43	0.70676	-159.69	0.5401
XcC	-104.4	-105.44	0.64772	-104.69	0.18237

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se tendrán los resultados de velocidad equivalente transmitida al chasis:

Tabla 3.20 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	0.1425
Fase [°]	-138.5192
Tiempo de simulación	3 [s]

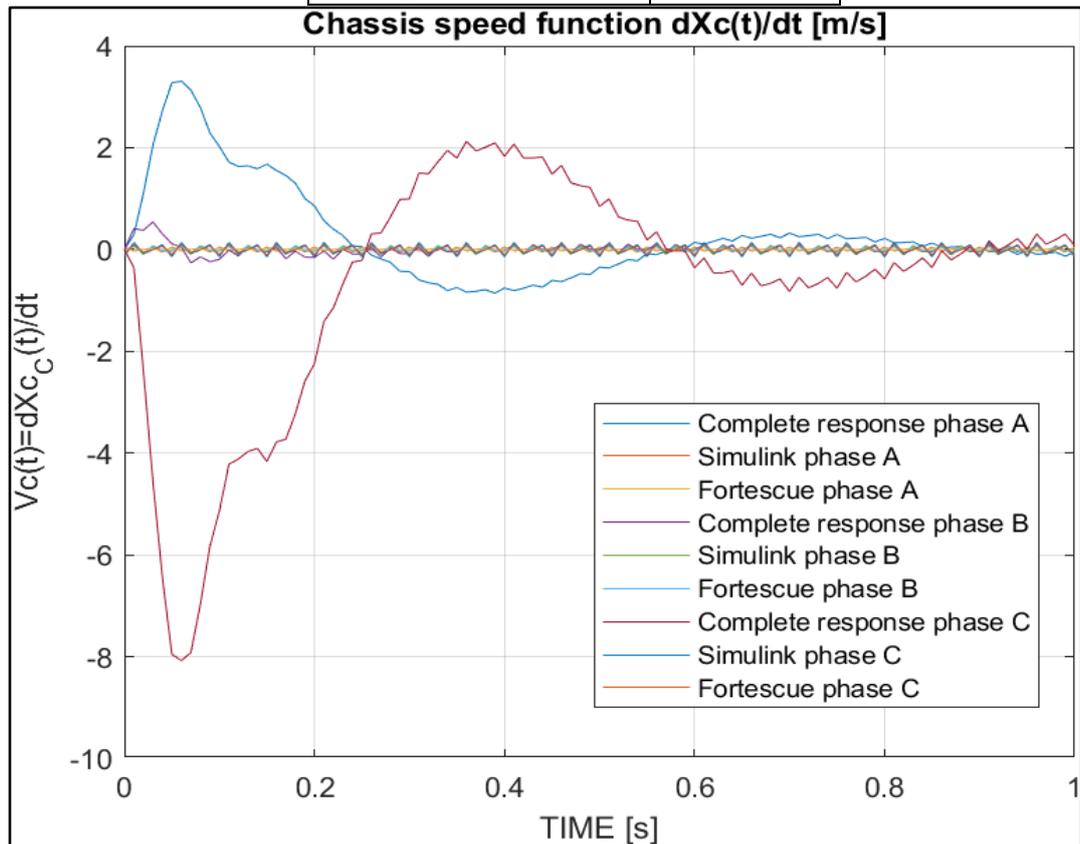


Figura 3.4 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema activo desbalanceado con 50% de variación de constantes.

Velocidad del neumático del Sistema Activo desbalanceado con variación de constantes al 25%:

Magnitud de velocidad del neumático con 25% de variación:

Tabla 3.21 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 25%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3472	2.3471	0.0022844	2.3471	0.0022844
XnB	4.6934	4.6928	0.013565	4.6943	0.01764
XnC	7.0414	7.0477	0.13406	7.0414	0.00

Fase de velocidad del neumático con 25% de variación:

Tabla 3.22 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 25%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-160.56	-160.92	0.22658	-160.92	0.22658
XnB	-72	-70.854	1.5912	-70.924	1.4947
XnC	-15.84	-15.874	0.046691	-15.924	0.11639

Para la simulación empleando una variación del 25% los valores de magnitud y fase del neumático los porcentajes de error en la magnitud no son significativos, mientras que en la fase se tiene un valor cercano a 1.6% en la fase B. Se debe considerar en los porcentajes de error en la fase B para el contraste de los métodos.

Velocidad del chasis del vehículo:

Magnitud de velocidad del chasis con 25% de variación:

Tabla 3.23 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 25%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.04577	0.048856	6.7417	0.048856	6.7417
XcB	0.0977	0.10127	3.6566	0.097711	0.011122
XcC	0.1467	0.15049	3.8862	0.14657	0.13193

Fase de velocidad del chasis con 25% de variación:

Tabla 3.24 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema activo desbalanceado, variación de constantes al 25%

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	108.72	108.53	0.17476	108.53	0.17476
XcB	-160.56	-160.95	0.2401	-161.47	0.56737
XcC	-106.56	-107.97	0.87526	-106.47	0.055449

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se estimarán los resultados de velocidad equivalente transmitida al chasis:

Tabla 3.25 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	0.1444
Fase [°]	-140.5167
Tiempo de simulación	3 [s]

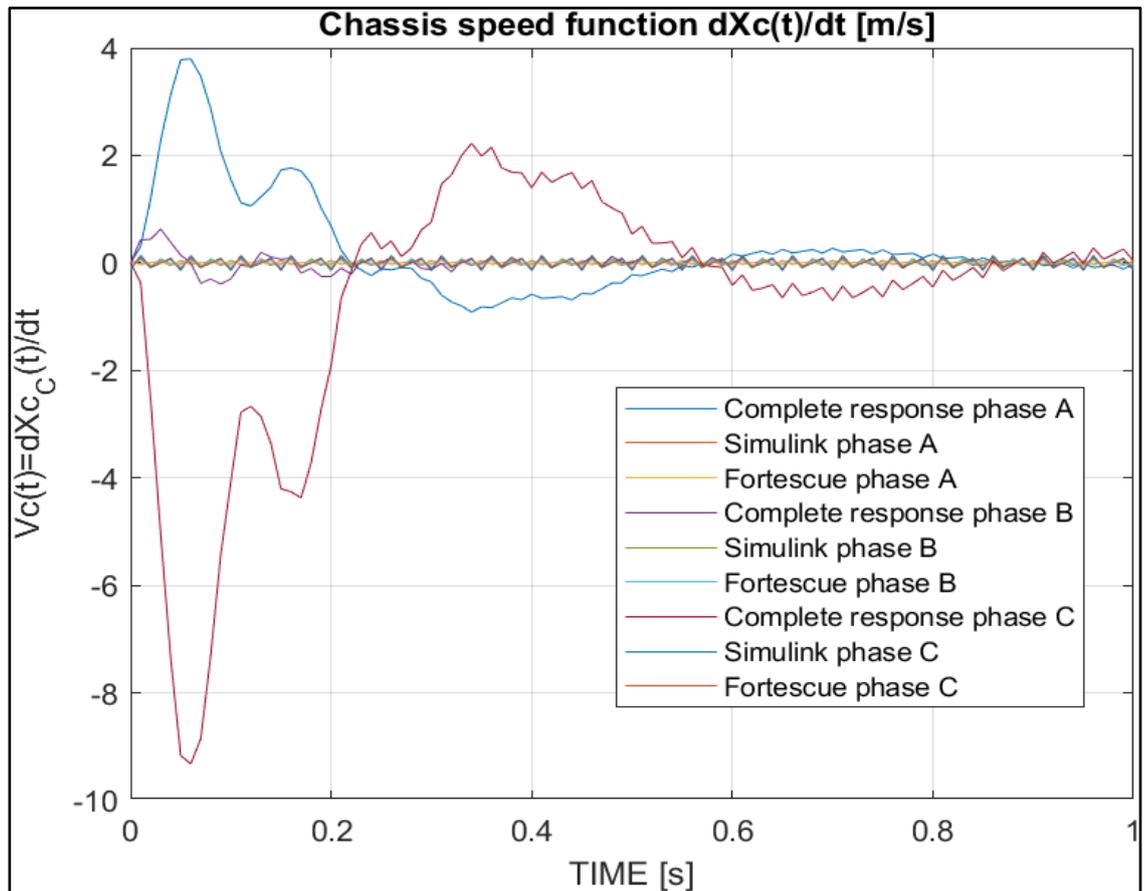


Figura 3.5 Contraste de velocidad del chasis fase A vs tiempo del sistema activo desbalanceado, con 25% de variación de constantes

3.5. Resultados de Simulación del Sistema Pasivo Desbalanceado

Cuarto, se detallan los resultados obtenidos relacionados a la velocidad del neumático del vehículo, donde los resultados serán:

Magnitud de velocidad del neumático con 80% de variación:

Tabla 3.26 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado.

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3367	2.3368	0.0048772	2.3368	0.0048772
XnB	4.6727	4.6735	0.016973	4.6735	0.016973
XnC	7.0104	7.0103	0.0031206	7.0103	0.0031206

Fase de velocidad del neumático con 80% de variación:

Tabla 3.27 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado.

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-156.24	-156.62	0.24542	-156.62	0.24542
XnB	-67.68	-66.623	1.5611	-66.623	1.5611
XnC	-11.52	-11.623	0.15285	-11.623	0.15285

En el sistema pasivo desbalanceado con una variación del 80% en las constantes no presenta un porcentaje error significativo en la magnitud de velocidad del neumático, sin embargo, se aprecia un 1.56% de error en la fase b.

Velocidad del chasis del vehículo:

Magnitud de velocidad del chasis con 80% de variación:

Tabla 3.28 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.049306	0.04965	0.69678	0.04965	0.69678
XcB	0.099286	0.0993	0.014105	0.0993	0.014105
XcC	0.14978	0.14895	0.83164	0.14895	0.83164

Fase de velocidad del chasis con 80% de variación:

Tabla 3.29 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado.

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	113.04	112.47	0.50425	112.47	0.50425
XcB	-158.4	-157.53	0.54698	-157.53	0.54698
XcC	-102.24	-102.53	0.18535	-102.53	0.18535

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se analizarán los resultados de velocidad equivalente transmitida al chasis:

Tabla 3.30 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis.

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	0.1403
Fase [°]	-136.1427
Tiempo de simulación	3 [s]

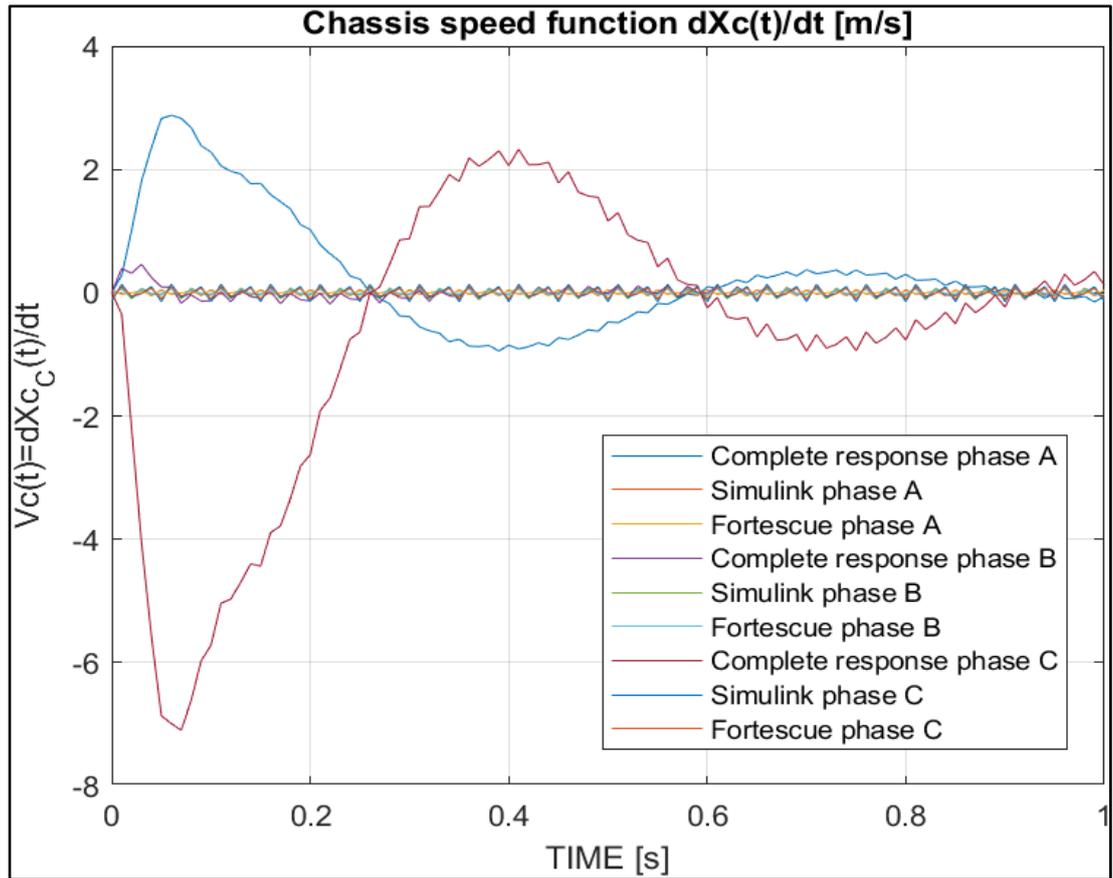


Figura 3.6 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo desbalanceado

Los porcentajes de error en la velocidad del chasis solo presenta un porcentaje de error considerable de 11.18% en la fase A y un 14.95% en la fase C, lo cual debe mencionarse en el posterior contraste de los métodos empleados.

Velocidad del neumático del Sistema Activo desbalanceado con variación de constantes al 50%:

Magnitud de velocidad del neumático con 50% de variación:

Tabla 3.31 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3441	2.3443	0.0049834	2.3443	0.0049834
XnB	4.688	4.6885	0.012255	4.6885	0.012255

XnC	7.0328	7.0328	0.0009068	7.0328	0.0009068
------------	--------	--------	-----------	--------	-----------

Fase de velocidad del neumático con 50% de variación:

Tabla 3.32 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-158.4	-158.94	0.34252	-158.94	0.34252
XnB	-69.84	-68.943	1.285	-68.943	1.285
XnC	-13.68	-13.943	0.37593	-13.943	0.37593

Los porcentajes de error para la velocidad del neumático con una variación de 50% no presenta valor significativo en la magnitud, solo se aprecia un pequeño valor de 1.28% en la fase B, que respecto a la variación anterior que es del 80% ha disminuido.

Velocidad del chasis:

Magnitud de velocidad del chasis con 50% de variación:

Tabla 3.33 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.049674	0.049809	0.27222	0.049809	0.27222
XcB	0.099613	0.099618	0.0055759	0.099618	0.0055759
XcC	0.14975	0.14943	0.32696	0.14943	0.32696

Fase de velocidad del chasis con 50% de variación:

Tabla 3.34 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	110.88	110.15	0.65837	110.15	0.65837
XcB	-160.56	-159.85	0.44053	-159.85	0.44053
XcC	-104.4	-104.85	0.28194	-104.85	0.28194

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se observan los resultados de velocidad equivalente transmitida al chasis:

Tabla 3.35 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	0.1407
Fase [°]	-138.4618
Tiempo de simulación	3 [s]

Los porcentajes de error en la fase del chasis no son considerables, sin embargo, en la magnitud del chasis en la fase A se tiene un notable porcentaje de 0.66% para ambos métodos empleados para el contraste, este porcentaje ha incrementado respecto a los obtenidos con la variación de 80%.

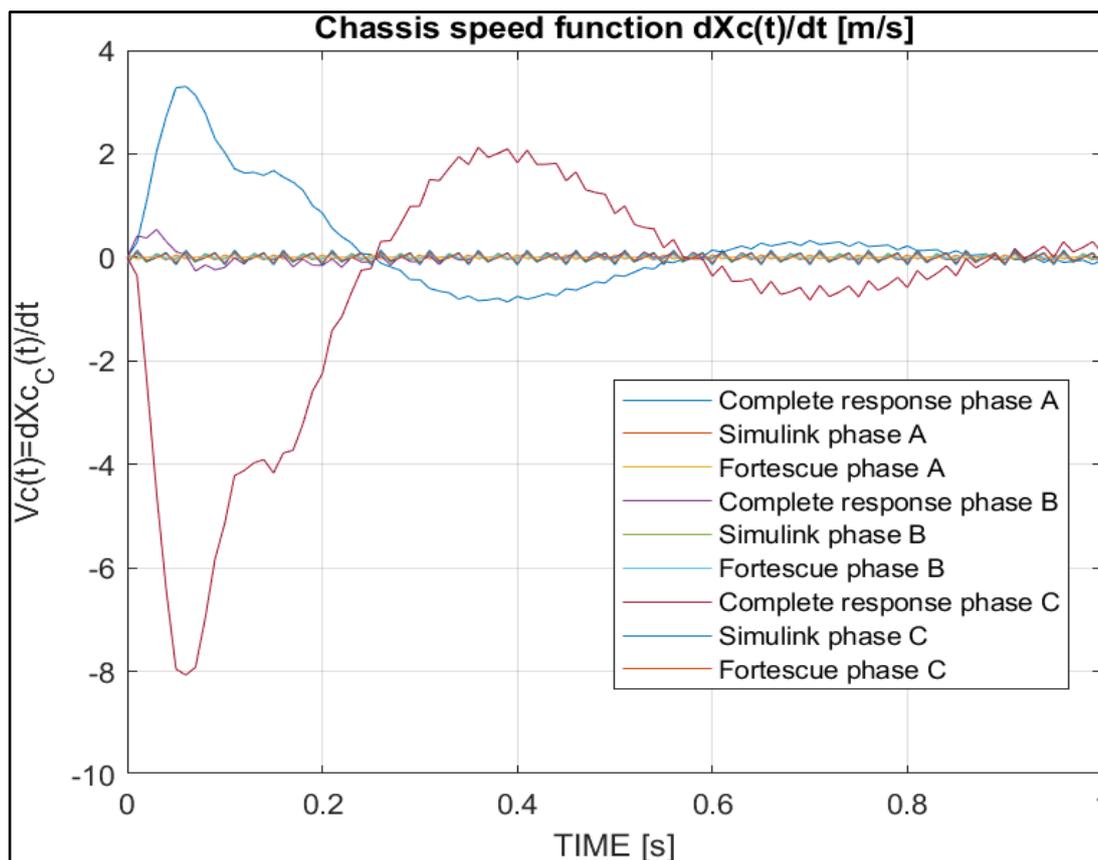


Figura 3.7 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo desbalanceado, con 50% de variación de constantes

Velocidad del neumático del Sistema Activo desbalanceado con variación de constantes al 25%:

Magnitud de velocidad del neumático con 25% de variación:

Tabla 3.36 Respuesta de magnitud de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	2.3476	2.3476	0.0016745	2.3476	0.0016745
XnB	4.6944	4.6952	0.016597	4.6952	0.016597
XnC	7.0428	7.0428	0.00	7.0428	0.00

Fase de velocidad del neumático con 25% de variación:

Tabla 3.37 Respuesta de fase de velocidad del neumático del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XnA	-160.56	-160.88	0.20175	-160.88	0.20175
XnB	-69.84	-70.884	1.4947	-70.884	1.4947
XnC	-15.84	-15.884	0.062894	-15.884	0.062894

Con una variación del 25% en las constantes para el sistema pasivo desbalanceado se obtiene un valor poco significativo en la magnitud de velocidad del neumático, mientras que el valor más alto es de 1.49% en la fase B.

Velocidad del chasis:

Magnitud de velocidad del chasis con 25% de variación:

Tabla 3.38 Respuesta de magnitud de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	0.049828	0.04988	0.10463	0.04988	0.10463
XcB	0.099748	0.09976	0.011572	0.09976	0.011572
XcC	0.14977	0.14964	0.12814	0.14964	0.12814

Fase de velocidad del chasis con 25% de variación:

Tabla 3.39 Respuesta de fase de velocidad del chasis del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes

Fase	Respuesta completa	Respuesta (Fortescue)	Error	Respuesta (Simulink)	Error
XcA	108.72	108.21	0.46909	108.21	0.46909
XcB	-162.72	-161.79	0.56904	-161.79	0.56904
XcC	-106.56	-106.79	0.14384	-106.79	0.14384

Se obtiene un valor significativo en la magnitud de velocidad del chasis que es de 5%, mientras que el valor más alto es de 0.57% en la fase B. Los porcentajes de error son menores respecto a variaciones de constantes anteriores.

Considerando los resultados en estado estable de forma fasorial, se consideran los resultados de velocidad equivalente transmitida al chasis:

Tabla 3.40 Respuesta de velocidad equivalente transmitida al chasis

Velocidad equivalente	Valores
Magnitud [m/s]	0.1409
Fase [°]	-140.4032
Tiempo de simulación	3 [s]

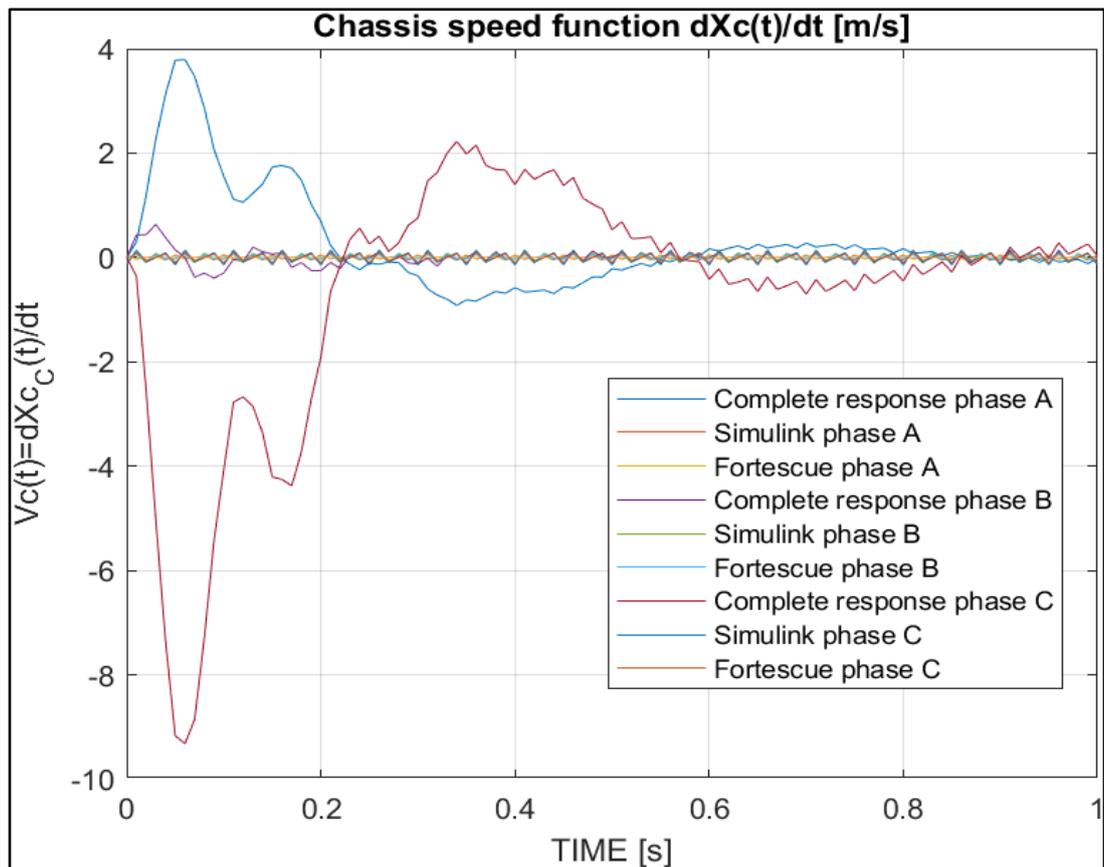


Figura 3.8 Contraste de velocidad del chasis vs tiempo del sistema pasivo desbalanceado, con 25% de variación de constantes

Finalmente, las gráficas que permiten visualizar las señales obtenidas con los tres métodos para sus respectivos análisis incluyendo las variaciones realizadas en las constantes mecánicas.

3.6. Análisis de resultados

En esta sección se analizarán los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología propuesta y su respectiva comparación con la respuesta completa del sistema y del modelo realizado Simulink, todo esto se realizará considerando que en las pruebas con señales de entrada balanceadas se empleó un valor cuadrático promedio de 100 m/s para las tres fases, mientras que para un desbalance se consideraron incrementos en dos fases llegando a tener valores de 200 m/s y 300 m/s respectivamente, variando también las fases de dichas señales. Por otro lado, se consideraron cambios producidos por el desgaste del chasis y de los diferentes elementos del sistema de suspensión-amortiguamiento que afectan directamente a sus constantes mecánicas provocando que se consideren porcentajes de estas, siendo estos un 25%, 50% y 80% respectivamente, el efecto de dichos cambios será analizado posteriormente.

Durante la comprobación del comportamiento del modelo de sistema activo con entradas balanceadas se tiene que el error para las señales de velocidad del neumático no sobrepasa el 0.097% en magnitud y el 0.99% en fase, mientras que para la señales de velocidad del chasis los errores fueron de 2.63% en magnitud y 10% en fase, en este experimento se observó el mayor error registrado, el cual fue el del 10% en fase, evidenciando que el sistema podría requerir mayor tiempo de simulación para reducir dicho error, demostrando así el correcto funcionamiento de la metodología aplicada para este caso.

Una vez se comprobaron los resultados y siendo estos aceptados respecto al valor de la respuesta completa, la velocidad equivalente transmitida al chasis y por lo tanto al usuario a través los tres sistemas de suspensión posee una magnitud de 1.8684×10^{-17} m/s, lo que la hace irrelevante en el estudio y permite aproximarla a cero, debido a que dicho valor de velocidad no sería percibido por el usuario.

En la prueba realizada con el modelo pasivo del sistema arrojó resultados similares respecto a las comparativas con la respuesta completa, siendo estos de 0.69% en magnitud y 4.63% en fase como valores máximos; para las señales del neumático y para las señales del chasis del vehículo el resto de valores se podrían aproximar fácilmente a cero, finalmente se observa que el valor de velocidad equivalente transmitido al sistema sigue siendo de 1.8684×10^{-17} , que sigue siendo imperceptible para un usuario como una velocidad al momento de utilizar el vehículo.

Al realizar la prueba con el modelo pasivo se observa que el error en la velocidad del neumático y el chasis aumentan en comparación con el modelo activo lo cual se debe a que no se tiene la compensación del modelo activo donde parte de la energía es aportada al sistema para contrarrestar el desplazamiento transmitido al vehículo, misma que se representó como fuentes controladas de corriente en el circuito del sistema.

A continuación, se analizarán los resultados obtenidos al proporcionar al sistema señales de entrada desbalanceadas y realizar cambios en las constantes del chasis, por lo que se centrará en la velocidad del chasis en cada una de sus componentes y la velocidad equivalente transmitida al chasis del vehículo que sería percibido por el usuario.

En el primer caso, donde se considera una variación de 80% en el chasis del vehículo en el modelo activo, se observó que el error en magnitud de su velocidad equivalente fue máximo para la fase A con 2.6311% y en ángulo, tenemos que la fase B tiene un 0.72%. Por otro lado, se observa una velocidad equivalente de 0.1414 m/s de magnitud, lo cual se considera perceptible para el usuario y por lo tanto debería ser considerado por el especialista de la prueba en caso de ser necesario.

Al considerar una variación de 50% en el chasis del vehículo del modelo activo, se tiene que el error en magnitud de la fase A llega a ser 3.4218%, mientras que el ángulo de la fase B llega a tener un 0.71%, finalmente se observa una velocidad equivalente de 0.1425 m/s la cual también sería perceptible por el usuario y debería ser considerado para el análisis del operador de la prueba.

Por último, respecto al sistema activo, se tiene que al considerar el 25% de chasis del vehículo, se obtiene, que el mayor error en magnitud se encuentra en la respuesta de velocidad de la fase A, pues presenta un valor de 6.7417% y respecto a la fase, tenemos que la fase C tiene 0.8752% respectivamente, obteniendo así una velocidad equivalente de 0.1444 m/s siendo de igual manera valores perceptibles para el ser humano y pudiendo llegar a ser peligrosos en situaciones de manejo.

Respecto al sistema pasivo, al considerar una variación de un 80% del chasis, teniendo en cuenta el desbalance, se observará que el error en magnitud lo posee en mayor medida la fase C con un valor de 0.83%, mientras que en ángulo lo posee la fase B con 0.55%, alcanzando en este caso una velocidad equivalente de 0.1403 m/s, siendo esta ligeramente menor a la de los casos anteriores, pero igual requiere ser analizada por el efecto que tendría sobre el usuario.

Para el modelo pasivo, se consideró una variación de 50% del chasis, por lo que se obtiene un error máximo de magnitud de 0.33% presente en la fase C y un error máximo de ángulo de 0.66% presente en la fase A. Todo esto acompañado de una velocidad transmitida al usuario de 0.1407 m/s, notando la variación de esta velocidad tomando en cuenta los cambios del sistema.

Finalmente, al considerar una variación de un 25% en el chasis del vehículo, el sistema presentará cambios tales como un error máximo de magnitud de 0.13% para la

fase C y un error máximo de fase de 0.57% para la fase B, dichas velocidades al ser transmitidas al usuario serán percibidas como una velocidad equivalente de magnitud 0.1409 m/s, lo que se considera un ligero aumento respecto al caso anterior que sigue siendo un valor que debe ser considerado por parte del especialista de pruebas.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estudio y comparación de un sistema mecánico analizado como un sistema eléctrico polifásico desbalanceado a través de la teoría de redes de secuencia, ha resultado en un arduo trabajo, debido a que ha requerido la comprobación del sistema analizado únicamente con la analogía electromecánica, como la respuesta con redes de secuencia, ambas respecto a la respuesta completa del sistema estudiada a través de expresiones en el dominio de la frecuencia compleja a través de la transformada de Laplace; donde en cada uno de los modelos ha sido necesario desarrollar las ecuaciones matemáticas en conjunto con el circuito respectivo para la obtención de resultados. A pesar de esto, dicho trabajo fue necesario para lograr comprobar la efectividad del método propuesto a través de un contraste respecto a una referencia. Los resultados tabulados en la sección previa demuestran la efectividad del método y comprueban la eficacia de este para estudiar este tipo de sistemas en casos que no requieran conocer la respuesta completa del mismo considerando el estado transitorio, sino más bien la respuesta de estado estable. A continuación, se enunciarán las conclusiones y recomendaciones del estudio.

Conclusiones

- Se logró realizar el modelo matemático del equivalente de un sistema eléctrico a mecánico empleando redes de secuencia donde los errores obtenidos a partir de los resultados del método aplicado que respecto a la respuesta completa demuestran que el método de las redes de secuencias es perfectamente aplicable en analogías electromecánicas de un sistema de suspensión-amortiguamiento.
- Se investigó sobre el modelo de suspensión amortiguamiento donde se definieron las características esenciales para el correcto modelamiento del sistema mecánico, mismo que permitió el estudio del comportamiento del

sistema de suspensión del vehículo propuesto a través de la relación de la velocidad transmitida por medio de cada uno de sus neumáticos hacia el chasis de este durante la realización de una prueba.

- Se identificó cada uno de los componentes del sistema de suspensión-amortiguamiento donde se encontró que las constantes mecánicas de amortiguamiento, elasticidad y masa tienen un equivalente que permite estudiarlas de la misma forma que un circuito eléctrico debido al modelo y a las ecuaciones utilizadas para describirlos.
- Se utilizó un código de Matlab que permite realizar un estudio de una prueba de amortiguamiento utilizando la metodología propuesta y comparándola con la respuesta completa del sistema donde se llegó a obtener resultados de respuesta similares en diferentes métodos.
- Se realizó la comparativa entre las velocidades transmitidas al neumático y al chasis del vehículo considerando distintas condiciones tales como variaciones en las constantes mecánicas del chasis del vehículo que simulan su desgaste y en el caso del sistema activo se consideraron variaciones en la proporción de la energía insertada en el sistema de forma externa a través de una fuerza, donde se obtuvieron porcentajes de error bajos que corroboran la factibilidad del método.

Recomendaciones

Las recomendaciones realizadas en este trabajo están enfocadas en las diferentes modificaciones o adaptaciones que pueden realizarse sobre este estudio en futuros trabajos, mismas que pueden emplearse para modelar un sistema similar o diferente; también pueden realizarse diferentes tipos de pruebas adicionales relacionados con el estado del sistema de suspensión-amortiguamiento ya que este depende del equipo que se emplee para realizarlas. Por ello, las recomendaciones realizadas sobre este estudio son:

- Considerar la capacidad del equipo empleado para realizar la simulación del modelo en Simulink puesto que acorde a la complejidad del modelo y del método de iteración empleado es probable que se requiera de más tiempo para la obtención de resultados.
- En caso de implementar un sistema de control automático o PID, es necesario revisar las referencias de desplazamiento acorde a las especificaciones de los equipos que se vayan a emplear; por otra parte se deben desarrollar las nuevas ecuaciones de transferencia ya no es necesario desarrollar el mismo sistema de control para cada rueda.
- En un trabajo interdisciplinario puede ser útil emplear un software de simulación mecánica activa para contrastar los resultados obtenidos con el equivalente eléctrico, de tal forma que se aprecie de forma más completa la prueba realizada en la parte mecánica del modelo.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] N. Amann, J. Bocker and F. Prenner, «Active damping of drive train oscillations for an electrically driven vehicle,» in *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 9, n° 4, pp. 697-700, 2004.
- [2] William H. Hayt, Jr. & Jack E. Kemmerly & Steven, *Engineering Circuit Analysis*, New York: McGraw-Hill, 1999.
- [3] S. Guo and J. Lin, «Dual variables system analysis for electromechanical systems,» de *2011 International Conference on Electrical and Control Engineering*, Yichang, China, 2011.
- [4] M. P. Lazarević, P. D. Mandić, B. Cvetković, T. B. Šekara and B. Lutovac, «Some electromechanical systems and analogies of mem-systems integer and fractional order,» de *2016 5th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO)*, Bar, Montenegro, 2016.
- [5] I. Muntean, C. Ionescu and I. Nascu, «Models for the Respiratory System Using Morphology-Based Electrical Analogy,» de *2008 First International Conference on Complexity and Intelligence of the Artificial and Natural Complex Systems. Medical Applications of the Complex Systems. Biomedical Computing*, Tirgu Mures, Romania, 2008.
- [6] P. Krauze and J. Kasprzyk, «Neural network based LQ control of a semiactive quarter-car model,» de *2013 18th International Conference on*

Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR), Miedzyzdroje, Poland, 2013.

- [7] M. Akbaba, O. Dakkak, B. -S. Kim, A. Cora and S. A. Nor, «Electric Circuit-Based Modeling and Analysis of the Translational, Rotational Mechanical and Electromechanical Systems Dynamics,» *in IEEE Access*, vol. 10, pp. 67338-67349, 2022.
- [8] N. Zhang, Y. Zhang, X. Li and Z. Kan, «Simulation study on vibration reduction characteristics of two-degree of freedom suspension system in a quarter vehicle,» de *2017 IEEE 3rd Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC)*, Chongqing, China, 2017.
- [9] A. A. Ahmed, H. A. Eissa, A. M. Faraj, A. Albagul, M. Belrzaeg and A. Alsharif, «Suspension System Modelling And Control For An Electric Vehicle Driven by In-Wheel Motors,» de *2021 IEEE International Conference on Robotics, Automation, Artificial-Intelligence and Internet-of-Things (RAAICON)*, Dhaka, Bangladesh, 2021.
- [10] N. Jiamei, Z. Xiaoliang and C. Long, «Suspension Employing Inerter and Optimization Based on Vibration Isolation Theory on Electrical-Mechanical Analogies,» de *2010 International Conference on Optoelectronics and Image Processing*, Haikou, China, 2010.
- [11] F. Kortmann et al., «Modeling the Quarter-Vehicle: Use of Passive Sensor Data for Road Condition Monitoring,» *in IEEE Sensors Journal*, vol. 21, n° 14, pp. 15535-15543, 2021.

- [12] F. A. Furfari and J. Brittain, «Charles LeGeyt Fortescue and the method of symmetrical components,» in *IEEE Industry Applications Magazine*, vol. 8, n° 3, pp. 7-9, 2002.
- [13] R. Armstrong, K. Busawon and P. Minns, «Polyphase symmetrical components revisited,» de *2020 3rd International Conference on Emerging Trends in Electrical, Electronic and Communications Engineering (ELECOM)*, Balaclava, Mauritius, 2020.
- [14] I. Korachagaon, «Five-Phase Unbalanced System and Its Symmetrical Components with MATLAB,» de *2014 International Conference on Electronic Systems, Signal Processing and Computing Technologies*, Nagpur, India, 2014.
- [15] J. L. Strack et al., «Three-phase voltage events classification algorithm based on Fortescue theorem,» de *2018 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, San Miguel de Tucuman, Argentina, 2018.
- [16] Y. Xu, M. Ahmadian and R. Sun, «Improving Vehicle Lateral Stability Based on Variable Stiffness and Damping Suspension System via MR Damper,» in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, n° 3, pp. 1071-1078, 2014.
- [17] Shu-wei Liu, Liang-Hao and Gang-Li, «Optimization research of vehicle damper matching parameters,» de *2013, Shengyang, Proceedings 2013 International Conference on Mechatronic Sciences, Electric Engineering and Computer (MEC)*.

- [18] G. Corrigan, S. Sanna and G. Usai, «An optimal tandem active-passive suspension system for road vehicles with minimum power consumption,» in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 38, n° 3, pp. 210-216, 1991.
- [19] P. Liu, D. Ning, L. Luo, N. Zhang and H. Du, «An Electromagnetic Variable Inertance and Damping Seat Suspension With Controllable Circuits,» in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 69, n° 3, pp. 2811-2821, March 2022.
- [20] M. Canale, M. Milanese and C. Novara, «Semi-Active Suspension Control Using “Fast” Model-Predictive Techniques,» in *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, n° 6, pp. 1034-1046, Nov 2006.
- [21] I. Džafić, H. -T. Neisius, M. Gilles, S. Henselmeyer and V. Landerberger, «Three-phase power flow in distribution networks using Fortescue transformation,» in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, n° 2, pp. 1027-1034, May 2013.
- [22] J. López-Martínez, J. C. Martínez, D. García-Vallejo, A. Alcayde and F. G. Montoya, «A New Electromechanical Analogy Approach Based on Electrostatic Coupling for Vertical Dynamic Analysis of Planar Vehicle Models,» *IEEE Access*, vol. 9, pp. 119492-119502, 2021.
- [23] A. Abolhasani and S. Pakdelian, «Comparison of Control Strategies and Electromechanical Devices for the Backpack Energy Harvesting System,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 56, n° 6, pp. 6420-6435, Nov-Dic 2020.

- [24] Z. Cao, W. Zhao, X. Hou and Z. Chen, «Multi-Objective Robust Control for Vehicle Active Suspension Systems via Parameterized Controller,» *IEEE Access*, vol. 8, pp. 7455-7465, 2020.
- [25] X. Zheng, H. Zhang, H. Yan, F. Yang, Z. Wang and L. Vlacic, «Active Full-Vehicle Suspension Control via Cloud-Aided Adaptive Backstepping Approach,» *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 50, n° 7, pp. 3113-3124, July 2020.
- [26] L. Ming, L. Yibin, R. Xuewen, Z. Shuaishuai and Y. Yanfang, «Semi-Active Suspension Control Based on Deep Reinforcement Learning,» *IEEE Access*, vol. 8, pp. 9978-9986, 2020.
- [27] L. Wei and Z. Chengcai, «Coefficient Optimization Based on Genetic Algorithm for Hybrid Control of Semi-active Suspension System,» de *2021 20th International Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering and Science (DCABES)*, Nanning, China, 2021.
- [28] S. -J. Kim, H. -S. Kim and D. -J. Kang, «Vibration Control of a Vehicle Active Suspension System Using a DDPG Algorithm,» de *2018 18th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*, PyeongChang, Korea (South), 2018.
- [29] D. Sendrescu, D. Popescu, E. Petre, D. Selişteanu and D. Chintescu, «Iterative Learning Control for Active Suspension System of a Railway Vehicle,» de *2019 20th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, Krakow-Wieliczka, Poland, 2019.

- [30] John J. Grainger, William D. Stevenson, «Power System Analysis,» New York, McGraw-Hill Education, 1994, pp. 404-408.
- [31] H. Saadat, «Power System Analysis,» United States, PSA Publishing, 2010, pp. 438-445.
- [32] Y. Darji, «GrabCAD Making Additive Manufacturing at Scale Possible,» 10 July 2020. [En línea]. Available: <https://grabcad.com/library/macpherson-strut-3>. [Último acceso: 18 11 2023].
- [33] Francis W. Sears, Durrell Lawrence, Hugh D. Young, FISICA UNIVERSITARIA VOLUMEN 1, Durrell Lawrence, Hugh D. Young: Pearson Education, 2013.