Capítulo 3
Balance de Sal y Modelos de Caja

Tabla de Contenido

Balance de Sal

La ecuación de balance de sal planteada por Pritchard, basada en su experiencia de observar estuarios, se presenta a continuación:

$$\boldsymbol{\delta s/\delta t = -u\,\delta s/\delta x - v\,\delta s/\delta y - w\,\delta s/\delta z + \delta/\delta x\,[\,Kx\,.\delta s/\delta x\,]}$$

$$\boldsymbol{+\,\delta/\delta y\,[\,Ky.\,\delta s/\delta y\,] + \delta/\delta z\,[\,Kz.\,\delta s/\delta z\,]}$$

Donde: s = concentración de sal

u, v, w = componentes de velocidad en esas direcciones

Kx, Ky, Kz = difusividades en las direcciones x, y z

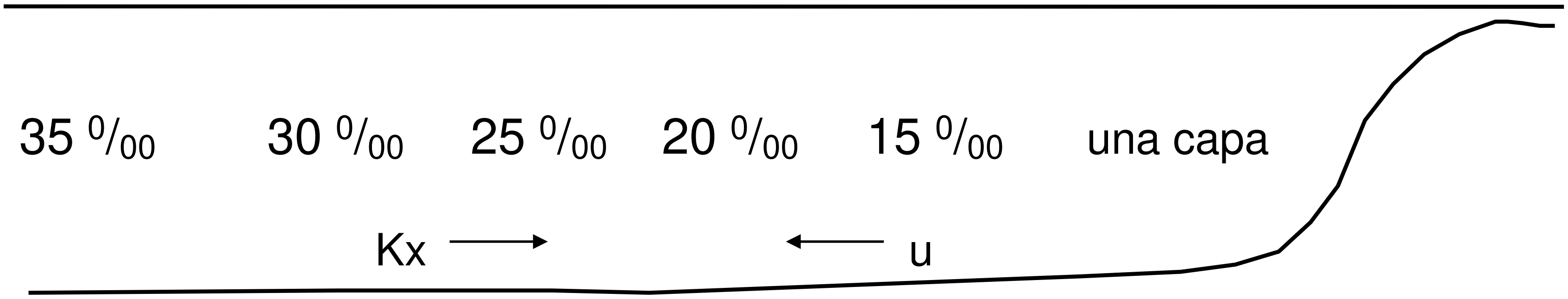
$\delta s/\delta t$ = cambio local de la concentración de sal con el tiempo, g/l ó $^{0}/_{00}$

Los 3 **primeros términos** de la derecha de la ecuación representan **advección.**

La advección produce una tasa de masa de agua, así como una tasa de sal, y está asociada con el modelo neto de circulación.

Los **3 últimos términos** son de **difusión**, que es un proceso no advectivo y está asociado solamente con una tasa de sal, además con el régimen de mezcla de turbulencia o remolino. En un estuario los 6 términos pueden ser diferentes.

Ejemplo 1



Simplificación unidimensional:

$\delta s/\delta t = -u\ \delta s/\delta x + \delta/\delta x\ [\ K x\ .\delta s\ /\delta x\ ]$

Asumir que $\delta K x\ /\delta x = K x$ ó que ($K x$) no es función de x; de donde:

$\delta s/\delta t = -u\ \delta s/\delta x + K x\ (\delta^2 s\ /\delta x^2)$;

Asumir estado estable: $\delta s/\delta t = 0$

Por lo que finalmente se tiene: $u\ \delta s/\delta x = K x\ (\delta^2 s\ /\delta x^2)$

Se hace notar que este caso no es muy común.

Balances de Sal – Modelos de Caja

Referencia: R. Holden, ESPOL, 1978

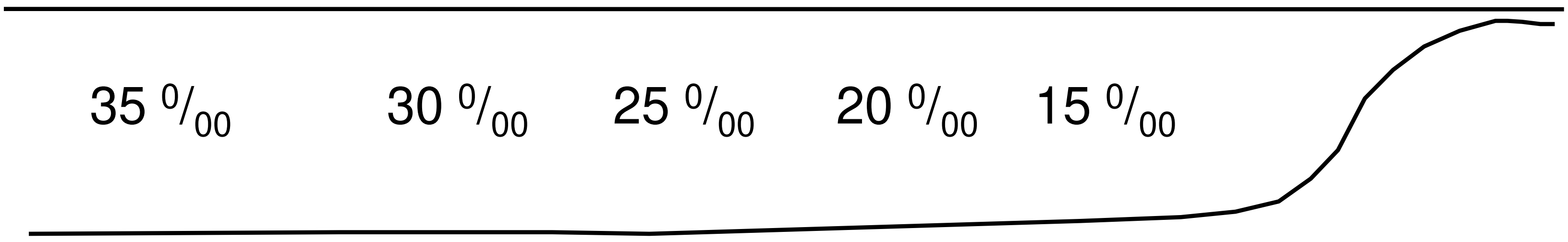
Ejercicio 1. En un estuario, todos los términos del balance de sal son cero excepto la advección horizontal.

Si el cambio local de salinidad, δs/δt es cero para períodos de un día o más, ¿es posible que haya un gradiente horizontal de sal, δs/δx?, ¿Por qué?

$$\delta s/\delta t = -u\,\delta s/\delta x - \cancel{v\,\delta s/\delta y} - \cancel{w\,\delta s/\delta z} + \cancel{\delta/\delta x\,[K_x\,.\delta s/\delta x]} + \cancel{\delta/\delta y\,[K_y.\,\delta s/\delta y]} + \cancel{\delta/\delta z\,[K_z.\,\delta s/\delta z]}$$

$$\mathbf{0 = -u\,\delta s/\delta x}$$

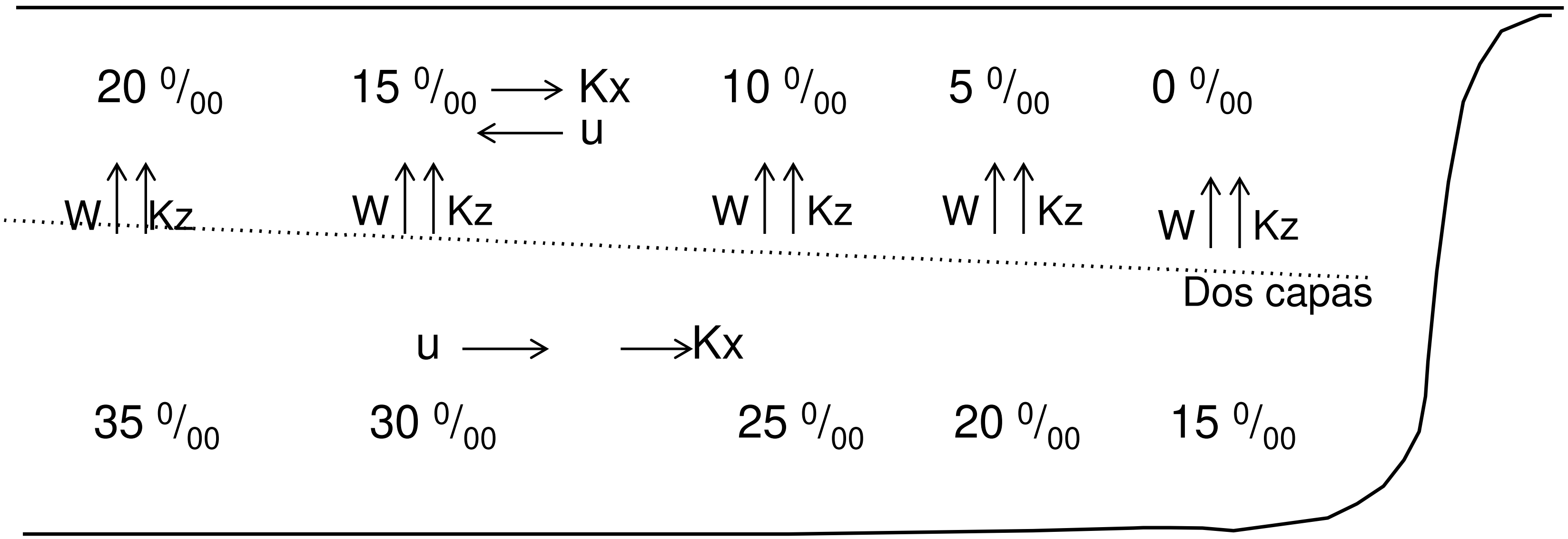
Si puede existir gradiente horizontal, puesto que la advección es el movimiento horizontal del agua y sal, por tanto sí se podría generar un gradiente horizontal. Del gráfico se observa que hay un cambio de sal con respecto al eje x.



Ejemplo 2

Este tipo de comportamiento en estuarios (de 2 capas) es más común. Observe que:

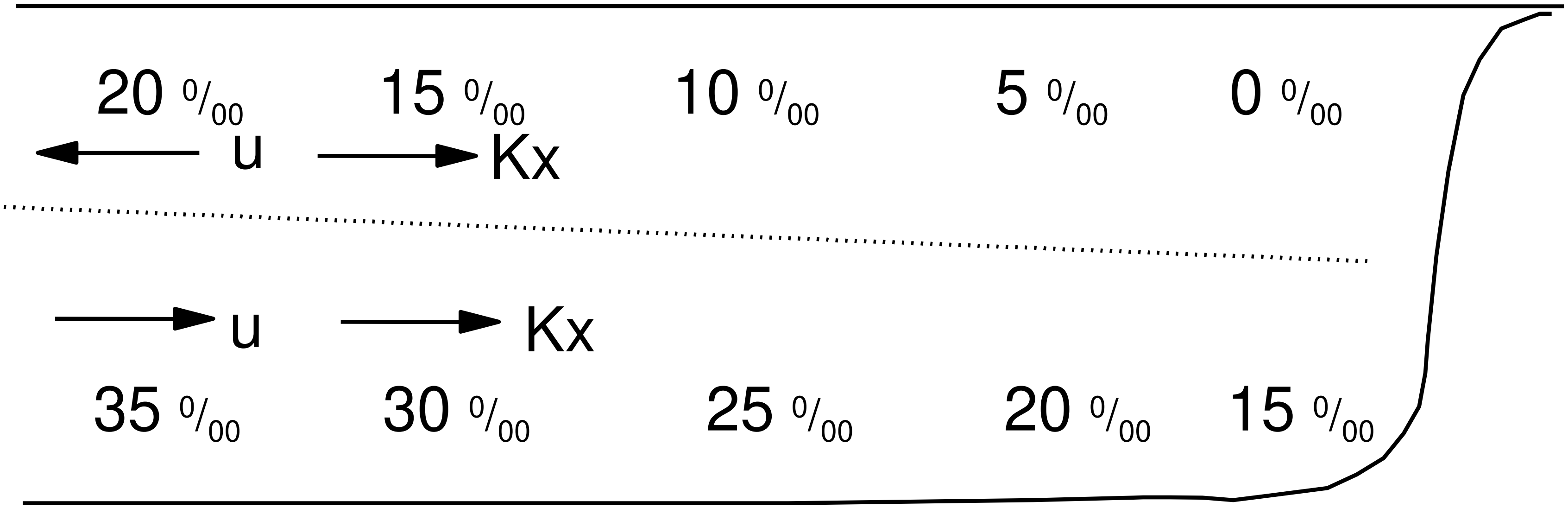
1. El componente de difusividad **Kx** (en el eje x) va de mayor a menor salinidad
2. El vector de velocidad **u**, en el eje horizontal, responde a la dirección de los flujos del río y del mar respectivamente
3. El componente de velocidad **w**, en el eje vertical, va de mayor a menor concentración de sal (de abajo hacia arriba en este caso)
4. El componente de difusividad **Kz** (en el eje z) va de mayor a menor salinidad



Ejercicio 2

¿Cuáles son las direcciones de U x y K x en la figura siguiente?.

- Aplicando similares consideraciones a las del ejemplo 2, se tendría que en la capa superior el vector de velocidad u va de Este a Oeste (Cabecera a Desembocadura)
- Para el caso del coeficiente de difusividad Kx, la dirección de éste va de mayor a menor concentración de sal ($^{0}/_{00}$). Ver gráfico a continuación.



Ejemplo 3

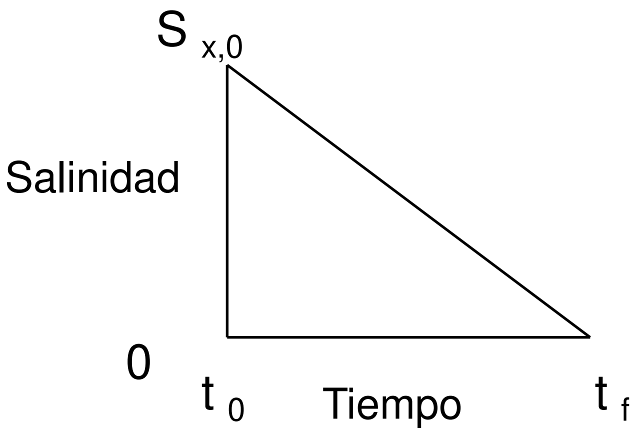
Una capa, $V = W = Kx = Ky = Kz = 0$

$t = 0$ $\quad {}^{0}/_{00} \xrightarrow{u} 5\ {}^{0}/_{00}$

Asumir que $\delta s/\delta t = \text{constante} = c$;

hay solo advección $t = t_f$

$0\ {}^{0}/_{00} \xrightarrow{u} 0\ {}^{0}/_{00}$



Distancia $\quad S_{x,0}$ = salinidad

Tiempo $\quad$ inicial

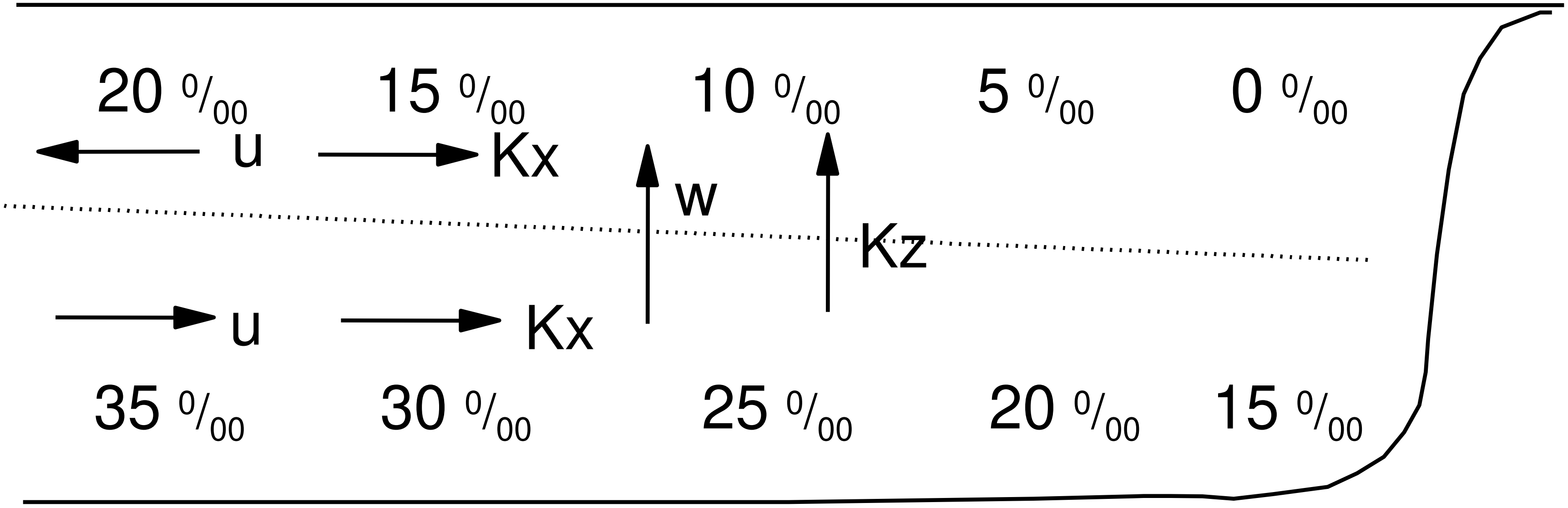
So y $S_{x,t} = So - u\,c\,t$

$\delta s/\delta t = -u\, \delta s/\delta x$

Ejercicio 3

¿Cuáles son las direcciones de u, Kx, w y Kz en la figura anterior?.

- Aplicando similares consideraciones a las del ejemplo 2, se tendría que en la capa superior el vector de velocidad u va de Este a Oeste (Cabecera a Desembocadura)
- Para el caso del coeficiente de difusividad Kx (sentido horizontal), la dirección de éste va de mayor a menor concentración de sal ($^0/_{00}$).
- De manera idéntica para el caso del coeficiente de difusividad Kz (sentido vertical), la dirección de éste va de mayor a menor concentración de sal ($^0/_{00}$)



Ejercicio 4

¿Bajo cuáles condiciones observaría los resultados del ejemplo número 3?, ¿qué significan t_f y So?

Bajo condiciones de una sola capa, V = W = Kx = Kz = 0

$\delta s/\delta t = -u\delta s/\delta x$

t_f = tiempo final   So= Salinidad Inicial

Ejercicio 5

¿Bajo cuáles condiciones observaría los resultados del ejemplo número 4?, ¿qué significan t_f y S_f?.

Bajo condiciones de una sola capa en la que:

U = V = W = Ky = Kz = 0   Kz = constante = C

$\delta s/\delta t = C * \delta^2 s/\delta x^2$

$t_{f =}$ tiempo final y $S_{f =}$ Salinidad final

Modelos de Caja

Se aplica la **Ley de Conservación de Masa**, que es uno de los conceptos fundamentales de la ecología y la geoquímica

Asumir que Precipitación es igual a la Evaporación: P – E = 0

Ley de un modelo de caja:

Todo lo que sale – todo lo que entra = cambio interno de la caja

Entonces K d – K m = K r – K t

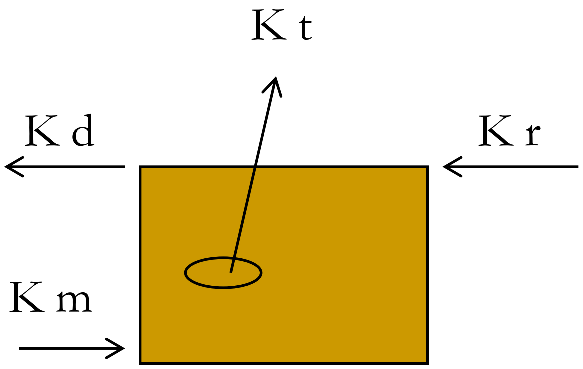
Donde (según nomenclatura de Capítulo 2):

K r = Tasa de flujo del río

K d = Tasa de flujo de agua al mar (capa superficial)

K m = Tasa de flujo de agua del mar (capa inferior)

K t = Tasa de disminución del volumen del estuario por acción de la marea



Tarea: Revisar reporte: “LOICZ Biogeochemical Budgeting Procedures and Examples”, V Dupra and SV Smith, Department of Oceanography, University of Hawaii.

Ejercicio 6

En el ejemplo número 8, ¿Cuál es la dirección de la corriente de marea? ¿Hay otras fuerzas en la marea que producen valores de K_T? ¿Cuáles son?.

$K_T = K_D - K_M - K_R$

La dirección de la corriente de marea está en reflujo. El K_D es positivo. No existen otras fuerzas en la marea.

Ejercicio 7

De $M = (S_D \times R)/(S_M – S_D)$ del ejemplo 10.

$D = R + M = R + (S_D \times R)/(S_M – S_D)$

$D= (S_M R - S_D R + S_D R)/(S_M – S_D) = S_M R/)/(S_M – S_D)$

Ejercicio 8

Del ejemplo número 11: Cambios ***pequeños*** en x cerca de x=0 hacen cambios ***grandes*** en S_D, mientras que cambios grandes en x cuando x es grande hacen cambios ***pequeños*** en S_D.

Ejercicio 10

Dado el siguiente diagrama, halle todos los K y S. ¿Cuál es la ecuación de balance de sal que define este sistema?.

$K_0=R$ $K_1=R+R=2R$ $K_2=2R+2R=4R$ $K_3=4R+2R=6R$

$K_4=6R+2R=8R$ $K_5=8R+2R=10R$ Entonces : $D=10R$

Además:

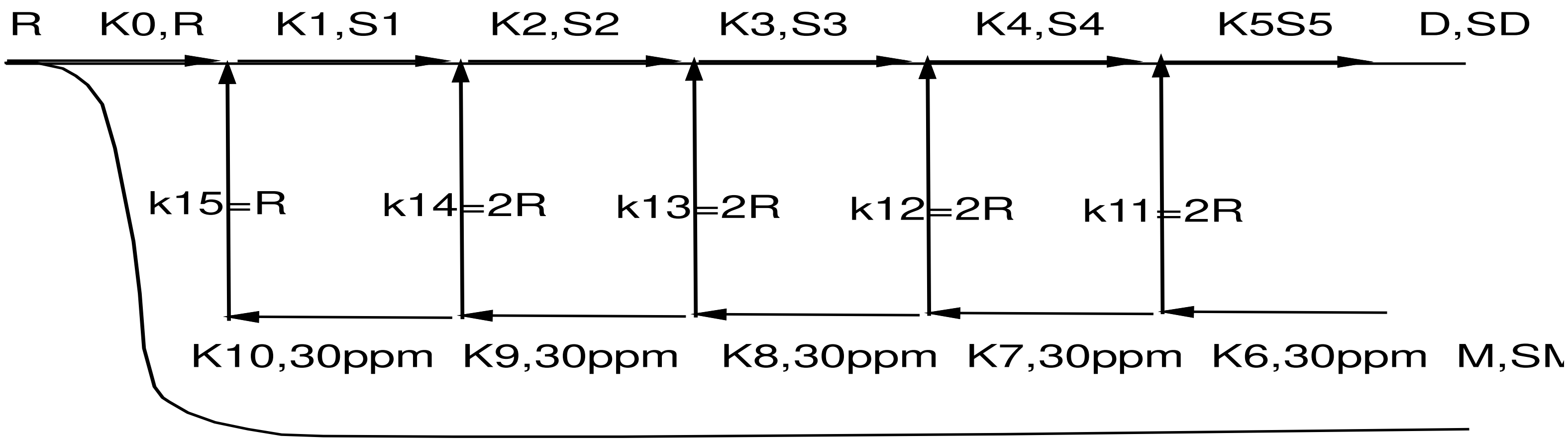
$K_{10}=R$ $K_9=1R+2R=3R$ $K_8=3R+2R=5R$ $K_7=5R+2R=7R$ $K_6=7R+2R=9R$

Entonces: $M=9R$, Ahora: $S_M=30ppm$ $M=X*R$ $X=M/R=9R/R; X=9$

$S_D = (X/(X+1)) \times S_M = (9/10) \times 30$ ppm $= 27$ ppm

Donde: $S_D = S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = 27ppm$

La ecuación de balance de sal es: $\delta s/\delta t = -u\delta s/\delta x + \delta(Kz.\delta s/\delta z)/\delta z$.



Ejercicio 11

Dada la siguiente figura, calcule K_1 a K_{10} y S_1 a S_5. ¿Cuál es la ecuación de balance de sal que define este sistema?.

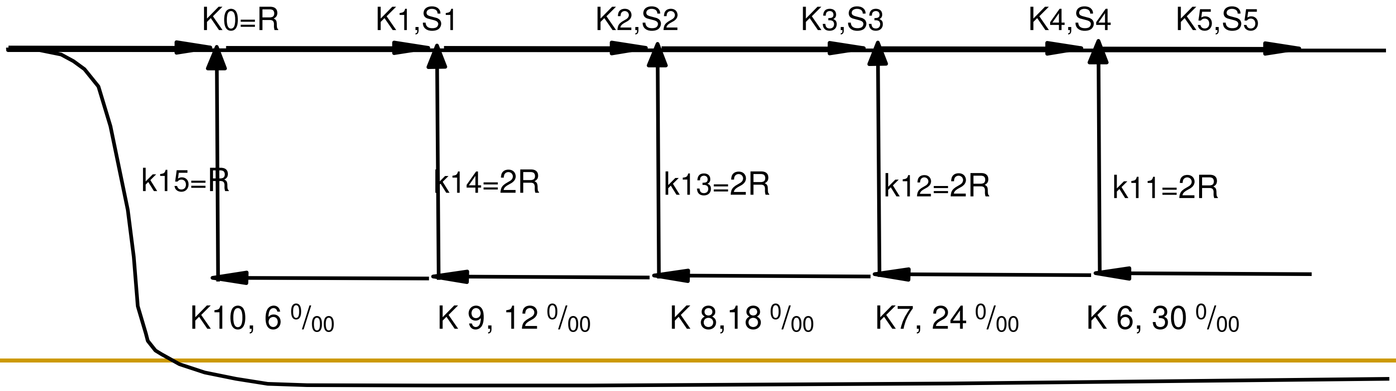
K_0=R K_1=R+R=2R K_2=2R+2R=4R K_3=4R+2R=6R K_4=6R+2R=8R
K_5=8R+2R=10R

Entonces : D=10R K_{10}=R K_9=1R+2R=3R K_8=3R+2R=5R
K_7=5R+2R=7R K_6=7R+2R=9R Entonces: M=9R

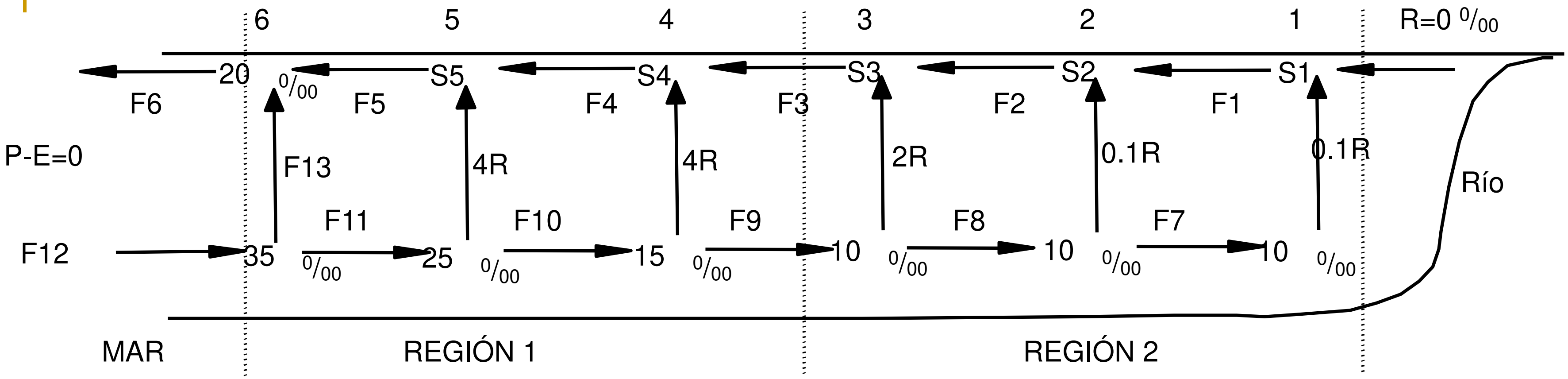
Ahora: S_M=30ppm M=X*R X=M/R=9R/R; X=9

Donde: S_D = (X/(X+1))*SM = (9/10)*30ppm = 27ppm

- S_1 = (9/10) * 6ppm = 5.4ppm; S_2 = (9/10) * 12ppm = 10.8ppm;
- S_3 = (9/10) * 18ppm = 16.2ppm; S_4 = (9/10) * 24ppm = 21.6ppm;
- S_5 = (9/10) * 30ppm = 27ppm. La ecuación del balance de sal es: $\delta s/\delta t = -u\delta s/\delta x + \delta(Kx.\delta s/\delta x)/\delta x + \delta(Kz.\delta s/\delta z)/\delta z$.



Dado el siguiente gráfico, calcule los flujos y salinidades



Calcule los flujos: F1, F2, F3, F4, F5, F7, F8, F9, F10, F11. F = K (tasa / caudal)

K1=R+0.1R=1.1R K2=1.1R+0.1R=1.2R K3=1.2R+2R=3.2R

K4=3.2R+4R=7.2R K5=7.2R+4R=11.2R

K7=0.1R (entrega) K8=0.1R+0.1R=0.2R K9=2R+0.2R=2.2R

K10=4R+2R+0.2R=6.2R K11=6.2R+4R= 10.2R

Calcule las salinidades: S1, S2, S3, S4 y S5.

S1= 0.9*10=9; S2 = 0.9*10=9; S3= 0.9*10=9; S4= 0.9*15=13.5; y S5= 0.9*25=22.5

Calcule los flujos: F6, F12, F13, dirección del flujo F13.

M = (SD x R)/(SM – SD) = (SD x F13)/(SM – SD)

10.2R = (20 x F13)/(35 – 20) F13 =10.2R * (15)/20 = 7.65R CON FLUJO HACIA ABAJO

F12 = 10.2R-7.65R = 2.55R F6 = 11.2R – 7.65R = 3.55R