T
330.09866
TOM

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL
(E S P O L)

Instituto de Ciencias Humanísticas y Económicas
(I C H E)

" AHORRO Y CRECIMIENTO ECONOMICO EN EL ECUADOR :
EVIDENCIA EMPIRICA DE CAUSALIDAD
PARA EL PERIODO 1970 - 2002 "

TESIS DE GR

D-32640

Previo a la Obtención del Título de
Economísta en Gestión Empresarial
Especialización Sector Público

A U T O R

Julio César Tomalá González

Director de Tesis:

Msc. Manuel González Astudillo

Guayaquil - Ecuador

2004

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
ESPOL**

INSTITUTO DE CIENCIAS HUMANÍSTICAS Y ECONÓMICAS

ICHE

**“AHORRO Y CRECIMIENTO ECONÓMICO EN ECUADOR:
EVIDENCIA EMPÍRICA DE CAUSALIDAD
PARA EL PERÍODO 1970 - 2002”**

**TESIS DE GRADO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
ECONOMISTA EN GESTIÓN EMPRESARIAL
ESPECIALIZACIÓN SECTOR PÚBLICO**

**AUTOR:
JULIO CÉSAR TOMALÁ GONZÁLEZ**

**DIRECTOR DE TESIS:
MSC. MANUEL GONZÁLEZ ASTUDILLO**

**GUAYAQUIL – ECUADOR
2004**

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por todas las cosas que me ha ofrecido y por ser el soporte en mis buenos y malos momentos.

Agradezco a mis padres y hermanos, por todo el apoyo y comprensión brindada.

A las familias Yagual Tomalá y Lindao Tomalá por la ayuda desinteresada durante mi estancia en la ciudad.

Y, en especial al Econ. Manuel González por su valioso aporte en esta tesis.

Julio César Tomalá González

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mi papá Manuel y a mi mamá Gladys porque siempre confiaron y creyeron en mi, y por el ejemplo de lucha que me han brindado a lo largo de mi vida.

A mi abuela Mayía y a mi hermano Manuel a quienes los recuerdo día a día y nunca los olvidare. A mi hermano Leonardo que a la distancia siempre contará con mi apoyo incondicional. A mi tío Manuel por tener una familia querida.

A mi tía Diosa y a mi tía Mercy, por haberme ayudado de la forma como les fue posible. Y, a mi tía Oli por esas pequeñas cosas pero que considero importantes.

Julio César Tomalá González

TRIBUNAL DE GRADO

Hugo Arias Palacios

Dr. Hugo Arias Palacios
Presidente del Tribunal

Manuel González Astudillo

Econ. Manuel González Astudillo
Director de Tesis

Francisco Marriot

Econ. Francisco Marriot
Vocal

Francisco Rumbea

Econ. Francisco Rumbea
Vocal

DECLARACIÓN EXPRESA

LA RESPONSABILIDAD Y CONTENIDO DE ESTA TESIS DE GRADO CORRESPONDE EXCLUSIVAMENTE AL AUTOR; Y EL PATRIMONIO INTELECTUAL DEL MISMO A LA ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL (ESPOL).

JULIO CÉSAR TOMALÁ GONZÁLEZ

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

1. MARCO TEÓRICO.....	10
1.1 INTRODUCCIÓN AL AHORRO.....	10
1.1.1 Definición de ahorro.....	10
1.1.2 Importancia del ahorro.....	11
1.1.2.1 Los motivos para ahorrar.....	11
1.1.2.2 Los determinantes del ahorro.....	11
1.1.3 Diferentes enfoques del ahorro.....	14
1.2 TEORÍAS DEL AHORRO.....	16
1.2.1 La Función Keynesiana del Ahorro.....	16
1.2.2 La Teoría del Ingreso Permanente de Friedman.....	17
1.2.3 El Modelo de Ciclo de Vida de Modigliani.....	18
1.2.4 La Cuenta Corriente en la Economía Abierta.....	19
1.3 TEORÍAS DE CRECIMIENTO ECONÓMICO.....	21
1.3.1 La Era Moderna del Crecimiento.....	21
1.3.2 Las Teorías de Crecimiento Endógeno.....	23
1.4 EL ANÁLISIS DE COINTEGRACIÓN EN LA ECONOMÍA.....	26
2. ANÁLISIS DE LOS DATOS.....	28
2.1 Justificación y obtención de los datos.....	28
2.2 Análisis descriptivo de las variables.....	30
2.3 Pruebas de estacionariedad de las series.....	37
3. ANÁLISIS EMPÍRICO DE AHORRO Y CRECIMIENTO ECONÓMICO....	39
3.1 Análisis de Cointegración.....	39
3.2 Análisis de la Función Impulso Respuesta.....	42
CONCLUSIONES.....	45
BIBLIOGRAFÍA.....	47
ANEXO ECONOMETRICO.....	50

INTRODUCCIÓN

El ahorro es considerado un elemento esencial para el financiamiento de la inversión. Al estudiar su comportamiento y su relación con otras variables se puede prever su tendencia en el largo plazo y su efecto en el crecimiento económico, y así reconocer la aparición de periodos de posible inestabilidad económica como consecuencia de la insuficiencia de ahorro.

Se han llevado a cabo varios estudios con respecto a esta temática. Los modelos de ahorro y crecimiento, basados en las teorías de crecimiento endógeno, desarrollados por Romer (1986) y por Lucas (1988), argumentan que las mayores tasas de ahorro interno y que el incremento en la acumulación de capital, podría resultar en un aumento permanente de las tasas de crecimiento de la economía. Los trabajos empíricos de Barro (1991) y Levine y Renelt (1992), sugieren que el ahorro y la acumulación de capital son factores centrales para entender las diferencias de crecimiento que se

observan entre los países desarrollados y los de menor desarrollo económico. A nivel de Latinoamérica, existen estudios sobre el tema y en el que se ha basado esta tesis es el de Rivas (2001), utilizando la cointegración por el método de Johansen, concluye que en la economía mexicana el ahorro interno y el ingreso interno tienen una relación de largo plazo.

En el caso ecuatoriano, a pesar de que el ahorro es una variable fundamental en la política económica, existen pocos estudios referentes al ahorro y crecimiento económico. Se puede mencionar el de Ayala (1995), quien calculó la relación entre el consumo (ahorro) y las tasas de interés, utilizando datos anuales para el período 1970-1991 cuyos resultados reflejaron una respuesta positiva pero muy lenta de los ahorros frente a los cambios en las tasas de interés. Pinto (1996) presentó un análisis del ahorro nacional bruto y por sector institucional; afirma que si se desea aumentar el ahorro interno sería aconsejable mantener una estabilidad económica, mejorar la calidad del capital humano y evitar sustituir ahorro interno por externo. En tanto, Tierra y Vistin (2003), utilizando el método de cointegración de Engle y Granger, comprueban que existe una relación de largo plazo entre el consumo-ahorro, el ingreso disponible y la tasa de interés.

A diferencia de Pinto, quien empleó la metodología de Engle y Granger (1987), la contribución de la presente investigación es que realiza un análisis de cointegración mediante la metodología de Johansen (1991) para

determinar la existencia de una relación de equilibrio o de largo plazo entre el ahorro interno, el producto interno bruto, el ahorro externo, la tasa de interés y los términos de intercambio. Además se realiza la función impulso respuesta para ver el efecto que se produce en el ahorro interno ante un shock en el producto interno bruto. Para ello, se ha empleado datos anuales para el período 1970-2002 y en dólares constantes.

Entre los resultados más significativos que serán sustentados posteriormente es que las series en cuestión tienen una relación de equilibrio o de largo plazo. Por otro lado, un impulso en el PIB tiene un efecto positivo en el ahorro interno. Por tanto, para aumentar los niveles de ahorro se requiere que el crecimiento del producto sea sostenible.

El presente documento, se estructura en tres capítulos. El primero ofrece una explicación sobre ahorro y crecimiento económico, sus definiciones, sus determinantes y sus teorías. El segundo muestra el análisis de los datos, esto es, la justificación y obtención de los mismos, el análisis descriptivo de las variables y la estacionariedad de las mismas para determinar si son integradas de orden uno, condición para el análisis de cointegración. El tercero expone los resultados del análisis de cointegración utilizando la metodología de Johansen (ver anexo econométrico) y los resultados del análisis de la función impulso respuesta. Finalmente, se presentan las conclusiones generales del trabajo.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

1.1 INTRODUCCIÓN AL AHORRO

1.1.1 DEFINICIÓN DE AHORRO

El ahorro es el proceso mediante el cual una economía reserva parte de su producto y lo utiliza para generar ingresos en el futuro. El nivel de ahorro que prevalece en un país está determinado por la elección de consumo e inversión de los distintos agentes económicos que lo conforman. Es precisamente la elección entre consumo y ahorro lo que contribuye a la determinación de la tasa de crecimiento de la economía. Pero la influencia del ahorro sobre tal indicador se establece a través de la inversión.

1.1.2 IMPORTANCIA DEL AHORRO

Hay varias razones por la que los individuos toman la decisión de ahorrar, estas razones se aglutinan generalmente en dos grandes agregados: los motivos y los determinantes del ahorro.

1.1.2.1 LOS MOTIVOS PARA AHORRAR

Los motivos por los cuales un individuo ahorra son fundamentalmente cuatro:

1. La previsión de los gastos que se harán después del retiro de la actividad económica, esto es en un horizonte de largo plazo.
2. La precaución ante incertidumbres que se presenten en el corto plazo.
3. La planeación que se hace para invertir a una tasa de interés real positiva.
4. La necesidad o el deseo de dejar un legado o una herencia.

1.1.2.2 LOS DETERMINANTES DEL AHORRO

Los determinantes más importantes del nivel de ahorro de las economías generalmente son: el nivel de ingreso o el crecimiento del producto, la tasa de interés, la restricción de liquidez, la inflación, el ahorro externo y la estructura de la población.

- ❖ **EL INGRESO.-** En el modelo keynesiano simple, el ahorro es función del ingreso disponible actual. Hay un planteamiento alternativo en la hipótesis del ciclo vital (HCV), en la que el consumo de un individuo es función de su ingreso durante toda su vida activa. Otro planteamiento semejante está expresado en la Hipótesis del Ingreso Permanente (HIP), en la que se destaca el carácter intertemporal de las decisiones de consumo y ahorro, pero en donde el ingreso sufre cambios transitorios y cambios permanentes.

- ❖ **LA TASA DE INTERÉS.-** Los cambios en las tasas reales de interés tendrían un efecto indeterminado a priori sobre el ahorro agregado, dado que el resultado final dependerá de la fortaleza de los efectos ingreso y sustitución. Debido al proceso de decisión intertemporal del consumo, un aumento en las tasas reales de interés incrementaría el ahorro porque disminuye el consumo presente del consumo futuro.

- ❖ **RESTRICCIÓN DE LIQUIDEZ.-** Si opera una restricción de liquidez, los agentes económicos estarían impedidos de incrementar su consumo presente y, por lo tanto, podría aumentar el ahorro. Si los agentes estuvieran imposibilitados de endeudarse, contra ingresos futuros, ahorrarían más, o desahorrarían menos, que en una situación opuesta.

❖ **LA INFLACIÓN.-** Mayores tasas de inflación reducirían el valor real de la riqueza financiera, lo que podría estimular el ahorro (por ejemplo, si los agentes tuvieran un objetivo de ingreso-riqueza), en tanto que la incertidumbre, respecto a los ingresos futuros, generada por la inflación, aumentaría el ahorro por un motivo precautorio, en caso de agentes aversos al riesgo.

❖ **EL AHORRO EXTERNO.-** Sin restricción de liquidez externa, los agentes económicos podrían endeudarse en el exterior y seguir una conducta de consumo atenuado a través del tiempo. En este sentido, el mayor ahorro externo (empeoramiento del balance de la cuenta corriente) actuaría como sustituto del ahorro interno. Sería posible esperar, por lo tanto, que los flujos de capital externo se asocien negativamente con el ahorro interno.

❖ **ESTRUCTURA DE LA POBLACIÓN.-** El ahorro agregado podría verse afectado por los cambios en la distribución de edad de la población. Si existiera un mayor número de agentes inactivos, en comparación con el número de agentes que trabajan, el ahorro agregado sería bajo. En cambio, una mayor proporción de agentes activos estaría asociada con un mayor ingreso agregado en el tiempo de vida y con una tasa de ahorro más alta.

1.1.3 DIFERENTES ENFOQUES DEL AHORRO

Para el estudio del ahorro se han empleado una gran variedad de enfoques conceptuales que ponen de relieve aquellas variables que de alguna manera influyen sobre el ahorro o destacan el proceso que genera tal variable. Las principales perspectivas que abordan el tema son las siguientes:

- I. Una primera, se centra en la medición de **la magnitud y la composición del ahorro** según: i) un componente interno y otro externo, ii) distintos sectores interinstitucionales (privado, gubernamental y externo) que lo genera, o iii) su distribución entre hogares, empresas y bancos, o por estratos de ingreso y ramas de actividad económica. En estos estudios importan las definiciones adoptadas, el manejo de las cuentas nacionales, de la balanza de pagos, de las finanzas públicas y de la autoridad monetaria.

- II. Otra forma de abordar el problema, de manera analítica y no descriptiva, se refiere al análisis de **los determinantes del ahorro**. Aquí destacan como los determinantes más importantes el PIB, el ingreso disponible, la tasa real de interés, el tipo de cambio, el ahorro externo, la riqueza de las familias y la esperanza de vida.

- III. Una tercera perspectiva del análisis de estos temas es la que **relaciona distintos balances interdependientes** del conjunto de la economía. Algunos ejemplos de estos tipos de estudios son: i) los ejercicios de programación financiera que relacionan los balances de los sectores real y monetario, ii) los estudios de los déficit públicos en el marco de la interdependencia entre las restricciones presupuestales de los sectores institucionales, y iii) los modelos de brecha, que vinculan las condiciones de equilibrio de los sectores interno y externo, o interno no financiero, financiero y externo.
- IV. Otro enfoque, es el **institucional**, que se centra en la descripción del ahorro desde el punto de vista de los incentivos, la elección de los agentes y el sistema institucional que regula las transacciones entre sectores. Esta perspectiva señala la importancia de las instituciones, que hacen posible la relación de los sectores a través del intercambio, posibilitando la transferencia de recursos (activos y pasivos en manos de los agentes) de los sectores superavitarios a los deficitarios.

1.2 TEORÍAS DEL AHORRO

1.2.1 LA FUNCIÓN KEYNESIANA DEL AHORRO

La teoría keynesiana dice que el ahorro es la parte no consumida del ingreso, por lo que se puede derivar a la función ahorro de la función consumo:

$$A = Y - C$$

en donde A es el ahorro, Y es el ingreso disponible y C es el consumo final, en términos reales.

Keynes afirmó que las personas están dispuestas a aumentar su consumo si se incrementa su ingreso, pero no en la misma proporción en que lo hace este último.

Por tanto, al escribir las funciones consumo y ahorro en forma general, se tiene:

$$C = C(Y) , \text{ con } 0 < C^* < 1; \quad A = A(Y) , \text{ con } 0 < A^* < 1$$

en donde, C^* y A^* son las propensiones marginales al consumo y al ahorro, respectivamente.

1.2.2 LA TEORÍA DEL INGRESO PERMANENTE DE FRIEDMAN

Fue desarrollada por **Milton Friedman (1957)** y se basa en la idea de que el consumo corriente de las persona (o el ahorro) es una función del ingreso permanente (Y^P) que es el ingreso futuro esperado y del ingreso transitorio (Y^T) que representa a las ganancias no esperadas. Por tanto, considera que la función de utilidad de los consumidores es simétrica y homogénea con respecto al consumo del período (C_t) y al consumo futuro (C_{t-1}).

Para Friedman, la inclusión de la incertidumbre es importante porque introduce el ahorro de precaución, es decir la previsión futura para emergencias que está relacionada con el flujo del ingreso y la tasa de interés. Adicionalmente, incluye la relación de riqueza financiera (RV) al ingreso, como una variable determinante de los cocientes de consumo-ingreso y de ahorro-ingreso.

Aplicando estos conceptos al consumo y al ahorro, se puede afirmar que el ahorro permanente es la diferencia entre el ingreso permanente y el consumo permanente; mientras que el ahorro transitorio es la misma diferencia, pero para los agregados transitorios. Se tiene, por tanto:

$$Y = Y^P + Y^T$$

$$C = C^P + C^T \quad \text{con} \quad C^P = C_p RV = C_p Y^P$$

$$A = A^P + A^T \quad \text{con} \quad A^P = A_p RV = A_p Y^P$$

Los factores C_p y A_p dependen de la relación entre la riqueza financiera y el ingreso, de la tasa de interés de los gustos y preferencias de los hogares.

1.2.3 EL MODELO DEL CICLO DE VIDA DE MODIGLIANI

Esta teoría, concebida por **Franco Modigliani (1954)**, supone que los individuos registran un desahorro cuando no trabajan, luego logran niveles substanciales de ahorro cuando trabajan, con el objeto de generar una cierta riqueza que les va a permitir vivir durante su jubilación. Por ende, esta hipótesis incluye la edad del individuo, y por tanto de la población. Esta última hipótesis, supone que los individuos no reciben herencia y tampoco desean dejar legado después de su muerte.

En el modelo más simple, el consumo total de una persona de M años de edad (C_t^M) será proporcional al valor presente (V_t^M) de los recursos acumulados por el individuo por el resto de su vida, incluyendo su riqueza actual. Si el individuo espera morir a la edad N , es decir que $(N-M)$ es el número esperado de años que quedan de vida en el período t , el consumo y el ahorro están dados por:

$$C_t^M = \frac{V_t^M}{(N-M)} \quad y \quad S_t^M = Y_t - \frac{V_t^M}{(N-M)}$$

El valor presente de los recursos a la edad M en el período t debe ser especificado. Usualmente, se asume que V_t^M depende de la riqueza al final del período t-1 (W_{t-1}^M), del ingreso corriente y disponibles del trabajo en el período t ($Y L_t^M$) y del valor presente del ingreso corriente y disponible del trabajo futuro ($X Y L_t^M$):

$$V_t^M = W_{t-1}^M + Y L_t^M + X Y L_t^M$$

1.2.4 LA CUENTA CORRIENTE EN LA ECONOMÍA ABIERTA

En una economía abierta y con perfecta movilidad de capitales, las decisiones de ahorro e inversión están separadas. Dada la tasa de interés internacional los hogares deciden cuanto ahorrar y las empresas cuanto invertir. Si la demanda por inversión sube, se invertirá más, pero esto no tendrá consecuencias sobre las decisiones de ahorro.

Esto es completamente opuesto al caso de economía cerrada, si la inversión sube, sube la tasa de interés y en consecuencia también sube el ahorro. Esto es directa consecuencia que en la economía cerrada en todo momento el ahorro es igual a la inversión, lo que no ocurre en la economía abierta. Por lo tanto, si se fuera a graficar para todos los países del mundo su tasa de ahorro contra su tasa de inversión, no se debería encontrar ninguna

correlación. Habrá países que ahorren poco, pero inviertan mucho, teniendo un gran déficit en la cuenta corriente. Habrá otros países que inviertan poco, pero tal vez ahorren mucho, teniendo superávit en su cuenta corriente.

Sin embargo, **Feldstein y Horioka (1980)** graficaron para 16 países desarrollados (de la OECD) la tasa de inversión y la tasa de ahorro para el período 1960-1974 y encontraron una alta correlación positiva entre ambas variables. Esta alta correlación es contradictoria con el análisis más simple de la economía abierta, y requiere de una explicación. Lo que se necesita explicar es por qué cuando sube el ahorro también lo hace la inversión como en una economía cerrada.

La primera explicación, es la de que la movilidad de capitales no es perfecta, los países no pueden pedir prestado todo lo que quisiera a la tasa de interés internacional vigente. Una segunda, es que a pesar que haya perfecta movilidad de capitales los gobiernos no quieren que el déficit en cuenta corriente exceda de cierto valor; esto se puede hacer con políticas que afecten los flujos de exportaciones e importaciones, puede ser a través de aranceles, movimientos cambiarios o limitando los flujos de capital. Una tercera, buscar la explicación por el lado de shocks exógenos que muevan el ahorro y la inversión en la misma dirección.

1.3 TEORÍAS DE CRECIMIENTO ECONÓMICO

1.3.1 LA ERA MODERNA DEL CRECIMIENTO

Con **Harrod (1939)** se inicia la concepción moderna del crecimiento. Harrod planteó tres cuestiones acerca de la economía del crecimiento. Primero, la posibilidad de un crecimiento sostenido en un modelo con razones fijas capital-producto y ahorro-producción, a lo que llamó la tasa de crecimiento justificada. En segundo lugar, intenta demostrar que es difícil alcanzar una tasa de crecimiento constante, puesto que las diferencias entre las tasas de crecimiento justificada y observada son acumulativas. En tercer lugar, considera el crecimiento económico como resultado de la acumulación de capital sujeta a una restricción relacionada con la oferta de mano de obra.

En una línea similar, **Domar (1946)** se centra en el doble papel de la inversión, como generadora de demanda e incrementadora de la capacidad productiva. En este sentido, su objetivo es hallar las condiciones en las que la demanda aumentaría a la misma tasa que la capacidad productiva.

En respuesta, aparece el modelo neoclásico de **Solow y Swan (1956)** que aborda el problema del crecimiento desde el punto de vista de la teoría del equilibrio general. Este supone que existe competencia perfecta y

rendimientos constantes a escala, con lo que la tecnología viene dada por la expresión:

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

donde, $0 < \alpha < 1$. En este escenario, el crecimiento surge porque una parte de la producción se ahorra y se invierte sY , lo que incrementa el stock de capital, y en consecuencia la producción:

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t$$

siendo δ la tasa de depreciación del capital. Se supone que la población activa crece exógenamente a una tasa constante. Si el capital se acumula a una tasa distinta de la que crece la población activa, el cociente entre trabajo y capital varía, generando crecimiento en términos per cápita.

El análisis optimizador neoclásico se ha identificado finalmente con el trabajo de **Cass (1965)** y **Koopmans (1965)**, que introdujeron el enfoque de optimización intertemporal desarrollado por **Ramsey (1928)** para analizar el comportamiento óptimo de los consumidores en un modelo neoclásico. Los agentes económicos maximizan una función de utilidad de la forma:

$$U(0) = \int_0^\infty e^{-\rho t} u(c_t) L_t dt$$

siendo ρ la tasa de descuento, c el consumo per cápita y L el tamaño de la población. En esta caso, el ahorro dejaba de ser una fracción constante de la

producción para pasar a estar determinado por las decisiones maximizadoras de los agentes, con lo que:

$$\dot{K}_t = Y_t - C_t - \delta K_t$$

Hasta aquí, los modelos no proporcionaban una respuesta a por qué las economías crecen, que no fuese por medio de la introducción del progreso tecnológico exógeno.

1.3.2 LAS TEORÍAS DE CRECIMIENTO ENDÓGENO

Gracias a los trabajos de **Romer (1986)** y **Lucas (1988)** las teorías de crecimiento se volvieron más empíricas. Sus modelos proporcionaban una tasa de crecimiento de largo plazo positiva sin necesidad de suponer que ninguna variable del modelo (como la tecnología) creciera exógenamente, con lo que a estas teorías se las denominó teorías de crecimiento endógeno.

La primera generación de modelos - **Romer (1986)**, **Lucas (1988)**, **Barro (1990)** y **Rebelo (1991)** - consiguió generar tasas positivas de crecimiento a base de eliminar los rendimientos decrecientes de escala. El modelo más básico - **Rebelo (1991)** - consideraba que la única forma de lograr tasas de crecimiento positivas en un modelo con rendimientos constantes a escala

era presentar la función de producción con rendimientos constantes a escala respecto del factor que debe ser acumulado:

$$Y_t = A K_t$$

Esta tecnología, conocida como **tecnología AK**, proporciona el modelo de crecimiento endógeno más simple que pueda concebirse, generando una tasa de crecimiento en el estado estacionario diferente de cero incluso cuando no se postula que ninguna variable crezca a una tasa exógena. La tasa de crecimiento en estado estacionario depende de las decisiones de ahorro y consumo que toman los individuos, es decir, de variables endógenas tales como la tasa de ahorro, en lugar de depender de que una variable del modelo crezca de manera exógena.

Existen varias formas de introducir la tecnología AK. La más obvia es considerar el trabajo como un tipo de capital, lo que importa para la producción no es el número de personas, sino la cantidad de trabajo corregido por la calidad. La calidad puede ser acumulada a través de la inversión en educación o salud, de modo parecido en como se hace para el capital físico. Esto nos lleva directamente al concepto de capital humano.

Otra manera de introducir la tecnología AK, **Barro (1990)**, se basa en considerar que, junto con el capital privado, existen factores cuya provisión

corre a cargo del sector público g (carreteras, infraestructuras, el sistema legal...). De este modo, la función de producción se puede escribir como:

$$Y_t = A K_t^\alpha g_t^{1-\alpha}$$

Si el estado aumenta los bienes públicos en la misma proporción en que aumenta la oferta de capital privado (quizá debido a que el aumento del capital privado genera un aumento en la recaudación tributaria, que financia esos bienes públicos), el modelo se asemeja a la tecnología AK.

Adicionalmente, otra forma de evitar la visión neoclásica es eliminar los rendimientos constantes de escala, e introducir rendimientos crecientes de escala. Este supuesto implica la dificultad de no encontrar un conjunto de precios que soporten un equilibrio competitivo. Es más, las técnicas usuales de optimización no pueden emplearse, ya que no se verifican los supuestos habituales de concavidad para que las condiciones de primer orden sean, así mismo, suficientes. No obstante, existen dos formas para evitar este problema.

La primera consiste en suponer que existen rendimientos crecientes a escala en el ámbito agregado, pero rendimientos constantes para cada empresa individual. Este fenómeno puede explicarse mediante la existencia de externalidades en la producción, los llamados *efectos desbordamiento*. De este modo los productores se enfrentan a un problema en el que su función

de producción es cóncava y se pueden aplicar los instrumentos habituales de optimización. El único problema de los modelos de equilibrio general con externalidades es que tienden a generar soluciones subóptimas que requieren la intervención del estado en la economía **(Romer, 1986)**.

Una segunda forma de evitar el problema de inexistencia de equilibrio competitivo consiste en eliminar el supuesto de comportamiento competitivo. Como se sabe, bajo competencia imperfecta, la retribución de todos los factores de producción no agota el producto total, con lo que existen rentas que pueden asignarse a actividades como la investigación y el desarrollo (I+D), las cuales no son directamente productivas, pero que pueden contribuir a expandir las fronteras del conocimiento.

1.4 EL ANÁLISIS DE COINTEGRACIÓN EN LA ECONOMÍA

El concepto de cointegración ha tenido un gran impacto en el análisis de la relaciones de largo plazo entre variables macroeconómicas y gracias al trabajo conjunto de Engle y Granger (1987) sobre esta temática, mereciéndoles el Premio Nobel de Economía en el año 2003.

La mayoría de las series temporales macroeconómicas siguen una tendencia estocástica de forma que una distorsión temporal en, por ejemplo, el PNB, tiene un efecto muy duradero. Estas series temporales son llamadas series no estacionarias; difieren de las estacionarias que no crecen en el tiempo sino que fluctúan en torno a un valor dado. Clive Granger demostró que los métodos estadísticos utilizados para las series estacionarias podían conducir a resultados erróneos cuando se aplicaban a datos no estacionarios. Su descubrimiento significativo fue que combinaciones específicas de series temporales no estacionarias podían exhibir estacionariedad, permitiendo por tanto la correcta inferencia estadística. Granger llamó a este fenómeno cointegración. A partir de aquí desarrolló métodos que se han convertido en imprescindibles en los sistemas en que la dinámica a corto plazo es afectada por grandes distorsiones aleatorias y la dinámica a largo plazo está restringida por relaciones económicas de equilibrio. Los ejemplos de este tipo de sistemas incluyen las relaciones entre la riqueza y el consumo, los tipos de cambio y los niveles de precios, y los tipos de interés a corto y largo plazo.

CAPÍTULO 2

ANÁLISIS DE LOS DATOS

2.1 JUSTIFICACIÓN Y OBTENCIÓN DE LOS DATOS

El propósito de esta tesis es determinar la relación entre ahorro y crecimiento económico. Para ello se utilizará el análisis de cointegración y la función impulso respuesta, los mismos que requieren de las siguientes series económicas: ahorro interno, producto interno bruto, ahorro externo, tasa de interés real y el índice de términos de intercambio. La información empleada es anual para el periodo comprendido entre 1970 y 2002, todos los datos se obtuvieron de las estadísticas de "Setenta y cinco años de información estadística", elaborada por la Dirección General de Estudios del Banco Central del Ecuador. Luego, al finalizar la recolección de los datos se

procedió a realizar la conversión de los datos corrientes a constantes mediante la utilización del deflactor del PIB.

Los datos que se utilizan son el ahorro interno (S_i) que se define como un indicador agregado de la diferencia del ingreso disponible menos el gasto en bienes de uso final, público y privado de origen nacional; el producto interno bruto (PIB), definido como la producción final de bienes y servicios; el ahorro externo (S_x), definido como el saldo de la cuenta corriente; la tasa de interés real (i_r), definida como la tasa nominal descontada por la inflación; y el índice de términos de intercambio (ITI), definido como el cociente entre el índice de precios de exportaciones y el índice de precios de importaciones. Por tanto, el modelo econométrico queda:

$$S_i = \alpha + \beta_1 PIB + \beta_2 S_x + \beta_3 i_r + \beta_4 ITI$$

Es importante mencionar las razones por las que se utilizaran las variables antes mencionadas en el presente estudio. Primero, el ahorro interno es importante porque representa los recursos disponibles para financiar la inversión, sin ahorro no puede haber crecimiento económico.

Segundo, el Producto Interno Bruto es una de las variables más relevantes en cualquier estudio macroeconómico porque es el valor total de la producción corriente de bienes y servicios finales del país.

Tercero, el ahorro externo es el saldo en cuenta corriente y es imprescindible porque registra todas las transacciones en valores económicos (salvo recursos financieros) que se realizan entre agentes residentes y no residentes, esto es las transacciones de bienes, servicios, rentas y transferencias corrientes.

Cuarto, el índice de términos de intercambio es un indicador del mejoramiento o deterioro del bienestar de un país, esta afirmación se fundamenta en las transferencia de recursos de un país en beneficio de otro, como resultado del comercio exterior.

Finalmente, la tasa de interés real busca medir el rendimiento de una inversión en términos de compra real, pero estas tendrían un efecto indeterminado a priori sobre el ahorro agregado, dado que el resultado final dependerá de la fortaleza de los efectos ingreso y sustitución.

2.2 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS VARIABLES

➤ EL AHORRO INTERNO Y EL PRODUCTO INTERNO BRUTO

En la década del setenta, la incorporación del petróleo transformó la estructura económica es por ello que, en 1974 el ahorro interno y el producto

interno bruto alcanzan niveles altos de US \$ 1,041.40 millones y US \$ 7,767.00 millones, respectivamente. Para 1979 estas variables siguieron creciendo a US \$ 1,450.00 millones y a US \$ 10,414.00 millones.

A partir de los años ochenta estas cifra tuvieron un descenso debido a la guerra con el Perú en 1982, el fenómeno de El Niño en 1983, el endeudamiento adquirido en la década anterior, el desastre en el oleoducto de crudos pesados en 1987. Las caídas más importantes fueron las de US \$ 691.02 millones en 1982 y US \$ -99.61 millones en 1987 para el ahorro interno y de US \$ 10,896.00 millones en 1983 y de US \$ 11,858.00 millones en 1987 para el PIB.

En la última década estas variables se mantuvieron estables pero se vieron afectadas negativamente con la guerra contra Perú en 1995, el fenómeno de El Niño en 1997, la crisis en el sistema financiero que empezó en 1998 y la devaluación de la moneda nacional (sucres) dieron lugar a que el ahorro interno descienda a US \$ 2,209.00 millones en 1998, mientras que el PIB en 1999 descendió a US \$ 15,499.24 millones. Pero a partir del 2000 el PIB creció hasta ubicarse en el 2002 en US \$ 17,320.61 millones, en tanto que el ahorro interno registró un crecimiento en el 2000 pero luego ha ido cayendo lentamente a US \$ 3,384.37 millones en el 2003, todo esto se debe a que se aprobó la dolarización de la economía y a los cambios en la política fiscal.

Gráfico 2.1

Gráfico 2.2

Fuente: "Setenta y cinco años de información estadística". Banco Central del Ecuador
Elaborado por: Julio Tomalá

➤ EL AHORRO EXTERNO Y LOS TÉRMINOS DE INTERCAMBIO

El saldo en cuenta corriente fue mejor en 1975 con US \$ 790,69 millones y en 1978 con US \$ 1,204.69 millones, los motivos fueron las exportaciones del petróleo y las importaciones de bienes de capital y bienes de consumo. Las disponibilidades de divisas eran tan abundantes que la relación en el índice de términos de intercambio (ITI) alcanzó un nivel ascendente hasta llegar a US \$ 167.54 millones en 1977, debido a que el petróleo se transforma en el primer producto de exportación del país y los precios internacionales están en constante crecimiento.

En el período comprendido entre 1980 y 1989, la caída del ahorro externo es persistente, siendo el más bajo en 1985 con US \$ 13.09 millones, en tanto, que los términos de intercambio registró su nivel más bajo en 1988 con US \$ 94.36 millones. Esto fue influenciado por el precio del petróleo, pues éste, luego de alcanzar los US \$ 35 en 1980 desciende constantemente hasta los US \$ 12 en 1988, por su lado las importaciones tuvieron una evolución mínima.

Durante la década de los noventa, a pesar de que hubo mayor variedad de productos a exportar, eliminación de los aranceles y diferentes políticas cambiarias, estas variables tuvieron una tendencia creciente pero inestable. Esto se refleja en que el ahorro externo en 1998 fue de US \$ 1,542.80

millones descendió a US \$ -868.63 millones en 1999. Mientras que los términos de intercambio en 1997 fueron de US \$ 104.34 millones pasó a US \$ 87.03 millones en 1998. La dolarización de la economía desde el 2000 para detener la inflación creciente hizo desaparecer el sistema de devaluación que incentivaba las exportaciones y desfavorecía las importaciones. Todo ello provocó que el saldo en cuenta corriente y el ITI empeore, pero desde el 2001 las transferencias corrientes especialmente las remesas de los emigrantes han ayudado significativamente a contrarrestar los efectos que han tenido las balanzas de bienes, servicios y renta.

Gráfico 2.3

Fuente: "Setenta y cinco años de información estadística". Banco Central del Ecuador
Elaborado por: Julio Tomalá

Gráfico 2.4

Fuente: "Índice de los Términos de Intercambio. Nota metodológica y resultados" e "Información Estadística Mensual". Banco Central del Ecuador
Elaborado por: Julio Tomalá

➤ LA TASA DE INTERÉS REAL

En cuanto a la tasa de interés, los ecuatorianos en 1970 gozaron de una tasa de interés real positiva de 3.06%, es importante mencionar que en aquella época el Banco Central fijó una tasa nominal del 7% anual y la inflación alcanzó niveles en promedio de un 6.7% para ese año. En 1986 y 1987 con la flexibilización en el sistema de las tasas de interés para estimular el ahorro financiero nacional, las tasas de interés reales se tornaron positivas en un 4.29% y 3.74% respectivamente. Después, en la década de los noventa, el

país enfrentó una profunda crisis financiera como consecuencia de una expansión de alto riesgo de algunas entidades financieras, provocaron que las tasas de interés reales registren niveles elevados de 20.24% en 1995 y 9.67% en 1998. Posteriormente, la alta inflación como consecuencia de la crisis, la economía se vio obligada a bajar las tasas de interés para fomentar el consumo registrando tasas negativas de -23.88% en el 2001 y -6.68% en el 2002.

Gráfico 2.5

Fuente: "Setenta y cinco años de información estadística". Banco Central del Ecuador
Elaborado por: Julio Tomalá

2.3 PRUEBAS DE ESTACIONARIEDAD DE LAS SERIES

Ahora se llevará a cabo los contrastes de raíces unitarias para cada serie, a fin de verificar si las mismas son no estacionarias. Se utilizó el estadístico de Phillips y Perron (1988), el mismo que contrasta la Hipótesis Nula de Existencia de Raíz Unitaria, es decir, la serie a analizar es no estacionaria. A continuación los resultados:

Cuadro 2.1 Pruebas de Estacionariedad de las Series

TEST DE PHILLIPS-PERRON PARA RAÍZ UNITARIA			
	NIVELES		1^{eras} DIFERENCIAS
SERIES	CONSTANTE	CONSTANTE Y TENDENCIA	CONSTANTE
S_i	-0.503398	-1.796653	-6.459104
PIB	-1.535210	-2.505595	-5.674339
S_x	-4.193253	-4.269362	-7.951875
i_r	-3.505570	-3.443873	-5.866785
ITI	-1.461491	-2.199427	-7.220921
VALORES CRITICOS			
1%	-3.6496	-4.2712	-3.6576
5%	-2.9558	-3.5562	-2.9591
10%	-2.6164	-3.2109	-2.6181

Elaborado por: Julio Tomalá

De acuerdo a los resultados de la tabla, el ahorro interno, el producto interno bruto, el ahorro externo, la tasa de interés real y el índice de términos de intercambio son no estacionarias en niveles porque no se rechazó la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria.

Es importante mencionar que los datos para el ahorro externo y la tasa de interés presentan variabilidad por lo que su varianza puede no ser constante aunque su media si lo sea. Por ello, en el caso del ahorro externo no se rechazó la hipótesis nula con constante y tendencia y al 1% de significancia. La tasa de interés real por ser una serie no creciente se consideró el test de raíz unitaria con constante y al 1% de significancia, con lo que se puede afirmar que el ahorro externo y la tasa real son series no estacionarias.

Luego, para determinar si las series son integradas de orden 1, se aplicó primeras diferencias en el test de Phillips-Perron. A partir del análisis del cuadro, se tiene que las series en primera diferencias son estacionarias con constante, es decir, se rechazó la hipótesis nula de presencia de raíz unitaria.

Por tanto, se concluye que las series de ahorro interno, producto interno bruto, ahorro externo, tasa de interés real y el índice de términos de intercambio son no estacionarias en niveles, pero si lo son en primeras diferencias. Es decir, todas las variables resultan tener el mismo orden de integración, $I(1)$, condición necesaria para realizar el análisis de cointegración. Tal resultado tiene como consecuencia la posibilidad de que las series no tengan una relación de largo plazo (o no estén cointegradas) y por tanto no puedan ser incluidas en un modelo explicativo. Ante esta posibilidad, para probar la estacionariedad de la relación se propone realizar el análisis de cointegración que se verá en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS EMPÍRICO DE AHORRO Y CRECIMIENTO ECONÓMICO

3.1 ANÁLISIS DE COINTEGRACIÓN

El análisis de cointegración permite probar que las variables utilizadas en este estudio tienen una relación de largo plazo, entonces la única manera que se cumpla es que exista una combinación lineal entre las series de tiempo tal que, sea estacionaria o integrada de orden cero.

Para verificar lo anterior se presenta la prueba de cointegración utilizando el Test de Johansen (1991). Como los datos demostraron que las series tienen el mismo orden de integración, el test para el VAR no restringido tiene como especificación un modelo con constante (sin tendencia) en la Ecuación de

Cointegración y sin constante en el VAR. El intervalo de rezagos para la estimación del VAR no restringido es de dos. A continuación los resultados:

Cuadro 3.1 Prueba de Cointegración

TEST DE COINTEGRACIÓN DE JOHANSEN				
VALOR PROPIO	TEST DE RAZÓN DE VEROSIMILITUD	VALOR CRÍTICO AL 5%	VALOR CRÍTICO AL 1%	NÚMERO DE RELACIONES DE COINTEGRACIÓN BAJO LA H_0
0.795564	117.0136	76.07	84.45	NINGUNA **
0.700588	69.38863	53.12	60.16	A LO MÁS 1 **
0.507969	33.21060	34.91	41.07	A LO MÁS 2
0.202976	11.93418	19.96	24.60	A LO MÁS 3
0.157124	5.128067	9.24	12.97	A LO MÁS 4

*(**): Indica el rechazo de la H_0 al 5% (1%) de significancia.

Elaborado por: Julio Tomalá

Los resultados del estadístico de Johansen demuestran que la hipótesis nula de no cointegración es rechazada por los estadísticos de valor propio y de razón de verosimilitud, esto es, que el ahorro interno, producto interno bruto, ahorro externo, tasa de interés real y los términos de intercambio están cointegradas. Entonces, hay evidencia fuerte de que la relación es $I(0)$, es decir, existe una combinación lineal para que sean estacionarias y por ende tienen una relación de equilibrio o de largo plazo.

Las pruebas de cointegración permiten inferir la presencia de dos vectores de cointegración al 5% y al 1% de significancia. Para efectos de análisis uno de los vectores normalizados en función del valor correspondiente al ahorro interno se presenta en la tabla siguiente:

Cuadro 3.2 Vector de Cointegración

COEFICIENTES NORMALIZADOS DEL VECTOR DE COINTEGRACION									
$S_i =$	1897.75	$+ 0.07$	PIB	$- 1.52$	S_x	$+ 33.12$	i_r	$+ 5.62$	ITI
	(2.25)		(2.02)		(-8.81)		(3.68)		(2.20)

El valor entre paréntesis son los estadísticos t.
Elaborado por: Julio Tomalá

Se puede apreciar en la tabla, que el producto interno bruto tiene una relación positiva y significativa sobre el ahorro interno. Igualmente, se puede inferir que el ahorro interno es explicado por el ahorro externo de manera negativa y significativa. En la siguiente variable, la tasa de interés ejerce un efecto positivo y significativo sobre el ahorro interno. En tanto, el índice de términos de intercambio tiene una relación positiva y significativa sobre el ahorro interno.

Lo anterior confirma que las cinco variables consideradas pueden interpretarse como un bloque que tiende a moverse simultáneamente en el tiempo y que mantiene, por ello, una relación de equilibrio de largo plazo. Los coeficientes del vector de cointegración expresan los mecanismo y las magnitudes del ajuste de los agentes económicos ante la presencia de cualquier situación de desequilibrio.

3.2 ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN IMPULSO RESPUESTA

El presente estudio prueba la respuesta del ahorro interno ante un impulso en el crecimiento económico. Esto se realiza mediante la función impulso respuesta y la descomposición de varianza, el primero significa en cuánto varia el ahorro interno y cuánto dura este efecto hasta que se estabiliza, ante un shock en el producto interno bruto, el segundo estima la proporción de la variabilidad de una variable (error de pronóstico) atribuible a un choque simultáneo de todas las variables, incluso de ella misma.

A partir del VEC se estima la función de impulso respuesta que permite analizar el efecto de transmisión y la respuesta del ahorro interno a una innovación del PIB. El ahorro externo se ubicó primero en el ordenamiento dado que se considera una variable exógena y que menos causa, después están el PIB, los términos de intercambio y la tasa de interés.

Los resultados muestran que ante una innovación en el PIB produce que el ahorro interno aumente a US \$ 227.16 millones para el primer período para luego estabilizarse en aproximadamente US \$ 130 millones.

Gráfico 3.1 Función Impulso Respuesta

Elaborado por: Julio Tomalá

En tanto, la descomposición de varianza indica que durante el primer período el error de predicción del ahorro interno es explicado mayormente por el ahorro externo en un 54.98% y por el PIB con un 32.47%. Para el ahorro interno, la explicación del pronóstico por ella misma es bajo con un 9.92% mientras que para los términos de intercambio y la tasa de interés es escaso el poder explicativo, 0.68% y 1.95%, respectivamente.

Gráfico 3.2 Descomposición de Varianza

Elaborado por: Julio Tomalá

CONCLUSIONES

- 1.- Los resultados de las pruebas de cointegración demostraron que dos vectores de cointegración representan una relación de equilibrio de largo plazo entre ahorro interno, producto interno bruto, ahorro externo, tasa de interés real y términos de intercambio.
- 2.- Se puede afirmar que el producto interno bruto tiene una relación positiva y significativa sobre el ahorro interno. Igualmente, se puede inferir que el ahorro interno es explicado por el ahorro externo de manera negativa y significativa. La tasa de interés ejerce un efecto positivo y significativo sobre el ahorro interno. En tanto, el índice de términos de intercambio tiene una relación positiva y significativa sobre el ahorro interno.

3.- Los resultados muestran que una innovación en el PIB tiene un efecto positivo en el ahorro interno. En tanto, el error de predicción del ahorro interno es explicado mayormente por el ahorro externo y por el PIB. Para el ahorro interno, los términos de intercambio y la tasa de interés es escaso el poder explicativo.

4.- Finalmente, para generar mayor ahorro interno hay que incentivar el crecimiento económico como fuente sana de financiamiento. Por tanto, no se pudo incrementar el ahorro interno sino no hay estabilidad económica. Esto significa que se debe hacer sostenible el crecimiento del PIB, fortalecer la balanza de pagos y estabilizar las tasas de interés.

BIBLIOGRAFÍA

Ayala, Roberto. "Cálculo de la Elasticidad del Ahorro respecto a la tasa de interés: Ecuador 1970-1991". Cuestiones Económicas No. 26, Banco Central del Ecuador, 1995.

Banco Central del Ecuador. "Setenta y cinco años de información estadística". Dirección General de Estudios, 2003.

Barro, Robert. "Macroeconomía, Teoría y Política". McGraw Hill, 1996.

Cornejo B., Naranjo M. y Pareja F. "La Evolución Económica y Social del Ecuador: 1980 –1997". Fundación ESQUEL, 2000.

De Gregorio, José. "Macroeconomía". Apuntes para el curso IN41B. Universidad de Chile, 2003.

Enders, Walter. "Applied Econometrics Time Series". Iowa State University, 2000.

Fernández, Viviana. "Apuntes de Teoría Econométrica". Profesor del Departamento de Ingeniería Industrial. Universidad de Chile, 2001.

Greene William. "Análisis Econométrico". Tercera Edición, Prentice Hall, España, 1999.

Gujarati, D. "Econometría". Segunda Edición. McGraw Hill, Bogotá, 1997.

Johnston Jack y Dinardo John. "Econometric Methods". Fourth Edition, McGraw-Hill, 1999.

López, Julio. "Crecimiento Económico". Segundo ciclo de la Licenciatura de Economía. España, 2001.

Lucas, Robert E. "On the Mechanics of Economics Development". Journal of Monetary Economics, 1988, No. 22, Pág. 3-42.

Maddala G. S. "Introducción a la Econometría". Prentice-Hall Hispano Americana S.A. México, 1996.

Marconi, Salvador y Samaniego, Pablo. "Las Fuentes del Crecimiento Económico: Una perspectiva a partir de la Demanda", Notas Técnicas No. 19, Banco Central del Ecuador, 1995.

Novalés, Alfonso. Econometría. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1998.

Pindyck, R. S. Y Rubinfeld, D. L. "Econometric Models and Economic Forecasts". Fourth Edition. McGraw-Hill, 1998.

Pinto, Amelia. "Los determinantes del ahorro en el caso ecuatoriano: 1965-1995". Banco Central del Ecuador, Nota Técnica, 1995.

Rivas, Juan. "Análisis del comportamiento del ahorro y la variación patrimonial de la economía mexicana: 1980-1997. Un enfoque econométrico y contable". UNAM, tesis, 2001.

Romer D. "Advance Macroeconomics". McGraw-Hill, 1996.

Rúbini, Héctor y Naranjo, Marco. "Ahorro, inversión, mercado de capitales y crecimiento económico". Banco Central del Ecuador, Cuestiones Económicas No. 31, 1997.

Sachs, Jeffrey y Larrin, Felipe. "Macroeconomía en la Economía Global". Tercera Edición, Pearson Prentice Hall, México, 1996.

Tierra, Alba y Vistin, Natalia. "Cálculo de la Elasticidad del Consumo-Ahorro respecto al Ingreso Disponible y la Tasa de Interés para el Caso Ecuatoriano: 1970-2001". ESPOL, Tesis de Grado, 2003.

ANEXO ECONOMÉTRICO

TEST DE COINTEGRACION DE JOHANSEN

Consideremos un modelo de vectores autorregresivos (VAR), donde el vector y_t , $n \times 1$, sigue un proceso autorregresivo de orden p , no estacionario:

$$y_t = \alpha + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + u_t$$

$$\text{o } \Phi(L)y_t = \alpha + u_t$$

donde $\Phi(L) = I_n - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \dots - \Phi_p L^p$.

El VAR anterior se puede describir como:

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \xi_1 \Delta y_{t-1} + \xi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + u_t$$

donde $\rho = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_p$, $\xi_s = -(\Phi_{s+1} + \Phi_{s+2} + \dots + \Phi_p)$ $s=1, 2, \dots, p-1$.

Al substrair y_{t-1} de ambos lados, obtenemos:

$$\Delta y_t = \alpha + (\rho - 1)y_{t-1} + \xi_1 \Delta y_{t-1} + \xi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + u_t$$

donde $\rho - 1 = -\Phi(1)$.

Si existen h vectores de cointegración linealmente independientes, la matriz $\Phi(1)$, $n \times n$, tiene rango h . Entonces, ésta se puede escribir como:

$$\Phi(1) = BA'$$

con $B_{n \times h}$ y $A'_{h \times n}$.

Con lo cual

$$\Delta y_t = \alpha - Bz_{t-1} + \xi_1 \Delta y_{t-1} + \xi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + u_t$$

donde $z_{t-1} = A'y_{t-1}$, vector $h \times 1$ de variables $I(0)$.

El test de Johansen corresponde a un test de multiplicador de Lagrange basado en el rango de la matriz $\Pi = -\Phi(1)$ en el VAR:

$$\Delta y_t = \alpha + \Pi y_{t-1} + \xi_1 \Delta y_{t-1} + \xi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + u_t$$

La hipótesis nula es que el rango de Π es h , esto es:

$$H_0: \text{rango}(\Pi) = h \quad H_1: \text{rango}(\Pi) = n$$

donde h representa el número de vectores de cointegración. Bajo la hipótesis alternativa, el rango de Π es n . Ello sólo puede ocurrir si las n variables contenidas en el vector y_t son $I(0)$.

El test de Johansen sigue el siguiente algoritmo, el cual permite estimar los valores propios de la matriz Π :

(1) Estime un VAR de orden (p-1) para Δy_t . Esto es, corra una regresión de Δy_{it} en una constante y todos los elementos de los vectores Δy_{t-1} , Δy_{t-2} , ..., Δy_{t-p+1} por MCO, para $i = 1, 2, \dots, n$. Reúna estas n regresiones MCO en forma vectorial:

$$\Delta y_t = \hat{\Gamma}_0 + \hat{\Gamma}_1 \Delta y_{t-1} + \hat{\Gamma}_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \hat{\Gamma}_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \hat{u}_t$$

donde $\hat{\Gamma}_i$ es una matriz $n \times n$.

(2) Estime una segunda batería de regresiones, corriendo una regresión de $y_{i,t-1}$ en una constante, y todos los elementos de los vectores Δy_{t-1} , Δy_{t-2} , ..., Δy_{t-p+1} por MICO, para $i = 1, 2, \dots, n$. Escriba este segundo conjunto de regresiones como:

$$y_{t-1} = \hat{\eta}_0 + \hat{\eta}_1 \Delta y_{t-1} + \hat{\eta}_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \hat{\eta}_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \hat{v}_t$$

donde $\hat{\eta}_i$ es una matriz $n \times n$.

Encuentre los valores propios de la matriz:

$$\hat{\Sigma}_{vv}^{-1} \hat{\Sigma}_{vu} \hat{\Sigma}_{uu}^{-1} \hat{\Sigma}_{uv}$$

y ordénelos de manera **descendente**:

$$\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_n.$$

El test de multiplicador de Lagrange (también conocido como **test de la traza**) toma la forma:

$$-T \sum_{j=h+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_j)$$

Uno rechaza H_0 en favor de H_1 si el estadígrafo supera al valor crítico tabulado por Johansen.

Intuitivamente, si no hay ninguna relación de cointegración, todos los valores propios de la matriz Π son iguales a cero. Si existe sólo una relación de cointegración, $0 < \lambda_1 < 1$, $\lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$. En el caso general en que hay h relaciones de cointegración, habrá h valores propios $\in (0, 1)$ y los $n-h$ vectores restantes serán iguales a cero:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_h \qquad 0 < \lambda_i < 1 \quad i=1, 2, \dots, h$$

$$\lambda_{h+1} = \lambda_{h+2} = \dots = \lambda_n = 0$$