

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra

Diseño de un esquema de lixiviación de oro mediante un controlador predictivo
basado en modelos (MPC) en una empresa minera

Proyecto de Titulación

Previo la obtención del Título de:

Magíster en Minas Mención

Mineralurgia y Metalurgia Extractiva

Presentado por:

Stalin Abimael Castillo Carpio

Francisco Xavier Heras Naranjo

Guayaquil - Ecuador

Año: 2025

Dedicatoria

Este proyecto integrador se lo dedico de todo corazón a Dios por permitir que este sueño se haga realidad,

Dedico este gran paso de mi vida, a mis padres y hermana, por haberme permitido culminar esta etapa de mi vida, por su amor incondicional, su guía y su constante apoyo, pilares fundamentales en cada paso de este proceso.

A toda mi familia (tías(os), abuelos) por su comprensión, paciencia y palabras de aliento en los momentos más desafiantes.

A todas las personas que, de una u otra forma, contribuyeron con su conocimiento, motivación o compañía, les extiendo mi sincero agradecimiento.

Este logro es el reflejo del esfuerzo colectivo y el compromiso con mis metas.

Stalin Castillo C.

Dedicatoria

A mis padres, Francisco Heras y Elsa Naranjo, quienes, con su amor incondicional, apoyo y sacrificio, me brindaron la oportunidad de crecer y desarrollarme como persona y profesional. Su influencia y guía han sido fundamentales en mi formación y en la realización de esta tesis.

A mi esposa, Sheyla Balarezo, quien con su paciencia, comprensión y motivación constante, me acompañó y apoyó durante todo el proceso de investigación y redacción de esta tesis. Su amor y apoyo han sido una fuente de inspiración y fortaleza para mí.

Y a mi hija, Lucciana Heras, quien, con su presencia y sonrisa, me recordó siempre la importancia de la familia y el amor. Su nacimiento y crecimiento han sido una bendición y una motivación para mí.

Francisco Xavier H.

Agradecimientos

Expresamos nuestros más sinceros agradecimientos a todas las personas que hicieron posible la realización de este proyecto, brindándonos su apoyo y colaboración en diferentes momentos del proceso.

En especial, queremos destacar y agradecer al Dr. Daniel Chuk, quien, con su experiencia, conocimiento y constante motivación, nos orientó y acompañó de manera invaluable hasta la culminación exitosa de este proyecto integrador.

Stalin Castillo C.

Francisco Xavier H.

Declaración Expresa

Nosotros, Stalin Abimael Castillo Carpio y Francisco Xavier Heras Naranjo) acordamos y reconocemos que:

La titularidad de los derechos patrimoniales de autor (derechos de autor) del proyecto de graduación corresponderá al autor o autores, sin perjuicio de lo cual la ESPOL recibe en este acto una licencia gratuita de plazo indefinido para el uso no comercial y comercial de la obra con facultad de sublicenciar, incluyendo la autorización para su divulgación, así como para la creación y uso de obras derivadas. En el caso de usos comerciales se respetará el porcentaje de participación en beneficios que corresponda a favor del autor o autores.

La titularidad total y exclusiva sobre los derechos patrimoniales de patente de invención, modelo de utilidad, diseño industrial, secreto industrial, software o información no divulgada que corresponda o pueda corresponder respecto de cualquier investigación, desarrollo tecnológico o invención realizada por nosotros durante el desarrollo del proyecto de graduación, pertenecerán de forma total, exclusiva e indivisible a la ESPOL, sin perjuicio del porcentaje que nos corresponda de los beneficios económicos que la ESPOL reciba por la explotación de nuestra innovación, de ser el caso.

En los casos donde la Oficina de Transferencia de Resultados de Investigación (OTRI) de la ESPOL comunique a los autores que existe una innovación potencialmente patentable sobre los resultados del proyecto de graduación, no se realizará publicación o divulgación alguna, sin la autorización expresa y previa de la ESPOL.

Guayaquil, 01 de septiembre del 2025.

Stalin Castillo C.

Francisco Xavier H.

Evaluadores

MSc. Kenny Fernando Escobar Segovia

Profesor de Materia

Ph.D. Oscar Daniel Chuk

Tutor de proyecto

Resumen

El procesamiento de minerales auríferos, por efectos de la cianuración implican la generación de residuos altamente tóxicos, por lo que se sugieren métodos de lixiviación que generen el menor impacto ambiental posible. El presente trabajo de titulación tiene como objetivo proponer un esquema de lixiviación de oro mediante el diseño de un Controlador de Procesos Predictivo Basado en Modelos (MPC), para la mejora de la productividad en una empresa minera que se dedica a la explotación de recursos minerales oxidados, mediante lixiviación con cianuro. Para lo que se ha diseñado una metodología a partir del cálculo de un modelo paramétrico que describa la dinámica del proceso de lixiviación de oro, para incorporarlo al controlador predictivo basado en modelos (MPC) y proponer un esquema para la dosificación de reactivos químicos (cianuro). Como resultado final se tiene una estructura paramétrica BJ con un ajuste del 86%, el controlador MPC correspondiente y el esquema de control para optimizar el proceso de lixiviación.

Palabras clave: Lixiviación, oro, MPC, modelos paramétricos, ambiente

Abstract

The processing of gold minerals, due to the effects of cyanidation, involves the generation of highly toxic waste, so leaching methods that generate the lowest possible environmental impact are suggested. The present titration work aims to propose a gold leaching scheme through the design of a Model-Based Predictive Process Controller (MPC), to improve productivity in a mining company dedicated to the exploitation of oxidized mineral resources through cyanide leaching. For this purpose, a methodology has been designed from the calculation of a parametric model that describes the dynamics of the gold leaching process, to incorporate it into the Model-Based Predictive Controller (MPC) and propose a scheme for the dosage of chemical reagents (cyanide). The final result is a parametric BJ structure with an 86% fit, the corresponding MPC controller and the control scheme to optimize the leaching process.

Keywords: Leaching, gold, MPC, parametric models, environment

Índice general

Resumen	I
<i>Abstract</i>	II
Índice general.....	III
Abreviaturas.....	VI
Simbología.....	VII
Índice de figuras	VIII
Índice de tablas	IX
Capítulo 1.....	1
Introducción	2
1.1 Descripción del problema	4
1.2 Justificación del problema	8
1.3 Objetivos	9
1.3.1 Objetivo General.....	9
1.3.2 Objetivos Específicos	9
1.4 Marco teórico	9
1.4.1 Lixiviación de oro.....	9
1.4.2 Proceso de lixiviación del oro.....	10
1.4.3 Impactos ambientales de la lixiviación de oro.....	11
1.4.4 Proceso de lixiviación llevado a cabo en la empresa.....	12
1.4.5 Control automático aplicado a procesos metalúrgicos	17
1.4.6 Modelos matemáticos, variables de estado y %fit.....	18
1.4.7 Modelos paramétricos.....	20
1.4.7.1 Modelo ARX	20
1.4.7.2 ARMAX	21

1.4.7.3	OUTPUT ERROR (OE)	22
1.4.7.4	BOX-JENKINS (BJ)	23
1.5	Control predictivo basado en modelos (MPC).....	24
1.5.1	MPC aplicado a la lixiviación del oro	26
Capítulo 2		28
Metodología		29
2.1	Identificación del sistema.....	29
2.1.1	Proceso de Identificación.....	29
2.1.2	Identificación de entradas y salidas del proceso	30
2.1.3	Selección de los datos	31
2.1.4	Elaboración de la Data.....	31
2.1.5	Proceso de búsqueda de la estructura	32
2.1.6	Búsqueda exhaustiva de parámetros	33
2.2	Diseño del control	35
2.2.1	Parametrización del MPC	36
2.2.2	Restricciones.....	37
2.3	Procedimiento de identificación y control del sistema	38
Capítulo 3		40
Resultados y Análisis		41
3.1	Estructura ARX.....	41
3.1.1	Evaluación de la estructura ARX	41
3.1.2	Determinación de los parámetros de la estructura ARX	41
3.2	Estructura ARMAX	41
3.2.1	Evaluación de la estructura ARMAX.....	41
3.2.2	Determinación de los parámetros de la estructura ARMAX	42

3.3	Estructura OE.....	42
3.3.1	Evaluación de la estructura OE.....	42
3.3.2	Determinación de los parámetros de la estructura OE.....	42
3.4	Estructura BJ	43
3.4.1	Evaluación de la estructura BJ.....	43
3.4.2	Determinación de los parámetros de la estructura BJ.....	43
3.5	Modelo de planta resultante	43
3.6	Etapas de control	47
3.7	Análisis comparativo	51
Capítulo 4.....		52
Conclusiones Y Recomendaciones.....		53
4.1	Conclusiones	53
4.2	Recomendaciones	54
Bibliografía		55
Anexos		57
Anexo 1: Registros de producción		58
Anexo 2: Códigos de programación.....		59
Anexo 3: Código del controlador MPC.....		70

Abreviaturas

ASTM	American Society for Testing and Materials
ARC	Agencia de Regulación y Control de la Energía y Recursos Naturales No Renovables
BAI	Blasting Analysis International
BCE	Banco Central del Ecuador
DIN	Deutsches Institut für Normung
ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
MPC	Controlador Basado en Modelos
OSM	Office of Surface Mining
PTE	Elementos Potencialmente Tóxicos
URB	Urbanización
USBM	United States Bureau of Mines

Simbología

%	Porcentaje
%RH	Humedad relativa
Au	Oro
CN	Cianuro
g/cm ³	Gramos por centímetros cúbicos
g/m ³	Gramos por metros cúbicos
g/Ton	Gramos por tonelada
g	gramos
H	Hidrogeno
kg	Kilogramo
kg/dm ³	Kilogramos por decímetros cúbicos
m	Metro
m ³	Metro cúbico
mm/seg	Milímetros por segundos
NaCN	Cianuro de Sodio
O	Oxigeno
p	Horizonte de predicción
pH	Potencial Hidrógeno
t	Tiempo
t ₀	Tiempo inicial
Ton	Tonelada
Ts	Tiempo de muestreo (sample time)
u(t)	Variable de entrada
W	Pesos de controlador
xi	Variables de estado
y(t)	Variable de salida

Índice de figuras

Fig. 1	Producción de oro 2000-2021	3
Fig. 2	Modelo propuesto para la lixiviación del oro	4
Fig. 3	Diagrama de flujo del proceso de lixiviación	8
Fig. 4	Diagrama de flujo del proceso de lixiviación (Cont.)	9
Fig. 5	Lazo de control retroalimentado	11
Fig. 6	Estructura ARX	13
Fig. 7	Estructura ARMAX	14
Fig. 8	Estructura OE	14
Fig. 9	Estructura BJ	15
Fig. 10	Esquema del control predictivo	16
Fig. 11	Estructura del MPC	17
Fig. 12	Proceso de búsqueda del modelo	22
Fig. 13	Búsqueda exhaustiva de parámetros	23
Fig. 14	Código para la búsqueda exhaustiva de parámetros ARMAX	24
Fig. 15	Esquema del MPC aplicado a la planta de lixiviación	25
Fig. 16	Modelo BJ para la planta resultante	48
Fig. 17	Modelo BJ para la perturbación	50
Fig. 18	Diagrama de bloques del proceso en Simulink®	52
Fig. 19	Respuesta del Controlador para la dosificación de NaCN y estabilidad del sistema	53

Índice de tablas

Tabla 1	Variables del proceso de lixiviación del oro	20
Tabla 2	Entradas, salidas y perturbaciones del sistema	20
Tabla 3	Parámetros del modelo	22
Tabla 4	Parámetros para la estructura ARX ($T_s=1$)	28
Tabla 5	Parámetros para la estructura ARX ($T_s=1$) (Cont.)	29
Tabla 6	Parámetros para la estructura ARX ($T_s=1$) (Cont.)	30
Tabla 7	Parámetros para la estructura ARX ($T_s=1$) (Cont.)	31
Tabla 8	Parámetros de la estructura ARX resultante	31
Tabla 9	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$).	32
Tabla 10	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$)(Cont.)	33
Tabla 11	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$)(Cont.)	34
Tabla 12	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$)(Cont.)	35
Tabla 13	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$)(Cont.)	36
Tabla 14	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$)(Cont.)	37
Tabla 15	Parámetros para la estructura ARMAX ($T_s=1$)(Cont.)	38
Tabla 16	Parámetros de la estructura ARMAX resultante	38
Tabla 17	Parámetros y fit para la estructura OE ($T_s=1$)	39
Tabla 18	Parámetros y fit para la estructura OE ($T_s=1$) (Cont.)	40
Tabla 19	Parámetros de la estructura OE resultante	40
Tabla 20	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$).	41
Tabla 21	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$). (Cont.)	42
Tabla 22	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$). (Cont.)	43
Tabla 23	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$). (Cont.)	44
Tabla 24	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$). (Cont.)	45
Tabla 25	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$). (Cont.)	46
Tabla 26	Parámetros y fit para la estructura BJ ($T_s=1$). (Cont.)	47
Tabla 27	Parámetros y fit para la estructura BJ resultante	47
Tabla 28	Parámetros del MPC	51

Capítulo 1

1.1 Introducción

El Ecuador posee una ubicación estratégica y clima privilegiado, lo cual favorece al desarrollo de las actividades económicas en general, entre ellas la minería. Así mismo presenta gran riqueza geológica, encontrándose en su territorio depósitos minerales que albergan económicamente elementos tales como oro, plata, cobre, molibdeno, hierro y titanio, los mismos que están dispuestos principalmente en las provincias de Pichincha, Bolívar, Esmeraldas, Imbabura, Zamora Chinchipe, Napo y Sucumbíos (ENAMIEP).

La minería se define como una actividad económica que implica la extracción, uso y explotación de los recursos minerales de la tierra con fines comerciales. En el Ecuador esta actividad se practica desde hace mucho tiempo como minería artesanal y minería a pequeña escala. El Banco Central del Ecuador (BCE), afirma que según el Plan Nacional de Desarrollo Minero en 2014, el 78% de la producción total de oro es proveniente de la actividad de la pequeña minería y el 22% de la minería artesanal. Se diferencia del contexto minero internacional, donde el 82 % de la producción proviene de la minería a gran escala, el 10 % de la mediana minería y el 8 % de la pequeña minería (BCE, 2017).

Dentro del contexto de la industria minera ecuatoriana, la extracción de metales preciosos tales como el oro, representa un componente estratégico para el desarrollo económico local. Diversas ciudades, como Ponce Enríquez, Zaruma, Portovelo, Yantzaza, El Pangui y Zamora, han consolidado su dinámica socioeconómica en torno a la industria minera, convirtiéndola en una de sus principales fuentes de ingresos y empleo. Sin embargo, el carácter intensivo de los procesos extractivos exige el desarrollo de investigaciones orientadas a la aplicación de técnicas que favorezcan tanto la eficiencia productiva como la reducción de los costos operativos. En este sentido, la utilización responsable de insumos

como el cianuro constituye un factor determinante, pues su adecuada gestión no solo optimiza el rendimiento de las operaciones mineras, sino que también contribuye a mitigar los impactos ambientales inherentes a esta actividad. De este modo, se promueve un modelo de minería sostenible, que articule productividad, rentabilidad y responsabilidad socioambiental.

La recuperación de oro en minerales auríferos que contienen arsenopirita es muy compleja en procedimientos metalúrgicos por procesos convencionales de cianuración, se requiere un procedimiento previo para remover la matriz y liberar el oro atrapado en ella, el cual será el pretratamiento que se ha desarrollado con pruebas de lixiviación. En el tratamiento de minerales de oro refractarios que contienen arsénico, la oxidación a presión (POX) representa un método atractivo para la inmovilización de arsénico, ya que las condiciones son adecuadas tanto para la oxidación de sulfuros como para la formación de arseniatos estables (Almeida, Nascimento, Resende, Cesanne, & Guedes, 2025).

Adicionalmente dentro del contexto ecuatoriano y según el Reporte de Minería en el 2017, acota que las afectaciones a la salud generadas dentro de la actividad minera son causadas debido a la inexistencia de procesos técnicos apropiados de salud ocupacional y seguridad industrial. Uno de los problemas más relevante para los operadores constituye la absorción de metales pesados tales como el mercurio, el plomo y el arsénico. A lo que se puede agregar que existe una gran preocupación debido al impacto ambiental ocasionado por la actividad minera. En el procesamiento de minerales de oro con alto contenido de sulfuros, el consumo de cianuro es elevado y, por lo tanto, podría hacer que la cianuración convencional no sea rentable. Además, la preocupación ambiental por los compuestos de cianuro en las aguas residuales de la minería de oro es grave debido a las graves propiedades

tóxicas de los diferentes compuestos de cianuro (Sousa, Regufe, Fiuza, Machado, & Futuro, 2022).

Considerando lo antes expuesto, se puede contemplar la utilización de técnicas de control, específicamente el diseño de un modelo paramétrico para ser incorporado en un controlador predictivo basado en modelos (MPC) para proponer un esquema de lixiviación de oro para mejorar la productividad de una empresa minera. Es por esto por lo que en el presente trabajo surge de la necesidad de desarrollar una metodología aplicada al proceso metalúrgico para ser utilizado en la extracción de oro a partir de minerales sulfurados con contenido de arsenopirita, en un rango de 0.5% a 2%. Uno de los problemas más difíciles en esta área es la extracción de metales valiosos de los minerales refractarios de arsenopirita. La arsenopirita es un mineral común con un contenido de arsénico de hasta el 45% (Abashina & Vainshtein, 2023). Para lo cual se propondrá un esquema de control mediante la modelación del proceso que se traduzcan en prácticas amigables con el ecosistema.

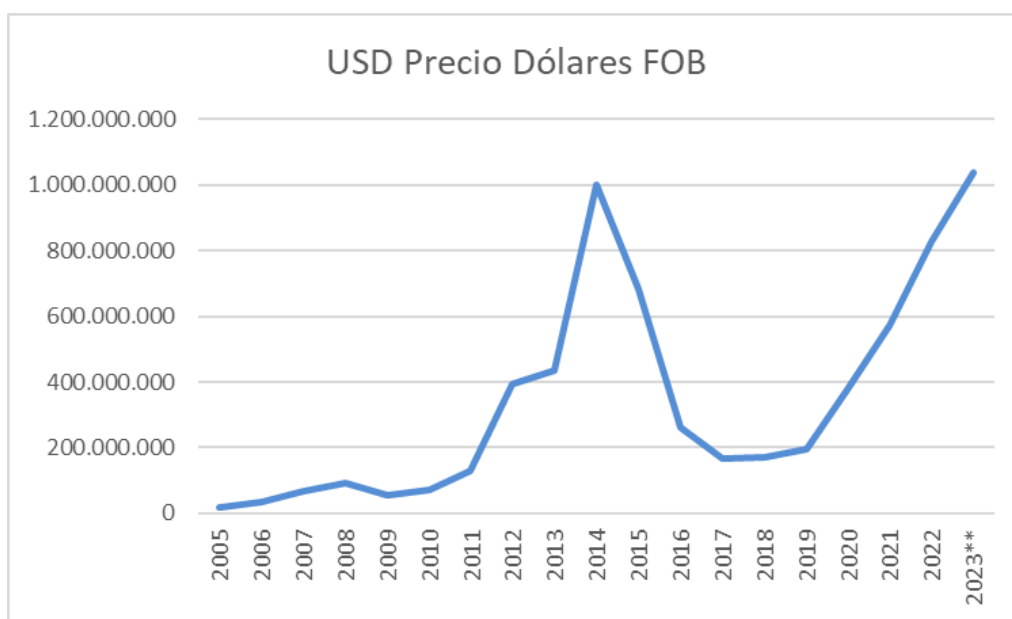
1.2 Descripción del problema

En el primer trimestre de 2024, las exportaciones mineras ascendieron a USD 755 millones, lo que representa una disminución del 5,9% respecto al mismo periodo de 2023. De su parte, las exportaciones de oro y cobre, entre enero y marzo de 2024, totalizaron 147 mil toneladas, representando un incremento del 0,1% en comparación con el mismo período de 2023. En términos de valor *Free On Board* - FOB (valor del producto, más el transporte interno hasta su carga en el buque), estas exportaciones alcanzaron los USD 579 millones durante el primer trimestre de 2024 (BCE, 2024).

Según datos del BCE, Las exportaciones de oro y plata, en valores FOB, alcanzaron USD 17,4 millones en 2005, equivalentes al 0,17% del total exportado por el país en ese mismo año; en 2007 subieron a USD 67,4 millones, equivalente al 0,47% del total exportado en ese año (ver Figura 1). A partir de 2012, las exportaciones empiezan a ser más representativas, destacándose el año 2014 cuando alcanzaron USD 1.003,6 millones, lo que representó el 3,90% del total exportado; mientras que, en 2022, se alcanzó un valor de USD 827,4 millones, el 2,75% de las exportaciones totales (BCE, 2023).

Figura 1

Exportaciones de oro y plata en valores FOB



**Enero - septiembre 2023

Fuente: BCE

El problema radica en la formación de la mena, debido a que cuenta con minerales refractarios (pirita, arsenopirita y calcopirita), los cuales encapsulan las partículas de oro, incidiendo en el porcentaje de recuperación de este mineral, a través de la lixiviación por

cianuración. Por ende, el propósito del presente estudio es pasar de los métodos convencionales al planteamiento de un esquema de control a partir de un modelo que describa la dinámica de la lixiviación para mejorar la recuperación de oro y mediante esta práctica, las empresas mineras que cuenten con este problema puedan obtener mayores porcentajes de recuperación en los procesos metalúrgicos.

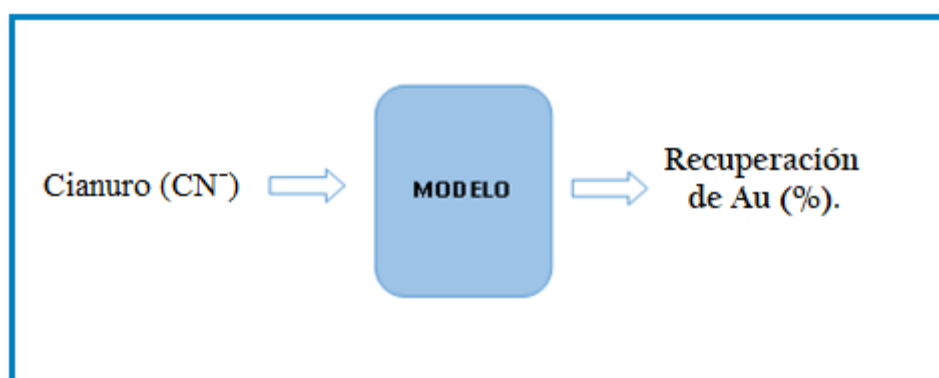
Los minerales de oro refractarios se caracterizan por la presencia de oro que no se puede recuperar de manera efectiva a través de la concentración gravimétrica convencional o técnicas simples de lixiviación. Dichos minerales se definen típicamente por recuperaciones de cianuración de menos del 75%. Debido a los prolongados procesos geológicos que implican la migración y el enriquecimiento de minerales, el oro a menudo se presenta como partículas ultrafinas encapsuladas dentro de otros minerales, particularmente en minerales de sulfuro polimetálico. Cuando las partículas de oro se reducen a solo unas pocas micras de tamaño, los métodos tradicionales de molienda son insuficientes para liberarlas de manera efectiva, lo que lleva a una eficiencia de lixiviación significativamente reducida (Navas & Gonzáles, 2025).

La estructura mineralógica que contiene el mineral de interés presenta elementos cianicidas, es decir elementos solubles ante el cianuro, por ejemplo: arsénico, antimonio, cadmio, manganeso, produciendo consumo de cianuro y afectando la recuperación de oro (Ortiz, 2021). En Ecuador todavía no existe un pretratamiento para este tipo de menas, se sigue utilizando los métodos tradicionales que no son efectivos frente a los minerales refractarios, debido a la falta de innovación y conocimiento con respecto a la minería artesanal y pequeña escala.

La problemática se puede describir a partir del desconocimiento de la dinámica por medio de un modelo paramétrico, en la cual intervienen las variables de entrada tales como la dosificación del cianuro y la respectiva salida del modelo correspondiente al porcentaje de oro obtenido. En ese sentido se puede agregar que no existe un esquema de control que regule la dosificación apropiada de estos reactivos químicos (cianuro) para el óptimo desempeño del sistema (producción de oro). Finalmente, no existe un análisis comparativo que determine las mejoras entre el proceso de lixiviación tradicional y la implementación del referido esquema de control predictivo (ver Figura 2). Es importante acotar que todo lo antes expuesto se conjuga en un problema central, que consiste en la no estandarización de la dosificación de los reactivos en las diferentes plantas, las cuales son llevadas a cabo por los operadores de turno, los cuales realizan dicha dosificación en base a su experiencia individual, es decir dentro de un contexto meramente subjetivo.

Figura 2

Modelo propuesto para la lixiviación del oro



Fuente: Castillo y Heras, 2023

1.3 Justificación del problema

El desarrollo de esta investigación se justifica desde el punto de vista práctico, debido a que los procesos metalúrgicos para la lixiviación de oro por cianuración se realizan netamente a partir de la implementación de técnicas de laboratorio y cálculos estequiométricos. Por tanto la utilización de este tipo de técnicas (control predictivo), representan un nuevo enfoque desde el punto de vista práctico para mejorar este tipo de procesos.

La realización de la presente investigación se justifica dentro del ámbito operativo, debido a que el diseño y puesta en marcha del sistema de control predictivo permitirá mejorar la operatividad de la empresa minera debido a la optimización de la dosificación de los reactivos químicos que constituyen las entradas al sistema aplicado al proceso metalúrgico.

Es aspecto ambiental, constituye una justificación relevante para la redacción del trabajo de titulación, debido a que las mejoras en la dosificación exacta del sistema (lixiviación del oro) permitirá administrar de mejor manera la utilización de reactivos y su correspondiente producción de residuos químicos al ambiente, lo cual resulta de mucha utilidad.

La realización del proyecto de titulación se justifica además desde el punto de vista financiero, por cuanto la dosificación de los reactivos necesarios, que constituyen la entrada del modelo, incide de forma directa en los costos variables de la empresa; lo que constituye una mejora a nivel presupuestario. Es decir, el cálculo de los reactivos necesarios para las pruebas estequiométricas inherentes al proceso de lixiviación se desarrollaría de manera

netamente teórica (simulación computacional), evitando la utilización de manera física de estos reactivos.

1.4 Objetivos

1.4.1 *Objetivo General*

Diseñar un esquema de control automático de lixiviación de oro mediante un controlador predictivo basado en modelos (MPC) para la mejora de la productividad en una empresa minera dedicada a la explotación de recursos minerales oxidados.

1.4.2 *Objetivos Específicos*

1. Desarrollar un modelo matemático, a partir de la teoría clásica de control, para la identificación del sistema que describa el proceso de lixiviación de oro.
2. Proponer una estrategia de control para la cianuración, a partir de la respuesta del controlador MPC desarrollado, para mejora de la productividad de oro.
3. Establecer la efectividad del control predictivo propuesto a través del análisis comparativo entre el esquema tradicional y propuesto para la lixiviación de oro.

1.5 Marco teórico

1.5.1 *Lixiviación de oro*

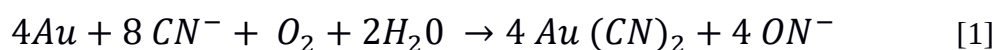
El oro es uno de los recursos minerales que se pueden separar de los minerales auríferos mediante un proceso de separación. Este proceso consiste en la transferencia de cualquier masa que convierta la mezcla de sustancias en productos distintivos. Un tipo de proceso de separación adecuado para el procesamiento del oro es la lixiviación. La lixiviación consiste en extraer un componente soluble de un sólido mediante un disolvente . Los procesos

de lixiviación también se utilizan ampliamente en las industrias de procesamiento de metales y constituyen una etapa principal de los reactivos en la producción de oro

La lixiviación con cianuro en la producción del oro ocupa un lugar importante en la industria minera, debido a las ventajas relacionadas a los bajos costos de producción, alta estabilidad y buena adaptabilidad a los minerales (Jiahong, Shujuan, Jiushuai, Shandong, & Yugao, 2024). Normalmente, el oro se lixivia de su mineral utilizando una solución acuosa de cianuro de sodio. El cianuro ha ocupado un lugar destacado como reactivo de lixiviación en las minas de oro debido a su alta eficiencia, robustez y costo relativamente bajo. Pero el cianuro causó daños ambientales resultantes de su mala gestión, por lo que se han iniciado investigaciones generalizadas destinadas a identificar y desarrollar agentes lixiviantes menos tóxicos. (Yahya, Ibrahim, Aziz, & Suli, 2020)

1.5.2 *Proceso de lixiviación del oro*

La reacción de lixiviación del oro en una solución de cianuro de sodio (NaCN) se puede representar de la siguiente manera (Yahya F. , Ibrahim, Aziz, & Suli, 2020):



Al realizar el proceso de lixiviación, la solución de cianuro debe penetrar a través del mineral, pueden ocurrir varios pasos durante el proceso y estos se resumen a continuación:

1. Difusión de la solución de NaCN desde la solución a través de la capa de difusión (Δx) hasta la capa superficial del mineral de oro.
2. Adsorción del NaCN sobre el sólido;
3. Reacción del lixivante con el oro para formar una especie metálica soluble;
4. Desorción del complejo formado de la superficie del mineral de oro; y

5. Difusión del complejo a través de la capa de ceniza (Δx) lejos de la superficie del oro.

La capa de ceniza no se disuelve en NaCN, pero el núcleo reactivo (de oro) se contrae aunque el tamaño de las partículas permanece constante (Jiahong, Shujuan, Jiushuai, Shandong, & Yugao, 2024).

1.5.3 Impactos ambientales de la lixiviación de oro

Cuando se extrae un mineral, es necesaria la remoción de una gran cantidad de tierra, necesaria para obtener dicho mineral, esta gran cantidad de tierra termina depositándose en otros terrenos en forma de escombreras de desmonte. Posteriormente el mineral se procesa mediante trituración/molienda y extracción química del producto básico de alto valor relevante, por ejemplo, oro. Durante esta etapa se producen grandes cantidades de material muy fino (del tamaño del limo) con propiedades químicas contaminantes, que luego se eliminan en forma de grandes montículos, algunos de hasta 30 m o más, llamados instalaciones de almacenamiento de relaves (TSF). presas de lodo o presas de relaves. (Laker, 2023).

El cianuro se utiliza en varias industrias, pero es ampliamente utilizado para la extracción de oro debido a su capacidad para estabilizar los iones de este mineral. Los residuos generados en este proceso son de un volumen considerable, debido a al bajo grado del mineral que requiere más áreas de procesamiento. Además, se lo considera como un compuesto contaminante, debido a que el cianuro contamina la vida animal y el medio ambiente. El sector minero puede reciclar los efluentes generados en sus procesos, sin embargo, esto puede afectar a los métodos de extracción y tratamiento del oro (Freitasa & Hortab, 2023).

Los niveles excesivos de elementos potencialmente tóxicos (EPT) en el suelo y el agua son peligrosos para el medio ambiente y/o la salud humana. Los EPT afectan la salud humana debido a su acumulación en plantas y animales que les sirven de alimento. Diversas industrias tales como la industria de productos químicos, de cemento y materiales de construcción, son las principales fuentes de contaminación por metales pesados en los países desarrollados. En los países menos desarrollados del África, por ejemplo, las actividades mineras, especialmente la minería de oro y la minería de carbón a cielo abierto, suelen ser, con diferencia, las mayores fuentes de metales pesados (Laker, 2023).

1.5.4 Proceso de lixiviación llevado a cabo en la empresa

Fase 1

Ingreso de mineral

- El mineral aurífero proveniente de la mina (cielo abierto) llega con tamaños heterogéneos y contenidos variables de oro.
- En esta etapa también se registra la ley de cabeza (cabeza sólida en g/ton), que es la concentración inicial de oro en el material.

Trituradora

- El objetivo es reducir el tamaño de las rocas grandes para facilitar su procesamiento.
- Usualmente se emplean trituradoras de quijadas o de cono.
- Se obtiene un material con tamaño controlado, pero todavía puede haber fracciones gruesas.

Clasificación inicial (Material grueso)

- Se revisa el tamaño del material a la salida de la trituradora.
- Si es grueso, se devuelve a trituración para seguir reduciendo el tamaño.

- Si no es grueso, pasa a la siguiente etapa de molienda.

Molino

- El mineral apto entra a un molino de bolas.
- El objetivo es liberar las partículas de oro de la matriz de roca.
- Aquí se alcanza una granulometría fina, generalmente $<75\ \mu\text{m}$, adecuada para la lixiviación.

Segunda clasificación (Material grueso)

- Después de la molienda, el material se somete a una clasificación granulométrica.
- Si aún es grueso, se recircula al molino para más molienda.
- Si es fino, pasa a la siguiente etapa.

Hidrociclón

- Dispositivo que separa partículas por tamaño y densidad usando fuerza centrífuga.
- La fracción fina (*overflow*) se envía a la Fase 2 del proceso (lixiviación con cianuro).
- La fracción gruesa (*underflow*) puede volver a molienda para seguir reduciendo tamaño.

Fase 2

- **Pulpa**

Es la mezcla de mineral molido con agua.

La densidad (1250–1300 g/L) indica la concentración de sólidos.

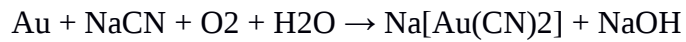
- **Agitador**

Mantiene la pulpa en suspensión.

Se agrega cal hasta alcanzar un $\text{pH} > 10$, para evitar la volatilización del cianuro como gas HCN y proteger la lixiviación.

- **Agregar cianuro**

Reacción química:



Se realiza un análisis de cabeza líquida para determinar la concentración inicial de oro disuelto (g/m³).

- **Análisis del anión [Au(CN)₂]⁻**

Controla la eficiencia de la disolución de oro en la solución.

- **Absorción sobre lámina gráfica**

Verifica la afinidad del complejo [Au(CN)₂]⁻ con superficies carbonáceas.

- **Carbón enriquecido**

Oro absorbido en carbón activado.

Se recuerda que el pH es crucial porque influye directamente en la velocidad y eficiencia de la lixiviación.

- **Separación carbón/pulpa**

Se separa el carbón cargado con oro de la pulpa para su posterior tratamiento.

- **Cola sólida**

Material residual sin valor económico recuperable en esta etapa.

- **Análisis de sólidos**

Determina el oro remanente en la cola sólida.

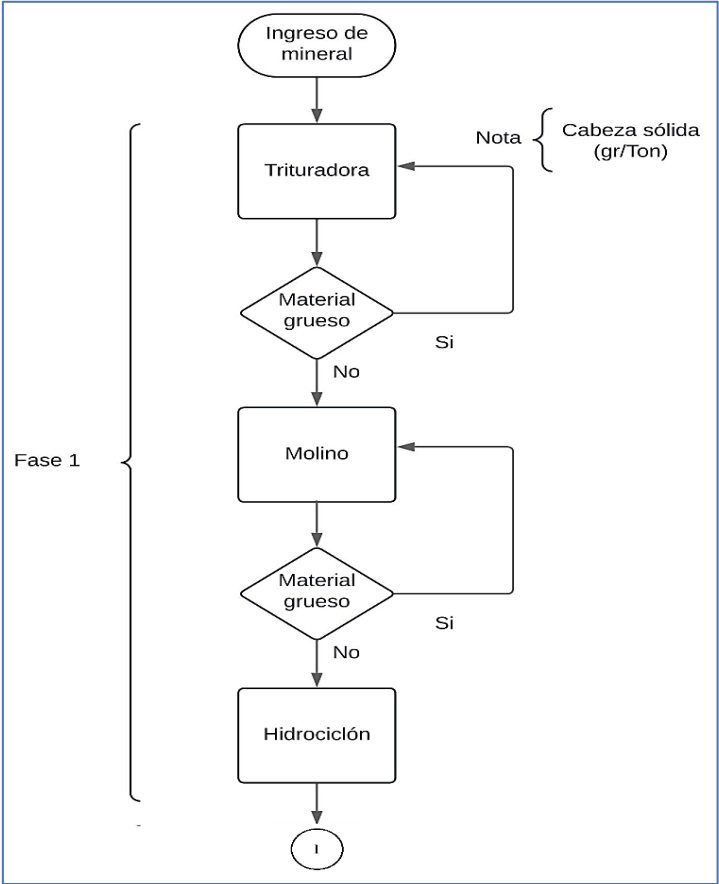
% de recuperación

Calculado comparando la cantidad de oro disuelto y recuperado respecto al oro contenido originalmente.

El proceso de lixiviación llevado a cabo en la empresa se lo representa en la Figura 3 y 4, donde se representan las operaciones llevadas a cabo, así como los parámetros que intervienen, los cuales posteriormente serán considerados como entradas, salidas y perturbaciones.

Figura 3

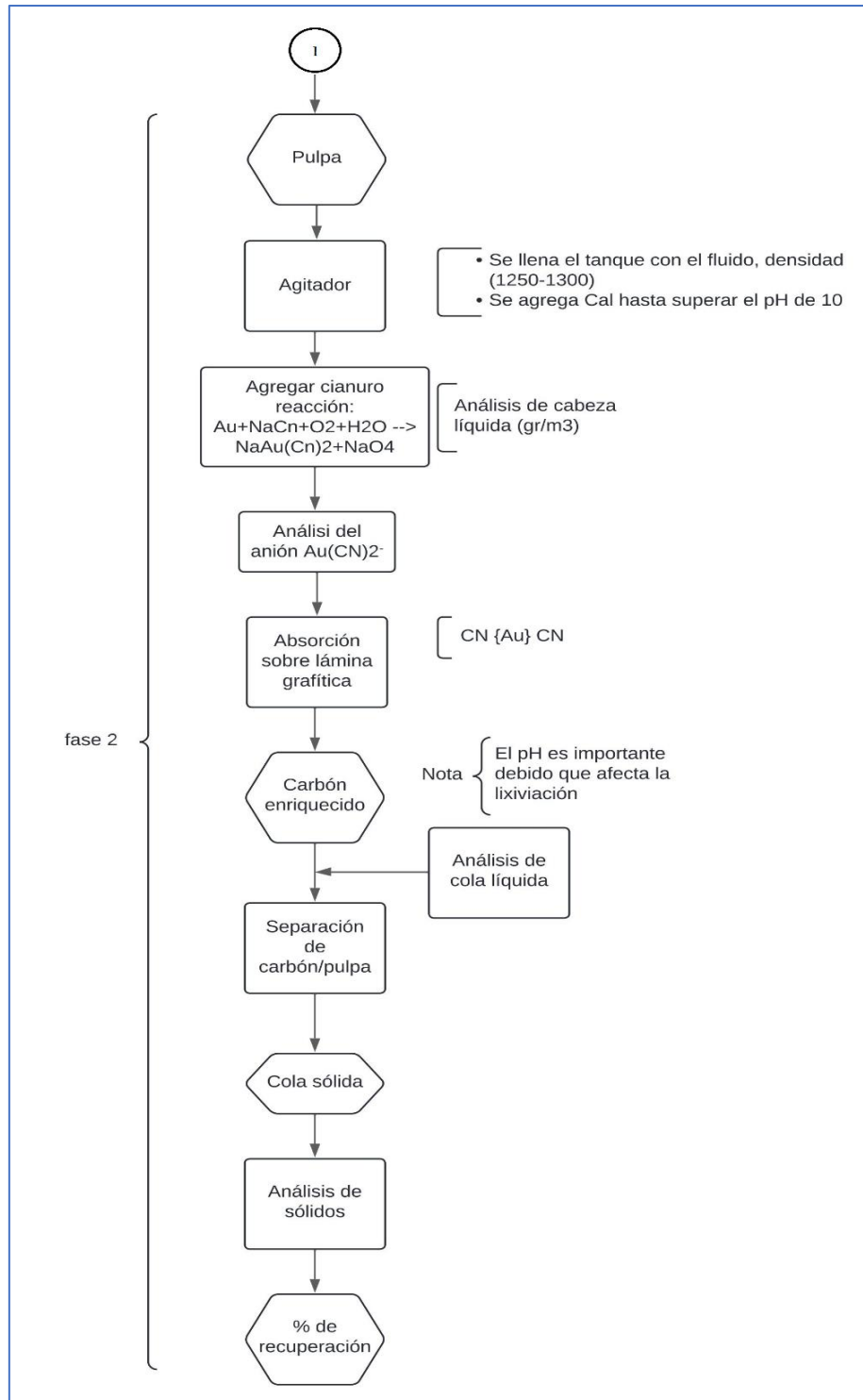
Diagrama de flujo del proceso de lixiviación



Fuente: Los autores, 2024.

Figura 4

Diagrama de flujo del proceso de lixiviación (Cont.)



Fuente: Los autores, 2024

1.5.5 Control automático aplicado a procesos metalúrgicos

La aplicación del Control automático tiene importantes beneficios en el procesamiento de minerales y la metalurgia extractiva (Estay, Lois, Montes, & Ruiz, 2023). Entre estos destacan los siguientes:

- El modelado predictivo de procesos, que permite predecir su comportamiento, la variabilidad de sus productos y mejor control de estos procesos;
- El análisis en tiempo real del flujo de materiales para optimizar el desempeño del proceso a través del análisis en tiempo real de variables operativas;
- El mantenimiento predictivo de equipos y componentes;
- La optimización del uso de la energía y el agua. En términos generales, el modelado permite optimizar la operación del proceso.

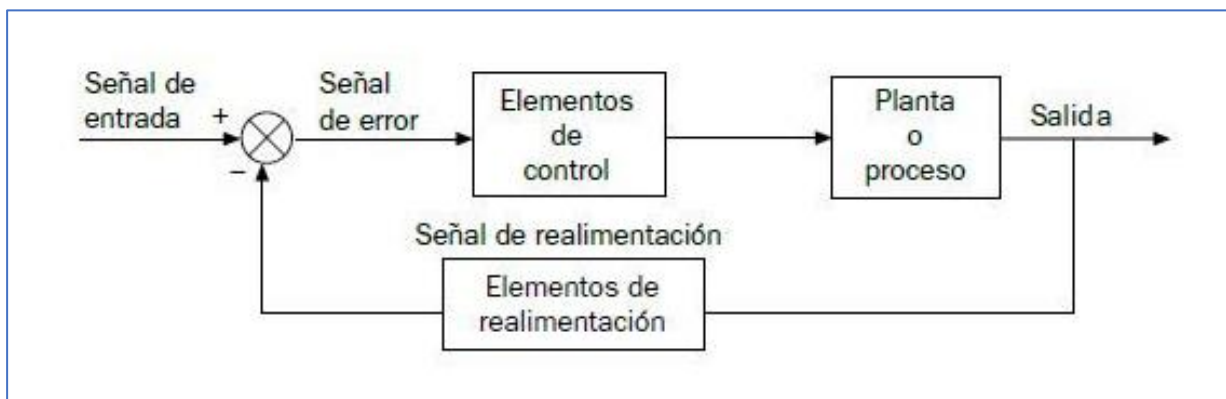
Por ejemplo, en la industria del cobre, al garantizar que las plantas de procesamiento funcionen constantemente en el rango superior de sus capacidades, el aprendizaje automático puede agregar entre un 2 y un 4 % a la recuperación de metales y entre un 5 y un 15 % al rendimiento. Estas mejoras ofrecen una mayor producción global de las minas existentes y planificadas de medio millón a un millón de toneladas métricas de cobre refinado para 2032, creando entre 9 mil millones y 18 mil millones de dólares en valor por año en todas las concentradoras de sulfuro (Estay, Lois, Montes, & Ruiz, 2023).

Los sistemas de control en lazo cerrado son aquellos en los que existe una realimentación de la señal de salida o, dicho de otra forma, aquellos en los que la señal de salida tiene efecto sobre la acción de control tal como se representa en la Figura 5.

Un problema importante es la falta de una tecnología de control automático completa. El proceso del sitio de producción se ajusta manualmente agregando materias primas de cianuro. Para garantizar la tasa de utilización del mineral, a menudo se produce una adición excesiva de materias primas de NaCN, lo que provoca cierto desperdicio. Para lograr la utilización eficiente de los recursos minerales y reducir el costo de las materias primas de cianuro, es necesario mejorar el nivel de control automático del proceso de lixiviación

Figura 5

Lazo de control retroalimentado



Fuente: <https://makinandovelez.wordpress.com/2018/02/15/sistemas-de-control-de-lazo-cerrado/>

1.5.6 Modelos matemáticos, variables de estado y ajuste

Generalidades

Modelo de espacio de estado

Un modelo de espacio de estados se usa comúnmente para representar un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI). Describe un sistema con un conjunto de ecuaciones diferenciales o diferenciales de primer orden que utilizan entradas, salidas y variables de estado. En ausencia de estas ecuaciones, se puede estimar un modelo de un orden deseado (o número de estados) a partir de los datos de entrada-salida medidos (MathWorks, n.d.)

Variables de estado

Representan el estado del sistema en un momento dado y se utilizan para calcular los flujos y otras variables dentro del sistema. El valor de una variable de estado en un momento determinado está determinado por su valor inicial y la acumulación de flujos de entrada y salida de la variable a lo largo del tiempo (Lee, 2025).

Vector de estado

Un vector de estado es una representación matemática que agrupa toda la información necesaria sobre el estado de un sistema en un momento dado, generalmente en forma de matriz de columnas. Esta representación es crucial para analizar sistemas dinámicos, ya que permite caracterizar el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo a través de ecuaciones de espacio de estados. Al definir el vector de estado, podemos expresar la dinámica del sistema de forma compacta, lo que facilita el diseño y análisis del control (Fiveable Library, n.d.).

fit (%): En la documentación de MATLAB, el fit porcentaje mide el grado de coincidencia entre la respuesta del modelo y la salida real del sistema. Un valor del 100 % representa una coincidencia perfecta. Un valor del 0 % indica que la respuesta del modelo no es mejor que usar simplemente el promedio de la salida medida. Por ejemplo, comparar dos modelos: uno puede tener un fit de 65 % y otro de 83 %, siendo este último el mejor porque encaja más con los datos (MathWorks, n.d.). El *fit (%)* viene dado por la ecuación [2]:

$$fit (\%) = 100 \times \left(1 - \frac{\|y_{real} - y_{predicho}\|}{\|y_{real} - Media(y_{real})\|} \right) \quad [2]$$

1.5.7 Modelos paramétricos

Un modelo de un sistema consiste en una descripción conveniente de algunas de sus propiedades y de acuerdo con un propósito particular. El modelo no necesita ser una exacta descripción del sistema y el usuario debe saber esto para poder llevar a cabo su propósito. El primer paso en la identificación de sistemas es determinar un tipo de modelo, dentro del cual se establecerán los parámetros más convenientes.

1.5.7.1 Modelo ARX.

Un modelo ARX (por sus siglas en inglés, *Autoregressive with eXogenous inputs*) es un tipo de modelo lineal en series temporales utilizado en identificación de sistemas. Representa la salida de un sistema como una combinación lineal de sus valores pasados y valores pasados de una entrada externa (exógena). Esto permite modelar la dinámica de sistemas con entradas y salidas, usando métodos de estimación simples como mínimos cuadrados. Los órdenes del modelo (cuántos valores pasados se usan) son hiperparámetros que se seleccionan según el comportamiento del sistema (Ahmed, Del Rio-Chanona, & Mercangöz, 2025).

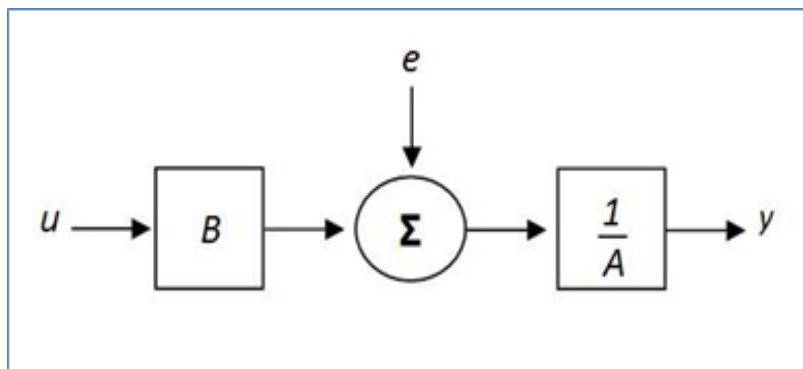
El modelo autorregresivo-exógeno, o ARX, supone que la salida actual del sistema es una función de las n salidas anteriores del sistema y de las m entradas anteriores del sistema. El modelo considerado en este estudio se utiliza para generar conjuntos de datos simulados; estos conjuntos de datos con muestras faltantes se utilizan en este estudio. El algoritmo diseñado se lo utiliza para de estimación de parámetros de regresión y la reconstrucción de conjuntos de datos, los parámetros y mediciones estimados se comparan con las referencias. (Horner, Pakzad, & Sila, 2019). El modelo $ARX(n, m)$ se define como:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k - n_k) + e(k) \quad [3]$$

Donde: $u(k)$ son las entradas del sistema, $y(k)$ son las salidas del sistema, n es el retraso del sistema, $e(k)$ es la perturbación del sistema. $A(z)$ y $B(z)$ son polinómicos con respecto al operador de desplazamiento (National Instruments, 2023). La estructura del modelo ARX se muestra en la Figura 6.

Figura 6

Estructura ARX



Fuente: <https://gamco.es/glosario/arx/>, 2023

1.5.7.2 ARMAX

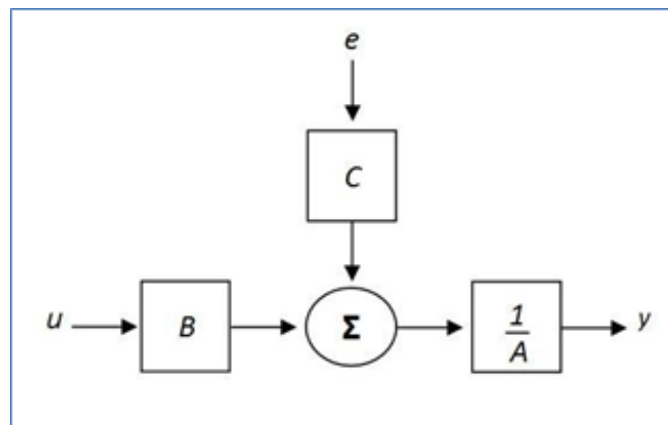
La estructura del modelo ARMAX involucra no solo las salidas sino también las entradas y la dinámica de perturbaciones, lo que ayuda a mejorar el rendimiento del modelado de cada subestructura y a ganar flexibilidad para manejar las perturbaciones causadas por factores ambientales. En los ruidos, incluso las respuestas estructurales contienen fuertes correlaciones bajo diferentes excitaciones. Las características de un sistema dinámico lineal se pueden representar mediante sus polos estimados a partir del modelo ARMAX, transformando la detección de daños en un seguimiento de múltiples objetivos de los polos del sistema. Los modelos ARMAX combinados están diseñados para lograr una detección

robusta de daños incluso cuando las respuestas estructurales mantienen fuertes correlaciones mutuas y evitan el uso de filtros (Liu, Huaguan, Yunlai, Weilun, & Feng, 2019). El modelo se representa en la Figura 7 y la ecuación correspondiente a la estructura ARMAX a continuación:

$$A(q)y(k) = B(q) u (k - n_k) + C(q) e(q) \quad [4]$$

Figura 7

Estructura ARMAX



Fuente: <https://gamco.es/glosario/armax/>, 2023

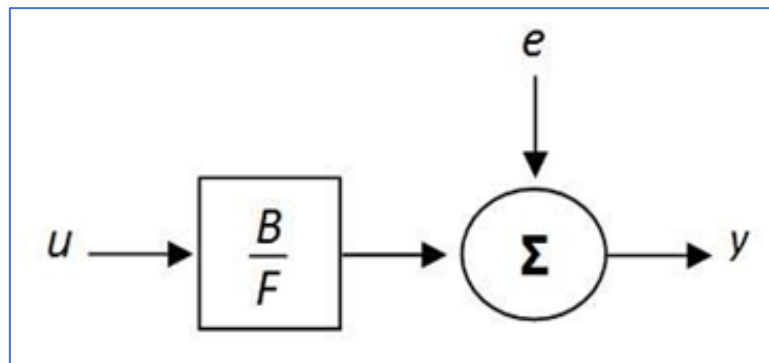
1.5.7.3 OUTPUT ERROR (OE)

El propósito de los métodos de error de salida (OE) es encontrar el mejor modelo paramétrico con respecto a un criterio específico. El criterio es función del error entre la salida medida con ruido y la salida del modelo simulado, se pueden utilizar muchos criterios; por ejemplo, con tal criterio, los modelos de error de salida suponen que el ruido aditivo en la salida es blanco. De acuerdo con la misma referencia, el estimador puede ser consistente, aunque el modelo de ruido no sea el adecuado. Para minimizar ese error cuadrático, los parámetros desconocidos del sistema se ajustan iterativamente para que la salida del modelo

simulado se ajusta a la salida medida del sistema. La estructura *output error* se muestra a continuación en la Figura 8.

Figura 8

Estructura OE



Fuente: <https://gamco.es/glosario/oe/>, 2023.

La ecuación para la salida en el modelo OE se muestra a continuación en la expresión [5]:

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)} u(k - n_k) + e(k) \quad [5]$$

1.5.7.4 BOX-JENKINS (BJ)

Las estructuras BJ tienen la ventaja de ser más general y flexible que los modelos autorregresivos simples (AR), debido a la presencia tanto de la media móvil como del término autorregresivo y han demostrado ampliamente su eficiencia en el análisis y pronóstico de series temporales. La principal dificultad en el modelado basado en datos de modelos BJ de salto es causada por la ruptura de la estructura markoviana, ya que las observaciones de salida ya no son condicionalmente independientes dado el modo actual y el regresor que contiene datos medidos en el pasado. Además, incluso en el caso más simple de modelos BJ sin conmutación (es decir, invariantes en el tiempo), la estimación de los coeficientes del modelo

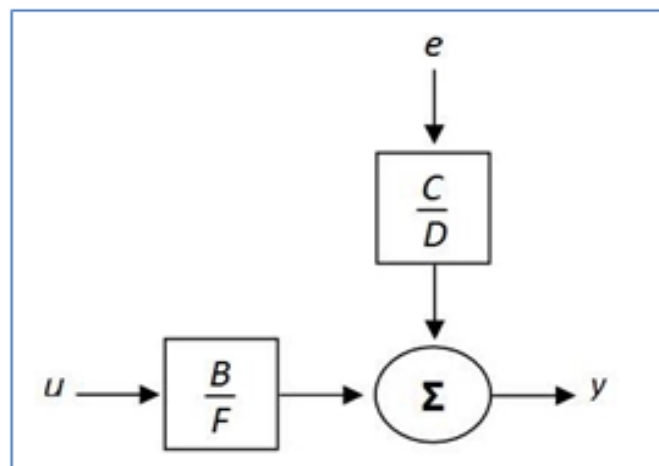
generalmente requiere resolver un problema de optimización no convexo, la ecuación de los parámetros se detalla a continuación:

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)} u(k - n_k) + \frac{C(q)}{D(q)} e(k) \quad [6]$$

La estructura del modelo BJ se detalla a continuación en la Figura 9:

Figura 9

Estructura BJ



Fuente: <https://gamco.es/glosario/oe/>, 2023

1.6 Control predictivo basado en modelos (MPC)

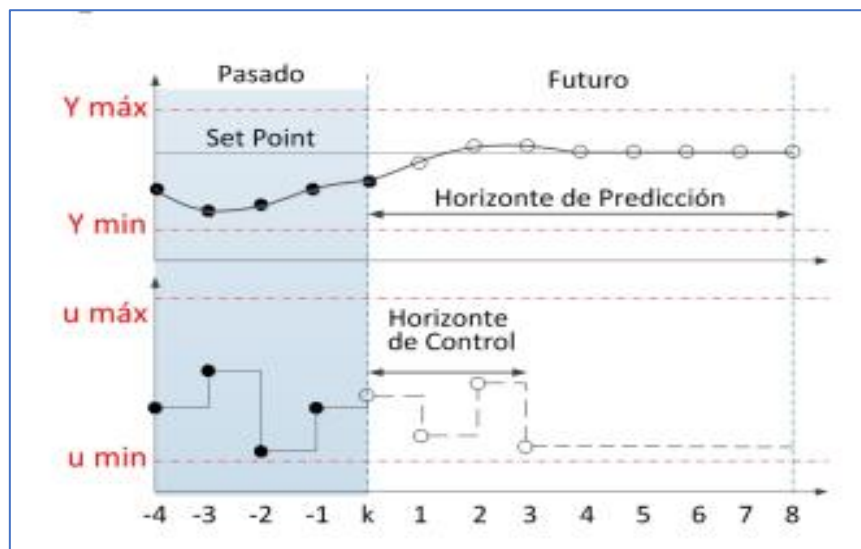
El control predictivo de modelos (MPC) es un esquema de control donde se utiliza un modelo para predecir el comportamiento futuro del sistema en una ventana de tiempo finita y el horizonte de desplazamiento. Sobre el estado de estas predicciones y del estado actual medido/estimado del sistema, se calculan las entradas de control óptimas con respecto a un objetivo de control definido y sujeto a las restricciones del sistema. Después de un cierto intervalo de tiempo, el proceso de medición, estimación y cálculo se repite con un horizonte

desplazado. Esta es la razón por la que este método también se denomina control del horizonte de retroceso (RHC) (DMPC, 2023).

El MPC es un conjunto de métodos de control avanzados que utilizan explícitamente un modelo para predecir el comportamiento futuro del sistema. Teniendo en cuenta esta predicción, el MPC determina una salida óptima y resolviendo un problema de optimización restringido. Es uno de los pocos métodos de control que considera directamente las restricciones. A menudo, la función de costos se formula de tal manera que la producción del sistema y sigue una referencia dada (*setpoint*) para un horizonte de predicción, tal como se indica en la Figura 10. (Schwenzer, Ay, Bergs, & Abel, 2021)

Figura 10

Esquema del control predictivo



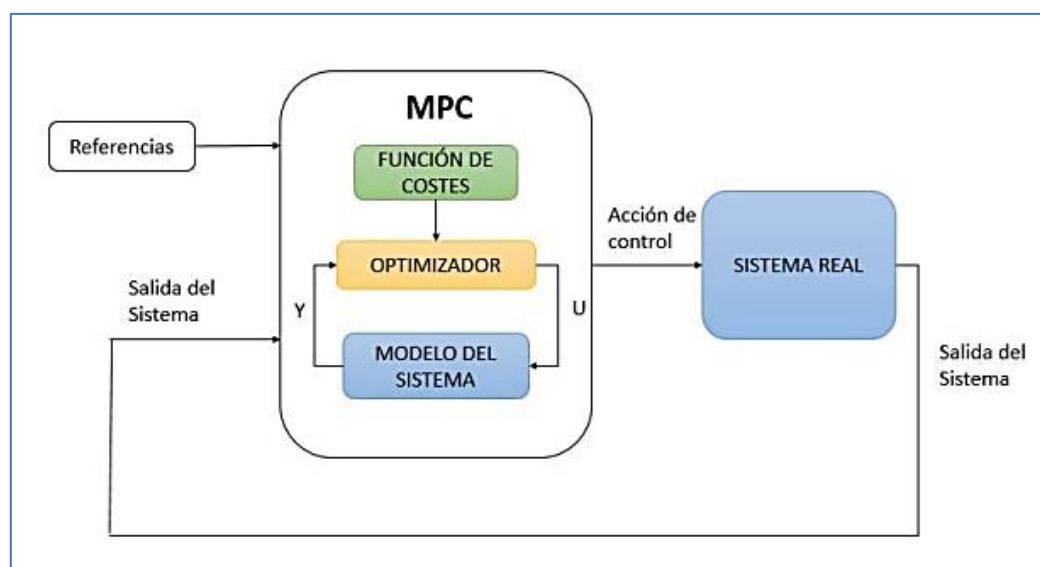
Fuente: Zambrano y González, 2013

El MPC emplea una estrategia de control óptimo lineal para minimizar la diferencia entre las salidas previstas y las deseadas. Para utilizar la optimización lineal, es necesario linealizar el modelo no lineal desarrollado para la planta. Al desarrollar este concepto de

control predictivo de modelo lineal, conviene considerar el modelo de la planta como un bloque con entradas y salidas, como se muestra en la Figura 11 (Blair & Beckman, 2004).

Figura 11

Estructura del MPC



Fuente: López, Muñoz, Arce y Galán. 2015

1.6.1 MPC aplicado a la lixiviación del oro

Para evaluar el desempeño de las alternativas para estimar las velocidades de reacción cinética del proceso de lixiviación por cianuración de oro, se deben conocer los valores reales de las velocidades. Sin embargo, desafortunadamente, la tasa de disolución del oro y la tasa de consumo de iones cianuro no se pueden medir en el proceso industrial real, lo que resulta en la necesidad de emplear el modelo matemático existente para simular el proceso real de lixiviación por cianuración del oro. (Jun, Yuanyuan, Shujiang, Yanhong, & Runda, 2019)

Los parámetros correspondientes de los modelos de tasa de disolución de oro y tasa de consumo de iones cianuro se identificaron y calibraron basándose en un conjunto de datos industriales reales de una planta de procesamiento de oro. Por lo tanto, el modelo anterior es

aplicable y competente para la tarea de simular la realidad del proceso de lixiviación por cianuración de oro. (Jun, Yuanyuan, Shujiang, Yanhong, & Runda, 2019)

Capítulo 2

2 Metodología

2.1 Identificación del sistema

2.1.1 Proceso de Identificación

Con la finalidad de entender el comportamiento del proceso de lixiviación de oro, en el presente estudio se propuso elaborar un modelo matemático, el cual sea capaz de describir la dinámica de dicho proceso, mediante la identificación del sistema. Esta identificación del sistema inició con la selección de las variables que intervienen en el mismo, con la respectiva categorización de entradas y salidas.

Las entradas son las variables que ingresan al sistema o dicho de otra forma, las variables independientes, las cuales al experimentar una variación dentro del proceso de lixiviación del oro, producen una respectiva reacción de esta. Las salidas del sistema son en este caso las variables que son producto de la reacción del proceso de lixiviación.

Una vez establecidas las variables del proceso de lixiviación, se procedió realizar un levantamiento de datos, es decir un registro de datos a partir de las lecturas realizadas durante las jornadas de producción, donde constan el registro de las cantidades de reactivos, así como los registros de los productos obtenidos al final de la lixiviación del oro. Una vez realizado el levantamiento de la información se realizó la elaboración de la data, que consistió en un archivo digital, generalmente elaborado en Excel, el cual es ingresado al PC con la finalidad de integrarlo al software utilizado para el efecto (MatLab®).

Seguidamente se procedió a realizar una búsqueda de la estructura paramétrica (ARX, ARMAX, OE o BJ), que mejor se ajuste al proceso *fit (%)*, es decir se escogió entre las 4 estructuras antes mencionadas, cuál de ellas tenga mejor ajuste al sistema y así poder

determinar que estructura representa mejor al proceso de lixiviación del oro (ver sección 1.4.5).

La selección de la estructura idónea depende a su vez de la determinación de cada uno de los parámetros que componen dicha estructura, para lo cual se hizo necesario de una búsqueda exhaustiva de éstos para establecer el valor de dichos elementos y así calcular el *fit* (%) de la estructura que se ajusta mejor al proceso que es objeto de estudio (ver Figuras 6, 7, 8 y 9). Posteriormente se realizó la etapa del control del sistema de lixiviación.

2.1.2 Identificación de entradas y salidas del proceso

Con referencia a la selección de entradas y salidas del sistema, a partir netamente de la observación del proceso y a los registros llevados a cabo durante todas las jornadas. Las variables identificadas que intervienen en el proceso de lixiviación se detallan a continuación en la Tabla 1:

Tabla 1

Variables del proceso de lixiviación del oro

Ítem	variable	Descripción
1	NaCN	Cianuro de sodio
2	pH	Potencial Hidrógeno
3	% Recuperación	Recuperación de oro

Fuente: SUMIFOR S.A, 2023

En base a la Tabla 1 se procedió a establecer las respectivas entradas y salidas al sistema, las cuales serán utilizadas como tal al momento de utilizar el programa de identificación, las entradas pueden ser también consideradas perturbaciones, que son factores

que inciden en la dinámica del proceso. Las entradas y salidas están resumidas e ilustradas en la Tabla 2.

Tabla 2

Entradas, salidas y perturbaciones del sistema

Entrada		Salidas
Variable	Variable	Unidad
NaCN	Recuperación	%
pH	de oro	

Fuente: Investigación. 2023

2.1.3 Selección de los datos

Los datos son levantados a partir de los registros recopilados a partir de los registros de producción correspondientes al mes de octubre del 2022, los cuales se pueden observar en el Anexo 1. Estos reportes constituyen la base de datos sobre la cual se elabora la *Data* que será integrada al software para su respectivo procesamiento a través del código de programación respectivo.

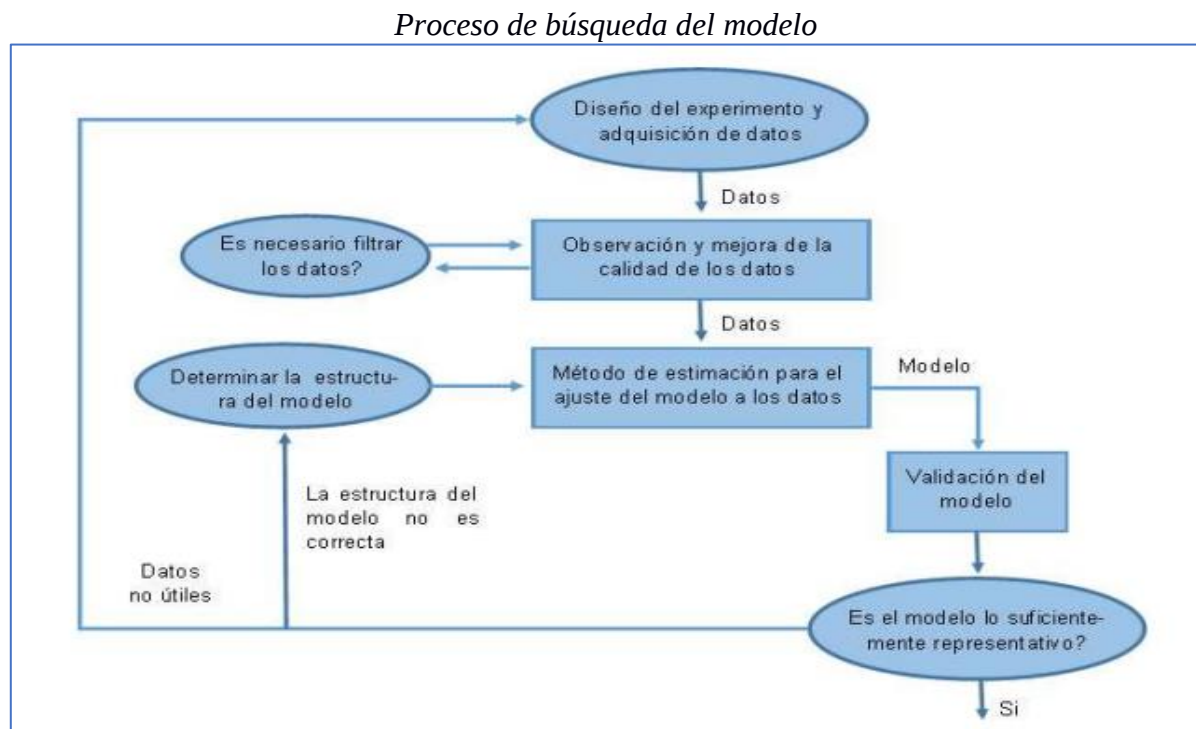
2.1.4 Elaboración de la Data

Una vez realizado el levantamiento de los registros de producción, se procede a compilar una base de datos digital en Excel, la cual será utilizada para obtener los resultados correspondientes al valor de los factores que componen la estructura (modelo matemático) que mejor se ajuste a la lixiviación. En esta base de datos están concatenadas las variables de entrada y salida del proceso de lixiviación del oro. Esta base de datos (*Data*) será integrada al algoritmo programado en MatLab®, y llamado para su respectivo procesamiento por medio de la instrucción contenida en el código de programa.

2.1.5 Proceso de búsqueda de la estructura

Con la finalidad de obtener un modelo matemático que represente de mejor manera el proceso de lixiviación de oro, se procedió a realizar pruebas iterativas consecutivas, con el objetivo de obtener un mejor ajuste, este $fit(\%)$, indica que modelo se apega mejor a la dinámica del proceso y de esta manera obtener un modelo matemático lo más exacto posible que simule el proceso de lixiviación.

Figura 12



Fuente: Fadhilah, 2016.

Para esto se realizó una serie de pruebas con el *software* y así ir variando las cuatro estructuras estipuladas: ARX, ARMAX, OE y BJ. Y así escoger la estructura que tenga mejor $fit(\%)$. El proceso de selección de la estructura se ilustra en la Figura 12. La búsqueda del modelo es básicamente el resultado del procesamiento de las variables de entrada y salida; para posteriormente observar cuál de estos se ajusta mejor o representa mejor a la lixiviación

(mayor *fit*(%)) y de esta manera escoger la estructura más apropiada y así calcular los factores que componen dicha estructura.

2.1.6 Búsqueda exhaustiva de parámetros

Con la finalidad de obtener el mejor modelo que se ajusta al comportamiento de la lixiviación, se utiliza un algoritmo de búsqueda exhaustiva de parámetros (Anexo 2), con el objetivo de determinar cada uno de los factores que componen las 4 estructuras contempladas para el estudio, estos factores se describen en las Figuras 6, 7, 8 y 9. Estos parámetros componen a cada estructura y dan forma al modelo a obtener por medio del código de programación para cada una de las cuatro estructuras o modelos se detallan en la Tabla 3.

Tabla 3

Parámetros del modelo

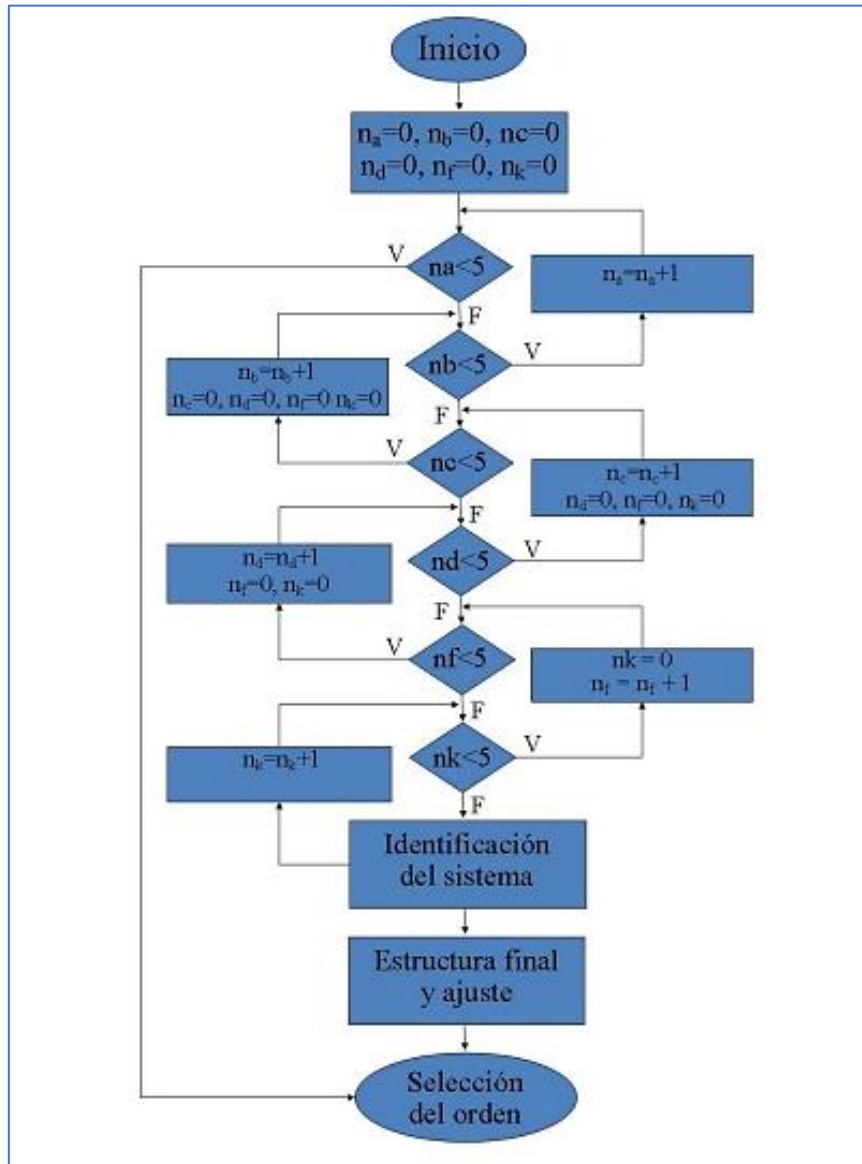
Modelo	Estructura	Parámetros			
ARX	$A(q) y(k) = B(q) u(k-n_k) + e(k)$	A	B		
ARMAX	$A(q) y(k) = B(q) u(k-n_k) + C(q) e(k)$	A	B	C	
OE	$y(k) = [B(q) / F(q)] u(k-n_k) + e(k)$		B		F
BJ	$y(k) = [B(q) / (F(q))] u(k-n_k) + [C(q) / (D(q))] e(k)$	B	C	D	F

Fuente: Investigación. 2023

Los parámetros (A, B, C, D y F), que componen cada una de las estructuras serán calculados por medio del código elaborado en MatLab®, los cuales se detallan en el Anexo 2. Por medio de estos códigos se evalúan las estructuras incrementando el orden del parámetro de manera automática, para posteriormente evaluar el *fit* (%) correspondiente a esa combinación A (n_a), B (n_b), C (n_c), D (n_d) y F (n_f). La búsqueda exhaustiva para el efecto se representa por medio del algoritmo mostrado en la Figura 13.

Figura 13

Búsqueda exhaustiva de parámetros



Fuente: Los autores, 2018

Luego del cálculo del *fit* (%) para cada una de las estructuras (ARX, ARMAX, OE y BJ), producto de la variación de los parámetros (n_a, n_b, n_c, n_d y n_f), estos se proceden a almacenar en una hoja de cálculo (Excel), mediante una instrucción contenida en el código de

MatLab® para su posterior ordenamiento y así establecer que estructura y que parámetro proporcionaron un mejor ajuste del modelo al proceso de lixiviación.

Para el caso de la búsqueda recursiva para una estructura ARMAX, la cual consta de 4 parámetros (na, nb, nc y nk), se diseña el código anidado, en vista de no contar con un número elevado de datos, solo se puede hacer una recursión hasta 4 orden; tal como se detalla en la Figura 14 a continuación:

Figura 14

Código para la búsqueda exhaustiva de parámetros ARMAX

```
c=1;
for i=1:4
    for j=1:4
        for k=1:4
            for l=1:4
                na=i;
                nb=[j];
                nc=k;
                nk=[l];
                nn=[na nb nc nk];
                sys=armax(datae,nn)
                F=sys.Report.Fit.FitPercent;
                [yc,fit,x0]=compare(datav,sys);
                A(c)=i;
                B(c)=j;
                C(c)=k;
                D(c)=l;
                E(c)=fit;
                F(c)=F;
                c=c+1;
            end
        end
    end
end
```

Fuente: Los autores, 2018

2.2 Diseño del control

Una vez determinada la estructura o modelo que mejor se ajuste al proceso, se procede a diseñar el controlador, como su nombre lo indica un MPC (controlador basado en modelos),

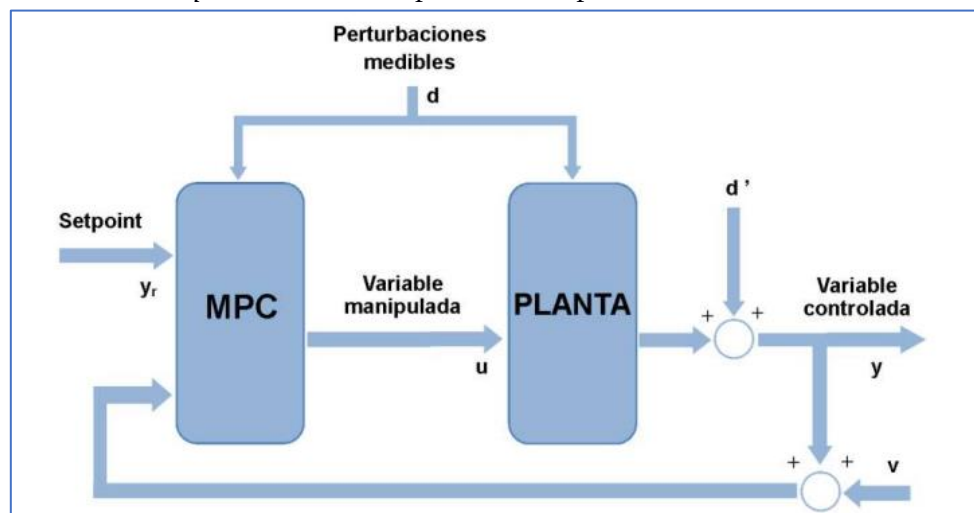
es decir este controlador se rige por medio un modelo determinado el cual se incorpora a este controlador y que mediante la parametrización del MPC se obtiene las directrices del control.

2.2.1 Parametrización del MPC

Para obtener la respuesta del control del proceso (ver Figura 14), de lixiviación del oro, se procederá a elaborar un código, el cual contiene las instrucciones de evaluar los posibles escenarios posibles, los cuales son producto de la dinámica registrada en el proceso de lixiviación y mediante el ajuste de los parámetros que componen el controlador se procede a establecer la evolución del proceso en el tiempo en función del modelo escogido de la sección anterior y de la sintonización de las restricciones y del coste que deben ser determinados (ver Anexo 3).

Figura 15

Esquema del MPC aplicado a la planta de lixiviación



Fuente: Gallino-Cardona, 2023

En el esquema propuesto para el control del proceso de lixiviación del oro se tienen parámetros tales como las *Perturbaciones medibles* (entrada), las cuales son variables que intervienen en el proceso de lixiviación, estas son variables no controlables tales como el

clima, la humedad o factores similares los cuales intervienen de forma indirecta en el sistema y que dependiendo su nivel de incidencia pueden alterar los valores de salida del proceso.

Se tiene además el *Setpoint*, que constituye el valor de referencia al cual se desea llegar o es el valor al cual se trabaja normalmente, en el presente caso se lo puede relacionar con los valores de oro obtenidos de la lixiviación. Las *variables manipuladas* constituyen las variables de entrada las cuales para el presente estudio se detallaron en la Tabla 2.

La *variable controlada*, corresponde a los valores registrados de la obtención del oro, las cuales están registradas en los reportes de producción y que fueron retroalimentadas al programa mediante la *Data* explicada anteriormente. Esta salida será incorporada a la simulación para posteriormente obtener los niveles de producción óptimos propuestos para el procesamiento del oro.

Entre las *variables no controladas* se tienen a $\mathbf{d}$ (perturbaciones medibles), las cuales son variables que ingresan al sistema que pueden ser cuantificables pero no medibles, la variable $\mathbf{d'}$ (perturbaciones no medibles), que son similares al caso anterior pero las cuales no pueden ser medibles y la variable $\mathbf{v}$ que constituye a una variable de entrada no controlada.

2.2.2 Restricciones

Entre las restricciones que se presentan para el presente sistema se puede comentar principalmente a la humedad relativa del producto (%RH), dicho parámetro varía según las condiciones de elaboración de los insumos utilizados y que se registran en el lugar de operación, constituye un parámetro o variable no controlada y que incide en forma directa en la evolución del proceso.

2.3 Procedimiento de identificación y control del sistema

A.- Identificación

- Se inicia estableciendo de la data con los registros de producción, estos datos que servirán para el proceso de identificación y para la posterior validación del modelo, generalmente se dividen las lecturas en un 50% para cada una, pero en este caso debido a la magnitud de la data, se trabajara con el 100% de los datos en cada etapa.
- Se ingresa al software MatLab® para seguidamente ejecutar desde el *workspace* (entorno de trabajo), los códigos previamente diseñados para cada una de las estructuras.
- Se debe especificar en la línea de código (programa de MatLab®) respectiva, las variables que serán las entradas y las salidas del sistema, es decir, a que filas y columnas corresponden en la data elaborada en Excel. Se escoge $T_s=1$ (día) correspondiente al tiempo de ejecución del programa, no tiene que ver con los periodos de lectura de los datos de entrada y salida del proceso.
- En la ejecución de los códigos de MatLab®, se generan automáticamente por medio de una hoja de Excel, la combinación de cada uno de los parámetros propuestos y el % fit correspondiente.
- Así mismo se ejecuta automáticamente, en el mismo código de programación, la validación del modelo con parte de los datos que fueron destinados previamente (el 100% de datos).
- Una de las instrucciones del código genera la gráfica correspondiente, donde se visualiza la curva que representa la dinámica del proceso de lixiviación y la curva del modelo que la aproxima.

- Una vez descargado el archivo en Excel, se procede a seleccionar la combinación de parámetros utilizados del modelo, para posteriormente establecer cuales registraron un mejor *fit* (% *fit*).
- Se formula el modelo seleccionado resultante, en función del espacio de estados del sistema.

B.- Control

- Se procede a ejecutar el código para la etapa del controlador, incorporando el modelo resultante de la etapa de identificación anterior.
- Se establecen restricciones del sistema.
- Se generan las gráficas donde se puede observar el planteamiento de los valores que se recomienda para llegar al valor de referencia optimizando de esta manera la cantidad de reactivos necesarios para alcanzar el valor de referencia deseado.

Capítulo 3

3 Análisis de resultados

3.1 Estructura ARX

3.1.1 Evaluación de la estructura ARX

Para la obtención del modelo propuesto, se procede a ejecutar el código, en este caso correspondiente a la estructura ARX (Ver Anexo 2), con un periodo de muestreo ($T_s=1$) de 1 día, obteniéndose los resultados correspondientes al orden de los parámetros de la estructura ARX y su correspondiente *fit* (%), (ver Anexo 4).

3.1.2 Determinación de los parámetros de la estructura ARX

En la tabla 8 se puede evidenciar la evaluación de los parámetros que acompañan al modelo ARX (n_a , n_b y n_k), y su respectivo ajuste (*fit* %) correspondiente. De dicha tabla se puede evidenciar que el set de parámetros (diferentes de cero), que mejor se ajusta al sistema corresponden a la combinación cuyo detalle se detalla a continuación (ver Tabla 4):

Tabla 4

Parámetros de la estructura ARX resultante

na	nb	nk	fit %
4	5	4	93.21

Fuente: Investigación, 2023

3.2 Estructura ARMAX

3.2.1 Evaluación de la estructura ARMAX

Continuando la misma técnica, se procede a evaluar los parámetros y el ajuste (*fit* %) para la obtención del modelo propuesto (ARMAX), se procede a ejecutar el código según el Anexo 2, en este caso correspondiente a la estructura ARMAX propuesto, obteniéndose los

resultados correspondientes al orden de los parámetros de la estructura ARMAX y su ajuste (ver Anexo 5).

3.2.2 *Determinación de los parámetros de la estructura ARMAX*

En la tabla 5 se puede evidenciar la evaluación de los parámetros que acompañan al modelo ARMAX (na, nb, nc y nk), y su respectivo *fit* (%*fit*) correspondiente. De acuerdo con dicha tabla, se puede confirmar que el set de parámetros (diferente de cero), que mejor se ajusta al sistema corresponden a la iteración 238, cuyo detalle se resume a continuación:

Tabla 5

Parámetros de la estructura ARMAX resultante

na	nb	nc	nk	fit %
4	3	4	2	92,39

Fuente: Investigación, 2024

3.3 Estructura OE

3.3.1 *Evaluación de la estructura OE*

Luego de correr el algoritmo de la estructura OE (Anexo 2), se procede a generar el archivo en EXCEL, con los parámetros evaluados y su respectivo fit, tal como se muestra en el Anexo 6

3.3.2 *Determinación de los parámetros de la estructura OE*

Luego de la corrida del código, se procede a obtener las combinaciones posibles para la estructura OE (Output Error), donde según el criterio del ajuste y del costo computacional (menor orden posible), se tiene que los parámetros (na, nf y nk), finalmente seleccionados para esta estructura se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6

Parámetros de la estructura OE resultante

nb	nf	nk	fit%
1	4	3	94,12

Fuente: Investigación, 2023

3.4 Estructura BJ

3.4.1 Evaluación de la estructura BJ

Se procede a correr el algoritmo correspondiente a la estructura BJ (*Box Jenkins*), luego de lo cual se obtienen las combinaciones del orden de los parámetros, los cuales se muestran en el Anexo 7.

3.4.2 Determinación de los parámetros de la estructura BJ

Luego de la ejecución del código para la estructura BJ, y de obtener las combinaciones posibles para la estructura BJ (*Box Jenkins*), donde según el criterio del *fit%* y del costo computacional, se tiene que los parámetros (nb, nc, nd, nf y nk), finalmente seleccionados para esta estructura se muestran en la Tabla 7

Tabla 7

Parámetros de la estructura BJ resultante

nb	nc	nd	nf	nk	fit%
1	2	2	2	2	86,64

Fuente: Investigación, 2024

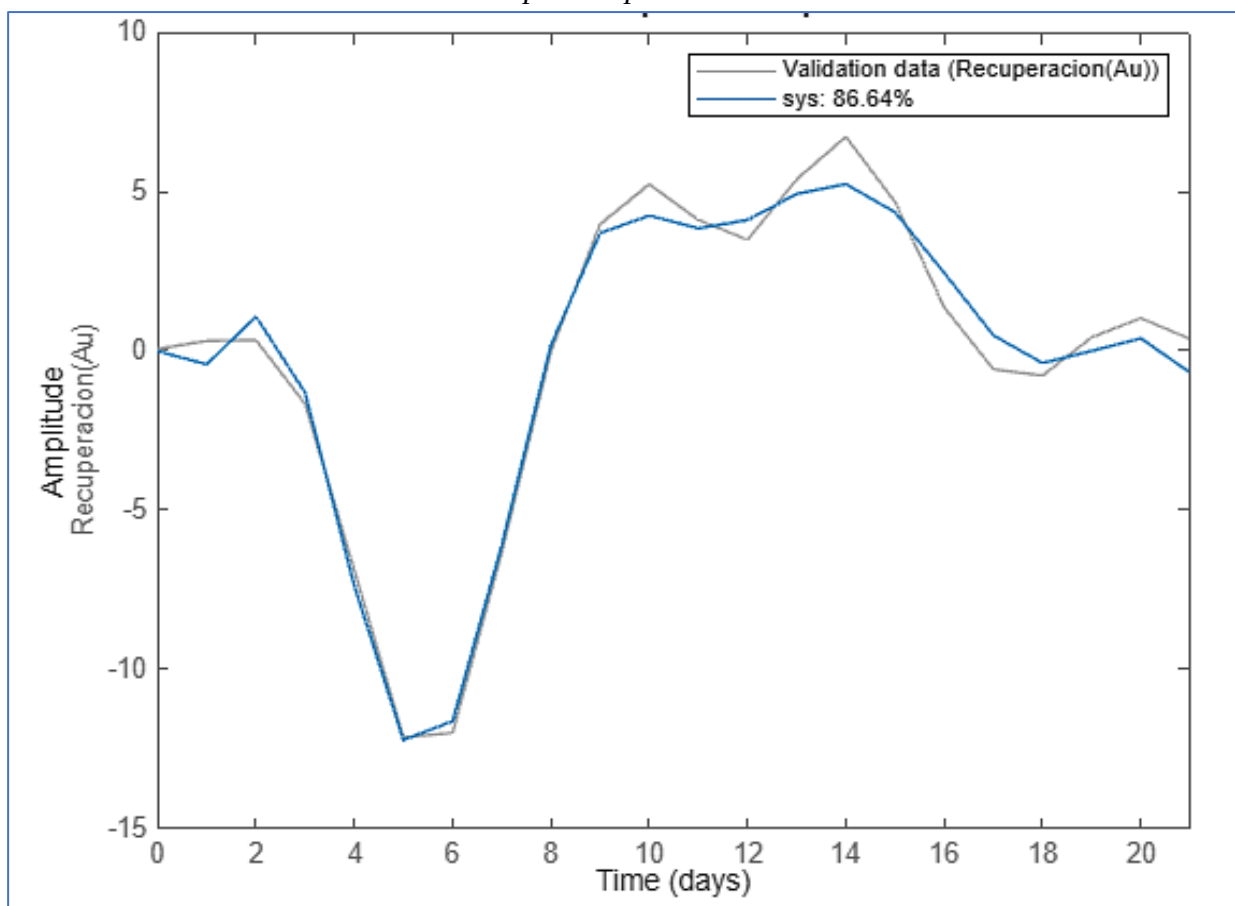
3.5 Modelo de planta resultante

Una vez realizada la búsqueda exhaustiva, así como la selección de los parámetros que proporcionan el mejor ajuste, según las Tabla 7, se tiene la estructura BJ que tiene el *fit%* de

86,64%, con el coste computacional bajo (orden 2), los cuales permitirán calcular matemáticamente la función de transferencia. Por ende, se define la estructura resultante de la Planta, tal como se representa en la Figura 16, donde se compara de manera gráfica la dinámica del sistema por medio de la curva de Recuperación de Au, establecido en la data (validation data) vs. la gráfica generada por la modelación de la planta (sys), con el correspondiente ajuste

Figura 16

Modelo BJ para la planta resultante



Fuente: Investigación, 2024

Con la finalidad de realizar una identificación paramétrica del modelo, es necesario restar a los datos de recuperación el valor medio de dicha variable, que es el punto de

equilibrio alrededor del cual se realizó la identificación, en este caso un 95%. Por ese motivo los datos de la Figura 16 se encuentran centrados alrededor de un 0%.

La Figura 16 además se ilustra la dinámica de la salida del proceso (productividad de Au) y los datos correspondientes a la validación utilizados en la modelación. Es importante notar que la fórmula de ajuste o *fit (%)* puede dar valores negativos cuando es mejor utilizar la media de los valores reales para predecir los datos que el propio modelo. Un ajuste (*fit%*) negativo indica que la diferencia entre los valores predichos y los valores reales es mayor que la variabilidad natural de los datos reales. Si las predicciones del modelo están muy alejadas de los valores reales, el error de predicción será grande. En este caso, la cantidad de error en el numerador de la fórmula será mayor que la variación de los datos con respecto a su media, lo que puede llevar a un *fit* negativo, este criterio se aplica tanto para el modelo de la Planta, así como para la Perturbación y están dados por la ecuación [2]. En el caso del modelo resultante de la Planta se puede representar como una estructura BJ en tiempo discreto según la ecuación [6]:

$$y(t) = \frac{B(z)}{F(z)} u(t) + \frac{C(z)}{D(z)} e(t), \text{ donde se tiene que:}$$

$$B(z) = 0.0422 z^{-2} \quad [7]$$

$$C(z) = 1 + 0.1613 z^{-1} - 0.7659 z^{-2} \quad [8]$$

$$D(z) = 1 - 0.8956 z^{-1} + 0.7893 z^{-2} \quad [9]$$

$$F(z) = 1 - 1.654 z^{-1} + 0.7134 z^{-2} \quad [10]$$

La Planta de lixiviación se representa como una función de transferencia de tiempo continuo (s) y está dada por:

$$Planta(s) = \frac{0.042s}{s^2 - 1.65s + 0.71} \quad [11]$$

Las matrices de espacios estado: A, B, C y D; del sistema están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 1.6538 & -0.7134 \\ 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0.1689 \quad 0]$$

$$D = [0]$$

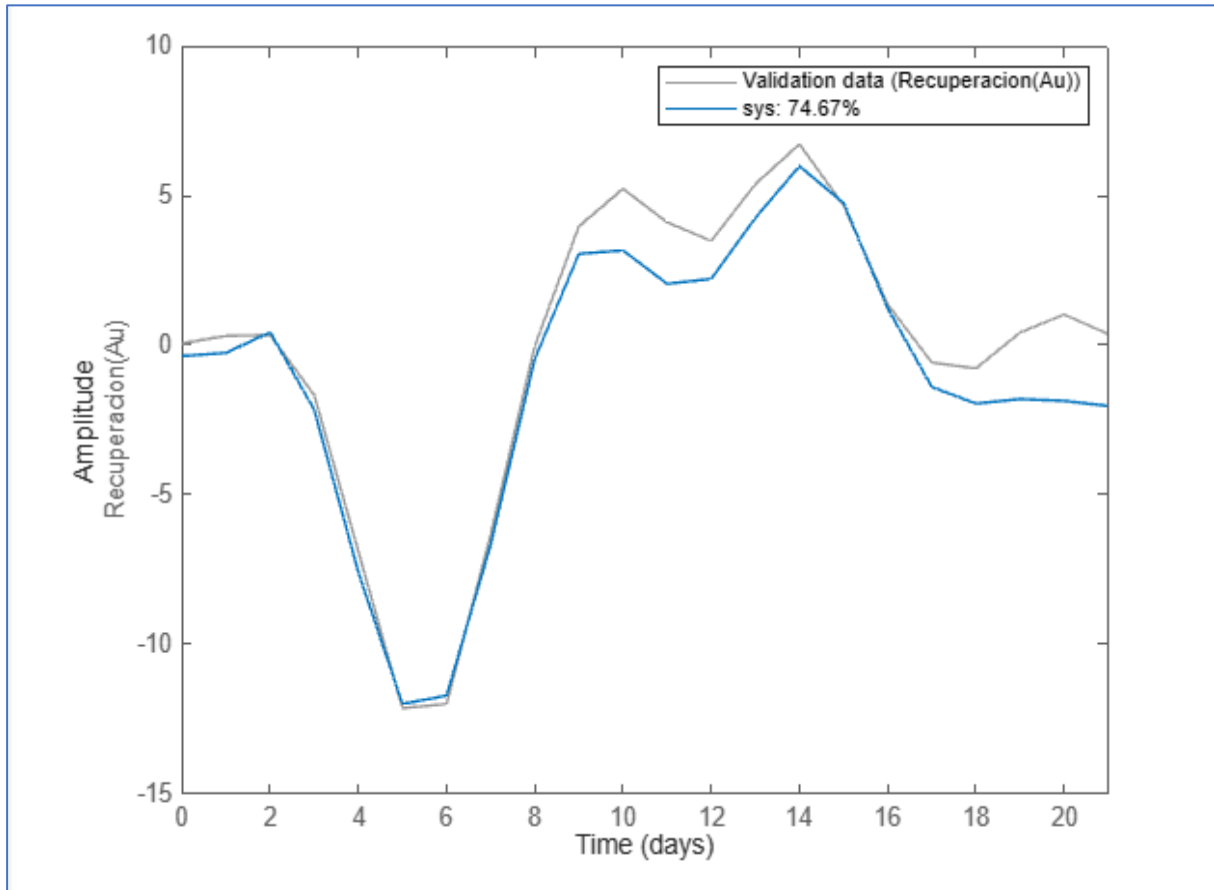
Se procede a modelar la perturbación del sistema (pH), con la finalidad de obtener su respectiva representación en diagrama de bloques en Simulink®. El código de MatLab® para tal efecto se adjunta en el Anexo 2. Luego de su respectiva corrida y selección de sus parámetros se obtienen la gráfica (Figura 17), que representa la dinámica comparativa entre la salida real y la salida modelada por efecto de la perturbación, se muestran además sus matrices de estado y función de transferencia respectiva.

Se establece la función de transferencia para determinar la señal de la perturbación del sistema (pH), esta función se calculó de orden similar a la planta (segundo orden), y a partir de la misma estructura (BJ), por medio de un código similar al que se utilizó para calcular la planta, se tiene que la perturbación en espacio de estados se define como:

$$Perturbacion(s) = \frac{1.511 s}{s^2 - 0.94 s + 0.79} \quad [12]$$

Figura 17

Modelo BJ para la perturbación



Fuente: Investigación, 2024

3.6 Etapa de control

Para la corrida del código se parametriza inicialmente los pesos, así como las restricciones del controlador, se elige el *setpoint* o valor de referencia al que se desea que el controlador realice su tarea, es decir se propone la meta (productividad de Au) a la que se desea llegar en base a la entrada de cianuración realizada. Los parámetros y las restricciones se detallan en las Tabla 8.

Tabla 8*Parámetros del MPC*

Parámetro	Simbología	Valor
Horizonte de predicción	p	10
Horizonte de desplazamiento	m	4
Pesos del controlador:	W	
Variable manipulada	W,VM	90
Variable de salida	W.OV	90
Restricciones:		
Variable medible mínima	MV.min	0
Variable medible máxima	MV.max	100
Variable medible objetivo	MV.target	95
Variable de salida mínima	OV.min	0
Variable de salida máxima	OV.max	100

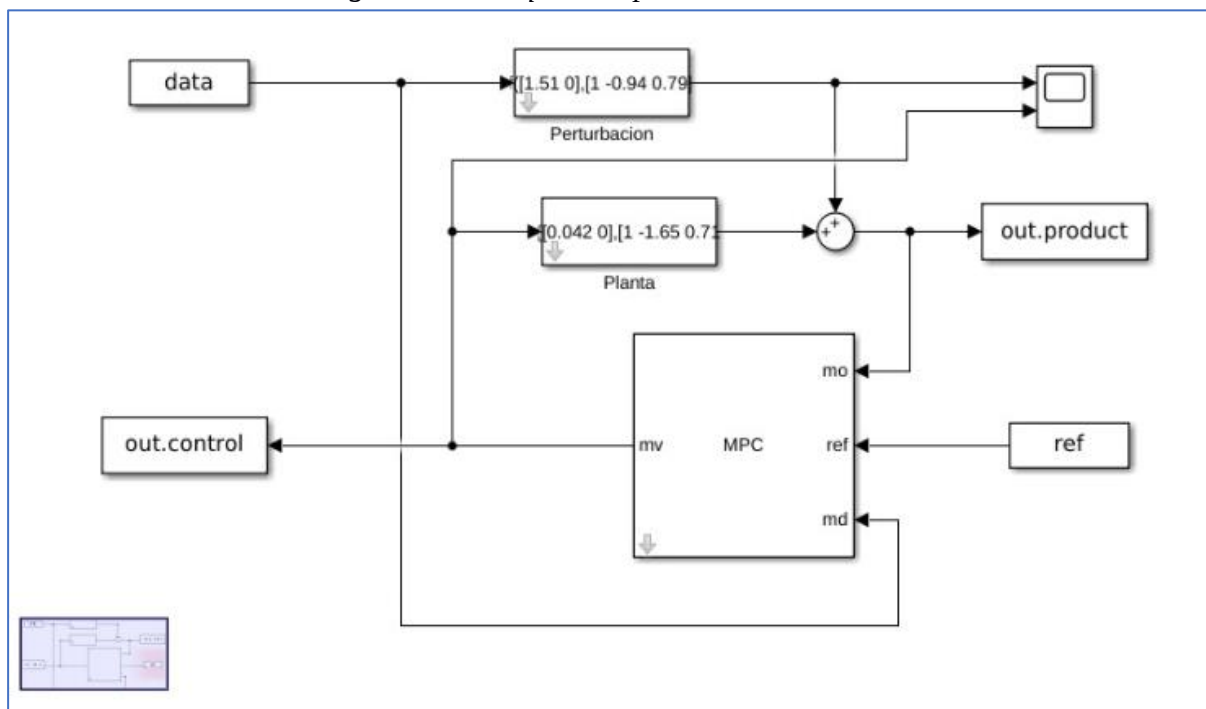
Fuente: Investigación, 2024

Para obtener los resultados correspondientes al control, es necesario además del *script* (código) del programa, enlazar desde el Simulink®, el diagrama de bloques que representa el sistema que consta del modelo, la perturbación y la etapa de control (ver Figura 18).

Donde se procede a parametrizar la Perturbación, a partir de la función de transferencia -Perturbacion-, así mismo la Planta está representada por la respectiva función de transferencia, el controlador MPC que fue escogido para realizar el control del proceso; las señales de referencia para configurar el *setpoint* que son necesarias para calcular la respuesta del sistema dinámico.

Figura 18

Diagrama de bloques del proceso en Simulink®



Fuente: Simulink®, 2024

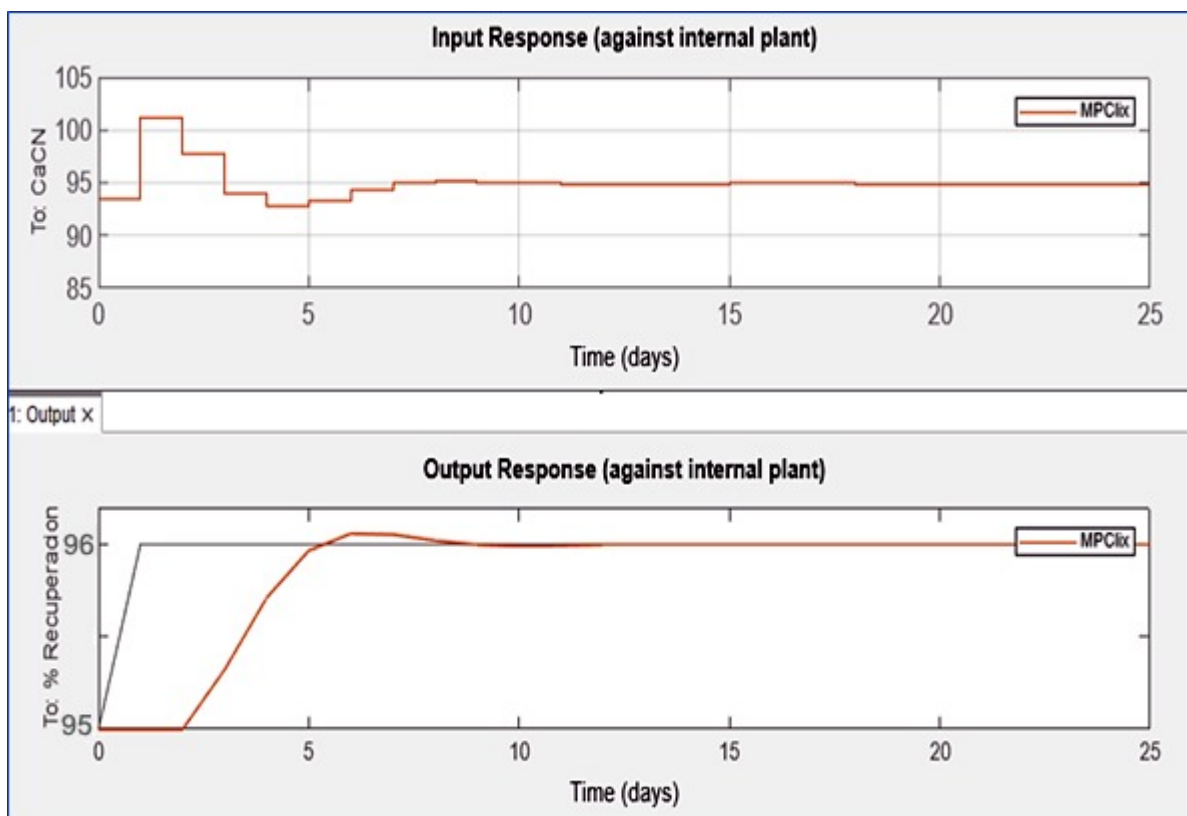
Finalmente las etiquetas para representar las señales de control (cianuración), de la perturbación del pH (data) y de la salida (out.product) para el % de recuperación de oro en el controlador, el código en referencia se lo presenta en el Anexo 3. Luego de ejecutar el script del MatLab® y enlazar el respectivo diagrama Simulink®, se obtiene la graficas de las señales de control y de salida (ver Figura 19).

En la Figura 19, puede establecerse la dosificación del NaCN, para poder obtener el sistema estable y con el *setpoint* seleccionado, en este caso se ha ajustado al 95% manteniendo la señal estable a la salida del proceso. La figura indica además cuál sería la dosificación del cianuro de cal propuesta por el controlador MPC, para poder estabilizar la planta de lixiviación, es necesario acotar que este tipo de control está sujeto al *tunning* que hace que el control sea más rápido/robusto según el criterio del diseño. Es decir, se puede

ajustar el controlador para que sea más lento pero más robusto o más rápido pero menos estable.

Figura 19

Respuesta del Controlador para la dosificación de NaCN y estabilidad del sistema



Fuente: Simulink®, 2024

Se ha escogido como señal de referencia o *setpoint*, al valor de 95 (MV-Medible Variable), que constituye el 95% que se desea conseguir en % de recuperación (ref.) de Au dentro del proceso (ver Figura 17). Una de las señales de entrada al sistema, mas no a la planta, la constituye el pH (perturbación), pero al ser una señal de perturbación medible (MD-Medible Disturbance) correspondiente al pH observado. Así mismo en dicha Figura, se puede apreciar la estabilización del sistema en función a la sintonía de los parámetros observados en las Tabla 8.

3.7 Análisis comparativo

Si se comparan los datos obtenidos de la data del proceso llevada a cabo en Excel (Anexo 1) y se compara con la señal de salida del controlador MPC (Figura 18), se puede establecer que, mediante la implementación de las técnicas clásicas de control, y de forma específica mediante la utilización de un MPC, se puede llegar a obtener al corto plazo, luego de la estabilización del sistema, valores de productividad constantes aproximados a la meta deseada de producción de oro (*setpoint*),

Lo que proporciona en primer lugar una estabilización del sistema de lixiviación de oro, así como la optimización de recursos e insumos (dosificación de NaCN), permitiendo reducir reactivos químicos lo que incide en mejoras en el manejo ambiental y financiero de la empresa.

Es necesario acotar que el tipo de excitación de sistema (*data y control*), así como la sintonización o *tunning* del control son variables que se pueden variar con la finalidad de obtener señales más o menos rápidas o estables en el tiempo. Por lo que se podría plantear a manera de trabajos futuros experimentar con estos parámetros con miras a mejorar la presente propuesta.

Capítulo 4

4 Conclusiones y Recomendaciones

4.1 Conclusiones

A partir de los datos procesados del Anexo 1, se obtiene el modelo matemático que describe el proceso de lixiviación de oro (Planta), el cual se lo detalla en la expresión [7], este representa el proceso de lixiviación por cianuración a partir de una estructura BJ con un ajuste del 86,64%. Dicho modelo o Planta(s), se concatena con el controlador descrito en la Figura 18 para finalmente obtener la respuesta del MPC para controlar el proceso y obtener la meta de producción (% de recuperación de oro) al 95%, como valor de ajuste referencial de recuperación de oro propuesto.

La respuesta del código del algoritmo, propone una estrategia de control, la cual sugiere que el proceso (es decir el proceso de lixiviación por cianuración), se estabiliza a partir del 7mo. día, y que a partir de ese momento, el proceso llega a la meta (*setpoint*) del sistema, es decir llegar al 95% de la recuperación, este porcentaje corresponde a la cantidad de recuperación de oro a obtener, manteniendo este valor de forma constante (según el *tunning*) de la parametrización.

Respecto al análisis comparativo entre el esquema tradicional y el esquema propuesto para establecer la efectividad del control predictivo propuesto en la empresa minera, se pudo establecer que el proceso tradicional que se lleva a cabo en la planta, no propone una estabilización en el nivel de producción o porcentaje de recuperación de oro, mientras que en la solución propuesta, este porcentaje se mantiene estable en el tiempo, sin necesidad de aumentar los parámetros de entrada, en este caso de cantidad adicional de cianuro.

3.2 Recomendaciones

Se recomienda instar al personal de la empresa a llevar a cabo registros y manejo de la información de manera más exhaustiva, debido a que este tipo de control depende exclusivamente del tamaño de la data del proceso, así como la contemplación de variables que muchas veces son no medibles pero que inciden de forma considerable en el sistema.

En ese mismo sentido se recomienda a nivel operativo, debido a que el personal que pertenece a esa área se lo puede considerar como los dueños del proceso, ya que están al tanto de las variables intervinientes en el mismo, tomar en cuenta todas las variables que intervinieren en el sistema y que sean del tipo medibles y que a su consideración puedan ser intervinientes en el comportamiento de la lixiviación; tales como temperatura, humedad relativa, entre otras; presentes. Esta información se considera relevante al momento de elaborar la data e identificar el modelo que describe la dinámica del proceso de manera más exacta.

Por último, se recomienda a los directivos de la empresa a tomar en cuenta este tipo de propuesta que siendo de tipo referencial, se podría llegar a implementar de forma física, ya que los parámetros con los cuales ha sido llevada a cabo corresponden a datos reales y actuales en la compañía, No deja de ser una referencia valida al momento de plantear una mejora en la productividad de la empresa.

Bibliografía

- BCE. (2017, Enero 1). *Reporte de Minería*. Retrieved from <https://contenido.bce.fin.ec/documentos/Estadisticas/Hidrocarburos/ReporteMinero012017.pdf>
- BCE. (2022, Julio). *Boletín del Sector Minero*. Retrieved from <https://contenido.bce.fin.ec/documentos/Estadisticas/Hidrocarburos/ReporteMinero072022.pdf>
- Coop. Minera Bella Rica. (2023). Retrieved from <https://bellarica.org/index.php/desarrollo-tecnico/111-eliminacion-del-arsenico-de-minerales-refractarios>
- Estay, H., Lois, P., Montes, G., & Ruiz, J. (2023). Metallurgy, On the Challenges of Applying Machine Learning in Mineral Processing and Extractive. *Minerals*, 1-14.
- Hlabangana, N., Bhebhe, S., Mguni, N., Danha, G., & Tshuma, J. (2018). Optimisation of the Leaching Parameters of a Gold Ore in Sodium Cyanide Solution. *International Journal of Engineering Research and Reviews* , 1-10.
- Horner, M., Pakzad, S. N., & Sila, N. (2019). Parameter Estimation of Autoregressive-Exogenous and Autoregressive Models Subject to Missing Data Using Expectation Maximization. *Frontiers in Built Environment*, 1-18.
- Jun, Z., Yuanyuan, T., Shujia, L., Yanhong, W., & Runda, J. (2019). Comparison of Alternative Strategies Estimating the Kinetic Reaction Rate of the Gold Cyanidation Leaching Process. *ACS Omega* , 19880-19894.
- Laker, M. (2023). Environmental Impacts of Gold Mining—With Special Reference to South Africa. *Mining*, 205-220.

- Liu, M., Huaguan, L., Yunlai, Z., Weilun, W., & Feng, X. (2019). Substructural damage detection in shear structures via ARMAX model and optimal subpattern assignment distance. *Engineering Structures*, 625-639.
- Ortiz, N. P. (2021). *Biolixiviación como pretratamiento a minerales auríferos*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos .
- Schwenzer, M., Ay, M., Bergs, T., & Abel, D. (2021). Review on model predictive control: an engineering perspective. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1327-1349.
- Tyrone Rafael Borja; José Ricardo Moreno. (2015). *Estudio para la optimización de un circuito flotacióncyanuración de concentrados sulfurosos en la planta de*.
- Yahya, F. N., H, F., Ibrahim, W. H., Aziz, B. A., & Suli, L. N. (2020). Simulation of leaching process of gold by cyanidation. *Energy Security and Chemical Engineering Congress*, 1-9.

ANEXOS

Anexo 1: Registros de producción

CONTROL METALÚRGICO - LIXIVIACIÓN

FECHA	NaCN	pH	CaO	CABEZA (gr/ton)		COLA (gr/ton)			CONT. MET		% Recuperacion	Hrs.	TMSPD
	Kg		Kg	Solido	Liquido	Solido	Liquido	(S+L)	Solido	Soluble	Lixiviacion	Operación	
7/10/2021	91	12,1	169	3,92	3,44	0,35	0,10	0,45	150,63	144,99	86,92	17	43,41
8/10/2021	132	12,2	245	3,59	2,73	0,45	0,05	0,50	199,40	172,94	81,68	24	64,53
9/10/2021	112	12,7	246	5,41	2,94	0,70	0,03	0,73	288,24	179,23	75,17	23	61,59
10/10/2021	143	12,4	225	5,73	2,85	0,72	0,04	0,76	310,08	175,32	73,33	24	62,39
11/10/2021	116	12,9	210	5,73	2,85	0,72	0,04	0,76	275,04	155,51	73,33	21	55,34
12/10/2021	120	12,5	235	6,65	3,54	0,68	0,04	0,72	370,51	218,68	79,66	24	62,48
13/10/2021	113	12,3	216	6,50	4,85	0,62	0,05	0,67	313,83	258,38	86,19	24	53,83
14/10/2021	108	12,2	210	6,63	5,35	0,60	0,04	0,64	325,08	288,17	88,04	24	54,27
15/10/2021	79	12,6	158	6,03	7,07	0,63	0,03	0,66	216,57	283,92	90,66	19	40,33
16/10/2021	100	12,8	205	5,72	4,59	0,61	0,03	0,64	253,54	227,59	86,06	24	49,91
17/10/2021	87	12,1	201	5,83	6,63	0,59	0,03	0,62	249,35	315,88	90,65	24	47,86
18/10/2021	105	12	221	5,61	7,51	0,62	0,04	0,66	248,79	375,44	91,21	24	50,26
19/10/2021	100	12,7	225	6,06	5,96	0,60	0,03	0,63	274,70	300,00	89,43	24	50,59
20/10/2021	95	12,3	202	5,75	6,82	0,58	0,05	0,63	253,44	335,12	90,76	24	49,50
21/10/2021	117	12,8	210	5,86	3,92	0,56	0,04	0,60	268,73	198,23	84,69	24	51,09
22/10/2021	95	12,4	205	5,58	3,31	0,54	0,03	0,57	250,55	164,03	82,78	24	50,01
23/10/2021	110	12,7	215	6,06	4,85	0,57	0,05	0,62	284,29	250,85	87,22	24	52,26
24/10/2021	58	12,5	120	6,79	3,73	0,54	0,03	0,57	163,40	97,20	84,72	13	26,27
26/10/2021	65	12,7	140	6	3,73	0,62	0,03	0,65	155,52	107,56	82,57	14	29,07
27/10/2021	100	12,2	225	6,14	5,73	0,62	0,04	0,66	275,42	285,98	88,48	24	50,26
28/10/2021	100	12,6	225	6,73	5,83	0,72	0,05	0,77	300,50	291,43	86,79	24	50,42
29/10/2021	68	12,4	150	6,5	5,83	0,62	0,05	0,67	208,54	206,75	88,51	17	35,77
				5,86	4,73	0,60	0,04		5636,17	5033,19			1091,44

Anexo 2: Códigos de programación

a).- Estructura ARX

```
clc
clear all;
close all;
cls;

ue=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
ye=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yMax=1e+5;
ye(ye>yMax)=yMax;

datae=iddata(ye,ue,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datae.InputName={'NaCN'};
datae.TimeUnit='Days';
datae.OutputName='Recuperacion(Au)';
datae.InputUnit={'Kg'};
datae.OutputUnit='o/o';

uv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
yv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yv(yv>yMax)=yMax;

datav=iddata(yv,uv,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datav.InputName={'NaCN'};
datav.TimeUnit='Days';
datav.OutputName='Recuperacion(Au)';
datav.InputUnit={'Kg'};
datav.OutputUnit='o/o';

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

c=1;
for i=1:5
    for j=1:5
        for k=1:5
            na=i;
            nb=[j];
            nk=[k];
            nn=[na nb nk];
            sys=arx(datae,nn)
```

```

F=sys.Report.Fit.FitPercent;
[yc,fit,x0]=compare(datav,sys);

A(c)=i;
B(c)=j;
C(c)=k;
D(c)=fit;
E(c)=F;
c=c+1;
end
end
end

A=A';
B=B';
C=C';
D=D';
E=E';

writematrix(A,'testdataARX.xlsx','Sheet',1,'Range','A1:A125')
writematrix(B,'testdataARX.xlsx','Sheet',1,'Range','B1:B125')
writematrix(C,'testdataARX.xlsx','Sheet',1,'Range','C1:C125')
writematrix(D,'testdataARX.xlsx','Sheet',1,'Range','D1:D125')
writematrix(E,'testdataARX.xlsx','Sheet',1,'Range','E1:E125')

```

b).- Estructura ARMAX

```
clc
clear all;
close all;
ls;

ue=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
ye=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yMax=1e+5;
ye(ye>yMax)=yMax;

datae=iddata(ye,ue,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datae.InputName={'NaCN'};
datae.TimeUnit='Days';
datae.OutputName='Recuperacion(Au)';
datae.InputUnit={'Kg'};
datae.OutputUnit='o/o';

uv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
yv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yv(yv>yMax)=yMax;

datav=iddata(yv,uv,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datav.InputName={'NaCN'};
datav.TimeUnit='Days';
datav.OutputName='Recuperacion(Au)';
datav.InputUnit={'Kg'};
datav.OutputUnit='o/o';

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

c=1;
for i=1:4
    for j=1:4
        for k=1:4
            for l=1:4
                na=i;
                nb=[j];
                nc=k;
                nk=[l];
```

```

nn=[na nb nc nk];
sys=armax(datae,nn)
F=sys.Report.Fit.FitPercent;
[yc,fit,x0]=compare(datav,sys);

A(c)=i;
B(c)=j;
C(c)=k;
D(c)=l;
E(c)=fit;
F(c)=F;
c=c+1;
end
end
end
end

A=A';
B=B';
C=C';
D=D';
E=E';
F=F';

writematrix(A,'testdataARMAX_planta_1in.xlsx','Sheet',1,'Range','A1:A300');
writematrix(B,'testdataARMAX_planta_1in.xlsx','Sheet',1,'Range','B1:B300');
writematrix(C,'testdataARMAX_planta_1in.xlsx','Sheet',1,'Range','C1:C300');
writematrix(D,'testdataARMAX_planta_1in.xlsx','Sheet',1,'Range','D1:D300');
writematrix(E,'testdataARMAX_planta_1in.xlsx','Sheet',1,'Range','E1:E300');
writematrix(F,'testdataARMAX_planta_1in.xlsx','Sheet',1,'Range','F1:F300');

```

c).- Estructura OE

```
clc
clear all;
close all;
ls;

ue=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
ye=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yMax=1e+5;
ye(ye>yMax)=yMax;

datae=iddata(ye,ue,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datae.InputName={'NaCN'};
datae.TimeUnit='Days';
datae.OutputName='Recuperacion(Au)';
datae.InputUnit={'Kg'};
datae.OutputUnit='o/o';

uv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
yv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yv(yv>yMax)=yMax;

datav=iddata(yv,uv,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datav.InputName={'NaCN'};
datav.TimeUnit='Days';
datav.OutputName='Recuperacion(Au)';
datav.InputUnit={'Kg'};
datav.OutputUnit='o/o';

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

c=1;
for i=1:4
    for j=1:4
        for k=1:4
            nb=i;
            nf=j;
            nk=k;
            nn=[nb nf nk];
            sys=oe(datae,nn)
            F=sys.Report.Fit.FitPercent;
```

```

[yc,fit,x0]=compare(datav,sys);

A(c)=i;
B(c)=j;
C(c)=k;
D(c)=fit;
E(c)=F;
c=c+1;

    end
end
end

A=A';
B=B';
C=C';
D=D';
E=E';

writematrix(A,'testdataOE.xlsx','Sheet',1,'Range','A1:A125')
writematrix(B,'testdataOE.xlsx','Sheet',1,'Range','B1:B125')
writematrix(C,'testdataOE.xlsx','Sheet',1,'Range','C1:C125')
writematrix(D,'testdataOE.xlsx','Sheet',1,'Range','D1:D125')
writematrix(E,'testdataOE.xlsx','Sheet',1,'Range','E1:E125')

```

d).- Estructura BJ

```
clc
clear all;
close all;
ls;

ue=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','C10:C31');
ye=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yMax=1e+5;
ye(ye>yMax)=yMax;

datae=iddata(ye,ue,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datae.InputName='NaCN';
datae.TimeUnit='Days';
datae.OutputName='Recuperacion(Au)';
datae.InputUnit='Kg';
datae.OutputUnit='o/o';

uv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','C10:C31');
yv=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');

yv(yv>yMax)=yMax;

datav=iddata(yv,uv,1,'TimeUnit','Days','Tstart',0);
datav.InputName={'NaCN'};
datav.TimeUnit='Days';
datav.OutputName='Recuperacion(Au)';
datav.InputUnit='Kg';
datav.OutputUnit='o/o';

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

wmin=0;
wmax=2;
datae=detrend(datae);
datae=idfilt(datae,[wmin wmax]);
datav=detrend(datav);
datav=idfilt(datav,[wmin wmax]);

c=1;
for i=1:3
    for j=1:3
        for k=1:3
            for l=1:3
                for m=1:3
                    nb=i;
                    nc=j;
                    nd=k;
                    nf=l;
```

```

nk=m;

nn=[nb nc nd nf nk];
sys=bj(datae,nn);
G=sys.Report.Fit.FitPercent;
[yc,fit,x0]=compare(dataav,sys);

A(c)=i;
B(c)=j;
C(c)=k;
D(c)=l;
E(c)=m;
F(c)=fit;
G(c)=G;
c=c+1;
end
end
end
end
end

A=A';
B=B';
C=C';
D=D';
E=E';
F=F';
G=G';
writematrix(A,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','A1:A300');
writematrix(B,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','B1:B300');
writematrix(C,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','C1:C300');
writematrix(D,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','D1:D300');
writematrix(E,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','E1:E300');
writematrix(F,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','F1:F300');
writematrix(G,'testdataBJ_pert.xlsx','Sheet',1,'Range','G1:G300');

```

Anexo 3: Código del controlador MPC

```
load ('Planta.mat');
A=sys.A;
B=sys.B;
C=sys.C;
D=sys.D;

u=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','B10:B31');
y=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','M10:M31');
Planta.InputName = {'NaCN'};
Planta.OutputName = {'% Recuperacion'};
InputUnit = 'Kg';
OutputUnit = '%';

Planta=setmpcsignals(Planta,'MV',1,'MO',1);
p=10;
m=4;

pH=readmatrix('data4.xlsx','Sheet',1,'Range','C10:C31'); % Perturbacion (MD)

T=1:1:22
T=T';
T=days(T);

data=timetable(T,pH)
setpoint=90; % setpoint (ref)

u=timetable(T,u)

ref=90;
ref=90*ones(22,1);
ref=timetable(T,ref);

control=out.control;
control.TimeInfo.Units = 'Days';

product=out.product;
product.TimeInfo.Units='Days';

MPClix=mpc(sys,Ts,p,m);
sys.TimeUnit='Days';
```

Anexo 4: Resultados de la búsqueda exhaustiva de parámetro del modelo ARX

Parámetros para la estructura ARX (Ts=1)

na	nb	nk	fit (%)
1	1	1	4,06
1	1	2	21,54
1	1	3	14,24
1	1	4	18,67
1	1	5	20,70
1	2	1	34,82
1	2	2	24,38
1	2	3	19,53
1	2	4	27,39
1	2	5	27,69
1	3	1	39,53
1	3	2	32,83
1	3	3	32,39
1	3	4	36,65
1	3	5	35,15
1	4	1	49,17
1	4	2	48,56
1	4	3	50,44
1	4	4	50,39
1	4	5	46,94
1	5	1	60,89
1	5	2	60,72
1	5	3	59,71
1	5	4	50,69
1	5	5	60,83
2	1	1	26,00
2	1	2	20,67
2	1	3	18,31
2	1	4	17,67
2	1	5	17,51
2	2	1	24,67
2	2	2	20,83
2	2	3	17,55
2	2	4	18,43
2	2	5	21,84
2	3	1	35,05
2	3	2	31,26
2	3	3	30,16

**Parámetros para la estructura ARX
(Ts=1)**

na	nb	nk	fit (%)
2	3	4	34,01
2	3	5	37,09
2	4	1	46,55
2	4	2	48,70
2	4	3	51,74
2	4	4	51,77
2	4	5	47,52
2	5	1	55,08
2	5	2	59,86
2	5	3	61,72
2	5	4	61,53
2	5	5	58,31
3	1	1	23,97
3	1	2	28,81
3	1	3	54,56
3	1	4	56,70
3	1	5	54,63
3	2	1	41,90
3	2	2	55,68
3	2	3	55,89
3	2	4	54,30
3	2	5	54,49
3	3	1	55,59
3	3	2	54,95
3	3	3	51,45
3	3	4	50,61
3	3	5	50,86
3	4	1	64,30
3	4	2	67,58
3	4	3	67,25
3	4	4	68,84
3	4	5	73,30
3	5	1	82,31
3	5	2	79,58
3	5	3	70,56
3	5	4	81,19
3	5	5	82,24
4	1	1	72,29
4	1	2	75,35
4	1	3	86,55

**Parámetros para la estructura ARX
(Ts=1)**

na	nb	nk	fit (%)
4	1	4	83,25
4	1	5	74,46
4	2	1	78,16
4	2	2	86,08
4	2	3	87,63
4	2	4	80,81
4	2	5	73,45
4	3	1	80,76
4	3	2	87,33
4	3	3	86,99
4	3	4	83,33
4	3	5	80,71
4	4	1	80,86
4	4	2	86,97
4	4	3	85,28
4	4	4	84,87
4	4	5	80,73
4	5	1	84,51
4	5	2	86,42
4	5	3	82,11
4	5	4	93,21
4	5	5	84,14
5	1	1	68,13
5	1	2	66,79
5	1	3	74,73
5	1	4	79,44
5	1	5	76,30
5	2	1	69,89
5	2	2	74,65
5	2	3	80,98
5	2	4	80,75
5	2	5	76,26
5	3	1	75,12
5	3	2	81,26
5	3	3	83,18
5	3	4	87,17
5	3	5	89,14
5	4	1	80,52
5	4	2	83,29
5	4	3	86,32

**Parámetros para la estructura ARX
(Ts=1)**

na	nb	nk	fit (%)
5	4	4	91,02
5	4	5	91,24
5	5	1	84,74
5	5	2	86,75
5	5	3	75,31
5	5	4	91,38
5	5	5	88,16

Anexo 5: Resultados de la búsqueda exhaustiva de parámetro del modelo ARMAX

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
1	1	1	1	1	21,49
2	1	1	1	2	30,91
3	1	1	1	3	12,34
4	1	1	1	4	17,51
5	1	1	2	1	22,23
6	1	1	2	2	38,45
7	1	1	2	3	26,78
8	1	1	2	4	26,57
9	1	1	3	2	13,3
10	1	1	3	3	41,56
11	1	1	3	4	40,46
12	1	1	4	1	27,94
13	1	1	4	2	46,09
14	1	1	4	3	50,39
15	1	1	4	4	48,95
16	1	2	1	1	36,48
17	1	2	1	2	25,05
18	1	2	1	3	19,47
19	1	2	1	4	29,19
20	1	2	2	1	37,72
21	1	2	2	2	29,93
22	1	2	2	3	23,75
23	1	2	2	4	30,76
24	1	2	3	1	40,26
25	1	2	3	2	42,96
26	1	2	3	3	29,2
27	1	2	3	4	42,52
28	1	2	4	1	40,51
29	1	2	4	2	51,42
30	1	2	4	3	47,69
31	1	2	4	4	49,58
32	1	3	1	1	38,49
33	1	3	1	2	28,41
34	1	3	1	3	24,41
35	1	3	1	4	27,76
36	1	3	2	1	40,03
37	1	3	2	2	35,4
38	1	3	2	3	34,63
39	1	3	2	4	41,55

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
40	1	3	3	1	39,56
41	1	3	3	2	32,94
42	1	3	3	3	30,55
43	1	3	3	4	38,73
44	1	3	4	1	51,4
45	1	3	4	2	49,52
46	1	3	4	3	49,07
47	1	3	4	4	44,62
48	1	4	1	1	34,86
49	1	4	1	2	28,49
50	1	4	1	3	28,56
51	1	4	1	4	35,2
52	1	4	2	1	41,85
53	1	4	2	2	47,71
54	1	4	2	3	54,11
55	1	4	2	4	44,92
56	1	4	3	1	36,96
57	1	4	3	2	44,5
58	1	4	3	3	48,91
59	1	4	3	4	53,83
60	1	4	4	1	44,94
61	1	4	4	2	49,06
62	1	4	4	3	51,65
63	1	4	4	4	48,93
64	2	1	1	1	14,24
65	2	1	1	2	28,7
66	2	1	1	3	26,53
67	2	1	1	4	38,19
68	2	1	2	1	18,59
69	2	1	2	2	32,4
70	2	1	2	3	36,47
71	2	1	2	4	46,26
72	2	1	3	1	29,51
73	2	1	3	2	55,09
74	2	1	3	3	50,08
75	2	1	3	4	46,88
76	2	1	4	1	46,51
77	2	1	4	2	56,32
78	2	1	4	3	55,72
79	2	1	4	4	49,85
80	2	2	1	1	39,8

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
81	2	2	1	2	29,67
82	2	2	1	3	42,46
83	2	2	1	4	33,85
84	2	2	2	1	36,21
85	2	2	2	2	29,79
86	2	2	2	3	39,17
87	2	2	2	4	19,41
88	2	2	3	1	51,12
89	2	2	3	2	46,4
90	2	2	3	3	40,88
91	2	2	3	4	24,23
92	2	2	4	1	61,79
93	2	2	4	2	57,89
94	2	2	4	3	43,98
95	2	2	4	4	49,19
96	2	3	1	1	36,12
97	2	3	1	2	37,3
98	2	3	1	3	50,9
99	2	3	1	4	41,81
100	2	3	2	1	42,87
101	2	3	2	2	46,78
102	2	3	2	3	32,35
103	2	3	2	4	13,89
104	2	3	3	1	48,58
105	2	3	3	2	49,79
106	2	3	3	3	54,17
107	2	3	3	4	15,17
108	2	3	4	1	56,86
109	2	3	4	2	50,21
110	2	3	4	3	36,89
111	2	3	4	4	54,56
112	2	4	1	1	40,63
113	2	4	1	2	56,07
114	2	4	1	3	57,82
115	2	4	1	4	48,06
116	2	4	2	1	55
117	2	4	2	2	43,97
118	2	4	2	3	42,88
119	2	4	2	3	42,88
120	2	4	2	4	61,24
121	2	4	3	2	45,57

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
122	2	4	3	3	45,59
123	2	4	3	4	62,36
124	2	4	4	1	40,76
125	2	4	4	2	44,49
126	2	4	4	3	42,91
127	2	4	4	4	62,49
128	3	1	1	1	48,35
129	3	1	1	2	50,19
130	3	1	1	3	40,95
131	3	1	1	4	36,75
132	3	1	2	1	14,3
133	3	1	2	2	56,64
134	3	1	2	3	49,21
135	3	1	2	4	50,93
136	3	1	3	1	18,7
137	3	1	3	2	56,07
138	3	1	3	3	44,17
139	3	1	3	4	37,69
140	3	1	4	1	45,19
141	3	1	4	2	57
142	3	1	4	3	57,23
143	3	1	4	4	55,03
144	3	2	1	1	47,93
145	3	2	1	2	42,23
146	3	2	1	3	39,38
147	3	2	1	4	34,28
148	3	2	2	1	53,96
149	3	2	2	2	46,68
150	3	2	2	3	50,63
151	3	2	2	4	51,77
152	3	2	3	1	46,62
153	3	2	3	2	44,64
154	3	2	3	3	39,54
155	3	2	3	4	39,05
156	3	2	4	1	53,09
157	3	2	4	2	59,52
158	3	2	4	3	47,44
159	3	2	4	4	61,71
160	3	3	1	1	44,54
161	3	3	1	2	40,81
162	3	3	1	3	33,62

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
163	3	3	1	4	33,63
164	3	3	2	1	51,44
165	3	3	2	2	49,61
166	3	3	2	3	44,11
167	3	3	2	4	55,26
168	3	3	3	1	46,95
169	3	3	3	2	41,33
170	3	3	3	3	38,63
171	3	3	3	4	37,8
172	3	3	4	1	68,45
173	3	3	4	2	42,33
174	3	3	4	3	60,06
175	3	3	4	4	51,38
176	3	4	1	1	55,46
177	3	4	1	2	64,5
178	3	4	1	3	70,12
179	3	4	1	4	50,54
180	3	4	2	1	52,62
181	3	4	2	2	68,07
182	3	4	2	3	68,18
183	3	4	2	4	71,21
184	3	4	3	1	52,58
185	3	4	3	2	65,14
186	3	4	3	3	65,52
187	3	4	3	4	62,93
188	3	4	4	1	53,65
189	3	4	4	2	68,23
190	3	4	4	3	43,85
191	3	4	4	4	56,21
192	4	1	1	1	55,25
193	4	1	1	2	86,72
194	4	1	1	3	85,72
195	4	1	1	4	86,22
196	4	1	2	1	63,39
197	4	1	2	2	67,43
198	4	1	2	3	73,57
199	4	1	2	4	69,93
200	4	1	3	1	64,29
201	4	1	3	2	64,41
202	4	1	3	3	75,36
203	4	1	3	4	83,69

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
204	4	1	4	1	54,99
205	4	1	4	2	59,89
206	4	1	4	3	73,92
207	4	1	4	4	82,01
208	4	2	1	1	86,73
209	4	2	1	2	92,16
210	4	2	1	3	85,54
211	4	2	1	4	82,67
212	4	2	2	1	74,31
213	4	2	2	2	84,21
214	4	2	2	3	86,38
215	4	2	2	4	64,67
216	4	2	3	1	74,8
217	4	2	3	2	73,84
218	4	2	3	3	83,22
219	4	2	3	4	82,54
220	4	2	4	1	81,5
221	4	2	4	2	83,52
222	4	2	4	3	86,24
223	4	2	4	4	75,17
224	4	3	1	1	90,16
225	4	3	1	2	86,14
226	4	3	1	3	84,05
227	4	3	1	4	84,31
228	4	3	2	1	87,66
229	4	3	2	2	82,17
230	4	3	2	3	63,74
231	4	3	2	4	60,31
232	4	3	3	1	76,56
233	4	3	3	2	84,98
234	4	3	3	3	82,7
235	4	3	3	4	74,88
236	4	3	4	1	85,76
237	4	3	4	2	92,39
238	4	3	4	3	87,37
239	4	3	4	4	82,84
240	4	4	1	1	84,49
241	4	4	1	2	84,42
242	4	4	1	3	84,33
243	4	4	1	4	91,43
244	4	4	2	1	84,05

Parámetros para la estructura ARMAX (Ts=1).

Iter.	na	nb	nc	nk	fit %
245	4	4	2	2	63,68
246	4	4	2	3	62,66
247	4	4	2	4	60,47
248	4	4	3	1	70,11
249	4	4	3	2	90,28
250	4	4	3	3	73,7
251	4	4	3	4	60,45
252	4	4	4	1	87,05
253	4	4	4	2	87,84
254	4	4	4	3	83,69
255	4	4	4	4	80,88

Anexo 6: Resultados de la búsqueda exhaustiva de parámetro del modelo OE

Parámetros y fit para la estructura OE (Ts=1)

Iter.	nb	nf	nk	%fit
1	1	1	1	21,25
2	1	1	2	9,24
3	1	1	3	29,28
4	1	1	4	31,09
5	1	2	1	42,01
6	1	2	2	49,08
7	1	2	3	47,79
8	1	2	4	38,35
9	1	3	1	59,68
10	1	3	2	63,79
11	1	3	3	62,25
12	1	3	4	43,22
13	1	4	1	73,85
14	1	4	2	85,95
15	1	4	3	94,12
16	1	4	4	88,43
17	2	1	1	36,15
18	2	1	2	38,08
19	2	1	3	33,87
20	2	1	4	35,49
21	2	2	1	51,23
22	2	2	2	43,74
23	2	2	3	57,35
24	2	2	4	24,37
25	2	3	1	63,69
26	2	3	2	63,59
27	2	3	3	66,09
28	2	3	4	69,90
29	2	4	1	93,45
30	2	4	2	94,15
31	2	4	3	94,70
32	2	4	4	89,67
33	3	1	1	43,81
34	3	1	2	42,55
35	3	1	3	41,96
36	3	1	4	43,06
37	3	2	1	60,03
38	3	2	2	54,95

**Parámetros y fit para la estructura OE
(Ts=1)**

Iter.	nb	nf	nk	%fit
39	3	2	3	31,61
40	3	2	4	59,32
41	3	3	1	60,72
42	3	3	2	67,65
43	3	3	3	70,02
44	3	3	4	69,98
45	3	4	1	93,94
46	3	4	2	94,78
47	3	4	3	94,77
48	3	4	4	94,32
49	4	1	1	50,36
50	4	1	2	50,78
51	4	1	3	52,59
52	4	1	4	52,87
53	4	2	1	44,13
54	4	2	2	34,31
55	4	2	3	60,49
56	4	2	4	64,54
57	4	3	1	63,80
58	4	3	2	64,94
59	4	3	3	63,98
60	4	3	4	55,82
61	4	4	1	94,46
62	4	4	2	94,80
63	4	4	3	94,46
64	4	4	4	93,94

Anexo 7: Resultados de la búsqueda exhaustiva de parámetro del modelo BJ

Parámetros y fit para la estructura BJ (Ts=1).

Iter.	nb	nc	nd	nf	nk	fit%
1	1	1	1	1	1	2,16
2	1	1	1	1	2	0,64
3	1	1	1	1	3	49,35
4	1	1	1	2	1	45,59
5	1	1	1	2	2	54,61
6	1	1	1	2	3	58,55
7	1	1	1	3	1	27,00
8	1	1	1	3	2	51,11
9	1	1	1	3	3	56,10
10	1	1	2	1	1	31,87
11	1	1	2	1	2	40,80
12	1	1	2	1	3	51,67
13	1	1	2	2	1	76,79
14	1	1	2	2	2	85,69
15	1	1	2	2	3	86,56
16	1	1	2	3	1	40,30
17	1	1	2	3	2	85,12
18	1	1	2	3	3	62,79
19	1	1	3	1	1	40,72
20	1	1	3	1	2	32,72
21	1	1	3	1	3	62,02
22	1	1	3	2	1	76,09
23	1	1	3	2	2	90,38
24	1	1	3	2	3	90,76
25	1	1	3	3	1	71,47
26	1	1	3	3	2	90,44
27	1	1	3	3	3	91,17
28	1	2	1	1	1	-504,38
29	1	2	1	1	2	17,78
30	1	2	1	1	3	42,68
31	1	2	1	2	1	51,27
32	1	2	1	2	2	52,09
33	1	2	1	2	3	63,10
34	1	2	1	3	1	48,24
35	1	2	1	3	2	66,41
36	1	2	1	3	3	55,03
37	1	2	2	1	1	37,61
38	1	2	2	1	2	40,42

Parámetros y fit para la estructura BJ (Ts=1).

Iter.	nb	nc	nd	nf	nk	fit%
39	1	2	2	1	3	48,89
40	1	2	2	2	1	66,86
41	1	2	2	2	2	86,64
42	1	2	2	2	3	58,86
43	1	2	2	3	1	35,96
44	1	2	2	3	2	76,44
45	1	2	2	3	3	80,99
46	1	2	3	1	1	35,38
47	1	2	3	1	2	24,23
48	1	2	3	1	3	48,86
49	1	2	3	2	1	85,99
50	1	2	3	2	2	85,13
51	1	2	3	2	3	82,18
52	1	2	3	3	1	58,90
53	1	2	3	3	2	88,62
54	1	2	3	3	3	73,55
55	1	3	1	1	1	8,62
56	1	3	1	1	2	19,87
57	1	3	1	1	3	45,01
58	1	3	1	2	1	53,72
59	1	3	1	2	2	51,86
60	1	3	1	2	3	54,29
61	1	3	1	3	1	29,83
62	1	3	1	3	2	59,44
63	1	3	1	3	3	43,65
64	1	3	2	1	1	29,11
65	1	3	2	1	2	29,38
66	1	3	2	1	3	50,86
67	1	3	2	2	1	61,45
68	1	3	2	2	2	91,61
69	1	3	2	2	3	82,81
70	1	3	2	3	1	55,45
71	1	3	2	3	2	79,02
72	1	3	2	3	3	49,91
73	1	3	3	1	1	22,99
74	1	3	3	1	2	24,23
75	1	3	3	1	3	75,08
76	1	3	3	2	1	86,49
77	1	3	3	2	2	87,16
78	1	3	3	2	3	72,26
79	1	3	3	3	1	30,43

Parámetros y fit para la estructura BJ (Ts=1).

Iter.	nb	nc	nd	nf	nk	fit%
80	1	3	3	3	2	91,83
81	1	3	3	3	3	85,90
82	2	1	1	1	1	42,17
83	2	1	1	1	2	47,62
84	2	1	1	1	3	50,08
85	2	1	1	2	1	63,10
86	2	1	1	2	2	62,44
87	2	1	1	2	3	36,83
88	2	1	1	3	1	50,53
89	2	1	1	3	2	54,29
90	2	1	1	3	3	75,41
91	2	1	2	1	1	58,76
92	2	1	2	1	2	28,13
93	2	1	2	1	3	69,66
94	2	1	2	2	1	85,37
95	2	1	2	2	2	86,56
96	2	1	2	2	3	53,48
97	2	1	2	3	1	58,73
98	2	1	2	3	2	60,53
99	2	1	2	3	3	73,15
100	2	1	3	1	1	47,87
101	2	1	3	1	2	69,98
102	2	1	3	1	3	66,78
103	2	1	3	2	1	89,77
104	2	1	3	2	2	90,80
105	2	1	3	2	3	91,28
106	2	1	3	3	1	89,87
107	2	1	3	3	2	90,27
108	2	1	3	3	3	78,43
109	2	2	1	1	1	46,92
110	2	2	1	1	2	52,82
111	2	2	1	1	3	47,42
112	2	2	1	2	1	51,65
113	2	2	1	2	2	53,12
114	2	2	1	2	3	28,35
115	2	2	1	3	1	60,46
116	2	2	1	3	2	56,19
117	2	2	1	3	3	74,53
118	2	2	2	1	1	23,61
119	2	2	2	1	2	50,68
120	2	2	2	1	3	30,10

Parámetros y fit para la estructura BJ (Ts=1).

Iter.	nb	nc	nd	nf	nk	fit%
121	2	2	2	2	1	87,45
122	2	2	2	2	2	87,47
123	2	2	2	2	3	51,87
124	2	2	2	3	1	60,15
125	2	2	2	3	2	87,19
126	2	2	2	3	3	86,46
127	2	2	3	1	1	38,37
128	2	2	3	1	2	58,13
129	2	2	3	1	3	61,87
130	2	2	3	2	1	89,95
131	2	2	3	2	2	83,52
132	2	2	3	2	3	84,92
133	2	2	3	3	1	88,17
134	2	2	3	3	2	63,02
135	2	2	3	3	3	59,82
136	2	3	1	1	1	45,44
137	2	3	1	1	2	55,27
138	2	3	1	1	3	56,21
139	2	3	1	2	1	62,89
140	2	3	1	2	2	64,45
141	2	3	1	2	3	18,32
142	2	3	1	3	1	64,66
143	2	3	1	3	2	61,83
144	2	3	1	3	3	72,17
145	2	3	2	1	1	52,91
146	2	3	2	1	2	37,43
147	2	3	2	1	3	59,01
148	2	3	2	2	1	82,52
149	2	3	2	2	2	80,06
150	2	3	2	2	3	64,20
151	2	3	2	3	1	58,68
152	2	3	2	3	2	44,81
153	2	3	2	3	3	83,17
154	2	3	3	1	1	41,38
155	2	3	3	1	2	48,99
156	2	3	3	1	3	59,47
157	2	3	3	2	1	86,86
158	2	3	3	2	2	86,72
159	2	3	3	2	3	61,44
160	2	3	3	3	1	85,22
161	2	3	3	3	2	89,44

Parámetros y fit para la estructura BJ (Ts=1).

Iter.	nb	nc	nd	nf	nk	fit%
162	2	3	3	3	3	94,01
163	3	1	1	1	1	44,67
164	3	1	1	1	2	50,03
165	3	1	1	1	3	51,07
166	3	1	1	2	1	60,11
167	3	1	1	2	2	52,20
168	3	1	1	2	3	-107,69
169	3	1	1	3	1	67,43
170	3	1	1	3	2	76,84
171	3	1	1	3	3	68,51
172	3	1	2	1	1	36,07
173	3	1	2	1	2	36,22
174	3	1	2	1	3	78,82
175	3	1	2	2	1	24,50
176	3	1	2	2	2	16,00
177	3	1	2	2	3	27,04
178	3	1	2	3	1	65,70
179	3	1	2	3	2	91,58
180	3	1	2	3	3	57,41
181	3	1	3	1	1	55,86
182	3	1	3	1	2	78,95
183	3	1	3	1	3	78,26
184	3	1	3	2	1	34,16
185	3	1	3	2	2	54,82
186	3	1	3	2	3	-8,40
187	3	1	3	3	1	92,75
188	3	1	3	3	2	79,07
189	3	1	3	3	3	74,33
190	3	2	1	1	1	38,56
191	3	2	1	1	2	44,69
192	3	2	1	1	3	35,62
193	3	2	1	2	1	63,59
194	3	2	1	2	2	44,46
195	3	2	1	2	3	-97,74
196	3	2	1	3	1	68,42
197	3	2	1	3	2	70,69
198	3	2	1	3	3	69,03
199	3	2	2	1	1	48,54
200	3	2	2	1	2	38,60
201	3	2	2	1	3	37,37
202	3	2	2	2	1	49,80

Parámetros y fit para la estructura BJ (Ts=1).

Iter.	nb	nc	nd	nf	nk	fit%
203	3	2	2	2	2	33,03
204	3	2	2	2	3	55,36
205	3	2	2	3	1	63,63
206	3	2	2	3	2	92,05
207	3	2	2	3	3	63,51
208	3	2	3	1	1	52,73
209	3	2	3	1	2	73,22
210	3	2	3	1	3	78,95
211	3	2	3	2	1	50,17
212	3	2	3	2	2	49,72
213	3	2	3	2	3	18,77
214	3	2	3	3	1	67,47
215	3	2	3	3	2	81,22
216	3	2	3	3	3	88,62
217	3	3	1	1	1	61,89
218	3	3	1	1	2	62,48
219	3	3	1	1	3	60,65
220	3	3	1	2	1	63,63
221	3	3	1	2	2	15,58
222	3	3	1	2	3	-107,08
223	3	3	1	3	1	52,94
224	3	3	1	3	2	74,21
225	3	3	1	3	3	70,28
226	3	3	2	1	1	44,29
227	3	3	2	1	2	43,50
228	3	3	2	1	3	68,09
229	3	3	2	2	1	71,67
230	3	3	2	2	2	55,25
231	3	3	2	2	3	80,90
232	3	3	2	3	1	70,29
233	3	3	2	3	2	88,58
234	3	3	2	3	3	54,98
235	3	3	3	1	1	47,50
236	3	3	3	1	2	64,96
237	3	3	3	1	3	57,72
238	3	3	3	2	1	46,49
239	3	3	3	2	2	52,16
240	3	3	3	2	3	12,28
241	3	3	3	3	1	92,24
242	3	3	3	3	2	58,58
243	3	3	3	3	3	85,73