

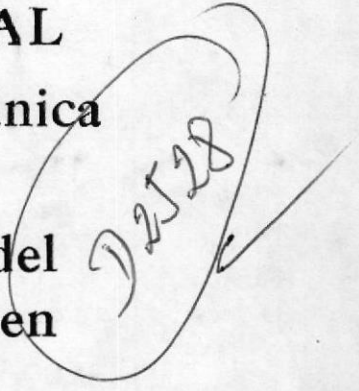
Rubén Caumis
6/3/03.

T
532.0028
N218
F.2
401-00011



ESCUELA SUPERIOR
POLITECNICA DEL LITORAL
Departamento de Ingeniería Mecánica

Análisis Teórico Experimental del
Fenómeno del Golpe de Ariete en
Tuberías



TESIS DE GRADO

Previa a la Obtención del Título de:
Ingeniero Mecánico

Por:
Felipe G. Naranjo Calderón

Guayaquil-Ecuador - Septiembre. 1977



DECLARACION EXPRESA:

DECLARO QUE: Hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis son de mi exclusiva responsabilidad, y que el patrimonio intelectual de la misma corresponde a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL).



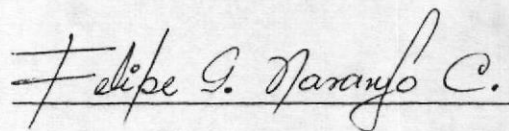
"ANALISIS TEORICO-EXPERIMENTAL DEL FENOMENO
DEL GOLPE DE ARIETE EN TUBERIAS"

DIRECTOR DE TESIS

AUTOR

A stylized, cursive handwritten signature in black ink, consisting of several loops and a long horizontal stroke extending to the right.

ING. GALO BETANCOURT

A cursive handwritten signature in black ink, starting with a large 'F' and ending with a period.

FELIPE G. NARANJO CALDERON

DEDICATORIA:

A. LA ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA
DEL LITORAL



*A mis queridos padres, por su siempre
abnegada ayuda*



*A mi esposa y pequeño hijo que me
alentaron constantemente*

*A mis Compañeros de
Estudio*

CONTENIDO



BIBLIOTECA

PREFACIO

NOMENCLATURA

	Pág.
1.- INTRODUCCION	1
2.- ANALISIS TEORICO	4
2.1 Origen del Golpe de Ariete	4
2.2 Importancia de la Consideración del Golpe de Ariete en Tuberías	6
2.3 Descripción del Fenómeno	9
2.4 Cálculo de la Velocidad de la Onda de Presión, Originada a Través del Fluído en la Tubería	17
2.5 Cálculo de las Ecuaciones Matemáticas que Rigen el Fenómeno, Considerando Pérdidas por Fricción	25
2.5.1 Condición de equilibrio dinámico	27
2.5.2 Condición de continuidad	30
2.6 Resultados del Análisis Teórico	46
3.- ANALISIS EXPERIMENTAL	51
3.1 Descripción del Equipo Experimental	51
3.2 Adaptabilidad del Equipo, para las Características del Ensayo	54
3.3 Calibración del Equipo	55
3.4 Programación del Ensayo	58
3.5 Resultados del Análisis Experimental	59
3.6 Discusión de Resultados Obtenidos	61

	Pág.
4.- COMPARACION DE RESULTADOS	63
4.1 Teóricos	63
4.2 Experimentales	66
4.3 Teóricos - Experimentales	67
5.- CONCLUSIONES	70
APENDICE A: Evaluación del parámetro adimensional ψ para tuberías de pared gruesa y tuberías de pared delgada	72
APENDICE B: Programa de computador	90
APENDICE C: Tablas de resultados del computador	93
GRAFICOS	115
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	147

PREFACIO

El presente tema de tesis fue sugerido por el Ing. Galo Betancourt, catedrático del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Escuela Superior Politécnica del Litoral. Desde entonces debo agradecerle su ayuda prestada desinteresadamente.

Debo agradecer también la valiosa cooperación e información porporcionada por el M.S. Arthur Henderson, profesor de Ingeniería Mecánica del Sunderland Institute Polytechnic, por todo lo referente al equipo experimental.

NOMENCLATURA EMPLEADA EN EL ANALISIS

- A = Area de la sección transversal de la tubería
- b = Radio externo de la tubería
- c = Velocidad de propagación de la onda de presión
- D = Diámetro interior de la tubería
- E = Módulo de elasticidad del material de la pared de la tubería
- e = Espesor de la pared de la tubería
- f = Factor de fricción
- g = Aceleración de la gravedad
- H = Máxima presión dado en un tiempo y lugar de la tubería (estado transitorio)
- H_0 = Presión inicial en estado permanente
- ΔH = Incremento de presión producido por el cierre de válvula
- h_f = Pérdida de presión por fricción
- K = Módulo de elasticidad volumétrico del fluido
- L = Longitud total de la tubería
- mV = Milivoltios
- mS = Milisegundos
- N = Número de tramos en que se divide la tubería
- Q = Caudal del fluido
- Re = Número de Reynolds
- r = Radio interno de la tubería
- t = Tiempo
- t_c = Tiempo de cierre de válvula

- u = Desplazamiento radial de un elemento de la tubería
 V = Velocidad del flujo de agua en estado transitorio
 V_0 = Velocidad del flujo de agua en estado permanente
 ΔV = Reducción de velocidad del fluido
 Ψ = Volumen
 v = Desplazamiento tangencial de un elemento de la tubería
 w = Peso específico del fluido
 x = Distancia positiva, medida desde la válvula
 ϵ = Esfuerzo directo
 $\bar{\epsilon}_r$ = Esfuerzo radial unitario
 $\bar{\epsilon}$ = Esfuerzo longitudinal unitario
 ϵ_r = Esfuerzo radial directo
 ϵ_l = Esfuerzo longitudinal directo
 ν = Razón de Poisson's para el material de la pared de la tubería
 ν^* = Viscosidad cinemática del fluido
 τ = Esfuerzo de corte
 τ_0 = Esfuerzo de corte en el fluido
 τ^* = Relación adimensional del tiempo de movimiento de la válvula
 τ_r = Esfuerzo cortante radial
 τ_α = Esfuerzo cortante tangencial
 σ_r = Tensión radial
 σ_α = Tensión tangencial
 ψ = Parámetro adimensional = $E (2\bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_l)$
 ρ = Densidad del fluido

1. INTRODUCCION

Uno de los problemas de mayor envergadura en Mecánica de los Fluidos, en aplicaciones de ingeniería, es el que se refiere al golpe de ariete producido fundamentalmente tanto en ductos abiertos o tuberías, - por la interrupción brusca del flujo de fluido por medio de una válvula de control localizada en el interior de las mismas.

La determinación de la magnitud del golpe de ariete depende de las - propiedades elásticas del material de la pared del ducto o de la tubería, del diámetro interior de ellos, del fluido en circulación y de - la velocidad inicial de éste.

En esta tesis nos referimos al análisis del fenómeno anotado, para tuberías con área de su sección transversal constante a lo largo de su longitud, en donde el fluido que circula es agua. Además, se incluye, en el análisis matemático, las pérdidas hidráulicas por fricción para tiempos de cierres de válvulas de control rápidos, localizada ésta - en la descarga de la tubería.

No muchos de los problemas del golpe de ariete que incluían pérdidas por fricción habían podido ser resueltos, ya que los cambios violentos de flujo implicaban consideraciones matemáticas complejas, lo cual provocaba la no inclusión de las pérdidas en la deducción de las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento del fenómeno. Sin embargo, este efecto algunas veces no puede ser pasado por alto en ca

Los de cierre de válvulas lentos o con valores altos de factores de fricción.

Los métodos existentes para la estimación de las pérdidas por fricción son inadecuados por el hecho de que ellos están basados sobre algunas aproximaciones incompletas. Algunos autores han venido desarrollando métodos gráficos⁽³⁾ por medio de los cuales el efecto de las pérdidas puede ser aproximado, por colocación de una o más obstrucciones hipotéticas en determinados puntos a lo largo de la tubería. Esos métodos producen repentinas caídas de presión en cada una de las obstrucciones, lo cual no es el caso real. Si bien la exactitud puede ser aumentada por el incremento del número de obstrucciones, esto trae consigo la complejidad de la solución gráfica.

Algunas soluciones analíticas para el golpe de ariete con fricción han sido también hechas pero usando una aproximación lineal para el efecto de la fricción, lo cual también es diferente de la situación real. Esas soluciones generalmente involucran operaciones matemáticas difíciles o series tediosas.

En esta tesis, el problema ha sido abordado a partir de las ecuaciones diferenciales parciales básicas sin recurrir a métodos gráficos, transformaciones matemáticas indirectas o aproximaciones lineales.

Los resultados teóricos obtenidos muestran una aceptable aproximación

con los resultados experimentales encontrados de los diversos ensayos hechos, variando una de las variables principales del fenómeno, que es la velocidad inicial del flujo de agua. Esta aproximación de resultados a la que estamos haciendo referencia tiene su explicación principal en el hecho de que en el análisis teórico no ha sido factible considerar todas las variables que acompañan en un ensayo de golpe de ariete, debido a complejidades matemáticas que involucra esto.

Lo expuesto últimamente se halla detallado en el desarrollo de la tesis misma.



2. ANALISIS TEORICO

2.1 ORIGEN DEL GOLPE DE ARIETE

Antes de poder determinar el origen del fenómeno del Golpe de Ariete, no está por demás que sea necesario la definición de este fenómeno muy conocido en el campo de la hidráulica y de sus aplicaciones.

El Golpe de Ariete podemos decir ordinariamente, como su propio nombre lo está indicando, es un golpe de martillo o un martilleo hidráulico - producido en las líneas de circulación de fluidos por cierres o interrupciones bruscas e instantáneas (también lentas) ya sea de válvulas o compuertas.

Por lo tanto, cabe agregar para una determinación del origen del fenómeno más exigente que, como ya se lo dijo en la definición anterior, este fenómeno se origina en el flujo de fluidos dentro de conductos o tuberías cerradas. Este fenómeno se origina también al abrir una válvula y al poner en marcha o pasar una máquina hidráulica, o también al disminuir bruscamente el caudal. ^{*(1)}

Entonces, si nosotros tenemos un fluido cualquiera que está surgiendo de un reservorio y circulando a una velocidad considerable por una línea hidráulica en la que cierta longitud se halla localizando una válvula solenoide de control por ejemplo, en un momento dado de tiempo por una señal eléctrica se interrumpe el camino del fluido por accionamiento de dicha válvula, de una forma brusca se originará un -

* Los números entre paréntesis en la parte superior se refieren a la bibliografía detallada al final.

gran golpe o perturbación hidráulica, la cual desarrollará una alta presión en la vecindad de la válvula, la que será proporcional a la velocidad y por ello al impacto de la columna.

Esta perturbación hidráulica que es de carácter transitorio crea además una onda de presión considerable que viaja a lo largo de la tubería "aguas arriba" y "aguas abajo".

Tomándose estos términos de acuerdo a: "aguas abajo" todo el fluido circundante a la válvula o dispositivo de control en el conducto y "aguas arriba" todo fluido que fluye circundante al depósito.

Por Física tenemos que la cantidad de movimiento del líquido tiende a ser nulo en una cantidad de tiempo que será proporcional al cierre que se haga, en el lado de aguas arriba, mientras que en el lado de aguas abajo de la válvula el líquido seguirá su movimiento en este sentido por la presencia de la cantidad de movimiento, siempre y cuando no exista una presión estática que obstruya este movimiento y la presión desarrollada tienda a anularse.

Por último, anotaremos que el carácter de transitorio de la perturbación hidráulica en mención se debe a que existe la violación de la ley de Bernoulli que contempla la incompresibilidad del líquido y el régimen permanente en cualquier sección que circule el mismo. Para nuestro caso ocurre que la descarga en cada sección contemplada es

tá variando con el tiempo rápidamente, acompañada de rápidos cambios de presiones; en otras palabras existe un cambio desde un estado permanente a otro no permanente.

Consecuentemente el análisis del estado no permanente es más complejo que el permanente porque de hecho aparece, matemáticamente hablando, otra variable independiente. También la variable x (distancia) a lo largo de la tubería, el tiempo, y sus ecuaciones estarán en derivadas parciales.

2.2 IMPORTANCIA DE LA CONSIDERACION DEL GOLPE DE ARIETE EN TUBERIAS

La importancia que se le debe dar al fenómeno del golpe de ariete a todo sistema hidráulico es vital, para que pueda esperarse resultados satisfactorios y más aún poder contar con una vida útil apreciable del sistema.

Como ya se dijo en el artículo precedente que el golpe de ariete es un fenómeno de naturaleza no permanente (transitorio) y por tanto de régimen variable, implica que la tubería ya no será rígida y el líquido que fluye por él es compresible, esto puede mostrarse por ejemplo en centrales hidroeléctricas, en donde por condiciones de trabajo se reduce repentinamente el caudal suministrado a tuberías acopladas a generadores para anular la carga de éste, de aquí la importancia de un diseño y cálculo adecuado que garantice un golpe de ariete no excesivo que malogre las tuberías.

Añadiendo más sobre la importancia de este fenómeno, se puede notar que es palpable no sólo la presencia de altas presiones desarrolladas sino el acompañamiento de ruidos excesivos.

De hecho también se imponen consideraciones en el diseño acerca de la fatiga y corrosión como resultado de la cavitación; el rompimiento del control del circuito hidráulico.⁽²⁾

Debido a que a lo largo de la tubería viaja una onda de presión pueden presentarse vibraciones resonantes que pueden ser dañinas.⁽²⁾

Una de las prácticas más eficientes para controlar el golpe de ariete se refiere a hacer desaparecer rápidamente la cantidad de movimiento contenida en toda la longitud del sistema mediante muy grandes presiones, pero para remediar este inconveniente es factible contar con lo llamado "Cámara de Equilibrio" (figura 1), instalada tan cercana a la válvula como sea posible, lo que evitará la creación de grandes presiones. Entonces, a pesar de esto es todavía de enorme importancia proyectar la tubería comprendida entre la válvula y la "Cámara de Equilibrio" para que resista el golpe de ariete residual.

Existen 3 tipos de "Cámaras de Equilibrio"⁽²⁾ que son:

- a) Cámara de Equilibrio Sencilla: Está caracterizada por su abertura que es igual a la sección transversal, por el tamaño justo que evita el rebosamiento y que no deberá estar "seca" evitando así -

la introducción de gas al sistema.

- b) Cámara de Equilibrio de Orificio: Está caracterizada por la presencia de un agujero restringido, localizado entre la tubería y la cámara, lo que da cambios de presión más rápidos en el conducto.
- c) Cámara de Equilibrio Diferencial: Es una cámara derivada de las 2 anteriores, es decir combinación de la cámara de equilibrio sencilla con otra de orificio, de pequeña sección, obteniéndose resultados para apertura instantánea con una pequeña cantidad de líquido que circula de la parte central hacia la cámara grande, aumentando el caudal; para cierre rápido de la válvula de control, la parte central tiene un diseño que rebosa dentro de la cámara que lo recibe, (figura 2).

Otra manera de controlar el golpe de ariete en tuberías consiste en disponer de una válvula de apertura rápida, la cual es accionada de tal forma que se abre en el instante que la de control se cerraría, a manera de "amortiguador".

Esta válvula de apertura violenta posee, según su diseño, un cierre lento que limita la aparición de altas presiones.

2.3 DESCRIPCION DEL FENOMENO

Conociendo que con una cerrada súbita de una válvula de control en un conducto con fluido se produce el fenómeno que estamos tratando, detallaremos la serie de situaciones que se presentan después de originarse.

En el instante que se cierra la válvula, ($t=0$), se suscita una gran onda de presión "F" la cual se va a transmitir a lo largo de toda la tubería. La velocidad con que viaja esta onda es "c" pies/seg; en este momento todo el fluido más cercano a la válvula se comprime y tiende al reposo, es decir que su velocidad se anula ($V_0=0$). A medida que transcurre el tiempo las láminas de fluido adyacentes van experimentando el mismo resultado, mientras el fluido que circula aguas arriba sigue moviéndose con velocidad V_0 .⁽³⁾

Como resultado de esto tenemos que: paralelo a que la velocidad de fluido detrás de la onda es reducida a cero, la tubería es expandida ó dilatada y la densidad del líquido es incrementada.⁽³⁾

De estas dos últimas observaciones se deduce que la tubería presenta ahora un volumen adicional de fluido en exceso de la que existía en condición de flujo estable, (figuras 3.1 a 3.5).

Cuando la onda ha viajado hasta llegar hasta el extremo aguas arriba (reservorio) en un tiempo igual a L/a , seg, toda la masa de fluido ha

convertido su energía cinética en energía elástica.

Además, en el momento de arribo de la onda "F" al reservorio la presión interior de la tubería en un punto cercano a éste es más grande que su presión estática, porque de este régimen inestable imperante el líquido es forzado a regresar al reservorio de la tubería.

Es obvio que interviene un cambio de velocidad en el fluido y como resultado de ello aparece una onda " δ " originada en el reservorio que viene a ser la onda reflejada que llegó inicialmente, esta nueva onda de presión " δ " de signo negativo se propagará a través de todo el largo L, (figuras 3.6 a 3.8).

Detrás de esta onda " δ " reflejada, el flujo fluye hacia el reservorio por el desequilibrio en el extremo opuesto de la válvula en el instante de llegada de la onda "F" por permanecer constante la presión del depósito. También la tubería se contrae a su posición original desde su posición de expandida y la densidad del líquido es decrecida.

Una vez que llega la onda " δ " al punto de la válvula cerrada ésta se refleja, apareciendo una nueva onda de presión "F" (segunda) (figuras 3.9 a 3.13). Atrás del paso de esta onda de presión se suscitan situaciones como: contracción de la tubería, y la reducción de la densidad del fluido.

Para este caso la velocidad del fluido en el interior de la tubería -

entre el depósito y el frente de onda poseen la misma dirección y magnitud como la que existía detrás de la onda "G" durante su propagación a la válvula.

Al igual que lo anterior, cuando la onda "F" llega al reservorio una onda (segunda) "G" se refleja y se propaga de aquí a la válvula (figura 3.11 a 3.16). El efecto de esta onda expande nuevamente la tubería e incrementa la densidad del fluido, de esta forma se completa el ciclo completo cuando esta segunda onda "G" arriba a la válvula de control.

En el instante que esta onda llega a la válvula, las condiciones son exactamente las mismas que el instante del cierre, 4/a segundos antes.

Este ciclo por lo tanto, se repite cada 4/a segundos. La acción del rozamiento del fluido y de la no elasticidad perfecta del mismo y de la pared del conducto, producen un amortiguamiento a las vibraciones y con ello el fluido alcanza de forma permanente el equilibrio.

Es importante observar también que en la operación de líneas hidráulicas existen tres tiempos de movimiento de las válvulas de control - de flujo en las tuberías, bien caracterizados cada uno de ellos. Este tiempo de movimiento de la válvula se lo llama comúnmente tiempo de cierre (t_c), entendiéndose a éste como el tiempo empleado para ac-

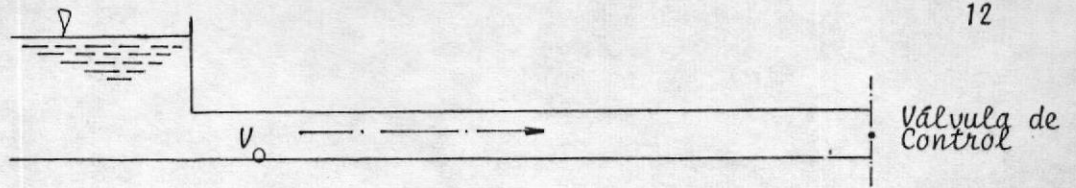


figura 3.1: Condición en estado permanente



figura 3.2: Condición en estado no permanente

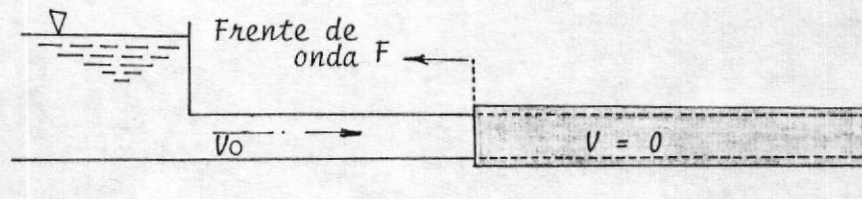


figura 3.3: Condición no permanente en $t_c = L/2c$ seg.

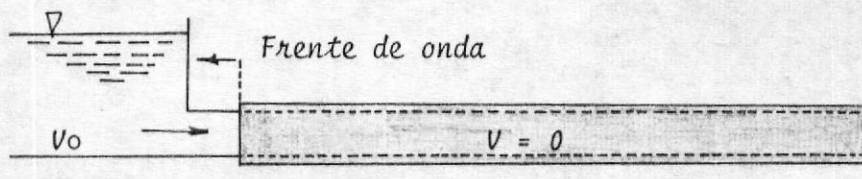


figura 3.4: Condición no permanente en $t_c = L/c - \epsilon$ seg.

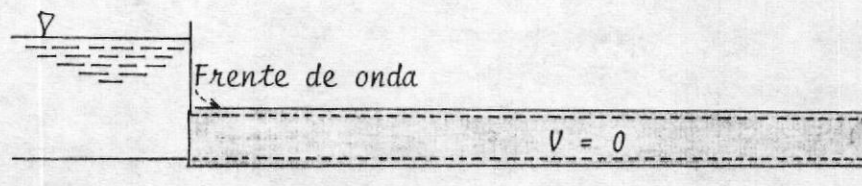


figura 3.5: Condición no permanente en $t_c = L/c$ seg.



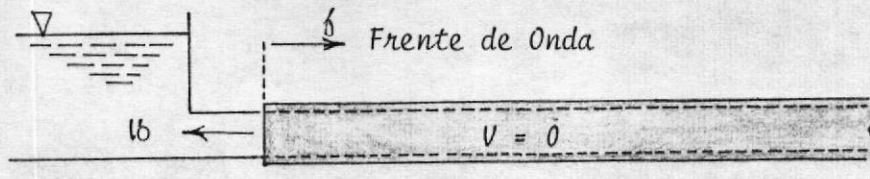


figura 3.6: Condición no permanente en $t_c = L/c + \xi$ seg.

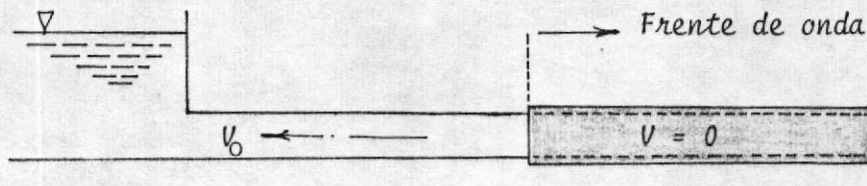


figura: 3.7: Condición no permanente en $t_c = 3L/2c$ seg.

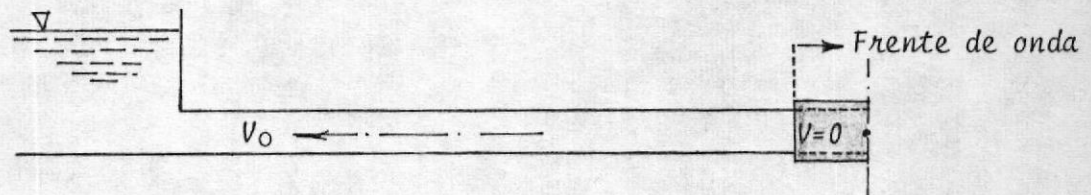


figura 3.8: Condición no permanente en $t_c = 2L/c - \xi$ seg.

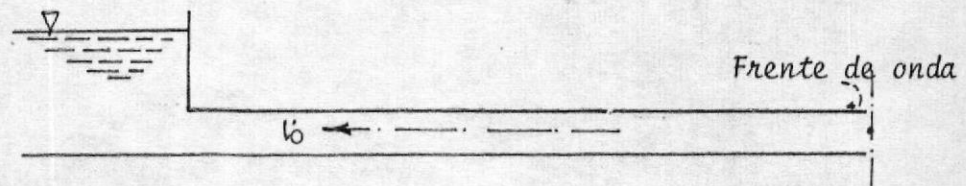


figura 3.9: Condición no permanente en $t_c = 2L/c$ seg.

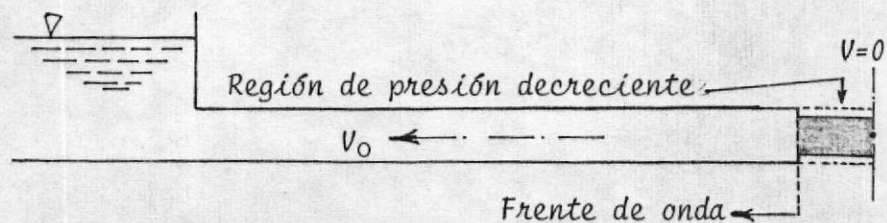


figura 3.10: Condición no permanente en $t_c = 2L/c + \xi$ seg.

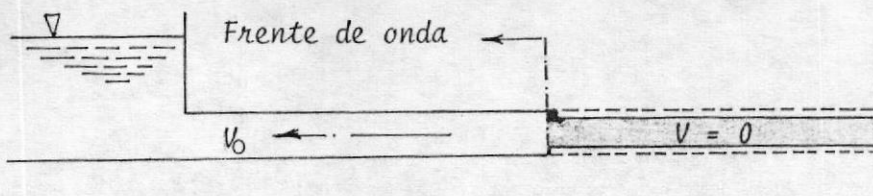


figura 3.11: Condición no permanente en $t_c = 5L/2c$ seg.

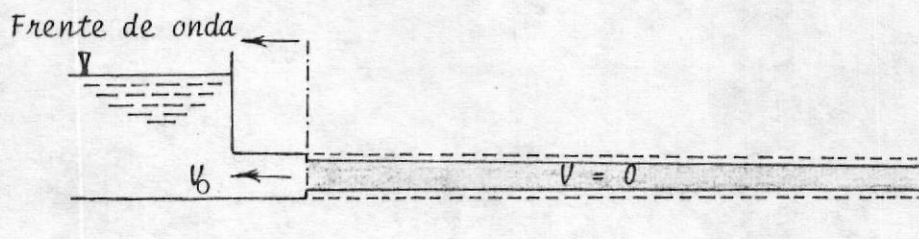


figura 3.12: Condición no permanente en $t_c = 3L/c - \epsilon$ seg.

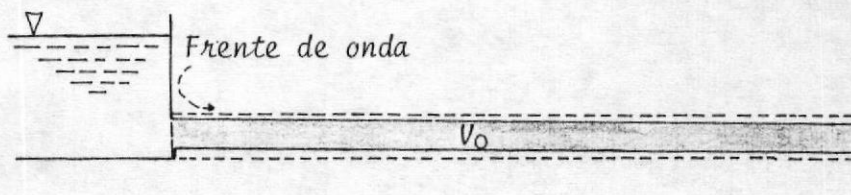


figura 3.13: Condición no permanente en $t_c = 3L/c$ seg.

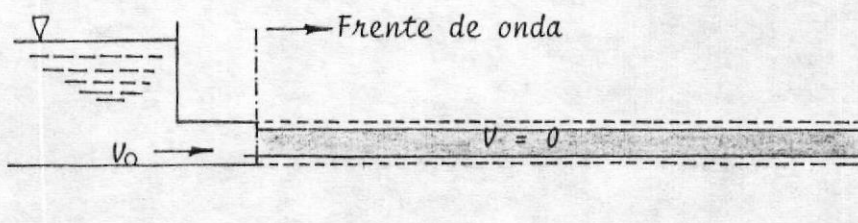


figura 3.14: Condición no permanente en $t_c = 3L/c + \epsilon$ seg.

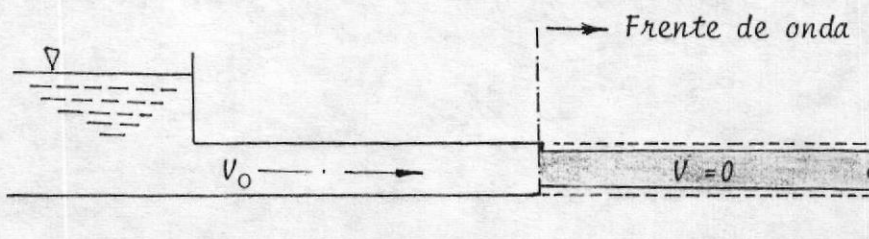


figura 3.15: Condición no permanente en $t_c = 7L/2c$ seg.

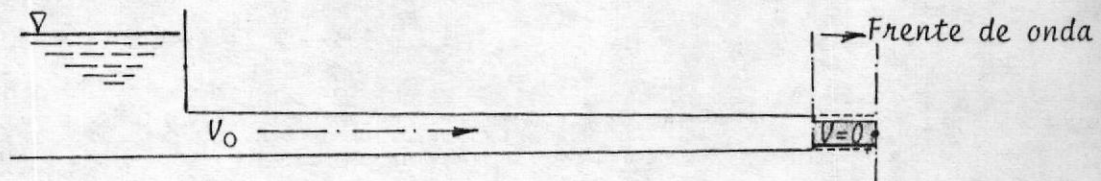


figura 3.16: Condición no permanente en $t_c = 4L/c - \xi$ seg.

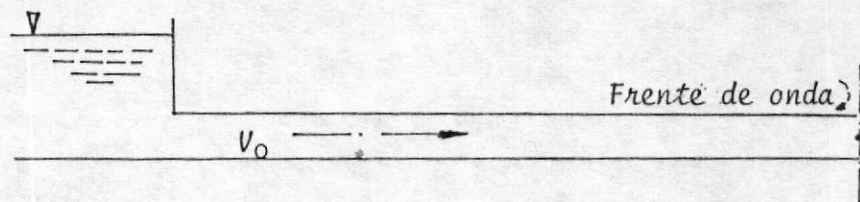


figura: 3.17: Condición no permanente en $t_c = 4L/c$ seg.

ξ en los diagramas (3.1-3.17) es usado para denotar un intervalo de tiempo, el cual es muy pequeño en comparación con el tiempo total de viaje de la onda para un ciclo completo.

cionar la válvula de control que detiene el paso del fluido.

Estos tiempos son:

Cierre Instantáneo: Para este caso el tiempo de cierre t_c es cero ($t_c = 0$), este tipo de cierre, físicamente, no se lo puede conseguir, pero se ha comprobado en la práctica que se lo logra con una aproximación bastante buena, como por ejemplo una válvula solenoide. Siendo este cierre el más interesante porque explica la esencia del fenómeno.

Cierre Rápido: Aquí, el tiempo de cierre t_c es: $t_c < 2L/a$. La presión máxima producida con este cierre es igual que para el cierre instantáneo, variando la curva de presiones en función del tiempo.

Además, aquí, la onda de presión no alcanza a ir al reservorio, reflejarse y volver a la válvula antes de que se cumpla el medio ciclo.

Para un tiempo de cierre:

$$0 \leq t_c \leq 2L/c$$

la longitud x , de tubería (figura 4) sobre la que actúa la máxima altura total, se encuentra igualando los tiempos que tardan en encontrarse las ondas.

De esta forma:

$$\frac{L}{c} + \frac{L-x}{c} = t_c + \frac{x}{c} \quad (1)$$

De donde:

$$x = L - \frac{ct_c}{2} \quad (2)$$

Así por ejemplo para $t_c=0$ y $x=L$; toda la tubería está sometida a la altura máxima.

Cierre Lento: Para este cierre se tiene que: $t_c = 2L/c$; cumpliéndose que la presión máxima es menor en relación a los dos tipos de cierre anteriores, ya que la onda de presión elástica arriba a la válvula de control antes de que se termine de cumplir el medio ciclo lo que impide el posterior aumento de presión.

Las ilustraciones gráficas que muestran los cambios de cabezales, según el tiempo de movimiento (tiempo de cierre) de las válvulas, están dadas en las figuras 5.1 a 5.5.

2.4 CALCULO DE LA VELOCIDAD DE LA ONDA DE PRESION ORIGINADA A TRAVES DEL FLUIDO EN LA TUBERIA.

Es bien conocida en Mecánica de los Fluidos la relación para hallar la velocidad de la onda de presión del golpe de ariete en el interior de una tubería rígida, la cual viene representada por:

$$c = \left\{ \frac{Kg}{w} \right\}^{1/2}$$

en donde:

c = velocidad de la onda de presión

K = módulo volumétrico del fluido

w = peso específico del fluido

Esta relación simplificada para propiedades rígidas del material queda demostrada en la parte final de este tema.

Pero para la gran mayoría de los casos la línea o tubería por donde fluye el fluido no es rígida, de manera que esta velocidad c será reducida cuando la tubería es de naturaleza elástica, dependiendo esta reducción del tamaño de la misma, de sus propiedades elásticas y de las contracciones externas.⁽⁴⁾

Para el análisis consideramos una tubería con un área de la sección transversal igual A , la velocidad del fluido igual a V_0 , una presión H_0 y una densidad ρ , (figura 6)

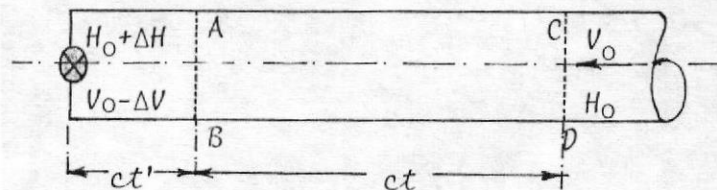


figura 6

En un instante dado cerramos parcialmente la válvula de control reduciendo el flujo, teniéndose.

flujo inicial: AV_0

flujo final : $A (V_0 - \Delta V)$

en donde ΔV es la reducción de velocidad del fluido al cerrar parcialmente la válvula. Esta restricción de la velocidad nos implica un incremento en la presión en un valor de ΔH en la parte adyacente a la válvula (figura 6).

Al mismo tiempo que esta alza de presión causa de manera general un incremento del área de la sección transversal, es decir; que la tubería sufre una expansión que se lo expresa así:

A : área de la sección transversal antes del cierre

A' : área de la sección transversal después del cierre

De aquí, después de un tiempo t' el fluido entra a la válvula y la sección AB posee una presión $H_0 + \Delta H$ y una velocidad de $V_0 - \Delta V$, mientras que el resto del fluido sigue teniendo una velocidad V_0 y una presión H_0 . Al cabo de un tiempo; $t' + t$, las características de la zona AB se extienden a la zona CD.

Por lo tanto, se puede concluir que el volumen total de fluido con una presión H_0 que está limitado entre AB y CD es:

$$\text{Antes del cierre : } \psi_1 = Act$$

$$\text{Después del cierre : } \psi_2 = At\Delta V$$

$$\text{Volumen Total : } \psi = \psi_1 + \psi_2 = At(c + \Delta V) \quad (3)$$

En donde ψ significa volumen

La presión del fluido experimenta un incremento en su valor original H_0 al valor $H_0 + \Delta H$, de lo que resulta una reducción en volumen cuyo valor es: ΔV .

De acuerdo a la definición del Módulo de Elasticidad Volumétrica, K , que expresa:

Si la presión de la unidad de volumen del fluido aumenta en un ΔH y el volumen disminuye en un ΔV entonces:

$$K = \frac{V\Delta H}{\Delta V}$$

de donde:

$$\Delta V = \frac{V\Delta H}{K} \quad (4)$$

Reemplazando la ecuación (3) en la ecuación (4) se tiene:

$$\Delta V = \frac{V\Delta H}{K} = \frac{At(c + \Delta V)}{K} \Delta H \quad (5)$$

Además

$$V - \Delta V = At(c + \Delta V) - \frac{\Delta H}{K} At(c + \Delta V)$$

$$V - \Delta V = At(c + \Delta V) (1 - \Delta H/K) \quad (6)$$

Analizando mediante la teoría de los sólidos ⁽⁵⁾, los esfuerzos que se originan en la tubería por efectos de la onda de presión son:

ϵ_r = esfuerzo radial causado por el encuentro de presión ΔH .

ϵ_l = esfuerzo longitudinal causado por el incremento en presión ΔH .

Por lo que:

$$\psi - \Delta\psi = A'ct (1 + \epsilon_z) \quad (7)$$

Por la misma teoría de los sólidos para una tubería circular de ra
dio interior, r , se tiene:

$$A' = \pi r^2 (1 + \epsilon_r)^2$$

$$A' = \pi r^2 (1 + 2\epsilon_r + \epsilon_r^2)$$

en donde: $\epsilon_r^2 = 0$

por lo que resulta:

$$A' = \pi r^2 (1 + 2\epsilon_r) \quad (8)$$

Conociendo que el área de la sección transversal interna del tubo es
igual a: $A = \pi r^2$ la ecuación (8) se reduce a:

$$A' = A (1 + 2\epsilon_r) \quad (9)$$

Reemplazando esta última ecuación en la ecuación (7):

$$\psi - \Delta\psi = A (1 + 2\epsilon_r) ct (1 + \epsilon_z) \quad (10)$$

Podemos igual la ecuación (6) con la ecuación (10) y resulta que:

$$At (c + \Delta V) (1 - \Delta H/K) = A (1 + 2\epsilon_r) ct (1 + \epsilon_z)$$

Simplificando:

$$(c + \Delta V) (1 - \Delta H/K) = (1 + 2\epsilon_r) c (1 + \epsilon_z)$$

$$(c + \Delta V) (1 - \Delta H/K) = c(1 + \epsilon_z + 2\epsilon_r + 2\epsilon_r\epsilon_z)$$

Haciendo: $\epsilon_r\epsilon_z = 0$

$$(c + \Delta V) (1 - \Delta H/K) = c(1 + \epsilon_z + 2\epsilon_r)$$

de donde finalmente:

$$\Delta V = \frac{c\Delta H}{K} + c(\epsilon_z + 2\epsilon_r) \quad (11)$$



ó también:

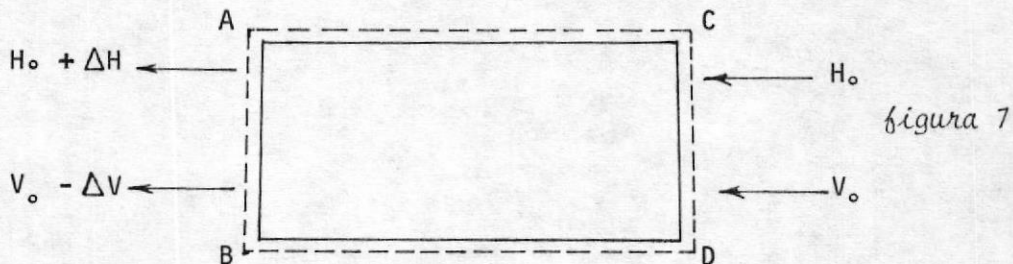
$$\Delta V = \frac{c\Delta H}{K} \left[1 + \frac{K}{\Delta H} (2\epsilon_{\kappa} + \epsilon_{\ell}) \right] \quad (11a)$$

que es la disminución de velocidad experimentada por el incremento ΔH al cerrar la válvula.

Despejando de la ecuación (11a) el valor de ΔH se tiene:

$$\Delta H = \frac{K\Delta V}{c \left[1 + \frac{K}{\Delta H} (2\epsilon_{\kappa} + \epsilon_{\ell}) \right]} \quad (12)$$

Haciendo uso seguidamente del principio del momento de la cantidad de movimiento aplicado al volumen del control ACDBA de figura 7.



El principio en mención viene dado por la siguiente relación ⁽²⁾:

$$\vec{R} \times \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \vec{R} \times \vec{v} dV + \int_{sc} (\rho \vec{R} \times \vec{v}) \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

en donde el miembro de la izquierda representa el torque provocado por todas las fuerzas actuantes sobre el volumen de control, mientras que el miembro derecho es la variación con respecto al tiempo del momento de la cantidad de movimiento en el volumen de control más el flujo saliente de momento de cantidad de movimiento a través de la superficie de control.

Por lo que para nuestro caso:

$$H_0 \left(\frac{A' - A}{A} \right) + \Delta H \left(\frac{A'}{A} \right) = c t \rho \frac{\Delta V}{t} + \frac{(\Delta V)^2}{t} t \rho \quad (13)$$

$$H_0 \left(\frac{A' - A}{A} \right) + \Delta H \left(\frac{A'}{A} \right) = c \rho \Delta V + (\Delta V)^2 \rho \quad (14)$$

aproximando:

$$\frac{A' - A}{A} = 0 ; \quad A'/A = 1 ; \quad (\Delta V)^2 = 0$$

entonces la ecuación (14) nos queda:

$$\Delta H = c \rho \Delta V \quad (15)$$

en donde ρ es la densidad del fluido en circulación.

La ecuación (15) la podemos describir así:

$$\Delta H = c \Delta V \frac{w}{g} \quad (16)$$

ya que: $\rho = w/g$

Igualando las ecuaciones (12) y (16) resulta:

$$\frac{K \Delta V}{c \left\{ 1 + \frac{K}{\Delta H} (2\varepsilon_n + \varepsilon_\ell) \right\}} = \frac{c \Delta V w}{g}$$

$$\frac{K}{1 + \frac{K}{\Delta H} (2\varepsilon_n + \varepsilon_\ell)} = c^2 \frac{w}{g}$$

de donde finalmente:

$$c = \left\{ \frac{K g}{w \left(1 + \frac{K}{\Delta H} \psi \right)} \right\}^{1/2} \quad (17)$$

en la ecuación (17):

$$\psi = \frac{E}{\Delta H} (2\varepsilon_n + \varepsilon_\ell) = E (\bar{\varepsilon}_n + \bar{\varepsilon}_\ell)$$

$$\psi = E (\bar{\varepsilon}_n + \bar{\varepsilon}_\ell) \quad (18)$$

Siendo en la ecuación (18):

$\bar{\epsilon}_r$ = el esfuerzo radial causado por el aumento unitario de presión en el interior del tubo.

$\bar{\epsilon}_l$ = el esfuerzo longitudinal causado por el aumento unitario de presión en el interior del tubo.

E = el Módulo de elasticidad para el material de la tubería (Módulo de Young).

De esta manera cuando tenemos una tubería cuyo material es de propiedades rígidas entonces prácticamente se tiene: $\bar{\epsilon}_r = 0$ y $\bar{\epsilon}_l = 0$, por lo que la ecuación (17) se reduce a:

$$c = \left\{ \frac{Kg}{w} \right\}^{1/2}$$

Resumiendo, el factor ψ es un parámetro adimensional que agrupa las propiedades elásticas del material de la tubería bajo la acción del fenómeno. La evaluación de este parámetro según el espesor de la pared del conducto está dado en el apéndice A.

Por último, haciendo uso de la ecuación (17) para elevarla a la ecuación (16) se obtiene:

$$\Delta H = \left\{ \frac{Kg}{w \left(1 + \frac{K}{E} \psi \right)} \right\}^{1/2} (\Delta V) \left(\frac{w}{g} \right)$$

$$\Delta H = \left\{ \frac{Kw}{g \left(1 + \frac{K}{E} \psi \right)} \right\}^{1/2} \Delta V \quad (19)$$

2.5 CALCULO DE LAS ECUACIONES MATEMATICAS QUE RIGEN EL FENOMENO CONSIDERANDO PERDIDAS POR FRICCION.

En el cálculo de las ecuaciones que rigen al fenómeno del golpe de ariete consideraremos el caso más generalizado de flujo del fluido variable.

De este modo se tomará en cuenta la elasticidad de la pared del tubo, la compresibilidad del líquido y las pérdidas hidráulicas por fricción en la tubería.

Para el cálculo de las ecuaciones se asumirá lo siguiente:

- a) que la velocidad y la presión son uniformes en cualquier sección transversal de la tubería.
- b) que la tubería siempre estará llena del fluido (agua) con una presión mínima suficiente para exceder a la presión del vapor de agua.
- c) que el nivel de líquido en el reservorio se mantendrá constante durante el período transiente.
- d) que el efecto de la histéresis es sumamente pequeño comparado con la fricción de la pared del tubo.

Aplicando el principio de la energía al problema, vemos que comparando la energía cinética original del líquido con el trabajo dado, debido a la compresión del líquido y ensanchamiento de la tubería, puede demostrarse que, durante el fenómeno, la energía no es disipada si tanto la tubería y el líquido son perfectamente elásticos. ⁽⁶⁾

Cuando los esfuerzos del material del tubo están bajo el límite elástico, la consideración de elasticidad perfecta está cerca de lo verdadero y la disipación de energía debido a la histéresis del tubo es pequeña.

Esto es mínimo totalmente, comparado con la fricción de la pared, para efectos de este estudio. ⁽⁶⁾

Con estas suposiciones hacemos el cálculo, tomando para ello un elemento diferencial de fluido cualquiera, el cual está limitado por dos caras paralelas normales al eje de la tubería considerada.

Se aplican dos ecuaciones fundamentales de la mecánica, que son:

La condición de equilibrio dinámico, que requiere que una fuerza de -desequilibrio actúe sobre el segmento de líquido y que sea igual a la masa del elemento multiplicada por la aceleración, lo cual es en otras palabras la segunda ley de Newton.

La condición de continuidad para el elemento requiere que todo el espacio interior esté ocupado, todo el tiempo, por fluido.

Por lo tanto las ecuaciones resultantes, de las condiciones ya expuestas, son resueltas simultáneamente para obtener la ecuación fundamental del golpe de ariete.

Las variables dependientes son la altura de la línea de alturas piezométricas H por encima de un eje de referencia fijo y la velocidad media V en una sección recta, para condiciones de oleaje.

- Las variables independientes son la distancia x , a lo largo de la tubería medida desde el extremo aguas arriba y el tiempo t .

De todo lo último se deduce que:

$$H = H(x, t) \quad \text{y} \quad V = V(x, t)$$

2.5.1 CONDICION DE EQUILIBRIO DINAMICO

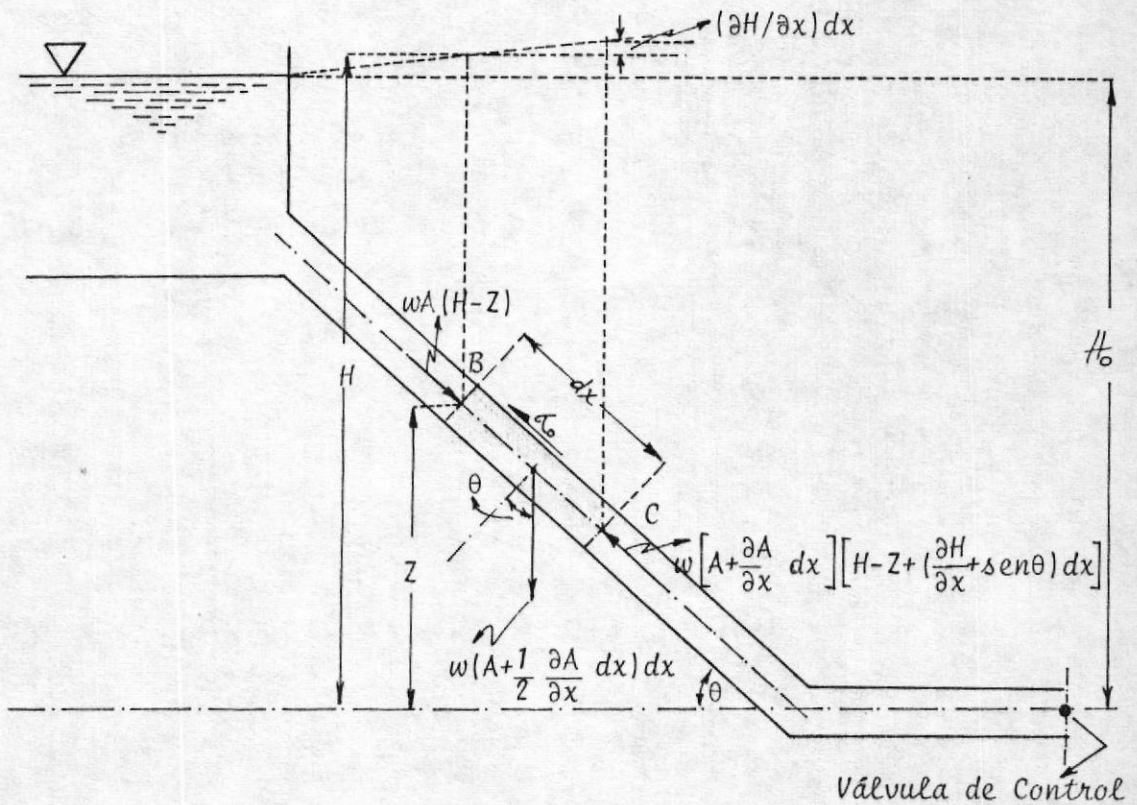


figura # 8

De acuerdo a la figura 8, tenemos que el fluido está pasando de la cara B a la C. Si el área de la sección transversal de B está definida por A tenemos que por resultado del fenómeno el área de la sección transversal de la tubería se incrementa en un valor igual a: $\partial A/\partial x$, - lo que implica que el cara C, el área de la sección transversal, sea igual a: $A + (\partial A/\partial x) dx$.

Analizando área, presión y fuerza para las caras B y C, se deduce; de la fig. 8 :

$$\text{Area en B} : A$$

$$\text{Presión en B} : w (H-Z)$$

$$\text{Fuerza en B} : wA (H-Z)$$

$$\text{Area en C} : A + \frac{\partial A}{\partial x} dx$$

$$\text{Presión en C} : w \{H-Z + (\frac{\partial H}{\partial x} + \text{sen}\theta) dx\}$$

$$\text{Fuerza en C} : w \{A + \frac{\partial A}{\partial x} dx\} \{H-Z + (\frac{\partial H}{\partial x} + \text{sen}\theta) dx\}$$

Además, en el centro de gravedad del elemento, la fuerza de gravedad - actuando verticalmente hacia abajo de la masa del elemento es:

$$w (A + \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial x} dx) dx$$

Haciendo ahora una sumatoria de las fuerzas actuantes sobre el elemento dx , se tiene:

$$w (A + \frac{\partial A}{\partial x} dx) \{H-Z + (\frac{\partial H}{\partial x} + \text{sen}\theta) dx\} + \tau_0 \pi D dx$$

$$- wA (H-Z) - w\left(A + \frac{1}{2} \frac{\partial A}{\partial x} dx\right) dx \sin\theta = \Sigma F \quad (20)$$

En donde D es el diámetro interior del tubo, y τ_0 es la tensión constante.

Desarrollando la ecuación última se tiene:

$$\begin{aligned} (wA + w \frac{\partial A}{\partial x} dx) (H-Z + \frac{\partial H}{\partial x} dx + \sin\theta dx) + \tau_0 \pi D dx - wAH + wAZ - \\ (wA + \frac{1}{2} w \frac{\partial A}{\partial x} dx) dx \sin\theta = \Sigma F \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} HwA + Hw \frac{\partial A}{\partial x} dx - wAZ + wA \frac{\partial H}{\partial x} dx + wA \sin\theta dx - wZ \frac{\partial A}{\partial x} dx + w \frac{\partial A}{\partial x} dx \frac{\partial H}{\partial x} dx + w \frac{\partial A}{\partial x} dx \sin\theta dx \\ + \tau_0 \pi D dx - wAH + wAZ - wA \sin\theta dx - \frac{1}{2} w \frac{\partial A}{\partial x} dx dx \sin\theta = \Sigma F \end{aligned} \quad (22)$$

Simplificando y despreciando los términos con infinitésimos de grado superior, obtenemos:

$$wA \frac{\partial H}{\partial x} dx + wH \frac{\partial A}{\partial x} dx - wZ \frac{\partial A}{\partial x} dx + \tau_0 \pi D dx = \Sigma F \quad (23)$$

$$w \left\{ A \frac{\partial H}{\partial x} + (H-Z) \frac{\partial A}{\partial x} \right\} dx + \tau_0 \pi D dx = \Sigma F \quad (24)$$

En la ecuación última se puede mostrar que $w(H-Z) \frac{\partial A}{\partial x} dx$ es generalmente muy pequeño comparado con $wA \frac{\partial H}{\partial x} dx$ por lo que la fuerza resultante actuando a lo largo del eje del tubo se reduce a:

$$wA \frac{\partial H}{\partial x} dx + \tau_0 \pi D dx = \Sigma F \quad (25)$$

Aplicando la segunda ley de Newton del movimiento en donde la masa de un elemento de líquido movido es $\frac{wA}{g} dx$, y su aceleración es $-dv/dt$, tenemos:

$$wA \frac{\partial H}{\partial x} dx + \tau_0 \pi D dx = -\frac{wA}{g} \frac{dv}{dt} dx \quad (26)$$

Pero en la ecuación (26) se tiene:

$$V=V(x, t)$$

$$\therefore \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V\partial V}{\partial x} \quad (27)$$

I para flujo turbulento permanente⁽²⁾ $\tau_0 = \omega f V^2 / 8g$, haciendo la hipótesis de que el coeficiente de rozamiento f es el mismo que en flujo estable.

Reemplazando el valor de τ_0 y la ecuación (27) en la ecuación (26) se obtiene:

$$\frac{\omega A \partial H}{\partial x} dx + \frac{\omega f V^2}{8g} \cdot \pi D dx = -\frac{\omega A}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V \partial V}{\partial x} \right) dx \quad (28)$$

Simplificando, y sabiendo que: $A = \pi D^2/4$, se tiene:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f V^2}{2Dg} = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V \partial V}{\partial x} \right)$$

Como el rozamiento se debe oponer al movimiento, V^2 se escribe $V/V/$ para darle el signo adecuado por lo que:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f V/V/}{2gD} = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V \partial V}{\partial x} \right) \quad (29)$$

Esta ecuación es la ecuación de equilibrio para el elemento diferencial de fluido.

2.5b CONDICION DE CONTINUIDAD

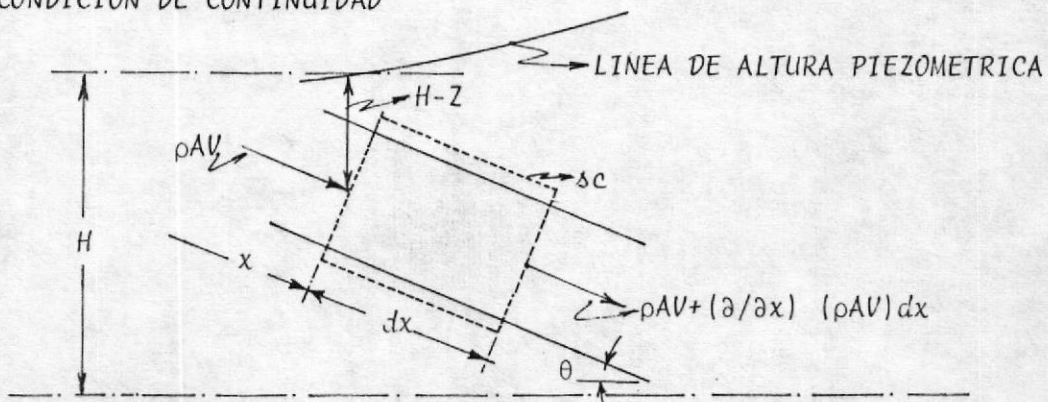


fig. 9 Volumen de control para la deducción de la ecuación de continuidad.⁽²⁾

La ecuación de conservación de masa está dada por.

$$0 = \iint_{s.c.} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v.c.} \rho dV$$

Aplicando la ecuación de la continuidad al volumen de control de la fig. 9, se tiene:

$$-\frac{\partial}{\partial x} (\rho AV) dx = \frac{\partial}{\partial t} (\rho A dx) \quad (30)$$

en donde ρ es la densidad del fluido en la tubería, y $dx \neq dx(t)$

Desarrollando la ecuación (30)

$$-\rho V \frac{\partial A}{\partial x} dx - VA \frac{\partial \rho}{\partial x} dx - \rho A \frac{\partial V}{\partial x} dx - \rho \frac{\partial A}{\partial t} dx - A \frac{\partial \rho}{\partial t} dx = 0 \quad (31)$$

Dividiendo la ecuación (31) para la masa del elemento $\rho A dx$; se tiene:

$$\frac{V}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (32)$$

Pero, matemáticamente podemos notar que en la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{V}{A} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial A}{\partial t} \quad (33)$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} = \frac{V}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (34)$$

Reemplazando las ecuaciones (33) y (34) en la ecuación (32), obtenemos:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (35)$$

De la ecuación (35) se deduce que el primer término representa a la elasticidad de la tubería y a su velocidad de deformación provocada por la presión mientras que el segundo término indica la compresibilidad del fluido.

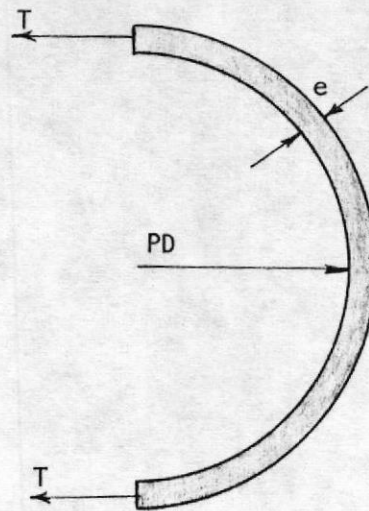


figura 10: Fuerza de tracción
en pared del tubo

De la figura 10 se generan los siguientes valores:

- Velocidad de variación de la fuerza de tracción por unidad de longitud: $(D/2) dP/dt$
- Si dividimos el valor de a) para el espesor "e" de la pared del tubo la Velocidad de variación de tensión es: $(D/2e) dP/dt$
- Al dividir el valor de b) para el módulo de elasticidad de Young del material de la pared se obtiene la velocidad de aumento de la deformación unitaria: $(D/2eE) dP/dt$.
- Al multiplicar el valor de c) por el radio $D/2$ se obtiene la velocidad de aumento de área:

$$\frac{dA}{d\bar{x}} = \frac{D}{2eE} \cdot \frac{dP}{d\bar{x}} \cdot \frac{D}{2} \pi D$$

$$\therefore \frac{1}{A} \frac{dA}{d\bar{x}} = \frac{DdP}{eEd\bar{x}} \quad (36)$$

Sabiendo que: $(2) K = -\frac{dP}{dV/V} = \frac{dP}{d\rho/\rho}$

Por lo tanto también:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dP}{dt} = \frac{1}{K} \cdot \frac{dP}{dt} \quad (37)$$

Reemplazando las ecuaciones (36) y (37) en la ecuación (35) ésta se convierte a:

$$\frac{1}{K} \cdot \frac{dP}{dt} \left(1 + \frac{KD}{Ee}\right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (38)$$

De la ecuación anterior podemos establecer la constante c^2

$$c^2 = \frac{K/\rho}{1 + (K/E) (D/e) C_1}$$

en donde C_1 , es un coeficiente de restricción.

Reemplazando el valor de c^2 en la ecuación (38) ésta se transforma así:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + c^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (39)$$

Conociendo que $(2)P = \rho g (H-Z)$

$$\text{Además } (2) \frac{dP}{dt} = V \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t}$$

De la relación a) se obtiene:

$$P = \rho g (H-Z)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \frac{\partial H}{\partial x} - \rho g \frac{\partial Z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t} - \rho g \frac{\partial Z}{\partial t}$$

Reemplazando los valores de $\partial P/\partial x$ y $\partial P/\partial t$ en la ecuación b) se tiene:

$$\frac{dP}{dt} = V \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) + \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial Z}{\partial t} \right) \quad (40)$$

Ahora, la variación de ρ con respecto a x ó t es mucho menor que la variación de H respecto a x ó t , por tanto, se ha considerado que ρ era

constante en la ecuación (40).

Si tenemos una tubería en reposo

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial Z}{\partial x} = -\operatorname{sen}\theta.$$

por lo que la ecuación (40) nos queda:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} = Vg \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \operatorname{sen}\theta \right) + g \frac{\partial H}{\partial t} \quad (41)$$

Por último, igualando las ecuaciones (39) y (41) se obtiene:

$$\frac{c^2}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \operatorname{sen}\theta = 0 \quad (42)$$

En donde la constante c , es la velocidad de la onda de presión.

Esta última ecuación representa la condición de continuidad, siendo - junto a la ecuación de equilibrio dinámico las dos ecuaciones fundamentales que rigen el fenómeno del golpe de ariete incluyendo fricción. Estas dos ecuaciones, matemáticamente son ecuaciones diferenciales - parciales hiperbólicas no lineales en V y H , funciones de las variables independientes x y t .

Hasta aquí se ha obtenido las dos ecuaciones básicas del golpe de ariete a partir de las dos condiciones también básicas, ya conocidas (equilibrio dinámico y continuidad).

Estas dos, la ecuación (29) y la ecuación (42), están caracterizadas - por ser ecuaciones diferenciales parciales no lineales e hiperbólicas ya que contienen en sus expresiones dos variables independientes, x y t junto con las variables H y V .

A continuación se desarrolla la solución matemática a este par de ecuaciones aplicando la teoría conocida como:

Solución por el Método de las Características: siguiendo por lo tanto este método tenemos:

A la ecuación (29) la podemos escribir de una forma simple como:

$$J_2 = \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{V/V}{2gD} + \frac{\partial V}{g\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (43)$$

Haciendo que:

$$i) \quad V_x = \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$ii) \quad V_t = \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$iii) \quad H_x = \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$iiii) \quad H_t = \frac{\partial H}{\partial t}$$

Reemplazando en la ecuación (43) las relaciones i), ii) y iii) se tiene que:

$$J_2 = H_x + \frac{V/V}{2gD} + \frac{V_t}{g} + \frac{V}{g} V_x = 0$$

$$J_2 = VV_x + V_t + gH_x + \frac{V/V}{2D} = 0 \quad (44)$$

De la misma forma para la ecuación (42) que la podemos escribir ahora de la forma siguiente:

$$J_1 = \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{V\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V\text{sen}\theta = 0 \quad (45)$$

Reemplazando en la ecuación (45) las relaciones i), iii) y iiii) tenemos:

$$J_1 = \frac{c^2}{g} V_x + VH_x + H_t + V\text{sen}\theta = 0 \quad (46)$$

Tanto la ecuación (44) como la ecuación (46) contienen dos incógnitas.

De esta manera estos dos ecuaciones se las puede combinar linealmente por medio de un multiplicador desconocido, $\lambda^{(6)}$, así:

$$J = J_1 + \lambda J_2 \quad (47)$$

Un par de valores de λ cualesquiera, reales y distintos, generan un par de ecuaciones en V y H que contienen todo el significado físico de las ecuaciones originales J_1 y J_2 , y que pueden ser sustituidos en una solución cualquiera.

Reemplazando en la ecuación (47) los valores de J_1 y J_2 , obtenemos:

$$J = \frac{c^2}{g} V_x + V H_x + H_t + V \text{sen} \theta + \lambda (V V_x + V_t + g H_x + \frac{\delta V/V}{2D})$$

$$J = \frac{c^2}{g} V_x + V H_x + H_t + V \text{sen} \theta + \lambda V V_x + \lambda V_t + \lambda g H_x + \lambda \frac{\delta V/V}{2D} \quad (48)$$

Reordenando y agrupando los términos de la ecuación (48), nos queda de la forma siguiente:

$$J = H_x (V + \lambda g) + H_t + \lambda \left\{ V_x \left(V + \frac{c^2}{g\lambda} \right) + V_t \right\} + \lambda \frac{\delta V/V}{2D} + V \text{sen} \theta = 0 \quad (49)$$

Además si: $V = V(x, t)$ y $H = H(x, t)$ son por tanto soluciones de las ecuaciones J_1 y J_2 , de lo anterior se concluye que:

$$\frac{dV}{dt} = V_x \frac{dx}{dt} + V_t \quad (50)$$

y,

$$\frac{dH}{dt} = H_x \frac{dx}{dt} + H_t \quad (51)$$

Si se examina la ecuación (49) y la relacionamos con las ecuaciones (50) y (51) se tiene:

$$H_x (V + \lambda g) + H_t = H_x \frac{dx}{dt} + H_t = \frac{dH}{dt} \quad (52)$$

$$V_x \left(V + \frac{c^2}{g\lambda} \right) + V_t + V_x \frac{dx}{dt} + V_t = \frac{dV}{dt} \quad (53)$$

Por lo que entonces la ecuación (49) queda reducida a:

$$J = \frac{dH}{dt} + \lambda \frac{dV}{dt} + \frac{\lambda \delta V/V}{2D} + V \text{sen} \theta = 0 \quad (54)$$

Siempre y cuando se cumpla que:

$$\frac{dx}{dt} = V + \lambda g \quad (55)$$

$$\text{y, } \frac{dx}{dt} = V + \frac{c^2}{g\lambda} \quad (56)$$

Igualando estas dos últimas ecuaciones, tendremos el valor de :

$$V + \lambda g = V + \frac{c^2}{g\lambda} \quad (57)$$

$$\lambda = \pm \frac{c}{g}$$

Reemplazando la ecuación (57) en la ecuación (54) obtenemos las ecuaciones características para V y H .

$$J = \frac{dH}{dt} + \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{c \delta V/V}{2gD} + V \text{sen} \theta = 0 \quad (58)$$

$$J = \frac{dH}{dt} - \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} - \frac{c \delta V/V}{2gD} + V \text{sen} \theta = 0 \quad (59)$$

Substituyendo también los valores de λ en las ecuaciones (55) y (56) se obtiene:

$$\frac{dx}{dt} = V + c \quad (60)$$

$$\frac{dx}{dt} = V - c \quad (61)$$

En conclusión, lo que quiere decir que se han hallado dos valores de λ reales y distintos que convierten a las dos ecuaciones diferenciales en derivados parciales (J_1 y J_2) en un par de ecuaciones diferencia -

les ordinarias limitadas por las ecuaciones (55) y (56).

Además las ecuaciones (58) y (59) determinan dos familias de curvas - características o simplemente "características" que son C_+ y C_- , en el plano (x, t)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dt} + \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{c_f V/V}{2gD} + V \operatorname{sen} \theta &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= V + c \end{aligned} \right\} C_+ \quad (62)$$

$$\frac{dx}{dt} = V + c \quad (63)$$

$$y, \quad \left. \begin{aligned} \frac{dH}{dt} - \frac{c}{g} \frac{dV}{dt} - \frac{c_f V/V}{2gD} + \operatorname{sen} \theta &= 0 \\ \frac{dx}{dt} &= V - c \end{aligned} \right\} C_- \quad (64)$$

$$\frac{dx}{dt} = V - c \quad (65)$$

Para entender el significado de estas cuatro ecuaciones últimas, es importante señalar que la solución de ella se origina en un diagrama xt como la muestra la figura (11).

Se considera que se conocen V y H en los puntos conocidos R y S de la figura. La característica C_+ es un diagrama de la ecuación (63), siendo ésta sólo válida a lo largo de C_+ , de igual forma la característica C_- es un diagrama de la ecuación (65), siendo sólo válida ésta a lo largo de C_- .

- Para efectos de cálculo se considera que la tubería está construida

tas de pendientes $\neq C$.

(63) y (65) con lo que resulta que las líneas características son rec

- comparada con c , por lo que es válido eliminar V de las ecuaciones

- En los cálculos de golpe de ariete, por lo general V es muy pequeña

nas y velocidades para tiempos posteriores.

- cidas y haciendo nuevas intersecciones de manera que se hallen aktu

ción a lo largo de las características, partiendo de condiciones cono

pueden resolver para dar x y t . Por consiguiente, se obtiene la solu

dar VP y HP. En este punto P, también las ecuaciones (63) y (65) se

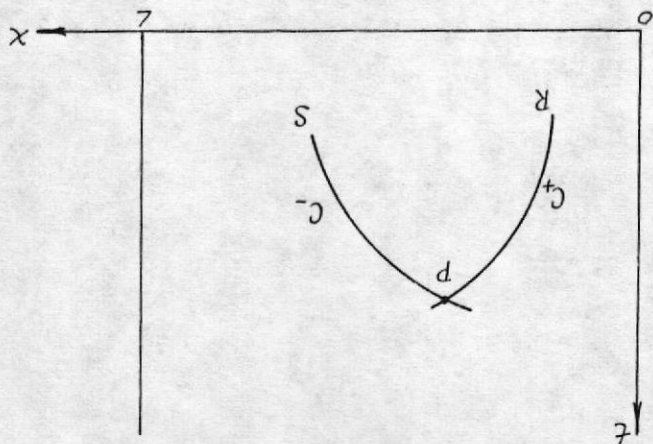
de las dos características ambas ecuaciones se pueden resolver para

un punto conocido sobre su característica, pero en la intersección P

Cada una de las ecuaciones (62) y (64) contienen dos incógnitas para

de las que se logra la solución.

Figura 11: diagrama xt, de las características a lo largo



con N tramos iguales como la indica la figura (12). Además de que H y V se conocen inicialmente en cada uno de los tramos en que se ha dividido la tubería. Sólo entonces se puede lograr la solución del fenómeno en aquellas intersecciones de las líneas características como lo indican los puntos gruesos

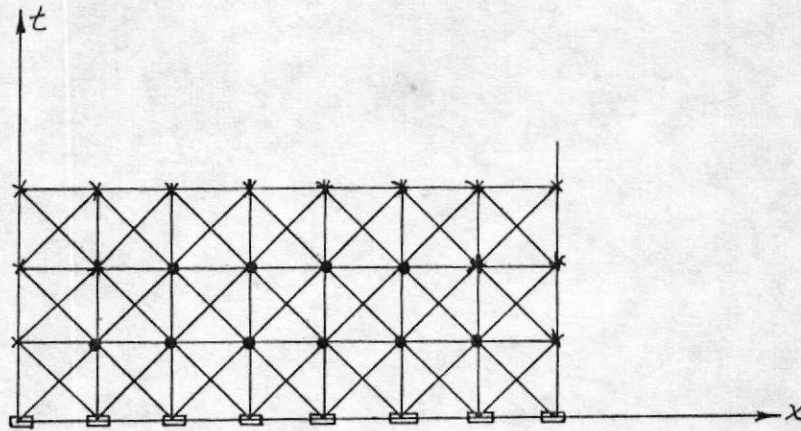


fig. 12: Red rectangular para la solución de las ecuaciones características.

La solución se obtiene sólo sobre una región limitada, a menos que se de algún dato en $x=0$ y $x=L$ de alguna función externa como función del tiempo (condiciones de frontera).

En la figura (12) se nota que el intervalo de tiempo de cálculo es: $\Delta t = \Delta x/c$. Utilizando el reticulado, x y t se conocen en cada intersección y no hace falta considerar las ecuaciones (63) y (65).

Escribiendo ahora las ecuaciones (62) y (64) en notación de diferen -

cias finitas (figura 13) tenemos:

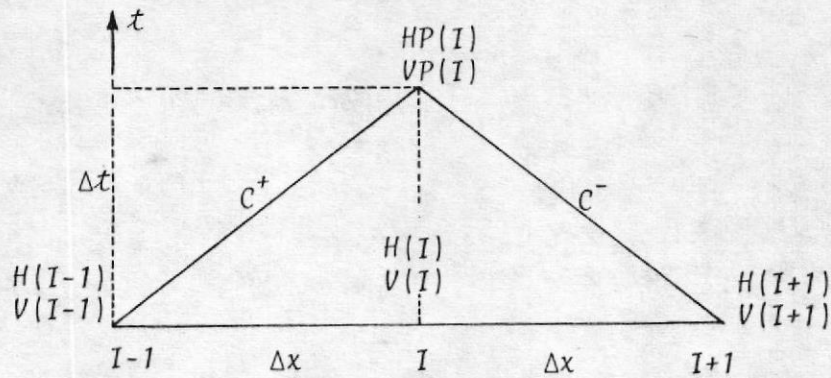


fig. 13: Notación de diferencias finitas

Para la ecuación (62):

$$dH = HP(I) - H(I-1)$$

$$dV = VP(I) - V(I-1)$$

$$dt = \Delta T$$

Entonces:

$$\begin{aligned} & HP(I) - H(I-1) + \frac{c}{g} (VP(I) - V(I-1)) + V(I-1) \operatorname{sen} \theta \Delta t \\ & + \frac{c \Delta t}{2gD} V(I-1) / V(I-1) = 0 \end{aligned} \quad (66)$$

Análogamente para la ecuación (64) se tiene:

$$dH = HP(I) - H(I+1)$$

$$dV = VP(I) - V(I+1)$$

$$dt = \Delta t$$

Entonces:

$$\begin{aligned} & HP(I) - H(I+1) - \frac{c}{g} (VP(I) - V(I+1)) + V(I+1) \operatorname{sen} \theta \Delta t \\ & - \frac{c \Delta t}{2gD} V(I+1) / V(I+1) = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

Sumando las dos últimas ecuaciones se elimina $VP(I)$:

$$\begin{aligned} HP(I) = & 0.5(H(I-1)+H(I+1))+\frac{c}{g}(V(I-1)-V(I+1)) \\ & -\text{sen}\theta\Delta t(V(I-1)+V(I+1))-\frac{c}{2gD}\left(\Delta t\left(\frac{V(I-1)}{V(I-1)}\right)/\right. \\ & \left.-\frac{V(I+1)}{V(I+1)}\right) \end{aligned} \quad (68)$$

Análogamente, al restar se obtiene $VP(I)$:

$$\begin{aligned} VP(I) = & 0.5(V(I-1)+V(I+1))+\frac{g}{c}(H(I-1)-H(I+1)) \\ & -\text{sen}\theta\Delta t(V(I-1)-V(I+1))-\frac{c}{2D}\left(\frac{V(I-1)}{V(I-1)}\right)/ \\ & \left.+\frac{V(I+1)}{V(I+1)}\right) \end{aligned} \quad (69)$$

Tanto la ecuación (68) como la (69) se emplean en un circuito continuo para despejar VP y HP para $I=1$ a $N-1$.

Después de utilizar las condiciones de frontera para despejar $HP(0)$, $VP(0)$ y $HP(N)$, $VP(N)$, obtenidas éstas, se pueden anotar resultados y después se sustituyen los valores de $V(I)$ y $H(I)$ por los de $VP(I)$ y $HP(I)$ incrementando el tiempo, y se repite el proceso.

Condiciones de Contorno: En el extremo aguas arriba ó de la izquierda, la ecuación (67) para la característica C^- (para $I=0$) da una ecuación con las dos incógnitas $VP(0)$ y $HP(0)$ de acuerdo a la figura (14):

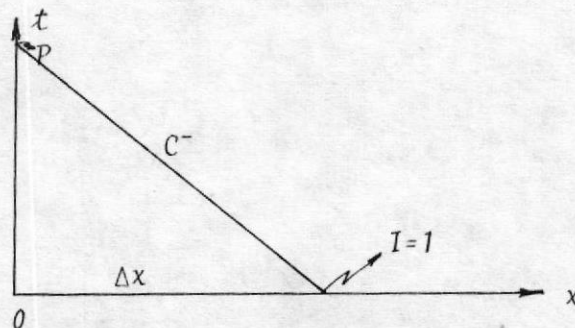


fig. 14: Extremo izquierdo

Se impone una condición exterior a la tubería para resolver esta ecuación, esta condición puede ser la colocación de un depósito aguas arriba con altura HR por encima de la línea central de la tubería. Si se desprecia las pérdidas menores en la entrada (figura 15) se puede aplicar la ecuación de Euler no permanente:

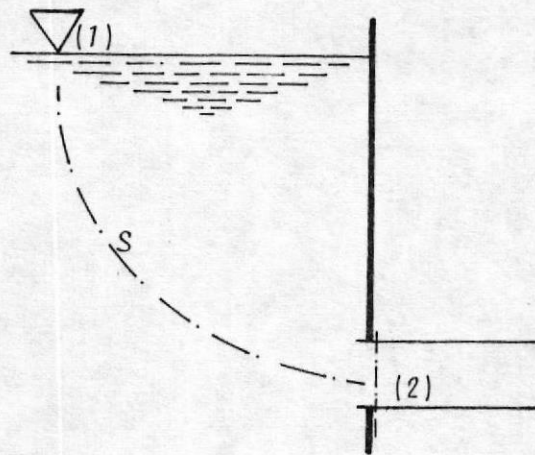


fig. 15: Entrada a una tubería desde un depósito

$$g\Delta Z + \Delta V^2 + \int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t} ds = 0$$

En donde $(\partial V / \partial t) ds$ es cero, excepto en la boca, y para esta distancia ds muy corta se puede considerar pequeña de manera que se elimina quedando.

$$HR = HP(0) + \frac{(VP(0))^2}{2g} \quad (70)$$

Sin embargo, para el flujo de retorno $HR = HP(0)$.

Entre la ecuación (70) y la ecuación (67) da $HP(0)$ y $VP(0)$.

Otra condición de frontera aguas arriba es el caudal en función del -

tiempo, lo que permite una solución fácil.

En el extremo aguas abajo, δ de la derecha de la tubería (figura 16) se da la característica C_+ , mediante la ecuación (66) para $I=N$.

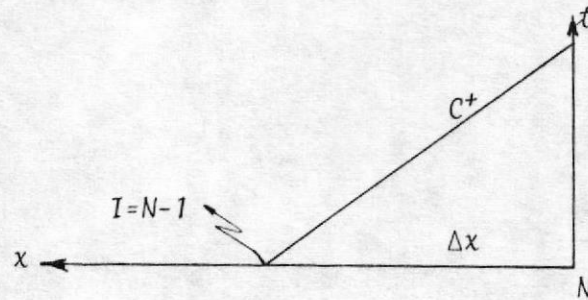


fig. 16: Extremo derecho

Se necesita una condición externa, para esta sección se elige una válvula (figura 17).

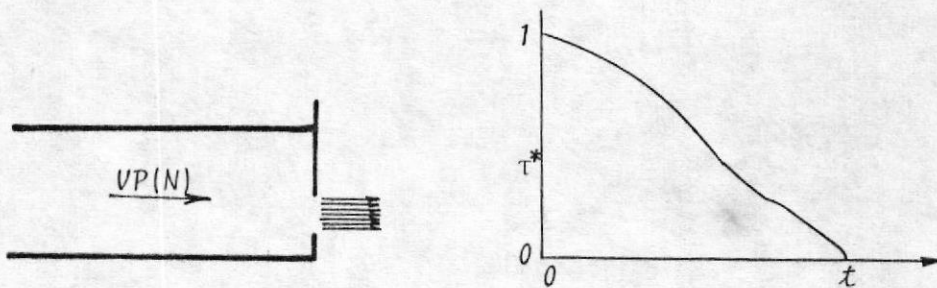


fig. 17: Válvula en el extremo aguas abajo de una tubería.

Para el flujo permanente a través de la válvula, considerada como un orificio, se tiene:

$$AV_0 = (C_d A_v)_0 (2gH_0)^{1/2} \quad (71)$$

Siendo A el área de la tubería, H_0 la altura a través de la válvula,

$(C_d A_v)_0$ el área del orificio por el coeficiente de desague y V_0 la velocidad en régimen permanente en la tubería.

En general para otro orificio:

$$AVP(N) = C_d A_v (2gHP(N))^{1/2} \quad (72)$$

Dividiendo la segunda ecuación por la primera:

$$\frac{VP(N)}{V_0} = \tau^* \left(\frac{HP(N)}{H_0} \right)^{1/2} \quad (73)$$

En donde τ^* es el coeficiente sin dimensiones de movimiento de la válvula. $\tau^* = 1$ para flujo permanente y se reduce a cero cuando la válvula se cierra. Entre la ecuación (73) y la ecuación (66) se obtienen $VP(N)$ y $HP(N)$.

Generalmente se da τ^* en función de t ; la solución implica la solución de una solución cuadrática.

La relación del tiempo de cierre de válvula (cierre rápido) que se aplica en esta tesis viene dada por:⁽⁶⁾

$$\tau^* = \left(1 - \frac{t}{t_c} \right) \quad (74)$$

Podemos aplicar a este método de solución, de las ecuaciones fundamentales del golpe de ariete, el computador digital, y de esta forma llegar a resultados numéricos, dados los valores de las constantes principales. En el apéndice (B) se presenta el programa de computador, en FORTRAN IV, el cual es corrido en el Centro de Computación de la ESPOL, en una máquina IBM-1130

2.6 RESULTADOS DEL ANALISIS TEORICO

Los resultados a obtener del análisis teórico precedente, que describe el golpe de ariete, son los siguientes:

- Velocidad de propagación (c) de la onda de presión generada en la tubería por el cierre brusco de la válvula solenoide.

En el equipo experimental tenemos una tubería cuyo material es cobre, siendo las características de ésta las siguientes: ⁽⁷⁾

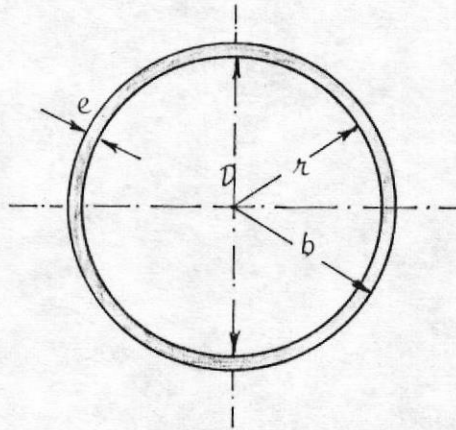


fig. 18: Corte transversal de la tubería

$$L = 200 \text{ pies}$$

$$A = 0,0013635 \text{ pie}^2$$

$$D = 0,0417 \text{ pies}$$

$$r = 0,02083 \text{ pies}$$

$$e = b - r = 0,00391 \text{ pies}$$

$$K = 0,4282 \times 10^8 \text{ Lbf/pie}^2$$

$$E = 24,0235 \times 10^8 \text{ Lbf/pie}^2$$

$$v^{(8)} = 0,35$$

Además el fluido de trabajo es agua a 80°F, aproximadamente, cuyas características son: (8)

$$w = 62,4 \text{ lb}_f/\text{pie}^3$$

$$v^* = 0,93 \times 10^{-5} \text{ pie}^2/\text{seg}$$

$$g = 32,2 \text{ pie}/\text{seg}^2$$

Para calcular la velocidad de propagación de la onda de presión, tenemos que; de acuerdo al apéndice (A), b-r, por lo que se considera una tubería de pared delgada.

También se hace la siguiente restricción deducida del montaje de la tubería en el equipo de prueba:

"Tubería asegurada contra movimiento longitudinal a lo largo de su longitud" (caso A-2.1; Apéndice A)

De lo anterior se tiene la ecuación: (A-57)

$$\psi = (2r/e) (1 - v^2)$$

Reemplazando en ésta, los valores anotados:

$$\psi = (2 \times 0,02083 / 0,00391) (1 - 0,35^2)$$

$$\psi = 9,3495$$

Aplicando seguidamente la expresión (17), con los valores correspondientes se tiene:

$$c = \left[\frac{0,4282 \times 10^8 \times 32,2}{62,4 (1 + 0,4282 \times 10^8 \times 9,3495 / 24,0235 \times 10^8)} \right]^{1/2}$$

$$c = (13,788 \times 10^8 / 72,7998)^{1/2}$$

$$c = 4352,20 \text{ pie}/\text{seg}$$

Tiempo empleado (t), por la onda de presión generada en recorrer una distancia igual a dos veces la longitud de la tubería.

De la ecuación fundamental del movimiento uniforme con velocidad constante dada en física, tenemos: $2L = txc$

De donde se desprende que:

$$t = 2L/c$$

Reemplazando valores:

$$t = (2 \times 200) / 4352,20$$

$$t = 0,0919 \text{ seg.}$$

De este resultado se deduce que, para obtener un tiempo de cierre (t_c) de válvula rápido, se debe cumplir que: $t_c < 0,0919 \text{ seg.}$

De otra forma si se cumple que: $t_c > 0,0919 \text{ seg.}$, obtenemos un tiempo de cierre lento ó bajo.

Estos dos cálculos hechos hasta ahora son los que a continuación permanecen sin variar, ya que no contienen en sus expresiones la variable de la velocidad del flujo de agua, por lo que siempre son comunes en cada variación del mismo.

Seguidamente hacemos una variedad de cálculos, variando la velocidad del agua en la tubería V_0 , y la presión inicial H_0 , en el punto de la descarga de la tubería ($x/L = 1,0$)

Incremento máximo de presión (ΔH), ocasionado por el cierre súbito de la válvula solenoide, dado en el punto $x/L = 1,0$, de la tubería (loca



lización de la válvula solenoide)

Para este cálculo aplicamos la expresión (16):

$$\Delta H = c\Delta V/g$$

pero debido a que la velocidad del flujo de agua después del cierre de la válvula se reduce prácticamente a cero, se tiene que la expresión (16) se limita a lo siguiente:

$$\Delta H = cV_0/g$$

De esta forma, tenemos:

Presión inicial $H_0=1\text{bar}$		Presión inicial $H_0=2\text{bar}$	
V_0 (pie/seg)	ΔH (pies)	V_0 (pie/seg)	ΔH (pies)
1,2991	175,58	0,8459	114,33
1,7911	242,08	1,6142	218,18
2,1494	290,52	2,4385	329,60
2,5508	344,77		

Estos resultados están resumidos en forma de curva en la figura (19).

Número de Reynolds, (R_e), del flujo de agua en el sistema y su correspondiente factor de fricción (f).

El número de Reynolds viene dado por la expresión⁽²⁾:

$$R_e = V_0 D / \nu^*$$

Considerando que el material de la tubería es prácticamente liso,^(7,8) del diagrama de Moody, obtenemos el correspondiente factor de fricción:

Presión inicial $H_0 = 1\text{bar}$			Presión inicial $H_0 = 2\text{bar}$		
V_0 (pie/seg)	R_e	δ	V_0 (pie/seg)	R_e	δ
1,2991	5825	0,0088	0,8459	3793	0,0098
1,7911	8031	0,0079	1,6142	7283	0,0082
2,1494	9638	0,0076	2,4385	10934	0,0068
2,5508	11438	0,0066			

Variación del cabezal máximo de presión (H), en un punto $x/L=1,0$, de la tubería, debido al fenómeno del golpe de ariete (localización de la válvula solenoide)

Este cabezal de altura, H, en el cálculo está dado en pies de agua.

Presión inicial $H_0 = 1\text{bar}$		Presión inicial $H_0 = 2\text{bar}$	
V_0 (pie/seg)	Variación de H (pie)	V_0 (pie/seg)	Variación de H (pie)
1,2991	figura (20)	0,8459	figura (24)
1,7911	figura (21)	1,6142	figura (25)
2,1494	figura (22)	2,4385	figura (26)
2,5508	figura (23)		

Estas figuras fueron obtenidas a partir de los resultados del computador, mostrados en el apéndice (C), para cada valor de velocidad del flujo de agua.

3. ANALISIS EXPERIMENTAL

3.1 DESCRIPCION DEL EQUIPO EXPERIMENTAL

El equipo experimental a usarse, para la demostración práctica del fenómeno del golpe de ariete, nos permite estudiar las ondas de choque que pueden desarrollarse cuando el flujo de agua en una tubería es detenido súbitamente (cierre de válvula). De esto se desprende que podemos realizar investigación de las fluctuaciones de presión debido a un cierre brusco de válvula, paralelamente a un rango de flujo de agua, y para diferentes presiones iniciales en el sistema.

Descripción del equipo de prueba.

El fluido de trabajo es agua, el cual fluye en una tubería en forma de serpentín cuyo material es cobre, la cual es ajustada con una válvula solenoide a un transductor de presión a su descarga final. La salida del transductor es marcada en un osciloscopio y la provisión de corriente directa al transductor.

El equipo tiene, además, una válvula de paso de descarga, conectada a la entrada del serpentín de tubería, y una segunda válvula ajustable; instalada hacia la parte corriente arriba del flujo, después de la válvula solenoide.

De esta forma, operando estas dos válvulas es posible establecer flujos de agua y presiones de trabajo (presiones iniciales) en el serpentín.

Por último, el aparato trae incorporado un medidor de presión, tipo Bourdon, el cual se halla situado entre la válvula solenoide y la válvula

vula de control, corriente arriba, la que permite la regulación de la presión deseada y la calibración del transductor (figura 27). Además la caja de control de operación del aparato contiene baterías secas - para la excitación del circuito del osciloscopio y para el suministro al transductor.

Este equipo de prueba ha sido recientemente incorporado al laboratorio de Mecánica de Fluidos de la ESPOL, de fabricación inglesa, pertenece a la casa Plint and Partners Ltd., Engineers.- Wokingham, Berkshire-England, y cuya especificación es la siguiente:

Equipo: Aparato del golpe de ariete
 Serial No: TE.86/4185
 Marca: Telequipment
 Fecha: 15/2/77
 Suministro Eléctrico: 110 volts; 60 HZ; 1 Fase.

El conjunto experimental consta de las partes a anotarse:

Serpentín de tubería:

Longitud: 200 pies
 Diámetro interior: 0,0417 pies

Transductor:

Tipo: SE 792/150
 Serial No: 1987
 Rango: 0 a 10 bar
 Máxima Presión: 15 bar
 Suministro: 6 Vdc

Osciloscopio:

Tipo: 554 A

Serial No: 464252

Suministro de disparo: 6 Vdc

Camara:

Cámara Polaroid: Swinger E.E.

Película Polaroid: 6 Off.

Mantenimiento del Equipo: El único mantenimiento que el aparato exige es el de reemplazar ocasionalmente las baterías secas en la caja de control. El acceso a ellas es mediante la simple remoción de la tapa de la caja; siendo la especificación de las baterías la que sigue:

Círculo del

osciloscopio: 9 volts. Every Ready, tipo PP1 ó equivalente

Transductor : 4 1/2 volts. Every Ready, tipo 126 ó equivalente.

3.2 ADAPTABILIDAD DEL EQUIPO, PARA LAS CARACTERISTICAS DEL ENSAYO.

Debido a características físicas del laboratorio de Mecánica de Fluidos, que de una u otra forma incidirían en la operación del ensayo del golpe de ariete, por condiciones establecidas en el manual de instrucción, hubo la necesidad de hacer cierta adaptación al equipo para poder lograr los requisitos tolerables de operación.

Siendo estas pequeñas adaptaciones las siguientes:

a) La de un medidor de presión, tipo Bourdon, situado en una derivación de la válvula de paso, con el objeto de establecer la presión del agua de entrada al serpentín de la tubería, ya que por no contar el equipo de prueba con una fuente de alimentación de agua propia, implicaba que al momento de la medición del flujo de agua ésta era malograda por la constante fluctuación de la presión debido a las razones de consumo.

Este medidor tiene un rango de hasta 10 bar de presión, el cual nos da el límite de presión que debe soportar el aparato a causa del golpe de ariete.

b) La de un equipo calibrador - probador, de medidores de presiones, con el objeto de hacer la calibración del transductor. Esto es debido a que de acuerdo al manual de instrucciones, se requiere en el agua una presión no menor de 75 Lbs/plg² para realizar dicha calibración, y al no contar con dicha presión, se adaptó este aparato con una capacidad de calibración de hasta 100 Lbs/plg² de presión.

3.3 CALIBRACION DEL EQUIPO.

El equipo experimental antes de entrar en operación deberá ser cuidadosamente calibrado para efectos del fenómeno del golpe de ariete.

La calibración consta de los siguientes puntos:

a) Calibración del Osciloscopio: La calibración del osciloscopio en relación a su manual (figura 28) deberá hacerse de la forma siguiente:

a-1) Seleccionar el voltaje y fusible de acuerdo al suministro local de energía eléctrica que deberá ser: 0.5A para 100-125 volttios ó 0.25A para 200-250 voltios.

Del panel de controles de la parte frontal del osciloscopio:

a-2) Brillo: perilla completamente girada en sentido contrario a las manecillas del reloj - fuente apagada.

a-3) Foco: perilla en su posición central.

a-4) Astigmático: posición central.

a-5) Nivel de gatillo: perilla completamente girada en sentido contrario a las manecillas del reloj - encendido.

a-6) Estabilidad: girado en sentido de las manecillas del reloj, completamente.

a-7) Selector de gatillo: normal, +, int. (todos los botones excepto los de la parte de abajo).

a-8) Desplazamiento de x: posición central

a-9) Incremento de x: girado completamente en sentido contrario a las manecillas del reloj.

a-10) Tiempo/cm: 5ms.

- a-11) Variable: girado por completo en sentido de las manecillas del reloj.
- a-12) Desplazamiento de Y: posición central
- a-13) Calibre: posición central
- a-14) Voltios/cm: 100mV
- a-15) Variable: girado por completo en sentido de las manecillas del reloj.
- a-16) CD - CA: CD

Después de estos pasos y de conectar el aparato con la perilla del brillo, se espera unos treinta segundos, para que el instrumento adquiera cierto grado de calor. Seguidamente se rota el brillo en sentido de las manecillas del reloj hasta conseguir un grado de intensidad conveniente.

- b) Calibración del Transductor: Como ya se expresó anteriormente, esta calibración fue hecha con un aparato de prueba para medidores de presión tipo Bourdon, cuya capacidad es de hasta 100 libras/pulg², de presión. Por lo tanto tenemos que para cada valor de presión recibida por el transductor, éste convierte la energía en señal eléctrica en el osciloscopio, la cual es medida. Por lo anterior vamos a obtener un gráfico de calibración (figura 29) cuya escala es de - 50mV/cm y 50mS/cm, como coordenadas consideradas.

Resumiendo, una vez cumplidas estas dos calibraciones fundamentales, se puede operar el equipo experimental de la forma siguiente:

Operación del Equipo Experimental:

- a) Se conecta la entrada del osciloscopio al transductor del osciloscopio en la caja de control.
- b) Se conecta el gatillo externo del osciloscopio con el de la caja de control.
- c) Se coloca el selector del gatillo a la posición externa y se selecciona en la escala Voltios/cm, el valor de 50 mV, simultáneamente.
- d) Se coloca la perilla de estabilidad, totalmente girada en sentido - de las manecillas del reloj.
- e) Se abre la válvula de paso y se conecta el suministro de agua.
- f) Abierta la válvula de salida de agua, se cierra la válvula de paso, permitiéndose de esta forma expulsar el aire atrapado en el sistema debido al flujo de agua por algunos minutos.
- g) Colocar el nivel de gatillo en la posición media y el desplazador x en la posición necesaria para que el trazo del lado izquierdo sea - visible en la pantalla.
- h) Se rota el botón de estabilidad contrariamente a las manecillas del reloj, hasta que el trazo justamente desaparezca. Además colocar - el tiempo/cm, en el valor de 50 mS.
- i) Se ajustan las válvulas del equipo a fin de dar la razón del flujo requerido que debe ser no más de 6 litros/minuto, a una presión de 1bar.
- j) Mover la válvula solenoide a la posición disparo, y de esta manera se genera una onda de presión en el serpentín.
- k) Se observa y se fotografía el trazo mostrado en el osciloscopio.

l) Seleccionar una razón de flujo diferente y se repite el proceso des
de i) a k)

3.4 PROGRAMACION DEL ENSAYO.

Con el objeto de mostrar comparaciones del comportamiento del golpe de ariete, según variables como la velocidad del flujo de agua y presión inicial en el sistema, la programación del análisis experimental está dividida en dos partes:

1.- Ensayo a una presión inicial de 1 bar.

Este ensayo, se hace con los siguientes valores de flujo de agua:

$$1.1.- Q = 3,01 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 1,2991 \text{ (pie/seg)}$$

$$1.2.- Q = 4,15 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 1,7911 \text{ (pie/seg)}$$

$$1.3.- Q = 4,98 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 2,1494 \text{ (pie/seg)}$$

$$1.4.- Q = 5,91 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 2,5508 \text{ (pie/seg)}$$

2.- Ensayo a una presión inicial de 2 bar.

Para este ensayo tenemos los siguientes flujos:

$$2.1.- Q = 1,96 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 0,8459 \text{ (pie/seg)}$$

$$2.2.- Q = 3,74 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 1,6142 \text{ (pie/seg)}$$

$$2.3.- Q = 5,65 \text{ (lt/mt)}; V_0 = 2,4385 \text{ (pie/seg)}$$

3.5 RESULTADOS DEL ANALISIS EXPERIMENTAL

Los resultados de las diferentes pruebas experimentales efectuadas, según la programación de las mismas, anotada anteriormente, arrojaron los cálculos experimentales que a continuación se escriben, los cuales están esquematizados en la figura (30).

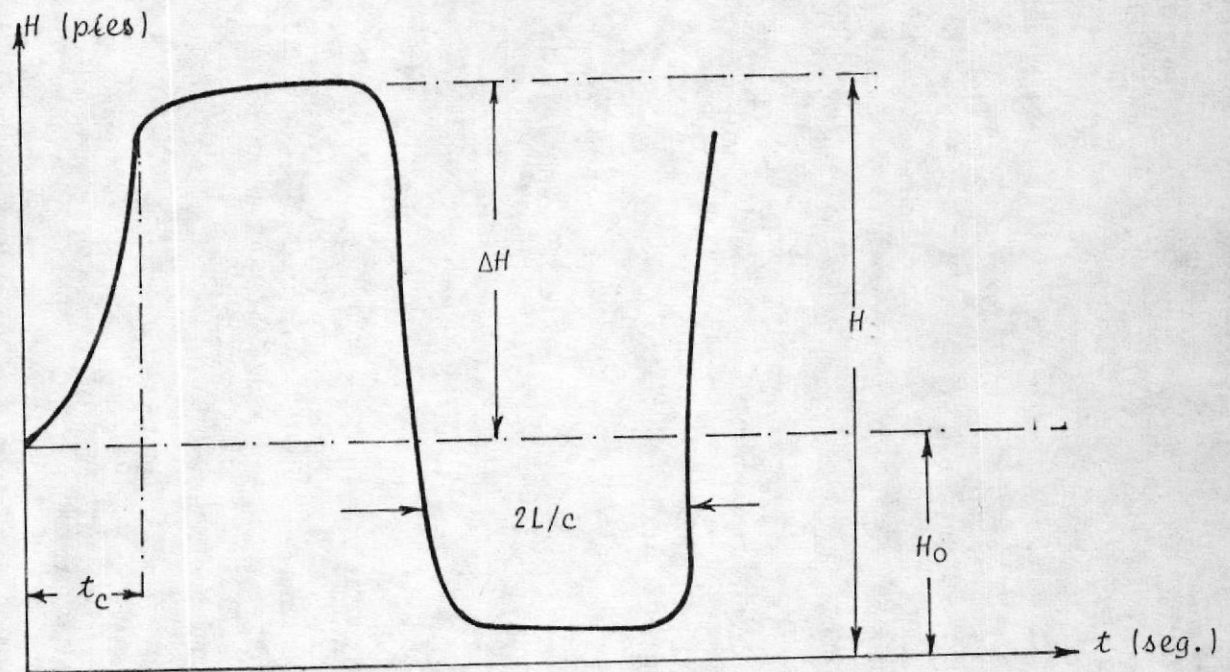


Figura 30: Variables características en una onda de presión

Velocidad de la onda de presión generada (c) y el tiempo (t) que emplea la onda en recorrer una distancia igual a $2L$.

De la expresión (17), se conoce que la velocidad de la onda de presión no es función de la presión inicial del sistema, por lo tanto de las figuras (31) y (32) (resultados experimentales) se desprende que el valor de c , se lo obtiene a partir de la magnitud $2L/c$, medido en cualquiera de las ondas de la figura (31) o de la figura (32).

De esta manera se tiene:

$$t = 2L/c$$

$$t = 0,0992 \text{ seg}$$

$$c = 2L/t$$

$$c = 2 \times 200 / 0,0992$$

$$c = 4032,2 \text{ pie/seg}$$

Incremento máximo de presión (ΔH) dado en el punto de la localización de la válvula solenoide, $x/L=1,0$ de la tubería.

De las figuras (31) y (32), se mide la magnitud de ΔH para cada una de las velocidades dadas en la programación del análisis experimental. Escribiremos entonces:

H_0 (bar)	V_0 (pie/seg)	ΔH (pies)
1	1,2991	180,0
1	1,7911	254,10
1	2,1494	310,20
1	2,5508	349,10
2	0,8459	118,00
2	1,6142	229,10
2	2,4385	344,00



Variación de la máxima presión (H) con respecto al tiempo en el punto de la localización de la válvula solenoide, $x/L=1,0$ de la tubería.

La figura (31) muestra las diferentes ondas obtenidas experimentalmente para cada una de las velocidades del flujo de agua conocidas a una presión inicial de 1 bar (34.65 pies de altura). De igual forma, la figura (32) revela para las velocidades del flujo de agua correspondientes a una presión inicial de 2 bar (69.3 pies de altura).

3.6 DISCUSION DE RESULTADOS OBTENIDOS

Una vez obtenidos los resultados, de las diferentes pruebas experimentales llevadas a cabo en forma repetitiva para cada valor de velocidad del flujo dado y una determinada presión inicial, con el objeto de alcanzar una eficiencia aceptable de los ensayos, se deduce lo siguiente:

- De las figuras (31) y (32), se observa que las ondas de presión representadas, mantienen una magnitud de $2L/c$ constante en forma aceptable, lo que quiere decir que concuerda con la expresión teórica de c , la cual no está en función de V_0 ni de H_0 .
- En forma análoga a lo anterior, el tiempo empleado por la onda de presión en recorrer un espacio igual a dos veces su longitud, su magnitud es constante para cada valor de V_0 y de H_0 ; diferentes.
- Como se conoce, la expresión para hallar ΔH en forma teórica está en función directa de la velocidad del flujo del agua, V_0 , sabiendo al mismo tiempo que c es constante para todos los valores de V_0 , se desprende entonces que a mayor velocidad V_0 , la magnitud



de ΔH aumentará, la figura (33) nos muestra que ésta variación es del tipo lineal.

Por lo tanto, para criterios de diseño o de operación de sistemas hidráulicos o flujo de fluidos en tubería, es de vital importancia considerar la velocidad máxima que en un momento dado se puede alcanzar para con ello calcular espesores de pared de tubos o dimensionar chimeneas de equilibrio.

Todo lo expresado queda demostrado en las figuras (31) y (32), en forma feaciente, al medir la magnitud H .

- d) La figura (34) revela el caso de la variación del pulso de presión, para aproximadamente una misma velocidad del flujo de agua pero a diferentes presiones iniciales. Del gráfico se deduce que el valor de ΔH es aproximadamente igual para las dos velocidades, siendo la diferencia básica, entre las dos variaciones del pulso de presión, la máxima presión producida H , ya que ésta es igual a: $H=H_0+\Delta H$. Todo esto concuerda con lo teórico, siendo lo más recal cable que si se tiene una presión de operación o presión inicial, en cualquier sistema hidráulico grande, implica también un valor de H grande.

4. COMPARACION DE RESULTADOS

Los resultados tanto teóricos como experimentales obtenidos en la presente tesis, son comparados con resultados de otros trabajos conocidos.

De ésta forma tenemos:

4.1 TEORICOS

a) Velocidad de la onda de presión generada (c)

Para ésta comparación se tiene una tubería con las mismas características, que la usada en la tesis.

Restricción externa de la tubería	c (pie/seg)			
	Gibson ⁽¹²⁾	Parmakian ⁽³⁾	Streeter ⁽²⁾	Tesis
Tubería sin movimiento longitudinal a lo largo de su longitud	3893,6	4352,45	4352,45	4352,2

Como se puede observar no existe prácticamente diferencia en el valor teórico de c, comparando los resultados de Parmakian⁽³⁾ y Streeter⁽²⁾ con el de la Tesis; notándose diferencia entre el resultado de Gibson⁽¹²⁾ con los otros valores de la tabla anotada cuya diferencia alcanza un valor del 10,53%.

b) El tiempo (t), empleado por la onda de presión en recorrer una distancia igual a $2L$.

De la expresión $t = 2L/c$, se deduce los siguientes resultados: para $L = 200$ pies:

	Gibson ⁽¹²⁾	Parmakian ⁽³⁾	Streeter ⁽²⁾	Tesis
$t(\text{seg})$	0,1027	0,0919	0,0919	0,0919

Estos resultados teóricos muestran, las mismas diferencias señaladas en la parte a) por el hecho, de que el valor de t es dependiente de la variable c , solamente.

c) Incremento máximo de presión (ΔH), dado en el punto de la localización de la válvula, $x/L=1,0$ de la tubería.

Sabiendo que $\Delta H=cV_0/g$, para valores de t_c rápidos, solamente tenemos el siguiente resumen de resultados:

$V_0(\text{pie/seg})$	ΔH (pies)			
	Gibson ⁽¹²⁾	Parmakian ⁽³⁾	Streeter ⁽²⁾	Tesis
1,2991	157,08	175,58	175,58	175,58
1,7911	216,58	242,08	242,08	242,08
2,1494	260,00	290,52	290,52	290,52
2,5508	308,44	344,77	344,77	344,77
0,8459	102,28	114,33	114,33	114,33
1,6142	195,19	218,18	218,18	218,18
2,4385	294,86	329,60	329,60	329,60

Debido a que ΔH está en función del valor de c , ésto explica la diferencia de resultados del cuadro anterior.

d) Variación del cabezal máximo de presión (H) con el tiempo, en el punto de la localización de la válvula, $x/L=1,0$ de la tubería.

A causa de que no ha sido posible obtener gráficos de experimentos previos con las mismas constantes y variables usadas en la tesis, se ha optado por hacer la comparación con la siguiente limitación:

Tomando datos de Streeter⁽⁶⁾, para pruebas de golpe de ariete, y aplicando el programa del computador (Apéndice B) para el desarrollo teórico del fenómeno, en un punto $x/L=1,0$ (localización de la válvula de control), nos resulta la figura (35) y la figura (37), las cuales nos revela la variación del pulso de presión teórica con respecto al tiempo. En el punto anotado de la tubería, estas dos figuras comparadas con Streeter⁽⁶⁾ concuerdan exactamente. Por lo tanto, se puede utilizar este programa del computador que permite obtener la solución teórica, con los valores de los parámetros del trabajo experimental de la presente tesis. De esta forma se obtiene las figuras (36) y (38).

Con las cuatro figuras obtenidas, podemos deducir que: la solución teórica de Streeter⁽⁶⁾ y la solución teórica de la tesis, (para dos t_c , semejantes a los de la referencia (6)), concuerdan en similitud geométrica. Es valedero decir entonces que existe una concordancia en la solución teórica de la variación de H.

Datos de Streeter⁽⁶⁾

Tubería de Hierro

Fluido: agua

L=200 pies

D=0,0365 pies

e=0,00261 pies

Resumen para la Similitud Geométrica de Soluciones teóricas

Streeter ⁽⁶⁾				Tesis			
V_0 (pie/seg)	H_0 (pies)	t_c (seg)	fig.	V_0 (pie/seg)	H_0 (pies)	t_c (seg)	fig.
2,77	350	0,09	35	2,4385	69,3	0,08	36
2,77	350	0,022	37	1,2991	34,65	0,02	38

4.2 EXPERIMENTALES

Al igual que el numeral 4.1, tenemos que expresar que no ha sido posible hallar resultados experimentales previos con pruebas que utilicen los mismos valores que los usados en el presente trabajo, perdiéndose con esto hacer comparaciones con los resultados experimentales obtenidos, aquí. Por lo tanto, nos limitaremos a establecer similitudes o semejanzas con algún trabajo experimental previo. De esta manera hallamos en la referencia (7) una solución experimental del fenómeno del golpe de ariete, la cual está representada en la figura (39). A continuación de esta figura aparece la figura (40) que es la solución experimental obtenida en esta tesis. Los valores experimentales para ambas figuras son las mismas, variando en la velocidad del flujo del agua y en la presión inicial.

Se obtiene como deducción, de las figuras anotadas, que existe una gran similitud o semejanza geométrica entre ellas, por lo que es valedero pensar en una relativa concordancia de resultados experimentales.

4.3 TEORICOS-EXPERIMENTALES

Obtenidos anteriormente los resultados, del análisis teórico y los resultados del análisis experimental, es factible establecer diferencias de error entre ellos; haciendo ésto tenemos:

Velocidad de propagación de la onda de presión generada (c), y el tiempo (t) empleado por la onda en recorrer una distancia igual a 2L.

Variable	Resultado Teórico	Resultado Experimental	% de error
c (pie/seg)	4352,20	4032,26	7,35
2L/c (seg)	0,0919	0,0992	7,43

Del cuadro anterior se deduce que la aproximación de la expresión (17), para hallar el valor de c, con relación al resultado experimental del mismo es 7,35% mayor. Por otro lado, el 7,43% de error entre el valor 2L/c teórico y el experimental, es una consecuencia del porcentaje anterior por el hecho de tener en 2L/c la variable c.

Incremento de presión máxima (ΔH), dado en el punto de la localización de la válvula, $x/L=1,0$ de la tubería.

H_0 (bar)	V_0 (pie/seg)	ΔH (pies)		
		Resultado Teórico	Resultado Experimental	% de error
1	1,2991	175,58	180,0	2,45
1	1,7911	242,08	254,10	4,70
1	2,1494	290,52	310,20	4,73
1	2,5508	344,77	349,10	1,24
2	0,8459	114,33	118,00	3,11
2	1,6142	218,18	229,10	4,77
2	2,4385	329,60	344,00	4,18

Del cuadro arriba anotado nos revela que existe un porcentaje de error promedio de 3.6% entre el ΔH teórico y el experimental, por lo que se puede concluir que hay una concordancia aceptable entre estos dos resultados para efectos de diseño, por ejemplo.

La figura (41) muestra los porcentajes de error anotados.

Variación del cabezal de máxima presión (H) con respecto al tiempo en el punto de la localización de la válvula solenoide, $x/L=1,0$ de la tubería.

La comparación entre la solución teórica de la variación de H y la experimental en el punto $x/L=1,0$ de la tubería, viene dada por las

figuras (42), (43), (44), (45), (46), (47), (48) y para cada uno de los valores de velocidad del flujo de agua tomados. Estas figuras nos resaltan un porcentaje de error promedio de aproximadamente el 4% entre el resultado experimental y teórico.

5. CONCLUSIONES

- a) Las ecuaciones diferenciales parciales básicas que rigen el fenómeno del golpe de ariete, el cual incluye el efecto de la fricción, contienen en sus expresiones matemáticas términos no lineales. Estas ecuaciones que no habían sido resueltas satisfactoriamente todavía, pueden ser resueltas, ahora, directamente por el método de las características y con la ayuda del computador digital.
- b) Las soluciones dadas por el método de las características concuerdan con soluciones con métodos antiguos⁽⁶⁾, cuando el término de fricción era despreciado. Pero este método además describe claramente el efecto de amortiguamiento causado por el término $(f/D) (V^2/2g)$.
- c) El análisis experimental hecho ESPECIALMENTE para el caso de cierre de válvula muy rápidos, chequea y da excelente validez a las soluciones teóricas para el mismo caso.
- d) De las tres razones anteriores se desprende que el método de las características tiene una marcada ventaja de exactitud, rapidez, flexibilidad y amplia aplicación sobre cualquier otro método, cuando se considere o no el factor de fricción.
- e) El valor de c , calculado por Gibson⁽¹²⁾ como se anotó, para las mismas características de la tubería utilizada es de 3893,6 pie/seg, se concluye entonces que, al margen del valor de c de la tesis, Gibson se acerca más al valor de c obtenido experimentalmente, lo cual indica que su expresión es más representativa de la práctica. Sería importante considerar el valor de c , dado por Gibson, en cualquier otro cálculo de golpe de ariete para observar su concor-

dancia con resultados experimentales con otros variables distintos a c.

- f) El equipo experimental, empleado en el análisis, resultó un equipo de gran eficiencia por medio del cual fue posible observar en esencia el fenómeno que se produce al cerrar una válvula de control de flujo (solenoides). Su manejo y operación es de una gran simpleza y es accesible a cualquiera de sus partes para algún ajuste. Por lo tanto, de la razón expuesta, es recomendable aprovechar este equipo para estudios similares.
- g) De todo el análisis, expuesto en ésta tesis, se desprende la enorme importancia que se debe dar al golpe de ariete en cualquier sistema que tenga que ver con flujo de fluidos. Las considerables presiones que genera en el interior de tuberías o ductos, al interrumpir cualquier flujo, lo hacen imprescindible en un cálculo de diseño de tuberías.
- h) Finalmente por todas las razones expuestas, recomendamos la continuación de este trabajo de investigación, extendiéndolo al análisis en otras condiciones como por ejemplo; el golpe de ariete en tuberías de sección transversal variable; con otro fluido, o considerando tiempo de cierre de válvula lentos o bajos. De esta manera ayudaremos mucho al desarrollo de la ciencia e investigación.

A P E N D I C E A

EVALUACION DEL PARAMETRO ADIMENSIONAL ψ PARA TUBERIAS

DE PARED GRUESA Y PARED DELGADA

EVALUACION DEL PARAMETRO ADIMENSIONAL ψ PARA TUBERIAS DE PARED GRUESA Y PARED DELGADA.

A-1. Tuberías de Pared Gruesa.

Para poder llegar a la evaluación del parámetro adimensional ψ , que incluye las propiedades elásticas del material perteneciente a la tubería, es necesario requerir los valores $\bar{\epsilon}_r$ (esfuerzo radial) y $\bar{\epsilon}_l$ (esfuerzo longitudinal) causados por el incremento brusco de una presión unitaria.

Timoshenko y Goodier⁽⁹⁾, para este estudio, consideran el equilibrio de un pequeño elemento 1234 formado por una placa de sección radial 04, una normal 02 y por dos superficies cilíndricas 3 y 1 normales a la placa (figura A-1).

La componente del esfuerzo normal en la dirección radial es anotada como σ_a , la componente normal en la dirección circunferencial como σ_α , y las componentes de los esfuerzos cortantes por $\tau_{a\alpha}$. Cada símbolo re representa esfuerzo en los puntos a y α , el punto γ es el punto medio del elemento.

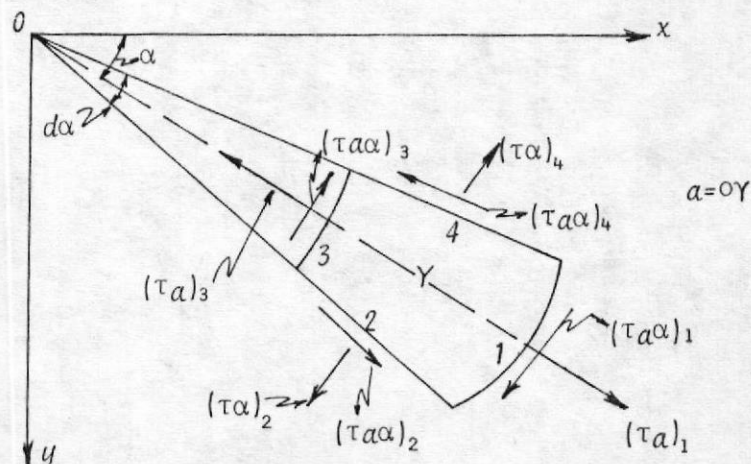


fig. A-1: Elemento diferencial de la pared de la tubería

La variación de los valores de los esfuerzos en los puntos medios de los lados 1,2,3,4, no son exactamente los mismos que los valores σ_a , σ_α , $\sigma_{\alpha\alpha}$, y son llamados por $(\sigma_a)_1$, $(\sigma_\alpha)_2$, etc, de acuerdo a la figura (A-1).

El radio de los lados 3,1 son llamados a_3 , a_1 . La fuerza radial sobre el lado 1 es $\sigma_{a_1} r_1 dx$, la cual puede ser escrita también como: $(\sigma_a a)_1 dx$, y similarmente la fuerza radial sobre el lado 3 es $(\sigma_a a)_3 dx$.

La fuerza normal sobre el lado 2 tiene una componente paralela al radio a través de P de; $(\sigma_\alpha)_2 (a_1 - a_3) \sin(\frac{d\alpha}{2})$, la cual puede ser reemplazada por $(\sigma_\alpha)_2 da (d\alpha/2)$. La componente correspondiente al lado 4 es $(\sigma_\alpha)_4 da (d\alpha/2)$.

Las fuerzas de corte sobre los lados 2 y 4 son: $[(\tau_{\alpha\alpha})_2 - (\tau_{\alpha\alpha})_4] da$.

Haciendo una sumatoria de las fuerzas anotadas en la dirección radial, incluyendo la fuerza del cuerpo R por unidad de volumen en la dirección radial, obtenemos la ecuación de equilibrio:

$$(\sigma_a a)_1 dx - (\sigma_a a)_3 dx - (\sigma_\alpha)_2 da d\alpha/2 - (\sigma_\alpha)_4 da d\alpha/2 + [(\tau_{\alpha\alpha})_2 - (\tau_{\alpha\alpha})_4] da + R da dx = 0 \quad (A-1)$$

Dividiendo esta ecuación para $dr dx$ tenemos:

$$\begin{aligned} & \left[(\sigma_a a)_1 - (\sigma_a a)_3 \right] / da - 1/2 \left[(\sigma_a)_2 + (\sigma_a)_4 \right] + \left[(\tau_{a\alpha})_2 - (\tau_{a\alpha})_4 \right] / da \\ & + R_a = 0 \end{aligned} \quad (A-2)$$

Si las dimensiones del elemento son tomadas cada vez más pequeñas, hasta el límite de cero, entonces el primer término de la ecuación (A-2) es en el límite: $\partial(\sigma_a a) / \partial a$, de la misma forma para el segundo término es a_α y para el tercer término es: $\partial \tau_{a\alpha} / \partial a$.

La ecuación de equilibrio en la dirección tangencial puede ser derivada de la misma manera que la radial y se obtiene:

$$\partial \sigma_a / \partial a + \partial \tau_{a\alpha} / a \partial a + (\sigma_a - r_\alpha) / a + R = 0 \quad (A-3)$$

$$\partial \sigma_a / a \partial a + \partial \tau_{a\alpha} / \partial a + 2 \tau_{a\alpha} / a = 0 \quad (A-4)$$

Cuando la fuerza del cuerpo R es cero, entonces las ecuaciones de equilibrio son satisfechas de acuerdo a:

$$\tau_a = \partial \phi / a \partial a + \partial^2 \phi / a^2 \partial a^2 \quad (a)$$

$$\tau_\alpha = \partial^2 \phi / \partial a^2 \quad (b)$$

$$\tau_{a\alpha} = \partial \phi / a^2 \partial a - \partial^2 \phi / a \partial a \partial a = -\frac{\partial}{\partial a} (\partial \phi / a \partial a) \quad (c)$$

En donde ϕ se la denomina: función esfuerzo

Ahora, tenemos que si la distribución de esfuerzos es simétrica con respecto al eje a través de O , perpendicular al plano xy , según la figura (A-1), los esfuerzos componentes no dependen de α y son funciones únicamente de a .

Por simetría podemos despreciar los esfuerzos cortantes $\tau_{a\alpha}$.

Por lo tanto, solamente la ecuación (A-3) de equilibrio es válida para nuestro estudio y ésta nos resulta:

$$\partial\sigma_a/\partial a + (\sigma_a - r_\alpha)/a + R = \quad (A-5)$$

Si la fuerza del cuerpo R es cero, podemos usar la función esfuerzo ϕ . Cuando esta función depende únicamente de a , la ecuación de compatibilidad⁽⁹⁾ viene dada por:

$$(\partial^2/\partial a^2 + \partial/a\partial a + \partial^2/a^2\partial\alpha^2) (\partial^2\phi/\partial a^2 + \partial\phi/a\partial a + \partial^2\phi/a^2\partial\alpha^2) = 0$$

Se transforma a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} (d^2/da^2 + d/ada) (d^2\phi/da^2 + d\phi/ada) &= 0 \\ d^4\phi/da^4 + 2d^3\phi/ada^3 - d^2\phi/a^2da^2 + d\phi/a^3da &= 0 \end{aligned} \quad (A-6)$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria, la cual puede ser reducida a una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes al introducir una nueva variable q en la forma: $a = e^q$. En esta forma la solución general de la ecuación (A-6) puede ser fácilmente obtenida.

Esta solución tiene cuatro constantes de integración, las cuales pueden ser determinadas de las condiciones de frontera.

La solución general es:

$$\phi = A \log a + B a^2 \log a + C a^2 + D \quad (A-7)$$

Los componentes de los esfuerzos correspondientes (a), (b), y (c) son entonces ahora:

$$\sigma_a = \partial \phi / \partial a = A/a^2 + B(1+2 \log a) + 2C \quad (A-8)$$

$$\sigma_\alpha = \partial^2 \phi / \partial a^2 = -A/a^2 + B(3+2 \log a) + 2C \quad (A-9)$$

$$\tau_{a\alpha} = 0 \quad (A-10)$$

Llevando ahora este desarrollo al cálculo del desplazamiento del elemento, tenemos que; llamaremos u y v a los componentes del desplazamiento en la dirección radial y tangencial respectivamente.

Si u es el desplazamiento radial del lado ad , del elemento $abcd$ de la figura (A-2), el desplazamiento radial del lado bc es:

$$u + (\partial u / \partial a) da$$

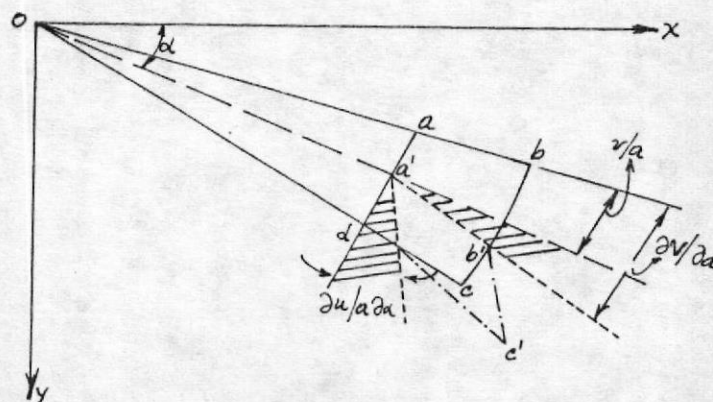


figura: A - 2

Entonces, la elongación unitaria del elemento $abcd$ en la dirección na -
dial es:

$$e_a = au/aa \quad (A-11)$$

Asumiendo que los puntos a y d del elemento $abcd$ tienen únicamente -
desplazamiento radial u , la nueva longitud del arco ad es $(a+u)da$ y
el esfuerzo tangencial es por lo tanto:

$$u/a = \frac{[(a+u)da - ada]}{ada} \quad (A-12)$$

La diferencia en el desplazamiento tangencial de los lados ab y cd -
del elemento $abcd$ es $(av/aa)da$ y el esfuerzo tangencial a causa del
desplazamiento v corresponde a av/ada .

El esfuerzo tangencial total es:

$$e_a = u/a + av/aa \quad (A-13)$$

Considerando los esfuerzos constantes en a', b', c', d' , de la posición -
del elemento $abcd$ después de la deformación. El ángulo entre la di-
rección ad y $a'd'$ es a causa del desplazamiento radial u , y es igual
a au/ada .

De la misma manera el ángulo entre $a'b'$ y ab es igual a av/aa .

Podemos notar que parte de este ángulo, ϕ , solamente, contribuye al esfuer-

zo cortante y la otra parte igual a v/a representa el desplazamiento angular a causa de la rotación del elemento $abcd$ como un cuerpo rígido cerca del eje a través de O .

El cambio total en el ángulo dab , representando el esfuerzo cortante, será por lo tanto:

$$\tau_{\alpha\alpha} = \partial u / \partial \alpha + \partial v / \partial a - v/a \quad (A-14)$$

Substituyendo ahora las expresiones de los esfuerzos constantes, ecuaciones (A-12), (A-13) y (A-14) en las ecuaciones de la ley de Hooke (asumiendo que no existe esfuerzo τ_z perpendicular al plano de la placa) se tiene:

$$\epsilon_a = (1/E) (\sigma_a - \nu\sigma_\alpha) \quad (A-15)$$

$$\epsilon_\alpha = (1/E) (\sigma_\alpha - \nu\sigma_a) \quad (A-16)$$

$$\gamma_{\alpha\alpha} = \tau_{\alpha\alpha}/G \quad (A-17)$$

En donde G es el módulo de rigidez del material, y ν es la constante de Poisson.

Substituyendo en la ecuación (A-15) los componentes de los esfuerzos dados por las ecuaciones (A-8), (A-9) y (A-10), hallamos el valor de

$$\partial u / \partial a = (1/E) \left[(1+\nu)A/a^2 + 2(1-\nu)B \log a + (1-3\nu)B + 2(1-\nu)C \right] \quad (A-18)$$

Por integración se tiene:

$$u = (1/E) \left[-(1+\nu)A/a + 2(1-\nu)B r \log a - B(1+\nu)a + 2C(1-\nu)a \right] + f(\alpha) \quad (\text{A-19})$$

En la cual $f(\alpha)$ es una función de α , sóloamente.

Con la ecuación (A-16) y la ecuación (A-13), simultáneamente, hallamos que

$$\partial v / \partial \alpha = 4Ba/E - f(\alpha) \quad (\text{A-20})$$

Por integración

$$v = 4Ba\alpha/E - \int f(\alpha) d\alpha + f_1(a) \quad (\text{A-21})$$

En donde $f_1(r)$ es una función solamente de a .

Substituyendo las ecuaciones (A-19) y (A-21) en la ecuación (A-14) y notando que $\gamma_{\alpha\alpha}$ es cero, por lo que también $\tau_{\alpha\alpha}$ es cero, hallamos que

$$\partial f(\alpha) / a \partial \alpha + \partial f_1(a) / \partial a + 1/a \int f(\alpha) d\alpha - 1/a f_1(a) = \quad (\text{A-22})$$

en donde

$$f_1(a) = FR ; \quad f(\alpha) = H \sin \alpha + K \cos \alpha \quad (\text{A-23})$$

Siendo F, H y K constantes a ser determinadas, de las condiciones de -
contracción de una barra o resorte.

Substituyendo finalmente las expresiones (A-23) en las ecuaciones (A-19) y (A-21) se concluye que:

$$u = (1/E) \left[-(1+\nu)A/a + 2(1-\nu) B r \log a - B(1+\nu)a + 2C(1-\nu)a \right] + H \operatorname{sen} \alpha + K \operatorname{cosen} \alpha \quad (\text{A-24})$$

y

$$v = 4B\alpha/E + Fa + H \operatorname{cosen} \alpha - K \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{A-25})$$

En las ecuaciones (A-24) y (A-25); los valores de las constantes A, B y C pueden ser sustituidas para cada caso.

Para el caso de tuberías de pared gruesa sujeta a presiones internas P_i y presiones externas P_e , como lo indica la figura (A-3), ordinariamente ν es cero en cualquier parte, por lo que se concluye de la ecuación (A-25) que $B = F = H = K = 0$

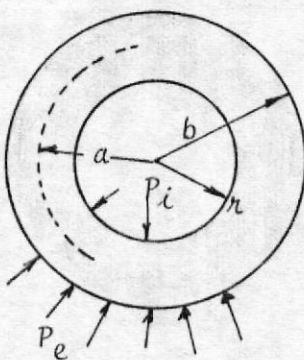


fig.: A - 3

Para continuar con nuestra evaluación, aislemos un cilindro de espesor diferencial da , y consideremos la mitad de un anillo de longitud uni-

dad de este cilindro diferencial. (10)

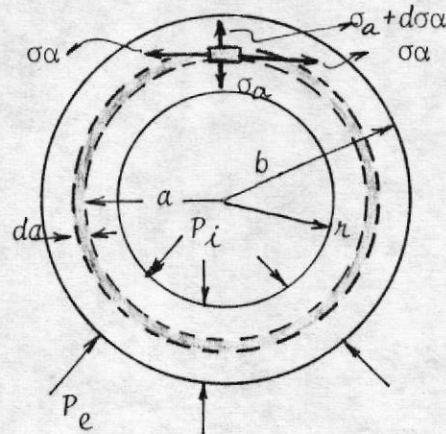


fig.: A - 4

En la figura (A-4) se tiene:

σ_α = tensión tangencial

σ_a = tensión radial en la superficie interior

$\sigma_a + d\sigma_a$ = tensión radial en la superficie exterior

Por Estática sabemos que para que exista equilibrio; la suma total de las fuerzas aplicadas deben ser igual a cero, entonces;

$$\Sigma F = 0 = (\sigma_a + d\sigma_a) (2) (a + da) - \sigma_a (2a) - 2\sigma_\alpha da \quad (A-26)$$

Simplificando y despreciando el producto de segundo orden como infinitésimo, se tiene

$$da \cdot d\sigma_a = 0$$

$$0 = 2\sigma_a da + 2ad\sigma_a - 2\sigma_\alpha da$$

$$\frac{ad\sigma_a}{da} + \sigma_a - \sigma_\alpha = 0$$

$$(A-27)$$

Para poder tener otra relación que nos ayude junto con la ecuación (A-27), para determinar los valores de σ_a y σ_α , se recurre a una hipótesis auxiliar tal es que:

- Se supone que una sección recta normal al eje del cilindro permanece plana (sin deformación) después de la alteración y, por tanto, que la deformación unitaria longitudinal es constante en cualquier punto de la sección.

Aplicando como consecuencia de esto, la ley de Hook resulta;

$$\epsilon_\ell = (1/E) [\sigma_\ell - \nu(\sigma_a + \sigma_\alpha)] \quad (A-28)$$

De la ecuación (A-28), como ϵ_ℓ , E , σ_ℓ y ν son constantes, la suma $\sigma_a + \sigma_\alpha$ tiene que ser también una constante y la llamaremos $4C$.

$$\sigma_a + \sigma_\alpha = 4C \quad (A-29)$$

Eliminando σ_α , entre las ecuaciones (A-27) y (A-29), se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{a d\sigma_a}{da} + \sigma_a - (4C - \sigma_a) &= 0 \\ \frac{a d\sigma_a}{da} + 2\sigma_a &= 4C \end{aligned} \quad (A-30)$$

La ecuación (A-30) es una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden que se la puede llevar a la forma siguiente⁽¹¹⁾:

$$\frac{d\sigma_a}{da} + P(a)\sigma_a = Q(a) \quad (A-31)$$

cuya solución es:

$$\sigma_a e^{\int P da} = \int Q e^{\int P da} da + cte \quad (A-32)$$

Aplicando esta solución a la ecuación (A-30) nos resulta:

$$\begin{aligned} \sigma_a(a^2) &= \int (4C/a) (a^2) da + A \\ \sigma_a &= 2C + A/a^2 \end{aligned} \quad (A-33)$$

Substituyendo esta última ecuación en la ecuación (A-29) tenemos:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= 4C - \sigma_a \\ \sigma_\alpha &= 2C - A/a^2 \end{aligned} \quad (A-34)$$

Las constantes C y A, de las ecuaciones (A-33) y (A-34), son deducidos sus valores de las condiciones de frontera que son:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= P_i \quad \text{para } a=r \\ \sigma_a &= P_e \quad \text{para } a=b \end{aligned} \quad (A-35)$$

en donde el signo menos (-) significa que σ_a es una tensión de compresión.

Reemplazando los valores de las ecuaciones (A-35) en la ecuación (A-33) obtenemos:

$$\begin{aligned} - P_i &= 2C + A/r^2 \\ - P_e &= 2C + A/b^2 \end{aligned}$$

de estas dos ecuaciones se desprende

$$2C = (P_i \kappa^2 - P_e b^2) / (b^2 - \kappa^2) \quad (A-36)$$

$$A = \kappa^2 b^2 (P_e - P_i) / (b^2 - \kappa^2) \quad (A-37)$$

Substituyendo las ecuaciones (A-36) y (A-37) en la ecuación (A-24) tenemos:

$$\begin{aligned} u &= (1/E) \left[-(1+\nu)A/a + 2C(1-\nu)a \right] \\ u &= (1/E) \left[-(1+\nu)(P_e - P_i)a^2 b^2 / \kappa(b^2 - \kappa^2) + (1-\nu)(P_i a^2 - P_e b^2)\kappa / (b^2 - \kappa^2) \right] \\ u &= \kappa^2 b^2 / E(b^2 - \kappa^2) \left[(1+\nu)(P_i - P_e)/a + (1-\nu)a(P_i/b^2 - P_e/\kappa^2) \right] \quad (A-38) \end{aligned}$$

También, en la ecuación (A-28) reemplazamos los valores de σ_a y σ_α con las ecuaciones (A-33) y (A-34), y poniendo $\sigma_\ell = 0$, ya que se trata de esfuerzo en una sección plana.

$$\epsilon_\ell = (1/E) (-4C\nu) \quad (A-39)$$

Reemplazando en la ecuación (A-39) la ecuación (A-36) se tiene:

$$\epsilon_\ell = - \left[2\kappa^2 b^2 \nu / E(b^2 - \kappa^2) \right] (P_i/b^2 - P_e/\kappa^2) \quad (A-40)$$

De lo escrito se deduce que la ecuación (A-38) puede ser modificada - para usarla bajo condiciones de esfuerzos planos generalizados por su superposición de esfuerzos longitudinales (σ_ℓ) uniformes sobre el tubo, todo esto implica un esfuerzo radial de magnitud igual a $-\nu\sigma_\ell/E$, y - de hecho también un desplazamiento igual a

$$u = -\nu\sigma_\ell a/E \quad (A-41)$$

Por lo tanto, el desplazamiento radial resultante es

$$u = r^2 b^2 (1+\nu) (P_i P_e) / a E (b^2 - r^2) + (1-\nu) a (P_i / b^2 - P_e / r^2) - \nu \sigma a / E \quad (A-42)$$

y el esfuerzo longitudinal es

$$\epsilon = \sigma / E = - \left[2\nu r^2 b^2 / E (b^2 - r^2) \right] (P_i / b^2 - P_e / r^2) \quad (A-43)$$

En resumen tenemos que las ecuaciones (A-42) y (A-43) son las dos ecuaciones que gobiernan la deformación para cualquier tubería cilíndrica de pared gruesa.

A continuación consideraremos casos específicos bajo condiciones de P únicamente.

A.1.1 Tubería completamente restringida a un movimiento longitudinal.

De la ecuación (A-43):

$$\sigma_L = 2\nu r^2 P_i / (b^2 - r^2) \quad (A-44)$$

Y la ecuación (A-42) para $a = r$

$$u = P_i r^2 b^2 (1+\nu) / E (b^2 - r^2) \left[1/r + (1-2\nu)r/b^2 \right] \quad (A-45)$$

De acuerdo a Mecánica de Sólidos se cumple que $\bar{\epsilon}_a = u / P_i r$, y nos resulta

$$\bar{\epsilon}_a = (1+\nu) / E \left[(b^2 + r^2) / (b^2 - r^2) - 2\nu r^2 / (b^2 - r^2) \right] \quad (A-46)$$

Sabiendo que $\epsilon_L = 0$ y reemplazando en la ecuación (18) de la sección (2.4)

$$\psi = E(2\bar{\epsilon}_a + \bar{\epsilon}_l)$$

$$\psi = 2(1+\nu) \left[(b^2+r^2)/(b^2-r^2) - 2\nu r^2/(b^2-r^2) \right] \quad (\text{A-47})$$

A-1.2 Tubería asegurada contra movimiento longitudinal únicamente en el extremo final desde la válvula.

$$\sigma_l = P_i r^2 / (b^2 - r^2) \quad (\text{A-48})$$

y por lo tanto:

$$\epsilon_l = a^2 P_i (1-2\nu) / E(b^2 - r^2) \quad (\text{A-49})$$

$$\bar{\epsilon}_l = \epsilon_l / P_i = r^2 (1-2\nu) / E(b^2 - r^2) \quad (\text{A-50})$$

También, la ecuación conocida para $a=r$

$$u = \left[P_i r^2 b^2 E (b^2 - r^2) \right] \left[(1+\nu)/r + (1-2\nu)r/b^2 \right] \quad (\text{A-51})$$

lo que implica

$$\bar{\epsilon}_a = u / P_i r = \left[P_i r^2 b^2 / P_i r E (b^2 - r^2) \right] \left[(1+\nu)/r + (1-2\nu)r/b^2 \right] \quad (\text{A-52})$$

$$\bar{\epsilon}_a = (1/E) \left[(b^2+r^2)/(b^2-r^2) + \nu(b^2-2r^2)/(b^2-r^2) \right] \quad (\text{A-53})$$

Reemplazando las ecuaciones (A-53) y (A-49) en la ecuación

$\psi = E(2\bar{\epsilon}_a + \bar{\epsilon}_l)$ nos queda:

$$\psi = 2 \left[(b^2+1.5r^2)/(b^2-r^2) + \nu(b^2-3r^2)/(b^2-r^2) \right] \quad (\text{A-54})$$

A-1.3 Tubería con juntas de expansión.

Para este caso $\sigma_r = 0$; de la ecuación (A-42) se tiene para $r = a$:

$$u = \left[\kappa^2 b^2 P_i / E (b^2 - \kappa^2) \right] \left[(1 + \nu) / \kappa + (1 - \nu) \kappa / b^2 \right]$$

$$\bar{\epsilon}_a = (1/E) \left[(b^2 + \kappa^2) / (b^2 - \kappa^2) + \nu \right] \quad (A-55)$$

Además $\sigma_r = 0$; $\bar{\epsilon}_r = 0$ y no igual a ϵ_r / P_i porque, si bien hay un esfuerzo longitudinal en la tubería, el cambio resultante en longitud de la tubería es perdido en las juntas de expansión.

Finalmente entonces para este caso específico;

$$\psi = E(2\bar{\epsilon}_a + \bar{\epsilon}_r)$$

$$\psi = 2 (b^2 + \kappa^2) / (b^2 - \kappa^2) + \nu \quad (A-56)$$

A-2 Tuberías de Pared Delgada.

La evaluación de ψ para pared delgada es fácilmente hecha a partir de las evaluaciones realizadas para los tres casos anotados en pared gruesa.

Tenemos que para este caso, simplemente se cumplen las siguientes aproximaciones:

$$1) \quad b \rightarrow \kappa$$

$$2) \quad (b - \kappa) = e = \text{espesor}$$

En esta forma

A-2.1 Tubería sin movimiento longitudinal a lo largo de su longitud.

De la ecuación (A-47) y con las aproximaciones 1) y 2) se tiene:

$$\psi = 2(1+v) \left[\frac{(\kappa^2 + \kappa^2)}{(b^2 - \kappa^2)} - \frac{2\kappa^2 v}{(b^2 - \kappa^2)} \right]$$

$$\psi = 2\kappa/e (1-v^2) \quad (A-57)$$

A-2.2 Tubería asegurada contra movimiento longitudinal únicamente en el extremo final desde la válvula.

De la ecuación (A-54) y con las aproximaciones 1) y 2)

$$\psi = 2 \left[\frac{(b^2 + 1.5\kappa^2)}{(b^2 - \kappa^2)} + v \frac{(b^2 - 3\kappa^2)}{(b^2 - \kappa^2)} \right]$$

$$\psi = (2\kappa/e) (5/4 - v) \quad (A-58)$$

A-2.3 Tubería con juntas de expansión.

De la ecuación (A-56) a la vez que hacemos ψ despreciable frente a a/e

$$\psi = 2 \left[\frac{(\kappa^2 + \kappa^2)}{2\kappa e} + v \right]$$

$$\psi = 2\kappa/e \quad (A-59)$$

A P E N D I C E B

P R O G R A M A S D E L C O M P U T A D O R

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
 0000 000F 000F 0000

V2 M10 ACTUAL 8K CONFIG 8K

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
  SUBROUTINE PAGI
  WRITE(3,101)
101 FORMAT(1H1,//////,T35,'CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LA
  2RGO DE LA TUBERIA',//,'      TIME      TAU      X/L=      .0      .1      .2
  3      .3      .4      .5      .6      .7      .8      .9      1.1)
  RETURN
  END
```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR PAGI
 COMMON 0 VARIABLES 0 PROGRAM 106

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0063 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PAGI
 CART ID 000F DB ADDR 53BD DB CNT 0007

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(CARD,1132 PRINTER)
C      FELIPE NARANJO CALDERON*****DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA.
C      PROGRAMA PARA EL DESARROLLO ANALITICO DEL FENOMENO DEL GOLPE DE
C      ARIETE EN TUBERIAS DE SECCION CONSTANTE.
  REAL L,M
  INTEGER U
  DIMENSION V(11),VP(11),H(11),HP(11)
  DO 105 JJ=1,7
  READ(2,100) J,N,L,A,D,F,VO,TC,TMAX,HO,G,M
100 FORMAT(2I10,5F10.4/5F10.4)
  WRITE(3,29)
  29 FORMAT(1H1)
C      CALCULOS EN ESTADO ESTABLE
  DHF=F*L*VO**2/(2.*G*D*N)
  HR=HO+N*DHF+VO**2/(2.*G)
  N1=N+1
  DO 11 I=1,N1
  V(I)=VO
  11 H(I)=HO+(N1-I)*DHF
  C2=G/A
  C4=VO**2/(C2*HO)
  TAU=1.
```

```

T=0.
DT=L/(A*N)
FF=F*DT/(2.*D)
U=0
JBUJI=0
CALL PAGI
JBUJI=JBUJI+9
8 WRITE(3,103) T,TAU,(H(I),I=1,N1),(V(I),I=1,N1)
103 FORMAT(1H0,2F7.3,3X,2HH=,F7.2,10F8.2/18X,2HV=,F7.2,10F8.2)
JBUJI=JBUJI+3
IF(JBUJI-JBUJI/45*45)25,502,25
502 CALL PAGI
JBUJI=JBUJI+9
25 T=T+DT
U=U+1.
IF(T-TMAX) 9,9,105
C COMPUTACION DE LOS PUNTOS INTERIORES DE LA RED
9 DO 14 I=2,N
VP(I)=.5*(V(I-1)+V(I+1)+C2*(H(I-1)-H(I+1))-FF*(V(I-1)*ABS(V(I-1))+
2V(I+1)*ABS(V(I+1))))
14 HP(I)=H(I-1)-(VP(I)-V(I-1)*(1.-FF*ABS(V(I-1))))/C2
C CONDICIONES DE FRONTERA AGUAS ARRIBA
C5=H(2)-(V(2)-FF*V(2)*ABS(V(2)))/C2
IF(V(1)) 40,15,15
40 HP(1)=HR
VP(1)=C2*(HP(1)-C5)
GO TO 16
15 VP(1)=A*(SQRT(1.+2.*G*(HR-C5)/(A*A))-1.)
HP(1)=HR-VP(1)**2/(2.*G)
C CONDICIONES DE FRONTERA AGUAS ABAJO
16 C1=V(N)+C2*H(N)-FF*V(N)*ABS(V(N))
IF(T-TC) 13,13,17
13 TAU=(1.-T/TC)**M
GO TO 18
17 TAU=.0
VP(N1)=.0
HP(N1)=C1/C2
GO TO 19
18 C3=TAU**2*C4
VP(N1)=SQRT(.25*C3*C3+C3*C1)-.5*C3
HP(N1)=(C1-VP(N1))/C2
19 DO 20 I=1,N1
V(I)=VP(I)
20 H(I)=HP(I)
IF(U/J*J-U) 21,8,21
21 GO TO 25
105 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 152 PROGRAM 792



A P E N D I C E C

T A B L A S D E R E S U L T A D O S D E L
C O M P U T A D O R



CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.000	1.000	H=	35.75	35.64	35.53	35.42	35.31	35.20	35.09	34.98	34.87	34.76	34.65
		V=	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29
0.009	0.539	H=	35.75	35.64	35.53	35.42	35.31	35.20	35.09	34.98	34.87	34.76	34.65
		V=	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29
0.018	0.079	H=	35.75	35.64	35.53	35.42	35.31	35.20	35.09	49.48	72.99	112.37	178.45
		V=	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.19	1.01	0.72	0.23
0.027	0.000	H=	35.75	35.64	35.53	35.42	35.31	49.68	73.17	112.52	178.56	210.05	210.05
		V=	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.19	1.01	0.72	0.23	0.00	0.00
0.036	0.000	H=	35.75	35.64	35.53	49.89	73.35	112.66	178.68	210.16	210.16	210.16	210.16
		V=	1.29	1.29	1.29	1.19	1.01	0.72	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00
0.046	0.000	H=	35.75	50.09	73.52	112.81	178.79	210.27	210.28	210.27	210.28	210.27	210.28
		V=	1.29	1.19	1.01	0.72	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.055	0.000	H=	35.77	98.51	178.90	210.39	210.39	210.39	210.39	210.39	210.39	210.38	210.39
		V=	0.73	0.61	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.064	0.000	H=	35.77	138.26	172.56	196.05	210.50	210.50	210.50	210.50	210.50	210.50	210.50
		V=	-0.82	-0.56	-0.27	-0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.073	0.000	H=	35.78	35.89	67.41	133.39	172.68	196.17	210.61	210.61	210.61	210.61	210.61
		V=	-1.29	-1.29	-1.05	-0.56	-0.27	-0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.082	0.000	H=	35.78	35.89	36.00	36.11	67.59	133.52	172.79	196.28	210.72	210.72	210.72
		V=	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.05	-0.57	-0.27	-0.10	0.00	0.00	0.00
0.092	0.000	H=	35.78	35.89	36.00	36.11	36.22	36.33	67.77	133.66	172.91	196.39	210.83
		V=	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.05	-0.57	-0.28	-0.10	0.00
0.101	0.000	H=	35.78	35.89	36.00	36.11	36.22	36.33	36.44	36.55	67.96	119.35	135.11
		V=	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.05	-0.46	0.00

$V_0 = 1.2991 \text{ pie/seg}$

$H_0 = 34.65 \text{ pies}$

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.110	0.000	H=	35.78	35.89	36.00	36.11	36.22	36.33	36.44	22.12	-1.23	-40.36	-74.76
		V=	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.18	-1.01	-0.71
0.119	0.000	H=	35.78	35.89	36.00	36.11	36.22	21.92	-1.41	-40.51	-106.18	-137.47	-137.47
		V=	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.29	-1.01	-1.18	-1.01	-0.72	-0.23	-0.00
0.128	0.000	H=	35.78	35.89	36.00	21.72	-1.58	-40.65	-106.30	-137.58	-137.58	-137.58	-137.58
		V=	-1.29	-1.29	-1.29	-1.18	-1.01	-0.72	-0.72	-0.23	-0.00	-0.00	-0.00
0.138	0.000	H=	35.78	21.51	-1.76	-40.80	-106.41	-137.69	-137.69	-137.69	-137.69	-137.69	-137.69
		V=	-1.29	-1.18	-1.01	-0.72	-0.23	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
0.147	0.000	H=	35.78	-26.58	-106.53	-137.80	-137.80	-137.80	-137.80	-137.80	-137.80	-137.80	-137.80
		V=	-0.73	-0.61	-0.23	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
0.156	0.000	H=	35.78	-61.13	-100.20	-123.56	-137.91	-137.91	-137.91	-137.91	-137.91	-137.91	-137.91
		V=	0.81	0.56	0.27	0.10	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
0.165	0.000	H=	35.75	35.61	4.34	-61.26	-100.52	-123.67	-138.02	-138.02	-138.02	-138.02	-138.02
		V=	1.28	1.28	1.05	0.56	0.27	0.10	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
0.174	0.000	H=	35.75	35.61	35.50	35.40	4.16	-61.39	-100.43	-123.78	-138.13	-138.13	-138.13
		V=	1.28	1.28	1.28	1.28	1.05	0.56	0.27	0.10	-0.00	-0.00	-0.00
0.184	0.000	H=	35.75	35.61	35.50	35.39	35.29	35.18	3.97	-61.52	-100.59	-123.89	-138.24
		V=	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.05	0.56	0.27	0.10	-0.00
0.193	0.000	H=	35.75	35.61	35.50	35.39	35.29	35.18	35.07	34.96	3.79	-47.30	-62.97
		V=	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.05	0.46
0.202	0.000	H=	35.75	35.61	35.50	35.39	35.28	35.17	35.07	49.29	72.52	111.43	143.71
		V=	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.17	1.00	0.71
0.211	0.000	H=	35.75	35.61	35.50	35.39	35.28	49.49	72.69	111.57	176.87	207.91	207.91
		V=	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	1.00	1.00	0.71	0.23	0.00	0.00

С о н т і н у а с і њ н . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.220	0.000	H=	35.75	35.64	35.50	49.69	72.87	111.71	176.98	208.02	208.02	208.02	208.02
		V=	1.28	1.28	1.28	1.17	1.00	0.71	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00
0.230	0.000	H=	35.75	49.93	73.08	111.89	177.09	208.13	208.13	208.13	208.13	208.13	208.13
		V=	1.28	1.17	1.00	0.71	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.239	0.000	H=	35.77	97.76	177.24	208.27	208.27	208.27	208.27	208.27	208.24	208.24	208.24
		V=	0.72	0.61	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.248	0.000	H=	35.77	132.05	170.90	194.11	208.38	208.38	208.38	208.38	208.34	208.34	208.34
		V=	-0.81	-0.56	-0.27	-0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.257	0.000	H=	35.78	35.88	66.96	132.18	171.01	194.22	208.49	208.49	208.49	208.49	208.45
		V=	-1.27	-1.27	-1.04	-0.56	-0.27	-0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.267	0.000	H=	35.78	35.88	35.99	36.10	67.14	132.31	171.12	194.33	208.59	208.63	208.63
		V=	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.04	-0.56	-0.27	-0.10	0.00	0.00	0.00
0.276	0.000	H=	35.78	35.88	35.99	36.10	36.21	36.31	67.32	132.47	171.27	194.47	208.74
		V=	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.04	-0.56	-0.27	-0.10	0.00
0.285	0.000	H=	35.78	35.88	35.99	36.10	36.21	36.35	36.46	36.56	67.54	118.34	133.92
		V=	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.04	-0.45	0.00
0.294	0.000	H=	35.78	35.88	35.99	36.13	36.24	36.35	36.46	22.31	-0.76	-39.45	-73.54
		V=	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.27	-1.17	-0.99	-0.71	0.00

Continuación...

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.000	1.000	H=	36.53	36.34	36.15	35.97	35.78	35.59	35.40	35.21	35.02	34.83	34.65
		V=	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79
0.009	0.806	H=	36.53	36.33	36.16	35.97	35.78	35.59	35.40	35.21	35.02	40.65	47.71
		V=	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.74	1.69
0.018	0.612	H=	36.53	36.33	36.14	35.95	35.78	35.59	35.40	41.01	48.06	56.99	68.41
		V=	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.74	1.69	1.62	1.54
0.027	0.418	H=	36.53	36.33	36.14	35.95	35.76	41.37	48.42	57.34	68.74	83.42	102.47
		V=	1.79	1.79	1.79	1.79	1.79	1.74	1.69	1.62	1.54	1.43	1.28
0.036	0.224	H=	36.53	36.33	36.14	41.74	48.76	57.67	69.05	83.72	102.76	127.54	157.07
		V=	1.79	1.79	1.79	1.74	1.69	1.62	1.54	1.43	1.28	1.10	0.86
0.046	0.030	H=	36.53	42.11	49.12	58.01	69.38	84.03	103.03	127.79	160.09	202.11	256.38
		V=	1.79	1.74	1.69	1.62	1.54	1.43	1.29	1.10	0.86	0.55	0.14
0.055	0.000	H=	36.54	52.60	69.71	84.34	103.31	128.05	160.32	202.32	256.58	276.74	276.74
		V=	1.59	1.58	1.54	1.43	1.29	1.10	0.86	0.55	0.15	0.00	0.00
0.064	0.000	H=	36.56	62.66	90.67	122.56	160.55	202.52	256.75	276.93	276.93	276.93	276.93
		V=	1.29	1.27	1.19	1.06	0.86	0.55	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00
0.073	0.000	H=	36.57	80.35	127.33	180.77	244.02	271.38	277.12	277.12	277.12	277.12	277.12
		V=	0.79	0.75	0.62	0.39	0.05	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.082	0.000	H=	36.58	110.83	189.87	229.13	243.87	255.36	264.39	271.56	277.31	277.31	277.31
		V=	-0.05	-0.12	-0.34	-0.35	-0.24	-0.15	-0.09	-0.04	0.00	0.00	0.00
0.092	0.000	H=	36.58	111.07	153.11	185.42	210.25	229.35	244.06	255.55	264.58	271.72	277.00
		V=	-1.47	-1.22	-0.91	-0.67	-0.49	-0.35	-0.24	-0.18	-0.09	-0.04	0.00
0.101	0.000	H=	36.58	36.77	57.08	111.34	153.34	185.64	210.45	229.52	244.26	247.99	251.85
		V=	-1.77	-1.77	-1.62	-1.22	-0.91	-0.67	-0.49	-0.35	-0.24	-0.11	0.00

$V_0 = 1.7911$ pie/seg

$H_0 = 34.65$ pies

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.110	0.000	H=	36.58	36.77	36.96	37.14	57.43	111.62	153.58	180.11	197.74	207.77	211.02
		V=	-1.77	-1.77	-1.77	-1.77	-1.62	-1.22	-0.91	-0.63	-0.40	-0.19	0.00
0.119	0.000	H=	36.58	36.77	36.96	37.14	37.33	31.78	44.86	59.96	120.40	137.92	143.64
		V=	-1.77	-1.77	-1.77	-1.77	-1.77	-1.73	-1.53	-1.06	-0.67	-0.32	0.00
0.128	0.000	H=	36.58	36.77	36.96	31.42	24.44	15.60	4.31	-10.23	-9.08	20.17	29.81
		V=	-1.77	-1.77	-1.77	-1.73	-1.68	-1.61	-1.53	-1.42	-1.13	-0.54	0.00
0.138	0.000	H=	36.58	31.05	24.09	15.26	3.98	-10.54	-29.41	-54.03	-86.11	-127.85	-161.70
		V=	-1.77	-1.73	-1.68	-1.51	-1.53	-1.42	-1.28	-1.09	-0.85	-0.54	0.00
0.147	0.000	H=	36.58	20.63	3.66	-10.85	-29.70	-54.29	-86.34	-126.06	-181.93	-201.97	-201.97
		V=	-1.58	-1.57	-1.53	-1.42	-1.28	-1.09	-0.86	-0.55	-0.14	-0.00	0.00
0.156	0.000	H=	36.58	10.65	-17.15	-48.85	-86.57	-128.27	-182.12	-202.16	-202.15	-202.16	-202.15
		V=	-1.28	-1.26	-1.18	-1.05	-0.86	-0.55	-0.15	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.165	0.000	H=	36.58	-6.94	-53.59	-106.68	-169.49	-196.65	-202.34	-202.35	-202.34	-202.35	-202.34
		V=	-0.78	-0.74	-0.61	-0.39	-0.05	0.03	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.174	0.000	H=	36.58	-37.20	-115.71	-154.70	-169.34	-180.75	-189.71	-196.84	-202.53	-202.54	-202.53
		V=	0.05	0.12	0.34	0.34	0.24	0.15	0.09	0.04	-0.00	-0.00	0.00
0.184	0.000	H=	36.55	-37.41	-79.15	-111.28	-135.94	-154.90	-169.53	-180.94	-189.90	-197.03	-202.72
		V=	1.46	1.21	0.91	0.67	0.49	0.35	0.24	0.15	0.09	0.04	0.00
0.193	0.000	H=	36.53	36.32	16.17	-37.69	-79.39	-111.49	-136.14	-155.10	-169.72	-175.43	-177.27
		V=	1.76	1.76	1.61	1.21	0.91	0.67	0.49	0.35	0.24	0.11	0.00
0.202	0.000	H=	36.53	36.32	36.14	35.95	15.83	-37.96	-79.63	-106.01	-123.52	-133.50	-136.73
		V=	1.76	1.76	1.76	1.76	1.61	1.22	0.91	0.63	0.39	0.19	0.00
0.211	0.000	H=	36.53	36.32	36.14	35.95	35.77	41.27	28.30	-16.48	-46.68	-64.11	-69.80
		V=	1.76	1.76	1.76	1.76	1.76	1.72	1.52	1.05	0.66	0.32	0.00

С о н т њ и н а с њ и . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.220	0.000	H=	36.53	36.32	36.14	41.63	48.56	57.33	68.55	83.00	81.89	52.86	43.31
		V=	1.76	1.76	1.76	1.72	1.67	1.60	1.52	1.41	1.12	0.54	0.00
0.230	0.000	H=	36.53	41.99	48.91	57.67	68.67	83.30	102.06	126.52	158.40	199.86	233.47
		V=	1.76	1.72	1.67	1.60	1.52	1.41	1.27	1.09	0.85	0.54	0.00
0.239	0.000	H=	36.54	52.35	69.19	83.61	102.34	126.77	158.63	200.06	253.54	273.43	273.43
		V=	1.57	1.56	1.52	1.41	1.27	1.09	0.85	0.54	0.14	0.00	0.00
0.248	0.000	H=	36.56	62.27	89.90	121.38	158.86	200.26	253.73	273.61	273.61	273.61	273.61
		V=	1.27	1.25	1.17	1.05	0.85	0.54	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00
0.257	0.000	H=	36.57	79.80	126.16	178.85	241.20	268.16	273.79	273.80	273.79	273.80	273.79
		V=	0.78	0.74	0.61	0.38	0.05	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.267	0.000	H=	36.58	109.85	187.81	226.53	241.06	252.37	261.27	268.34	273.98	273.98	273.98
		V=	-0.05	-0.12	-0.33	-0.34	-0.23	-0.15	-0.09	-0.03	0.00	0.00	0.00
0.276	0.000	H=	36.58	110.01	151.48	183.38	207.89	226.73	241.25	252.56	261.45	268.52	274.16
		V=	-1.45	-1.21	-0.90	-0.66	-0.48	-0.34	-0.24	-0.15	-0.09	-0.04	0.00
0.285	0.000	H=	36.58	36.76	56.78	110.28	151.72	183.59	208.09	226.92	241.44	247.11	248.93
		V=	-1.75	-1.75	-1.60	-1.21	-0.90	-0.66	-0.48	-0.34	-0.24	-0.11	0.00
0.294	0.000	H=	36.58	36.76	36.95	37.13	57.11	110.55	151.95	178.16	195.58	205.51	208.72
		V=	-1.75	-1.75	-1.75	-1.75	-1.60	-1.21	-0.90	-0.62	-0.39	-0.19	0.00

Continuación...

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIVE	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.000	1.000	H=	37.26	37.00	36.74	36.48	36.21	35.95	35.69	35.43	35.17	34.91	34.65
		V=	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14
0.009	0.839	H=	37.26	36.98	36.74	36.48	36.21	35.95	35.69	35.43	35.17	34.91	34.65
		V=	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.11	2.06
0.018	0.679	H=	37.26	36.98	36.72	36.45	36.21	35.95	35.69	40.33	46.01	53.00	61.67
		V=	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.11	2.06	2.01	1.94
0.027	0.519	H=	37.26	36.98	36.72	36.45	36.19	40.83	46.52	53.49	62.15	72.96	86.55
		V=	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14	2.11	2.06	2.01	1.94	1.86	1.76
0.036	0.359	H=	37.26	36.98	36.72	41.34	47.00	53.96	62.00	73.40	86.99	104.17	126.00
		V=	2.14	2.14	2.14	2.11	2.06	2.01	1.94	1.86	1.76	1.63	1.47
0.046	0.199	H=	37.26	41.86	47.50	54.46	63.08	73.86	87.41	104.56	126.37	154.18	189.68
		V=	2.14	2.11	2.06	2.01	1.95	1.86	1.76	1.63	1.47	1.26	1.00
0.055	0.039	H=	37.27	50.10	63.56	74.31	87.65	104.97	126.75	154.53	189.98	235.07	292.09
		V=	1.98	1.93	1.95	1.86	1.76	1.63	1.47	1.26	1.00	0.66	0.24
0.064	0.000	H=	37.28	56.84	77.55	100.55	127.14	154.89	190.30	235.36	292.36	325.32	325.32
		V=	1.75	1.73	1.68	1.60	1.47	1.26	1.00	0.66	0.24	0.00	0.00
0.073	0.000	H=	37.30	68.10	100.81	137.33	179.90	230.81	292.62	325.59	325.59	325.59	325.59
		V=	1.38	1.36	1.27	1.13	0.92	0.63	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
0.082	0.000	H=	37.32	86.93	139.57	198.28	266.21	307.96	315.14	321.02	325.85	325.85	325.85
		V=	0.80	0.76	0.62	0.39	0.05	-0.12	-0.07	-0.03	0.00	0.00	0.00
0.092	0.000	H=	37.33	117.65	202.66	257.51	274.78	288.47	299.43	308.22	315.40	321.28	325.11
		V=	-0.13	-0.20	-0.41	-0.50	-0.37	-0.27	-0.19	-0.12	-0.07	-0.03	0.00
0.101	0.000	H=	37.33	127.38	172.53	208.05	235.90	257.79	275.05	288.74	299.70	303.65	304.95
		V=	-1.64	-1.46	-1.13	-0.87	-0.66	-0.50	-0.37	-0.27	-0.19	-0.09	0.00

$V_0 = 2.1494$ pie/seg

$H_0 = 34.65$ pies

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
.110	0.000	H=	37.33	37.59	70.71	127.76	172.66	208.36	236.18	253.23	264.61	271.12	273.24
		V=	-2.13	-2.13	-1.58	-1.46	-1.13	-0.87	-0.66	-0.46	-0.29	-0.14	0.00
.119	0.000	H=	37.33	37.59	37.85	38.11	71.17	123.32	162.49	190.78	209.60	220.71	224.27
		V=	-2.13	-2.13	-2.13	-2.13	-1.88	-1.43	-1.05	-0.74	-0.47	-0.22	0.00
.128	0.000	H=	37.33	37.59	37.85	33.29	27.68	20.75	44.97	90.91	122.22	140.40	146.33
		V=	-2.13	-2.13	-2.13	-2.09	-2.05	-2.00	-1.69	-1.19	-0.75	-0.36	0.00
.138	0.000	H=	37.33	32.78	27.18	20.27	11.75	1.05	-12.37	-29.39	-18.32	10.68	20.22
		V=	-2.13	-2.09	-2.05	-2.00	-1.93	-1.83	-1.75	-1.62	-1.22	-0.59	0.00
.147	0.000	H=	37.33	24.59	11.28	0.60	-12.81	-29.80	-51.41	-78.98	-114.18	-158.75	-182.86
		V=	-1.97	-1.96	-1.93	-1.85	-1.75	-1.62	-1.46	-1.25	-0.99	-0.66	0.00
.156	0.000	H=	37.33	17.92	-2.60	-25.41	-51.79	-79.33	-114.50	-159.24	-215.81	-248.50	-246.51
		V=	-1.73	-1.72	-1.67	-1.59	-1.46	-1.25	-0.99	-0.66	-0.24	-0.00	0.00
.165	0.000	H=	37.33	6.76	-25.69	-61.93	-104.19	-154.73	-216.08	-248.76	-248.77	-248.76	-246.77
		V=	-1.37	-1.35	-1.27	-1.12	-0.92	-0.63	-0.24	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
.174	0.000	H=	37.33	-11.91	-64.19	-122.47	-189.89	-231.29	-258.41	-244.24	-249.03	-249.02	-249.03
		V=	-0.80	-0.75	-0.62	-0.39	-0.05	0.12	0.07	0.03	-0.00	-0.00	0.00
.184	0.000	H=	37.33	-42.62	-126.82	-181.24	-198.37	-211.96	-222.84	-231.55	-238.67	-244.50	-249.24
		V=	0.12	0.20	0.41	0.49	0.37	0.27	0.19	0.12	0.07	0.03	0.00
.193	0.000	H=	37.29	-52.03	-96.85	-132.12	-159.78	-181.51	-198.64	-212.23	-223.10	-227.02	-226.31
		V=	1.53	1.45	1.12	0.86	0.65	0.49	0.37	0.27	0.19	0.09	0.00
.202	0.000	H=	37.26	37.00	4.18	-52.41	-97.18	-132.43	-160.06	-177.00	-188.29	-194.76	-196.92
		V=	2.11	2.11	1.87	1.45	1.12	0.86	0.66	0.46	0.29	0.14	0.00
.211	0.000	H=	37.26	37.00	36.74	36.49	3.72	-48.01	-86.90	-115.00	-133.90	-144.75	-146.28
		V=	2.11	2.11	2.11	2.11	1.67	1.42	1.04	0.73	0.46	0.22	0.00

С о н т љ н а а с љ н . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.220	0.000	H=	37.26	37.00	36.74	41.26	46.83	53.69	29.70	-15.87	-46.95	-65.02	-70.91
		V=	2.11	2.11	2.11	2.08	2.03	1.98	1.67	1.18	0.75	0.36	0.00
0.230	0.000	H=	37.26	41.76	47.32	54.17	62.62	73.23	86.57	103.46	92.53	63.77	54.53
		V=	2.11	2.08	2.03	1.98	1.92	1.84	1.73	1.61	1.21	0.59	0.00
0.239	0.000	H=	37.27	49.90	63.08	73.68	86.99	103.86	125.32	152.70	187.67	232.10	255.86
		V=	1.95	1.95	1.92	1.84	1.74	1.61	1.45	1.24	0.98	0.65	0.00
0.248	0.000	H=	37.29	56.51	76.89	99.52	125.69	153.04	187.97	232.38	288.51	320.91	320.91
		V=	1.72	1.71	1.66	1.57	1.45	1.24	0.98	0.65	0.24	0.00	0.00
0.257	0.000	H=	37.30	67.62	99.84	135.79	177.77	227.93	288.77	321.17	321.17	321.17	321.17
		V=	1.36	1.34	1.26	1.12	0.91	0.62	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00
0.267	0.000	H=	37.32	86.21	138.10	195.95	262.83	303.84	310.92	316.69	321.42	321.42	321.42
		V=	0.79	0.75	0.61	0.38	0.05	-0.12	-0.07	-0.03	0.00	0.00	0.00
0.275	0.000	H=	37.33	116.70	200.26	254.23	271.21	284.70	295.48	304.10	311.17	316.95	321.67
		V=	-0.12	-0.19	-0.41	-0.49	-0.36	-0.26	-0.19	-0.12	-0.07	-0.03	0.00
0.285	0.000	H=	37.33	125.94	170.45	205.46	232.92	254.49	271.48	284.96	295.74	299.62	300.92
		V=	-1.61	-1.44	-1.11	-0.85	-0.65	-0.49	-0.37	-0.27	-0.19	-0.09	0.00
0.294	0.000	H=	37.33	37.58	70.13	126.32	170.77	205.75	233.20	250.03	261.23	267.54	269.81
		V=	-2.09	-2.09	-1.86	-1.44	-1.11	-0.85	-0.65	-0.46	-0.29	-0.14	0.00

С о н т њ н у а с њ б и . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
.000	1.000	H=	37.84	37.52	37.20	36.88	36.56	36.24	35.92	35.60	35.28	34.96	34.65
		V=	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55
.009	0.891	H=	37.84	37.52	37.20	36.88	36.56	36.24	35.92	35.60	35.28	34.96	34.65
		V=	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.52	2.49
.018	0.783	H=	37.84	37.52	37.20	36.88	36.56	36.24	35.92	38.93	42.41	46.46	51.17
		V=	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.52	2.49	2.46	2.42
.027	0.675	H=	37.84	37.52	37.20	36.88	36.56	36.24	43.04	47.08	51.78	57.29	63.74
		V=	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55	2.52	2.49	2.46	2.42	2.38	2.33
.036	0.566	H=	37.84	37.52	37.20	40.19	43.66	47.69	52.39	57.88	64.33	71.92	80.89
		V=	2.55	2.55	2.55	2.52	2.49	2.46	2.42	2.38	2.33	2.27	2.20
.046	0.458	H=	37.84	40.82	44.29	48.31	53.00	58.48	64.91	72.49	81.45	92.07	104.72
		V=	2.55	2.52	2.49	2.46	2.42	2.38	2.33	2.27	2.20	2.12	2.03
.055	0.350	H=	37.85	45.62	53.61	59.08	65.90	73.07	82.01	92.61	105.24	120.32	138.35
		V=	2.44	2.44	2.42	2.38	2.33	2.27	2.20	2.12	2.03	1.91	1.78
.064	0.241	H=	37.86	48.27	59.02	70.33	82.57	93.16	105.76	120.82	138.83	160.43	180.33
		V=	2.30	2.30	2.28	2.25	2.21	2.12	2.03	1.92	1.78	1.62	1.42
.073	0.133	H=	37.87	52.12	66.78	82.31	99.23	118.02	139.31	160.88	186.75	217.79	254.94
		V=	2.12	2.11	2.08	2.04	1.98	1.89	1.78	1.62	1.43	1.19	0.92
.082	0.025	H=	37.89	57.64	78.03	99.76	123.46	149.96	180.12	214.88	255.30	299.61	352.24
		V=	1.87	1.86	1.82	1.75	1.66	1.54	1.38	1.17	0.92	0.59	0.20
.092	0.000	H=	37.91	65.75	94.53	125.23	158.86	196.54	239.36	288.59	345.52	376.73	360.02
		V=	1.52	1.50	1.45	1.35	1.22	1.04	0.80	0.51	0.15	-0.02	0.00
.101	0.000	H=	37.93	77.63	118.69	162.47	210.36	263.79	324.18	398.34	364.05	365.70	360.26
		V=	1.02	1.00	0.92	0.78	0.59	0.32	-0.00	-0.15	-0.11	-0.05	0.00

$V_0 = 2.5508$ pie/seg $f_0 = 34.65$ pies

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.110	0.000	H=	37.94	94.92	153.71	216.14	283.97	324.23	335.03	340.89	344.92	347.30	348.07
		V=	0.32	0.28	0.17	-0.02	-0.30	-0.41	-0.33	-0.24	-0.15	-0.07	0.00
0.119	0.000	H=	37.94	119.45	203.18	256.55	278.37	293.25	304.72	313.20	319.06	322.50	323.58
		V=	-0.68	-0.74	-0.90	-0.91	-0.75	-0.59	-0.45	-0.33	-0.21	-0.10	0.00
0.128	0.000	H=	37.94	118.16	162.61	196.57	223.95	245.67	262.43	274.87	283.39	288.40	290.05
		V=	-2.12	-1.93	-1.61	-1.31	-1.05	-0.83	-0.63	-0.45	-0.29	-0.14	0.00
0.138	0.000	H=	37.94	34.97	58.90	107.32	146.78	178.27	202.08	220.90	233.43	240.79	243.20
		V=	-2.53	-2.50	-2.27	-1.95	-1.49	-1.17	-0.89	-0.64	-0.41	-0.20	0.00
0.147	0.000	H=	37.94	30.27	22.32	16.92	37.84	82.70	117.89	144.26	162.94	173.30	176.83
		V=	-2.42	-2.42	-2.41	-2.36	-2.11	-1.67	-1.27	-0.92	-0.59	-0.29	0.00
0.156	0.000	H=	37.94	27.62	16.95	5.75	-6.36	-16.86	-2.09	33.24	61.37	76.81	81.90
		V=	-2.29	-2.28	-2.26	-2.23	-2.19	-2.11	-1.81	-1.31	-0.85	-0.42	0.00
0.165	0.000	H=	37.94	23.81	9.28	-6.11	-22.89	-41.53	-62.67	-84.08	-92.97	-91.16	-94.04
		V=	-2.10	-2.10	-2.07	-2.03	-1.96	-1.88	-1.77	-1.61	-1.21	-0.60	0.00
0.174	0.000	H=	37.94	18.35	-1.87	-23.43	-46.96	-73.26	-103.24	-137.77	-177.91	-221.93	-246.94
		V=	-1.85	-1.84	-1.81	-1.74	-1.65	-1.53	-1.37	-1.16	-0.91	-0.59	0.00
0.184	0.000	H=	37.94	10.31	-16.27	-48.74	-82.16	-119.59	-162.11	-211.01	-267.51	-295.46	-301.72
		V=	-1.51	-1.49	-1.44	-1.34	-1.21	-1.03	-0.80	-0.50	-0.15	0.02	0.00
0.193	0.000	H=	37.94	-1.49	-42.29	-85.78	-133.35	-186.41	-246.55	-280.22	-265.89	-267.52	-269.08
		V=	-1.02	-0.99	-0.91	-0.78	-0.58	-0.32	0.00	0.15	0.11	0.05	0.00
0.202	0.000	H=	27.94	-13.68	-77.09	-139.12	-206.45	-246.38	-257.10	-262.92	-266.92	-269.29	-270.33
		V=	-0.32	-0.28	-0.16	0.02	0.30	0.40	0.33	0.24	0.15	0.07	0.00
0.211	0.000	H=	27.94	-43.03	-126.18	-179.26	-200.84	-215.62	-227.02	-235.46	-241.27	-244.69	-245.76
		V=	0.68	0.73	0.89	0.90	0.74	0.59	0.45	0.32	0.21	0.10	0.00

С о н т љ н а с љ њ . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
.220	0.000	H=	37.88	-41.67	-85.52	-119.56	-146.79	-168.37	-185.03	-197.41	-205.67	-210.86	-212.48
		V=	2.10	1.92	1.59	1.30	1.04	0.82	0.63	0.45	0.29	0.14	0.00
.230	0.000	H=	37.85	40.76	17.07	-50.93	-70.13	-101.42	-125.69	-143.81	-156.27	-163.59	-163.99
		V=	2.51	2.48	2.26	1.84	1.43	1.16	0.88	0.64	0.41	0.20	0.00
.239	0.000	H=	37.85	45.48	53.31	56.66	37.95	-6.52	-41.46	-67.66	-85.83	-96.56	-100.07
		V=	2.40	2.40	2.39	2.35	2.10	1.65	1.26	0.91	0.59	0.23	0.00
.248	0.000	H=	37.66	48.08	58.64	69.74	81.76	92.18	77.60	40.59	14.65	-0.67	-5.73
		V=	2.27	2.26	2.25	2.22	2.17	2.09	1.80	1.30	0.85	0.41	0.00
.257	0.000	H=	37.83	51.86	66.27	81.57	98.19	116.70	137.00	150.90	157.50	150.59	149.50
		V=	2.09	2.08	2.06	2.01	1.95	1.87	1.70	1.50	1.21	0.89	0.00
.267	0.000	H=	37.89	57.30	77.40	98.77	122.13	148.27	176.03	202.33	232.19	259.91	320.74
		V=	1.84	1.83	1.79	1.73	1.64	1.52	1.36	1.15	0.91	0.56	0.00
.276	0.000	H=	37.91	65.24	93.72	123.95	157.17	194.33	236.55	285.12	341.12	371.76	374.99
		V=	1.50	1.48	1.43	1.33	1.20	1.02	0.79	0.50	0.15	-0.02	0.00
.285	0.000	H=	37.93	77.08	117.62	160.84	208.06	260.72	320.18	383.70	359.31	360.90	361.49
		V=	1.01	0.99	0.91	0.77	0.58	0.32	-0.00	-0.15	-0.11	-0.00	0.00
.294	0.000	H=	37.94	94.22	152.21	213.81	280.59	320.18	390.81	506.56	340.56	342.90	343.64
		V=	0.31	0.28	0.16	-0.02	-0.29	-0.40	-0.32	-0.23	-0.13	-0.07	0.00

С о н т њ и н а с њ њ . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.000	1.000	H=	69.82	69.77	69.71	69.66	69.61	69.56	69.50	69.43	69.40	69.35	69.30
		V=	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
0.009	0.263	H=	69.82	69.74	69.71	69.66	69.61	69.56	69.50	69.45	69.40	69.35	69.30
		V=	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
0.018	0.600	H=	69.82	69.74	69.69	69.64	69.61	69.56	69.50	69.45	69.40	69.35	69.30
		V=	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
0.027	0.000	H=	69.82	69.74	69.69	69.64	69.59	69.55	69.50	69.45	69.40	69.35	69.30
		V=	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
0.036	0.000	H=	69.82	69.74	69.69	69.64	69.59	69.55	69.50	69.45	69.40	69.35	69.30
		V=	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
0.046	0.000	H=	69.82	69.74	69.69	69.64	69.59	69.55	69.50	69.45	69.40	69.35	69.30
		V=	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
0.055	0.000	H=	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83
		V=	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20	-0.20
0.064	0.000	H=	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83	69.83
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84
0.073	0.000	H=	69.83	69.88	69.93	69.98	112.73	155.39	183.73	183.73	183.73	183.73	183.73
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.52	-0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.082	0.000	H=	69.83	69.88	69.93	69.96	70.01	70.07	70.07	70.07	70.07	70.07	70.07
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84
0.092	0.000	H=	69.83	69.86	69.91	69.96	70.01	70.07	70.12	70.17	70.22	70.22	70.22
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84
0.101	0.000	H=	69.83	69.86	69.91	69.96	70.01	70.07	70.12	70.17	70.22	70.22	70.22
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84

$U_0 = 0.8459$ pie/seg.

$H_0 = 69.3$ pies

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.110	0.000	H=	69.83	69.86	69.93	69.98	70.01	70.07	70.12	41.86	-0.70	-43.30	-43.30
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.63	-0.31	-0.00	0.00
0.119	0.000	H=	69.83	69.88	69.93	69.98	70.04	41.80	-0.76	-43.35	-43.35	-43.35	-43.35
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.84	-0.63	-0.31	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.128	0.000	H=	69.83	69.88	69.93	41.72	-0.79	-43.38	-43.38	-43.38	-43.40	-43.40	-43.40
		V=	-0.84	-0.84	-0.84	-0.63	-0.31	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.138	0.000	H=	69.83	41.64	-0.85	-43.43	-43.43	-43.43	-43.43	-43.43	-43.43	-43.43	-43.46
		V=	-0.84	-0.63	-0.31	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.147	0.000	H=	69.83	-15.26	-43.44	-43.48	-43.49	-43.48	-43.49	-43.48	-43.49	-43.48	-43.48
		V=	0.20	0.20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.156	0.000	H=	69.82	69.73	27.19	-15.32	-43.54	-43.54	-43.54	-43.51	-43.52	-43.51	-43.52
		V=	0.83	0.83	0.52	0.20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.165	0.000	H=	69.82	69.77	69.71	69.63	27.12	-15.35	-43.57	-43.57	-43.57	-43.57	-43.57
		V=	0.83	0.83	0.83	0.83	0.52	0.20	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.174	0.000	H=	69.82	69.77	69.71	69.68	69.63	69.55	27.07	-15.41	-43.62	-43.62	-43.62
		V=	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.52	0.20	-0.00	-0.00	0.00
0.184	0.000	H=	69.82	69.79	69.73	69.68	69.63	69.58	69.52	69.44	26.99	-15.46	-43.67
		V=	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.52	0.20	0.00
0.193	0.000	H=	69.82	69.75	69.73	69.68	69.63	69.58	69.52	69.48	69.42	97.55	97.58
		V=	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.62	0.00
0.202	0.000	H=	69.82	69.75	69.69	69.65	69.63	69.58	69.52	97.66	140.04	182.44	182.44
		V=	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.62	0.31	0.00	0.00
0.211	0.000	H=	69.82	69.75	69.69	69.65	69.59	97.71	140.10	182.47	182.50	182.50	182.50
		V=	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.62	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00

С о н т њ н у а с њ о н . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERÍA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.220	0.000	H=	69.82	69.75	69.69	97.79	140.13	162.48	162.51	162.52	162.53	162.55	162.55
		V=	0.83	0.83	0.83	0.62	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.230	0.000	H=	69.82	97.87	140.19	182.53	182.56	182.57	182.56	182.57	182.56	182.57	162.60
		V=	0.83	0.62	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00
0.239	0.000	H=	69.83	154.48	182.62	182.62	182.62	182.62	182.62	182.62	182.62	182.62	182.58
		V=	-0.20	-0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.248	0.000	H=	69.83	69.91	112.25	154.57	182.67	182.67	182.67	182.64	182.63	182.64	162.63
		V=	-0.83	-0.83	-0.52	-0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.257	0.000	H=	69.83	69.88	69.93	70.02	112.32	154.59	162.68	162.69	162.68	162.69	162.69
		V=	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.52	-0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.267	0.000	H=	69.83	69.88	69.93	69.95	70.00	70.08	112.36	154.64	162.73	162.74	162.73
		V=	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.52	-0.20	0.00	0.00	0.00
0.276	0.000	H=	69.83	69.84	69.90	69.95	70.00	70.05	70.10	70.19	112.43	154.70	162.74
		V=	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.52	-0.20	0.00
0.285	0.000	H=	69.83	69.88	69.90	69.95	70.00	70.05	70.10	70.15	70.20	42.20	42.17
		V=	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.52	0.00
0.294	0.000	H=	69.83	69.83	69.93	69.98	70.00	70.05	70.10	42.09	-0.07	-42.26	-42.24
		V=	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.83	-0.62	-0.31	-0.00	0.00

C o n t i n u a c i o n . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERÍA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.000	1.000	H=	70.89	70.73	70.57	70.41	70.25	70.09	69.93	69.77	69.61	69.45	69.30
		V=	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61
0.009	0.716	H=	70.89	70.70	70.57	70.41	70.25	70.09	69.93	69.77	69.61	69.45	69.30
		V=	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61
0.018	0.433	H=	70.89	70.70	70.54	70.39	70.25	70.09	69.93	83.22	100.06	121.49	148.81
		V=	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.51	1.38	1.22	1.02
0.027	0.150	H=	70.89	70.70	70.54	70.39	70.23	83.50	100.34	121.74	149.04	153.82	227.94
		V=	1.61	1.61	1.61	1.61	1.61	1.51	1.38	1.22	1.02	0.76	0.43
0.036	0.000	H=	70.89	70.70	70.54	93.80	100.59	121.97	149.24	183.99	228.12	283.67	267.55
		V=	1.61	1.61	1.61	1.51	1.38	1.22	1.02	0.76	0.44	0.02	0.00
0.046	0.000	H=	70.89	54.10	100.87	122.22	149.46	184.19	228.26	283.80	287.48	287.49	287.51
		V=	1.61	1.51	1.38	1.22	1.02	0.76	0.44	0.02	0.00	0.00	0.00
0.055	0.000	H=	70.91	109.11	149.63	184.38	228.43	283.96	287.54	287.63	287.64	287.62	287.62
		V=	1.16	1.13	1.02	0.76	0.44	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.064	0.000	H=	70.92	132.92	198.37	270.77	287.80	287.81	287.80	287.78	287.75	287.75	287.76
		V=	0.44	0.38	0.21	-0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.073	0.000	H=	70.93	170.55	208.99	236.33	257.73	274.59	287.94	287.94	287.94	287.94	287.94
		V=	-0.72	-0.81	-0.58	-0.37	-0.22	-0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.082	0.000	H=	70.93	74.76	130.33	174.42	209.15	236.47	257.87	274.75	288.10	288.10	288.10
		V=	-1.60	-1.57	-1.16	-0.83	-0.58	-0.37	-0.22	-0.09	0.00	0.00	0.00
0.092	0.000	H=	70.93	71.06	71.22	75.05	130.55	174.62	209.33	236.64	258.03	274.91	288.43
		V=	-1.60	-1.60	-1.60	-1.57	-1.16	-0.83	-0.58	-0.38	-0.22	-0.09	0.00
0.101	0.000	H=	70.93	71.08	71.22	71.38	71.53	75.36	130.79	174.82	209.51	223.46	227.97
		V=	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.57	-1.16	-0.84	-0.58	-0.25	0.00

$V_0 = 1.6142$ pie/seg

$H_0 = 69.3$ pies

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.110	0.000	H=	70.93	71.08	71.24	71.40	71.53	71.69	71.85	62.33	100.82	123.41	130.80
		V=	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.47	-0.94	-0.45	0.00
0.119	0.000	H=	70.93	71.08	71.24	71.40	71.56	58.39	41.67	20.44	-6.69	-37.57	-26.23
		V=	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.50	-1.37	-1.22	-1.01	-0.73	0.00
0.128	0.000	H=	70.93	71.08	71.24	58.10	41.42	20.22	-6.89	-41.40	-85.25	-140.42	-144.09
		V=	-1.60	-1.60	-1.60	-1.50	-1.37	-1.22	-1.01	-0.76	-0.43	-0.02	0.00
0.138	0.000	H=	70.93	57.80	41.15	19.97	-7.11	-41.60	-85.40	-140.55	-144.22	-144.21	-144.25
		V=	-1.60	-1.50	-1.38	-1.22	-1.02	-0.76	-0.43	-0.02	-0.00	-0.00	0.00
0.147	0.000	H=	70.93	32.98	-7.33	-41.79	-85.57	-140.71	-144.38	-144.37	-144.38	-144.35	-144.36
		V=	-1.15	-1.12	-1.02	-0.76	-0.43	-0.02	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.156	0.000	H=	70.93	9.31	-55.71	-127.62	-144.54	-144.53	-144.34	-144.51	-144.52	-144.51	-144.52
		V=	-0.44	-0.38	-0.21	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.165	0.000	H=	70.92	-28.04	-66.25	-93.40	-114.68	-131.41	-144.67	-144.67	-144.67	-144.67	-144.67
		V=	0.72	0.80	0.57	0.37	0.21	0.09	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00
0.174	0.000	H=	70.89	67.08	11.91	-31.88	-66.41	-93.55	-114.82	-131.57	-144.83	-144.83	-144.83
		V=	1.59	1.56	1.15	0.83	0.57	0.37	0.22	0.09	-0.00	-0.00	0.00
0.184	0.000	H=	70.89	70.72	70.59	66.79	11.69	-32.08	-66.38	-93.71	-114.98	-131.73	-144.99
		V=	1.59	1.59	1.59	1.56	1.15	0.83	0.57	0.37	0.22	0.09	0.00
0.193	0.000	H=	70.89	70.72	70.58	70.41	70.27	66.48	11.45	-32.28	-66.76	-80.63	-35.13
		V=	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.56	1.15	0.83	0.57	0.28	0.00
0.202	0.000	H=	70.89	70.72	70.55	70.41	70.27	70.09	69.98	79.42	41.21	18.77	11.42
		V=	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.46	0.93	0.45	0.00
0.211	0.000	H=	70.89	70.72	70.55	70.40	70.23	83.32	99.93	121.00	147.97	178.70	167.48
		V=	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.49	1.37	1.21	1.01	0.72	0.00

С о н т и н у а с л б и . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
.220	0.000	H=	70.89	70.71	70.54	83.61	100.16	121.24	148.18	182.49	226.07	280.80	284.47
		V=	1.59	1.59	1.59	1.49	1.37	1.21	1.01	0.75	0.43	0.02	0.00
.230	0.000	H=	70.89	83.90	100.43	121.49	148.40	182.66	226.20	280.96	284.59	284.56	284.63
		V=	1.59	1.49	1.37	1.21	1.01	0.75	0.43	0.02	0.00	0.00	0.00
.239	0.000	H=	70.91	108.58	148.61	182.87	226.36	281.11	284.75	284.72	284.75	284.72	284.71
		V=	1.14	1.11	1.01	0.75	0.43	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.248	0.000	H=	70.92	132.13	196.75	268.13	284.90	284.87	284.90	284.87	284.87	284.87	284.87
		V=	0.43	0.33	0.21	-0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.257	0.000	H=	70.93	169.22	207.17	234.12	255.28	271.89	285.02	285.03	285.02	285.03	285.02
		V=	-0.71	-0.79	-0.57	-0.37	-0.21	-0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.267	0.000	H=	70.93	74.68	129.50	173.02	207.31	234.28	255.40	272.04	285.18	285.18	285.18
		V=	-1.58	-1.55	-1.14	-0.82	-0.57	-0.37	-0.21	-0.09	0.00	0.00	0.00
.276	0.000	H=	70.93	71.08	71.20	74.98	129.70	173.21	207.49	234.45	255.56	272.20	285.33
		V=	-1.58	-1.58	-1.58	-1.55	-1.14	-0.82	-0.57	-0.37	-0.21	-0.09	0.00
.285	0.000	H=	70.93	71.08	71.20	71.39	71.51	75.28	129.94	173.41	207.66	221.47	225.95
		V=	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58	-1.55	-1.15	-0.82	-0.57	-0.27	0.00
.294	0.000	H=	70.93	71.08	71.23	71.39	71.51	71.70	71.81	62.45	100.41	122.73	130.02
		V=	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58	-1.58	-1.45	-0.93	-0.45	0.00

С о н т њ и н у а с њ њ . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.000	1.000	H=	72.31	72.01	71.70	71.40	71.10	70.80	70.50	70.20	69.90	69.60	69.30
		V=	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43
0.009	0.884	H=	72.31	72.00	71.70	71.40	71.10	70.80	70.50	70.20	69.90	69.52	61.66
		V=	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.39	2.34
0.018	0.769	H=	72.31	72.00	71.70	71.40	71.10	70.80	70.50	76.12	82.44	89.59	97.66
		V=	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.39	2.34	2.29	2.22
0.027	0.654	H=	72.31	72.00	71.70	71.40	71.10	76.70	83.02	90.15	98.21	107.34	117.60
		V=	2.43	2.43	2.43	2.43	2.43	2.39	2.34	2.29	2.22	2.15	2.08
0.036	0.539	H=	72.31	72.00	71.70	77.29	83.60	90.71	98.76	107.67	116.20	129.41	143.22
		V=	2.43	2.43	2.43	2.39	2.34	2.29	2.22	2.15	2.08	1.99	1.89
0.045	0.424	H=	72.31	77.88	84.15	91.26	98.31	106.40	116.71	130.41	143.70	158.81	173.99
		V=	2.43	2.39	2.34	2.29	2.22	2.16	2.08	1.99	1.89	1.77	1.64
0.055	0.309	H=	72.32	85.96	99.86	108.94	119.23	130.91	144.16	159.27	176.43	195.94	216.11
		V=	2.25	2.24	2.22	2.16	2.08	1.99	1.89	1.77	1.65	1.50	1.33
0.064	0.194	H=	72.34	89.66	107.31	125.53	144.66	159.73	176.86	196.35	216.51	243.67	272.22
		V=	2.02	2.01	1.99	1.95	1.89	1.78	1.65	1.50	1.34	1.15	0.93
0.073	0.079	H=	72.35	94.53	117.08	140.41	164.89	190.89	218.90	244.04	272.56	304.86	341.53
		V=	1.72	1.71	1.68	1.63	1.56	1.46	1.34	1.15	0.94	0.70	0.42
0.082	0.000	H=	72.37	100.89	129.87	159.85	191.26	224.65	260.50	299.32	341.64	382.72	399.45
		V=	1.35	1.34	1.29	1.23	1.13	1.00	0.85	0.65	0.43	0.12	0.00
0.092	0.000	H=	72.39	105.14	146.50	185.09	225.44	268.22	313.95	363.20	387.35	393.89	379.73
		V=	0.87	0.85	0.80	0.71	0.59	0.42	0.22	-0.01	-0.08	-0.04	0.00
0.101	0.000	H=	72.40	119.81	167.92	217.48	269.16	323.69	352.26	362.78	372.05	374.45	373.23
		V=	0.25	0.23	0.16	0.05	-0.10	-0.31	-0.34	-0.27	-0.20	-0.10	0.00

$V_0 = 2.4385$ pie/seg $H_0 = 69.3$ pies

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.110	0.000	H=	72.40	133.30	195.05	258.99	294.73	312.04	327.26	334.86	340.17	343.34	344.36
		V=	-0.54	-0.57	-0.65	-0.79	-0.77	-0.64	-0.53	-0.39	-0.26	-0.12	0.00
0.119	0.000	H=	72.40	150.05	199.20	227.86	253.17	269.59	282.67	292.82	299.58	303.76	303.10
		V=	-1.56	-1.59	-1.48	-1.27	-1.08	-0.87	-0.68	-0.50	-0.33	-0.16	0.00
0.128	0.000	H=	72.40	89.37	130.59	161.34	187.23	208.52	225.24	238.53	247.62	253.06	254.81
		V=	-2.42	-2.29	-1.99	-1.68	-1.39	-1.12	-0.88	-0.64	-0.42	-0.21	0.00
0.138	0.000	H=	72.40	66.85	60.63	70.23	103.13	130.40	152.27	169.02	180.81	187.85	190.16
		V=	-2.42	-2.37	-2.32	-2.15	-1.78	-1.44	-1.13	-0.83	-0.54	-0.27	0.00
0.147	0.000	H=	72.40	58.86	45.07	36.09	25.87	30.93	58.55	77.82	94.87	103.84	106.84
		V=	-2.23	-2.23	-2.21	-2.14	-2.06	-1.65	-1.45	-1.07	-0.70	-0.35	0.00
0.156	0.000	H=	72.40	55.20	37.69	19.64	0.64	-14.30	-31.32	-34.07	-15.31	-4.11	-0.37
		V=	-2.00	-2.00	-1.97	-1.93	-1.88	-1.76	-1.64	-1.37	-0.90	-0.44	0.00
0.165	0.000	H=	72.40	50.39	27.99	4.85	-19.45	-45.26	-73.08	-98.09	-126.43	-141.94	-137.41
		V=	-1.71	-1.70	-1.67	-1.62	-1.55	-1.45	-1.33	-1.14	-0.93	-0.57	0.00
0.174	0.000	H=	72.40	44.07	15.28	-14.47	-45.68	-78.87	-114.48	-153.04	-195.07	-235.84	-252.42
		V=	-1.34	-1.33	-1.29	-1.22	-1.12	-1.00	-0.84	-0.65	-0.42	-0.12	0.00
0.184	0.000	H=	72.40	35.87	-1.24	-39.61	-79.69	-122.19	-167.82	-216.56	-240.43	-240.91	-252.72
		V=	-0.86	-0.85	-0.79	-0.71	-0.58	-0.42	-0.22	0.01	0.08	0.04	0.00
0.193	0.000	H=	72.40	25.25	-22.55	-71.81	-123.15	-177.27	-209.62	-216.05	-225.26	-227.64	-228.44
		V=	-0.25	-0.22	-0.16	-0.05	0.10	0.31	0.34	0.27	0.20	0.10	0.00
0.202	0.000	H=	72.39	11.86	-49.49	-112.99	-148.47	-165.67	-180.79	-188.95	-193.64	-190.78	-197.80
		V=	0.54	0.56	0.65	0.79	0.77	0.64	0.53	0.39	0.25	0.12	0.00
0.211	0.000	H=	72.36	-4.72	-53.52	-61.99	-107.15	-123.50	-136.32	-146.42	-153.93	-157.91	-150.64
		V=	1.55	1.58	1.47	1.26	1.07	0.87	0.68	0.50	0.32	0.16	0.00

С о н т њ н у а с њ б н . . .

CABEZALES Y VELOCIDADES EN 10 PUNTOS A LO LARGO DE LA TUBERIA

TIME	TAU	X/L=	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.
0.220	0.000	H=	72.31	55.50	14.61	-15.92	-41.65	-62.81	-79.76	-92.69	-101.74	-107.16	-108.91
		V=	2.40	2.28	1.98	1.66	1.38	1.12	0.87	0.64	0.42	0.20	0.00
0.230	0.000	H=	72.31	77.79	89.96	74.48	41.84	14.76	-6.97	-23.61	-35.36	-42.36	-44.66
		V=	2.40	2.36	2.31	2.13	1.77	1.43	1.12	0.82	0.54	0.27	0.00
0.239	0.000	H=	72.32	85.71	99.38	108.30	118.44	119.48	86.10	64.98	50.04	41.14	38.16
		V=	2.22	2.21	2.19	2.13	2.05	1.84	1.44	1.06	0.70	0.34	0.00
0.248	0.000	H=	72.34	89.39	106.75	124.64	143.50	158.35	175.27	178.08	159.52	146.44	144.72
		V=	1.99	1.98	1.96	1.92	1.86	1.75	1.62	1.36	0.89	0.44	0.00
0.257	0.000	H=	72.35	94.18	116.42	139.40	163.52	189.14	216.76	241.53	269.60	263.28	260.82
		V=	1.70	1.69	1.66	1.61	1.54	1.44	1.32	1.13	0.92	0.56	0.00
0.267	0.000	H=	72.37	100.49	129.08	158.64	189.65	222.63	257.98	296.25	337.98	378.41	394.62
		V=	1.33	1.32	1.28	1.21	1.12	0.99	0.83	0.64	0.42	0.12	0.00
0.276	0.000	H=	72.39	108.66	145.54	183.66	223.49	265.70	310.80	359.34	382.96	389.36	393.12
		V=	0.86	0.84	0.79	0.70	0.58	0.42	0.22	-0.01	-0.08	-0.04	0.00
0.285	0.000	H=	72.40	119.24	166.77	215.69	266.66	320.37	348.46	358.79	367.93	370.29	371.10
		V=	0.25	0.22	0.16	0.05	-0.10	-0.30	-0.34	-0.26	-0.20	-0.09	0.00
0.294	0.000	H=	72.40	132.54	193.49	255.91	291.72	308.78	323.79	331.32	336.60	339.73	340.75
		V=	-0.53	-0.56	-0.64	-0.78	-0.76	-0.63	-0.52	-0.38	-0.25	-0.12	0.00

С о н т и н у а с і б н . . .

TABLA DE GRAFICOS

	Pág.
FIGURA 1: Chimenea de equilibrio	116
FIGURA 2: Chimenea de equilibrio diferencial	116
FIGURA 3.1 - 3.17: Desarrollo de la propagación de la onda de presión	12 a 15
FIGURA 4: Cálculo de la X sobre la que actúa la máxima altura	117
FIGURA 5: Variación de los tiempos de cierre de válvulas	118 a 119
FIGURA 6: Fracción de tubería para cálculo de la velocidad de la onda de presión	18
FIGURA 7: Volumen de control para el cálculo de la velocidad de la onda de presión	22
FIGURA 8: Elemento diferencial de tubería para la condición de equilibrio dinámico	27
FIGURA 9: Volumen de control para la deducción de la ecuación de continuidad	30
FIGURA 10: Fuerza de tracción en pared del tubo	32
FIGURA 11: Diagrama XT, de las características a lo largo de las que se logra la solución	39
FIGURA 12: Red rectangular para la solución de las ecuaciones características	40
FIGURA 13: Notación de diferencias finitas	41
FIGURA 14: Extremo izquierdo para condiciones de contorno	42
FIGURA 15: Entrada a una tubería desde un depósito	43
FIGURA 16: Extremo derecho para condiciones de contorno	44
FIGURA 17: Válvula en el extremo aguas abajo de una tubería	44
FIGURA 18: Corte transversal de la tubería	46
FIGURA 19: Variación de ΔH con V_0 (teórica)	120
FIGURA 20 a 26: Soluciones teóricas sobre los valores distintos de V_0 anotados	121 a 127

	Pág.
FIGURA 27: Diagrama ilustrativo del equipo experimental	128
FIGURA 28: Osciloscopio	129
FIGURA 29: Diagrama resultante de la calibración del transductor	130
FIGURA 30: Variables características en una onda de presión	59
FIGURAS 31 y 32: Resultados experimentales para los valores distintos de V_0 anotados	131 y 132
FIGURA 33: Variación de ΔH con respecto a V_0 (Experimental)	133
FIGURA 34: Efecto de la variación de H_0 para dos pruebas experimentales de V_0 semejantes	134
FIGURAS 35 y 36: Similitud geométrica de dos soluciones teóricas para $t_c < 2L/c$	135
FIGURAS 37 y 38: Similitud geométrica de dos soluciones teóricas para $t_c < 2L/c$	136
FIGURAS 39 y 40: Similitud geométrica de dos soluciones experimentales	137
FIGURA 41: Comparación de la variación teórica-experimental de ΔH con respecto a V_0	138
FIGURAS 42 a 48: Comparación de la solución teórica experimental para distintos valores de V_0 anotados	145
FIGURA 49: Diagrama de Moody	146

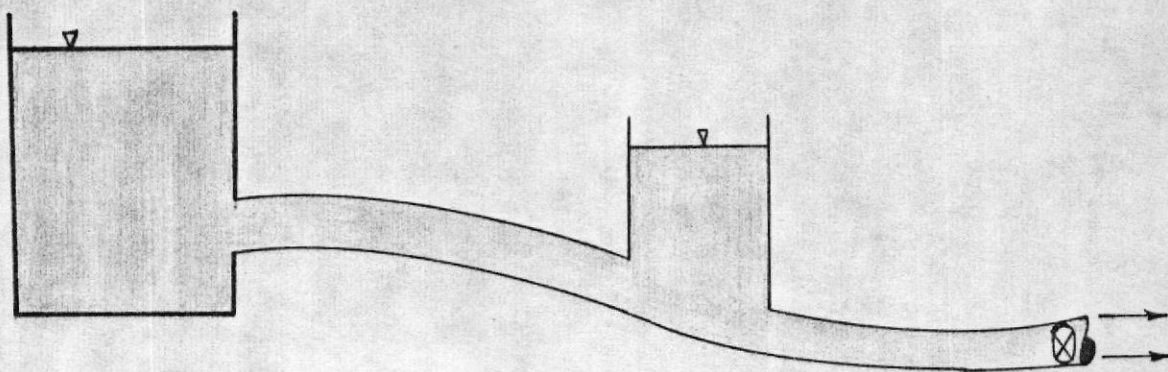


Figura 1: Chimenea de equilibrio

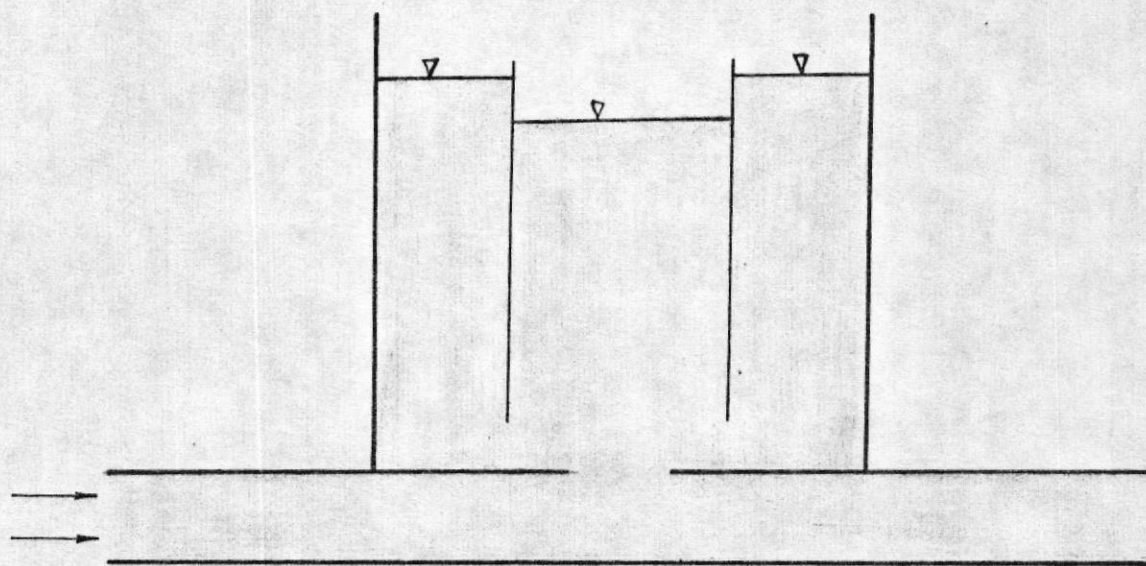


Figura 2: Chimenea de equilibrio diferencial

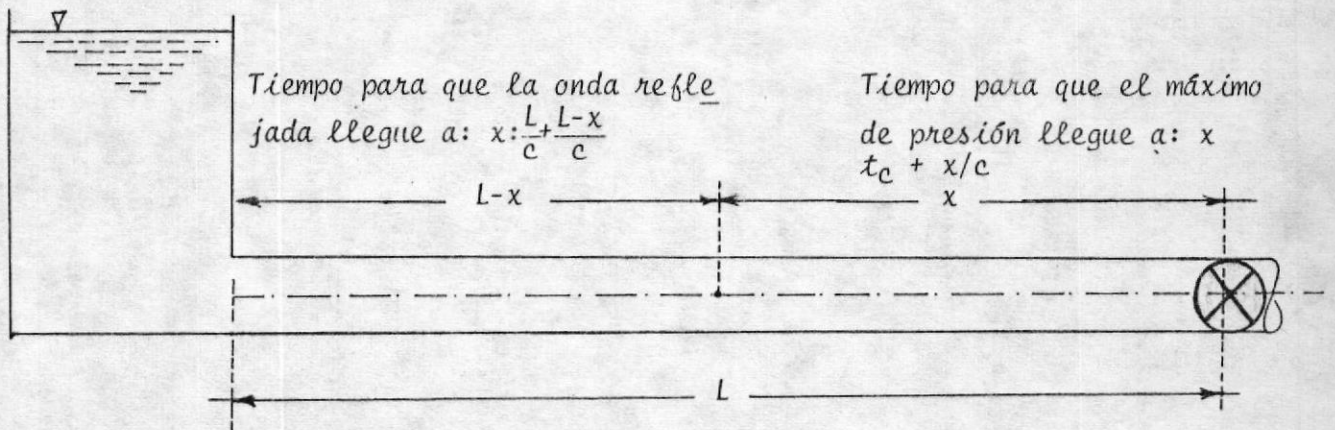


Figura 4: Cálculo de x sobre la que actúa la máxima altura

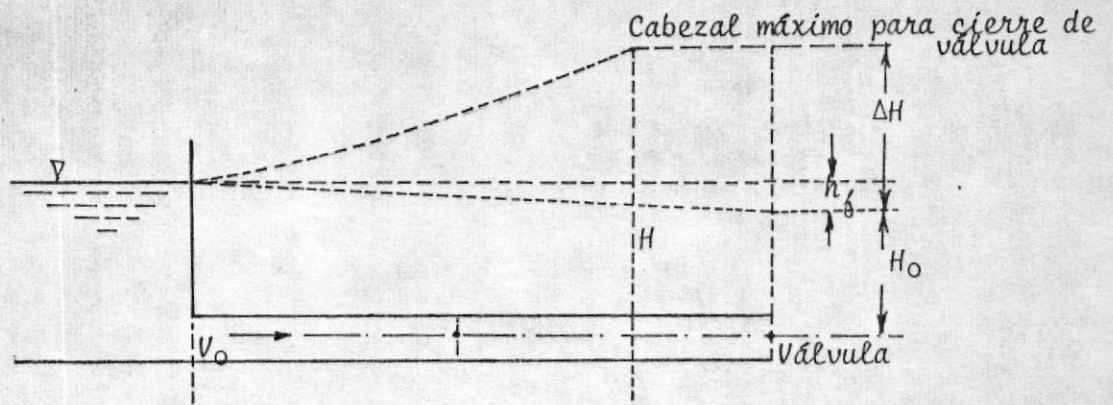


figura 5.4: Tiempo de cierre t_c mayor que L/c seg pero menor que $2L/c$ seg.

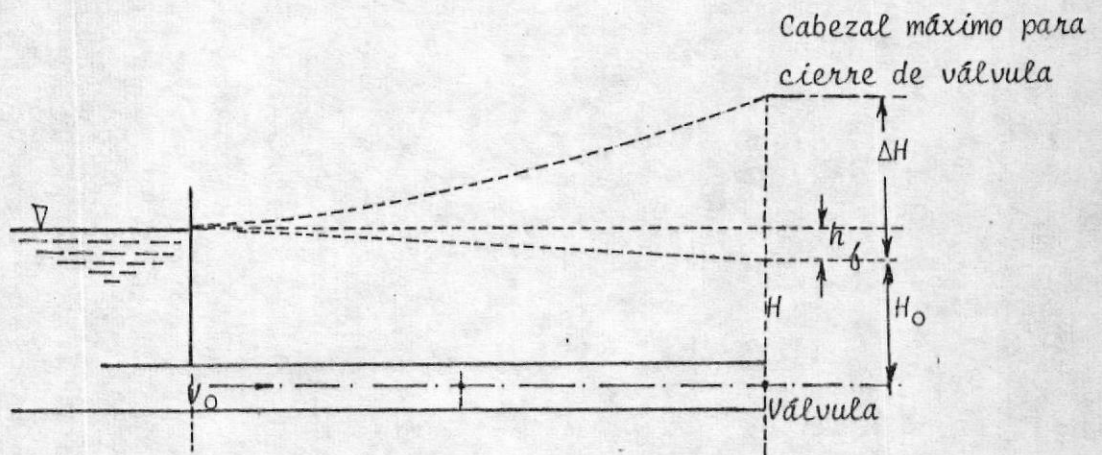


figura 5.5: Tiempo de cierre $t_c = 2L/c$ seg.

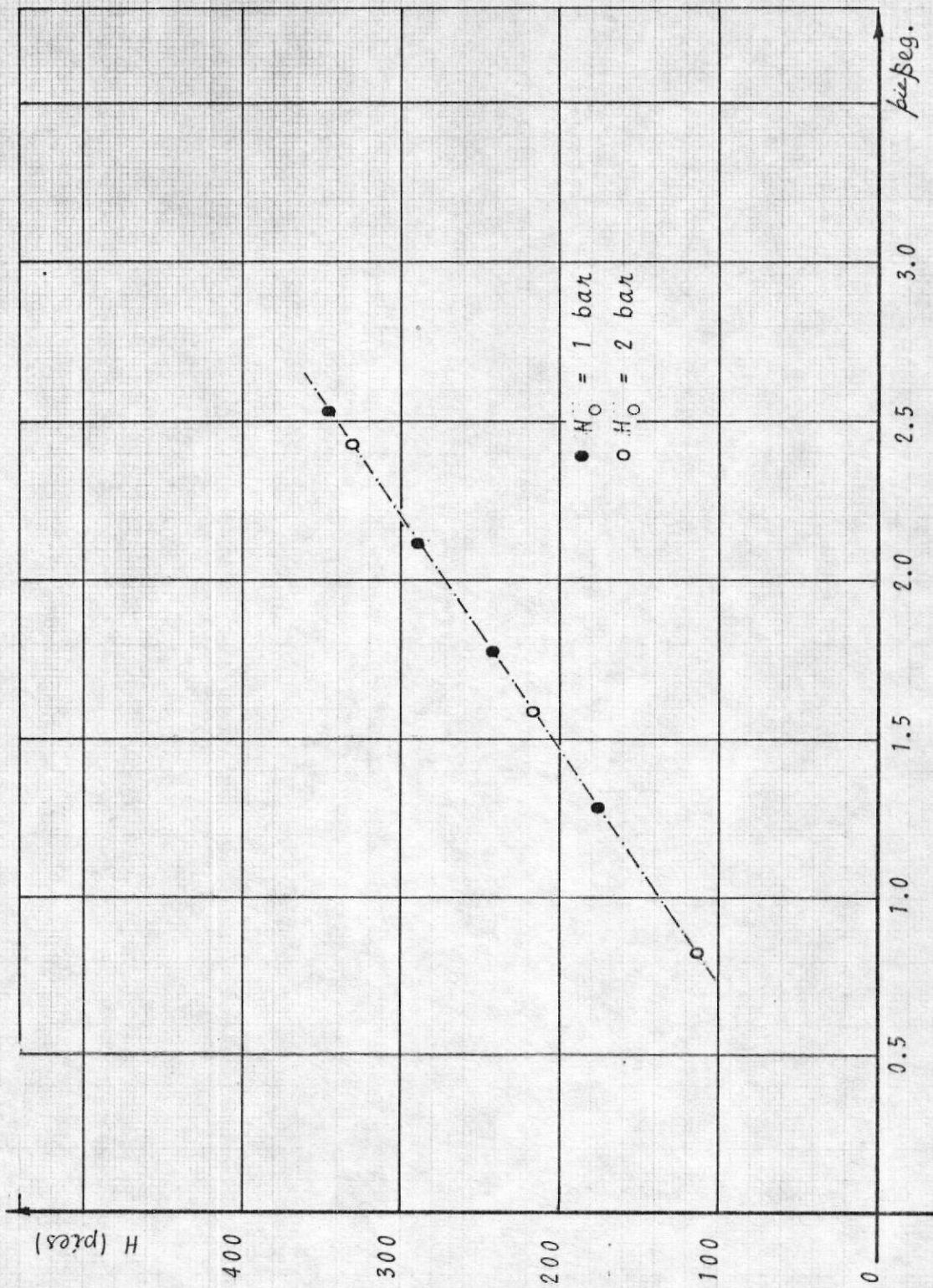


Figura 19: Variación de ΔH con V_0
(Teórico)

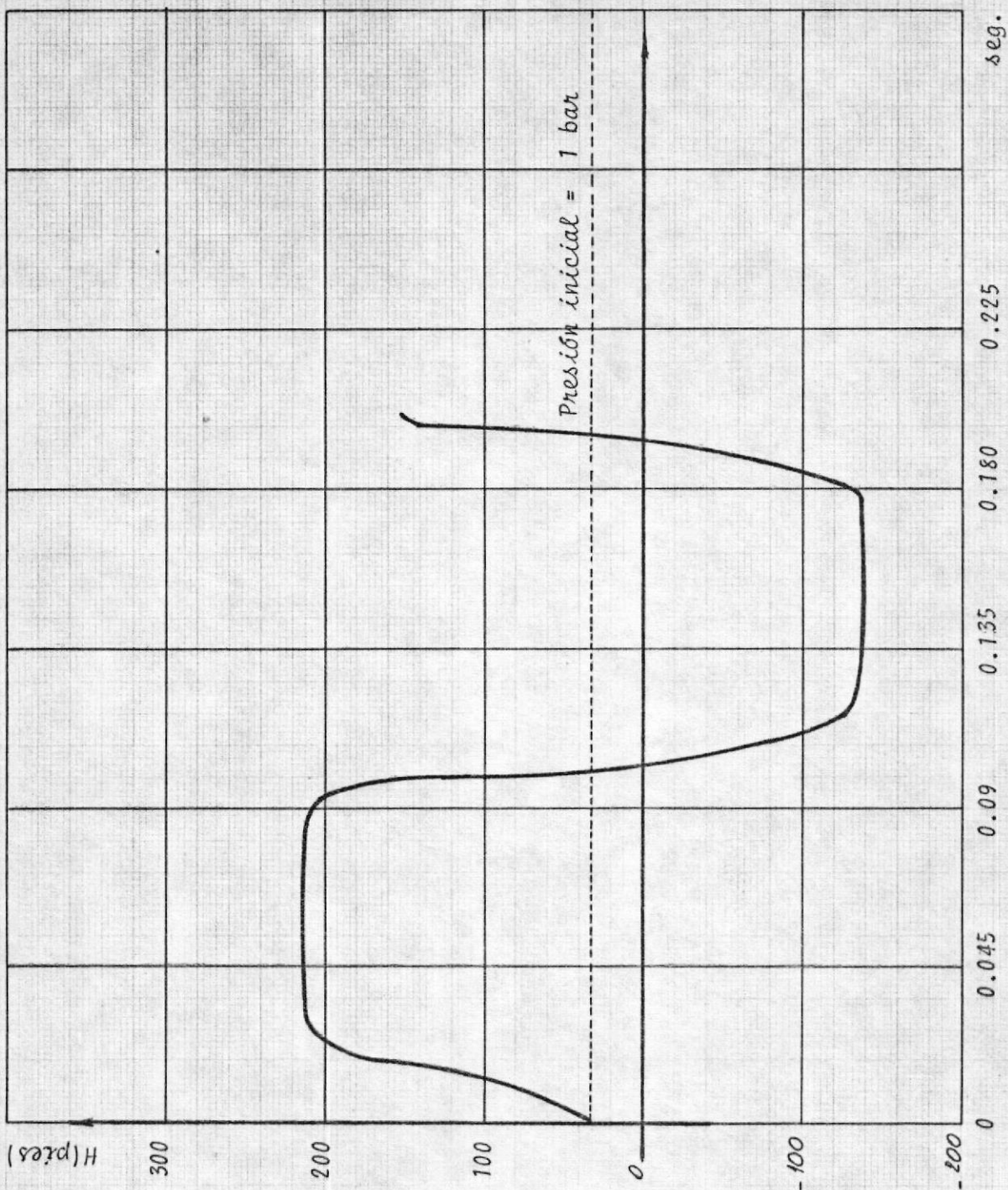


figura 20: Solución teórica para $V_0 = 1.29911$ (pies/seg)

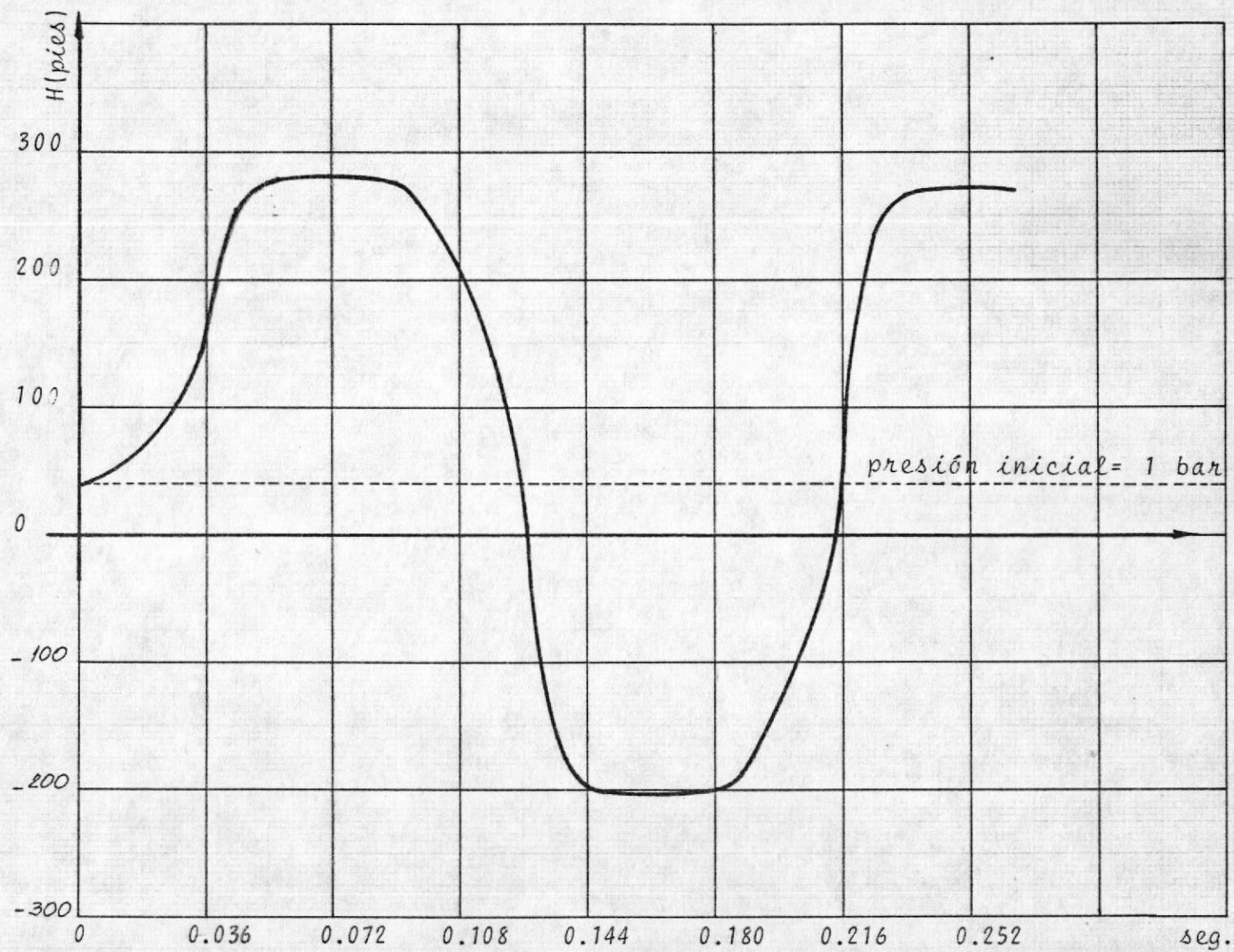
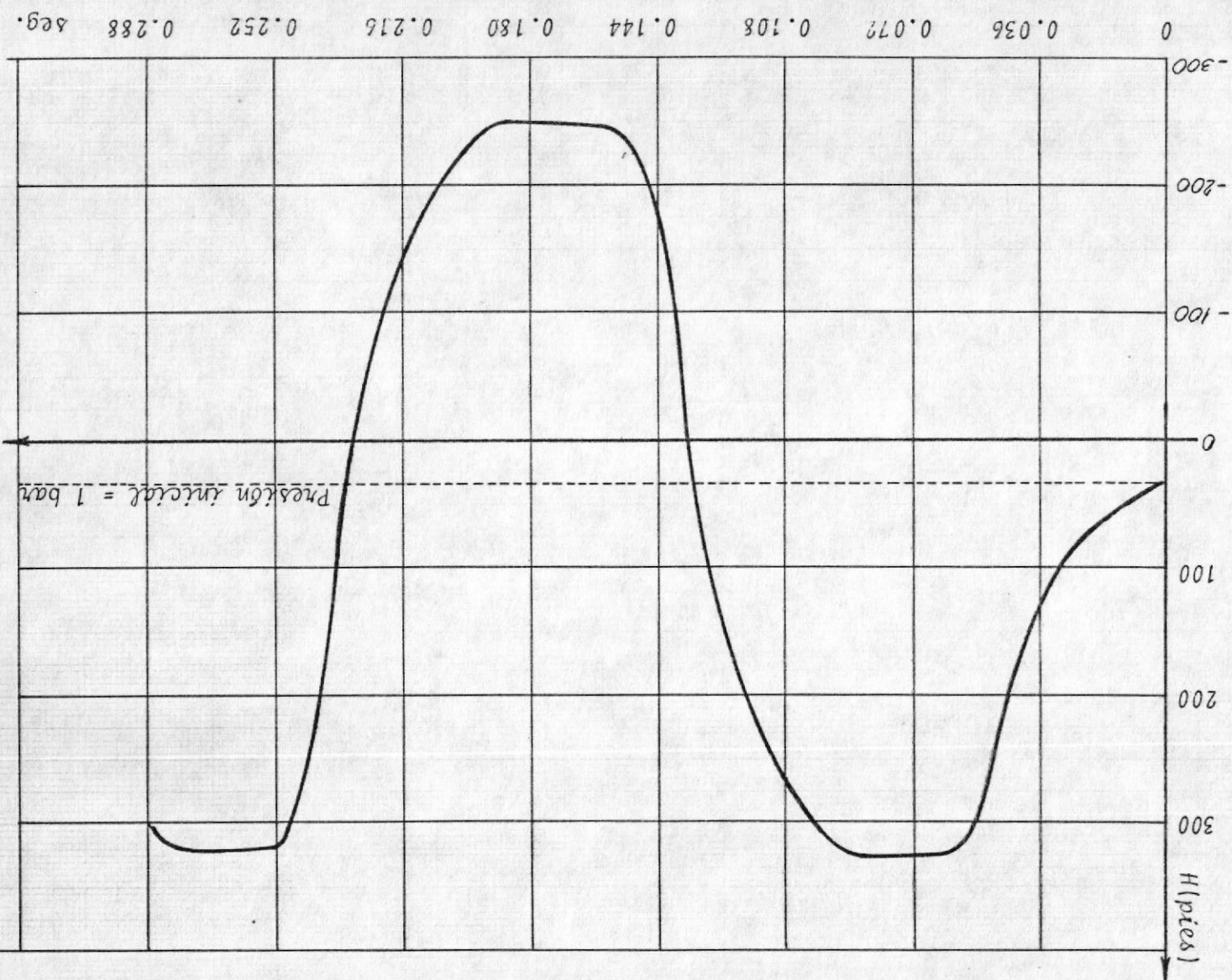


Figura 21: Solución teórica para $V_0 = 1.7911$ (pies/seg)

Figura 2: Solución teórica para $V_0 = 2.1494$ (pies/seg)



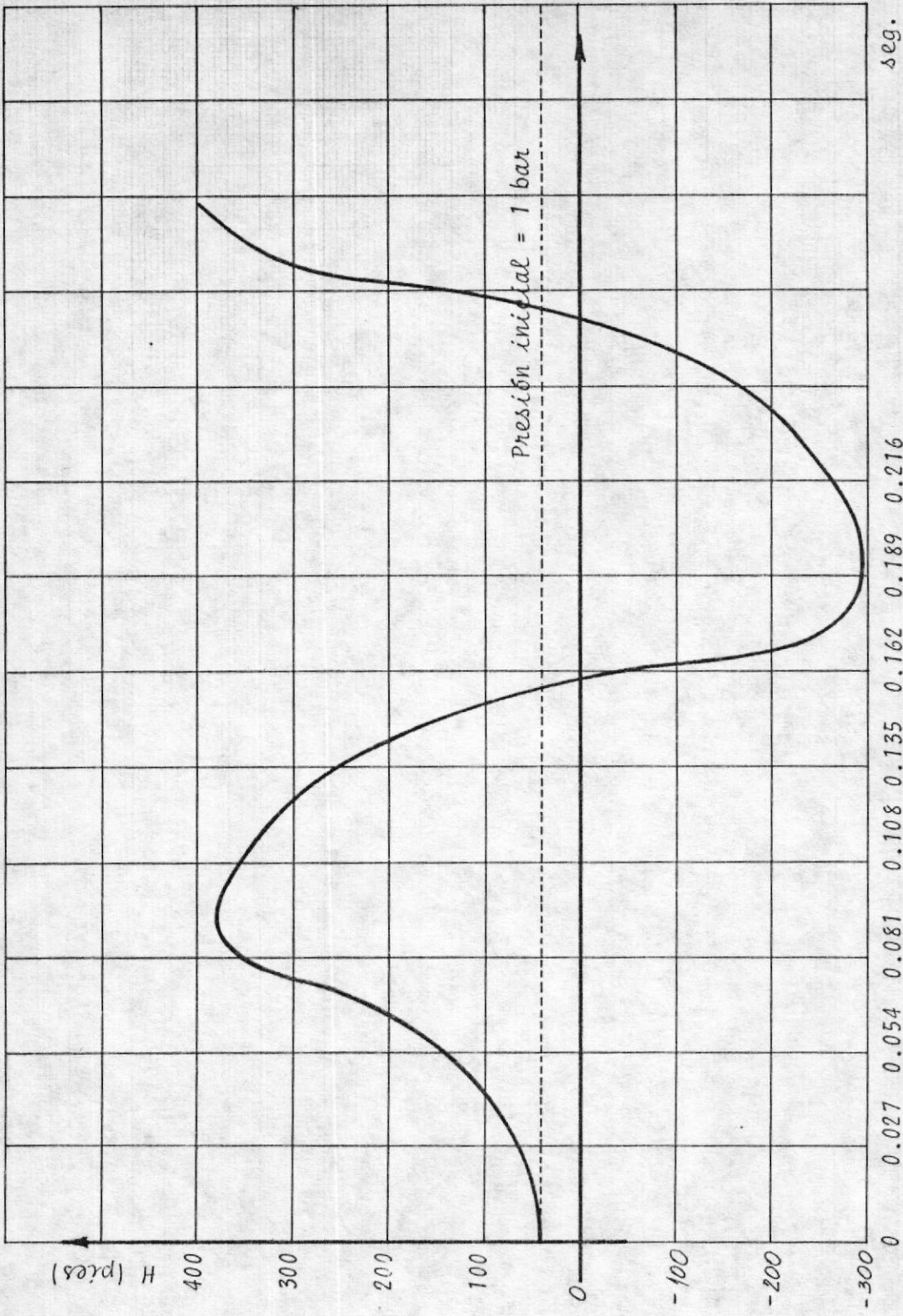


Figura 23: Solución teórica para $V_0 = 2.5508$ (pies/seg)

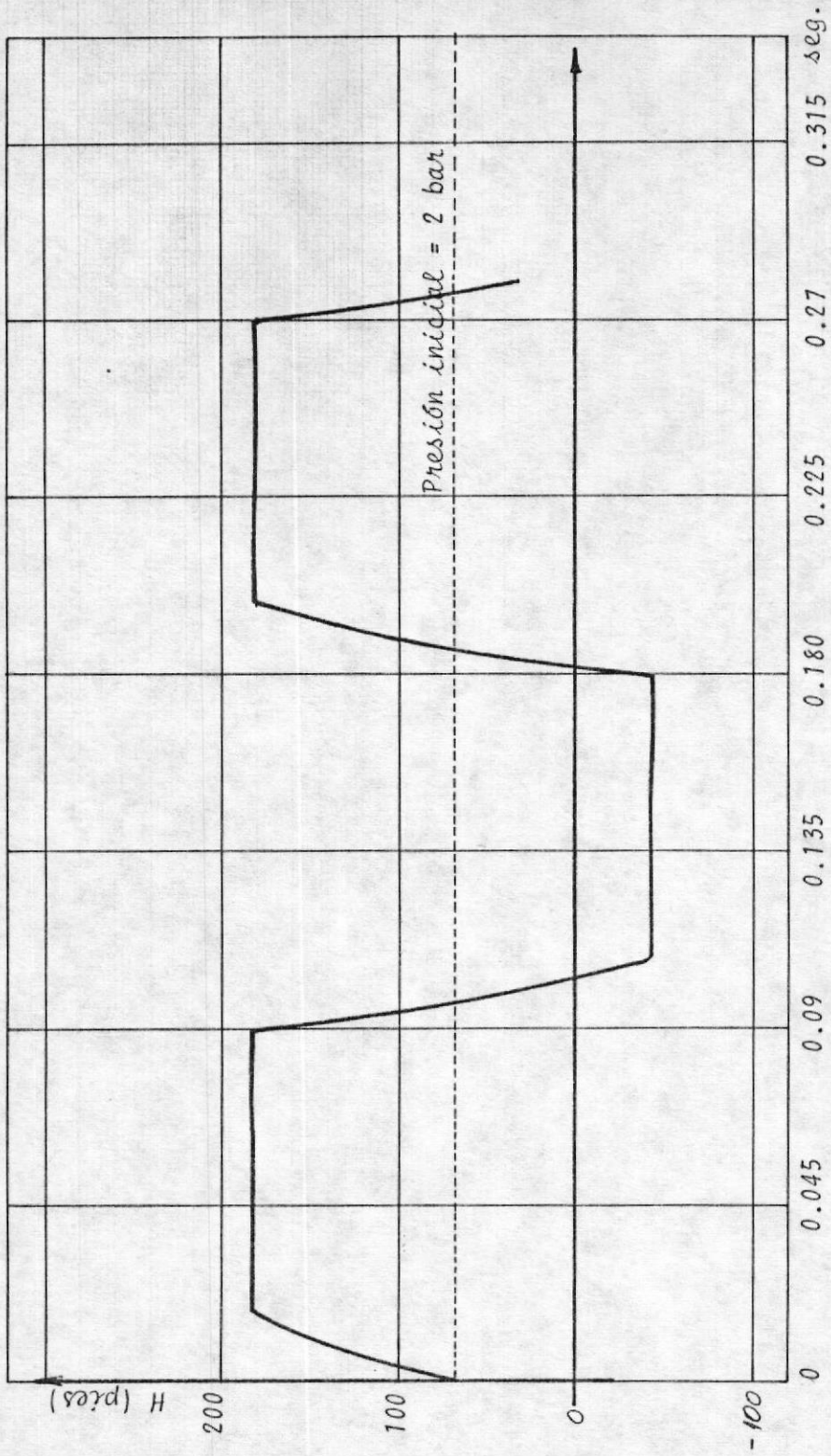


figura 24: Solución teórica para $V_0 = 0.8459$ (pies/seg)

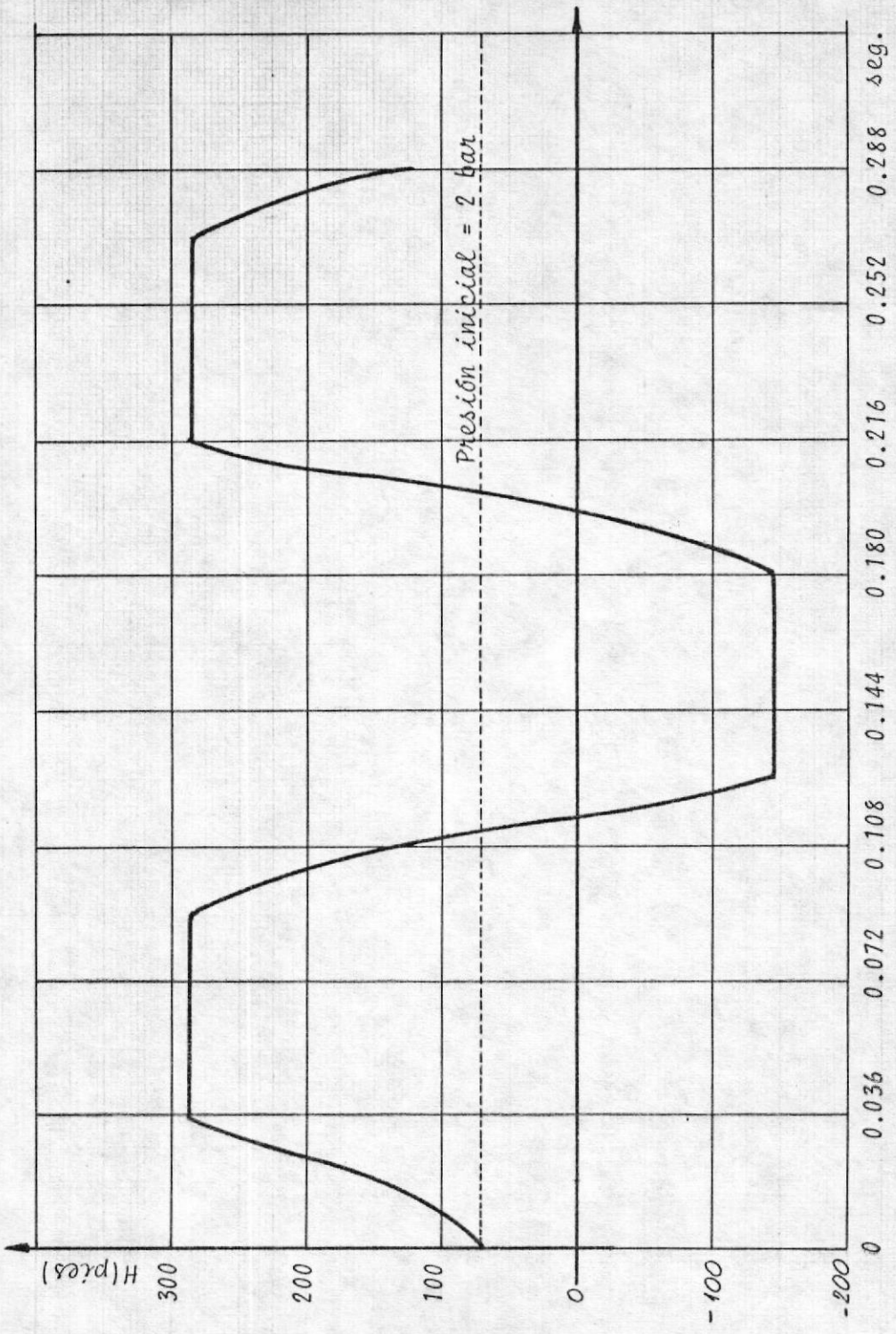
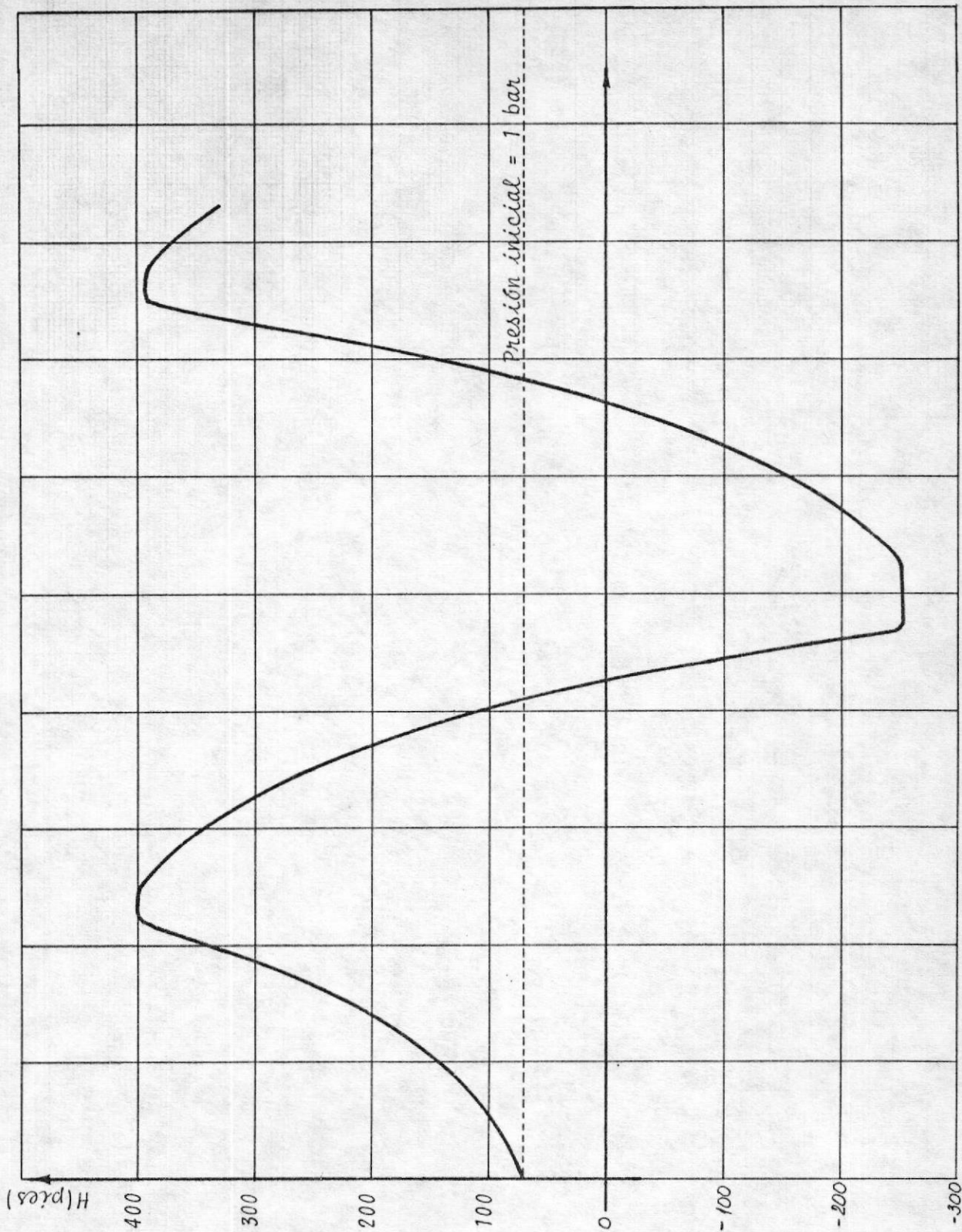


Figura 25 : Solución teórica para $V_0 = 1.6142$ (pies/seg)



seg.

0 0.036 0.072 0.108 0.144 0.18 0.216 0.288

figura 26: Solución teórica para $V_0 = 2.4385$ (píes/seg)

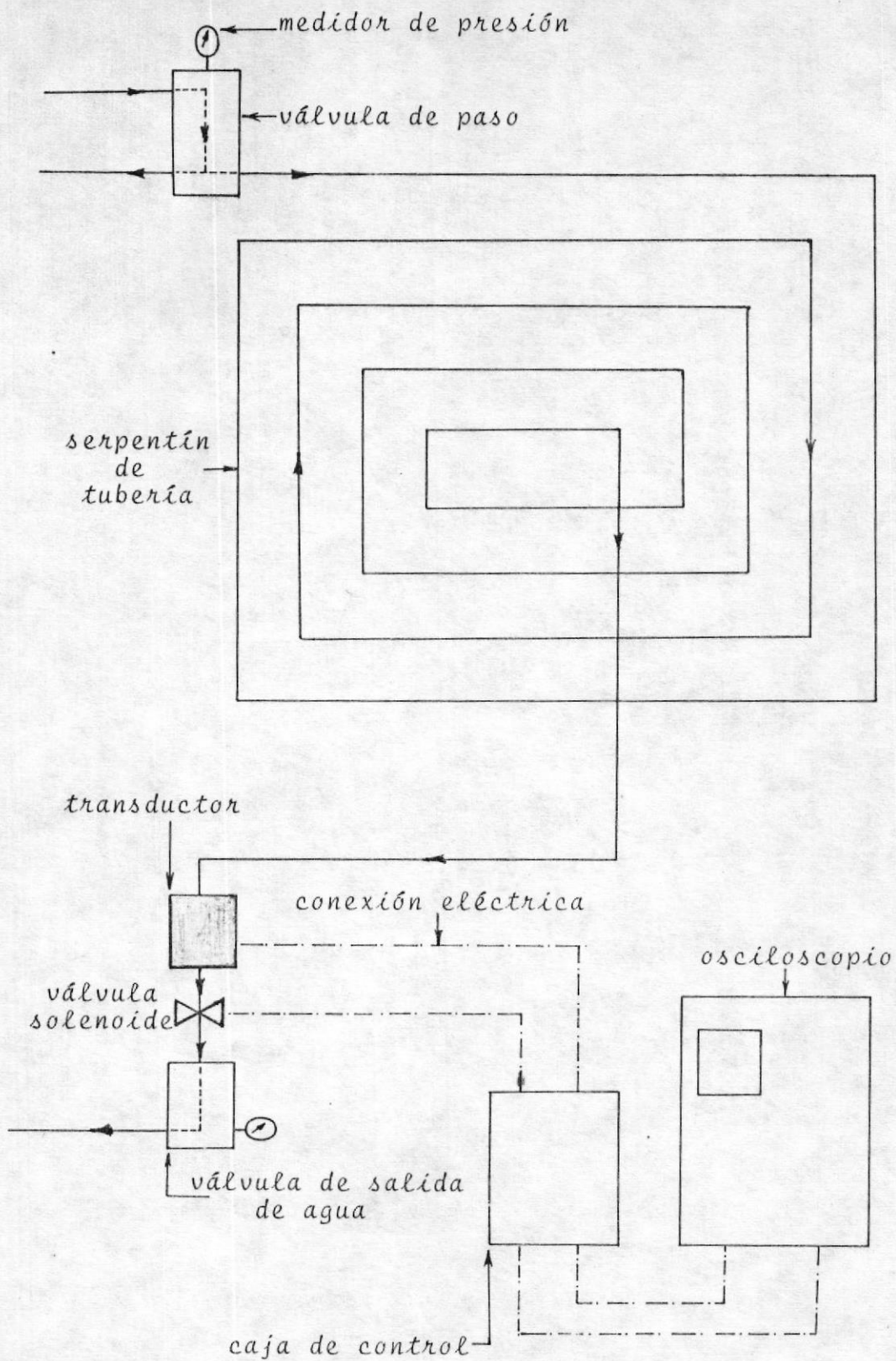
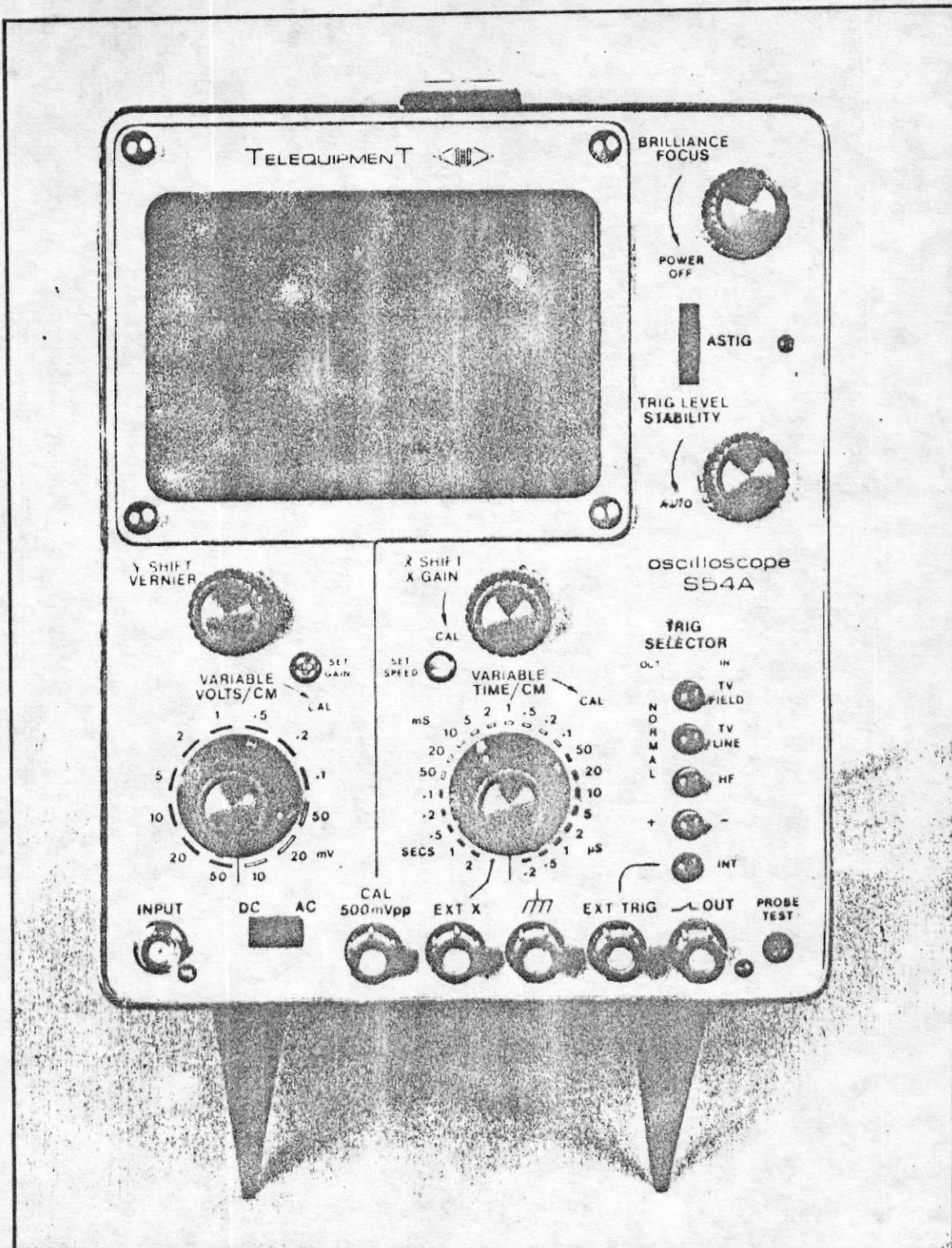


Figura 27: Diagrama ilustrativo del equipo experimental



S54A OSCILLOSCOPE

Figura 28: Osciloscopio

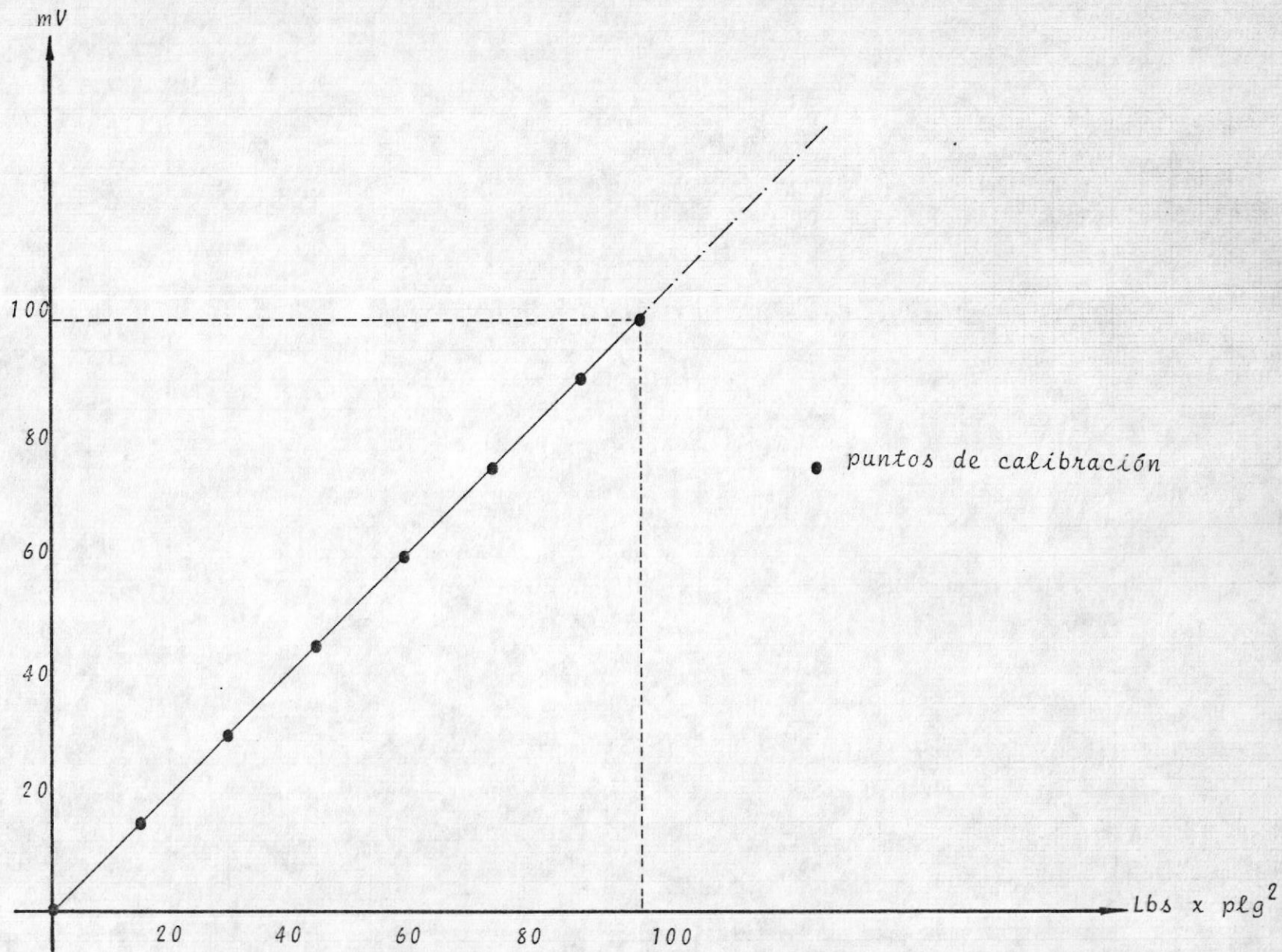


Figura 29: Diagrama resultante de la calibración del transductor

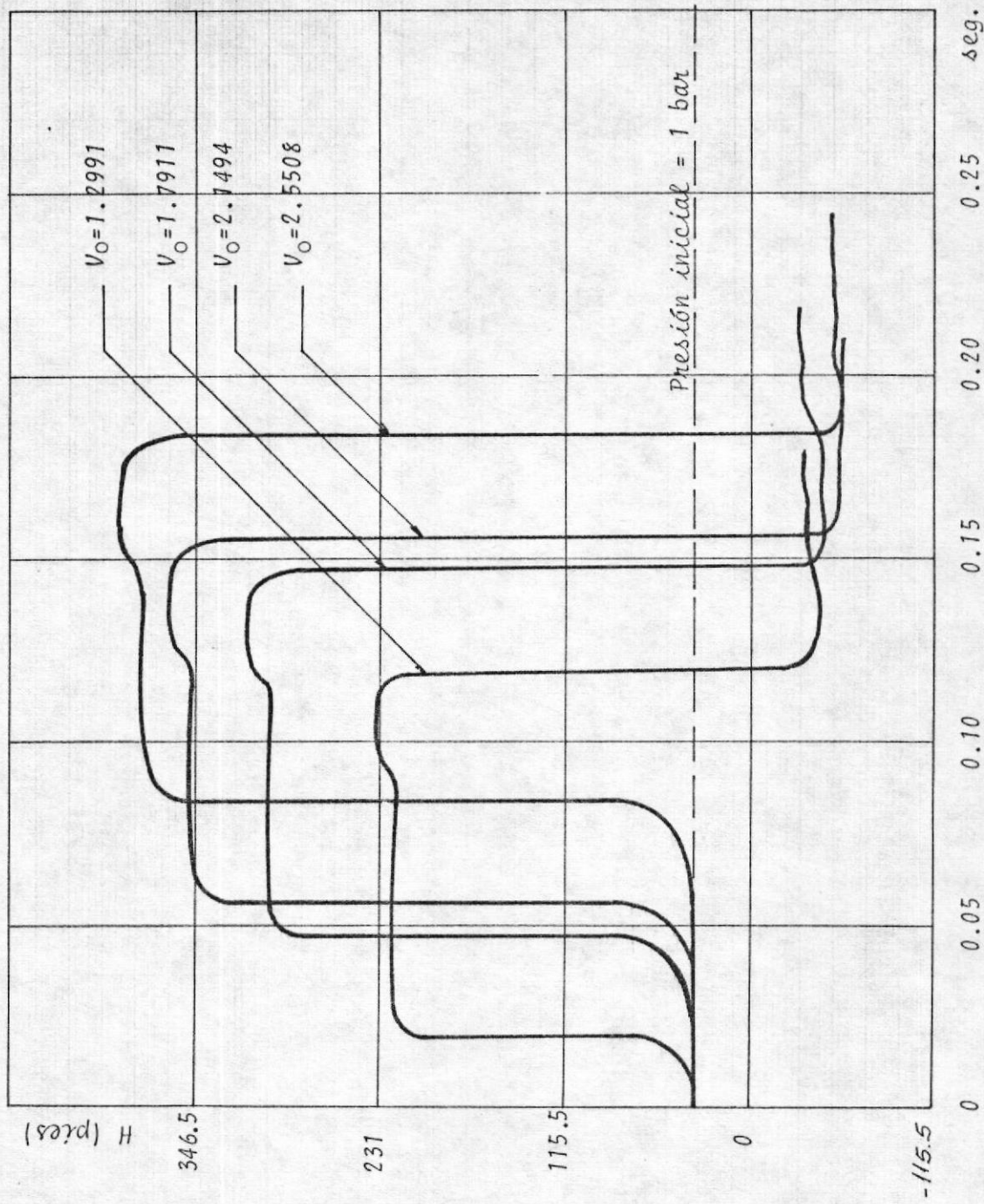


Figura 31 : Resultados experimentales para:

$V_0 = 1.2991$; $V_0 = 1.7911$; $V_0 = 2.1494$; $V_0 = 2.5508$ (pies/seg)

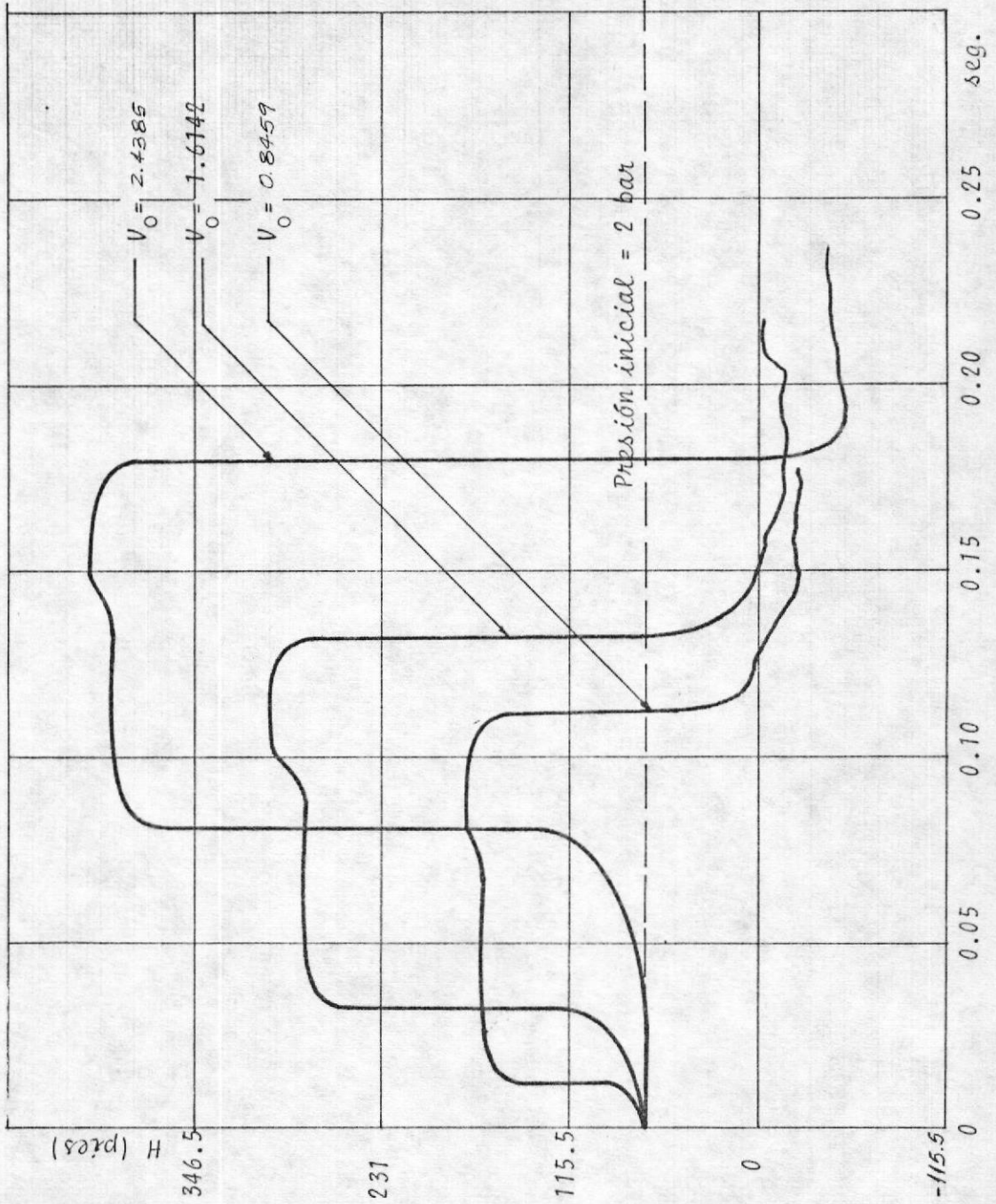
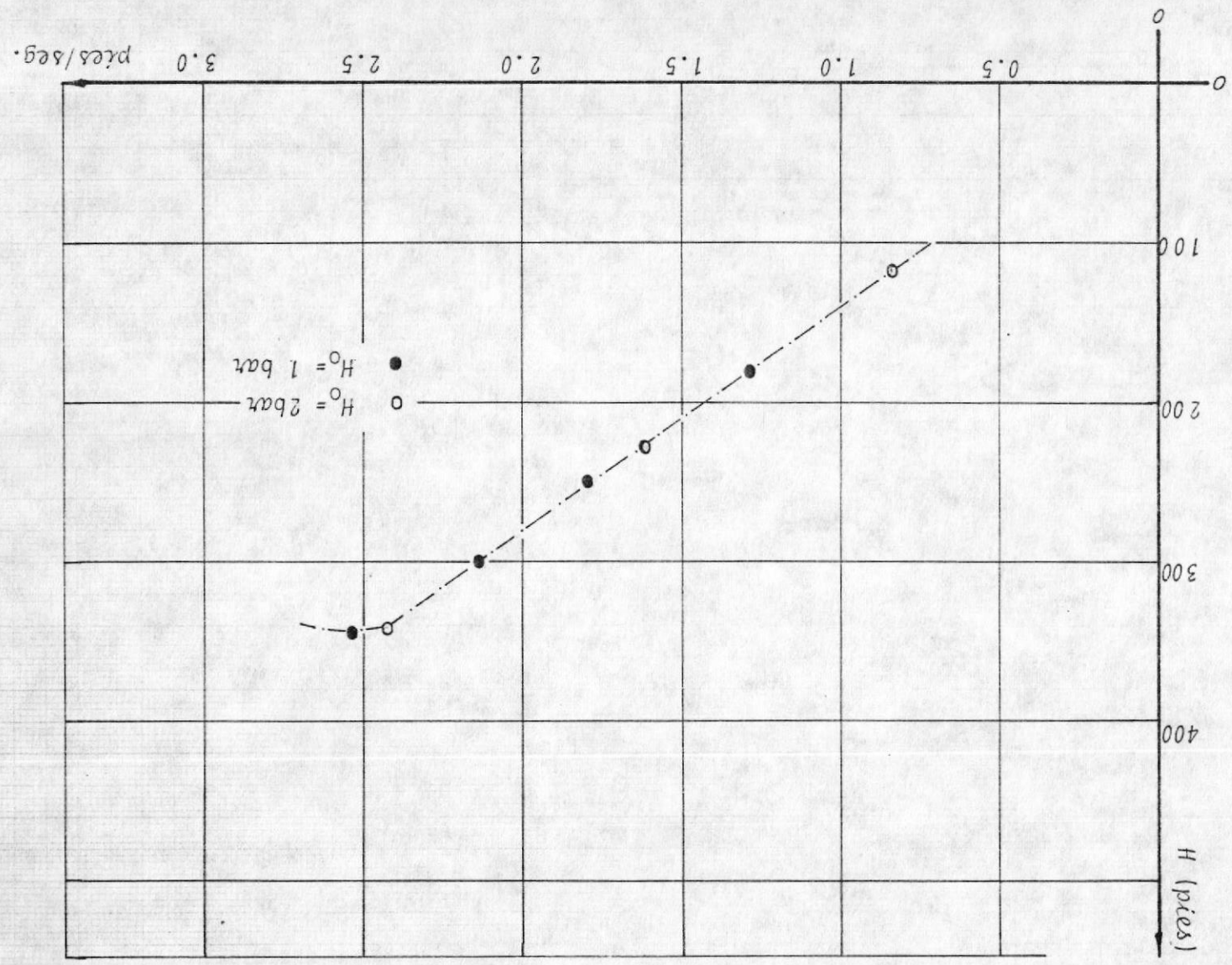


Figura 32 Resultados experimentales para $V_0 = 0.8459$; $V_0 = 1.6142$
 $V_0 = 2.4385$ (pies/seg)

Figura 33 : Variación de ΔH con respecto a V_0
 (experimental)



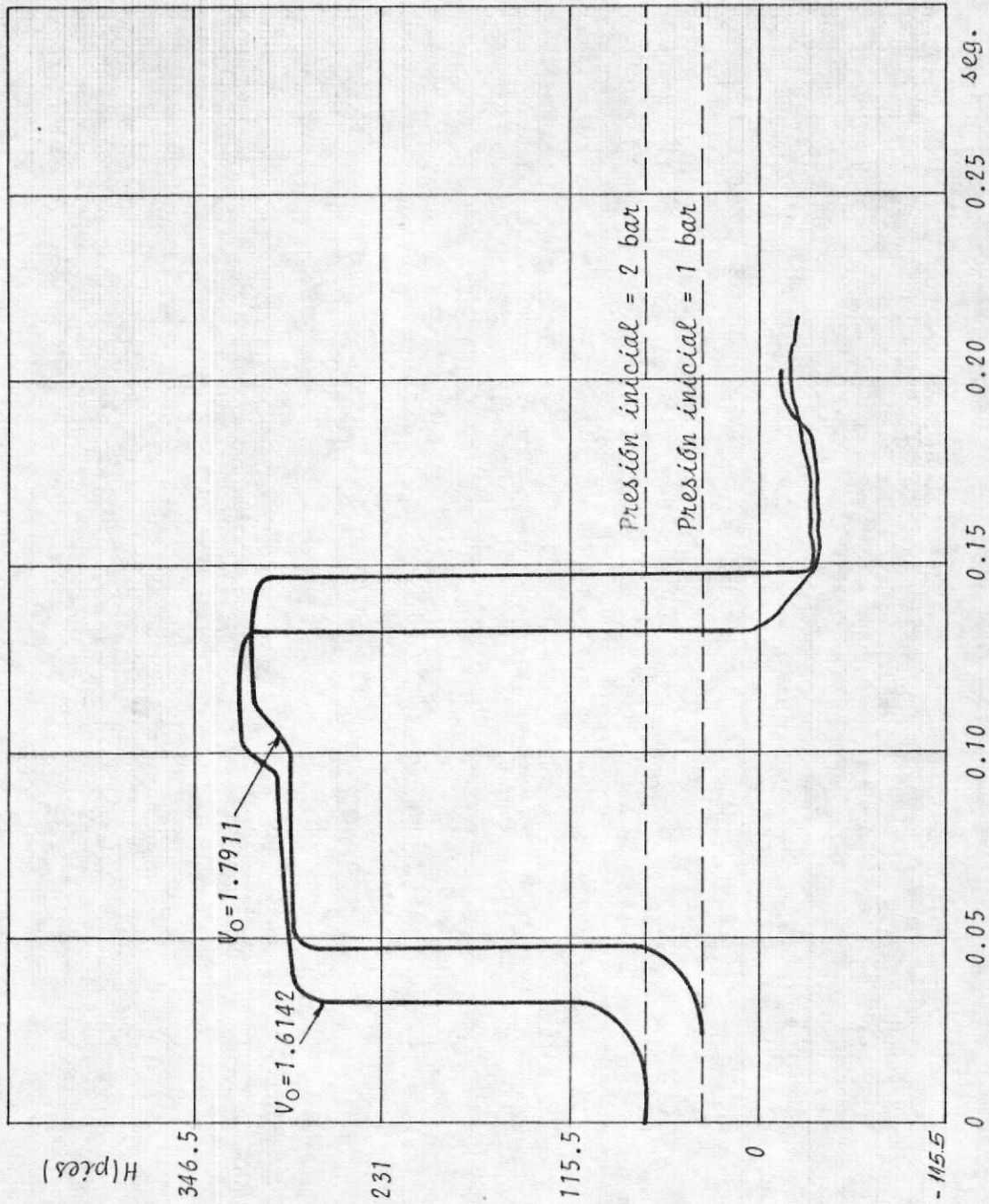


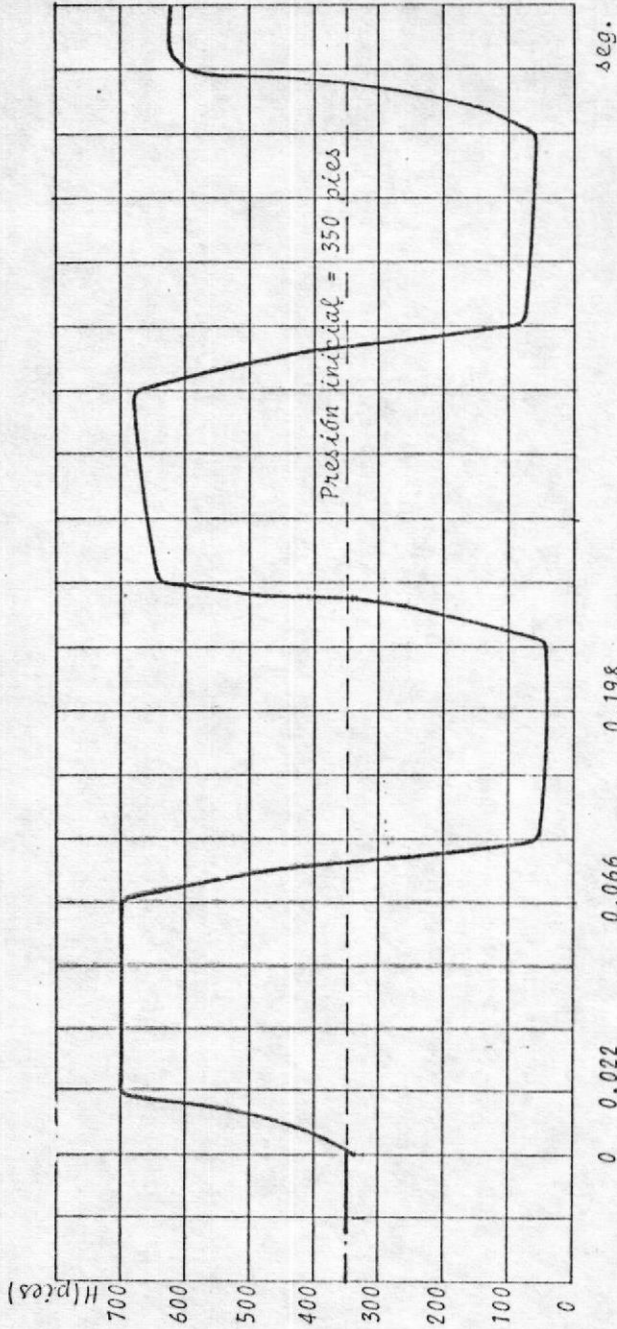
Figura 34: Efecto de la variación de H_0 para dos pruebas experimentales con V_0 semejantes

Figura 35:

Streeter (6)

$$t_c = 0.022 \text{ seg.}$$

$$V_0 = 2.77 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$



Similitud geométrica de dos soluciones teóricas para $t_c < 2L/c$

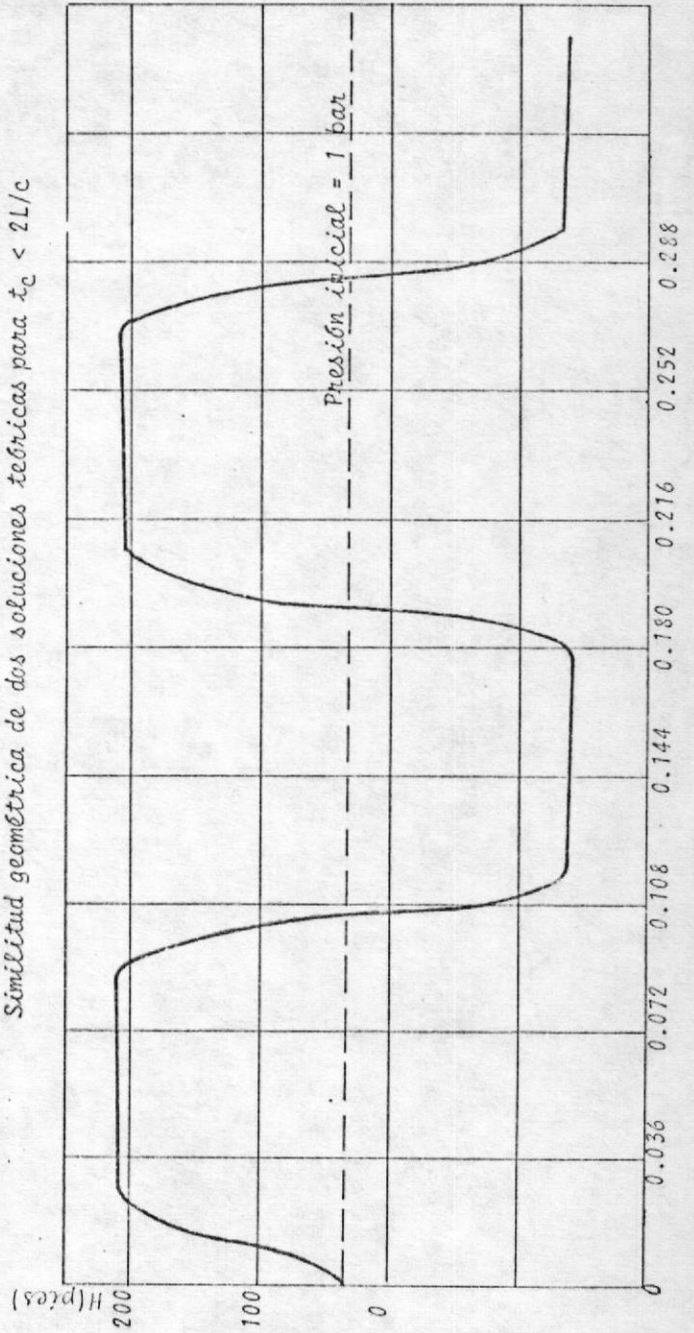


Figura 36:

Tesis

$$t_c = 0.020 \text{ seg.}$$

$$V_0 = 1.2991 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$$

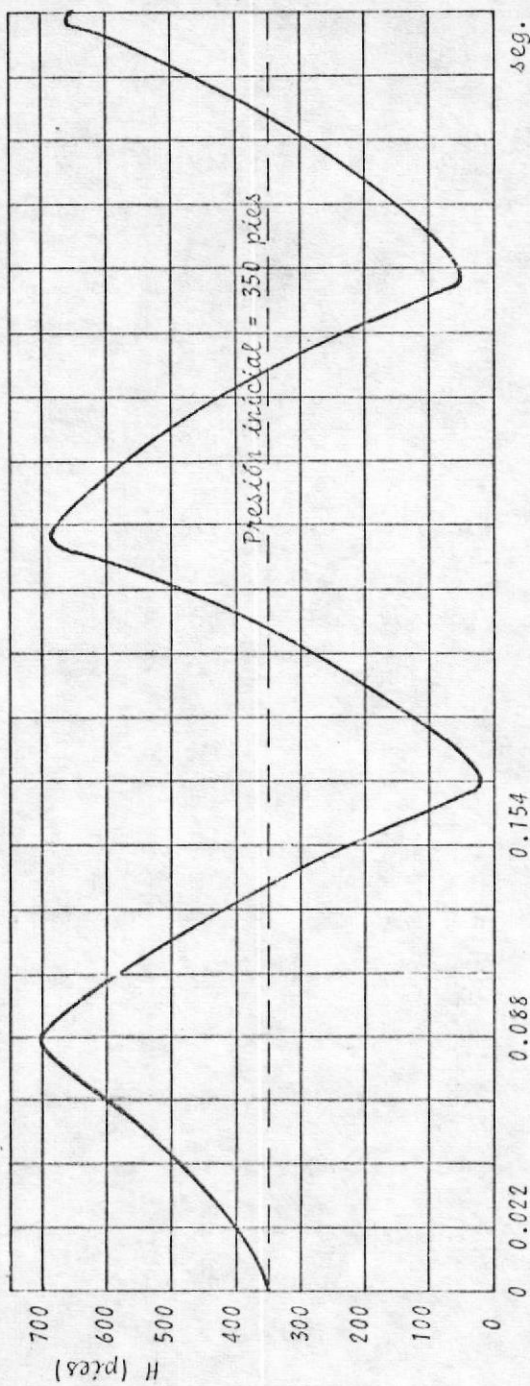


figura 37:
 Streeter (6)
 $t_c = 0.09$ seg.
 $V_0 = 2.77 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$

Similitud geométrica de dos soluciones técnicas para $t_c < 2L/c$

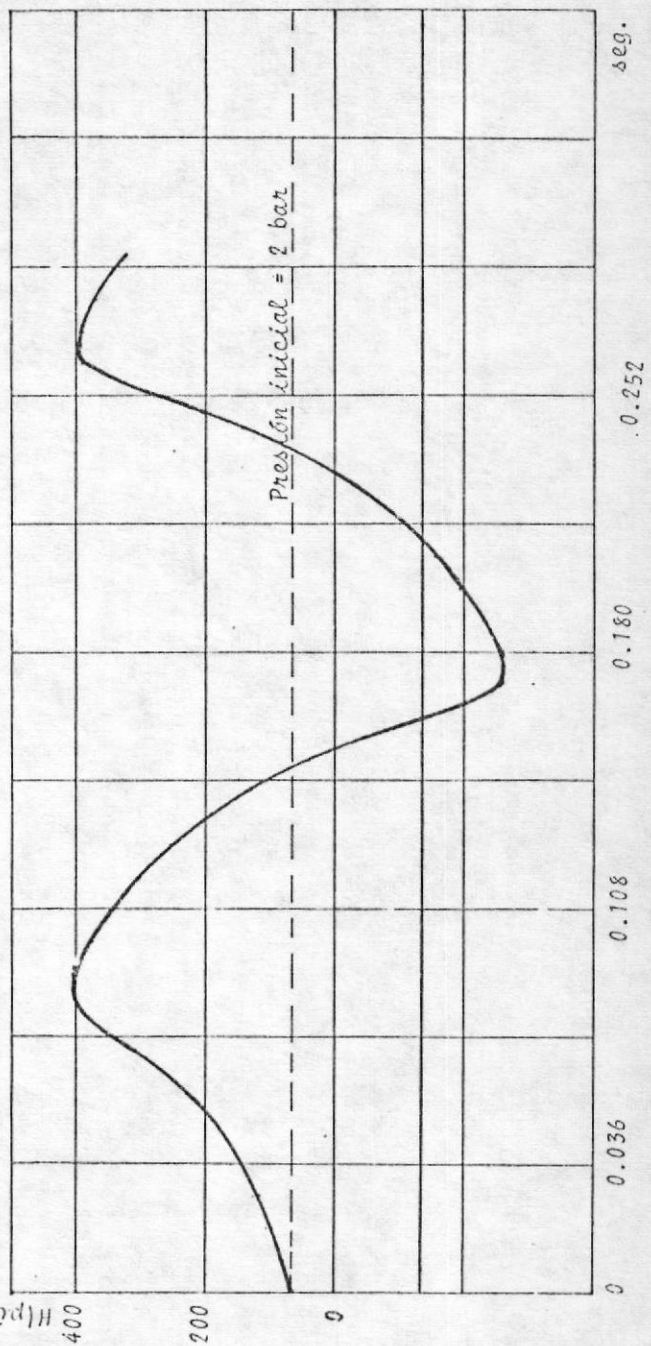


figura 38:
 Tesís
 $t_c = 0.08$ seg.
 $V_0 = 2.4385 \frac{\text{pie}}{\text{seg}}$

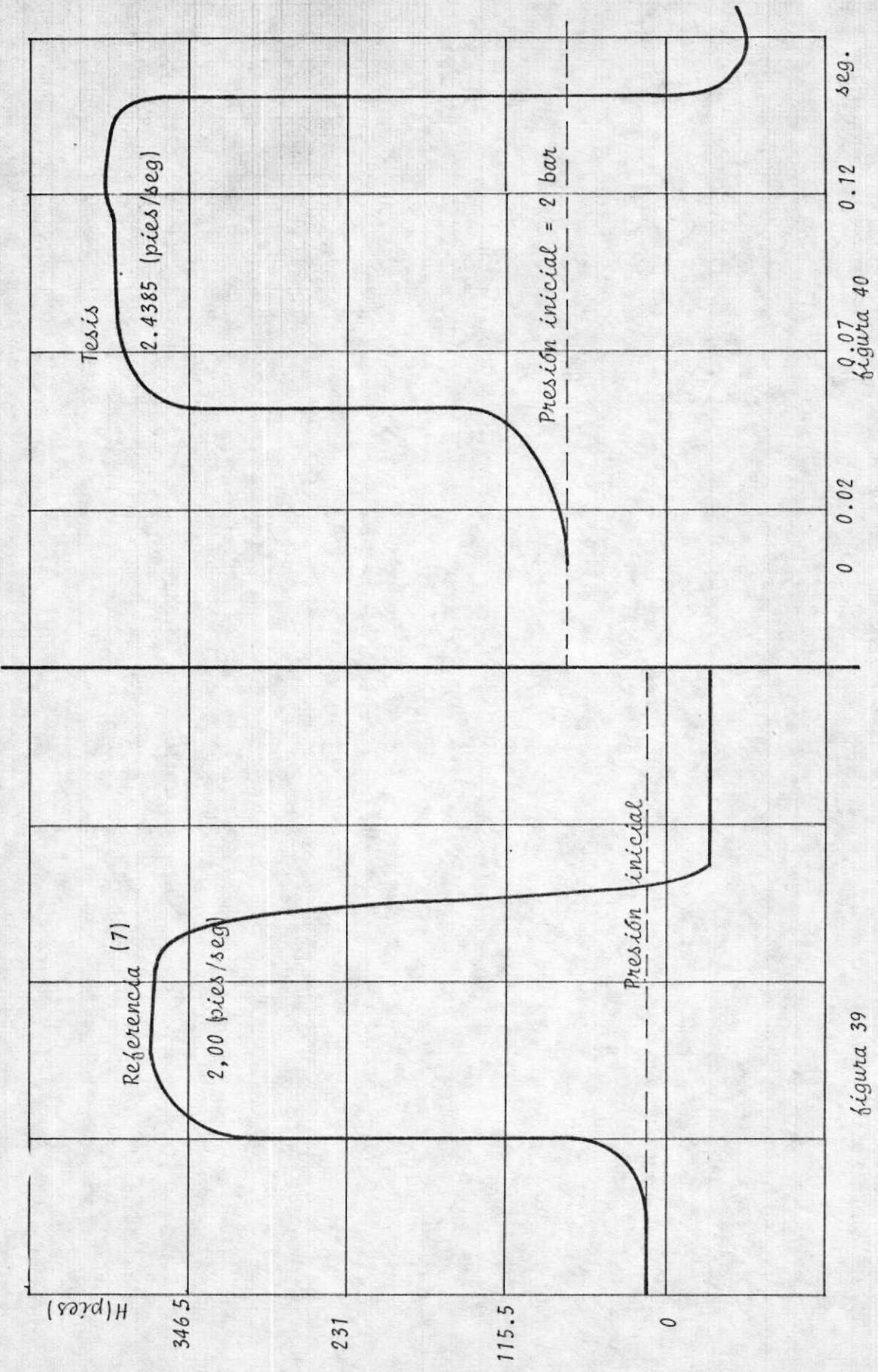


figura 39

Similitud geométrica de dos resultados experimentales para V_0 semejantes

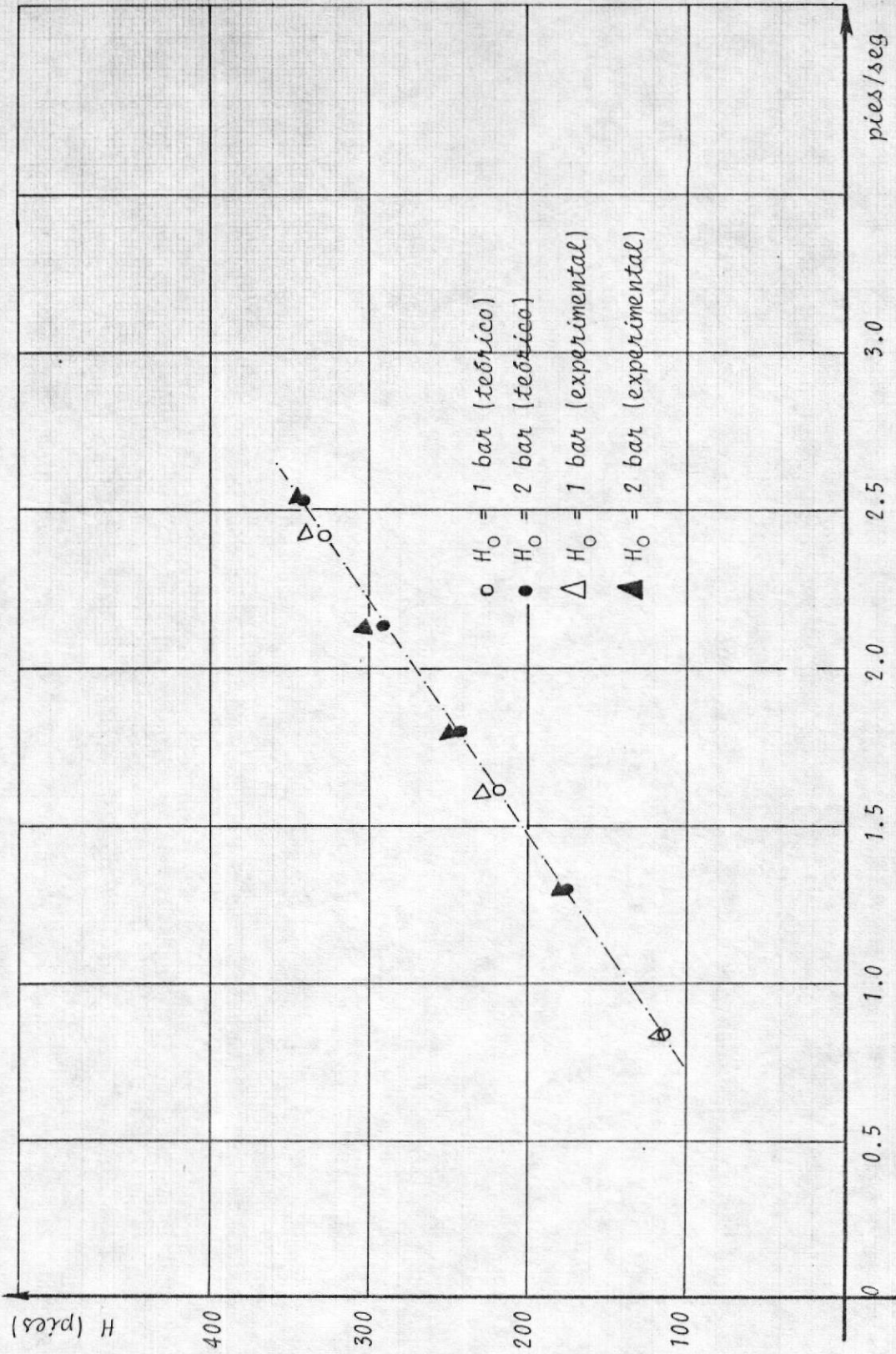


Figura 41: Comparación de la variación teórico-experimental de ΔH con respecto a V_0

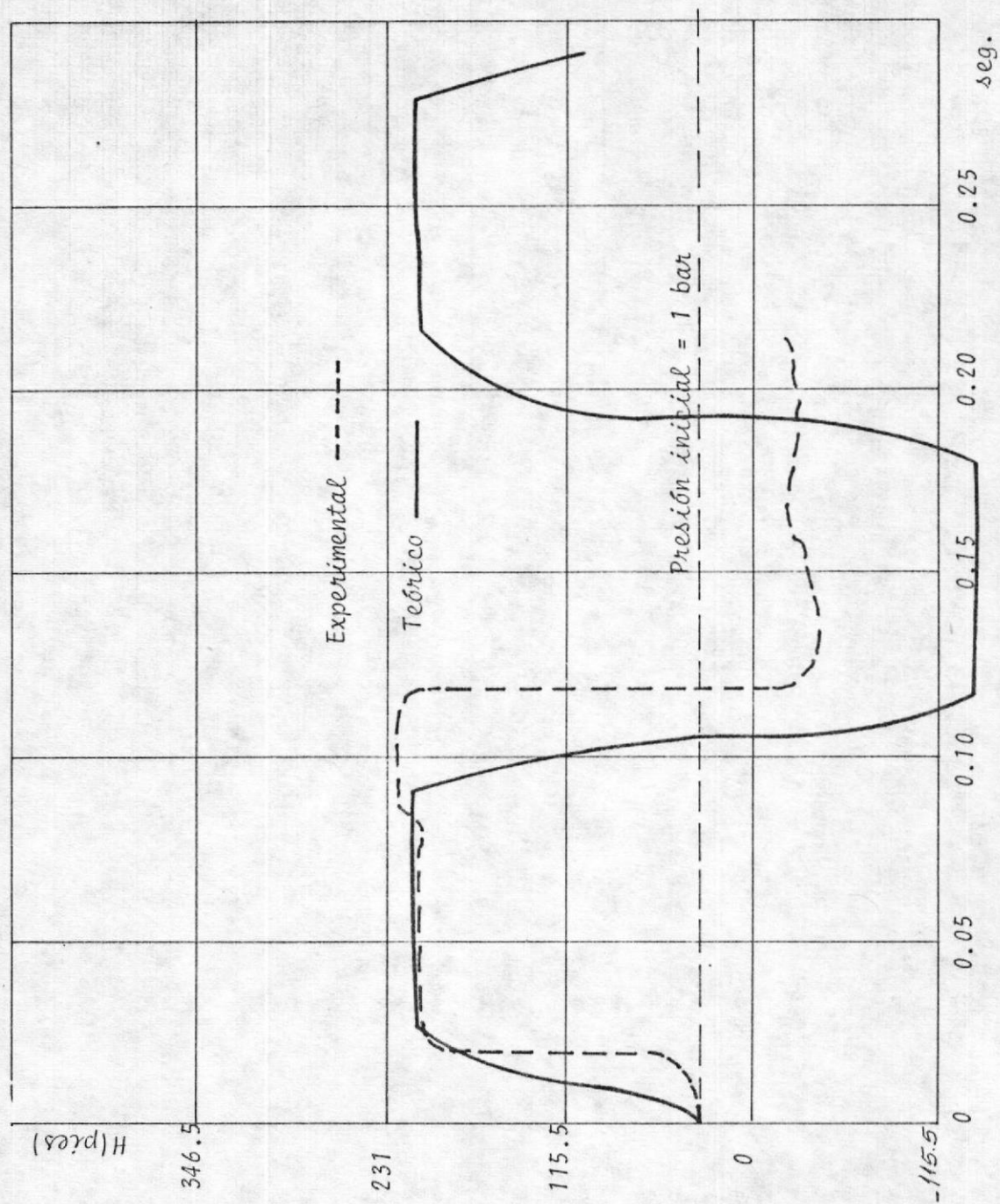


Figura 42: Comparación de la solución teórica-experimental para $V_0 = 1.2991$ (pies/seg)

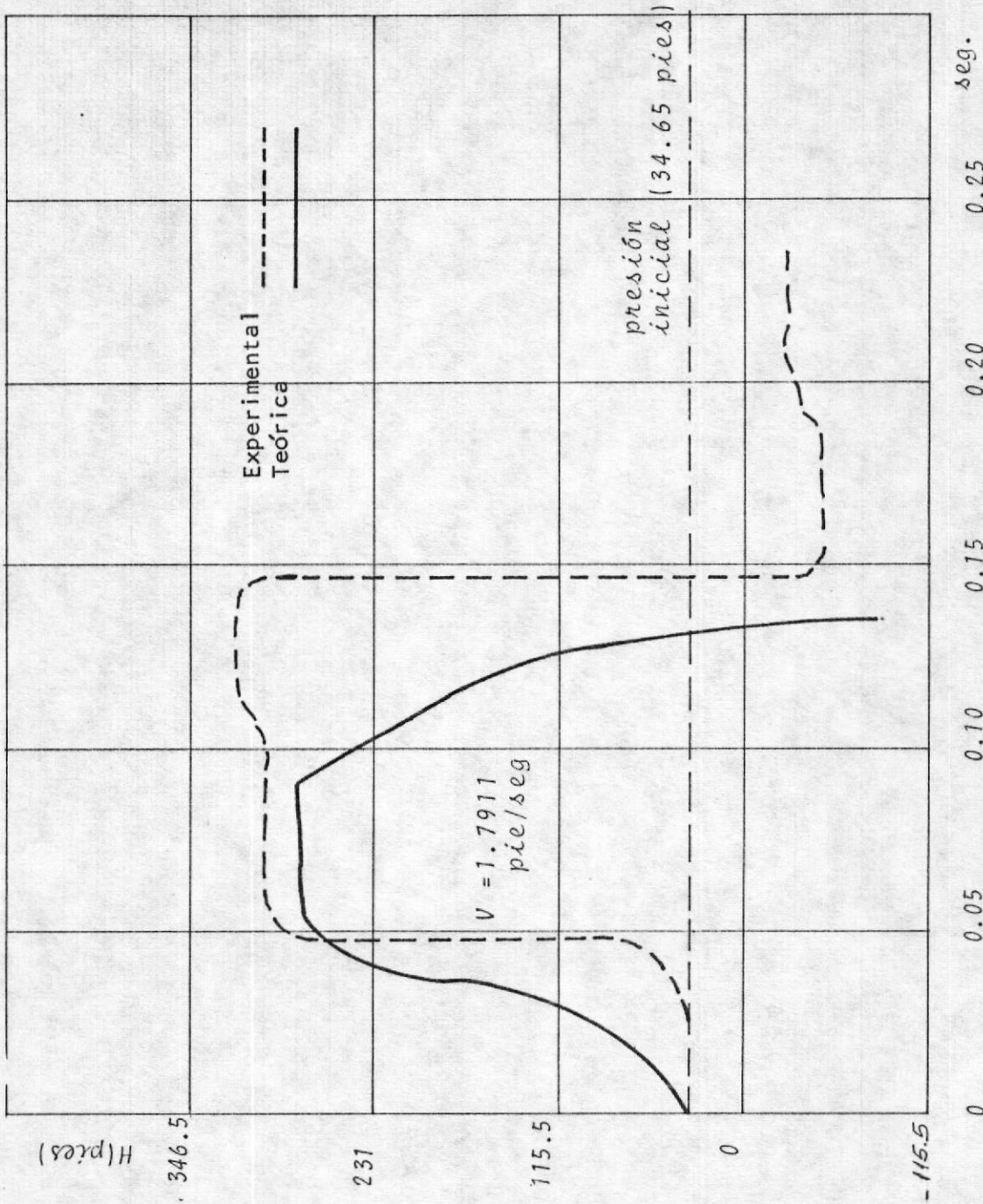


Figura 43: Comparación teórico-experimental para $V_0 = 1.7911$

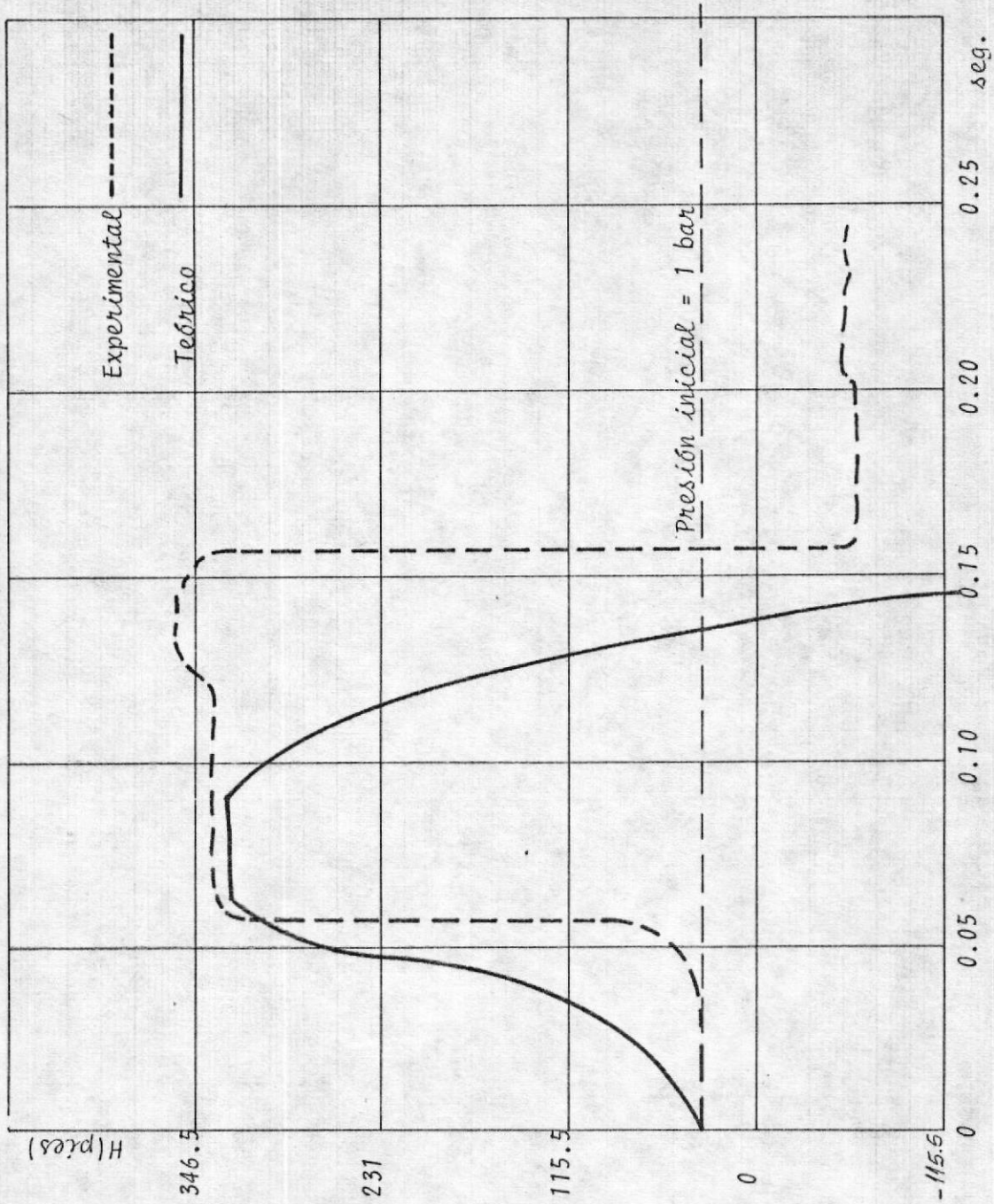


Figura 44 Comparación de la solución teórico-experimental para

$$V_0 = 2.1494 \text{ (pies/seg)}$$

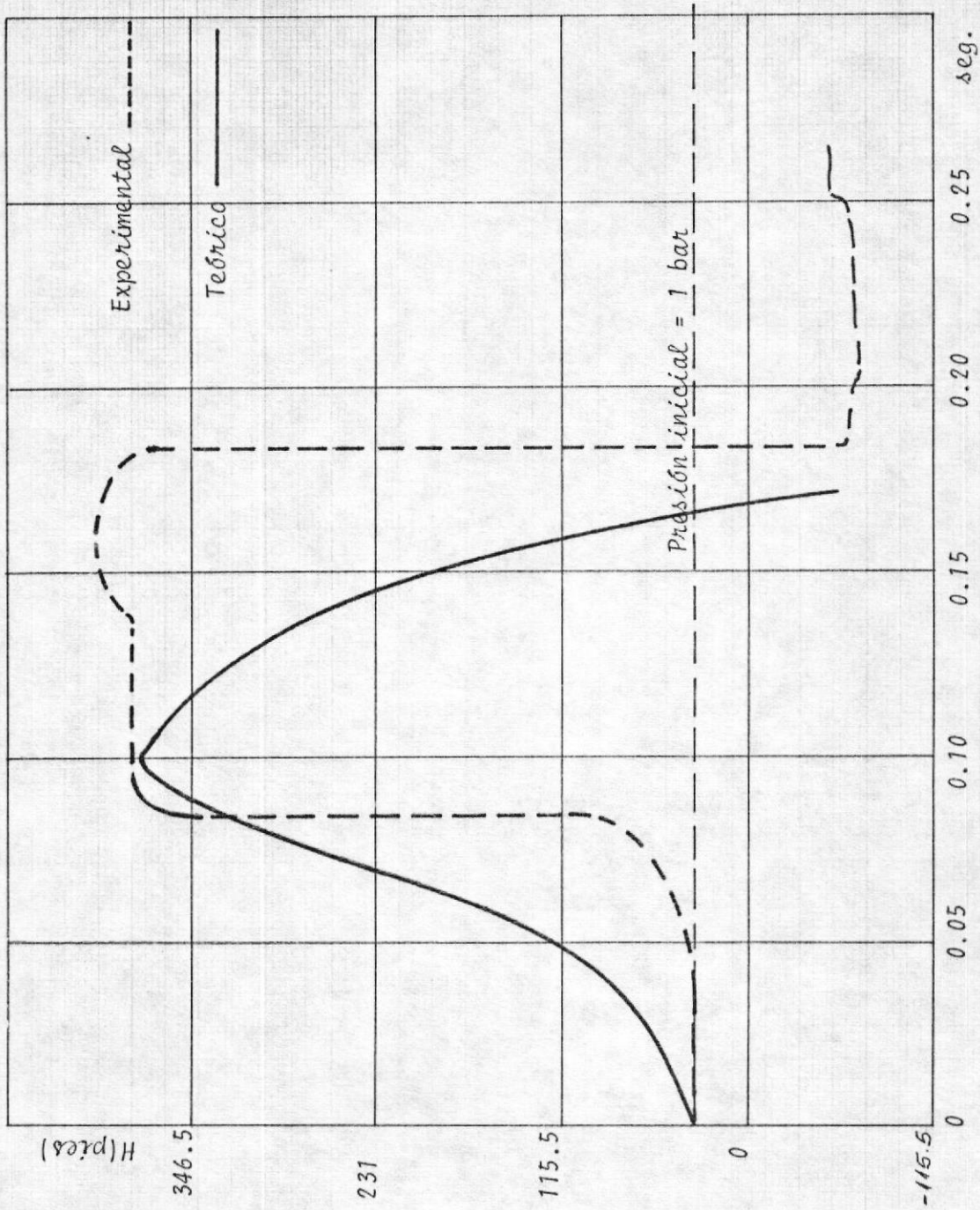
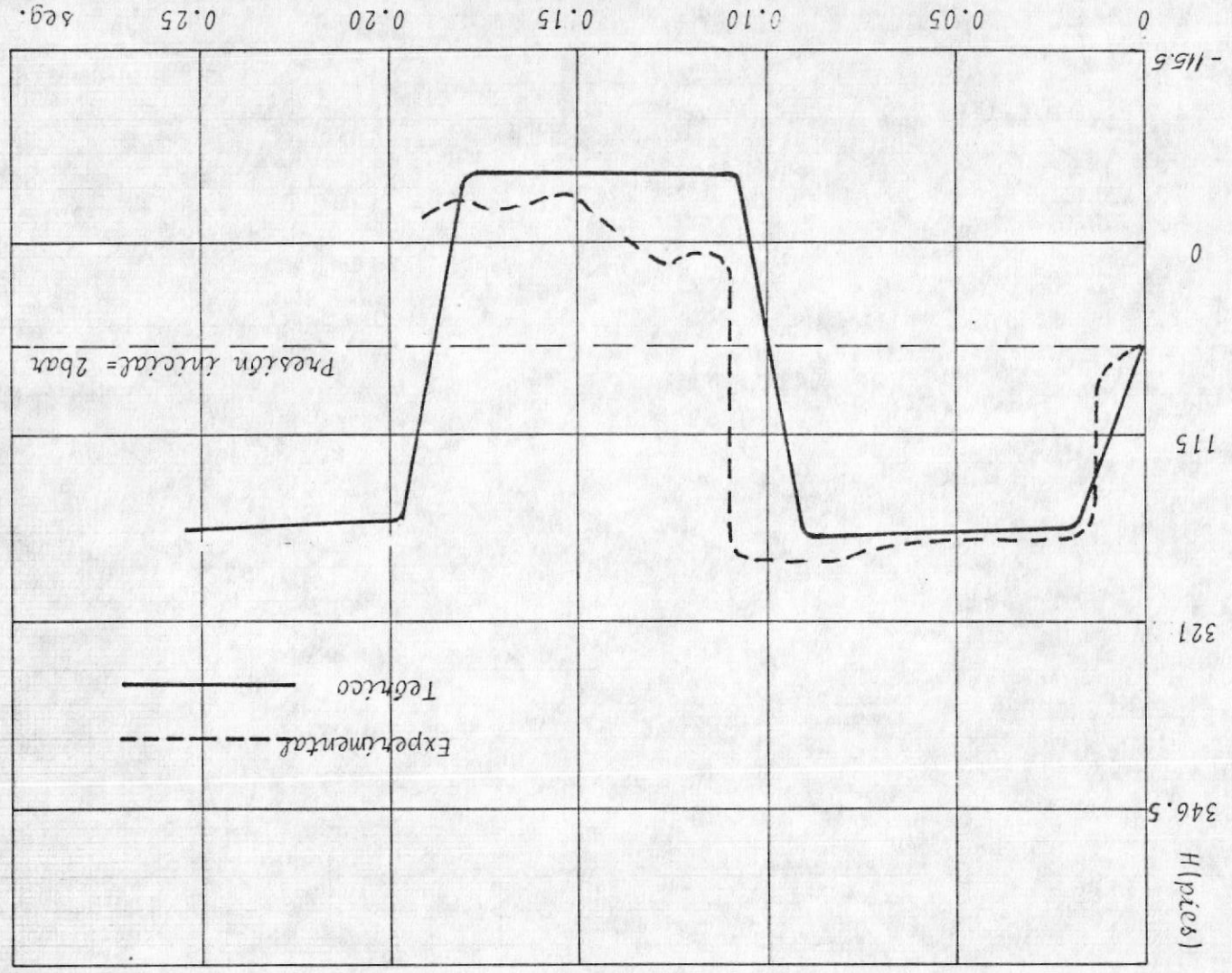


figura 45; Comparación de la solución teórica-experimental para $V_0 = 2.5508$ (pies/seg)

Figura 46: Comparación teórico-experimental para $V_0 = 0.8459$ pie/seg



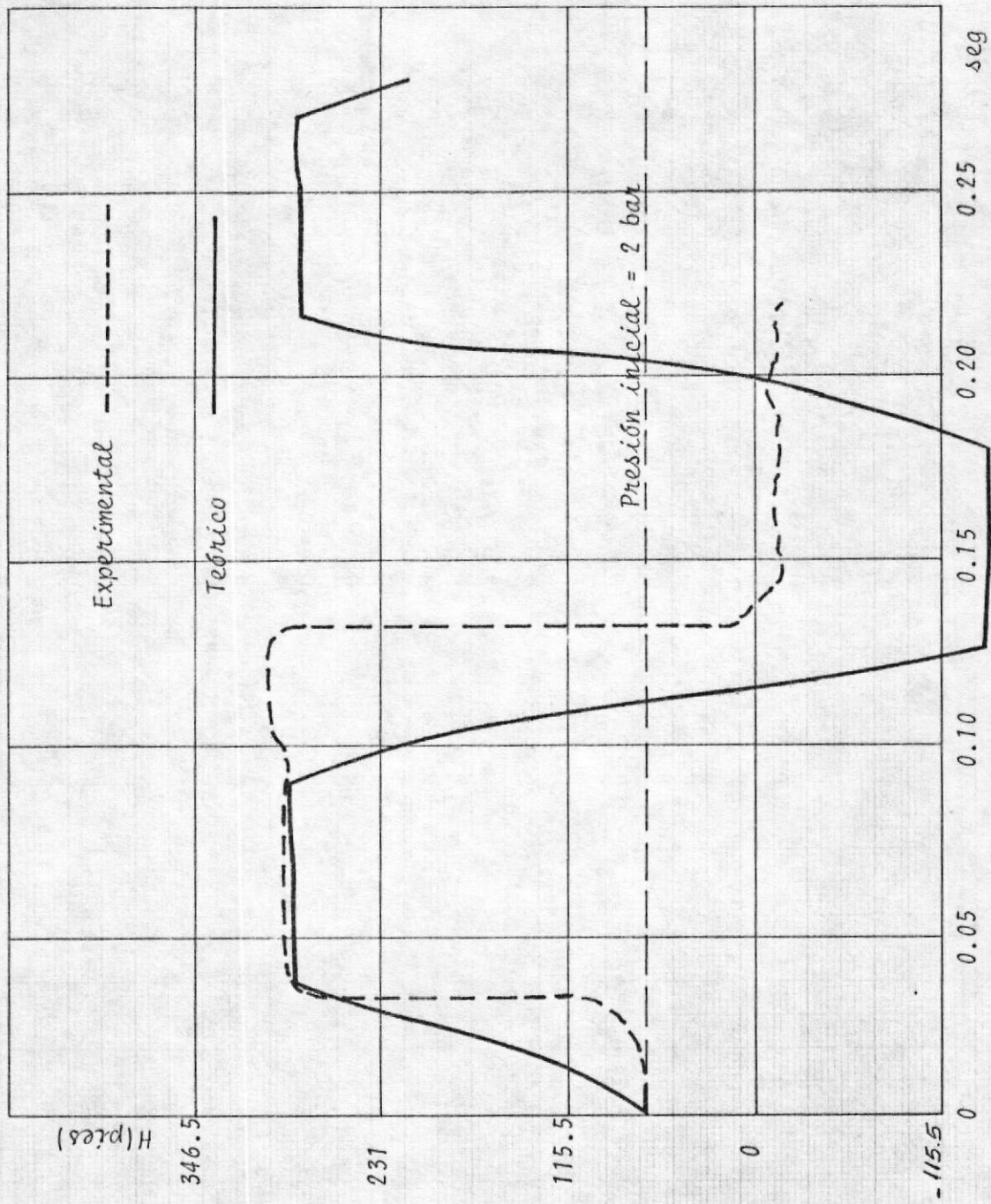


Figura 47 : Comparación de la solución teórica-experimental para

$V_0 = 1.6142$ (pies/seg)

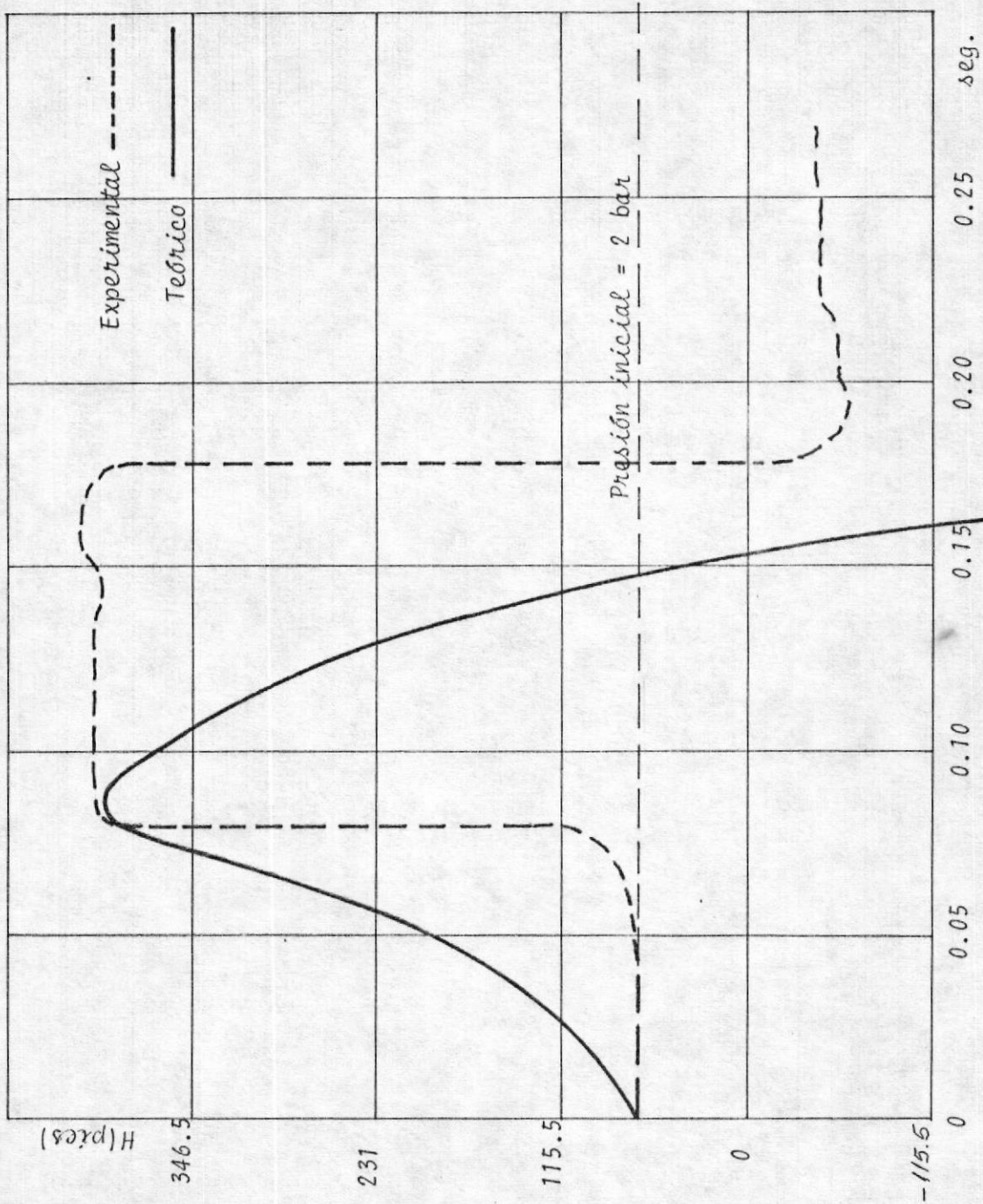
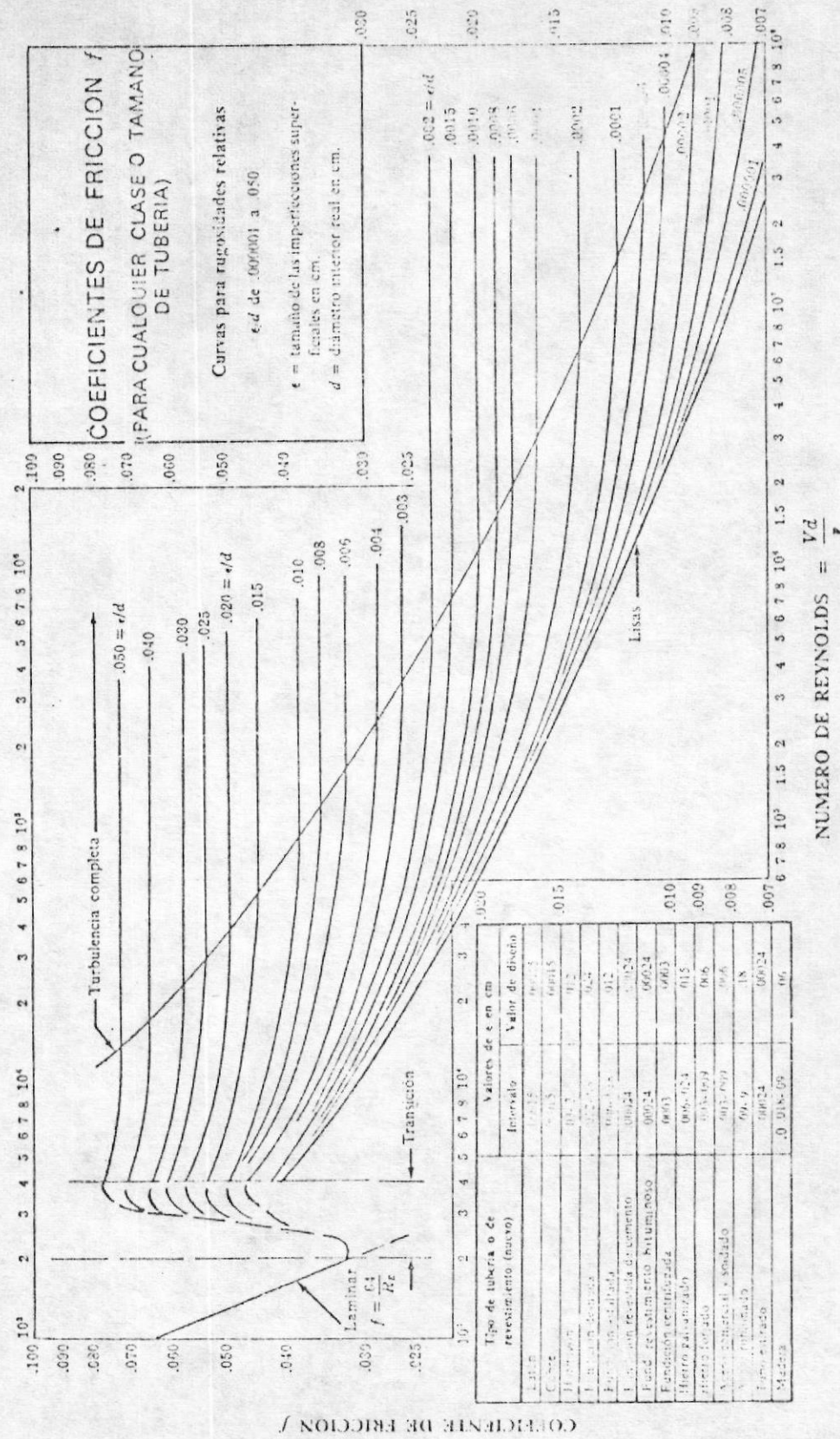


figura 48: Comparación de la solución teórica-experimental para $V_0 = 2.4385$ (pies/seg)



Nota: Por razones tipográficas, se ha conservado en estos diagramas la notación decimal de la edición en inglés.

Figura 49: Diagrama de Moody

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1.- ✓ CLAUDIO MATAIX, Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas, Ediciones del Castillo S.A., Madrid 1970, pg. 287-294.
- 2.- ✓ VICTOR L. STREETER, Mecánica de los Fluidos, McGraw-Hill, México, cuarta edición 1971, pg 617-652.
- 3.- ? JOHN PARMAKIAN, Water-Hammer Analysis, Prentice-Hall, Inc., New York, N.Y. 1955, pg 1-40.
- 4.- ? A. R. HALLIWELL, Velocity of a Water-Hammer Wave in an Elastic Pipe, *Journal of the Hydraulics Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers*, July 1963.
- 5.- ✓ S. P. TIMOSHENKO, Resistencia de Materiales Vol. 1, Vol. 2, D. Van Nostrand, Company, Inc., New York, 1941, segunda edición pg. 220-260.
- 6.- ? VICTOR L. STREETER AND CHINTU LAI, Water Hammer Analysis Including Fluid Friction, *Journal of the Hydraulics Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers*, Mayo 1962.
- 7.- PLINT AND PARTNEERS LTD., ENGINEERS, Water-Hammer Apparatus Instructions, Wakingham, Berkshire-England, February 1977.
- 8.- ✓ BAUMEISTER Y MARKS, Manual del Ingeniero Mecánico, Unión Topográfica Editorial Hispano Americana, México, primera edición 1967, pg 262-400.
- 9.- ✓ S. P. TIMOSHENKO AND GOODIER, Theory of Elasticity, McGraw-Hill Book

Co., Inc., New York, N.Y., 1951, segunda edición pg 55-69.

- 10.- FERDINAND SINGER, Resistencia de Materiales, Ediciones del Castillo S. A., Madrid 1962, segunda edición, pg 528-531.
- 11.- M.R. SPIEGEL, Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, Unión Topográfica Editorial Hispano Americana, México 1965, décima edición, pg 50-60.
- 12.- ARNOLD H. GIBSON, CONSTABLE, Hydraulics and Its Applications, London 1952.