

MEC-  
G-67-A  
1-273  
D-092  
1981



\*D-6811\*

*Rubén Cordero*  
6/3/03.

# ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

INVENTARIADO

POR: *23/n/15*

*Liliana O*  
15/12/17

## TESIS DE GRADO Previa a la Obtención del Título de INGENIERO MECANICO

### T E M A:

*D-6811*  
CONVECCION FORZADA EN  
TUBOS ALETEADOS AXIALES

Presentada por:

WALTER PACHECO CUCALON

Guayaquil - Ecuador

Marzo 1981

ESPOL-CIB  
INVENTARIO FISICO

16 SEP 2019

POR: *h*

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

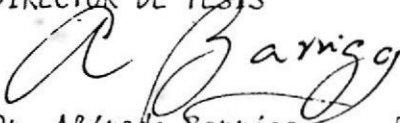
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

ESPOL-CIB  
INVENTARIO FÍSICO

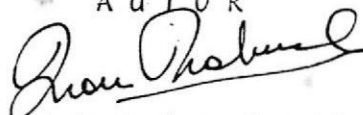
A 6 SEP 2018  
POR: Luciana P.

CONVECCION FORZADA EN TUBOS ALETEADOS AXIALES

DIRECTOR DE TESTS

  
Dr. Alfredo Sarriga

AUTOR

  
Walter Iván Pacheco Cucalón

DECLARACION EXPRESA

DECLARO QUE: Hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis son de mi exclusiva responsabilidad, y que el patrimonio intelectual de la misma corresponde a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL.

DEDICATORIA:

*A mis padres*

*A mi esposa*

*A mi hijo.*

AGRADECIMIENTO:

*A mi madre Amarilis Cucalón de Pacheco*

*Al Director de Tesis Dr. Alfredo Barriga*

*Al M.S. Efrén Jaramillo*

*Al M.S. Giulio Ricci*

*A todos los que laboran en los Labora-  
torios de fluídos y conversión de ener-  
gía.*

## CONVECCION FORZADA EN TUBOS ALETEADOS AXIALES

### CAPITULOS:

		Págs.
I	INTRODUCCION	
	a) Generalidades y objetivos	2
	b) El intercambiador	5
	c) Factibilidades	9
II	FUNDAMENTOS TEORICOS	
	a) La convección forzada	11
	b) Análisis dimensional	15
	c) La transferencia de calor en tubos aleteados axiales	19
	d) La temperatura en tubos aleteados axiales	33
	e) Suposiciones y consideraciones	35
	f) Eficiencia de las aletas axiales	39
III	EQUIPO EXPERIMENTAL	
	a) Descripción general	41
	b) Diseños	42
	c) Construcción	48
	d) Operación	50
IV	EXPERIMENTACION	
	a) Resultados teóricos	51
	b) Resultados experimentales	54
	c) Comprobación y discusión de resultados	63
V	ANALISIS DE RESULTADOS	
	a) Comparación de análisis teóricos versus resultados obtenidos experimentalmente.	65

	Págs.
b) <i>Curva de eficiencia isotérmica</i>	71
c) <i>Soluciones y reflexiones</i>	72
d) <i>La aleta axial y sus conclusiones</i>	74
VI      APENDICE	
a) <i>Tablas</i>	77
b) <i>Gráficos</i>	81
c) <i>Anexos</i>	85
d) <i>Referencias bibliográficas.</i>	86

## NOMENCLATURA

$h$  = coeficiente de transferencia por convección.

$D$  = diámetro de tubo

$k$  = conductividad térmica

$\rho$  = densidad

$\mu$  = viscosidad

$\mu_w$  = viscosidad a la temperatura de pared

$c = c_p$  = calor específico a presión constante

$L$  = longitud = largo de la aleta

$M$  = masa

$t$  = tiempo

$T =$  = temperatura

$Q$  = calor

$a$  = área de la aleta paralela a su base

$A'$  = área de la cara lateral de la aleta

$S$  = longitud del perfil de la aleta

$P$  = perímetro de la aleta

$C_1, C_2$  = coeficiente de fronteras

$b$  = longitud de la altura de la aleta

$d$  = longitud de la base de la aleta

$J$  = longitud de la hipotenusa de la aleta

$T_f$  = temperatura del flujo

$T_b$  = temperatura de la base de la aleta

$n$  = eficiencia térmica de la aleta

$A$  = área del perfil de la aleta

$G$  = gasto

$V$  = velocidad

## I INTRODUCCION

I - a) GENERALIDADES Y OBJETIVOS.- En la última década de nuestra patria ECUADOR, ha sucedido un gran acontecimiento, el hallazgo del petróleo en el Oriente, lo que abrió una gran fuente de riqueza, de recursos económicos y de trabajo, por lo cual el país se vio en la necesidad de adquirir recursos humanos capacitados, desarrollar su tecnología y mejorar su industria.

Para hacer uso del petróleo se hizo necesario crear una gran refinería en un principio y en la actualidad ya se hizo necesario la creación de otra, en la cual los procesos de transferencia de calor son los más primordiales, además, particularizando creo tener los conocimientos necesarios para incursionar dentro de una parte del proceso de intercambio de calor que es el estudio de los tubos aleteados axiales, ya que éste constituye el corazón de los intercambiadores de calor.

Como antecedente podemos anotar que ya se hicieron en la Escuela Superior Politécnica del Litoral estudios similares con tubos aleteados perpendiculares y con aletas perpendiculares al flujo, las cuales han sido de gran aceptación, habiéndonos valido de sus técnicas experimentales para el experimento que realizamos con nuestro modelo.

La aleta axial parabólica, que a base de los conocimientos básicos adquiridos en esta Institución, parece ser la más económica, la cual da soluciones que pueden ser manejadas con

cierta facilidad, por lo tanto, es aquí en esta tesis que hemos dado mucho énfasis al desarrollo del modelo matemático que representa esta aleta, para después, a base de otros estudios más profundos y de los resultados y experiencia adquiridos en esta aleta, correlacionar ambos estudios hasta poder encontrar cuan cerca o por el contrario, cuan lejanos estábamos del modelo matemático al modelo experimental, ya es de mayor interés hallar la aleta que sea mejor en comparación con los tubos, con un criterio técnico y la aleta que transfiera mayor calor con un criterio técnico-ingenieril, sin ir a los detalles más exactos que representa la investigación científica o sea llegar a los resultados más nítidos y puros.

Además, fue necesario crear una serie de definiciones y fórmulas que reflejen el comportamiento de las aletas.

Por otra parte, los últimos avances de la tecnología en los procesos de trabajo mecánico por extrusión nos dicen que es muy factible construir un tubo con este tipo de aleta, pero el estudio de este proceso está fuera del alcance de esta tesis.

Para obtener una conclusión se diseñó una aleta y luego se la construyó, la cual tomó dos distintas formas para poder compararlas. Teniendo los resultados teóricos y los resultados experimentales se unieron a éstos otros resultados obtenidos en la computadora analógica del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la ESPOL, en una simulación de lo que

pasa en la aleta axial parabólica.

Con estos elementos de juicio se hizo un análisis de resultados, de los cuales sacamos soluciones y reflexiones. En cuanto a la aleta axial parabólica de la que nos profundizamos más, se obtuvo singulares conclusiones personales.

1.6) EL INTERCAMBIADOR DE CALOR.- Vamos a definir ahora lo que llamaremos Intercambiador, lo que significa que cualquier tipo de intercambio de calor entre un cuerpo y otro separado por una pared es un Intercambiador.

Ahora, nosotros sabemos que para que haya transferencia de calor debe haber diferencia de temperatura entre las dos corrientes; por otra parte, en cualesquiera de las dos corrientes puede haber un cambio de fase o no, lo cual nos da una amplia gama de aplicaciones.

La transferencia de calor puede realizarse por tres mecanismos distintos o puede que estén involucrados 1, 2 ó 3 de ellos a la vez. Estos mecanismos son por conducción y por radiación. Para que suceda la transferencia de calor por radiación y esta sea considerable o representativa, las diferencias de temperaturas entre dos fluidos deben ser muy grandes, teniendo un rango de diferencia de temperatura mucho más baja, nos vemos en la necesidad de despreciar este mecanismo de transferencia de calor. En cambio, la transferencia de calor por conducción y convección son más aplicadas en nuestros Intercambiadores; dentro de la convección se pueden separar dos mecanismos: uno de convección natural y uno de convección forzada. El uno de convección natural, es el que resulta de la transferencia de calor de fluido cu

Los movimientos se originan por un cambio de densidad debido a la variación de temperatura y son relativamente pequeños; en cambio, la convección forzada se produce por la transferencia de calor de un fluido en movimiento que es originado por medios mecánicos.

Haciendo este breve análisis podemos decir que en la mayoría de los intercambiadores se producen por dos motivos principalmente: la conducción y la convección forzada.

En general, los equipos intercambiadores constan de una coraza y dentro de ellos una serie de tubos que son los que separan los fluidos a transferir el calor. Los intercambiadores tienen distintas denominaciones y los vamos a clasificar de acuerdo a la manera de utilizarlos y estos son:

Intercambiador de doble tubo, en serie o paralelos,

Intercambiadores tubulares

Enfriador tubular

Calentador tubular

Postenfriador tubular de gas

Calentador tubular de flujo laminar

Calentador para tanque

Enfriador tubular de flujo dividido

Serpentines de tubos  
Enfriador de serpentines  
Trombón enfriador  
Enfriador atmosférico  
Condensador vertical  
Condensador de supercalentador horizontal  
Subenfriador condensador horizontal  
Subenfriador condensador vertical  
Condensador de reflujo  
Evaporador de agua cruda  
Evaporador para plantas de fuerza  
Evaporador de múltiples efectos  
Evaporador transformador de calor  
Destilador de agua salada  
Evaporador de múltiple efecto para jugo de caña  
Evaporador de múltiple efecto para licores de desecho  
en fábricas de papel,  
Evaporador de circulación forzada múltiple efecto pa-  
ra soda cáustica,  
Evaporador para jugo de caña de azúcar con termocompresión  
Vaporizador de circulación forzada  
Hervidor de marmita  
Hervidor de termosifón, horizontal  
Hervidor de termosifón, vertical  
Enfriador tubular de aleta longitudinal

Como vemos, hemos expuesto las múltiples aplicaciones de los intercambiadores en la industria de la refinería petrolera y en cualquier otra industria que estos equipos tengan su aplicación. Además, hay otros equipos de diferente denominación, en los cuales el proceso de transferencia de calor juega un papel primordial en el estudio y diseño, como son por ejemplo, la industria química, la petroquímica y la industria de procesadora de alimentos, lo que constituye el papel más importante de nuestra economía.

Otro papel importante de los tubos aleteados podría surgir al aplicarlo en la industria automovilística, como precalentador del aire que entra a la cámara de combustión interna y también, al usar las aletas para enfriar el cilindro directamente, la cual nos ahorraría energía y costos de radiadores. Estos usos estarían sujetos a estudios y pruebas especiales para la aplicación de las aletas.

I.c) **FACTIBILIDADES.**- Como habíamos mencionado en "Generalidades y Objetivos". los tubos aleteados axiales y parabólicos y las placas aleteadas axiales y parabólicas pueden obtenerse mediante el trabajo mecánico llamado extrusión, el cual sus procesos están fuera de los objetos de esta tesis, pero si es cierto que ahora, con los avances tecnológicos de la industria, se lleva a cabo los tipos de aletas similares y otros tipos de perfiles.

Para el estudio de las aletas axiales o longitudinales, adelantándonos un poco a lo que más adelante vamos a demostrar, creemos que se necesita un túnel de viento subsónico que nos supla los requerimientos de una convección forzada bajo las condiciones requeridas por el diseño de una aleta en particular y para las condiciones algo distintas a la anterior para poder compararlas y poder optimizarlas.

También es necesario una fuente generadora de calor, la cual nos servirá para crear la otra condición elemental, la diferencia de temperaturas de dos cuerpos para que exista flujo de calor.

Y ya que tenemos flujo de calor, nuestro interés se dirigirá primordialmente, a medir la temperatura a lo largo de la aleta en toda su superficie, y para lo cual es necesario el uso de las termocuplas.

Se puede obtener la matriz extrusora a un costo relativamente bajo, en el taller de la ESPOL, donde se puede hacer

*La construcción de una matriz de extrusión, la cual sirve para la producción en serie de los tubos aleteados axiales y parabólicos hecho por el Jefe del Taller de la ESPOL.*

*Con estas introducciones podemos decir que a lo largo de esta tesis hemos encontrado una aleta competitivamente mejor a las que existen en el mercado, a un menor costo de material para la misma transferencia de calor, pudiendo obtener el tubo aleteado con la misma rapidez en su producción que los tubos sin aletas.*

## II.- FUNDAMENTOS TEORICOS

II. a) LA CONVECCION FORZADA.- Dentro de los procesos por transferencia de calor y principalmente en las refinerías del petróleo, la que ocurre más a menudo es la transferencia de calor por convección forzada y es, por tanto, que nosotros hemos adecuado nuestro equipo que veremos más adelante hacia las aplicaciones de este tipo de transferencia y en la cual haremos el estudio adecuado y conveniente para su correcta aplicación.

Existen cuatro métodos disponibles para el cálculo de coeficiente de transferencia de calor por convección:

1. Análisis dimensional combinado con experimentos.
2. Soluciones matemáticas exactas de las ecuaciones de capa frontera.
3. Análisis aproximado de la capa frontera por métodos integrales.
4. Analogía entre transferencia de calor, transferencia de masa y transferencia de cantidad de movimiento.

Las cuatro técnicas han contribuido para el conocimiento de la transferencia de calor por convección. Sin embargo, ningún método aislado puede resolver todos los problemas de bido a que cada uno tiene limitaciones que reducen su campo de aplicación.

A diferencia de otras ramas de la ciencia, la convec-

ción forzada y su parámetro principal  $h$  que es el coeficiente de la transferencia de calor por convección, no puede ser determinado por fórmulas o ecuaciones puramente matemáticas, ya que para poder relacionar este fenómeno se necesita recurrir a experimentos previos que van a ser la base de los cálculos ulteriores.

Para propósitos de análisis del flujo de calor se dividió la transferencia de calor dentro del tubo o ducto en tres regiones que al parecer no son muy bien delineadas y éstas son:

- 1) Una subcapa laminar adyacente a la superficie donde el mecanismo del flujo de calor es únicamente por conducción.
- 2) Una capa separadora en la que el calor se transfiere tanto por conducción, como por convección. En esta etapa separadora, entre el borde de la subcapa laminar y el núcleo turbulento, los remolinos aumentan en intensidad y tiene lugar la transición entre el flujo laminar y el flujo turbulento.
- 3) Un núcleo turbulento en el centro del conducto.

Esta teoría fue dada por Martinelli lo que nos da una idea de lo difícil y complicado que es tener otra teoría que relacione en forma matemática estos tres mecanismos para los cuales han sido desarrollados otros métodos semiempíricos o gráficos para propósitos de ingeniería.

Para nuestras necesidades nos vamos a limitar a formular la ecuación semiempírica que regirán nuestras experiencias, no con el ánimo de probarlas sino con el ánimo de aplicarlas, asumiéndolas como verdaderas.

Las ecuaciones semiempíricas van a partir del análisis dimensional que nos da relaciones teóricas experimentales, ya que este método parte de experimentos preelaborados. De este método hablaremos detalladamente en el siguiente artículo, ya que, para nuestro caso, resulta más adecuado que los demás, como son: el método de las soluciones matemáticas exactas de las ecuaciones de capa frontera que sirve para fenómenos con flujo laminar, el método del análisis aproximado de la capa frontera por métodos integrales, el cual también sirve para flujos laminares y por último, el método de analogía entre transferencia de calor, transferencia de masa y transferencia de cantidad de movimiento, el cual sirve para flujos turbulentos pero que su ecuación es válida únicamente cuando la longitud de la placa es mucho mayor que la distancia crítica y en nuestro caso no tenemos ninguna de las condiciones anteriores, es por tanto, que nos valemos del método de análisis dimensional.

Además, podemos anotar que los métodos analíticos son aplicados en los casos en donde existe una placa plana y en este caso la placa tiene un perfil parabólico, por lo tanto, no es plana.

También los métodos analíticos se utilizan cuando se supone que la placa plana está a una misma temperatura y en este caso sucede todo lo contrario, como probaremos más adelante, la placa tiene diferentes temperaturas con relación al largo de la aleta.

Por la experiencia en el Laboratorio de Fluidos del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Politécnica se sabe que la teoría de capa límite en que se basan los métodos analíticos están sujetos a revisión, ya que los resultados obtenidos dan errores considerables con respecto a la capa límite.

Es, por tanto, que los métodos analíticos resultan muy difíciles de aplicarlos, por no decir imposible, en este estudio.

II. b) ANALISIS DIMENSIONAL.- El método de correlacionar cierto número de variables en una sola ecuación, expresando un efecto, se conoce como análisis dimensional. Ciertas ecuaciones que describen fenómenos físicos pueden obtenerse racionalmente de leyes básicas derivadas de experimentos. Un ejemplo de esto es el tiempo de vibración de un péndulo a partir de la segunda ley de Newton y la constante gravitacional. Otros efectos pueden describirse por ecuaciones diferenciales, y el curso o extensión del fenómeno se puede deducir por medio del cálculo. En la física elemental se encuentran numerosos ejemplos de este tipo. Hay otros fenómenos en los que hay insuficiente información para permitir la formación, ya sea de las ecuaciones diferenciales o de una noción clara del fenómeno al cual se puedan aplicar leyes fundamentales. Este último grupo debe de ser estudiado experimentalmente, y la correlación de las observaciones es un acercamiento empírico a la ecuación.

Ahora, vamos a seleccionar un sistema de dimensiones fundamentales. Este sistema de selección es arbitraria y se usarán las dimensiones fundamentales de longitud, tiempo, temperatura y masa.

Para determinar el número de grupos adimensionales independientes para expresar la relación que describe un fenómeno, usaremos el teorema ( $\Pi$ ) de Buckingham que dice que "el número necesario de grupos adimensionales in-

dependientes que pueden formarse combinando las variables físicas de un problema es igual al número total de estas variables físicas menos el número total de dimensiones fundamentales". Si hay siete cantidades físicas y cuatro dimensiones fundamentales se espera que sean necesarios tres grupos adimensionales para relacionar los datos. De acuerdo con la descripción del proceso de transferencia de calor por convección es razonable esperar que las cantidades físicas indicadas a continuación sean apropiadas para el problema:

Variable	Símbolo	Ecuación Dimensional
Diámetro del tubo.....	D	L
Conductividad térmica del fluido....	k	$ML/t^3T$
Velocidad del fluido.....	V	L/t
Densidad del fluido.....	$\rho$	$M/L^3$
Viscosidad del fluido.....	$\mu$	M/Lt
Calor específico a presión constante	$c_p$	$L^2/t^2T$
Coefficiente de transferencia de calor	h	$M/t^3T$

L = Longitud

M = Masa

t = Tiempo

T = Temperatura

Para determinar grupos adimensionales se escribe  $\Pi$  como producto de las variables cada una de las cuales es elevada a una potencia desconocida:

$$\Pi = D^a k^b v^c \rho^d u^e C_p^f h^g$$

y se sustituyen en las fórmulas dimensionales:

$$\Pi = (L)^a (ML/\theta^3 T)^b (L/\theta)^c (M/L^3)^d (M/L\theta)^e (L^2/\theta^2 T)^f (M/\theta^3 T)^g$$

Sumando los exponentes de cada dimensión fundamental separadamente e igualándolos a cero se obtiene su conjunto de ecuaciones y haciendo algunas otras simplificaciones se obtienen los tres grupos adimensionales:

$$\Pi_1 = \bar{h}D/k \quad \Pi_2 = VD\rho/\mu \quad \Pi_3 = C_p\mu/k$$

que se conocen como números de Nusselt,  $Nu$ , Reynolds,  $Re$ , y número de Prandtl,  $Pr$ . Estos tres grupos adimensionales pueden relacionarse mediante una ecuación funcional como:

$$\bar{Nu} = f(Re, Pr)$$

Esta ecuación fue desarrollada por Sieder y Tate la cual, para flujos turbulentos según el libro de Kern PROCESOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR de la Pág. 133 en la sección 6.2 dice:

$$h D/k = 0,027 (DG/u)^{0,8} (cu/k)^{1/3} (u/w_0)^{0,14}$$

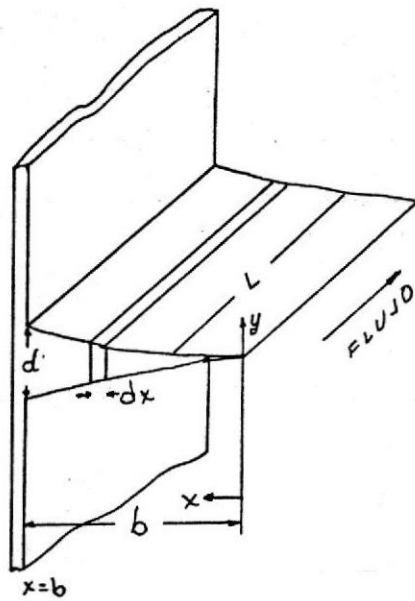
Fórmula que vamos a aplicar como la teórica para compararla con las experimentales en esta tesis.

### 11.c) LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN LOS TUBOS ALETEADOS, AXIALES.-

Primero vamos a determinar cuál de las formas geográficas de las aletas es la más económica y que transfiere mayor calor. Según estudios realizados por Schmidt y después corroborados por Eckert, Shneider y por otros científicos demuestran que la aleta parabólica requiere menos material para disipar el mismo flujo de calor comparada con las demás aletas; por lo tanto, nosotros vamos a desarrollar el estudio particular de este tipo de aletas. Partiremos de ecuaciones fundamentales de las ecuaciones de Newton y de Fourier, para luego hacer una demostración detallada de toda la fórmula, ya que en su mayoría ha sido desarrollada por el autor de la presente tesis, con el asesoramiento de su Director y además se difieren en algunos términos de las encontradas en los textos.

Para la demostración de las fórmulas vamos a considerar que la aleta está adherida a una pared cuya temperatura superficial es  $T_b$ . La aleta es enfriada a lo largo de su superficie por un fluido a la temperatura  $T_f$ . Su sección transversal tiene un área  $A'$ , está hecha de un material que tiene una conductibilidad térmica uniforme  $k$ , y el coeficiente de transferencia de calor entre la aleta y la superficie es  $h$ .

A continuación vamos a derivar una serie de ecuaciones para la aleta axial, cuyos lados tienen la configuración parabólica, que tiene una altura  $b$  y ancho  $d$ , partiendo de ecuaciones de Newton y Fourier.



$$Q = k a_x dT/dx \quad \text{Ecuación de Fourier}$$

$$dQ/dx = k a_x d^2T/dx^2 + k (da_x/dx) (dT/dx) \text{ derivando}$$

$$Q = h A' (T - T_f) \quad \text{Ecuación de Newton}$$

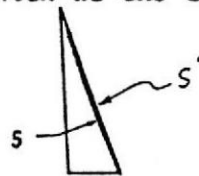
$$T = T(x)$$

$$L = \text{Largo de aleta}$$

$$S = \text{Longitud del perfil de la aleta}$$

$$P = 2 L = \text{Perímetro de la aleta}$$

$$A' = P S \text{ Area de las caras laterales de la aleta}$$



$$S' = S \text{ Longitud de la curva parabólica}$$

$$S' = x(b^2 + (d/2)^2)^{1/2}/b = x(4b^2 + d^2)^{1/2}/2b$$

$$J = (4b^2 + d^2)^{1/2}/2b$$

$$S' = J x$$

$$Q = h P J x (T - T_f)$$

$$dQ/dx = h P J (T - T_f)$$

Igualando  $dQ/dx$  por conducción con  $dQ/dx$  por convección

$$k a_x \frac{d^2 T}{dx^2} + k \left( \frac{da_x}{dx} \right) \left( \frac{dT}{dx} \right) = h P J (T - T_f)$$

$$a_x = 2 L y$$

Area de la aleta paralela a la base

$$\frac{da_x}{dx} = 2 L \frac{dy}{dx}$$

Derivando

$$y = \left( \frac{d}{2} \right) \left( \frac{x}{b} \right)^2$$

Ecuación de la curva del semiperfil parabólico.

$$\frac{dy}{dx} = \left( \frac{d}{b^2} \right) x$$

Derivando

$$k 2 y L \left( \frac{d^2 T}{dx^2} \right) + k 2 L \left( \frac{dy}{dx} \right) \left( \frac{dT}{dx} \right) = 2 L h J (T - T_f)$$

$$y \left( \frac{d^2 T}{dx^2} \right) + \left( \frac{dy}{dx} \right) \left( \frac{dT}{dx} \right) = h J (T - T_f) / k$$

$$\left( \frac{d}{2} \right) \left( \frac{x}{b} \right)^2 \left( \frac{d^2 T}{dx^2} \right) + \left( \frac{dx}{b^2} \right) \left( \frac{dT}{dx} \right) = h J (T - T_f) / k$$

$$x^2 \left( \frac{d^2 T}{dx^2} \right) + 2x \left( \frac{dT}{dx} \right) - \left( 2 h J b^2 / k d \right) (T - T_f) = 0$$

$$\text{Haciendo } m = \left( 2 h J / k d \right)^{1/2}$$

$$x^2 \left( \frac{d^2 T}{dx^2} \right) + 2x \left( \frac{dT}{dx} \right) - m^2 b^2 (T - T_f) = 0$$

$$x^2 \frac{d^2 T}{dx^2} + a x \frac{dT}{dx} + b' T = S(x)$$

Ecuación de Euler

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + (a - 1) \frac{dT}{dx} + b' T = S(e^t)$$

Solución de la ecuación de Euler. Si  $x = e^t$  Demostración en el apéndice.

$$\text{En nuestro caso } a = 2; b' = m^2 b^2$$

nos da

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{dT}{dt} - m^2 b^2 (T - T_f) = 0$$

Ecuación N° 0

$$T - T_f = c_1 e^{ta_1} + c_2 e^{ta_2}$$

Solución de la ecuación  
diferencial

$$a_{1,2} = -1/2 \pm [1 + (2mb)^2]^{1/2}/2$$

Como  $x = e^t$

$$T - T_f = c_1 x^{a_1} + c_2 x^{a_2}$$

Como  $a_2 < 0$  el segundo término tiende a cero rápidamente

Condiciones de límites

$$T(b) = T_b$$

$$dT/dx(0) = 0 \text{ (Condición ideal)}$$

$$dT/dx = a_1 c_1 x^{a_1 - 1} + a_2 c_2 x^{a_2 - 1}$$

$$0 = 0 + c_2 a_2 / 0^{a_2 - 1}$$

Para solucionar esta indeterminación hacemos  $c_2 = 0$

$$T - T_f = c_1 x^{a_1}$$

$$T_b - T_f = c_1 b^{a_1}$$

$$c_1 = (T_b - T_f) / b^{a_1}$$

$$T - T_f = (T_b - T_f) x^{a_1} / b^{a_1}$$

$$(T - T_f) / (T_b - T_f) = (x/b)^{a_1}$$

Ecuación N° 1

$$a = a_1 = -1/2 + [1 + (2mb)^2]^{1/2}/2$$

$$n = Q/Q_0$$

Por definición.

Si  $Q_0$  está a  $T_b - T_f$

$$Q = h A' (T - T_b)$$

De Newton

$$Q/L = q \quad A = P J x \quad P = 2 L \quad A = 2 L J x$$

$$q = 2 J h x (T - T_b)$$

Reemplazando

$$dq = 2 J h (T - T_b) dx$$

Derivando

$$q = \int_0^b 2 h J (T - T_b) dx$$

Integrando

$$q = 2 J h \int_0^b (T - T_b) dx$$

$$Q_0 = h A (T_b - T_f)$$

De Newton

$$Q_0/L = q_0 \quad A = P J b \quad P = 2 L \quad A = 2 L J b \quad T_0 = T_b - T_f$$

$$q_0 = 2 h J b T_0$$

Reemplazando

$$n = [2 J h \int_0^b (T - T_b) dx] / (2 h J b T_0)$$

$$n = (1/b) \int_0^b (T - T_b) dx / T_0$$

$$(T - T_b) / T_0 = (x/b)^a$$

De ecuación N° 1

$$a = -1/2 + [1 + (2 m b^2)]^{1/2} / 2$$

$$\int_0^b (T - T_b) / T_0 dx = \int_0^b (x/b)^a dx \quad \text{Integrando}$$

$$\int_0^b (x/b)^a dx = (1/b^a) [x^{a+1}/(a+1)] \Big|_{x=0}^{x=b}$$

$$(1/b^a) b^{a+1}/(a+1) = b/(a+1)$$

$$n = (1/b) b/(a+1) = 1/(a+1)$$

Reemplazando

$$n = 2/\{[1 + (2mb)^2]^{1/2} + 1\}$$

Ecuación N° 2

$$a = 2 J h \int_0^b (T - T_b) dx$$

De ecuación pág. anterior

$$q = 2 J h \int_0^b (T - T_b) dx \cdot b T_0 / b T_0$$

Multiplicando y dividiendo por  $b T_0$

$$a = 2 J b h T_0 \int_0^b (T - T_b) dx / b T_0$$

$$a = 2 J b h T_0 (1/b) \int_0^b (T - T_b) dx / T_0$$

$$n = (1/b) \int_0^b (T - T_b) dx / T_0$$

De ecuación Pág. anterior y reemplazando

$$q = 2 J b h n T_0$$

Ecuación N° 3

$$Q = k a_x dT/dx$$

Ecuación de Fourier

$$Q/L = q \quad a_x = d_x L$$

$$q = k d_x dT/dx$$

$$T - T_b = T_0 (x/b)^a$$

De ecuación N° 1

$$a = -1/2 + [1 + (2 m b)^2]^{1/2}/2$$

$$dT/dx = (a T_0/b^a) x^{a-1}$$

Derivando ecuación N° 1

$$q = k d_x (a T_0/b^a) x^{a-1} \Big|_{x=b}$$

$$q = (k d a T_0/b^a) (b^a - 1)$$

Reemplazando

$$q = k d T_0 \{ [1 + (2 m b)^2]^{1/2} - 1 \} / 2 b$$

Ecuación N° 4

De ecuación N° 4  $q = (k d T_0/2b) \{ [1 + (2 m b)^2]^{1/2} - 1 \}$

Area del perfil parabólico  $A = b d/3$   $b = 3 A/d$

Como antes  $m = (2 J h/k d)^{1/2}$

Reemplazando  $m$  y  $b$  en ecuación N° 4.

$$q = [k d T_0/2 (3 A/d)] \{ [1 + 2 (2 J h/k d)^{1/2} (3 A/d)^2]^{1/2} - 1 \}$$

$$q = (k d^2 T_0/6A) [ (1 + 72 J h A^2/k d^3)^{1/2} - 1 ]$$

$$dq/dd = (k T_0/6 A) (1/2) [ (4 d^3 + 72 J h A^2/k) / (d^4 + 72 J h A^2 d/k)^{1/2} - 2d ]$$

$$dq/dd = 0$$

Igualando a cero para encontrar el máximo  $q$  con respecto a  $d$ .

$$(1/2) (4 d^3 + 72 J h A^2/k) / (d^4 + 72 J h A^2 d/k)^{1/2} - 2 d = 0$$

$$4 d^3 + 72 J h A^2/k = 4 d (d^4 + 72 J h A^2 d/k)^{1/2}$$

Haciendo  $W = J h A^2/k d^3$

$$4 d^3 + 72 W d^3 = 4 d (d^4 + 72 W d^4)^{1/2}$$

Reemplazando

$$4 + 72 W = 4 (1 + 72 W)^{1/2}$$

Resolviendo

$$1 + 18 W = (1 + 72 W)^{1/2}$$

"

$$1 + 36 W + 18^2 W^2 = 1 + 72 W$$

"

$$18^2 W^2 = 36 W \quad W = 1/9$$

"

$$J h A^2 / k d^3 = 1/9$$

Ecuación N° 5

$$q = (k d^2 T_0 / 6 A) [1 + 72(1/9)^{1/2} - 1]$$

Reemplazando en la ecuación anterior

$$q = (k d^2 T_0 / 6 A) (3-1)$$

$$q = k d^2 T_0 / 3 A$$

$$q/T_0 = k d^2 / 3A$$

$$J h A^2 / k d^3 = 1/3^2$$

De ecuación N° 5

$$d^3 = 3^2 J h A^2 / k$$

$$d = 3^{2/3} (J h A^2 / k)^{1/3}$$

$$d^2 = 3^{4/3} (J h A^2 / k)^{2/3}$$

$$q/T_0 = (k 3^{4/3} / 3 A) (J h A^2 / k^2)^{2/3}$$

$$q/T_0 = 3 (k A)^{1/3} (J h)^{2/3}$$

$$(q/T_0)^3 = 3 k A (J h)^2$$

$$A = (1/3) (q/T_0)^2 / k (J h)^2$$

$$d^3 = (3^{2/2}) (2 J h A^2 / k) \quad \text{Multiplicando y dividiendo por 2}$$

$$d = 1.651 (2 J h A^2 / k)^{1/3}$$

De área de perfil parabólico  $A = b d/3$

$$J h A^2 / k d^3 = 1/9 \quad \text{De ecuación N° 5}$$

$$J h b^2 d^2 / 9 k d^3 = 1/9 \quad \text{Combinando las 2 ecuaciones anteriores.}$$

$$J h b^2 = k d \quad \text{Ecuación N° 6}$$

$$\text{De ecuación N° 2} \quad n = 2 / \{1 + [1 + (2 m b)^2]^{1/2}\}$$

$$\text{Como siempre} \quad m^2 = 2 J h / k d$$

$$(2 m b)^2 = (2 J h / k d)^{1/2} b^2 = 8 J h b^2 / k d \quad \text{Reemplazando de ecuación N° 6}$$

$$(2 m b)^2 = 8 (J h b^2 / J h b^2) = 8 (1) = 8 \quad \text{Ecuación N° 7}$$

$$n = 2 / [1 + (1 + 8)^{1/2}] = 1/2$$

$$n = 1/2 \quad \text{Fórmula N° 8}$$

$$\text{De ecuación N° 6} \quad J h b^2 = k d$$

$$J h b^2 = 12 k d \quad \text{Ecuación en pulgadas}$$

Si $k = 220$ BTU/hr pie °F	Para cobre
$k = 130$ BTU/hr pie °F	Para aluminio
$k = 26$ BTU/hr pie °F	Para acero

Reemplazando los valores de  $k$  en la ecuación N° 6 en pulgadas nos da:

$$J h b^2 = 2640 d \quad \text{Ecuación N° 9 para cobre en pulgadas.}$$

$$J h b^2 = 1560 d \quad \text{Ecuación N° 10 para aluminio en pulgadas.}$$

$$J h b^2 = 312 d \quad \text{Ecuación N° 11 para acero en pulgadas.}$$

Las ecuaciones antedichas nos dan las relaciones para cobre, aluminio y acero entre las variables  $h$ ,  $b$ ,  $d$ , en las cuales se transfiere el máximo calor con el mínimo consumo de área o material.

Habíamos manifestado a principio de este artículo que según los estudios realizados por Schmidt la aleta parabólica es la más económica, ahora vamos a demostrar lo dicho por Schmidt mediante la comparación de la fórmula que nos indica la transferencia de calor de las aletas rectangulares y piramidales publicadas en el manual de la General Electric en su libro HEAT TRANSFER del cual copiamos textualmente las siguientes fórmulas:

$$q = 2 n L b h (T_b - T_f)$$

$$T_0 = T_b - T_f$$

$$\theta(b) = T_b - T_f$$

Condición de frontera

$$d\theta/dx(0) = 0$$

" " "

Estas fórmulas se cumplen para los tres tipos de aletas y la diferencia está en que la eficiencia  $n$  es la que distingue una aleta de otra. Las condiciones de frontera, la primera es cumplida, la segunda es desechada como lo hicimos en la demostración de la fórmula de la aleta parabólica.

#### ALETA RECTANGULAR

$$d^2 \theta/dx^2 - m^2 \theta = 0$$

$$[\theta(x) - T_f] T_0 = \text{Cosh}(mx) / \text{Cosh}(mb)$$

$$n = \tanh(mb) / mb$$

$$q = k d b L m \tanh(mb) T_0$$

$$d = 0,792 (2 h A^2 / k)^{1/3}$$

$$A = b d$$

$$A = 0,500 (q/T_0)^3 / k$$

$$m = (2h/kd)^{1/2}$$

### ALETA PIRAMIDAL

$$x d^2 \theta/d x^2 + d\theta/d x - m^2 b^2 \theta = 0$$

$$[T(x) - T_b]/T_o = I_o (2 m \sqrt{x b})/I_o (2 m b)$$

$$m = (2 J h/k d)^{1/2}$$

$$J = (4 b^2 + d^2)^{1/2}/2 b$$

$$n = I_1 (2 m b)/m b I_o (2 m b)$$

$$d = 1.328 (2 h A^2/k)^{1/3}$$

$$A = b d/2$$

$$A = 0,347 (q/T_o)^3/h^2 k$$

### ALETA PARABOLICA

$$x^2 d^2 \theta/d x^2 + 2 x d \theta/d x - m^2 b^2 \theta = 0 \quad (+)$$

$$[T(x) - T_b]/T_o = (x/b)^a \quad (+)$$

$$a = -1/2 + [1 + (2 m b)^2]^{1/2}/2 \quad (+)$$

$$m = (2 J h/k d)^{1/2} \quad (-)$$

$$J = (4 b + d^2)^{1/3}/2 b \quad (-)$$

$$n = 2/ \{1 + [1 + (2 m b)^2]^{1/2} \} \quad (+)$$

$$q = k d L a T_o/b \quad (+)$$

$$d = 1,651 [2 h J A^2/k]^{1/3} \quad (-)$$

$$A = b d/3 \quad (+)$$

$$A = 0,333 (q/T_o)^3/(J h)^2 k \quad (-)$$

Teniendo las mismas condiciones de  $h$ ,  $k$ ,  $T_o$  y  $q$  notamos que la aleta parabólica necesita menor cantidad de área, ya que el coeficiente de la fórmula es el menor de los tres. A continuación tabularemos el porcentaje de diferencia entre los tres:

$$A_{\text{piramidal}}/A_{\text{parabólica}} = 0,347/0,333 = 1,0420$$

$$A_{\text{rectangular}}/A_{\text{parabólica}} = 0,500/0,333 = 1,500$$

$$A_{\text{rectangular}}/A_{\text{piramidal}} = 0,500/0,347 = 1,4409$$

De estas fórmulas podemos concluir que para transferir la misma cantidad de calor bajo las mismas condiciones de  $h$  y  $k$ , la aleta piramidal requiere el 4,2% más el área que la aleta parabólica, la aleta rectangular requiere el 50% más de área que la parabólica y la aleta rectangular requiere el 44% más de área que la aleta piramidal, como siempre, bajo las condiciones de máxima transferencia de calor por la unidad de área de la aleta.

Las fórmulas con signos menos nos indican que éstas difieren de las publicadas en el libro antes mencionado y las que tienen el signo más significan que son iguales.

La última fórmula es distinta con 1,8% más y no con tiene término  $J$  que puede ser despreciable cuando su altura es superior a su base.

Cuando la altura de la aleta es cinco veces su base el término  $J$  es igual a 1,005 elevándolo al cuadrado, como dice la fórmula, nos da un nuevo coeficiente 0,325, cuyo valor si corresponde al de la fórmula similar del libro de la General Electric, lo cual nos indica que la fórmula del libro está dada para un caso particular de  $J$ .

Por otra parte, es muy importante recalcar que las fórmulas de  $d$  y  $A$  nos dan una máxima transferencia de calor por unidad de área transversal de la aleta, y sólo cuando se cumplen estas fórmulas podemos tener una óptima transferencia de calor o sea que no podemos transferir más calor por las aletas que las que nos dicen estas fórmulas.

11. d) LA TEMPERATURA EN TUBOS ALETEADOS, AXIALES.- Como hemos visto, la temperatura es una de las unidades físicas que podemos medir, dándonos un reflejo del fenómeno físico y además, es de las unidades fundamentales, la única que en nuestro caso nos puede dar un valor que nos represente si estamos en lo correcto.

Ahora, vamos a desarrollar una ecuación matemática de la variación de la temperatura a lo largo de la aleta bajo las condiciones de transferir la mayor cantidad de calor con la mínima base de aleta para una área dada, y ésta es:

$$[T(x) - T_f] / (T_b - T_f) = (x/b)^a$$

$$a = -1/2 + [1 + (2 m b)^2]^{1/2} / 2 \quad \text{De ecuación N.1}$$

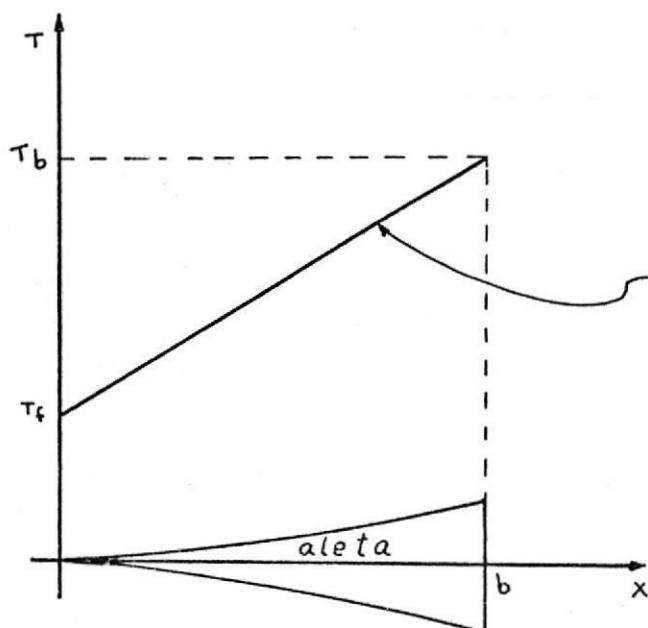
$$(2 m b)^2 = 8 \quad \text{De ecuación N.8}$$

$$a = -1/2 \quad (1 + 8)^{1/2} / 2 \quad \text{Reemplazando 8 en 1}$$

$$a = 1$$

$$\text{Como } T_0 = T_b - T_f$$

$$T(x) - T_f = T_0 x/b \quad \text{Ecuación N.13}$$



Gráfica de la Ecuación N.13

Teóricamente la gráfica anterior nos da la variación de la temperatura a lo largo de la aleta bajo las condiciones, suposiciones y consideraciones del siguiente inciso y bajo la evaluación de la aleta óptima. Si esta ecuación se cumple en forma experimental, se puede concluir que los fundamentos teóricos son correctos.

11.e) **SUPOSICIONES Y CONSIDERACIONES.**- Cuando tenemos un modelo físico de un fenómeno que sucede en la naturaleza, es necesario relacionarlo mediante una transformación ideal (hasta cierto punto), de acuerdo al modelo matemático, el cual, para ser determinado es necesario realizar, hay veces, ciertas asunciones que por un lado dan una solución matemática, por la cual se puede saber más del fenómeno de lo que está a simple vista. Por Ej.: hallando sus máximos o mínimos para optimizarla estas asunciones por un lado nos hacen alejar de lo que pasa exactamente dentro del fenómeno, pero con la suficiente pequeña diferencia de la realidad del fenómeno para que su respuesta no sea despreciada, por el contrario, sea un valor bastante aproximado al valor exacto del resultado del fenómeno.

Para nuestro caso, la característica de esta aleta ideal, sus suposiciones y limitaciones están dadas por Murray y posteriormente por Gardner:

1. El flujo de calor y la distribución de temperatura a través de la aleta es independiente del tiempo; por Ej. el flujo de calor es continuo.
2. El material de la aleta es homogéneo e isotrópico.
3. No hay fuentes de calor en la aleta en sí.
4. El flujo de calor a/de la superficie de la aleta en cualquier punto es directamente proporcional a la diferencia de temperatura entre la superficie en ese punto y la del fluido que la rodea.

1) Para que el flujo de calor y la distribución de la temperatura, a través de la aleta, sean independiente del tiempo debemos de esperar que la temperatura en cualquier lugar de la aleta se estabilice después de cierto tiempo y que las condiciones del flujo de calor y del flujo de aire sean estables.

nuestra aleta:

A continuación vamos a indicar de que manera influyen estas suposiciones con las siguientes consideraciones en

grace resistencia.

11. La junta entre la aleta y el tubo se supone que no

sa a la aleta a través de sus lados.

de la aleta es despreciable comparado con el que pa-

10. El calor transferido a través de la arista exterior

go 1% máximo de error.

de su espesor pueden despreciarse, trayéndonos consi-

su altura que los gradientes de temperatura a través

9. El grueso de la aleta es tan pequeño comparado con

8. La temperatura de la base de la aleta es uniforme.

forme.

7. La temperatura del fluido que rodea la aleta es uni-

en toda la superficie de la aleta.

6. El coeficiente de transferencia térmica es el mismo

5. La conductividad térmica de la aleta es constante.

- 2) Esta suposición dice que el material debe ser homogéneo e isotrópico. Para que esto suceda, nos valemos de los resultados obtenidos del muestreo del material que utilizaremos, relacionados con las propiedades físicas, químicas, estructurales, etc., a los cuales son sometidas las muestras del material a emplearse, estos resultados nos demuestran que nuestro material no es homogéneo ni isotrópico pero que su heterogeneidad y anisotropía son despreciables.
- 3) Podemos afirmar que la aleta no tiene fuentes de calor dentro de sí mismo.
- 4) Para que se cumpla este punto es necesario creer que la ecuación de Newton que dice:  $Q = h A T$  es exacta y que la radiación es despreciable.
- 5) La conductibilidad térmica del acero sabemos que varía con respecto a la temperatura, ocasionándonos un error en la determinación de las fórmulas, ya que ésta no es constante como se la expone.
- 6) El coeficiente de transferencia térmico en la superficie de la aleta sabemos que varía también con la temperatura, trayéndonos consigo errores como en el caso anterior.
- 7) La temperatura del fluido que rodea la aleta tampoco es uniforme, ya que ésta es influenciada por la temperatura de la aleta y la superficie de la aleta varía con relación a su altura.

- 8) La temperatura de la base de la aleta tampoco es uniforme ya que la fuente de calor es una resistencia redonda y no recta como debería ser para que la temperatura de la superficie de la base sea uniforme.
- 9) Como habíamos indicado, el grueso de la aleta comparado con su altura es tan pequeño que el error que nos trae esta desconsideración es de máximo 1%, como indica el libro de Frank Kreith, en la página 50.
- 10) Para saber cuan despreciable es el calor transferido a través de la arista de la aleta nos valemos de los resultados de la simulación del mismo proceso hecho en una computadora analógica.
- 11) Como la aleta y su base son hechos de un mismo material podemos asegurar que no existe junta o soldadura que ofrezca resistencia.

Hechas las suposiciones y consideraciones y teniendo el fenómeno físico que representa la transferencia de calor por convección forzada a través de una aleta axial de configuración parabólica, representado el fenómeno en el Laboratorio, nos toca a nosotros ahora comprobar de qué modo nuestro trabajo anterior ya sea desarrollando ecuaciones y obteniendo resultados, éstos son correctos y que nuestras suposiciones y consideraciones no afecten el resultado.

11. f) EFICIENCIA DE LAS ALETAS AXIALES.- A diferencia de la eficiencia térmica "n" de las aletas analizadas anteriormente, las eficiencias "E" que vamos a ver a continuación, son con referencia a la transferencia de calor Q por unidad de longitud al área que ocupa la aleta y la relación de transferencia de calor por unidad de área transversal de un tubo o pared con aleta con otro sin aleta.

Ahora definimos la efectividad como la transferencia de calor a través de una pared de tubo, estando ésta con aleta y bajo las condiciones de máxima transferencia de calor con una mínima base comparada con la transferencia de calor a través de una pared o tubo sin aleta:

Por definición para máxima transferencia de calor con mínimo ancho d:

$$\text{EFECTIVIDAD } E = Q_{\text{max con aleta}} / Q_{\text{sin aleta}} = Q_{\text{max ca}} / Q_0$$

$$Q_{\text{max ca}} = 2 n b L J h (T_b - T_f) \quad \text{De ecuación N}^\circ 3$$

$$\text{Como } n = 1/2 \quad \text{De fórmula N}^\circ 8$$

$$Q_{\text{max ca}} = 2 (1/2) b L J h (T_b - T_f)$$

$$Q_{\text{max ca}} = b L J h T_0$$

$$\text{Siendo } T_0 = T_b - T_f$$

$$Q_0 = d L h T_0$$

$$\text{Area de tubo} = A_0 = d L$$

$$E = b L J h T_0 / d L h T_0$$

$$E = J b / d$$

$$\text{Ecuación N}^\circ 10$$

$$Q_{\text{max ca}} = E Q_0$$

$$Q_{\text{max ca}} = Q_0 J b / d$$

$G$  = transferencia de calor por unidad de área transversal al flujo.

$$G_{ca} = Q_{ca}/A_a \quad \text{Por definición}$$

$$Q_{ca} = Q_0 J b/d$$

$$A_a = (Q_0 J b/d)/(b d/3) = 3 Q_0 J/d^2 \quad \text{Ecuación N}^\circ 12$$

$$G_0 = Q_0/A_t$$

$$A_t = \text{Area del tubo} = d e$$

$e$  = espesor de la pared o tubo

$$G_0 = Q_0/d e$$

$R$  = Razón de la transferencia de calor por unidad de área de la aleta comparada con una pared o tubo sin aleta

$$R = G_{ca}/G_0 \quad \text{Por definición}$$

$$R = (3 Q_0 J/d^2)/(Q_0/d e)$$

$$R = 3 e J/d \quad \text{Ecuación N}^\circ 13$$

La ecuación N<sup>o</sup> 12 nos da la relación de transferencia de calor por unidad de área transversal al flujo de un tubo con aleta.

La ecuación N<sup>o</sup> 13 nos da el valor numérico que nos compara un tubo o pared con aleta, con otro tubo o pared sin aleta, con respecto a la cantidad de calor transferido y a la cantidad de material involucrado en ella; por ejemplo, si tenemos que la base de la aleta  $d$  es igual a tres veces el espesor del tubo o pared,  $R$  es igual a uno, lo que significa que estamos utilizando la misma cantidad de material y si la aleta le damos como altura tres veces su base, transferimos tres veces más calor que si no hubiera aleta con la misma cantidad de material.

### III) EQUIPO EXPERIMENTAL

111. a) DESCRIPCION GENERAL- Para poder probar lo que hemos mencionado en los fundamentos teóricos es necesario construir un equipo mediante el cual se pueda encontrar datos que reflejen el comportamiento de la temperatura en la superficie exterior de una aleta y que las tomas de estas temperaturas no lleguen a afectar considerablemente el fenómeno particular. Por otra parte, también es necesario obtener ciertas condiciones que nos den como resultado un coeficiente de transferencia  $h$  máximo 30 BTU/hr pie<sup>2</sup> con flujo de aire a temperatura ambiente, pero para esto es necesario utilizar un túnel de viento, lo suficientemente grande para que nos pueda caber nuestro modelo de prueba, que su perfil de velocidad sea constante en su mayor parte y que podamos obtener las velocidades del flujo de aire en un rango suficiente para darnos un coeficiente de 30, como dijimos anteriormente y para esto necesitamos también de Pitot que nos mida la velocidad de trabajo.

Para generar la transferencia de calor dentro de un tubo utilizamos una resistencia que fue alimentada por un reóstato variable.

Para medir la temperatura es necesario las termocuplas y un medidor de voltaje en milivoltio.

Nuestro instrumento de prueba fue un tubo con una aleta, la cual representó experimentalmente junto con todo el equipo descrito anteriormente, la convección forzada en los tubos aleteados axiales con flujo paralelo.

111.b) DISEÑOS.- Tuvimos que escoger dentro de los dos túneles de viento, en el Departamento de Ingeniería Mecánica, el que existe en el Laboratorio de Fluidos ya que el otro era muy pequeño para nuestro propósito. Este equipo consta de tres partes propiamente dichas, la primera de un ventilador por el cual exhala el aire; la segunda, de una parte de prueba propiamente dicha, la cual es transparente; y la tercera, una boca por la cual inhala el aire. Además, consta de equipos adicionales que nos permiten reducir la máxima velocidad del aire, abriendo un orificio entre el ventilador y el túnel. La sección de prueba tiene una tapa en la parte superior y un orificio en su parte lateral, lo cual nos facilita el manipuleo del tubo aleteado; además, su sección de prueba es de material transparente, lo que nos facilitó por la visualización de las pruebas.

El túnel de viento contiene otro aditamento, un tubo de Pitot que colocado en su parte superior puede moverse en forma paralela al flujo y en dirección vertical al túnel, dándonos lectura de velocidad en milímetros de agua con una lectura digital y electrónica.

La fuente de calor que utilizamos fue una de 80 Ohmios.

Las termocuplas que utilizamos fueron las más pequeñas o sea las de tipo T, de cobre constantán y éstas conectadas a un medidor de milivoltios del Departamento.

Vamos a suponer como diseño un coeficiente de transferencia de calor  $h$  igual a  $25 \text{ BTU/hr pie}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$

El túnel que hemos escogido tiene ciertas limitaciones las cuales fueron necesario adecuarlas para que se cumpla la ecuación anterior. Fue necesario aumentar la velocidad en la sección de prueba, reduciendo el área transversal al flujo, el cual, además, nos disminuyó el diámetro equivalente y esto lo hicimos en base de los siguientes cálculos:

Según la fórmula del análisis dimensional:

$$h D/k = 0,027 (V P D/u)^{0,8} (Pr)^{1/3} (u/u_w)^{0,14}$$

Ahora, vamos a estimar los valores de las variables físicas, estos datos son aproximados ya que no conocemos la temperatura verdadera:

$$(u/u_w)^{0,14} = 1$$

$$h = 25 \text{ BTU/hora pie}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

$$D = 0,09'$$

$$Pr = 0,72 \text{ adimensional}$$

$$k = 0,016 \text{ BTU/hora pie } ^\circ\text{F}$$

$$p = 0,06 \text{ lb/pie}^3$$

$$u = 1,44 \times 10^{-5} \text{ lbs/pie seg.}$$

$$(25) (0,09)/0,016 = 0,027 (V (0,09) (0,06)/1,44 \times 10^{-5})^{0,8} 0,72^{1/3}$$

$$V = 140 \text{ pies/seg.}$$

Como la velocidad máxima nominal del túnel es 40 m/seg. o de 132 pies/seg. Debemos aumentar su velocidad para obtener el coeficiente  $h$  de 25 unidades compatibles; como  $V_1 A_1 = V_2 A_2$  por continuidad, podemos cambiar la velocidad si variamos el área.

Si  $A_1 =$  Ancho x alto y disminuimos el alto a  $1/5$  parte de la que tiene, entonces la velocidad máxima será:

$$132 (1) = V (1 - 1/5)$$

$$V = 165 \text{ pies/seg.}$$

El diámetro interior del tubo aleteado se lo diseñó en base del diámetro exterior de la resistencia, ya que la resistencia eléctrica debe entrar exactamente dentro del tubo.

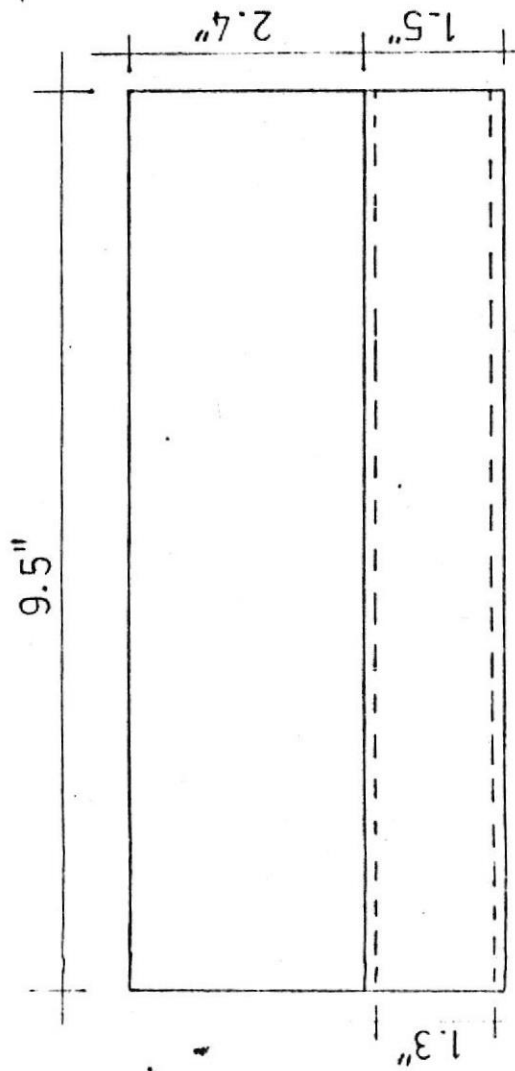
Para el diseño del diámetro exterior del tubo utilizamos el diámetro interior y le aumentamos  $0,2''$ .

Las dimensiones de la aleta fueron obtenidas a base de la ecuación N.11 que nos refleja las condiciones óptimas de transferencia de calor para el acero, cuyas unidades están en pulgadas. Esta ecuación está graficada en la Fig. N.1 de la cual escogimos, entre varias combinaciones, una de base  $d = 0,5''$  y efectividad  $E = 5$ .

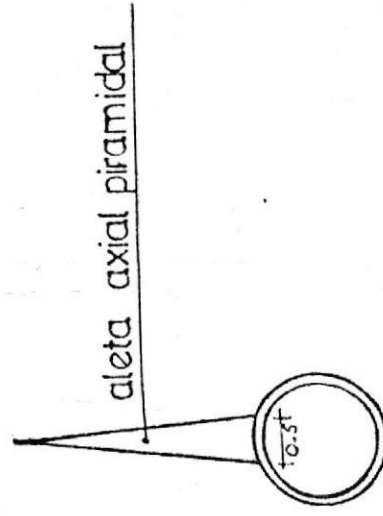
Como hablamos definido que  $E = J b/d$  y si  $J$  lo suponemos igual a la unidad, haciendo las operaciones nos da por resultado que la altura  $b = 2,5''$ .

Los diseños de los tubos aleteados axiales parabólico y piramidal corresponden a la Fig. de las dos siguientes páginas.

# DISEÑO DE TUBO ALETEADO PIRAMIDAL



VISTA FRONTAL



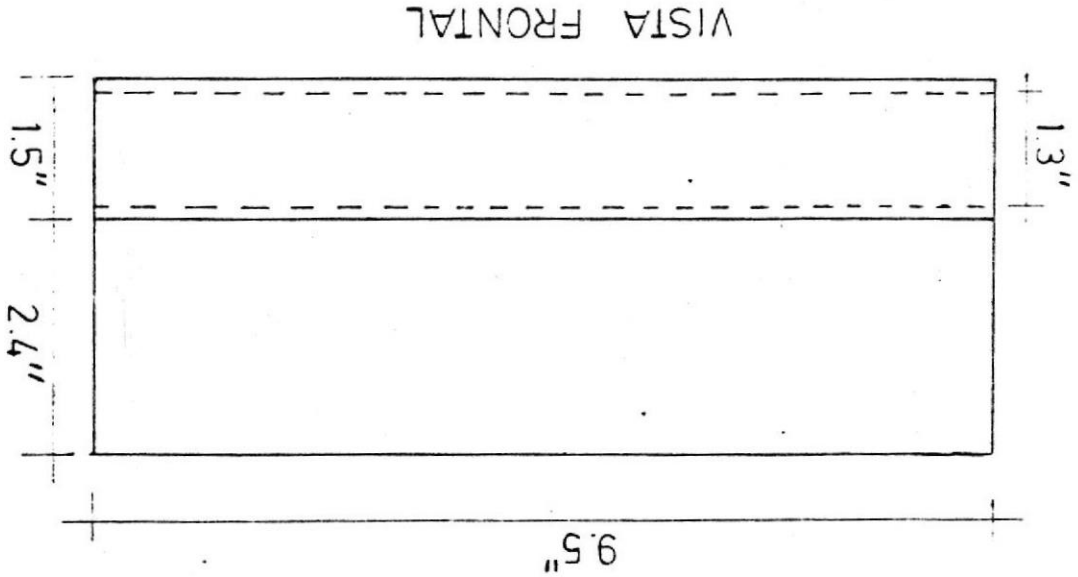
VISTA LATERAL

tesis: CONVECCION FORZADA EN TUBOS ALETEADOS AXIALES

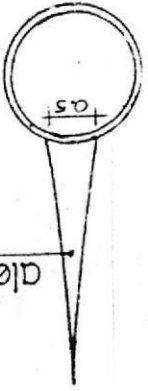
de: WALTER PACHECO CUCALON

DISEÑO DE TUBO ALETEADO PARABOLICO

tesis: CONVECCION FORZADA EN TUBOS ALETEADOS AXIALES  
de: WALTER PACHECO CUCALON

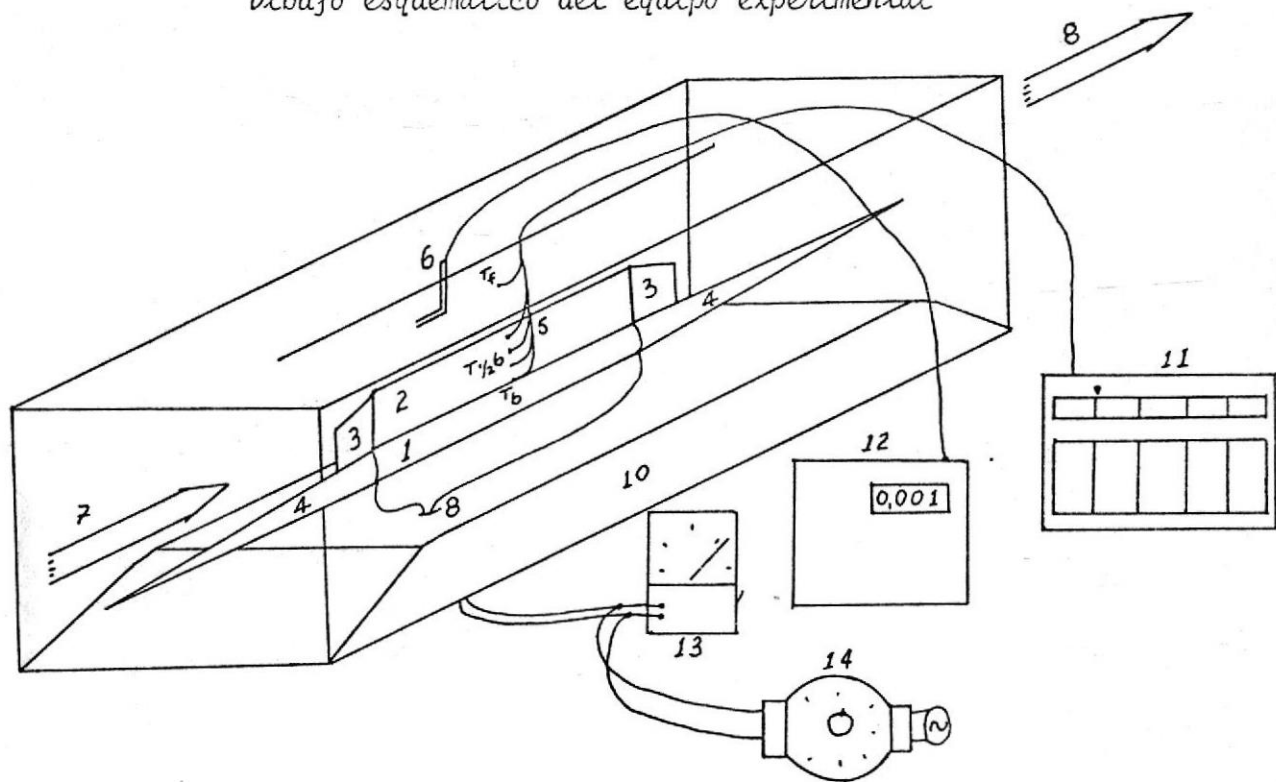


VISTA LATERAL



aleta axial parabolica

Dibujo esquemático del equipo experimental



- 1.- Tubo
- 2.- Aleta
- 3.- Alineadores de flujo
- 4.- Conos alineadores de flujo
- 5.- Termocuplas
- 6.- Pitotmetro
- 7.- Entrada de aire
- 8.- Salida de aire
- 9.- Cable de alimentación de corriente a resistencia
- 10.- Plumazón aumentador de velocidad
- 11.- Estación lectora de velocidad en mm. de agua
- 12.- Estación lectura de temperatura en mv milivoltios
- 13.- Multímetro Simpson
- 14.- Variador de voltaje Variac

111.c) CONSTRUCCION.- Como vimos anteriormente, fue necesario reducir el área transversal del flujo en el túnel de viento, esto lo hicimos con plumafón por su poco peso; además, corrientes arriba y corrientes abajo del flujo, el plumafón fue cortado en forma inclinada para que no se originen remolinos que alteren el flujo.

El tubo aleteado fue construido a partir de una palanquilla obsequiada por la Cla. FUNASA con ayuda de las máquinas y herramientas del taller y con el asesoramiento del Ingeniero Manuel Helguero.

Una vez terminado el tubo aleteado, de forma piramidal se procedió a tomar las pruebas para este tipo de perfil, luego, se lo volvió a llevar al taller para darle la configuración parabólica y tomarle las pruebas necesarias.

Las termocuplas de cobre constantan fueron pegadas en sus extremidades por medio de un equipo eléctrico que soldó las puntas. Luego, se pegó la termocupla en la base y en la mitad de la altura de la aleta con una pega epoxídica, procurando que la superficie de la aleta estuviera libre de óxido. Para asegurarnos de que la aleta tenga un contacto perfecto con la termocupla, nos valimos de un microhmetro Simpson con el cual medimos la resistencia de la punta de la termocupla con la superficie de la aleta y esta resistencia debió ser igual a la resistencia entre las dos puntas de la termocupla.

También se construyeron dos conos que fueron ubicados a

cada extremo de la aleta, donde fueron atornilladas y pegadas con cinta aislante a la misma, con el fin de evitarnos los remolinos. También se colocó en las caras laterales de la aleta un material aislante, con el fin de que no se transfiera calor por esas caras ya que nuestro estudio no contempla la transferencia de calor en dos dimensiones.

111.d) OPERACION.- Una vez construido el equipo y montado dentro del túnel experimental, ubicada la resistencia dentro del tubo aleteado, conectadas las termocuplas al medidor de milivoltios, sujetos los conos a la resistencia eléctrica y conectada la resistencia eléctrica de poder variable Variac se alimentó la resistencia con corriente eléctrica, vigilando que el voltaje de la fuente fuese constante, tomando lecturas en el medidor de milivoltios Simpson.

Arrancamos el ventilador eléctrico del túnel, dándole al aire que pasa por la sección de prueba del túnel, una velocidad la cual varía con cada prueba, al mismo tiempo vigilamos que la temperatura dada en milivoltios, pasen del estado transiente al estado estable para luego pasar a otra prueba.

Con los datos de las temperaturas y las velocidades en milivoltios y milímetros de agua junto con las dimensiones de la aleta, las dimensiones del tubo, las propiedades del aire y con el coeficiente de conducción térmica k de la aleta, hicimos las tablas y las pruebas enunciadas en el siguiente capítulo.

#### IV EXPERIMENTACIÓN

IV. a) RESULTADOS TEORICOS.- Como vimos en el Capítulo 2o. del artículo ANALISIS DIMENSIONAL, el coeficiente  $h$  puede ser calculado a partir de datos teóricos experimentales de la fórmula tomada del libro Kern, Pág. 133, ecuación 6.1.

$$hD/k = 0,027 (DG/u)^{0,8} (cu/k)^{1/3} (u/wv)^{0,14}$$

Esta ecuación da una desviación media máxima de aproximadamente + 15 y - 10% para número de Reynolds mayores de 10.000 y es dada esta ecuación por Sieder y Tate.

El término  $u/wv^{0,14}$  puede ser despreciado ya que  $u$  para el aire varía poco indica nuestro ejemplo:

A temperatura ambiente  $T = 80^{\circ}\text{F}$

$$u = 1,26 \times 10^{-5} \text{ lb/pie seg.}$$

A temperatura de pared  $T_w = 200^{\circ}\text{F}$

$$wv = 1,44 \times 10^{-5} \text{ lb/pie seg.}$$

$$u/wv = 1,26 \times 10^{-5} / 1,44 \times 10^{-5} \text{ }^{0,14} = 0,99$$

El número de Prandtl que es igual a  $cu/k$  tampoco varía con el rango de temperatura que nosotros trabajamos que es de temperatura ambiente =  $80^{\circ}\text{F}$  a temperatura de base de pared igual a máximo  $250^{\circ}\text{F}$  y este número es igual a 0,72 adimensional.

El diámetro equivalente, como dijimos anteriormente, es igual a 4 veces el área dividido para el perímetro mojado.

Para calcular estos parámetros nos valemos del diseño seña-

lado en el capítulo anterior y que dice:

$$D_t = 1,5'' = 0,125'$$

$$b = 2,3/8'' = 0,198'$$

$$d = 0,5'' = 0,0417'$$

$$\text{Perímetro mojado: } P = 2b + \pi D - b$$

$$P = 2 \times 0,198 + \pi \times 0,125 - 0,0417 = 0,747 \text{ pies}$$

Siendo el área igual al área del tubo más el área de la aleta  $A_t + A_a$ .

$$A_t = D_t^2/4 \quad A_a = b d/2$$

$$A_t = 0,125^2/4 = 0,01227 \text{ pies}^2$$

$$A_a = 0,198 \times 0,0417/2 = 0,00413 \text{ pies}^2$$

$$A = A_t + A_a = 0,0164$$

$$DE = 4 \times 0,0164/0,747 = 0,0878 \text{ pies.}$$

La variable  $G$  es igual a  $p \times V$ ;  $p$  varía apreciablemente con la temperatura y  $V$  es la velocidad del flujo de la corriente libre. Las variables  $u$  y  $k$  también varían con la temperatura y figuran en la tabla N.1 del anexo.

Con todos estos datos y con la fórmula citada al principio de este artículo calculamos el coeficiente de transferencia de calor por convección forzada  $h$ , el cual figura en la siguiente tabla:

VELOCIDAD	T PROMEDIO °F	$V \times 10^3$ Pie <sup>2</sup> /seg.	k BTU/hr.Pie°F	h BTU/hr.Pie <sup>2</sup> . °F
42,8	145	0,207	0,0163	11,47
50,7	140	0,204	0,0162	12,26
60,5	130	0,198	0,0160	15,39
74,0	120	0,192	0,0158	18,30
85,0	115	0,189	0,0157	20,58
95,7	110	0,186	0,0156	22,63
104,0	110	0,186	0,0156	24,33
120,0	105	0,183	0,0155	27,47
135,0	100	0,180	0,0154	30,38
148,0	100	0,180	0,0154	32,70
160,0	95	0,177	0,0153	35,05
171,0	95	0,177	0,0153	36,96
191,0	95	0,177	0,0153	40,38

IV.6) RESULTADOS EXPERIMENTALES.- Como vimos en el capítulo EQUIPO EXPERIMENTAL, en el artículo de la Construcción, hicimos la aleta piramidal, le tomamos las lecturas necesarias y luego hicimos la aleta parabólica, tomándole las mismas lecturas que la aleta anterior, con la sola excepción de que cuando suponíamos que el coeficiente  $h$  era igual a 25, le tomamos cuatro lecturas a lo largo de la aleta.

Por medio de las termocuplas, le tomamos temperaturas a las aletas en la base y en la mitad de su altura, alineadas en la mitad de su longitud. A la vez que les tomamos las temperaturas les tomábamos la velocidad del flujo del aire; estos datos están graficados en el anexo Fig. N.2. Como podemos observar de este gráfico, las lecturas de las temperaturas están en milivoltios, las cuales las convertimos a grados farenheit mediante la tabla N. 2 del anexo.

Las lecturas de la velocidad nos dieron el cabezal de milímetros de agua pero como sabemos por la ecuación de Berhoulli:

$$V^2/2g = H$$

de aquí despejamos la velocidad para que nos dé en pie por segundo y sus valores tabulados en la tabla N.3.

Como hablamos visto en un capítulo anterior, para la aleta piramidal la temperatura en cualquier punto de su superficie es igual a:

$$[T(x) - T_f] / (T_b - T_f) = 1 - (2m\sqrt{bx} T / 10) / (2mb)$$

En esta fórmula  $m^2 = 2 h/k d$

Como medimos la temperatura en la mitad de la aleta  $T(x)$ ,  $x = 1/2 b$  medimos también la temperatura del flujo  $T_f$  y la temperatura en la base  $T_b$ . También conocemos  $k$  para el acero  $b$  y  $d$  que son datos geométricos de diseño; faltándonos por conocer  $h$ , el cual vamos precisamente a encontrar.

Como estamos tratando con las funciones de Bessel  $I_0$ , el coeficiente  $h$  no puede ser despejado directamente, por consiguiente, vamos a emplear otro método que consiste en hacer una tabla en la que dándole valores de  $h$  encontramos las funciones de Bessel y seguimos con el proceso matemático. Este valor lo comparamos con el que nos da la división de las diferencias de temperatura encontradas experimentalmente y cuando esta comparación sea aproximada, asumiremos que tales temperaturas corresponden al mismo valor de  $h$ .

Las diferencias de temperatura entre la temperatura de la base y la temperatura de la mitad de la aleta con la temperatura del flujo de la corriente libre, pueden ser medidas en cualquier unidad de longitud, siendo su división igual en todos los casos.

A continuación tabularemos los datos de  $h$ ,  $I_0(2m\sqrt{bx})/I_0(2mb)$  y la velocidad  $V$ .

$h$ BRU/hr.pie <sup>2</sup> °F	$C_1$	$C_2$	$V$ pie/seg.
15	0,670	0,672	42,8
17	0,657	0,644	50,65
20	0,609	0,614	60,5
22	0,588	0,590	74,0
24	0,569	0,578	85,0
26	0,550	0,563	95,7
28	0,534	0,529	104,0
32	0,503	0,500	120,0
36	0,476	0,473	135,0
40	0,452	0,453	148,0
42	0,440	0,444	160,0
44	0,430	0,437	171,0
50	0,401	0,400	191,0

$$C_1 = I_0 2 m \sqrt{x} b / I_0 2 m b = I_0 2 m \sqrt{1/2} b / I_0 2 m b$$

$$m^2 = 2 h / k d$$

$$C_2 = \frac{T(x) - T_f}{T_b - T_f}$$

Para encontrar  $C_1$  expandimos  $I_0 x$  en series y le dimos valores distintos de  $h$ ; luego hicimos las operaciones necesarias.

Para encontrar  $C_2$  nos valemos de las temperaturas obtenidas en el potenciómetro que están graficadas en la figura N° 3.

Para hacer la tabla, asociamos los datos que sean aproximados de  $C_1$  y  $C_2$  para concluir que cuando esto sucede al coeficiente  $h$  corresponde al de la lectura dada.

Ahora en el siguiente experimento trabajamos con la parabólica, la cual como dijimos, le tomamos los mismos datos de temperatura y de velocidad.

Como vimos en el capítulo del análisis teórico, la temperatura en cualquier parte de la aleta era igual a la siguiente función:

$$\begin{aligned} [T(x) - T_f] / (T_b - T_f) &= (x/b)^a \\ a &= -1/2 + 1/2 [1 + (2mb)^2]^{1/2} \end{aligned}$$

Notamos en esta fórmula que el exponente "a" puede ser despejado directamente ya que conocemos todas las temperaturas necesarias;  $x$  es igual a  $1/2 b$  y  $b$  es la altura de la aleta, dato de diseño. Una vez conocido "a" podemos despejar  $m$  y siendo  $m^2 = 2Jh/kd$  en la cual  $k$  es coeficiente de conducción del material y  $d$  el ancho de la base de la aleta, también podemos despejar  $h$  directamente.

De los datos experimentales de temperatura y de velocidad junto con el valor de  $h$  despejados de éstos con las fórmulas anteriores, tabulamos a continuación los siguientes datos:

$C_1$ Adimensional	$a$	$h$ BTU/hr.pie°F	$V$ pie/seg.
0,8235	0,260	6,50	42,8
0,779	0,360	6,77	52,43
0,760	0,390	7,50	60,54
0,756	0,404	7,84	67,69
0,735	0,444	8,87	74,15
0,667	0,584	12,79	85,62
0,657	0,606	13,46	95,73
0,635	0,655	14,99	104,86
0,621	0,687	16,03	113,27
0,608	0,718	17,05	128,43
0,604	0,727	17,36	131,95
0,600	0,737	17,70	141,99
0,563	0,823	20,75	145,18
0,525	0,930	24,80	160,18

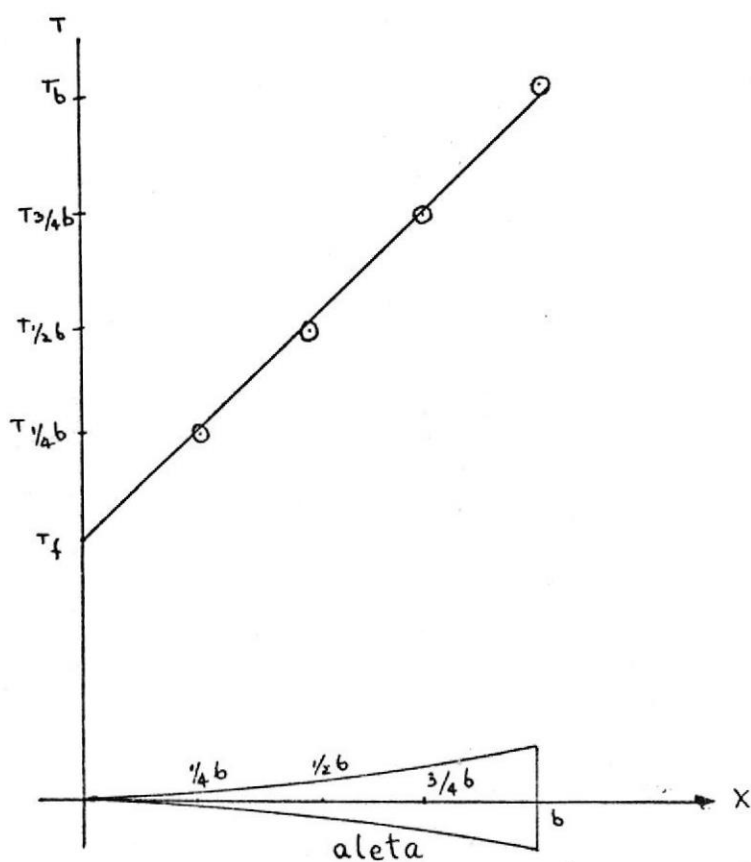
$C_1$  corresponde a:

$$C_1 = \frac{T(x) - T_\delta}{T_b - T_\delta}$$

Los valores de temperatura fueron obtenidos en el potenciómetro cuyas cifras están graficadas en la fig. N° 2.

Además de los experimentos hechos anteriormente, hicimos otro en especial. Como hablamos visto, cuando el coeficiente "a" era igual a 1, la temperatura a lo largo de la aleta, desde su base hasta su punta, se comportaba en forma lineal con respecto a la distancia, desde la punta hacia su base, bajo las condiciones óptimas de su configuración geométrica y para que esto se ocurra o sea "a" = 1, h debía ser igual a 25.

Cuando suponíamos que h era igual a 25, tomamos cuatro lecturas de temperatura en la aleta a distancias iguales de su punta hacia la base. Estas lecturas las tabulamos en la forma siguiente:



Habíamos manifestado en el I capítulo que la radiación era despreciable. A continuación vamos a calcular cuan despreciable, sacando el porcentaje del calor generado en la resistencia con el calor perdido por radiación de las paredes.

Temperatura máxima de la base de la aleta =  $200^{\circ}\text{F}$

Temperatura ambiente =  $80^{\circ}\text{F}$

Temperatura en la punta de la aleta =  $120^{\circ}\text{F}$

Temperatura promedio de la aleta =  $(200 - 120)/2 = 160^{\circ}\text{F}$

Temperatura absoluta promedio =  $160 + 460 = 620^{\circ}\text{R}$

Temperatura absoluta de la pared circundante =  $80 + 460 = 540^{\circ}\text{R}$

El libro de Donald Kern, en la Pág.100, ecuación 426, nos da una ecuación para calcular el intercambio de energía entre dos planos paralelos de diferentes emisividades y es la siguiente:

$$Q/A = \bar{\sigma} (T_1^4 - T_2^4) / (1/E_1 + 1/E_2 - 1)$$

Donde  $E$  = emisividad y  $\bar{\sigma} = 0,1717$  y  $T$  = temperatura/100 en  $^{\circ}\text{R}$ . De la tabla 4.1 Pág.94 del libro de Donald Kern encontramos que la emisividad del hierro pulido es igual a 0,21 y en el mismo libro y en la misma tabla, en la Pág.97 encontramos que para la pintura la emisividad es igual a 0,9, por lo tanto:

$$Q/A = 0,176 (6,2^4 - 5,4^4) / (1/0,21 + 1/0,9 - 1)$$

$$Q/A = 22,66 \text{ BTU/hr pie}^2$$

$$A = \text{área} = \text{perímetro} \times \text{longitud}$$

$$\text{Perímetro} = 2 (2,5)/12 + \pi 1,5/12 = 0,809'$$

$$\text{Longitud} = 9,5/12 = 0,792'$$

$$A = 0,792 \times 0,809 = 0,64 \text{ pie}^2$$

$$Q = 22,66 \times 0,64 = 14,5 \text{ BTU/hr.}$$

El calor generado en la resistencia es igual:

$$Q_g = V^2/R \text{ watt}$$

$$V = \text{voltaje} = 130 \text{ voltios}$$

$$R = \text{resistencia} = 80 \text{ ohmios}$$

$$Q_g = 130^2/80 = 211,25 \text{ watt}$$

$$Q_g = 211,25 \text{ watt} \times 3,415 \text{ BTU/hr watt} = 721,42 \text{ BTU/hr}$$

$$\text{Porcentaje} = (Q/Q_g) \times 100 = (14,5/721) \times 100 = 2,01\%$$

Como sabemos, el cálculo delineado anteriormente no es exacto pero éste nos puede indicar el calor máximo que podría generar por radiación; por lo tanto, el resultado indica por que el calor por radiación no lo consideramos. Caso distinto sería si tuviéramos en la base de la aleta 400 ó 500°F temperatura a la cual la radiación ya es necesario considerarla.

Ahora vamos a encontrar la eficiencia que habíamos tratado en el capítulo II Art. 12.

Efectividad según ecuación N.10 es igual:

$$E = J b/d$$

$$J = (4 b^2 + d^2)^{1/2} / 2 b$$

$$b = \text{altura de la aleta} = 2,375''$$

$$d = \text{base de la aleta} = 0,5''$$

Reemplazando en la ecuación anterior:

$$J = 1,0055$$

$$E = 1,0055 \times 2,375 / 0,5 = 4,776$$

De ecuación N. 12:

$$R = 3 e J/d$$

$$e = \text{espesor del tubo} = 0,1$$

$$R = 3 \times 0,1 \times 1,0055 / 0,5 = 0,6033$$

Estos valores nos indican que el tubo con la aleta transfiere 4,776 veces más calor que un tubo sin aleta y que la transferencia de calor por unidad de área del tubo con aleta es 0,6 veces la transferencia de calor por unidad de área del tubo sin aleta.

IV.c) COMPARACION Y DISCUSION DE RESULTADOS.- Una vez encontrados los valores teóricos y experimentales de  $h$  para distintas condiciones de velocidad y para aletas piramidales y parabólicas, vamos primero a encontrar el error y la desviación máxima que resultasen de nuestros cálculos, tanto teóricos como experimentales y luego encontrar el porcentaje de diferencia entre el valor de  $h$  encontrado entre uno y otro método.

Del análisis dimensional encontramos que la fórmula teórica experimental para encontrar  $h$  nos decían que esta fórmula tenía una desviación más 15% y menos 10% de su valor. Además, aquí en estos valores deben incluirse los errores que pudieron cometerse en la lectura de la velocidad, la cual, dado nuestros recursos de laboratorio de fluidos no es muy confiable para nuestros propósitos.

También se incurre en un error al pegar las termocuplas a la aleta, ya que la punta de la termocupla y el pegamento que sirve para unir la termocupla a la pared son de distintas propiedades con respecto a la aleta, dándonos una discontinuidad y formándonos una resistencia al enfriamiento de la pared y una lectura de temperatura mayor a la cual podría estar este punto de la aleta, que si no estuviera la termocupla y su pegamento.

También el coeficiente de conducción térmica  $k$  varía con la temperatura y éste también tiene unos valores de desviaciones.

La relación de todas estas desviaciones nos dan un error total en cada una de las lecturas y por consiguiente, un error en el resultado de  $h$ . Estos errores de todo el proceso están tabulados en la siguiente tabla:

$V$	$hT$	$h_{pir}$	$h_{par}$	$\% \text{ Dif. con } hT$	$h_{pir}$	$\% \text{ Dif. con } hT$
42,8	11,47	15,2	6,50	- 43,3	24,5	
50,7	12,26	16,8	6,77	- 44,8	27,0	
60,5	15,39	19,8	7,50	- 51,3	22,3	
74,0	18,30	21,7	8,87	- 51,7	15,7	
85,0	20,58	23,8	12,79	- 37,8	13,5	
95,7	22,63	25,7	13,46	- 40,5	11,9	
104,0	24,33	27,4	14,99	- 38,4	8,6	
120,0	27,47	31,9	16,50	- 39,9	13,9	
135,0	30,38	35,9	17,50	- 42,4	15,4	
148,0	32,70	40,0	21,00	- 35,9	18,1	
160,0	35,05	41,8	24,00	- 31,5	16,2	
171,0	36,96	43,7				
191,0	40,38	49,9				

$hT$  = coeficiente teórico

$h_{pir}$  = coeficiente obtenido en la aleta piramidal

$h_{par}$  = coeficiente obtenido en la aleta parabólica

$V$  = velocidad del aire

El  $hT$  coeficiente teórico tiene una desviación de más 15% y menos 10%, según la fórmula.

## V ANALISIS DE RESULTADOS

### V. a) COMPARACION DE ANALISIS TEORICOS VERSUS RESULTADOS OBTENIDOS.-

Como vemos en el artículo anterior, el porcentaje de diferencia entre los resultados obtenidos teóricamente y los resultados obtenidos experimentalmente es menor que las desviaciones positivas y negativas de las fórmulas teóricas experimentales, esto quiere decir que nuestros experimentos han resultado favorables a nuestros propósitos, por lo tanto, hemos comprobado que se cumple una vez más las fórmulas teóricas y por otra parte, el mecanismo por medio del cual hemos encontrado los resultados confiables. Refiriéndonos a los resultados obtenidos teóricamente, las desviaciones se producen por que como ya habíamos visto, en la convección forzada entran una serie de mecanismos difíciles de aislar y estudiarlos u- no a diferencia del proceso de transferencia de calor por conducción, el cual tiene una desviación media más pequeña.

En el análisis experimental nos valimos también de un análisis de la transferencia de calor por convección forzada, a través de una aleta para la cual hicimos algunas suposiciones que en realidad no son exactas, como por ejemplo: cuando supusimos que la conductibilidad térmica del material era constante, por consiguiente, no variaba con la temperatura, pero según la tabla N.4 vemos que este coeficiente si varía, por lo tanto, considerar esta variación nos traería el desarrollo de otra fórmula más exacta pero mucho más compleja.

Otro punto importante es la forma geométrica de la aleta parabólica, cuyas caras laterales son asumidas como rectas para medir su longitud, lo cual no es exacto.

También influye en la exactitud de la fórmula el hecho de que haya sido desechada la condición de borde que dice:

$$dT/dx(0) = 0$$

ya que el empleo de ésta nos traería consigo una indeterminación.

Para poder visualizar de qué manera nos altera el resultado el hacer esta omisión, nos valemos de la computadora analógica del Departamento de Ingeniería Eléctrica, lo cual nos da un gráfico de la solución, gráfico que consta en el anexo, en la figura N° 4 en el cual también podemos visualizar el comportamiento de la temperatura a lo largo de la aleta.

Así mismo, la adición de la termocupla a la pared de la aleta con un pegamento epoxídico, nos origina una capa de espesor pequeño el cual produce el efecto de resistencia al dejar enfriar la superficie con el aire que está a menor temperatura; por lo tanto, la temperatura verdadera de la superficie de la aleta debe estar obviamente a una temperatura menor a la obtenida en la lectura.

Los errores pueden ser en algunos casos medibles su desviación, pero en algunos otros casos estos errores resultan que no los podemos medir y en este caso solamente se puede concluir en que dirección afectan.

Todos estos factores afectan en el resultado de nuestro experimento, pero como sabemos, no se trata de encontrar un resultado perfecto sino un resultado que se ajuste a las necesidades de la Ingeniería.

A continuación vamos a graficar los resultados obtenidos de la velocidad versus el coeficiente de calor  $h$ , a partir de la ecuación que dice:

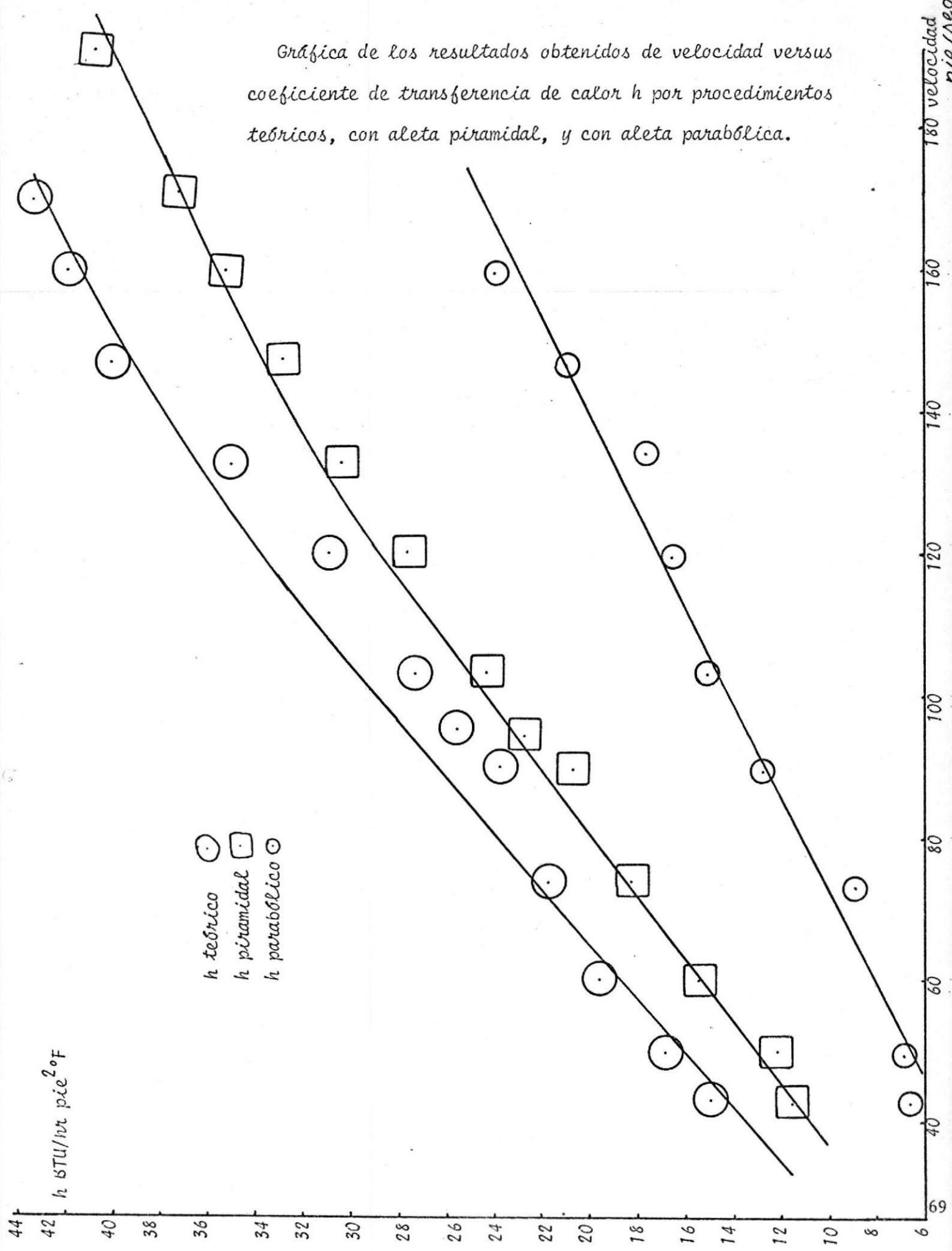
$$h D/k = 0,027 (D V \rho/u)^{0,8} (c u/k)^{1/3}$$

Esta ecuación parte del análisis dimensional y es un procedimiento semiempírico y está analizada en un capítulo anterior.

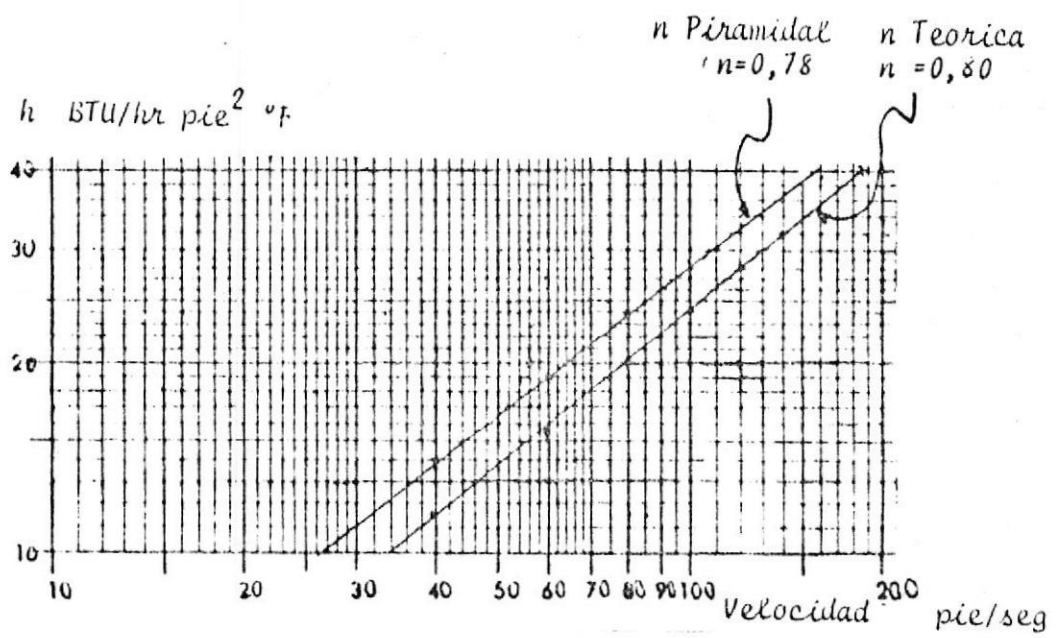
En la gráfica están incluidas la velocidad versus el coeficiente de transferencia de calor  $h$  obtenidas en la aleta piramidal y en la aleta parabólica a base de los datos que están tabulados en la tabla anterior.

En la siguiente página se encontrará un gráfico logarítmico de la velocidad versus el coeficiente  $h$ , por medio del cual encontramos los valores del exponente del número de Reynolds  $(D V \rho/u)^n$  que es igual a 0,8 en el procedimiento teórico-experimental y 0,78 en el procedimiento experimental de la aleta piramidal, resultados que nos reflejan la exactitud de las pruebas obtenidas en los experimentos.

Gráfica de los resultados obtenidos de velocidad versus coeficiente de transferencia de calor  $h$  por procedimientos teóricos, con aleta piramidal, y con aleta parabólica.

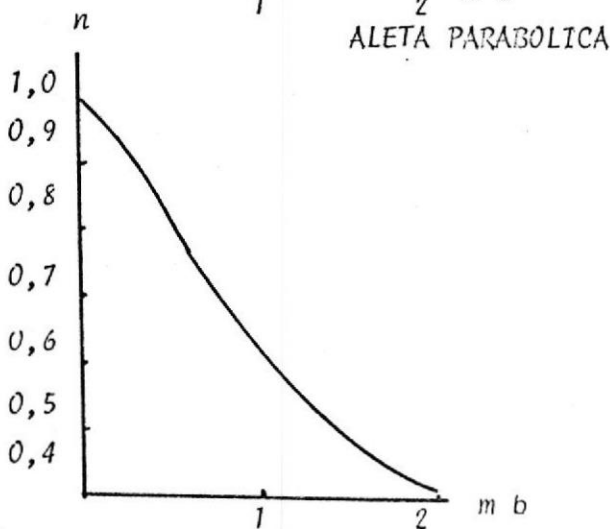
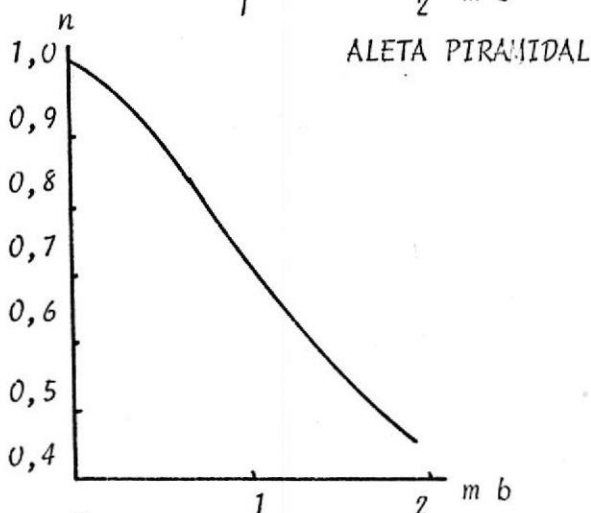
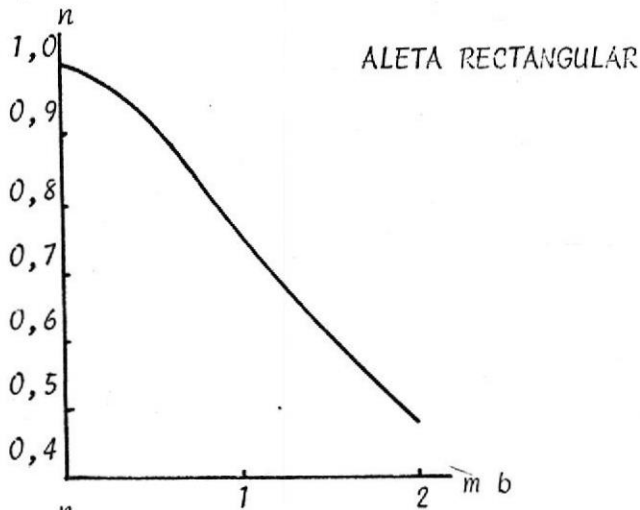


Cálculo de exponente  $n$  de la velocidad



V.6) CURVA DE EFICIENCIA ISOTERMICA.- Ahora, vamos a graficar las curvas de eficiencia de las aletas rectangular, piramidal y parabólica ya que éstas nos indican el comportamiento particular de cada una de ellas:

$$m^2 = 2 J h/k d$$



V. c) SOLUCIONES Y REFLEXIONES. - Una vez que hemos concluido el proceso de análisis y experimentación con las aletas axiales, podemos mencionar que las fórmulas desarrolladas por nosotros, con respecto a la aleta parabólica, es más adecuada que las otras mencionadas en los textos, ya que hemos hecho la demostración íntegra de las mismas.

También podemos indicar que bajo condiciones de máxima transferencia de calor, la eficiencia para la aleta parabólica es 0,5 que la transferencia de calor aumenta cuando incrementamos el área transversal de las aletas, según las fórmulas mencionadas; estas fórmulas que son producto de una derivación hecha por nosotros para el caso de la aleta parabólica y las copiadas para el caso de las aletas rectangulares y piramidales, nos sirven para optimizar el material.

Por otro lado, el método para encontrar h desarrollado por nosotros se hace por primera vez en la Politécnica y hasta ahora este coeficiente no ha sido evaluado ni siquiera por algún otro método, por lo cual, recomendamos sus usos para fines pedagógicos experimentales de laboratorio, ya que por otro lado se requiere de pocos equipos para poder realizar la experiencia y a un costo relativamente bajo.

Finalmente recomendamos la investigación de la transferencia de calor a través de un tubo que esté rodeado por aletas simulando un intercambiador de doble tubo a contra

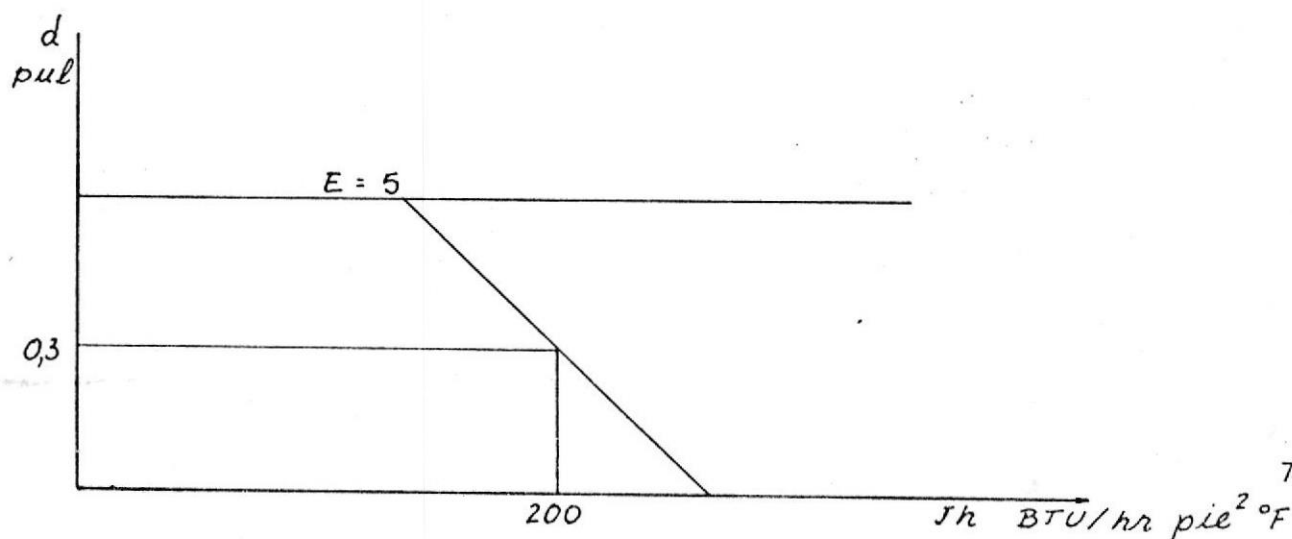
corriente, por medio de un equipo adicional, diseñado y construido por nosotros en el cual el fluido de trabajo puede ser recirculado, investigación que nos servirá para encontrar como afectan otros fenómenos y obtener relaciones completas para intercambiador con tubos aleteados.

A continuación vamos a dar un ejemplo de los múltiples usos que tiene la Fig. 1.

Si vamos a diseñar un intercambiador de calor por cuya coraza circula un fluido cualquiera con un coeficiente de transferencia de calor  $h = 200 \text{ BTU/hr pie}^2 \text{ } ^\circ\text{F}$ , y si disponemos de aluminio para los tubos y escogemos una efectividad de 5, o sea que vamos a transferir cinco veces calor más que si tuviéramos un tubo sin aletas; nos vamos a la figura N. 1 del apéndice y donde coincide la raya de la ecuación N. 10 para aluminio de efectividad  $E = 5$  con  $Jh$  200 leemos en la ordenada que la base  $d = 0,3''$ .

Para obtener la altura multiplicamos la efectividad  $E = 5$  por la base  $d = 0,3''$  que es igual altura  $b = 1,5''$ .

Abstracto de la Fig. N.1 del apéndice



V. d) LA ALETA AXIAL Y SUS CONCLUSIONES.- Como hemos podido comprobar con los resultados experimentales, las fórmulas que nos sirven de base para cualquier diseño son confiables y éstas nos reflejan lo siguiente:

1.- Que las aletas axiales, parabólicas y piramidales son más efectivas que las rectangulares en 50% y 40% respectivamente.

2.- Que la aleta parabólica es de 4% más efectiva que la piramidal.

3.- Que cuando la aleta parabólica se hace muy alta comparada con su base, ésta se vuelve estructuralmente más débil.

4.- Que la aleta piramidal es estructuralmente más fuerte que la parabólica.

5.- Que el uso de las aletas axiales se extiende a lo largo de todo rango razonable de  $h$ .

6.- Que recomendamos que el máximo valor de efectividad de la aleta parabólica no debe ser mayor que 10 o sea la cantidad de calor que disipa la aleta es 10 veces la cantidad de calor que disipa el tubo sin aleta, así como también, que la altura de la aleta es 10 veces su base.

7.- Que como indica las curvas del diseño, para las aletas parabólicas de acero se las puede utilizar hasta un máximo valor de  $h = 300$  unidades compatibles. Que las aletas de aluminio se las puede utilizar desde un

rango de  $h = 40$  hasta  $h = 1.000$  y el cobre lo podemos utilizar cuando el  $h$  varía entre el 300 y 8.000. Esto puede quedar al criterio del diseñador y nosotros pensamos que la parte primordial está en el gráfico y en las fórmulas que nos llevaron a confeccionarlo.

8.- Que nosotros recomendamos que la base de la aleta no sea mayor que 1", ya que si la hacemos más grande disminuye  $R$  que es igual a la relación de la transferencia de calor por unidad de área de la aleta comparada con una pared o tubo sin aleta.

9.- Que recomendamos el uso de las aletas por dentro y por fuera del tubo cuando no hay las restricciones debidas, como por ejemplo: fluidos obstruyentes.

10.- Que el uso de las aletas parabólicas nos significa un ahorro de material, ya que el uso de éstas nos transfiere más cantidad de calor que el perímetro de un tubo o la longitud de una pared, por consiguiente, para una misma necesidad de transferir una cantidad de calor, necesitamos menos cantidad de tubo o de pared.

11.- Que las fórmulas nos relacionan la cantidad de calor transferido, el  $h$  coeficiente de transferencia de calor por convección forzada, el  $k$  coeficiente de transferencia de calor por conducción, la configuración del área de la aleta parabólica son las antes mencionadas y que para su máxima optimización las ecuaciones que rigen el diseño son muy simples y, por lo tanto, accesibles a cualquier cálculo.

12.- Que recomendamos el uso y aplicación de las aletas axiales parabólicas y de las ecuaciones desarrolladas por nosotros en todo diseño donde se involucre la transferencia de calor.

VI) APENDICE

Tabla N. 1

T °F	$\rho$ lbm/pie <sup>2</sup>	C BTU/lbm °F	$u \times 10^5$ lbm/pie seg	$v \times 10^3$ pie <sup>3</sup> /seg	k BTU/hr pie °F	Pr
0	0,086	0,239	1,110	0,130	0,0133	0,73
32	0,081	0,240	1,165	0,145	0,0140	0,72
100	0,071	0,240	1,285	0,180	0,0154	0,72
200	0,060	0,241	1,440	0,239	0,0174	0,72
300	0,052	0,243	1,610	0,306	0,0193	0,71
400	0,046	0,245	1,750	0,378	0,0212	0,68

TABLA N. 2

Grados °F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0,391	0,413	0,435	0,457	0,479	0,501	0,523	0,545	0,567	0,589
60	0,611	0,634	0,656	0,678	0,700	0,722	0,745	0,767	0,789	0,812
70	0,834	0,857	0,879	0,902	0,924	0,947	0,969	0,992	1,014	1,037
80	1,060	1,082	1,105	1,128	1,151	1,173	1,196	1,219	1,242	1,265
90	1,288	1,311	1,334	1,357	1,380	1,403	1,426	1,449	1,472	1,495
100	1,518	1,542	1,565	1,588	1,611	1,635	1,658	1,681	1,705	1,728
110	1,752	1,775	1,799	1,822	1,846	1,869	1,893	1,917	1,940	1,964
120	1,988	2,011	2,035	2,059	2,083	2,107	2,131	2,154	2,178	2,202
130	2,226	2,250	2,274	2,298	2,322	2,347	2,371	2,395	2,419	2,443
140	2,467	2,492	2,516	2,540	2,565	2,589	2,613	2,638	2,662	2,687
150	2,711	2,736	2,760	2,785	2,809	2,834	2,859	2,883	2,908	2,933
160	2,958	2,982	3,007	3,032	3,057	3,082	3,107	3,131	3,156	3,181
170	3,206	3,231	3,256	3,281	3,307	3,332	3,357	3,382	3,407	3,432
180	3,458	3,483	3,508	3,533	3,559	3,584	3,609	3,635	3,660	3,686
190	3,711	3,737	3,762	3,788	3,813	3,839	3,864	3,890	3,916	3,941

Tabla de conversión de milivoltios a grados farenheit.

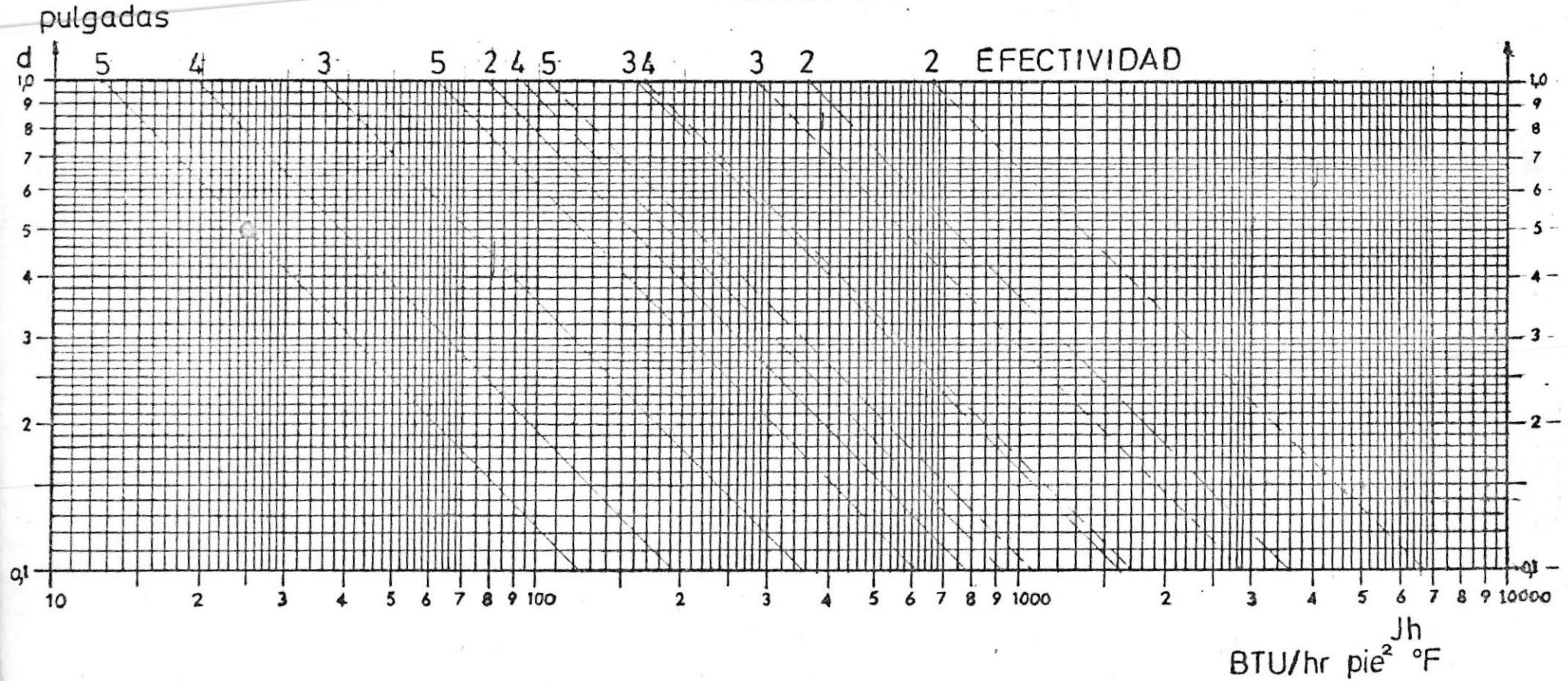
TABLA N. 3

Lectura en mm. de agua	Velocidad en pie/seg.
0,010	42,81
0,014	50,65
0,015	52,43
0,020	60,54
0,025	67,69
0,026	69,03
0,030	74,15
0,040	85,62
0,050	95,73
0,060	104,86
0,070	113,27
0,080	121,02
0,090	128,43
0,095	131,95
0,100	135,38
0,110	141,99
0,115	145,18
0,120	148,30
0,140	160,18
0,160	171,21
0,180	181,63
0,200	191,46

Tabla N. 4

	CONDUCTIVIDAD TERMICA k      BTU/hr pie°F			
	32°F	212°F	572°F	932°F
Hierro puro	35,8	36,6	.....	.....
Hierro colado				
Puro	33,0	31,8	27,7	24,8
Ligado	30,0	28,3	27,0	.....
Acero dulce 1% C.	26,5	26	25	22

FIGURA N°1



SIMBOLOGIA

- ecuacion N°9 para cobre
- ecuacion N°10 para aluminio
- ecuacion N°11 para acero
- ⊙ punto de diseño para la aleta axial parabolica

FIGURA N. 2

TEMPERATURA 3/4 DE BASE  
TEMPERATURA 1/4 DE BASE

TEMPERATURA  
EN LA BASE  $T_b$

TEMPERATURA EN  
EL AIRE  $T_f$

TEMPERATURA EN  
LA MITAD DE LA ALETA  
 $T_{1/2b}$

Resultados de la medición de la temperatura en la aleta parabólica.

Escala:

1 raya = 0,1 milivoltios

FIGURA N. 3

TEMPERATURA  
DEL ALIETE  $T_a$

TEMPERATURA  
EN LA BASE  $T_b$

TEMPERATURA  
EN LA MITAD DE LA ALETA  
 $T_{1/2b}$

Resultados de la medición de la temperatura en la aleta piramidal.

Escala:

10 rayas = 1 milivoltio

FIGURA N. 4

$$d^2T/dt^2 + dT/dt - m^2 b^2 T = 0$$

De ecuación N. 0

$$(2mb)^2 = 8$$

De ecuación N. 7

$$m^2 b^2 = 2$$

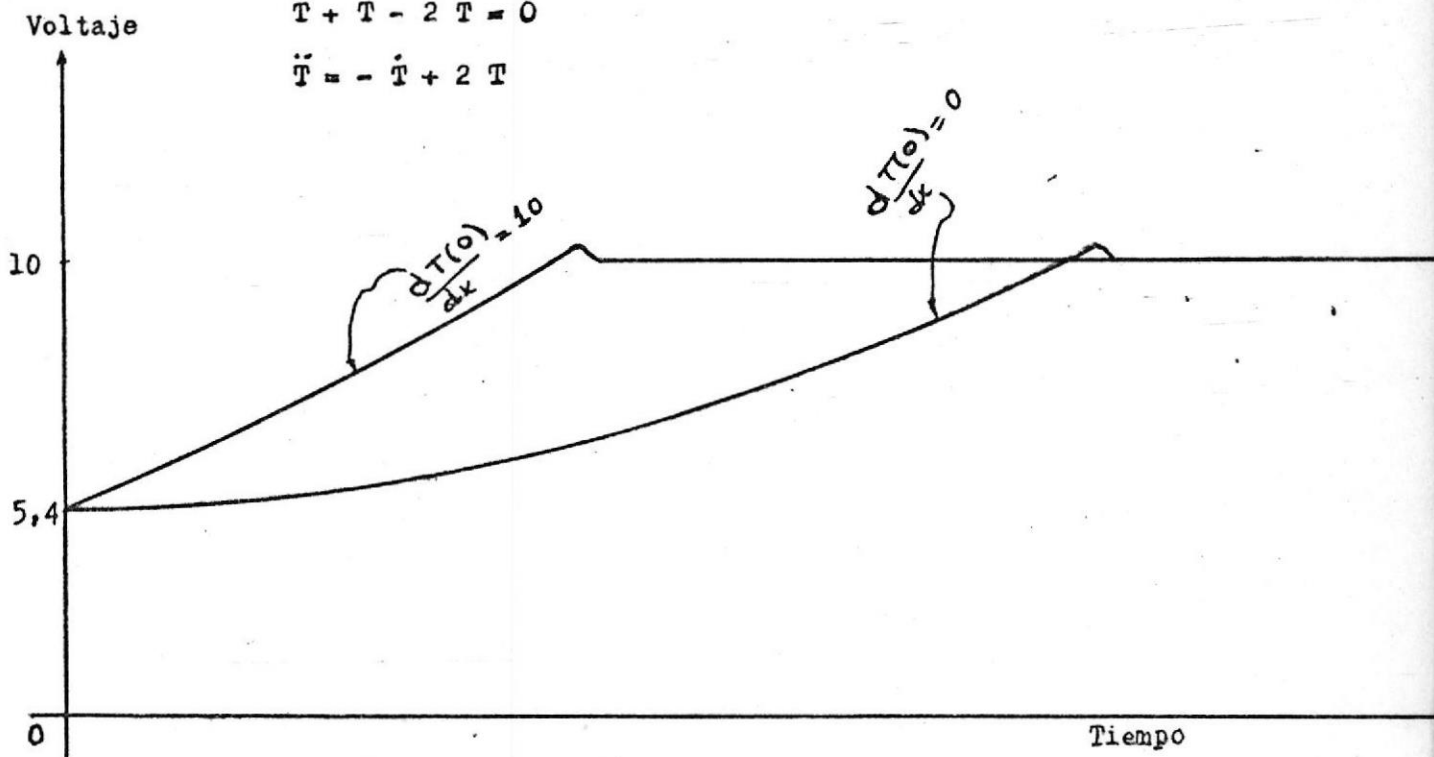
Ecuación N. 14

$$d^2T/dt^2 + dT/dt - 2T = 0$$

Reemplazando 14 en 0

$$\ddot{T} + \dot{T} - 2T = 0$$

$$\ddot{T} = -\dot{T} + 2T$$



Voltios	°R	°F
0	0	- 460
5,4	540	80
10	1000	540

Tiempo = Espacio/Velocidad

Tiempo  $\propto$  Espacio

°R = Voltaje x 100

RESULTADOS DE LA COMPUTADORA ANALOGICA

DEMOSTRACION DE FORMULA DE PAG. N° 21

$$x^2 \frac{d^2 T}{dx^2} + a x \frac{dT}{dx} + B T = 0$$

Por Euler  $\frac{d^2 T}{dt^2} + (a - 1) \frac{dT}{dt} + B T = 0$

Cuando  $x = e^t$

Demostración:

$$x = e^t \quad t = \ln x \quad dt/dx = 1/x \quad d^2 t/dx^2 = -1/x^2$$

$$dT/dx = (DT/Dt) (Dt/Dx) = 1/x (dT/dt)$$

$$d^2 T/dx^2 = (1/x) D(DT/Dt)/Dx = 1/x^2 (dT/dt)$$

$$D(dT/dt)/dx = D(dT/dt)/Dt (Dt/Dx) = (1/x) (d^2 T/dt^2)$$

$$d^2 T/dx^2 = (1/x^2) (d^2 T/dt^2) - (1/x^2) (dT/dt)$$

$$x^2 (1/x^2) (d^2 T/dt^2) - (1/x^2) (dT/dt) + a x (1/x) (dT/dt) + B T = 0$$

$$d^2 T/dt^2 - dT/dt + a dT/dt + B T = 0$$

$$d^2 T/dt^2 + (a - 1) dT/dt + B T = 0$$

D = Derivada Parcial.

VI.d) REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1.- DONALD Q. KERN  
PROCESOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR  
C.E.C.S.A. 9a. Impresión
- 2.- FRANK KREITH  
PRINCIPIOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR  
Herrero Hnos. 2a. edición
- 3.- P.J.SCHNEIDER  
CONDUCTION HEAT TRANSFER  
Addison-Wesley Publishing Company, 1.955
- 4.- GENERAL ELECTRIC  
Heat Transfer Manual  
1a. edición 1.979
- 5.- M. JAKOB  
HEAT TRANSFER  
John Willy and Sons, Inc.
- 6.- E.R.G. ECKERT-R  
INTRODUCTION TO THE TRANSFER OF HEAT AND MASS.
- 7.- G.E. MYERS  
ANALITICAL METHODS IN CONDUCTION HEAT TRANSFER  
Mc. Graw Hill, Inc. 1.971