

4. Transforme la ecuación diferencial

(15 puntos)

$$x^3 y'''' - x^2 y''' + 2xy'' - 2y = x^3, x > 0$$

en una ecuación diferencial de coeficientes constantes utilizando la sustitución $x = e^t$ y resuélvala.

CRITERIO	NOTA
Expresar y, y', y'' y y''' en función de la variable t .	2
Sustituir las expresiones anteriores en la ED original y obtener la ED de coeficientes constantes	3
Resolver la ecuación homogénea	4
Determinar la solución particular por el método de coeficientes indeterminados	4
Expresar la solución general.	2

5. Resuelva la ecuación diferencial $(x-1)y'' - xy' + y = 0$ expresando la solución general en serie de potencias alrededor del punto ordinario $x_0=0$ y determinando una expresión general para las dos soluciones linealmente independientes. (10 puntos)

CRITERIO	NOTA
Expresar y, y' y y'' como series de potencias	1.5
Sustituir las series en la ED y agrupar términos semejantes	2
Determinar condiciones de los coeficientes	2
Evaluar los coeficientes hasta determinar una expresión general	2
Sustituir los coeficientes y reconocer la serie correspondiente a una función elemental	1.5
Expresar la solución general	1

6. Resuelva el siguiente problema:

(15 puntos)

Un objeto con masa de 2kg se deja caer desde el reposo y bajo la influencia de la gravedad, de una plataforma ubicada a 30m sobre el agua. Después de que el objeto golpea el agua, comienza a hundirse, con la gravedad atrayéndolo hacia abajo y una fuerza de flotación empujándolo hacia arriba. Si la fuerza de flotación es la mitad del peso y la fuerza debido a la resistencia del aire o del agua es proporcional a la velocidad instantánea del objeto con constantes de proporcionalidad de 10 Ns/m en el aire y 100 Ns/m en el agua. Determine la velocidad del objeto 1 minuto después de ser lanzado (use el valor de la aceleración de la gravedad $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

CRITERIO	NOTA
Ilustrar el problema gráficamente en el aire y en el agua	2
Especificar condiciones iniciales en el aire y en el agua	2
Resolver la ED en el aire	4
Resolver la ED en el agua	4
Evaluar condiciones (ED en el agua y en el aire), determinar el tiempo que toma contacto el objeto con el agua y evaluar la velocidad del objeto a los 60 segundos	2
Especificar la solución del problema	1