

3. (15 puntos)

Un resorte en espiral es estirado 1m. por un peso de 4N. Se coloca en el extremo del resorte un cuerpo de 1Kg. de masa, se lo desplaza 3 m. por debajo de la posición de equilibrio y se lo suelta desde el reposo. En el instante $t=2\pi$ seg. se golpea el cuerpo con un martillo hacia abajo proporcionando a la masa un impulso de 8N, determine:

a. la ecuación del movimiento del cuerpo.

b. la posición de cuerpo en los instantes $t=\pi$ seg. y $t=\frac{9\pi}{4}$ seg.

$$k = \frac{4N}{1m} \Rightarrow m x'' + kx = f(t), \quad x(0) = 3$$

$$\Rightarrow x'' + 4x = 8 \delta(t - 2\pi), \quad x'(0) = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}[x''] + 4\mathcal{L}[x] = 8\mathcal{L}[\delta(t - 2\pi)]$$

$$\Rightarrow [s^2 x(s) - s x(0) - x'(0)] + 4[x(s)] = 8 e^{-2\pi s}$$

$$s^2 x(s) - 3s + 4x(s) = 8 e^{-2\pi s}$$

$$\Rightarrow (s^2 + 4)x(s) = 8 e^{-2\pi s} + 3s$$

$$x(s) = \frac{8}{s^2 + 4} e^{-2\pi s} + \frac{3s}{s^2 + 4}$$

$$x(t) = 4 \sin^2(t - 2\pi) \cos(t - 2\pi) + 3 \cos(2t)$$

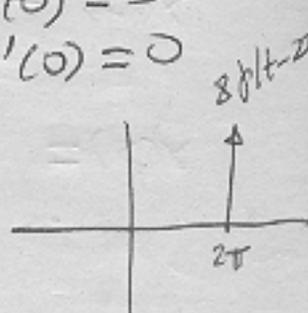
$$x(t) = \begin{cases} 3 \cos(2t) & 0 \leq t < 2\pi \\ 4 \sin^2(t - 2\pi) + 3 \cos(2t) & t \geq 2\pi \end{cases}$$

$$b) x(\pi) = 3 \cos(2\pi) = \underline{3 \text{ m}}$$

$$x\left(\frac{9\pi}{4}\right) = 4 \sin^2\left(\frac{9\pi}{4} - 2\pi\right) + 3 \cos\left(2\left(\frac{9\pi}{4}\right)\right)$$

$$= 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3 \cos\left(\frac{9\pi}{2}\right)$$

$$\underline{x\left(\frac{9\pi}{4}\right) = 4 \text{ m}}$$



Handwritten signature or mark.