Examen

Escuela Superior Politécnica del Litoral

Instituto de Ciencias Matemáticas

Primera Evaluación de Matemáticas Discretas

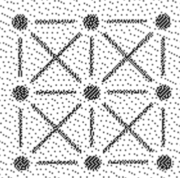
10 de Julio del 2008

Nombre: Firma: Paralelo:

1. (15 pts) Califique como verdaderas $\mathbb{V}$ o falsas $\mathbb{F}$ las siguientes proposiciones. Justifique sus respuestas.
   a) (5 pts) Sean $a, b, n \in \mathbb{Z}^+$. Si $a + b$ es par, entonces $a^n + b^n$ es par.
   b) (5 pts) Sea $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Si $\mathcal{R}$ es la relación definida en X por: $a\mathcal{R}b$ *ssi* $a = b$, entonces R es una relación de orden.
   c) (5 pts) Existe un $n \in \mathbb{N}$ tal que: el número de aristas de $K_{n,2n}$ es igual al número de aristas de K_{3n}.

2. (10 pts) Considere los números enteros no negativos menores a un millón.
   a) (4 pts) ¿Cuántos números hay tales que en sus cifras tienen exactamente dos nueves y un uno?
   b) (3 pts) ¿Cuántos números hay tales que en sus cifras aparece al menos un nueve?
   c) (3 pts) Respecto a la suma de las cifras de un número, ¿Se puede asegurar que al menos existe una suma que se repite en 10000 números? Justifique su respuesta.

3. (10 pts) Considere el siguiente grafo G:



   a) (4 pts) ¿Cuál es la cantidad mínima de aristas que se debe añadir a G, para que en el grafo resultante exista un circuito euleriano? Justifique su respuesta y muestre el grafo resultante.
   b) (3 pts) ¿Cuál es la cantidad máxima de aristas que se pueden quitar a G, para que el grafo resultante sea conexo? Justifique su respuesta y muestre el grafo resultante.
   c) (3 pts) Determine el grafo complemento de G.

4. (15 pts) Sea $X = \{2, 3, 5, 6, 15, 30\}$. En X se definen las siguientes relaciones:
   $\mathcal{R}$: $a\mathcal{R}b$ *ssi* $a|b$ $\qquad$ $\mathcal{S}$: $a\mathcal{S}b$ *ssi* $a \equiv b\,(mod\,4)$.
   a) (3 pts) Determine el diagram de Hasse de $\mathcal{R}$.
   b) (2 pts) Determine las clases de equivalencia de $\mathcal{S}$.
   c) (5 pts) Determine el grafo asociado a $\mathcal{R} \cap \mathcal{S}$.
   d) (5 pts) Determine la matriz asociada a $\mathcal{R} \cup \mathcal{S}$.