a) Explique por qué los supuestos establecidos implican que la probabilidad markoviana se cumple para la evolución del clima.

b) Formule la evolución del clima como una cadena de markov mediante la definición de sus estados y la construcción de su matriz de transición (de un paso).

5. (20 puntos) Se dice que el estado i **"se comunica"** con el estado j y se denota (i <-> j) si (i -> j) y (j -> i), esto forma una relación de equivalencia (reflexiva, simétrica y transitiva). Con esto se puede construir clases de equivalencia desde una matriz de transición, de tal forma que todas las clases sean mutuamente excluyentes y la unión de todas ellas es igual al conjunto de estados. Por ejemplo:

Sea:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Clases: C1={0}, C2={1,2}, C3={3}

En cada clase de equivalencia todos sus elementos se **comunican** (i <-> j).

Si todos los estados de una matriz de transición de una cadena de Markov se comunican entre sí, se dice que la cadena es **irreducible.**

a) ¿Es la matriz Q irreducible?

b) Escriba las clases de equivalencia de la matriz de transición C a continuación.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

c) Dibuje el diagrama de transición de la matriz Q y C.

Extra Point (5 puntos): Calcular la varianza de la variable discreta X del problema 2.