

Efrén Jacome

## Avanzadas

Nombre

e-mail

Son cuatro los temas; cada uno vale 20 puntos. Con los deberes se completa la calificación de 100.

Lee con atención cada tema y procura hacer lo que te piden, todo lo que te piden, y nada más de lo que te piden.

!Buena suerte!

1.- Sea  $\lambda$  una raíz de la función de Bessel  $J_p(x)$ ; esto es,  $J_p(\lambda) = 0$ . Demostrar que la derivada de la función en  $\lambda$  es diferente de cero; esto es,  $J'_p(\lambda) \neq 0$ .

2.- A partir de la función  $f(x)$  y manualmente, calcula la **convolución**  $f * f(x)$ . Grafica luego el resultado (manualmente) desde -10 hasta +10.

La función  $f(x)$  es igual a cero para todo  $x < -1$ ;  $1+x$ , para todo  $x$  comprendido entre -1 y 0;  $1-x$ , para todo  $x$  comprendido entre 0 y 1, y por último, 0, para todo  $x$  mayor a 1.

3.- Escribe un programa en Matlab para verificar que la función  $J_{10}(x)$  es la solución de la ecuación diferencial de Bessel. Calcula las derivadas de la función de Bessel con la mayor precisión posible y grafica luego la función  $f(x)$  entre 0 y 100:

$$f(x) = (x.^2) .* J''_{10}(x) + x .* J'_{10}(x) + (x.^2 - 100) .* J_{10}(x);$$

Es obvio que si todo está bien, la función  $f(x)$  debe salir 0 en todas partes.

4.- Desarrolla en serie de Fourier Legendre la función  $f(x) = \sin(\pi \cdot x)$  entre -1 y +1. Para eso, escribe un programa en Matlab y toma para eso veinte sumandos de la serie. Luego, grafica en la misma lámina la función y la suma parcial de la serie.

Si todo está bien, los dos gráficos deben coincidir.