Curso Práctico de Bioestadística Con Herramientas De Excel

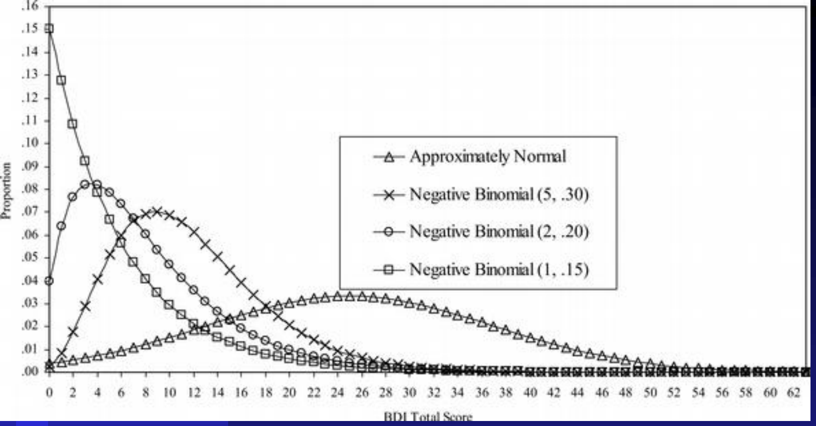
Fabrizio Marcillo Morla MBA

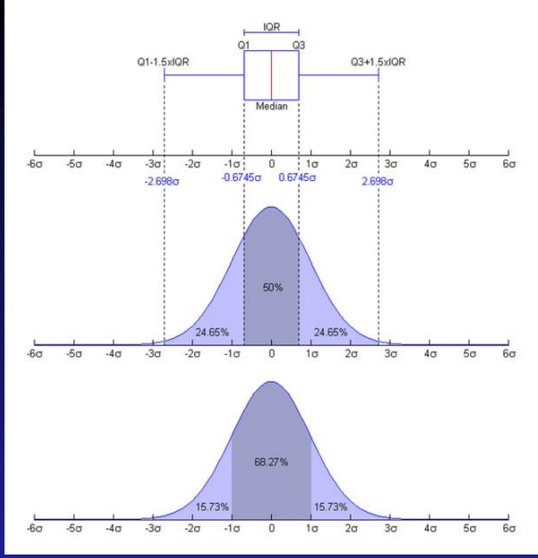
barcillo@gmail.com
(593-9) 4194239

Fabrizio Marcillo Morla

- Guayaquil, 1966.
- BSc. Acuicultura. (ESPOL 1991).
- Magister en Administración de Empresas. (ESPOL, 1996).
- Profesor ESPOL desde el 2001.
- 20 años experiencia profesional:
  - Producción.
  - Administración.
  - Finanzas.
  - Investigación.
  - Consultorías.

Otras Publicaciones del mismo autor en Repositorio ESPOL



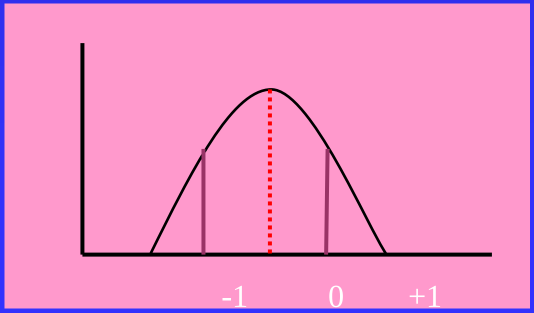


Capitulo 2

Distribuciones de Probabilidad

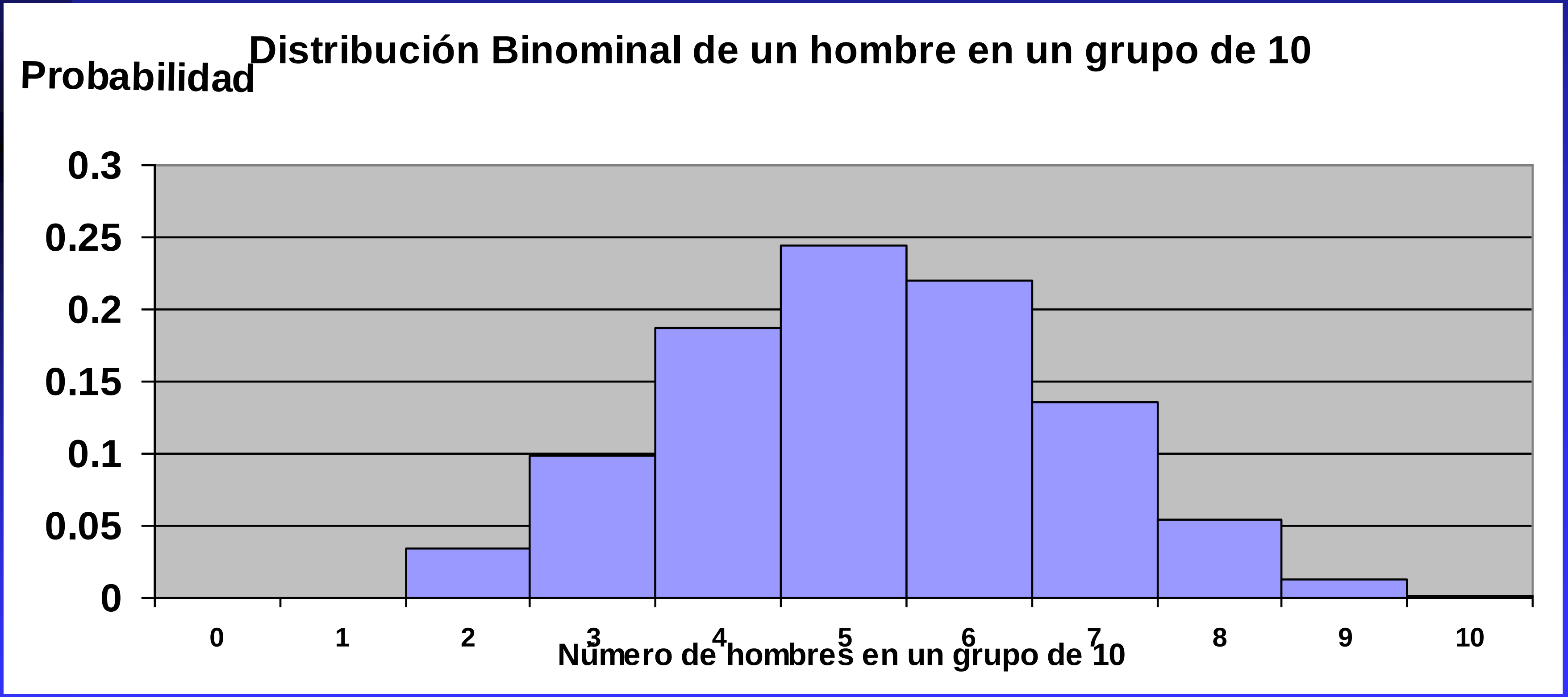
Distribución de Probabilidad

- Una distribución o densidad de probabilidad de una variable aleatoria x es la función de distribución de la probabilidad de dicha variable
  - Área de curva entre 2 puntos representa la probabilidad de que ocurra un suceso entre esos dos puntos.
- Distribuciones probabilidad pueden ser discretas o continuas, de acuerdo al tipo de.
- Hay infinidad distribuciones probabilidad, (1 c/población), pero hay ciertas distribuciones “modelo”:
  - Normal
  - Binomial
  - Ji-cuadrado
  - "t" de Student,
  - F de Fisher



Distribución binominal

- Describe la probabilidad de una variable dicotómica independiente.



Utilidad

- Se utiliza en situaciones cuya solución tiene dos posibles resultados.
  - Al nacer un/a bebé puede ser varón o hembra.
  - En el deporte un equipo puede ganar o perder.
  - Un tratamiento médico puede ser efectivo o inefectivo.
  - Vivo / muerto; enfermo / sano; verdadero / falso
  - Prueba múltiple 4 alternativas: correcta o incorrecta.
  - Algo puede considerarse como Éxito o Fracaso
- “Experimentos de Bernoulli”
- Usos:
  - Estimación de proporciones
  - Pruebas de hipotesis de proporciones

Propiedades de un experimento de Bernoulli

1. En cada prueba del experimento sólo hay dos posibles resultados: Éxitos o Fracasos.

2. El resultado obtenido en cada prueba es independiente de los resultados obtenidos en pruebas anteriores.

3. La probabilidad de un suceso (**p**) es constante y no varía de una prueba a otra.

4. La probabilidad del complemento (1- p) es **q** .

- Si repetimos el experimento n veces podemos obtener datos para armar una distribución binomial.

La Distribución Binomial

- Ejemplo distribución probabilidad discreta.
- Formada por serie experimentos Bernoulli.
- Resultados de cada experimento son mutuamente excluyentes.
- Para construirla necesitamos:
  1. La cantidad de pruebas n
  2. La probabilidad de éxitos p
  3. Utilizar la función matemática $P(x=k)$.

La función P(x=k)

Función de la distribución de Bernoulli:

$$P(x=k) = \frac{n!}{k! * (n-k)!} * p^k * (1-p)^{n-k}$$

- k = número de aciertos.
- n = número de experimentos.
- p = probabilidad de éxito, como por ejemplo, que salga "cara" al lanzar la moneda.
- 1-p = “q”

- Excel =DISTR.BINOM(k , n, p, ***acumulado***)
  - Acumulado = falso : solo para x=k
  - Acumulado = Verdadero : para x≤k
- Ejercicio03 - DistribucionBinomial.xlsx

Ejemplo 1

- ¿Probabilidad de obtener 6 caras al lanzar una moneda 10 veces?
- El número de aciertos k es 6. Esto es x=6
- El número de experimentos n son 10
- La probabilidad de éxito p = 0.50
- La fórmula quedaría:

$$P\,(x=6) \;=\; \frac{10\,!}{6\,!\,*\,(10-6)\,!}\;*\,0{,}5^{6}\,*\,(1-0{,}5)^{10-6}$$

- P (k = 6) = 0.205
- Es decir, que la probabilidad de obtener 6 caras al lanzar 10 veces una moneda es de 20.5% .

Ejemplo 2

- ¿Probabilidad de obtener cuatro veces el número 3 al lanzar un dado ocho veces?
- El número de aciertos k es 4. Esto es x=4
- El número de experimentos n son 8
- Probabilidad de éxito p = 1/6 (0.1666)
- La fórmula queda:

$$P(x=4) = \frac{8!}{4! * (8-4)!} * 0{,}166^4 * (1-0{,}166)^{8-4}$$

- P (k = 4) = 0.026
- Es decir, probabilidad de obtener cuatro veces el números 3 al tirar un dado 8 veces es de 2.6%.

Tabla o Excel?

Supongamos que lanzamos al aire una moneda trucada. Con esta moneda la probabilidad de obtener cara es del 30%. La probabilidad que salga cruz será, pues, del 70%. Lanzamos la moneda 10 veces de manera consecutiva. Si queremos calcular la probabilidad de que observemos 6 caras o menos nos fijamos en la tabla: localizamos n=10, x=6, p=0.3 y buscamos la intersección: 0.9894

		P									
N	**X**	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9987	0,9957	0,9888	0,9750	0,9502	0,9102
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9986	0,9962	0,9909	0,9805
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9992	0,9980
10	0	0,5987	0,3487	0,1969	0,1074	0,0563	0,0282	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1	0,9139	0,7361	0,5443	0,3758	0,2440	0,1493	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2	0,9885	0,9298	0,8202	0,6778	0,5256	0,3828	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3	0,9990	0,9872	0,9500	0,8791	0,7759	0,6496	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719
	4	0,9999	0,9984	0,9901	0,9672	0,9219	0,8497	0,7515	0,6331	0,5044	0,3770
	5	1,0000	0,9999	0,9986	0,9936	0,9803	0,9527	0,9051	0,8338	0,7384	0,6230
	6	1,0000	1,0000	0,9999	0,9991	0,9965	0,9894	0,9740	0,9452	0,8980	0,8281
	7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9984	0,9952	0,9877	0,9726	0,9453
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9995	0,9983	0,9955	0,9893
	9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9990
11	0	0,5688	0,3138	0,1673	0,0859	0,0422	0,0198	0,0088	0,0036	0,0014	0,0005
	1	0,8981	0,6974	0,4922	0,3221	0,1971	0,1130	0,0606	0,0302	0,0139	0,0059
	2	0,9848	0,9104	0,7788	0,6174	0,4552	0,3127	0,2001	0,1189	0,0652	0,0327
	3	0,9984	0,9815	0,9306	0,8389	0,7133	0,5696	0,4256	0,2963	0,1911	0,1133
	4	0,9999	0,9972	0,9841	0,9496	0,8854	0,7897	0,6683	0,5328	0,3971	0,2744
	5	1,0000	0,9997	0,9973	0,9883	0,9657	0,9218	0,8513	0,7535	0,6331	0,5000
	6	1,0000	1,0000	0,9997	0,9980	0,9924	0,9784	0,9499	0,9006	0,8262	0,7256
	7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9988	0,9957	0,9878	0,9707	0,9390	0,8867

Media, Varianza, y Desviación Estandar en Distribución Binomial

$$\mu = n \cdot p$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

Ejemplo

- Al adivinar al azar un examen de 100 preguntas multiples, cada una con 4 posibles respuestas:

$$\mu = 100 \cdot \tfrac{1}{4} = 25$$

$$\sigma^2 = 100 \cdot \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{3}{4} = 18.8$$

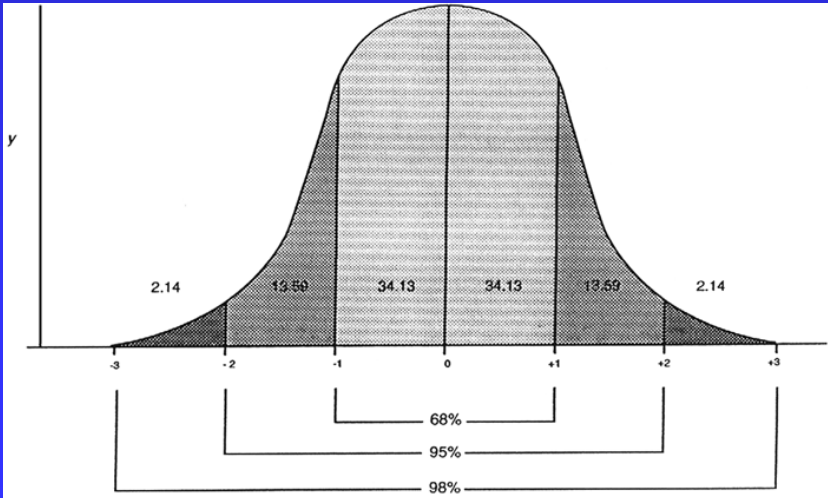
$$\sigma = \sqrt{100 \cdot \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{3}{4}} = 4.3$$

En resumen

- La distribución binomial se forma de una serie de experimentos de Bernoulli
- La media (μ) en la distribución binomial se obtiene con el producto de n x p
- La varianza (σ^2) en la distribución binomial se obtiene del producto de n x p x q.
- El valor de q es el complemento de p y se obtiene con 1 – p.

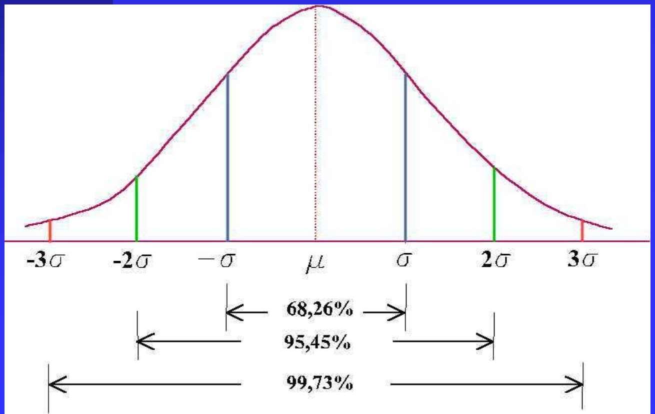
Distribución Normal

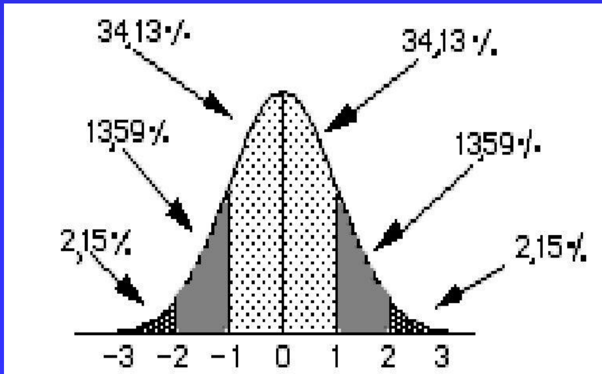
- Descubierta en 1733 por el francés Moiure, descrita también por Laplace y Gauss (sinónimo de la forma gráfica de esta distribución).
- Importancia práctica de esta distribución teórica:
  - Muchos fenómenos distribuidos suficientemente Normal que distribución es la base de gran parte de la teoría estadística usada por los biólogos.
  - Distribución de promedios.
  - Distribución de errores.



Características D. Normal

- Área bajo la curva entre 2 puntos representa probabilidad que ocurra un hecho entre esos dos puntos
- Su dominio va de menos infinito a más infinito;
- Es simétrica con respecto a su media;
- Tiene dos colas y es asintótica al eje x por ambos lados;
- El valor del área debajo de toda la curva es igual a 1;
- El centro de la curva está representado por la media poblacional (μ).
- Para cualquier curva normal, el área de $-\sigma$ a $+\sigma$ es igual a 0.6827; de -2σ a $+2\sigma$ de 0,9545 y de -3σ a $+3\sigma$ de 0,9973;
- Distribución muestreal de varios estadísticos, como $\bar{x}$ es normal e independiente de distribución de la población.

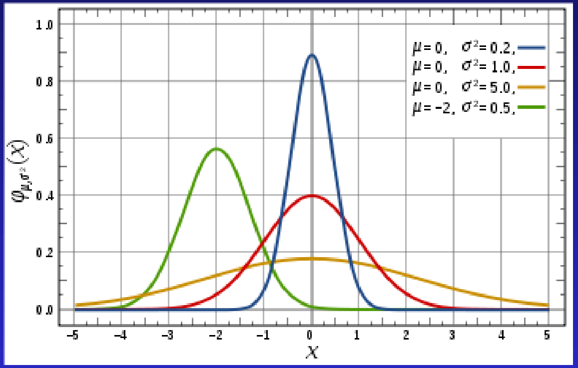




D. Normal Tipificada (estandarizada)

- Distribución especial que representa a todas las variables aleatorias normales y que es la distribución de otra variable normal llamada Z:

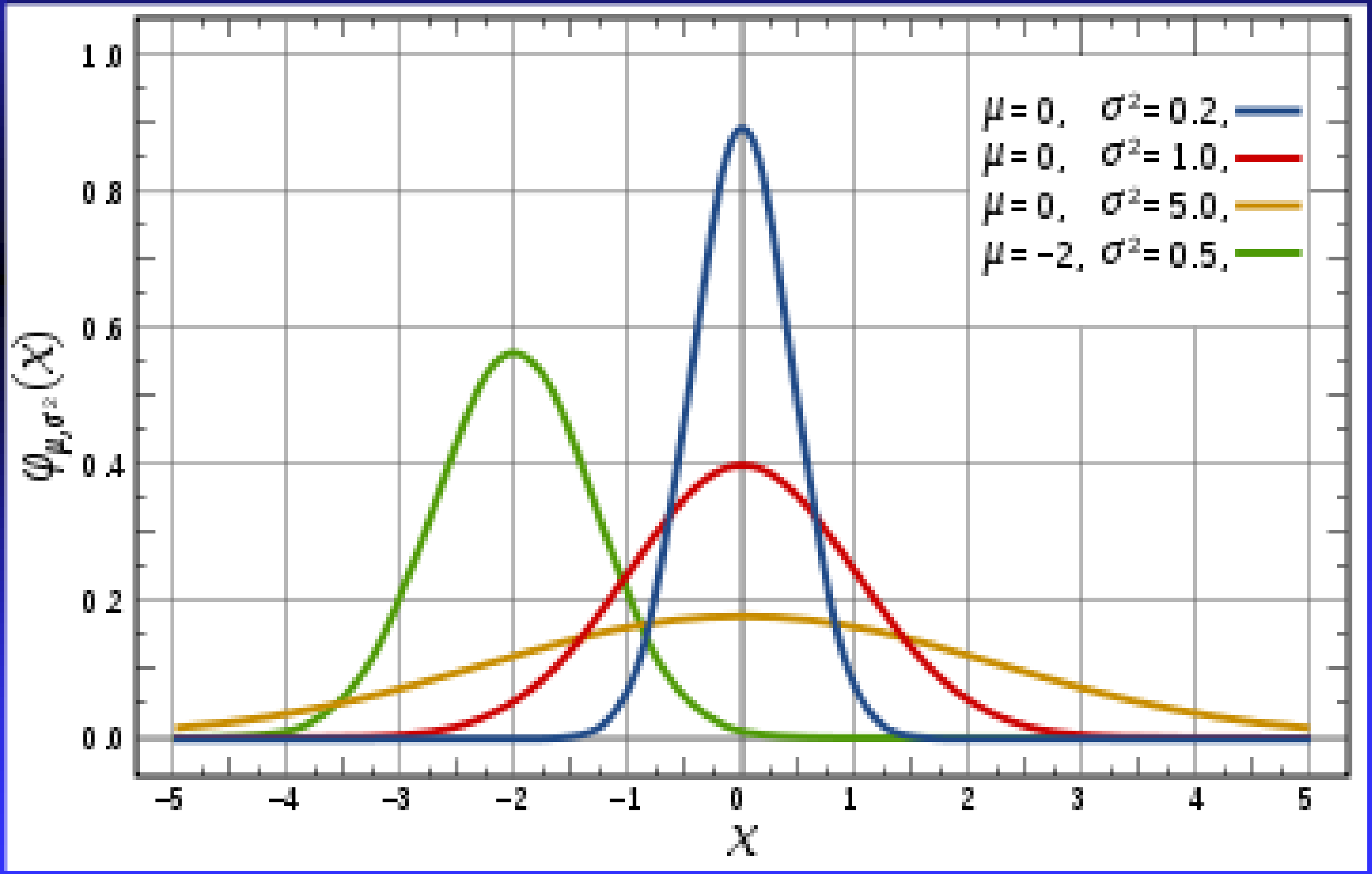
$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



- =NORMALIZACION(x;media;desv_estándar)
- Z se la conoce como variable aleatoria estandarizada.
- Esta función se caracteriza por tener media igual a cero y desviación tipificada igual a uno : N(0,1)
- Representa a todas las distribuciones Normales. Igual densidad de probabilidad, si medimos desviaciones de media en base a σ.
- Valores obtenidos de tabla Normal válidos para todas las distribuciones Normal de media = μ y varianza $=\sigma^2$.

Densidad de Probabilidad

- N (0,1) y N(μ ,σ^2)



Probabilidad Acumulada

- N (0,1) y N(μ ,σ^2)

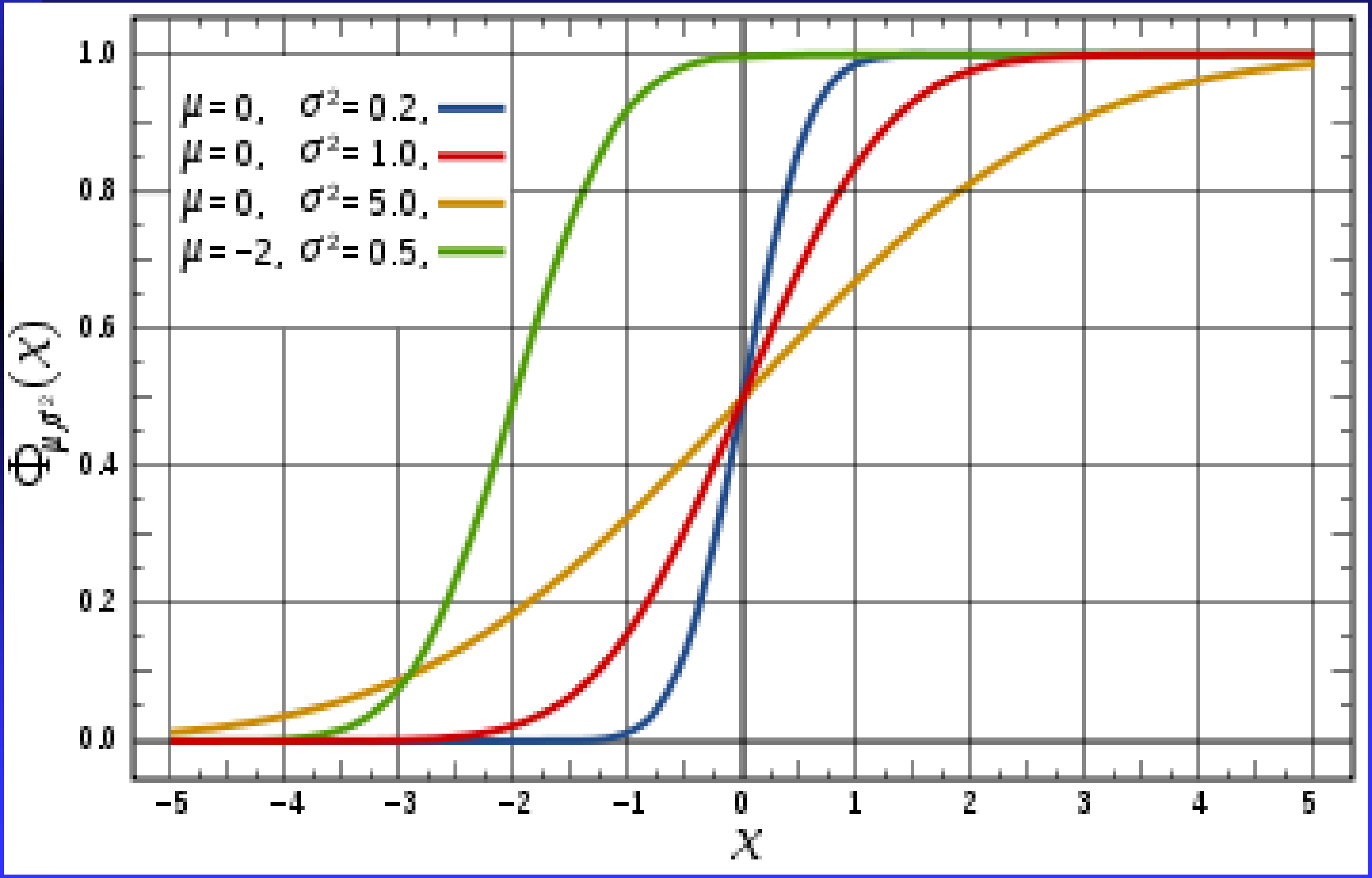
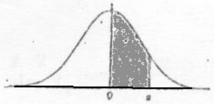


Tabla Distribución Z

TABLA # 1

Función de distribución Normal $Z_{(z)}$

Areas bajo la curva normal tipificada de 0 a z



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000

=DISTR.NORM.ESTAND(Z)

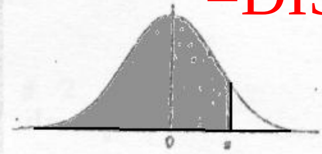


TABLA 3

Función de distribución normal

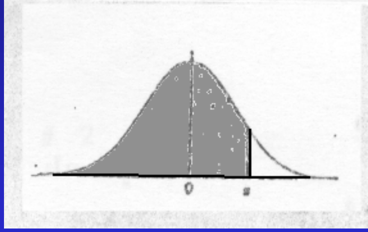
$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-(1/2)t^2}\, dt$$

De -∞ a Z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998									
4.0	0.99997									
5.0	0.9999997									
6.0	0.999999999									

Uso de Tabla Distribución Z

- Para determinar la probabilidad de ocurrencia de un suceso entre 2 puntos debemos determinar el área bajo la curva entre dichos puntos.
- Depende tipo de tabla. Usaremos tabla de -∞ a X, ya que da la probabilidad acumulada al igual que Excel.
- Existen otros tipos de tabla
    - 0 a X, X a ∞, etc.
    - Debemos razonar siempre como determinar el área.

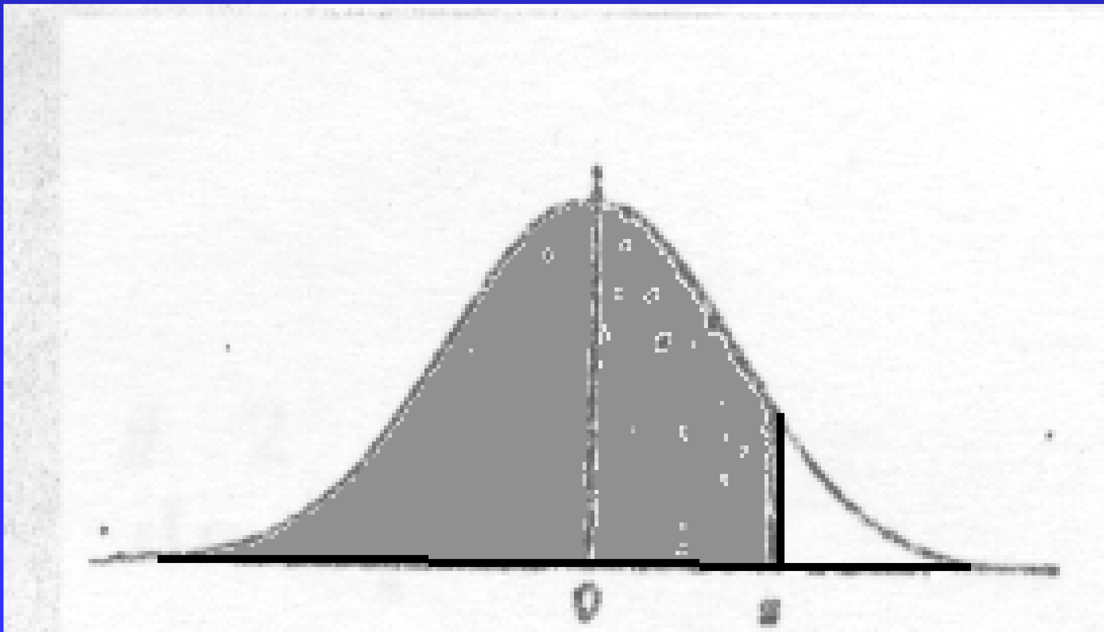


- En nuestra tabla, para determinar P(-∞ a X) o P(Z ≤ X):
    1. Buscamos en la columna izquierda de la tabla el valor del entero y primer decimal
    2. Buscamos en la fila superior el valor del segundo decimal,
    3. Interceptamos ambos valores obteniendo el valor de P.
    4. Interpretamos este valor

Probabilidad Normal Excel

=DISTR.NORM.ESTAND(Z)

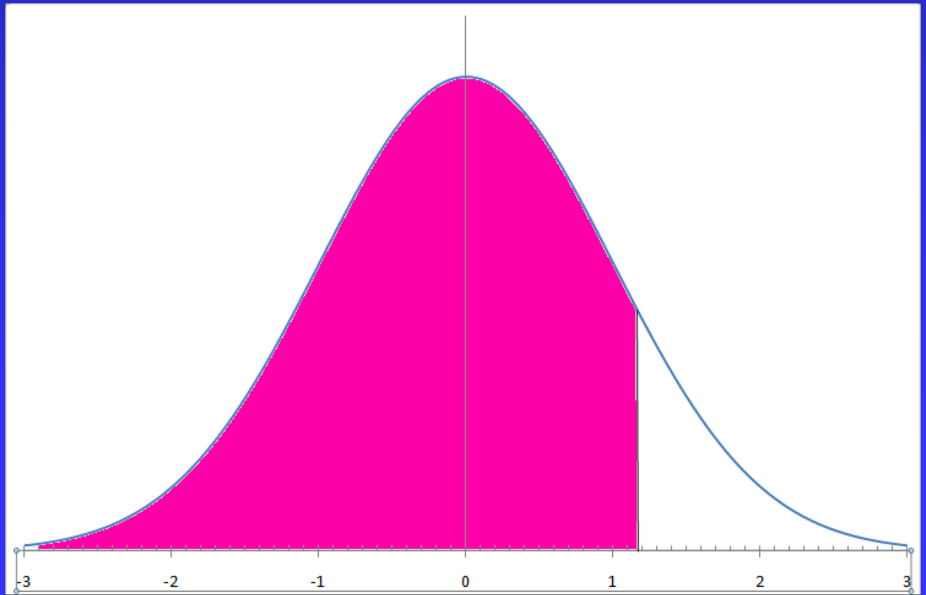
- Devuelve la función de distribución normal estándar acumulativa. La distribución tiene una media de 0 (cero) y una desviación estándar de uno. Use esta función en lugar de una tabla estándar de áreas de curvas normales
- Ejercicio 03 - DistribucionNormal.xlsx



Uso Tabla Normal Estándar (a)

Obtenga la probabilidad de que Z obtenga los siguientes valores:

- **P ($Z \leq$ 1.17)**
  - Buscamos en la columna izquierda de la tabla el valor 1.1, y en la primera fila el valor 0.07, interceptamos ambos valores obteniendo el valor de 0.8790, que es el valor que buscábamos:



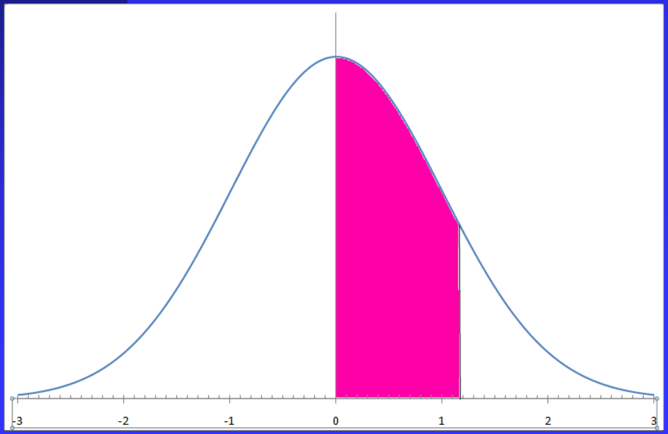
Uso Tabla Normal Estándar (b)

- **$P(0 \leq Z \leq 1.17)$**
  - Esto lo podemos escribir de la siguiente forma también:

    $P(Z \leq 1.17) - P(Z \leq 0)$

  - El primer término lo conocemos, por que lo resolvimos en el literal a.
  - Para el segundo término sabemos que la distribución normal es simétrica y que su área total es igual a 1, por lo tanto el área que hay de $-\infty$ a 0 ($P(Z \leq 0)$) es igual a $1/2 = 0.5$.
  - Por lo que el valor que buscábamos estará dado por:

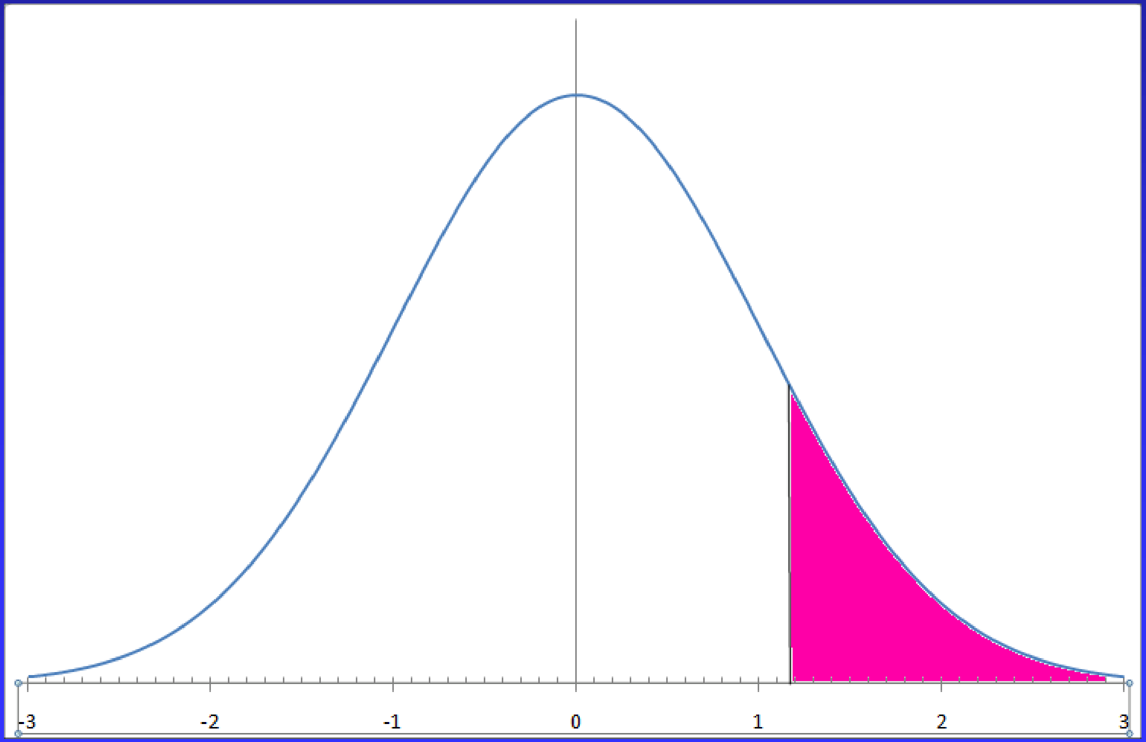
    $P(0 \leq Z \leq 1.17) = 0.879 - 0.5 = 0.379$



Uso Tabla Normal Estándar (c)

- **P(Z ≥ 1.17)**
  - Sabiendo que el área total bajo toda la curva Normal de -∞ a +∞ es igual a 1, y conociendo el valor del área de -∞ a 1.17, el valor del área de 1.17 a +∞ será:

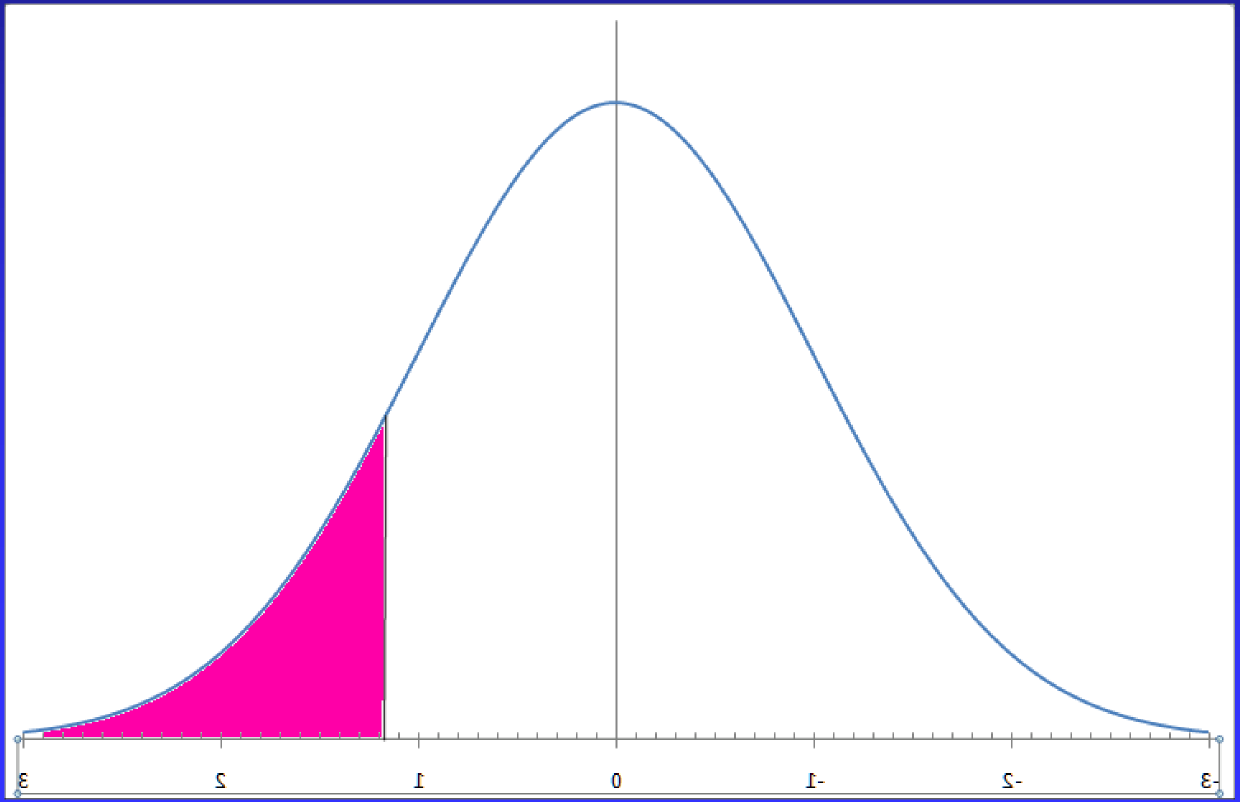
1 - P(Z ≤ 1.17) = 1 - 0.879 = 0.121



Uso Tabla Normal Estándar (d)

- **P(Z ≤ -1.17)**
  - Como estamos tratando con una curva simétrica, este valor será el mismo que el del literal c:

P(Z ≤ -1.17) = P(Z ≥ 1.17) = 0.121

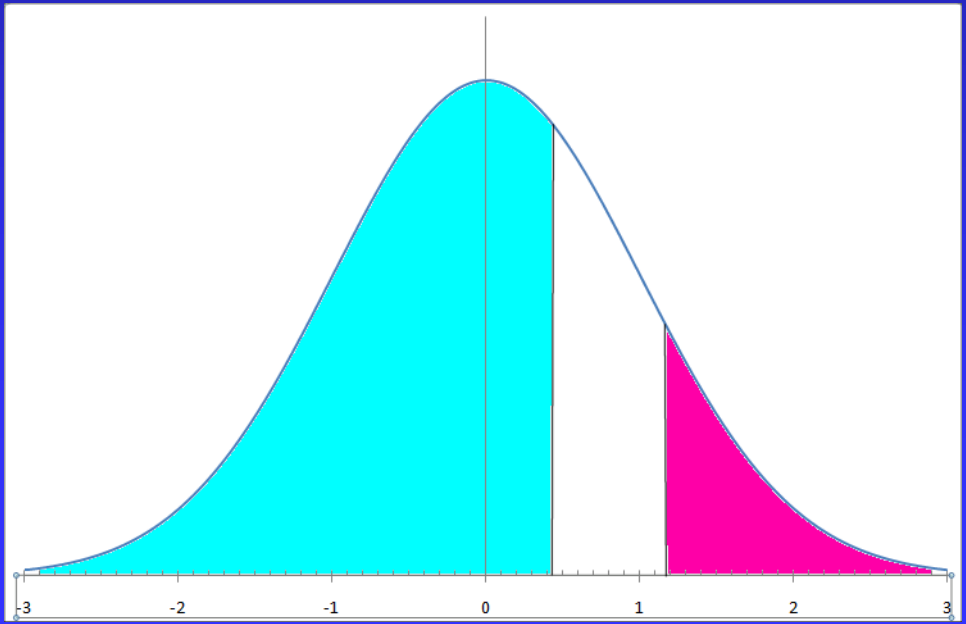


Uso Tabla Normal Estándar (e)

- **$P(0.42 \leq Z \leq 1.17)$**
  - Al igual que en el literal b, esto lo podemos escribir como:

    $P(Z \leq 1.17) - P(Z \leq 0.42)$.
  - El primer valor lo conocemos, el segundo lo encontramos en la tabla de la misma forma:

$P(Z \leq 1.17) – P(Z \leq 0.42)= 0.879-0.6628= 0.2162$

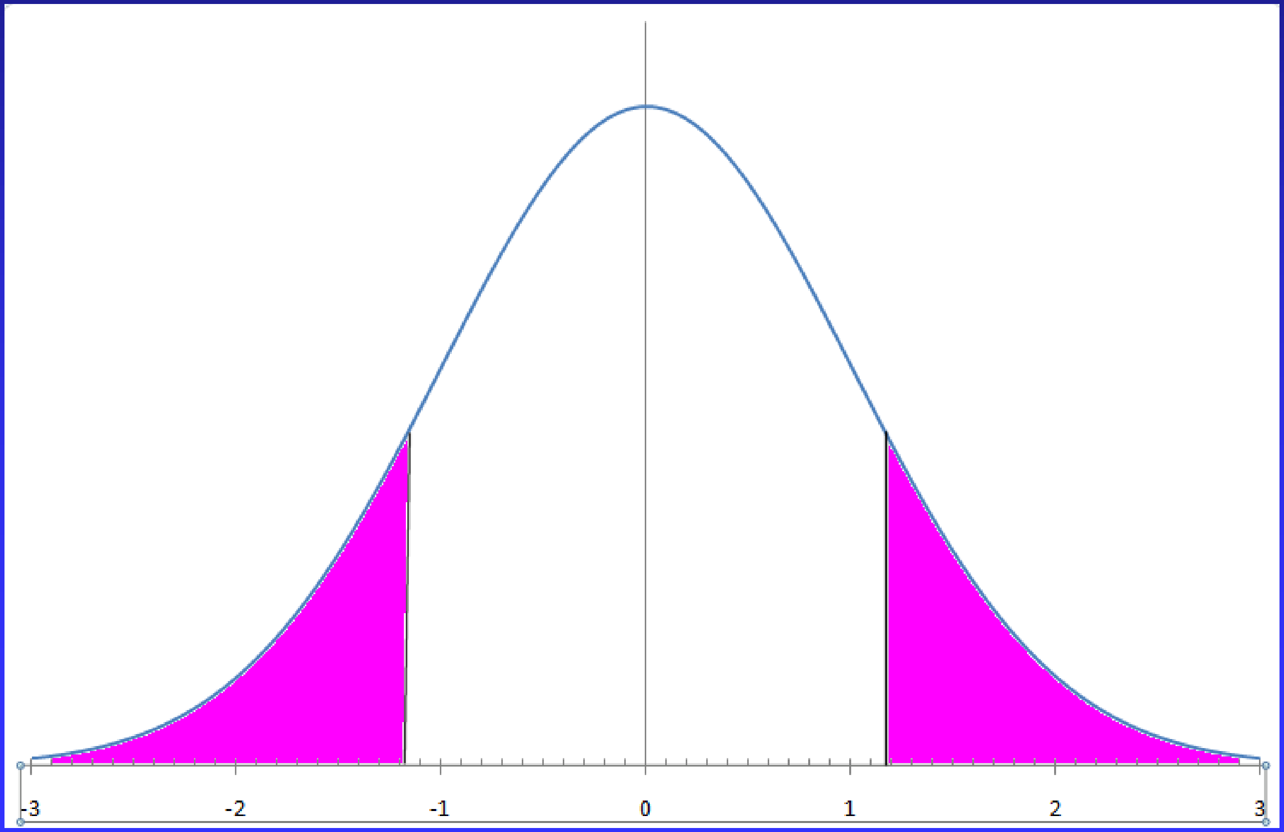


Uso Tabla Normal Estándar (f)

h) **$P(|Z| \geq 1.17)$**

- Determinar el área de $-\infty$ a -1.17 y de 1.17 a $+\infty$. Como la curva es simétrica, simplemente multiplicamos el valor de $P(Z \geq 1.17)$ del literal c por 2:

$$P(|Z| \geq 1.17) = 2 \times P(Z \geq 1.17) = 2 \times 0.121 = 0.242$$



Uso Tabla Normal Estándar (g)

i) **P(|Z| ≤ 1.17)**

- Área dada por 1 menos valor literal h, ya que el valor total del área es igual a 1:

$P(|Z| \le 1.17) = 1 - P(|Z| \ge 1.17) = 1 - 0.242 = 0.758$

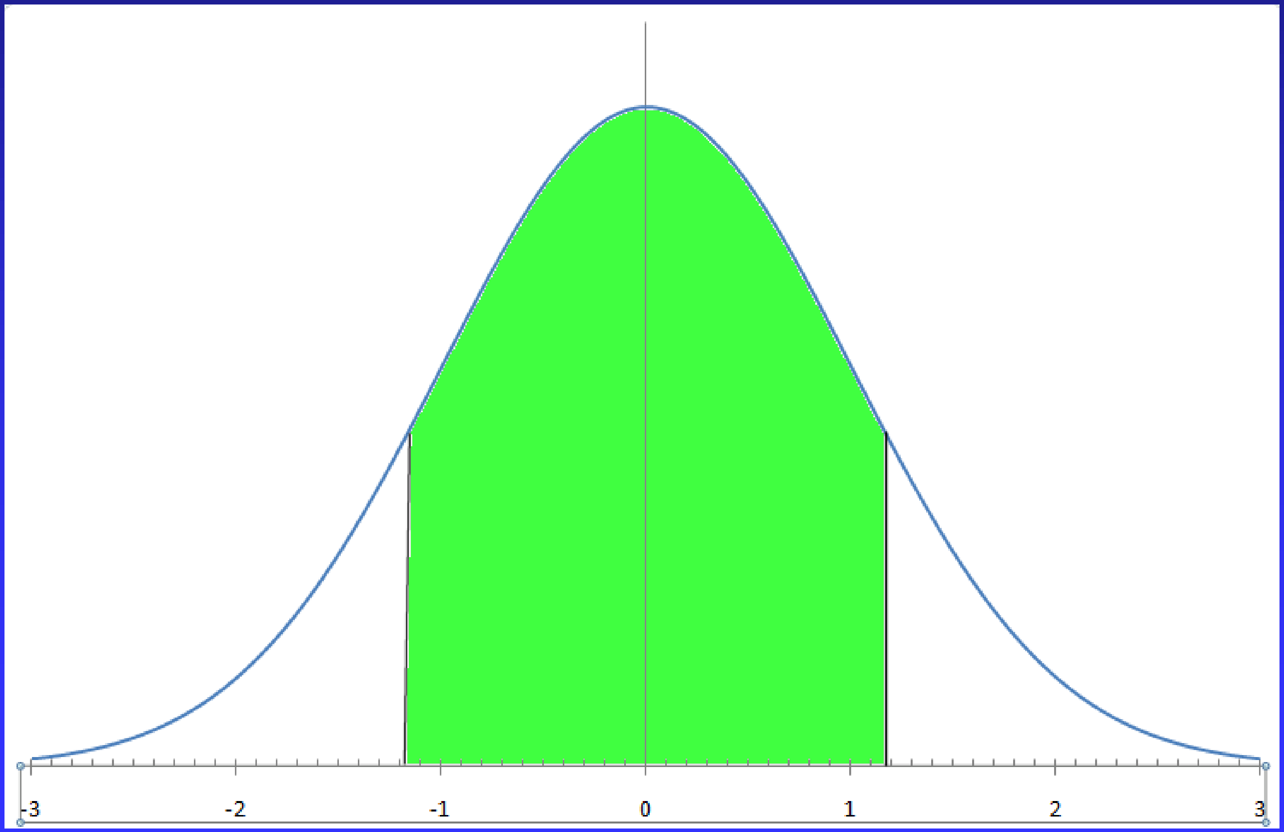
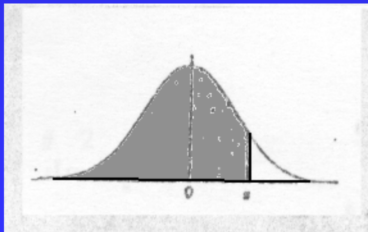


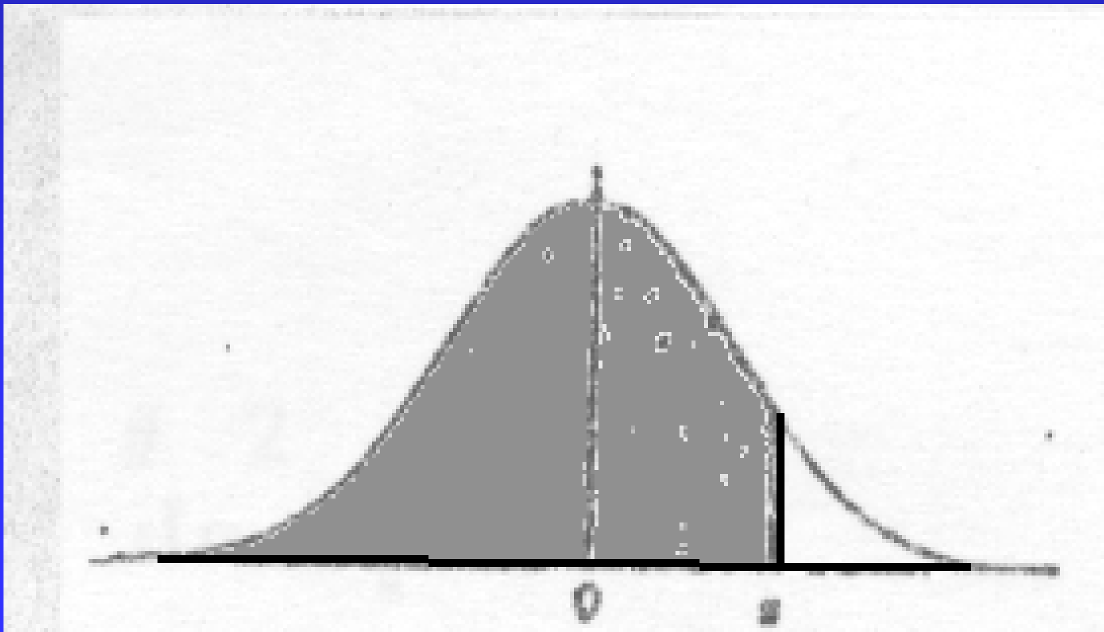
Tabla Distribución Z Inversa

- Otro caso diferente para el cual podemos utilizar la tabla es para encontrar el valor de Z después del cual se encuentra un α x 100 % del área de la curva.
- Esto equivale a decir buscar el valor de Z cuya probabilidad de ser mayor sea 100 x α %, o en su defecto que su probabilidad de ser menor sea de (1-α)x100 %



Inverso Normal Excel

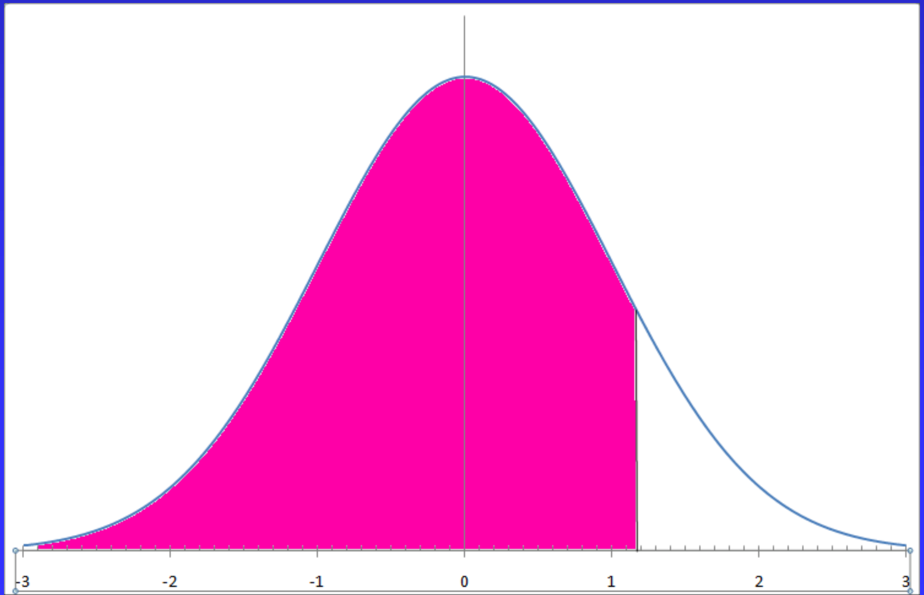
- =DISTR.NORM.ESTAND.INV(probabilidad)
- Devuelve el inverso de la distribución normal estándar acumulativa. Calcula el valor de Z en donde el área de la curva a su izquierda es igual a la probabilidad buscada.
- Se calcula con base en iteraciones, y el grado de precisión puede variar.



Inverso Tabla Normal(0,1) (a)

- **Hallar el valor de Z antes del cual se encuentra el 0.879 del área de la curva**
  - Buscamos en el cuerpo de la tabla el valor correspondiente a 0.8790. Vemos en la columna que corresponde al valor 1.1, y en la primera fila el valor a 0.07, lo que nos da

$$Z(1-0.879)=1.17$$



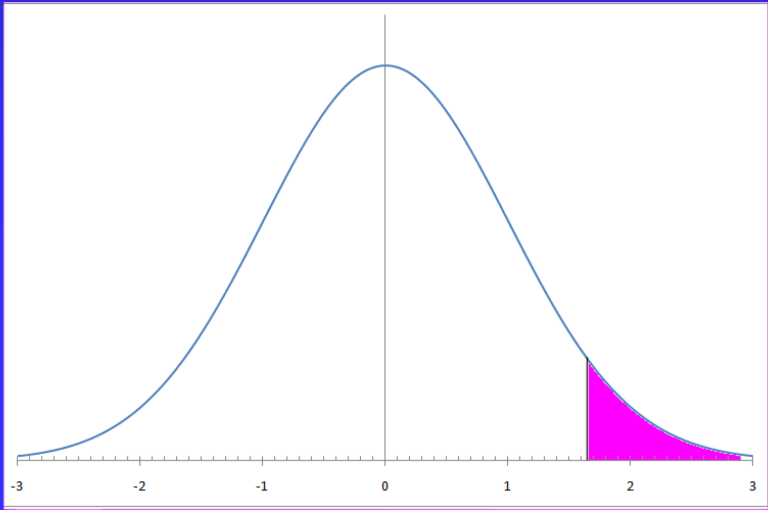
Inverso Tabla Normal(0,1) (b)

- **Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 5% del área de la curva:**
  - **Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.05$**
  - **Esto equivale a decir buscar el valor de Z tal que:**

$$P(Z \geq x) = 0.05$$

  - **Buscamos en la tabla el valor de 1 - 0.05 = 0.95**
  - **Este se encontraría en la fila correspondiente a 1.6, entre los valores de las columnas 4 (0.9495) y 5 (0.9505), interpolamos 4.5, y Z sería igual a 1.645.**

$$Z_{(0.05)} = 1.645$$



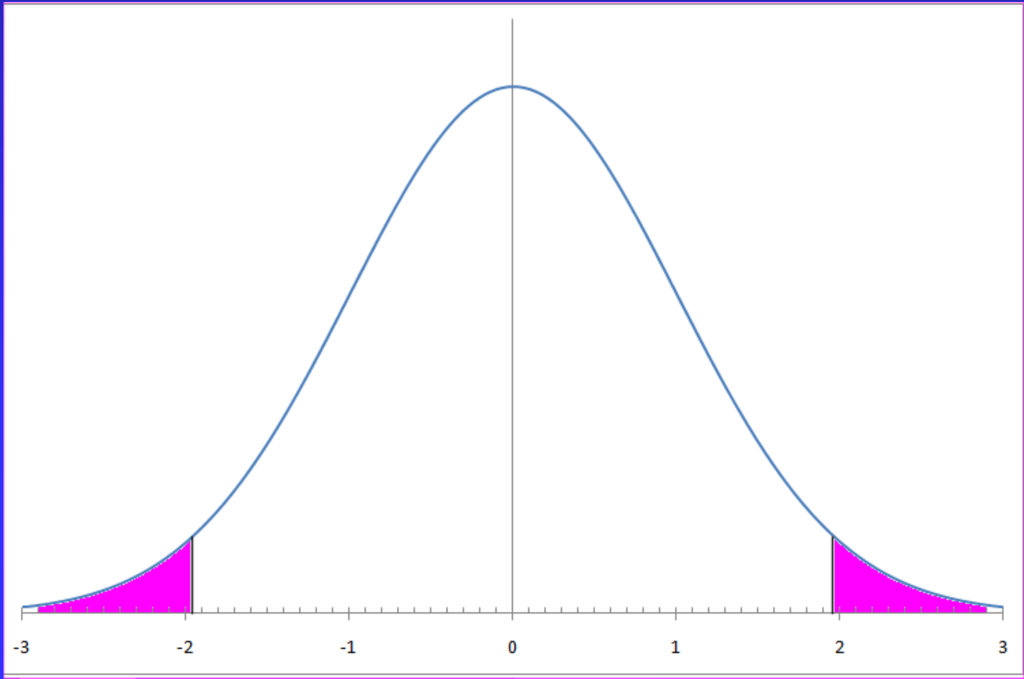
Inverso Tabla Normal(0,1) (c)

- **Hallar el valor de Z tal que el área sobre el mas el área bajo -Z sea igual a 0.05:**
  - **Esto equivale a decir buscar el valor de Z tal que:**

$$P(|Z| \geq x) = 0.05$$

  - **Como es una curva simétrica: $\alpha/2$ = 0.05/2=0.025**
  - **Buscamos en la tabla el valor de 1 - 0.025 = 0.95**

$Z_{(0.025)} = 1.96$



Inverso Tabla Normal(0,1)

- **(d) Hallar el valor de Z después del cual se encuentra el 1% del área de la curva:**
  - **Esto corresponde a un valor de $\alpha = 0.01$**
  - **En Excel =DISTR.NORM.ESTAND.INV(0.99)**

  $Z_{(0.01)} = 2.326$

- **(e) Hallar el valor de Z tal que el área sobre el mas el área bajo -Z sea igual a 0.01:**
  - **Como es una curva simétrica: $\alpha/2 = 0.01/2 = 0.005$**
  - **En Excel =DISTR.NORM.ESTAND.INV(0.995)**

  $Z_{(0.005)} = 2.576$

  Buscar en la tabla para comprobar

Distribución Normal (μ, σ)

- Esto Ok! para curva N (0,1) pero y si queremos usarlo en población natural con $\mu \neq 0$ y $\sigma \neq 1$?
- No hay problema! Tipificamos valor de x en nuestra distribución Normal con fórmula:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- Y procedemos a buscar la probabilidad para este valor determinado.
- Z no es más que el número de desviaciones estándares a la que se encuentra x de μ.

Tipificar en Excel

- = NORMALIZACION(x,μ,σ)
  - Valor normalizado de distribución caracterizada por los argumentos media y desv_estándar : $Z = (\bar{x} - \mu)/\sigma$
- =DISTR.NORM(x,μ,σ, Verdadero)
  - Calcula probabilidad de que un valor se encuentre bajo x en una distribución N(μ,σ): $P(Z \leq x)$
- DISTR.NORM.INV(P, μ,σ)
  - Devuelve el valor x abajo del cual se encuentra el Px100% del área de la curva para una distribución N(μ,σ).

Ejercicio

a) Encontrar la probabilidad que al muestrear una piscina con una población Normal con peso μ=5g y σ^2=4 encontremos un valor > 7.78g.

- Como $\sigma^2=4$, entonces $\sigma = 2$.
- Calculamos el valor de Z:

$$Z = \frac{7.78 - 5}{2} = 1.39$$

- Y luego calculamos la probabilidad de que Z sea mayor a este valor en la tabla:

$$P(Z \geq 1.39) = 1\text{-}0.9177=0.0823$$

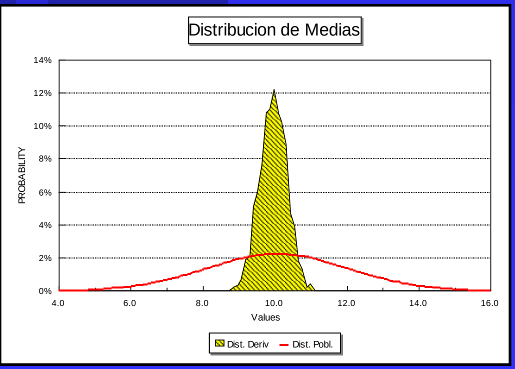
- En Excel lo podemos hacer directo o por pasos

b) En la misma piscina calcular entre que valores de peso se encuentra el 95% de la población

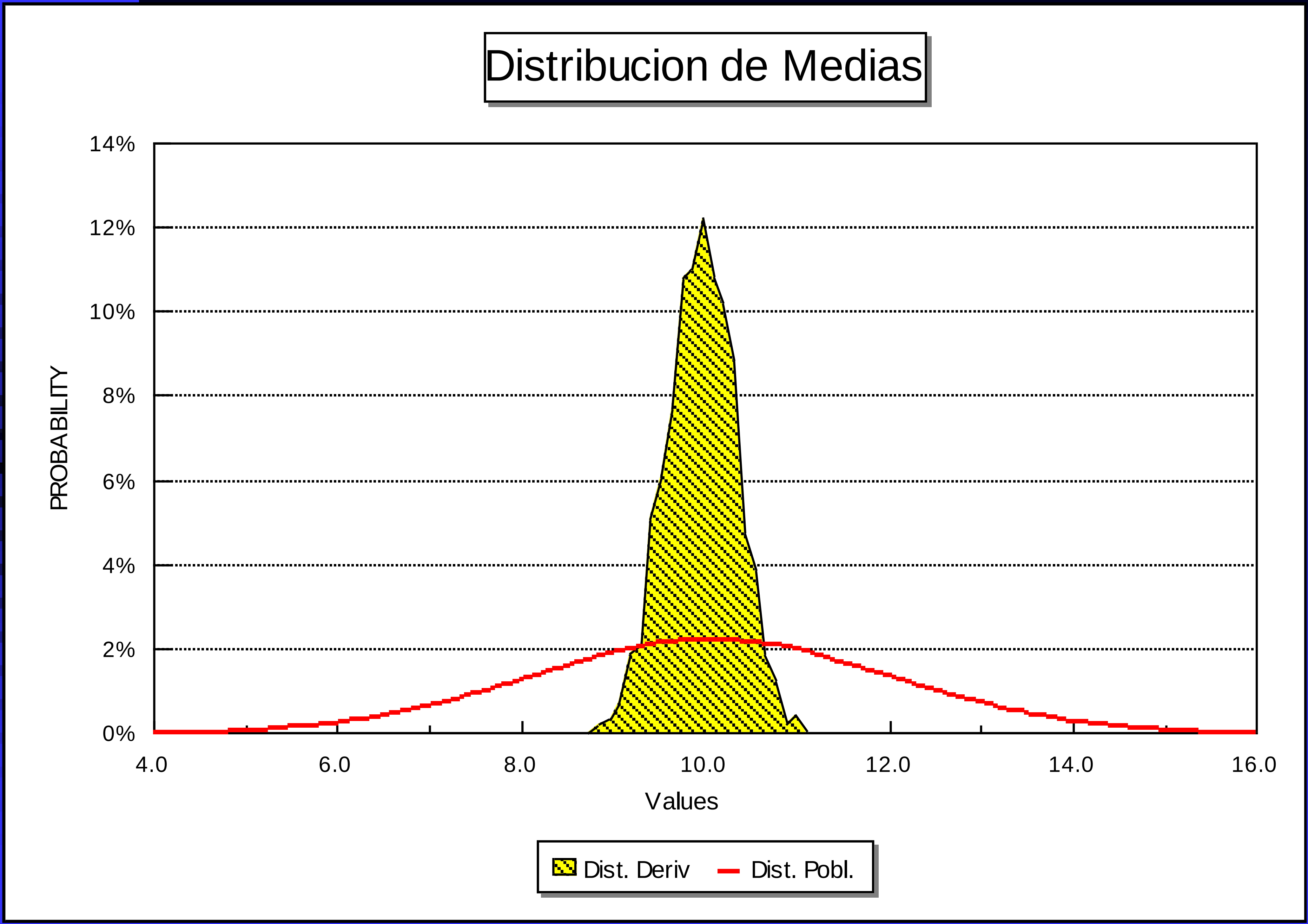
Distribución Derivada

- Al muestrear repetidamente una población, obtenemos distribución de sus $\bar{x}$.
- Distribución Derivada es Normal, independiente de distribución de la Población.
- μ de población de $\bar{x}$ de tamaño n es igual a la μ de población original, y varianza es 1/n de varianza poblacional :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad\qquad \sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2/n$$



Teorema Central del Límite



Distribucion de Medias
14%
12%
10%
8%
6%
4%
2%
0%
PROBABILITY
4.0
6.0
8.0
10.0
12.0
14.0
16.0
Values
Dist. Deriv
Dist. Pobl.

Ejercicio

- Encontrar la probabilidad que al sacar una muestra de tamaño n=16 de una población con $\mu=10$ y $\sigma^2=4$ encontrar un promedio ≥ 11.
  - $\bar{x}$ es una muestra de población normal derivada con:

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 10$; $\sigma^2_{\bar{x}} = \sigma^2/n = 4/16 = 1/4$; $\sigma_{\bar{x}} = ½$

  - Buscamos distancia de nuestro promedio a la media:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{11 - 10}{1/2} = 2$$

  - Buscando en la tabla: $P(Z \geq 2) = 0.228$
- Por lo que podemos decir que la probabilidad de sacar un muestreo de n = 16 y $\bar{x} \geq 11$ es de 2.28%, lo cual se considera "poco usual".

Taller Practico

- Calcular la distribución derivada para muestras de n= 10 para las bolas de bingo

Distribución “t” de Student

- Desarrollada con base en distribuciones de frecuencia empíricas por William Gosset, (a) “Student”.
  - “The probable error of a mean” Biometrika 1908
- Cervecero - estadístico con dificultadas al usar distribución Normal en muestras pequeñas.
- Sin embargo fue Fisher el que encontró mas aplicaciones para esta

Distribución “t” de Student

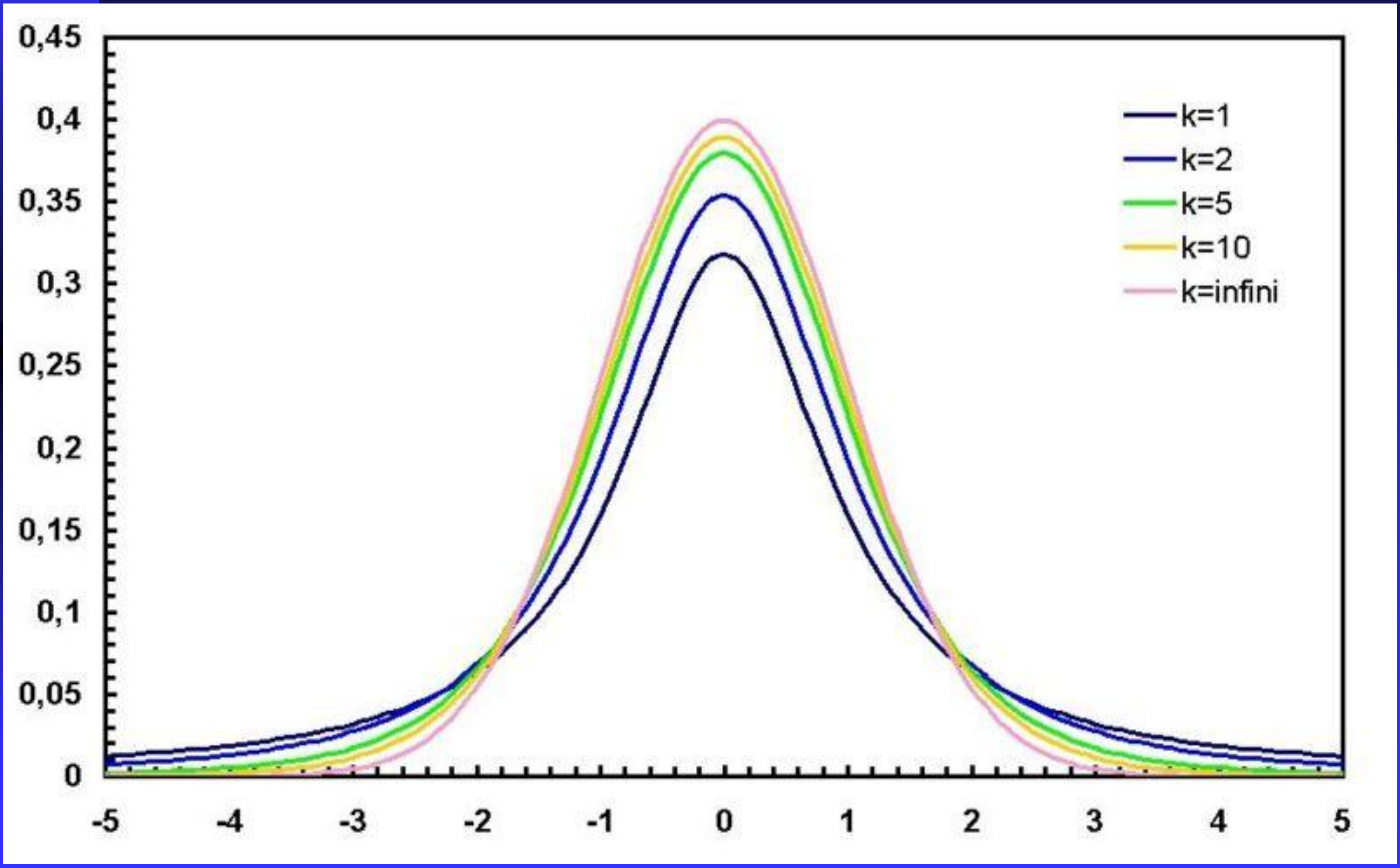
- Distribución muestreal del promedio se ajusta muy bien a la distribución Normal cuando se conoce σ. Si n es grande, esto no presenta ningún problema, aun cuando σ sea desconocida, por lo que en este caso es razonable sustituirla por s.
- Sin embargo, en el caso de usar valores de $n < 30$, o sea en el caso de pequeñas muestras, esto no funciona tan bien.

Distribución “t” de Student

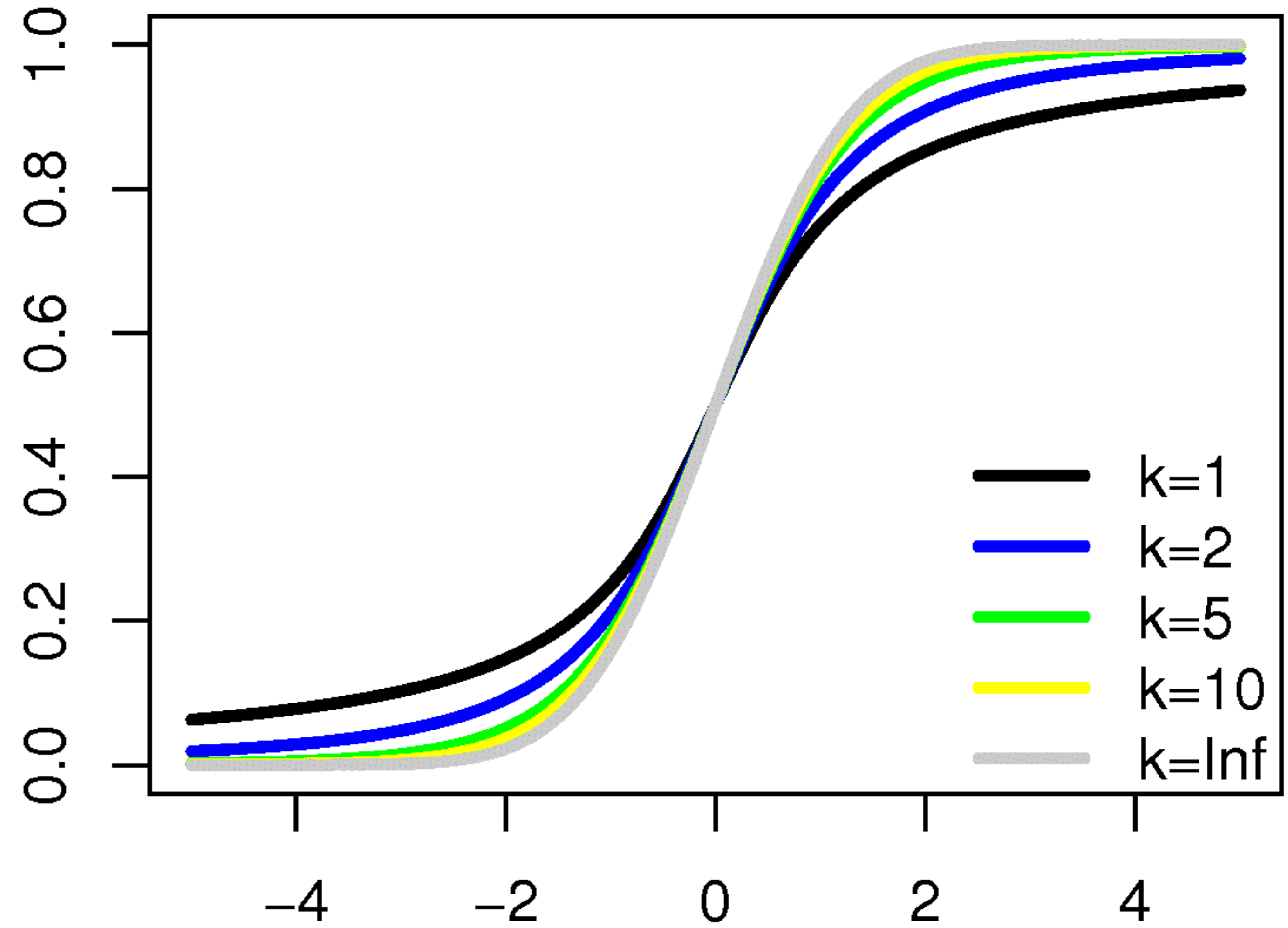
- Definiendo el estadístico t:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

- Se puede probar que siendo $\bar{x}$ el promedio de una muestra tomada de una población normal con media μ y varianza σ^2, el estadístico t es el valor de una variable aleatoria con distribución "t" de Student y parámetro ν (grados de libertad) = n-1.



0,45
0,4
0,35
0,3
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
k=1
k=2
k=5
k=10
k=infini

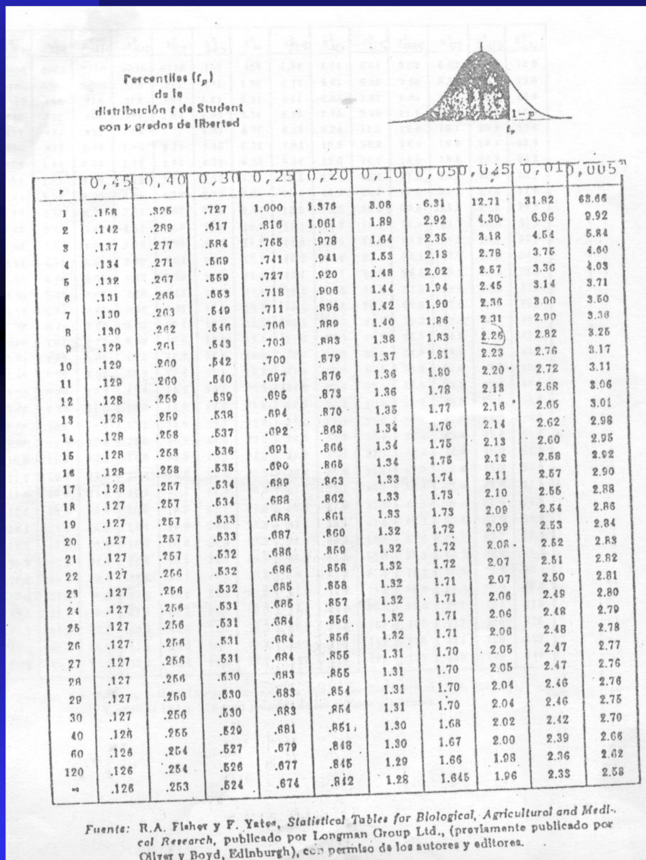


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−4
−2
0
2
4
k=1
k=2
k=5
k=10
k=Inf

Características Distribución “t”

- Tiene media igual 0, es asintótica al eje x y su dominio va de $-\infty$ a $+\infty$;
- El área bajo la curva desde $-\infty$ a $+\infty$ es igual a 1
- $\mu = 0$, σ^2 depende parámetro ν (grados libertad)
- Varianza > 1, pero se aproxima a 1 cuando $n \Rightarrow \infty$
- Al aumentar n, la distribución “t se aproxima a la Normal; n > 30 ó más, excelente aproximación
- Entre las aplicaciones:
  - Estimación de intervalos de confianza para medias a partir de muestras pequeñas
  - Pruebas de hipótesis basadas en muestras < 30

Tabla de Distribución “t”



Percentiles (t_p) de la distribución t de Student con ν grados de libertad

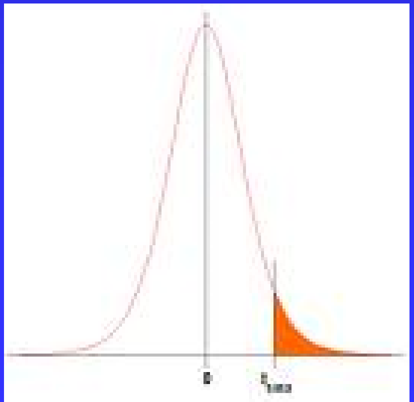
ν	0,45	0,40	0,30	0,25	0,20	0,10	0,050	0,025	0,010	0,005
1	.158	.325	.727	1.000	1.376	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.142	.289	.617	.816	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	.137	.277	.584	.765	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	.134	.271	.569	.741	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	.132	.267	.559	.727	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	.131	.265	.553	.718	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	.130	.263	.549	.711	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	.130	.262	.546	.706	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	.129	.261	.543	.703	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	.129	.260	.542	.700	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	.129	.260	.540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	.128	.259	.539	.695	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	.128	.259	.538	.694	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	.128	.258	.537	.692	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	.128	.258	.536	.691	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	.128	.258	.535	.690	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	.128	.257	.534	.689	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	.127	.257	.534	.688	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	.127	.257	.533	.688	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	.127	.257	.533	.687	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84
21	.127	.257	.532	.686	.859	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	.127	.256	.532	.686	.858	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	.127	.256	.532	.685	.858	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	.127	.256	.531	.685	.857	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
25	.127	.256	.531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.79
26	.127	.256	.531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78
27	.127	.256	.531	.684	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
28	.127	.256	.530	.683	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
29	.127	.256	.530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.76
30	.127	.256	.530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	.126	.255	.529	.681	.851	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
60	.126	.254	.527	.679	.848	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
120	.126	.254	.526	.677	.845	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62
∞	.126	.253	.524	.674	.842	1.28	1.645	1.96	2.33	2.58

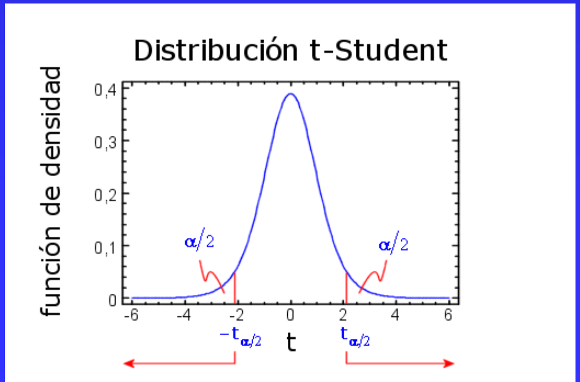
Fuente: R.A. Fisher y F. Yates, *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, publicado por Longman Group Ltd., (previamente publicado por Oliver y Boyd, Edinburgh), con permiso de los autores y editores.

- Valores de t_α a la derecha de los cuales se encuentra el (100 x α)% área de la curva.
- Localizamos la columna del valor de α y fila del valor de ν. La intersección de la fila y la columna nos dará el valor de t_α.

Probabilidad "t" en Excel

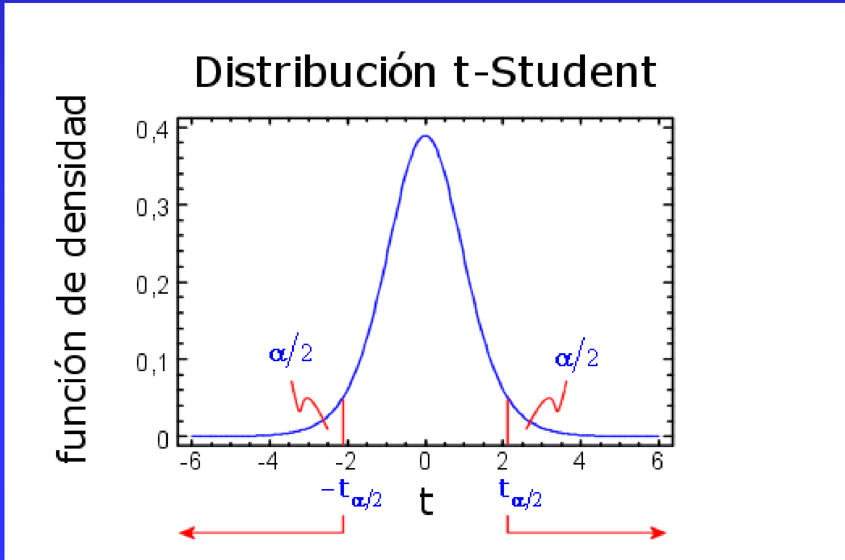
- =DISTR.T(x,ν,colas)
  - Devuelve el área a la derecha de x (α)
  - x= valor de t (solo positivo)
  - ν= grados de libertad
  - Colas = 1 o 2 colas
    - colas= 1, P(X>t)
    - colas = 2, P(|X| > t); P(X > t o X < -t).





Probabilidad "t" Inversa en Excel

- =DISTR.T.INV(α,ν)
  - Devuelve el valor de t de dos colas, después del cual se encuentra el α x 100% del área de la curva.
  - P(|X| > t) = P(X < -t o X > t).
  - Para una cola, remplazar α por 2 α.



Ejercicio en tabla y Excel

a) Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor que 2,26 en una distribución t con 9 gdl

b) Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor que 2,26 o menor que -2,26 en una distribución t con 9 gdl

c) Calcular el valor de t después del cual se encuentre el 5% del área dela curva con 9 gdl

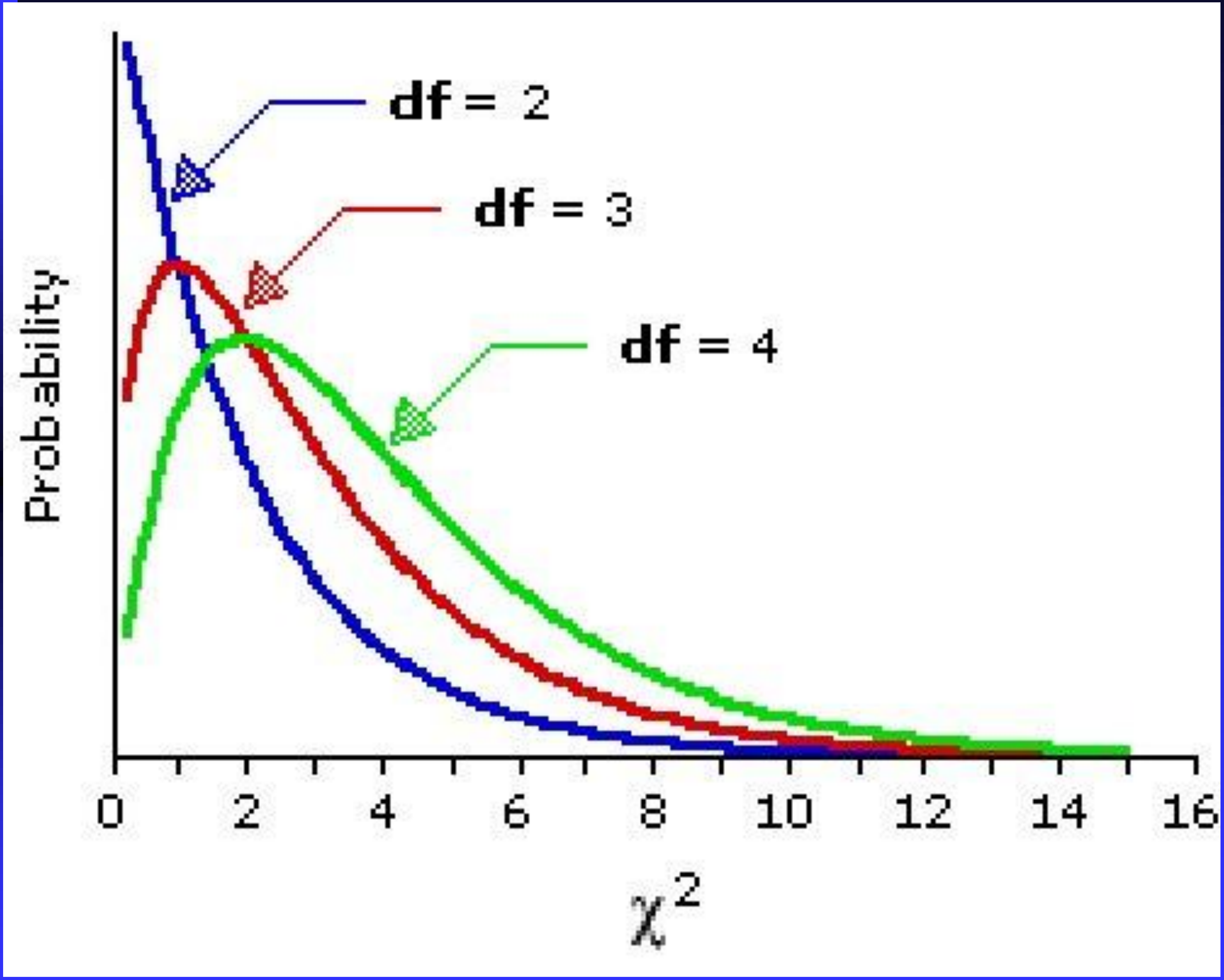
d) Calcular el valor de t para a= 0,05 con 9 gdl y dos colas

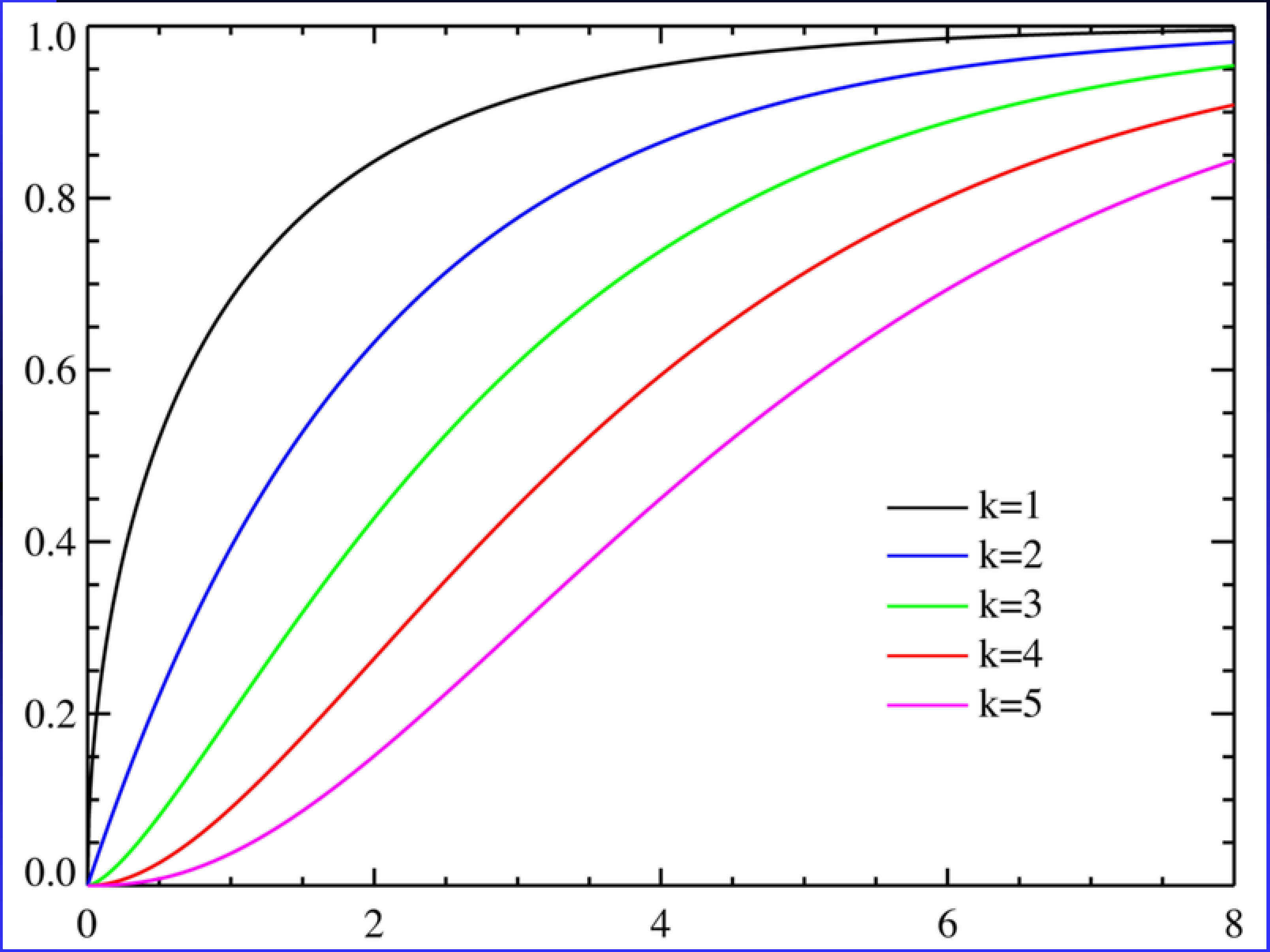
Ji-cuadrado

- Distribución Ji-cuadrado es una función de densidad de probabilidad que representa la distribución muestreal de la varianza.

- Definimos el estadístico Ji-cuadrado ($\chi 2$) como:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$


df = 2
df = 3
df = 4
Probability
0
2
4
6
8
10
12
14
16
χ2


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0
2
4
6
8
k=1
k=2
k=3
k=4
k=5

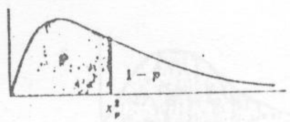
Caracteristicas Ji-cuadrado

- Asimétrica y asintótica al eje x por la derecha;
- Su dominio va de 0 a $+\infty$
- Area bajo la curva desde 0 a $+\infty$ =1
- Tiene parámetro ν = n-1 (g.d.l.)
- Al aumentar n se aproxima a la normal
- Representa distribución muestreal de varianza.
- Entre las aplicaciones:
  - Determinación intervalos confianza para varianzas
  - Pruebas de hipótesis para una varianza
  - Tablas de contingencia
  - El ajuste de datos a una distribución dada conocida
  - Las pruebas de independencia.

Tabla Distribución χ^2

TABLA # 3
Valores de χ^2_α

Percentiles (χ^2_p)
de la
distribución chi cuadrado
con ν grados de libertad



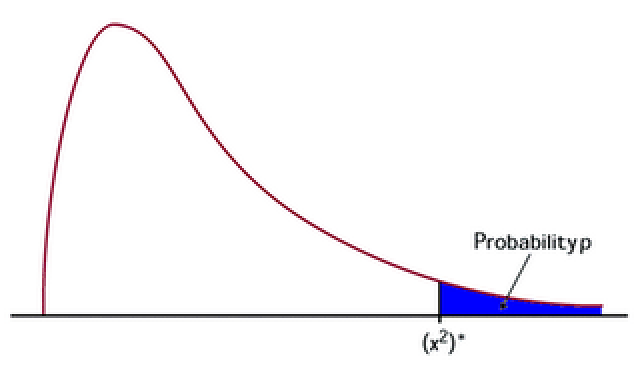
ν	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$	$\chi^2_{.001}$
1	.0000	.0002	.0010	.0039	.0158	.102	.455	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.8
2	.0100	.0201	.0506	.103	.211	.575	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6	13.8
3	.0717	.115	.216	.352	.584	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8	16.3
4	.207	.297	.484	.711	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9	18.5
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5	22.5
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.3	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.3	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.3	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.2	13.3	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.9	15.3	19.4	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	12.8	16.3	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	13.7	17.3	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	14.6	18.3	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	43.8
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	15.5	19.3	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	16.3	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	17.2	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	18.1	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	19.0	23.3	28.2	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	51.2
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	19.9	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.1
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	59.7
40	20.7	22.2	24.4	26.5	29.1	33.7	39.3	45.6	51.8	55.8	59.3	63.7	66.8	73.4
50	28.0	29.7	32.4	34.8	37.7	42.9	49.3	56.3	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	86.7
60	35.5	37.5	40.5	43.2	46.5	52.3	59.3	67.0	74.4	79.1	83.3	88.4	92.0	99.6
70	43.3	45.4	48.8	51.7	55.3	61.7	69.3	77.6	85.5	90.5	95.0	100	104	112
80	51.2	53.5	57.2	60.4	64.3	71.1	79.3	88.1	96.6	102	107	112	116	125
90	59.2	61.8	65.6	69.1	73.3	80.6	89.3	98.6	108	113	118	124	128	137
100	67.3	70.1	74.2	77.9	82.4	90.1	99.3	109	118	124	130	136	140	149

Fuente: E.S. Pearson y H.O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1(1966). Tabla 8, páginas 137 y 138, con permiso de los autores y editores.

- Valores χ^2 para varios ν,
- Area a su derecha = α.
- 1ª columna = ν
- 1ª fila: áreas en la cola a la derecha de χ^2
- Cuerpo tabla son los valores de χ^2

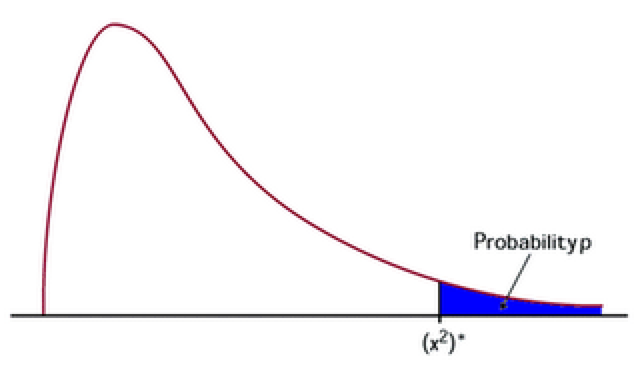
Probabilidad χ^2 Excel

- =DISTR.CHI(x;ν)
- Devuelve la probabilidad de una variable aleatoria continua siguiendo una distribución chi cuadrado de una sola cola con ν g.d.l.
- $P(X>\chi^2)$



Probabilidad χ^2 Inversa Excel

- =PRUEBA.CHI.INV(P,ν)
- Devuelve el valor de χ^2 para una probabilidad dada, de una distribución Ji-cuadrado de una sola cola con ν g.d.l.



Ejercicios

- Ejercicio06 - DistribucionJi-cuadrado.xlsx

a) Calcular la probabilidad de obtener un valor mayor de 23.7 en una distribución χ^2 con $\nu = 14$ g.d.l.

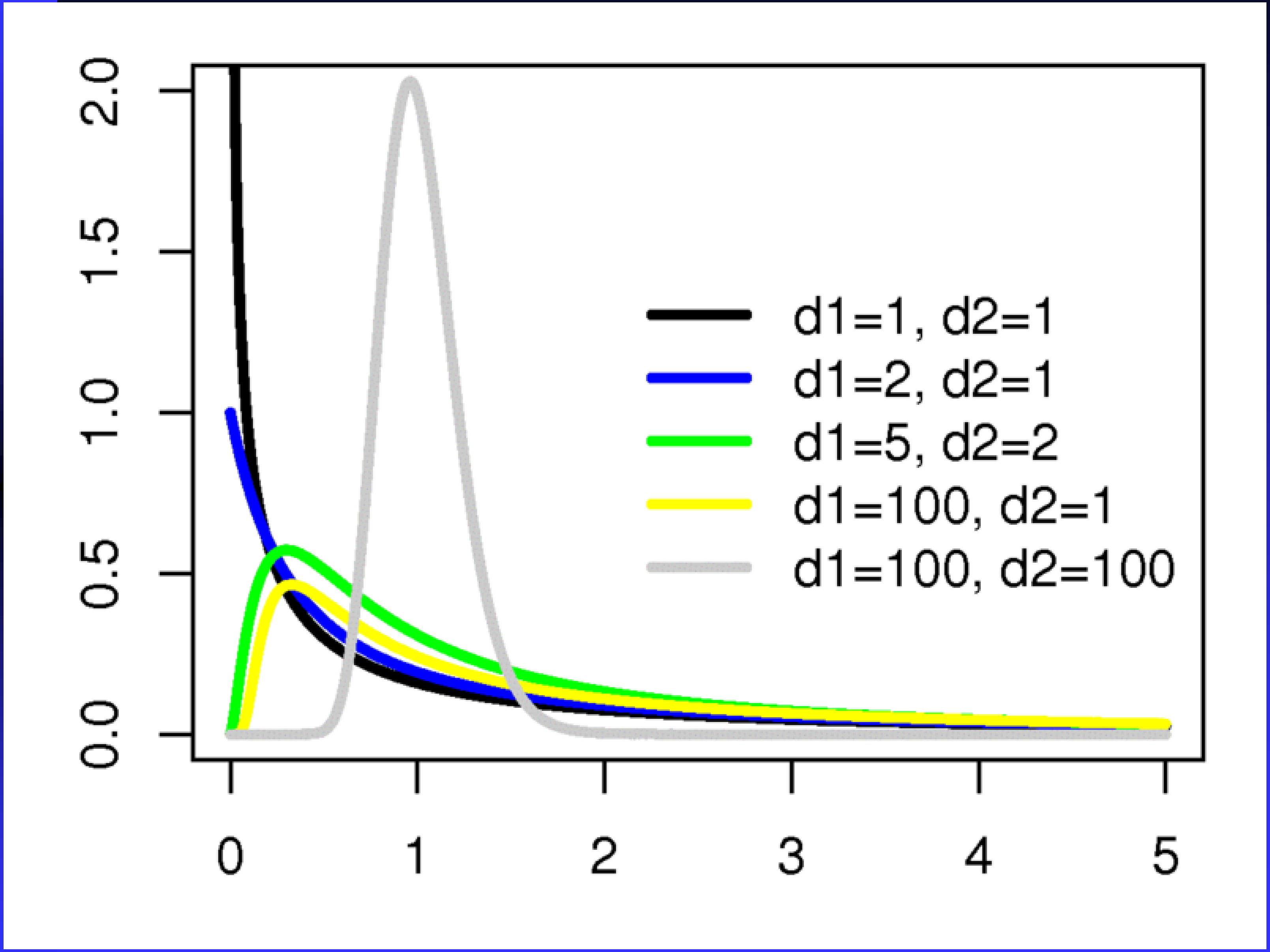
b) Calcular el valor de χ^2 despues del cual se encuentre el 5% del área en una distribución Ji-cuadrado con 4 g.d.l.

Distribución "F" de Fisher

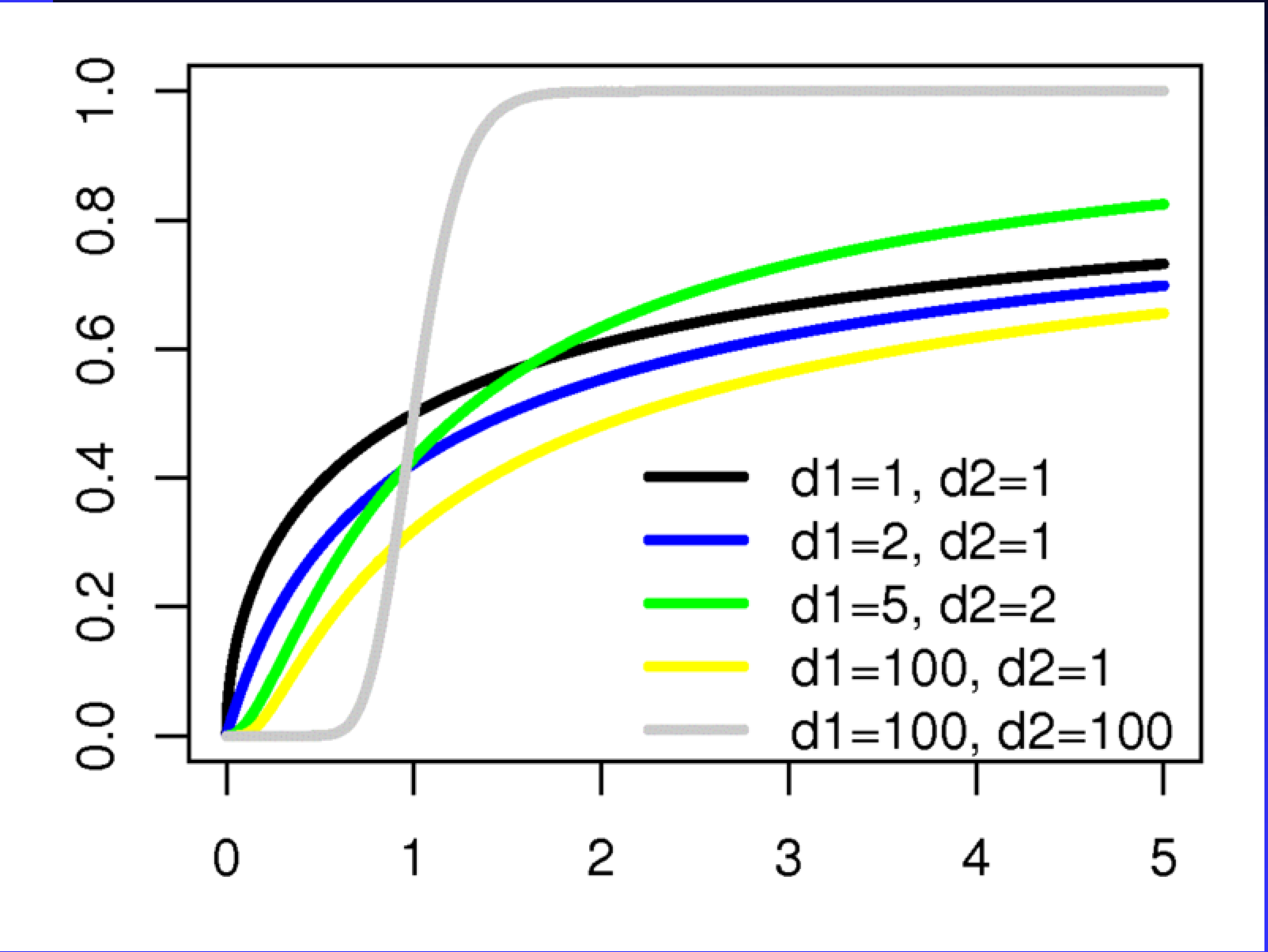
- Tambien llamada "F" de Fisher - Schnedecor
- Representa la distribución muestreal de la razón de dos varianzas. Es decir que se obtiene de la razón de dos distribuciones Ji-cuadrado.
- Definimos el estadístico F como:

$$F = \frac{s^2_1}{s^2_2}$$

- El cual es el valor de una variable aleatoria que tiene distribución F con parámetros $\nu_1 = n_1 - 1$ y $\nu_2 = n_2 - 1$.



0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
d1=1, d2=1
d1=2, d2=1
d1=5, d2=2
d1=100, d2=1
d1=100, d2=100
0
1
2
3
4
5



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0
1
2
3
4
5
d1=1, d2=1
d1=2, d2=1
d1=5, d2=2
d1=100, d2=1
d1=100, d2=100

Propiedades de Distribución F

- Asimétrica, y asintótica al eje x por el lado derecho
- Su dominio va de 0 a $+\infty$
- Area bajo curva desde 0 a $+\infty$ =1
- Tiene parámetros $\nu_1=n_1-1$ y $\nu_2=n_2-1$.
- Entre sus aplicaciones:
  - Pruebas de hipótesis entre 2 varianzas
  - Análisis de varianza
  - Análisis de covarianza.

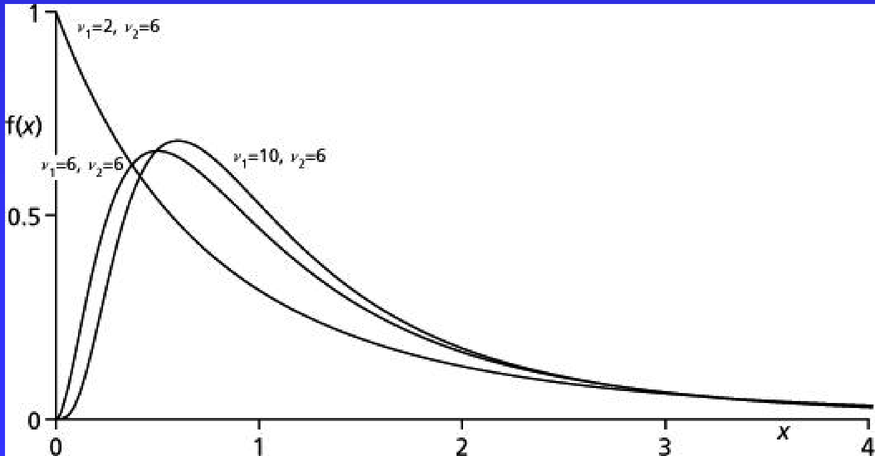


Tabla de Distribución F

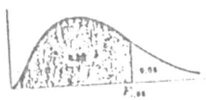
TABLA # 4
Valores de F_0

Percentila 99 (niveles 0.01), $F_{.99}$, para la distribución F

ν_1 grados de libertad en el numerador
ν_2 grados de libertad en el denominador

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6023	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02

Percentila 95 (niveles 0.05), $F_{.95}$, para la distribución F



ν_1 grados de libertad en el numerador
ν_2 grados de libertad en el denominador

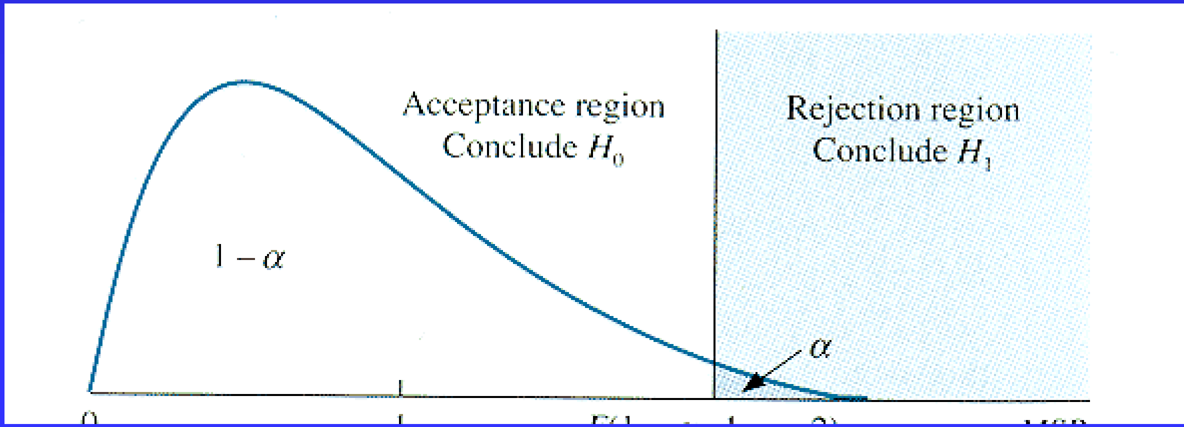
$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

Fuente: E. S. Pearson y H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 2 (1972), Tabla 5, página 178, con permiso de los autores y editores.

- Tablas independientes de valores de F para α=0.01 y α=0.05 para varias combinaciones de ν_1 y ν_2.
- Se escoge la tabla para la probabilidad deseada y se escoge ν_1 en la fila superior y ν_2 en la 1ª columna. La intersección nos da el valor de F deseado.

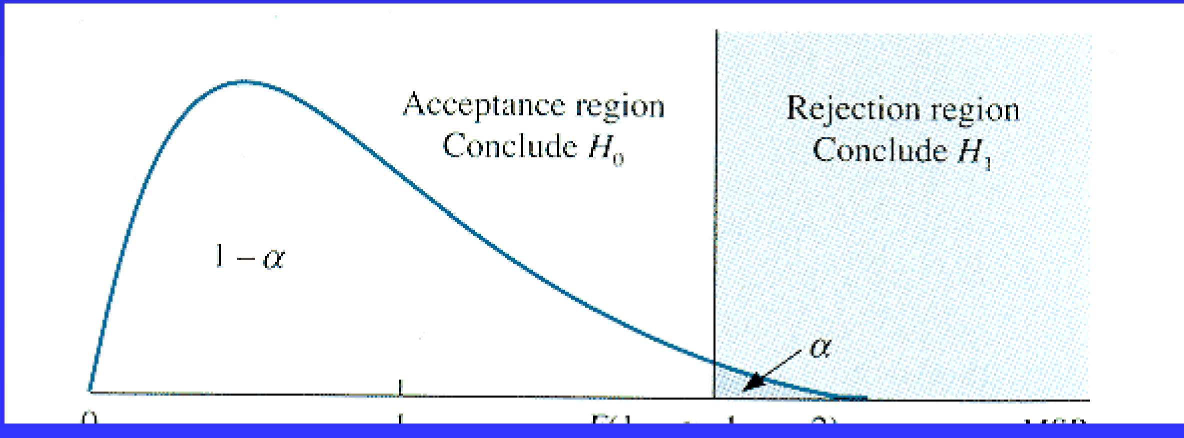
Probabilidad F Excel

- =DISTR.F(x,ν_1, ν_2)
- Devuelve el área a la derecha de un valor en una distribución F con ν_1 y ν_2 g.d.l.
- P(F>x)



Probabilidad F Inversa Excel

- =DISTR.F.INV(α, ν_1, ν_2)
- Devuelve el valor crítico de F(α) para una distribución F con ν_1, ν_2 g.d.l.



Ejercicios

- Ejercicio07 - DistribucionF.xlsx

a) Determine la probabilidad de tener un valor de F mayor que 9.28 en una distribución F con $\nu_1=3$ y $\nu_2=3$ g.d.l.

b) Halle la el valor crítico de $F_{(0.05)}$ para $\nu1=3$ y $\nu2=15$ g.d.l.