

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**SEGUNDA EVALUACIÓN DE MÉTODOS ESTADÍSTICOS**  
**PARA LA INDUSTRIA I**



Guayaquil, Febrero 3 del 2010

Nombre \_\_\_\_\_

**Tema 1: (5 Puntos)** Enuncie:

- a) El Teorema de Límite Central
- b) El Teorema de Tchebysheff

**Tema 2: (5 Puntos)** Defina las siguientes variables aleatorias:

- a)  $\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$
- b)  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$

**Tema 3: (10 Puntos)** El tiempo de vida útil, en días, de cierto producto puede ser modelado como una variable aleatoria exponencial con media de 50 días.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un producto tenga tiempo de vida útil superior a 60 días?
- b) Determine los cuartiles del tiempo de vida útil de los productos.
- c) Si se seleccionan al azar 100 de estos productos, ¿Cuál es la probabilidad de que cuando más 35 de ellos tenga tiempo de vida útil superior a 60 días?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir 36 productos al azar, el tiempo de vida promedio sea superior a 50,5 días?

**Tema 4: (15 Puntos)** La resistencia de cierto material medida en psi, es una variable aleatoria normal con media  $\mu$  y desviación estándar 5. Se conoce que la probabilidad de que un material tenga tiempo de vida útil menor a 147 psi es de 0,1587. Las especificaciones de la resistencia del material indican que estas deben estar entre  $150 \pm 5$  psi.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de cumplir con las especificaciones?
- b) ¿Cuánto debería ser la media de las especificaciones para que la probabilidad de cumplirla sea máxima?
- c) Usando la media del literal anterior, ¿Cuánto debería ser la desviación estándar para que la probabilidad de cumplir con las especificaciones sea 0,98?

**Tema 5: (10 Puntos)**

Si X es una variable aleatoria exponencial con parámetro  $\beta$ , y  $Y = \sqrt{X}$ , entonces Y es una variable aleatoria que tiene distribución Rayleigh, determine:

- a) La función de densidad de Y, al igual que la media y la varianza
- b) Un algoritmo para generar números aleatorios con distribución Rayleigh a partir de números aleatorios con distribución uniforme entre 0 y 1

**Tema 6: (10 puntos)**

El tiempo total (en horas) que un camión permanece en un almacén está definido por una variable aleatoria X. Sea Y la variable tiempo de espera en la cola (en horas), y Z el tiempo de descarga ( $X=Y+Z$ ). La distribución conjunta de X y Y es:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}}, & 0 \leq y \leq x < \infty \\ 0, & \text{resto de } (x,y) \end{cases}$$

Se pide:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo total que permanece el camión sea menor a 1 hora y que el tiempo de espera en la cola sea mayor a 30 minutos?
- b) Determine la densidad de la variable aleatoria Z, tiempo de descarga.

**Tema 7: (5 Puntos)**

Si se toma una muestra de tamaño 100 de una población cuya distribución es Ji - cuadrado con 10 grados de libertad, ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral este entre 9 y 10,3?

**Tema 8: (10 Puntos)**

Si X, Y y Z son tres variables aleatoria que son independientes e idénticamente distribuidas, cada una con distribución geométrica con  $p=0,4$ . Determine:

- a)  $P(X=2, Y=3, Z=4)$
- b)  $E[XYZ]$
- c)  $V(2X - 3Y + 4Z)$
- d)  $M_w(t)$  donde  $W=X+Y+Z$  y la distribución de Z

Bibliografía usada

Texto: ZURITA, G. (2008), “Probabilidad y Estadística, Fundamentos y Aplicaciones”, Ediciones del Instituto de Ciencias Matemáticas ESPOL, Guayaquil, Ecuador.

MONTGOMERY, D; RUNGER, G (1995) “Probabilidad y Estadística aplicas a la ingeniería”, Ediciones Limusa Wiley, México.

WACKERLY - MENDENHALL – SCHEAFFER; “Estadística Matemáticas con Aplicaciones”; Segunda Edición