

AÑO:	2025 – 2026	PERIODO:	PAO – I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	3ra Evaluación	FECHA:	9-Septiembre-2025

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte en "aula virtual" los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

Tema 1 (35 puntos) A menudo, el crecimiento de una población se puede modelar sobre periodos breves al asumir que aumenta de manera continua con el tiempo a una tasa proporcional al número actual en ese momento.

Si se permite inmigración a una tasa constante v , la ecuación $N(t)$ mostrada estima el número de la población en el tiempo t .

$$N(t) = N_0 e^{\lambda t} + \frac{v}{\lambda} (e^{\lambda t} - 1)$$

Suponga λ denota la tasa constante de natalidad. En un inicio, cierta población tiene $N(0)=1$ millón de personas, que $v=124000$ personas inmigran a la comunidad durante el primer año. Que al final del primer año $N(1)=1364000$. Encuentre la tasa de natalidad λ para el primer año usando el Método de Newton-Raphson.

- Plantear el ejercicio para el eje λ o variable independiente
- Indique y verifique el intervalo $[a,b]$ a usar en el ejercicio
- Desarrolle al menos tres iteraciones usando un método para búsqueda de raíces, las expresiones deben ser completas en cada iteración, con los valores usados en cada una.
- Indique el error en cada iteración.



- Describa si el método converge y observe los resultados de las iteraciones realizadas.
- Adjunte en "aula virtual" los resultados.txt y gráficas.png realizadas con el algoritmo.py

Nota: Si la mitad de la población son mujeres y todas pudiesen tener un hijo, la tasa de natalidad en un periodo de gestación de un año será como máximo del 50 por ciento (0.5).

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos), literal f (5 puntos).

Referencia:[1] Burden 10Ed ejemplo 1 p35

[2] <https://revistacomunicacion.com/2022/03/07/imagenes-y-representaciones-visuales-de-la-migracion%E2%82%AC%80%BF%BC/>

[3] Planeta Tierra – Población, ciudades y migración (Cap. 8). La Casa Encendida. 2 abril 2020. <https://www.youtube.com/watch?v=h2spokNWN50>

[4] Migrantes, la gran mayoría latinos, colapsan la Gran Manzana- DW español. 22-Sept-2023.

<https://www.youtube.com/watch?v=8L434OImPF8&t=70s>

Tema 2 (35 puntos) Para el sistema de ecuaciones mostrado, encuentre la solución usando el método de Jacobi usando como vector cero como inicial.

- Presente la matriz aumentada y Muestre los pasos para el pivoteo parcial por filas.
- Desarrolle las expresiones para resolver mediante el método iterativo de Jacobi.
- Realice al menos 3 iteraciones con expresiones completas, indicando el error por iteración.
- Analice la convergencia del método y resultados obtenidos.
- Determine el número de condición y comente su relación sobre los resultados.
- Adjunte los archivos del algoritmo y resultados de computadora utilizados.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 &= 1 \\x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 &= -1 \\-x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 &= 0 \\4x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= -2\end{aligned}$$

Rúbrica: Literal a(5 puntos), literal b(5 puntos), literal c(10 puntos), literal d(5 puntos), literal e(5 puntos), literal f (5 puntos)
Referencia: Burden 9Ed ejercicio 7.3.c p459

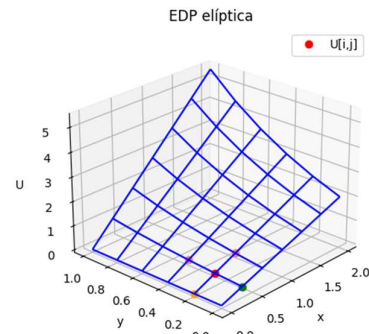
Tema 3 (30 puntos) Use el método de diferencias finitas divididas para la ecuación diferencial parcial, también conocida como Poisson, para aproximar la solución de:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = xe^y \quad \begin{aligned}0 < y < 1 \\ 0 < x < 2\end{aligned} \quad \begin{aligned}u(0,y) &= 0 \\ u(x,0) &= x\end{aligned} \quad \begin{aligned}u(2,y) &= 2e^y \\ u(x,1) &= xe^1\end{aligned}$$

Utilice diferencias finitas para las variables independientes x, y

Considere la cantidad de tramos por eje como $n=6$ en x , $m=5$ en y , con tolerancia de 10^{-5} .

- Plantee las ecuaciones discretas a usar un método numérico en un nodo x_i, y_j
- Realice la gráfica de malla, detalle los valores de i, j, x_i, y_j
- Desarrolle y obtenga el modelo discreto para $u(x_i, y_j)$
- Determine el valor de λ
- Adjunte los archivos del algoritmo.py, resultados.txt, gráficas.png



Rúbrica: Selección de diferencias finitas divididas (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos)
Referencia: Burden 10Ed ejemplo 12.2 p550