

Año:	2022	Periodo:	I PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesor:	
Evaluación:	Segunda	Fecha:	12 de septiembre de 2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (10 puntos) Un tanque con una capacidad de 500 gal originalmente contiene 200 gal de agua con 100 lb de sal en solución. El agua que contiene 1 lb de sal por galón entra a razón de 3 gal/min, y se permite que la mezcla fluya fuera del tanque a razón de 2 gal/min. Encuentre la cantidad de sal en el tanque en cualquier momento antes del instante en que la solución comienza a rebosar. Encuentre la concentración (en libras por galón) de sal en el tanque cuando está a punto de desbordarse. Compare esta concentración con la concentración límite teórica si el tanque tuviera una capacidad infinita.

2. (10 puntos) Halle la solución general de la EDO

$$t^2 y'' + ty' + 4y = \text{sen}(\ln t).$$

3. (10 puntos) Halle una base para el subespacio de \mathbb{P}_3 formado por los polinomios $p(t)$ tal que $p(1) = 0$ y $p'(1) = 0$.

4. Sea $T: \mathbb{P}_3 \rightarrow \mathbb{P}_3$ la transformación lineal dada por

$$T \cdot p(t) = p''(t) - 5p'(t) + 6p(t).$$

(a) (4 puntos) Halle la matriz de T respecto a la base canónica de \mathbb{P}_3 .

(b) (3 puntos) Halle la dimensión del núcleo y de la imagen de T . Justifique su respuesta.

(c) (3 puntos) Concluya que dado cualquier polinomio $q(t)$ en \mathbb{P}_3 , siempre es posible hallar una solución en \mathbb{P}_3 a la EDO

$$y'' - 5y' + 6y = q(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Puntaje total para el problema 4: [10]

5. (10 puntos) Halle la solución al PVI

$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$