espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2022**

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: **Tercera**

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **PRIMER TERMINO**

PROFESORES: Laveglia Franca, Martínez Margarita, Ramirez John, Sánchez Joffre, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 15 de septiembre de 2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ______________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ____________ ***PARALELO:*** ____

1. (24 Puntos)
   Califique justificadamente el grado de verdad de las siguientes proposiciones (S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

   Sea V un espacio vectorial de dimensión finita con producto interno $\langle \cdot , \cdot \rangle$. sean β_1 y β_2 dos bases para V

a. Para todo par de vectores $v, w \in V,\ w \neq 0_V$: $\left\| \text{proy}_w^v \right\| \leq \|v\|$

b. Si H es un subespacio de V, entonces $(H \cap H^{\perp})$ no es un subespacio de V.

c. Una matriz cuadrada A con nulidad igual a 1 puede ser una matriz cambio de base de β_1 a β_2

2. (16 Puntos)
   Un joyero tiene dos barras de aleación de oro: una es de 12 quilates y la otra de 18 (el oro de 24 quilates es oro puro, el de 12 quilates corresponde a 12/24 de pureza, el de 18 a 18/24 de pureza y así sucesivamente). ¿Cuántos gramos de cada aleación se deben mezclar para obtener 10 gramos de oro de 14 quilates?

3. (15 Puntos)

Sean $V = \mathbb{R}^3$, con las operaciones convencionales, $H = gen\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}\right\}$ y $W = gen\left\{\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}\right\}$.

Determine:

a. $H \cap W^{\perp}$.

b. Una base ortonormal para $W^{\perp}$.

c. ¿Es $H \cup (H + W)$ un subespacio de V?

4. (25 Puntos)
Sea T un operador lineal sobre S_{2x2}, el espacio vectorial de las matrices simétricas $2x2$.

Definido por: $T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2b+2c & -a-3b-2c \\ -a-3b-2c & a+2b+c \end{bmatrix}$

Determine, en caso de ser posible, una base de S_{2x2} con respecto a la cual la matriz asociada a T sea una matriz diagonal.

5. (20 Puntos)
   Demuestre que si T es un isomorfismo de V a W y $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es una base de V entonces $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ es base de W.