

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

| | | | | | |
|--------------------|---|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------------|
| AÑO: | 2023 | PERÍODO: | I PAO | MATERIA: | Cálculo de una variable |
| PROFESORES: | Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Moreno A., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X. | | | | |
| EVALUACIÓN: | PRIMERA | FECHA: | 20/noviembre/2023 | | |

| | |
|----------|--|
| Examen: | |
| Lección: | |
| Quiz: | |
| Deber: | |
| Total: | |

Nombre: _____ Cédula: _____ Paralelo: _____

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (6 PUNTOS) Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"Si una función de variable real f es continua en (a, b) , entonces f no es derivable en (a, b) ."

Luego, demuéstrelo en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

2. (7 PUNTOS) En cada caso, obtenga $\frac{dy}{dx}$ y exprésela en forma simplificada:

a) (2 PUNTOS) $y = \cos(\arcsen(x))$; $x \in (-1, 1)$

b) (3 PUNTOS) $y = (1 + x)^{\frac{3}{x}}$; $x \in (0, +\infty)$

c) (2 PUNTOS) $C: \begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t^4 \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$

3. (8 PUNTOS) Sea la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, de la cual se conoce que su primera derivada es:

$$f'(x) = 4x^2 - 8x + 3$$

- (a) (3 PUNTOS) Realice un análisis de puntos críticos, determine los intervalos de monotonía de f y establezca las abscisas correspondientes a sus valores extremos máximo y mínimo locales.
- (b) (3 PUNTOS) Determine los intervalos de concavidad y la abscisa del punto de inflexión de f .
- (c) (2 PUNTOS) Bosqueje una posible gráfica para f , colocando etiquetas adecuadas, puntos en los que se presentan los valores extremos locales, el punto de inflexión; y, el punto tal que $f(0) = 0$.

4. (6 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \ln(x)$$

Determine las coordenadas del punto $P(c, f(c))$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto, contenga al origen de coordenadas.

5. (7 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = 2(\pi x + 2x \arctan(x))$$

Utilizando diferenciales y considerando que $\pi \approx 3.1$, calcule el VALOR APROXIMADO de $f(1.01)$ con tres cifras decimales.

6. (8 PUNTOS) Dos jugadores, *Derivarius 1* y *Derivarius 2*, combaten en un videojuego. En cada instante del combate se puede calcular la vida de *Derivarius 2* como:

$$V_2(t) = k - 5[A_1(t)]^2$$

donde k es una constante que representa la vida de *Derivarius 2* al inicio del combate y $A_1(t)$ es una función que nos da los puntos de ataque de su contrincante *Derivarius 1* en cada instante t .

En cierto combate se conoce que las vidas de ambos *Derivarius* están relacionadas mediante la siguiente expresión:

$$V_1(t) + V_2(t) = 10$$

Determine la tasa de cambio de la vida de *Derivarius 1* en el momento en el que cuenta con 8 *puntos* de ataque y su puntuación de ataque varía a razón de 0.1 *puntos* por cada *segundo*.

7. (8 PUNTOS) El costo C , en *dólares*, que se genera en la producción de x *unidades* de cierto bien suntuario viene dado por la siguiente expresión:

$$C(x) = \frac{100}{e}x + 2000e^{-\frac{1}{20}x} \quad ; \quad x > 0$$

Determine el número de unidades que hacen que el costo sea mínimo; y, considerando que $e^{-1} \approx 0.368$, calcule ese costo mínimo en forma aproximada.