

Materia: Álgebra Lineal

Profesor: Carlos Martín

Compromiso de Honor:

Yo _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico, que únicamente puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación y NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajena al desarrollo del examen. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Matrícula: _____ Paralelo: _____

TEMAS

1. (15 points) Considere la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ -2 & -7 & -11 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

- (a) Defina el Espacio Columna de \mathbf{A} usando una o más condiciones expresadas en términos de las entradas de sus vectores.
 (b) Encuentre una base para el Núcleo de \mathbf{A} .
 (c) A partir de una base para el Espacio Fila de \mathbf{A} extienda una base para \mathbb{R}^3 .
2. (10 points) Considere las bases ordenadas del espacio vectorial \mathbb{R}^3 :

$$B_1 = \{(1, -1, 0), (0, 3, 0), (-1, -1, 1)\}$$

$$B_2 = \{(3, -2, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$

Determine la matriz de cambio de base C que transforma coordenadas respecto de la base B_1 a coordenadas respecto de la base B_2 . Si se conoce que un vector $v \in \mathbb{R}^3$ tiene coordenadas $[v]_{B_1} = (2, 1, 3)$, encuentre el vector v y sus coordenadas $[v]_{B_2}$.

3. (10 points) Sea V un espacio vectorial de dimensión finita y sea B una base de V . Pruebe que para cualesquiera $v_1, v_2 \in V$ y para cualquier escalar $\alpha \in \mathbb{R}$ se cumple:

$$[v_1 + v_2]_B = [v_1]_B + [v_2]_B \quad [\alpha v_1]_B = \alpha [v_1]_B$$

4. (15 points) Sea $M_{2 \times 2}$ el espacio vectorial de todas las matrices reales de tamaño 2×2 . Consideremos los siguientes subespacios de $M_{2 \times 2}$:

$$\begin{aligned} \blacksquare H_1 &= \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2} \mid c = a + b, d = a - b \right\}. \\ \blacksquare H_2 &= \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2} \mid a = 3c - 2d - 5b \right\}. \\ \blacksquare H_3 &= \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right\}. \end{aligned}$$

Encuentre bases y determine las dimensiones de los 3 subespacios. Demuestre que $H_1 \cup H_2$ es un subespacio de $M_{2 \times 2}$. Encuentre una base para el subespacio suma $H_1 + H_3$ y para el subespacio $H_2 \cap H_3$.