

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 1

1. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) *El conjunto $N_4^\circ(3)$ tiene 4 elementos.*
- b) $N_3^\circ(2) \cap N_2^\circ(5) = \emptyset$
- c) $N_2^\circ(5) = \{q \in \mathbb{Z}, |q - 5| < 2\}$
- d) $N_2^\circ(5) = \{q \in \mathbb{Z}, 0 < |q - 5| < 2\}$

2. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) *El conjunto $N_4^\circ(3)$ tiene 5 elementos.*
- b) $N_3^\circ(2) \cap N_2^\circ(5) = (3,7) - \{5\}$
- c) $N_2^\circ(5) = \{q \in \mathbb{R}, |q - 5| < 2\}$
- d) $N_2^\circ(5) = \{q \in \mathbb{R}, 0 < |q - 5| > 2\}$

3. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) *El conjunto $N_4^\circ(3)$ tiene 6 elementos.*
- b) $N_3^\circ(2) \cap N_2^\circ(5) = \emptyset$
- c) $N_2^\circ(5) = \{q \in \mathbb{Z}, |q - 5| < 2\}$
- d) $N_2^\circ(5) = \{q \in \mathbb{Z}, 0 < |q - 5| > 2\}$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2021	PERÍODO:	PAE 2021
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	01/abril/2021

4. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) $N_4^{\circ}(3) = (-1, 7) - \{3\}$
- b) $N_3^{\circ}(2) \cap N_2^{\circ}(5) = (3, 7)$
- c) $N_2^{\circ}(5) = \{q \in \mathbb{R}, |q - 5| < 2\}$
- d) $N_2^{\circ}(5) = \{q \in \mathbb{R}, 0 < |q - 5| > 2\}$

5. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) $N_4^{\circ}(5) = (1, 10)$
- b) $N_3^{\circ}(2) \cup N_2^{\circ}(5) = (-1, 7) - \{2, 5\}$
- c) $N_3^{\circ}(2) \cup N_2^{\circ}(5) = (-1, 7) - \{2\}$
- d) $N_3^{\circ}(2) \cup N_2^{\circ}(5) = (-1, 7)$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 2

1. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de la ASÍNTOTA OBLICUA a la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

2. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de la ASÍNTOTA OBLICUA a la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 1}$$

3. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de la ASÍNTOTA OBLICUA a la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

4. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de la ASÍNTOTA OBLICUA a la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

5. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de la ASÍNTOTA OBLICUA a la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \sqrt{9x^2 - 1}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 3

1. (6 PUNTOS)

En una fábrica se pueden producir 1 000 *unidades* de cierto artículo en cada turno de 5 *horas*. Por cada turno trabajado, hay un costo fijo que se incrementa en 500 *dólares* por cada turno. El costo variable por unidad es de 2 *dólares*. Escriba la ley que determina el costo de fabricar x *unidades* por cada turno, bosqueje la gráfica y analice dónde la función es continua y dónde es discontinua, considerando el intervalo entre 0 y 3 000 *unidades*. Tenga en cuenta que $Costo\ Total = Costo\ Fijo + Costo\ variable$.

2. (6 PUNTOS)

En una tienda se encuentra el siguiente letrero:

Paquete de 10 *kilos* de arroz por 7 *dólares*.
Precio por *kilo*: 1 *dólar*.

Escriba la ley que determina el valor que se debe pagar por la compra de x *kilos* de arroz, bosqueje la gráfica y analice dónde la función es continua y dónde es discontinua, considerando el intervalo entre 0 y 30 *kilos* de arroz.

3. (6 PUNTOS)

Se está ofreciendo un seminario sobre "*Estrategias de evaluación en el contexto de aprendizaje activo*". El costo por *persona* es de 100 *dólares*. Si se inscriben en grupos de 10 *personas* tienen un descuento de 150 *dólares* por grupo. Escriba la ley que determina el valor que se debe pagar por la inscripción de x *personas*, bosqueje la gráfica y analice dónde la función es continua y dónde es discontinua, considerando el intervalo entre 0 y 30 *personas*. Por simplicidad, suponga que x puede tomar todos los valores entre 0 y 30.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

4. (6 PUNTOS)

En un almacén se encuentra el siguiente letrero:

3 pares de zapatos a 150 dólares.
1 par de zapatos a 60 dólares.

Escriba la ley que determina el valor que se debe pagar por la compra de x pares de zapatos, bosqueje la gráfica y analice dónde la función es continua y dónde es discontinua, considerando el intervalo entre 0 y 12 pares de zapatos. Por simplicidad, suponga que x puede tomar todos los valores entre 0 y 12.

5. (6 PUNTOS)

Se está ofreciendo un curso sobre "Diseño de tuberías". El costo por persona es de 50 dólares. Si se inscriben en grupos de 5 personas tienen un descuento de 50 dólares por grupo. Escriba la ley que determina el valor que se debe pagar por la inscripción de x personas, bosqueje la gráfica y analice dónde la función es continua y dónde es discontinua, considerando el intervalo entre 0 y 20 personas. Por simplicidad, suponga que x puede tomar todos los valores entre 0 y 20.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 4

1. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: \mathbb{R} - \{-2, 2\} \mapsto (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$ cumple con las siguientes condiciones:

- $f(-x) = f(x)$
- $f(0) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- $f'(x) = \frac{-8x}{(x^2-4)^2}$ y $f''(x) = \frac{8(3x^2+4)}{(x^2-4)^3}$

Determine:

- Los números críticos e intervalos de monotonía.
- Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas.

2. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: \mathbb{R} - \{0\} \mapsto [2, +\infty)$ cumple con las siguientes condiciones:

- $f(-x) = f(x)$
- $f(1) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
- $f'(x) = \frac{2x^4-2}{x^3}$ y $f''(x) = \frac{2x^4+6}{x^4}$

Determine:

- Los números críticos e intervalos de monotonía.
- Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

3. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: \mathbb{R} - \{0\} \mapsto \mathbb{R}$ cumple con las siguientes condiciones:

- $f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = 2$ y $f(-1) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$
- $f'(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2}$ y $f''(x) = \frac{2x^4 + 2x}{x^4}$

Determine:

- Los números críticos e intervalos de monotonía.
- Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas.

4. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: \mathbb{R} \mapsto (0, 1]$ cumple con las siguientes condiciones:

- $f(-x) = f(x)$
- $f(0) = 1$; $f(1) = \frac{1}{2}$ y $f(2) = \frac{1}{3}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- $f'(x) = -xe^{-\frac{x^2}{2}}$ y $f''(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{x^2}{2}}$

Determine:

- Los números críticos e intervalos de monotonía.
- Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 5

1. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$e^{x^2} - 3xy^3 = -4x + 2y + 15$$

2. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$ye^{-3x} + 5x^2y = 3x - 5y + 2$$

3. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$2^{2x}y + x^2y^2 - 7y = 5x - 1$$

4. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$2^{x^2-1} + x^2y^3 + 8x = 3y - 8$$

5. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$e^{\frac{1}{x}} + 8xy^4 + 3y^2 = 2x + 2$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 6

1. (5 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto Y \subseteq \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \left[\arcsen\left(\frac{x-2}{2}\right) \right]^x$$

Aplicando derivación logarítmica, determine la derivada de la función f y simplifique la expresión resultante.

2. (5 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto Y \subseteq \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \left[\arccos\left(\frac{x-2}{2}\right) \right]^x$$

Aplicando derivación logarítmica, determine la derivada de la función f y simplifique la expresión resultante.

3. (5 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto Y \subseteq \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \left[\arctan\left(\frac{x-2}{2}\right) \right]^x$$

Aplicando derivación logarítmica, determine la derivada de la función f y simplifique la expresión resultante.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

4. (5 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto Y \subseteq \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \left[\arcsen\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right) \right]^x$$

Aplicando derivación logarítmica, determine la derivada de la función f y simplifique la expresión resultante.

5. (5 PUNTOS)

Sea la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto Y \subseteq \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right) \right]^x$$

Aplicando derivación logarítmica, determine la derivada de la función f y simplifique la expresión resultante.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 7

1. (8 PUNTOS)

Un sastre sabe que, si vende a 50 *dólares* un terno, entonces venderá 5 ternos al día. Por cada *dólar* que aumenta al precio del terno vende 1 terno menos al día. Si el costo en la elaboración de un terno es de 30 *dólares*, calcule el precio de venta de cada terno que produce la máxima ganancia para el sastre.

2. (8 PUNTOS)

Se dispone de un hilo metálico de longitud 140 *metros*. Se quiere dividir dicho hilo en tres partes de tal forma que uno de ellos tenga longitud doble que el otro y tal que al construir con cada uno de ellos un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Calcule la longitud de cada parte del hilo metálico.

3. (8 PUNTOS)

Calcule las dimensiones del rectángulo de área máxima que tiene un lado sobre el eje X y se encuentra inscrito en el triángulo determinado por las funciones lineales $y = x$, $y = 0$, $y = 8 - 4x$.

4. (8 PUNTOS)

Si el número de turistas que hacen un recorrido en autobús a una determinada ciudad es igual a 30, la empresa cobra 200 *dólares* por turista. Por cada turista que se suma a las 30, el costo por turista se reduce en 5 *dólares*. Calcule el número óptimo de turistas que el autobús debe llevar para que se obtenga el máximo beneficio.

5. (8 PUNTOS)

En un jardín existe un paseo cerrado que consta de una semicircunferencia cuya longitud de radio mide 10 *metros*. En el interior de esta semicircunferencia se va a crear un parterre rectangular, tal que uno de sus lados está sobre el diámetro y los otros dos extremos están en la parte curva. En este parterre se plantarán rosas, que ocupan 0.25 *metros cuadrados* cada una. Calcule el número máximo de rosas que pueden plantarse en el parterre.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	PERÍODO: PAE 2021
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., Díaz R
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2021

Tema 8

1. (6 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x}\right); \text{ donde } n \geq 1$$

2. (6 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a \sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}; \text{ donde } a > 0$$

3. (6 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (2 - x)^{\tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$$

4. (6 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$