



| | | | |
|--|--|---|--|
| AÑO LECTIVO: 2025 - 2026 | PERIODO ACADÉMICO: 1 | COMPONENTE TEÓRICO | |
| ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales COORDINADOR: Antonio Chong Escobar | PROFESORES: Paralelo 01, 02 y 04: Antonio Chong Escobar Paralelos 03 y 06: Eduardo Rivadeneira Molina Paralelo 05: Jennifer Avilés Monroy | Examen (50 Puntos) | |
| | | Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos) | |
| EVALUACIÓN: Segunda | FECHA: 25 de agosto de 2025 | TOTAL (100 Puntos) | |

**COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
 PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA**

Yo, _____

reconozco que en la presente evaluación:

- 1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
- 2) **sólo puedo comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
- 3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
- 4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
- 5) **sólo puedo usar un bolígrafo** que no sea de tinta roja, **un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets,** debo ubicarlos dentro de mi mochila.
- 6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos;** mis manos estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
- 7) debo **resolver la evaluación de manera individual,** sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
- 8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara en las hojas de la evaluación, las cuales debo mantener **dobladadas del tamaño de una hoja A4.**
- 9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad,** por eso no copio ni deajo copiar".

FIRMA: _____ NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

Tema 1 (10 puntos)

a) (3 Puntos) Determine la solución general de la ecuación diferencial $P(x)y''(x) + Q(x)y'(x) + R(x)y(x) = 0$, donde $P(x) = x$, $Q(x) = -1$ y $R(x) = 4x^3$, si se conoce que $y_1(x) = \text{sen}(x^2)$ es una de sus soluciones.

Observación: Recuerde que $\int \csc^2(u) du = -\cot(u) + c$; $c \in \mathbb{R}$.

b) (7 Puntos) Utilizando el resultado del literal anterior, determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$P(x)y''(x) + Q(x)y'(x) + R(x)y(x) = G(x), \text{ donde } G(x) = 2x^3.$$

Tema 2 (10 puntos)

Para la EDO $(4 - x^2)y'' + 2y = 0$:

- a) **(2 Puntos)** Identifique si $x_0 = 0$ es un punto ordinario o singular.
- b) **(6 Puntos)** Planteando una solución en serie de potencias alrededor de $x_0 = 0$, obtenga la fórmula recursiva de los coeficientes de la serie.
- c) **(2 Puntos)** Utilizando los resultados del literal anterior, concluya cuál es la solución general de la EDO, mostrando los primeros términos de cada una de las soluciones linealmente independientes.

Observación: Para las soluciones que tengan más de dos términos distintos de cero, muestre al menos los tres primeros términos).

Tema 3 (7 Puntos)

Considere la función $f(t) = \begin{cases} e^{-t} \operatorname{sen}(\pi t) & ; \quad 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ 0 & ; \quad t \geq \frac{1}{2} \end{cases}$.

- a) **(2 Puntos)** Exprese $f(t)$ en términos de funciones escalón unitario.
- b) **(5 Puntos)** Determine la transformada de Laplace de $f(t)$, aplicando teoremas de traslación a la expresión solicitada en el literal anterior.

Tema 4 (13 puntos)

Sea δ la delta de Dirac. Suponga que la posición de un bloque que experimenta un movimiento oscilatorio unidimensional se describe con el siguiente problema de valor inicial, donde "y" está en centímetros, "t" está en segundos.

$$y'(t) + 4 \int_0^t y(\theta) d\theta = -\sin(t) + \delta_{\pi/2}(t) ; y(0) = 2 ; t \geq 0.$$

- a) **(5 Puntos)** Muestre que la transformada de Laplace de $y(t)$ tiene la forma $\frac{k_1 s^3 + k_2 s}{(s^2 + k_3)(s^2 + k_4)} + e^{-k_5 s} \frac{s}{s^2 + k_4}$,
identificando el valor de cada una de las constantes: k_1, k_2, k_3, k_4 y k_5 .
- b) **(5 Puntos)** Descomponga la fracción $\frac{k_1 s^3 + k_2 s}{(s^2 + k_3)(s^2 + k_4)}$ del literal anterior en fracciones parciales y luego determine
la posición del bloque en función del tiempo expresada como una función por tramos.
- c) **(3 Puntos)** Si se conoce que la posición "y" es con respecto a una posición denominada de equilibrio, determine
para cuál de los siguientes tiempos el bloque está más alejado de la posición de equilibrio: $t_A = \pi/4$ segundos;
 $t_B = \pi$ segundos.

Tema 5 (10 puntos)

Para el sistema de ecuaciones diferenciales $\begin{cases} x''(t) - z(t) = 3 - t^2 \\ z''(t) - x(t) = 4t \end{cases}$:

a) **(7 Puntos)** Determine la función incógnita $x(t)$, usando el método del operador diferencial.

b) **(3 Puntos)** Obtenga la función incógnita $z(t)$, utilizando la solución obtenida en el literal anterior.
(Observación: No utilice la transformada de Laplace en el procedimiento.)