

AÑO: 2022

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: **Tercera**

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **PRIMER TERMINO**

PROFESORES: Laveglia Franca, Martínez Margarita, Ramirez John, Sánchez Joffre, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 15 de septiembre de 2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____

PARALELO: _____

1. (24 Puntos)

Califique justificadamente el grado de verdad de las siguientes proposiciones

(S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

Sea V un espacio vectorial de dimensión finita con producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. sean

β_1 y β_2 dos bases para V

a. Para todo par de vectores $v, w \in V$, $w \neq 0_V$: $\|\text{proy}_w^v\| \leq \|v\|$

b. Si H es un subespacio de V , entonces $(H \cap H^\perp)$ no es un subespacio de V .

c. Una matriz cuadrada A con nulidad igual a 1 puede ser una matriz cambio de base de β_1 a β_2

2. (16 Puntos)

Un joyero tiene dos barras de aleación de oro: una es de 12 quilates y la otra de 18 (el oro de 24 quilates es oro puro, el de 12 quilates corresponde a $12/24$ de pureza, el de 18 a $18/24$ de pureza y así sucesivamente). ¿Cuántos gramos de cada aleación se deben mezclar para obtener 10 gramos de oro de 14 quilates?

3. (15 Puntos)

Sean $V = \mathbb{R}^3$, con las operaciones convencionales, $H = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ y $W = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Determine:

- $H \cap W^\perp$.
- Una base ortonormal para W^\perp .
- ¿Es $H \cup (H + W)$ un subespacio de V ?

4. (25 Puntos)

Sea T un operador lineal sobre $S_{2 \times 2}$, el espacio vectorial de las matrices simétricas 2×2 .

$$\text{Definido por: } T \left(\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2b + 2c & -a - 3b - 2c \\ -a - 3b - 2c & a + 2b + c \end{bmatrix}$$

Determine, en caso de ser posible, una base de $S_{2 \times 2}$ con respecto a la cual la matriz asociada a T sea una matriz diagonal.

5. (20 Puntos)

Demuestre que si T es un isomorfismo de V a W y $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ es una base de V entonces $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ es base de W .