ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021	**PERIODO ACADÉMICO:** 1	**COMPONENTE TEÓRICO**	
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelos 01 y 02:** Antonio Chong Escobar **Paralelos 03, 04, 05 y 06:** Hernando Sánchez Caicedo	EXAMEN (50 Puntos)	
		PROM. LECCIONES + PROM. PRUEBAS DE LECTURA (50 Puntos)	
EVALUACIÓN: SEGUNDA	**FECHA:** 30 DE AGOSTO DE 2021	**TOTAL (100 Puntos)**	

<u>Para que el examen del estudiante sea calificado:</u>

Previo al inicio del examen, el estudiante debe imprimir esta página o escribirla a mano, completarla, tomarle una foto en disposición vertical, convertirla en un documento con formato PDF, y enviarla a través de la plataforma indicada por el profesor como un archivo con el nombre:

Paralelo ## Primer Apellido Primer Nombre Ex2 CH

<u>COMPROMISO DE HONOR</u>

Como estudiante de la asignatura, reconozco que en la presente evaluación:

1) debo **ubicar la cámara de mi teléfono celular** o tablet, de forma que los profesores encargados de la evaluación tengan una visión panorámica de mi área de trabajo, la cual incluya mi persona, las hojas en las que voy a desarrollar los temas y la pantalla del dispositivo que usaré para mantener abierta la plataforma que contenga los temas de la evaluación. Además, debo tener **suficiente iluminación** para que mi rostro sea visible.
2) **estoy autorizado a comunicarme sólo con** los profesores responsables de la recepción de la evaluación.
3) el uso de **teléfono celular sólo es permitido para** tomar fotos de mis resoluciones escritas a mano que subiré a la plataforma establecida por el profesor de la asignatura en los formatos requeridos.
4) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con alguna otra persona de forma presencial o a través de un instrumento de comunicación, como laptop o teléfono celular.
5) **no debo usar** gafas, gorras, ni audífonos; **mis manos estarán** siempre visibles en la vista panorámica detallada en el primer ítem, **y mi rostro y orejas** no estarán cubiertos.
6) **no estoy autorizado a consultar** en material de apoyo alguno, como apuntes o libros.
7) **no debo usar calculadora**, ni cualquier otro instrumento para hacer cálculos, como laptops.
8) **los temas los debo desarrollar de manera** ordenada y clara, siguiendo todos los lineamientos establecidos por el profesor.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

<u>ACEPTACIÓN DEL COMPROMISO DE HONOR</u>

Yo, ____,
firmo a continuación, como constancia de haber leído y aceptado todos los 9 ítems del compromiso de honor.
"Como estudiante de la ESPOL **<u>me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad</u>**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: __________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _____________________ **PARALELO:** _____

Ubicar aquí una identificación que tenga su foto, como cédula, carné ESPOL o licencia de conducir, para proceder a tomar la foto de la presente página.

VERSIÓN EVALUADA AL PARALELO 01

Parte A (formato: escrito) - (25 Puntos) - (45 minutos)
Observación: Explique cada paso realizado en sus soluciones.

Tema 1 (12 puntos)
Muestre que $\{1, x, x^3\}$ es un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación homogénea correspondiente a la EDO $xy'''(x) - y''(x) = -8$. Luego, determine la solución general de la EDO no homogénea.

Tema 2 (13 Puntos)
Considere un sistema masa-resorte-amortiguador descrito matemáticamente por $mx'' + cx' + kx = F(t)$, donde $x(t)$ en metros representa la posición de un bloque de masa m en el instante t segundos con respecto a la posición de equilibrio del sistema, considerando positivo hacia abajo. Determine $x(t)$ si la masa es igual a $1\ kg$, la constante de resistencia del medio es $c = 2\frac{kg}{s}$, la constante de restitución del resorte es $k = 3\frac{kg}{s^2}$, la fuerza externa es $F(t) = 2\delta(t-3)\ N$, e inicialmente el bloque es lanzado hacia abajo con una velocidad de $\frac{2m}{s}$ desde su posición de equilibrio. Además, determine en qué sentido se mueve el bloque a los $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ segundos. Considere la gravedad igual a $10 m/s^2$.

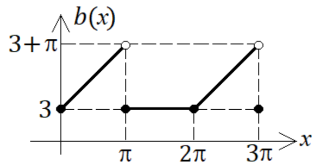
Parte B (formato: oral) - (10 Puntos) - (1.5 minutos)
El estudiante debe realizar temas seleccionados aleatoriamente del siguiente banco. Para obtener el puntaje total, el estudiante debe tener excelente expresión oral y mostrar un dominio amplio de lo que explica en cada uno de los temas.

Banco para sistemas de EDO
Este banco contiene temas como los siguientes:
1) Proporcione un ejemplo de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que sea homogéneo y lineal. Luego, explique el método del operador diferencial.
2) Proporcione un ejemplo de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que sea homogéneo y lineal. Luego, explique el método de la transformada de Laplace.
3) Proporcione un ejemplo de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que sea homogéneo y lineal. Luego, explique el método de los valores y vectores propios.

Parte C (formato: video) - (15 Puntos) - (73.5 minutos)
Cada video es calificado si está dentro de la duración permitida, no está formado por la fusión de varios videos, y muestra al estudiante realizando el tema en una pizarra o papelógrafos no virtuales, usando marcadores, con letra visible y sin utilizar material de apoyo alguno. Para obtener el puntaje total en cada nivel de aprendizaje de las rúbricas, se debe tener una excelente expresión oral, no debe dar la espalda a la cámara todo el tiempo y debe mostrar que domina el tema.

Video 1 (con duración mínima de 15 minutos y máxima de 25 minutos) (5 Puntos)
Resuelva la EDO $y'' - xy' - 2y = 0$ usando desarrollo en serie de potencias en x. En la solución general hallada muestre los 4 primeros términos diferentes de cero de cada una de las soluciones linealmente independientes.

Video 2 (con duración mínima de 10 minutos y máxima de 20 minutos) (5 Puntos)
Obtenga la transformada de Laplace de la función $h(x) = \begin{cases} 4, & 0 \le x < 2\pi \\ b(x), & 2\pi \le x \end{cases}$, donde $b(x) = b(x + 2\pi)$ para todo $x \ge 0$.



Video 3 (con duración mínima de 15 minutos y máxima de 25 minutos) (5 Puntos)
Utilizando el método de valores y vectores propios, halle la solución general del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x'(t) - 2x(t) + \frac{7}{2}w(t) = 0 \\ w'(t) = \frac{9}{7}x(t) - w(t) \end{cases}$$

VERSIÓN EVALUADA AL PARALELO 02

Parte A (formato: escrito) - (25 Puntos) - (45 minutos)
Observación: Explique cada paso realizado en sus soluciones.

Tema 1 (12 puntos)
Si se conoce que $R(x) = 2x$ es una solución de la EDO homogénea $(x^2 - 1)y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 0$, entonces determine la solución general de la ecuación diferencial $(x^2 - 1)y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 3(x^2 - 1)^2$.

Tema 2 (13 puntos)
Considere un circuito eléctrico RLC descrito matemáticamente por $L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(w)dw = E(t)$, donde $i(t)$ en amperios es la corriente que atraviesa el circuito en el instante t segundos. Determine la intensidad de corriente $i(t)$ del circuito si la resistencia es $R = 1\Omega$, la inductancia es $L = 2H$, la capacitancia es de $C = \frac{1}{2}F$, la fuente de voltaje es $E(t) = 3\delta(t - 7)\ V$, e inicialmente la corriente es $\frac{1}{2}A$. Además, determine si $i(t)$ es positiva o negativa a los $4\pi/\sqrt{15}$ segundos.

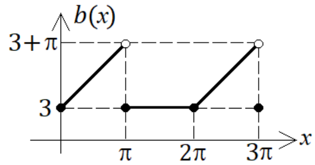
Parte B (formato: oral) - (10 Puntos) - (1.5 minutos)
El estudiante debe realizar temas seleccionados aleatoriamente del siguiente banco. Para obtener el puntaje total, el estudiante debe tener excelente expresión oral y mostrar un dominio amplio de lo que explica en cada uno de los temas.

Banco para sistemas de EDO
Este banco contiene temas como los siguientes:
1) Proporcione un ejemplo de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que sea homogéneo y lineal. Luego, explique el método del operador diferencial.
2) Proporcione un ejemplo de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que sea homogéneo y lineal. Luego, explique el método de la transformada de Laplace.
3) Proporcione un ejemplo de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que sea homogéneo y lineal. Luego, explique el método de los valores y vectores propios.

Parte C (formato: video) - (15 Puntos) - (73.5 minutos)
Cada video es calificado si está dentro de la duración permitida, no está formado por la fusión de varios videos, y muestra al estudiante realizando el tema en una pizarra o papelógrafos no virtuales, usando marcadores, con letra visible y sin utilizar material de apoyo alguno. Para obtener el puntaje total en cada nivel de aprendizaje de las rúbricas, se debe tener una excelente expresión oral, no debe dar la espalda a la cámara todo el tiempo y debe mostrar que domina el tema.

Video 1 (con duración mínima de 15 minutos y máxima de 25 minutos) (5 Puntos)
Resuelva la EDO $y'' - xy' - 2y = 0$ usando desarrollo en serie de potencias en x. En la solución general hallada muestre los 4 primeros términos diferentes de cero de cada una de las soluciones linealmente independientes.

Video 2 (con duración mínima de 10 minutos y máxima de 20 minutos) (5 Puntos)
Obtenga la transformada de Laplace de la función $h(x) = \begin{cases} 4, & 0 \le x < 2\pi \\ b(x), & 2\pi \le x \end{cases}$, donde $b(x) = b(x + 2\pi)$ para todo $x \ge 0$.



Video 3 (con duración mínima de 15 minutos y máxima de 25 minutos) (5 Puntos)
Utilizando el método de valores y vectores propios, halle la solución general del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x'(t) - 2x(t) + \frac{7}{2}w(t) = 0 \\ w'(t) = \frac{9}{7}x(t) - w(t) \end{cases}$$

VERSIÓN EVALUADA A LOS PARALELOS 03, 04, 05 Y 06

Temas de opción múltiple

De cada banco de preguntas, la plataforma AulaVirtual selecciona aleatoriamente una pregunta para el estudiante.

Banco 1 (5 puntos)

1.1.- Para el problema, determine el intervalo donde se garantiza existencia y unicidad de la solución:

$$(x-1)y''' + (x+1)y'' - \tan(x)\, y = 0 \qquad x(2) = 0, \qquad x'(2) = -1, \;\; x''(2) = 2$$

a.- $\frac{\pi}{2} < x < 3\pi/2$ b.- $0 < x < 3\pi/2$ c.- $-\pi/2 < x < 3\pi/2$ d.- $0 < x < \pi$

1.2.- Si el operador L se define como: $L[y] = a_0 y''' + a_1 y'' + a_2 y' + a_3 y$, encuentre el valor de $L[x^3]$.

a.- $L[x^3] = 6a_0 + 6a_1 x + 3a_2 x^2 + a_3 x^3$ b.- $L[x^3] = a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3$

c.- $L[x^3] = 6a_3 + 6a_2 x + 3a_1 x^2 + a_0 x^3$ d.- $L[x^3] = a_0 + 6a_1 x + 6a_2 x^2 + a_3 x^3$

1.3.- Determine el Wronskiano de soluciones linealmente independientes de la ecuación $y'^{v} + y'' = 0$.

a.- W=C b.- W=0 c.- W=Cx d.- W=Ce^x

Banco 2 (5 puntos)

2.1.- Determine el Wronskiano de soluciones linealmente independientes de la ecuación $y''' + 2y'' - xy' + 2y = 0$.

a.- $W = Ce^{-2x}$ b.- $W = -2Cx$ c.- $W = -Ce^{2x}$ d.- $W = 2Cx$

2.2.- Determine la solución general de la ecuación $y^{iv} = 16y$.

a.- $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} + c_3 \cos(2x) + c_4 sen(2x)$ b.- $y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-4x} + c_3 \cos(4x) + c_4 sen(4x)$

c.- $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} + c_3 e^{4x} + c_4 e^{-4x}$ d.- $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} + c_3 x e^{2x} + c_4 x e^{-2x}$

2.3.- Determine la solución general de la ecuación $y''' = y' + 2senx$.

a.- $y = c_1 + c_2 e^{-x} + c_3 e^{x} + \cos(x)$ b.- $y = c_1 e^{x} + c_2 e^{-x} + c_3 \mathrm{sen(x)}$

c.- $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} + c_3 \cos(\mathrm{x})$ d.- $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} + c_3 x e^{-x} + sen(x)$

Banco 3 (5 puntos)

3.1.- Determine el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n^2}$.

a.- R=1/2 b.- R=2 c.- R=1/4 d.- R=4

3.2.- Determine el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3 (x+2)^n}{2^n}$.

a.- R=2 b.- R=1/2 c.- R=1/4 d.- R=4

3.3.- Identifique los valores de a_1, a_2, a_3, a_4 sabiendo que $a_0 = 3$ en la identidad $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} + 2\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$.

a.- $a_1 = -6, a_2 = 6, a_3 = -4, a_4 = 2$ b.-$a_1 = -3, a_2 = 3, a_3 = -2, a_4 = 1$

c.- $a_1 = 6, a_2 = -6, a_3 = 4, a_4 = -2$ d.- $a_1 = 3, a_2 = -3, a_3 = 2, a_4 = -1$

Banco 4 (5 puntos)

4.1.- Si $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ t-1 & t \geq 1 \end{cases}$ cuál es su transformada de Laplace?

a.- $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2}$ b.- $F(s) = (1 - e^{-s})$ c.- $F(s) = \frac{1}{s} - e^{-s}$ d.- $F(s) = \frac{1}{s}(e^{-s} - 1)$

4.2.- Si $f(t) = \begin{cases} t-1 & t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases}$ cuál es su transformada de Laplace?

a.- $F(s) = \frac{1-e^{-s}}{s^2} - \frac{1}{s}$ b.- $F(s) = (1 - e^{-s})$ c.- $F(s) = \frac{1}{s} - e^{-s}$ d.- $F(s) = \frac{1}{s}(e^{-s} - 1)$

4.3.- Si $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ 1-t & t \geq 1 \end{cases}$ cuál es su transformada de Laplace?

a.- $F(s) = -\frac{e^{-s}}{s^2}$ b.- $F(s) = (1 - e^{-s})$ c.- $F(s) = \frac{1}{s} - e^{-s}$ d.- $F(s) = \frac{1}{s}(e^{-s} - 1)$

Banco 5 (5 puntos)

5.1.- Si $F(s) = \frac{2s+1}{4s^2+4s-3}$ cuál es la transformada inversa de Laplace correspondiente?

a.- $f(t) = \frac{1}{2} e^{-t/2} \cosh(t)$ b.- $f(t) = \frac{1}{2} e^{-t/2} \cos(t)$ c.- $f(t) = \frac{1}{2} e^{-t/2} \mathrm{senh}\,(t)$ d.- $f(t) = \frac{1}{2} e^{-t/2} \mathrm{sen}\,(t)$

5.2.- Si F(s) es la transformada de Laplace de y(t), ¿Cuál es la expresión para F(s) del problema: $y'' - y = sent$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$?

a.- $F(s) = \frac{1}{s^4-1}$ b.- $F(s) = \frac{1}{(s-1)^4}$ c.- $F(s) = \frac{1}{s^4+1}$ d.- $F(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$

5.3.- Si $f(t) = tcos(t)$, ¿Cuál sería la expresión para su transformada de Laplace?

a.- $F(s) = \frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$ b.- $F(s) = \frac{s^2-1}{(s^2+1)}$ c.- $F(s) = \frac{s^2+1}{(s^2-1)^2}$ d.- $F(s) = \frac{s^2+1}{(s^2-1)}$

Banco 6 (5 puntos)

6.1.- Determine los valores propios de la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

a.- r=2, r=-1 b.- r=3, r=-2 c.- r=-2, r=2 d.- r=1, r=-2

6.2.- Determine la solución del sistema $X' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} X$.

a.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t}$ b.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{t}$

c.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t} + C_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$ d.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-2t} + C_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t}$

6.3.- Determine <u>una</u> solución para el sistema $X' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X$.

a.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t}$ b.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-2t}$ c.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t}$ d.- $X = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-2t}$

Banco 7 (5 puntos)

7.1.- Determine los valores propios de la matriz del sistema $X' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} X$.

a.- $r_1 = 1 + 2i, r_2 = 1 - 2i$ b.- $r_1 = r_2 = 2$ c.- $r_1 = 2i, r_2 = -2i$ d.- $r_1 = 1, r_2 = 2$

7.2.- Determine los valores propios de la matriz del sistema $X' = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X$.

a.- $r_1 = -1 + 2i, r_2 = -1 - 2i$ b.- $r_1 = r_2 = 2$ c.- $r_1 = 2i, r_2 = -2i$ d.- $r_1 = 1, r_2 = 2$

7.3.- Dado el siguiente sistema, encuentre la función x(t) que satisface al sistema $\begin{cases} Dx + 4y = 0 \\ x - Dy = 0 \end{cases}$.

a.- $x(t) = c_1\cos(2t) + c_2 sen(2t)$ b.- $x(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-2t}$

c.- $x(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{t}$ d.- $x(t) = c_1 sen(t) + c_2\cos(t)$

<u>Temas de desarrollo</u>

De cada banco de preguntas, la plataforma AulaVirtual selecciona aleatoriamente una pregunta para el estudiante.

Banco 1 (15 puntos)

8.1.- (Resolver, no usar fórmulas) Para la ecuación diferencial, encuentre: a) la solución de la parte homogénea, b) una solución particular por el <u>método de variación de parámetros</u> y c) construya su solución general:

$$2y''' - 6y'' + 4y' - 12y = 3x$$

8.2.- Encuentre la solución general del sistema. (Muestre todo el desarrollo. No usar fórmulas)

$$X' = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t}$$

8.3.- Resolver el problema de valor inicial usando la transformada de Laplace. Muestre todo el desarrollo.

$$y'' - 4y = tu(t-1) \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 1$$