

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

"SIMULACION DIGITAL - ANALOGICA DEL MOTOR DE INDUCCION"

TESIS DE GRADO

PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE :

INGENIERO EN ELECTRICIDAD

ESPECIALIZACION: POTENCIA

PRESENTADA POR :

KLEBER RAFAEL FRANCO ROBLES

GUAYAQUIL - ECUADOR

1982

AGRADECIMIENTO

AL ING. EDUARDO LEON CASTRO
DIRECTOR DE TESIS, POR SU AYU
DA Y COLABORACION PARA LA REA
LIZACION DE ESTE TRABAJO.

DEDICATORIA

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

A CAROLINA

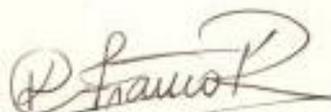
Eduardo Leon Castro

ING. EDUARDO LEON CASTRO
DIRECTOR DE TESIS

DECLARACION EXPRESA:

"La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente; y, el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL".

(Reglamento de Exámenes y Títulos Profesionales de la ESPOL).



KLEBER RAFAEL FRANCO ROBLES

R E S U M E N

En la mayoría de las aplicaciones, el estado dinámico de la máquina de inducción tiene un efecto importante en el funcionamiento del sistema, del cual forma parte.

De aquí, que el primordial motivo de este trabajo, es el de analizar el comportamiento de un motor de inducción en sus períodos transientes, ya sean éstos durante su arranque, o producidos por diferentes perturbaciones mientras está trabajando en estado estable.

Para analizar estos problemas, se hace un estudio general del motor de inducción, para poder desarrollar un modelo matemático que pueda ser fácilmente simulado, a fin de estudiar su estado dinámico.

Para cumplir la finalidad de este estudio, se desarrolla a la máquina en un sistema de ecuaciones diferenciales, para luego simularla con las características de un motor de inducción típico, analizando su comportamiento en el dominio del tiempo.

Haciendo un resumen del contenido de este temario se tiene:

En el primer capítulo, contiene el desarrollo teórico de la máquina de inducción, además el proceso de formulación para llevar a cabo su simulación.

En el segundo capítulo, se detallan los modelos de simulación, así como el uso de un programa de simulación de sistemas continuos C.S.M.P. (Continuous System Modeling Program) como método para resolver el sistema de ecuaciones que describen el estado dinámico del motor de inducción.

En el tercer capítulo, se realiza el análisis de las pruebas efectuadas al motor de inducción, usando los resultados de la simulación desarrollada.

Finalmente, se desarrollan las conclusiones, así como las recomendaciones para futuros trabajos.

INDICE GENERAL

| | <u>Pag.</u> |
|--|-------------|
| RESUMEN----- | VI |
| INDICE GENERAL ----- | VIII |
| INDICE DE FIGURAS ----- | XI |
| INDICE DE TABLAS ----- | XV |
| INTRODUCCION ----- | 16 |
| CAPITULO I | |
| MODELO PARA EL ANALISIS DINAMICO DEL MOTOR DE <u>IN</u> DUCCION ----- | 17 |
| 1.1. LA MAQUINA DE INDUCCION ----- | 17 |
| 1.1.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO----- | 18 |
| 1.1.2. SIMPLIFICACION DEL MODELO ----- | 18 |
| 1.2. ECUACIONES DEL MOTOR DE INDUCCION ----- | 20 |
| 1.2.1. ECUACIONES EN COORDENADAS HOLONOMICAS | 23 |
| 1.3. TRANSFORMACION DE VARIABLES----- | 31 |
| 1.3.1. TRANSFORMACION DE PARK----- | 32 |
| 1.3.2. TRANSFORMACION DE COORDENADAS ----- | 33 |
| 1.4. ECUACIONES DEL TORQUE ----- | 36 |
| 1.5. VARIABLES DE ESTADO DEL SISTEMA DINAMICO--- | 39 |
| 1.5.1. ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO ----- | 39 |

CAPITULO II

| | |
|--|----|
| SIMULACION DEL MOTOR DE INDUCCION ----- | 45 |
| 2.1. MODELOS PARA UNA SIMULACION ----- | 45 |
| 2.2. TECNICAS DE SIMULACION ----- | 47 |
| 2.2.1. VENTAJAS DE UNA SIMULACION ----- | 47 |
| 2.2.2. METODOS DE SOLUCION ----- | 49 |
| 2.3. USO DEL PROGRAMA C.S.M.P. (Programa de Simula ción de Sistemas Continuos) PARA LA SIMULA CION ----- | 50 |
| 2.3.1. DESCRIPCION GENERAL ----- | 50 |
| 2.3.2. LENGUAJE DE ENTRADA ----- | 51 |
| 2.3.3. EL MODO ITERATIVO ----- | 54 |
| 2.3.4. INTERCONEXIONES DE BLOQUES ----- | 56 |
| 2.3.5. CONDICIONES INICIALES Y PARAMETROS -- | 56 |
| 2.4. ECUACIONES DEL MODELO PARA LA SIMULACION --- | 57 |
| 2.5. SIMULACION ANALOGICA DEL SISTEMA ----- | 59 |
| 2.5.1. DIAGRAMA DE SIMULACION DE LA ALIMENTA CION DEL MOTOR DE INDUCCION ----- | 67 |
| 2.6. SIMULACION DEL MOTOR EN LENGUAJE DEL C.S.M.P. 69 | |
| 2.6.1. CARACTERISTICAS DEL MOTOR A SER SIMULA DO ----- | 71 |
| 2.6.2. ESPECIFICACIONES DE LA CONFIGURACION - DEL SISTEMA ----- | 72 |

| | |
|---|-----|
| 2.6.3. ESPECIFICACIONES DE LOS PARAMETROS --- | 73 |
| CAPITULO III | |
| ANALISIS DE LOS RESULTADOS----- | 79 |
| 3.1. DEFINICION DE LAS REGIONES TRANSIENTES ----- | 79 |
| 3.1.1. CRITERIOS PARA SELECCIONAR PUNTOS DE SWITCHEO (CONEXION)----- | 80 |
| 3.2. PRUEBAS REALIZADAS AL MOTOR SIMULADO ----- | 81 |
| 3.2.1. ARRANQUE DEL MOTOR EN VACIO ----- | 82 |
| 3.2.2. VARIACION DE LOS PARAMETROS DEL MOTOR- | 85 |
| 3.2.3. APLICACION DE VOLTAJES DESBALANCEADOS- | 122 |
| 3.2.4. VARIACION DE FRECUENCIA ----- | 128 |
| 3.2.5. VARIACION DEL ANGULO DE CONEXION (ALFA) | 139 |
| 3.2.6. CORTOCIRCUITO TRIFASICO ----- | 143 |
| 3.2.7. FRENADO A CONTRACORRIENTE ----- | 147 |
| CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES ----- | 152 |
| ANEXOS ----- | 154 |
| BIBLIOGRAFIA ----- | 158 |

INDICE DE FIGURAS

| <u>Nº</u> | | <u>pag</u> |
|-----------|---|------------|
| 1.1. | REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MOTOR DE INDUCCION TRIFASICO----- | 21 |
| 1.2. | REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MOTOR BI FASICO ----- | 37 |
| 2.1. | ELEMENTO FUNCIONAL DEL C.S.M.P.----- | 53 |
| 2.2. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.14)----- | 60 |
| 2.3. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.15) ----- | 62 |
| 2.4. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.16)----- | 63 |
| 2.5. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.17).----- | 64 |
| 2.6. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.18) ----- | 65 |
| 2.7. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.19) ----- | 66 |
| 2.8. | REPRESENTACION ANALOGICA DEL MOTOR DE INDUCCION----- | 68 |
| 2.9. | REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ALIMENTA CION DEL MOTOR ----- | 70 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 3.1. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO CASO BA SE ----- | 83 |
| 3.2. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO CA- SO BASE ----- | 84 |
| 3.3. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 86 |
| 3.4. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 87 |
| 3.5. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 88 |
| 3.6. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 89 |
| 3.7. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 90 |
| 3.8. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 91 |
| 3.9. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 92 |
| 3.10. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 93 |
| 3.11. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 94 |
| 3.12. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 95 |
| 3.13. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 96 |
| 3.14. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 97 |
| 3.15. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 98 |
| 3.16. | CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO --- | 99 |
| 3.17. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 103 |
| 3.18. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 104 |
| 3.19. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO ----- | 105 |
| 3.20. | CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO----- | 106 |

| <u>Nº</u> | | <u>Pag.</u> |
|-----------|---|-------------|
| 3.21. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 107 |
| 3.22. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 108 |
| 3.23. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 109 |
| 3.24. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 113 |
| 3.25. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 114 |
| 3.26. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 115 |
| 3.27. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 116 |
| 3.28. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 117 |
| 3.29. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 118 |
| 3.30. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 119 |
| 3.31. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 120 |
| 3.32. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 123 |
| 3.33. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 124 |
| 3.34. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 125 |
| 3.35. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 126 |
| 3.36. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 130 |
| 3.37. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 131 |
| 3.38. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 132 |
| 3.39. | CARACTERISTICA TORQUE V_s . TIEMPO ----- | 133 |
| 3.40. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 134 |
| 3.41. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 135 |
| 3.42. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 136 |
| 3.43. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 137 |

| <u>Nº</u> | | <u>Pag</u> |
|-----------|--|------------|
| 3.44. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 140 |
| 3.45. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 141 |
| 3.46. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO --- | 142 |
| 3.47. | CARACTERISTICAS TORQUE V_s . TIEMPO DURAN TE EL CORTOCIRCUITO TRIFASICO ----- | 144 |
| 3.48. | CARACTERISTICA DE CORRIENTE DEL ESTATOR V_s . TIEMPO DURANTE UN CORTOCIRCUITO TRI FASICO.----- | 145 |
| 3.49. | CARACTERISTICA DE LA CORRIENTE DEL ESTA TOR V_s . TIEMPO EN LOS EJES d y q ----- | 146 |
| 3.50. | CARACTERISTICA DE TORQUE V_s . TIEMPO DU RANTE FRENADO A CONTRACORRIENTE ----- | 150 |
| 3.51. | CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO DU RANTE EL FRANDO CONTRACORRIENTE ----- | 151 |

INDICE DE TABLAS

| <u>Nº</u> | | <u>Pag.</u> |
|-----------|---|-------------|
| 3.1. | VARIACION DE LA RESISTENCIA DEL ESTATOR | 94 |
| 3.2. | VARIACION DE LA INDUCTANCIA DEL ESTATOR | 100 |
| 3.3. | VARIACION DE LA RESISTENCIA DEL ROTOR-- | 110 |
| 3.4. | VARIACION DE LA INDUCTANCIA DEL ROTOR-- | 121 |
| 3.5. | APLICACION DE VOLTAJES DE BALANCEO ---- | 127 |
| 3.6. | VARIACION DE LA FRECUENCIA ----- | 138 |

INTRODUCCION

Debido a la gran variedad de aplicaciones del motor trifásico de inducción, en muchas de las cuales tienen gran importancia los fenómenos transitorios, se realiza este estudio con el fin de analizar su comportamiento transiente.

Para llevar a cabo este estudio, se desarrolla un modelo matemático que permita simular al motor en estado dinámico.

El modelo matemático escogido, se fundamenta en las corrientes como Variables de Estado, y el sistema de ecuaciones diferenciales que lo conforman, es resuelto usando un programa de simulación de sistemas continuos (C.S.M.P) implementado para el sistema IBM-34 existente en la ESPOL.

Al modelo simulado, se lo somete a una serie de pruebas - para poder analizar los transientes del torque y corriente. También se analizan otras características del motor como son el torque máximo y el tiempo de arranque.

CAPITULO I

MODELO PARA EL ANALISIS DINAMICO DEL MOTOR DE INDUCCION

1.1. LA MAQUINA DE INDUCCION

De todas las máquinas eléctricas giratorias, la de inducción es la que se usa más a menudo. Su uso generalizado es como motor, debido a la gran variedad de aplicaciones.

El motor de inducción es sencillo desde un punto de vista mecánico y por lo tanto resulta económico, además es resistente y prácticamente no necesita mantenimiento.

En su forma más generalizada, el motor polifásico - de inducción consiste esencialmente de un estator y de un rotor, el estator recibe la energía del circuito de alimentación y en el rotor se induce la corriente de trabajo.

En este capítulo se desarrollará un modelo matemático del motor de inducción para ser usado en un estudio de fenómenos transientes.

1.1.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Cuando en el motor de inducción, el devanado del estator es excitado por corriente alterna, éste inducirá voltajes en el devanado del rotor de forma similar a lo que ocurre en un transformador. Debido a que el devanado del rotor es un circuito cerrado, se producirán corrientes a causa del voltaje inducido, y estas corrientes interactuarán con el flujo magnético en el entrehierro, produciendo un par que ocasiona el giro del rotor.

1.1.2. SIMPLIFICACION DEL MODELO

El motor trifásico de inducción generalmente no es construido con un entrehierro uniforme, es decir, tanto el estator como el rotor no son completamente lisos, además cuenta con -

un devanado trifásico distribuido en la perferia del estator y otro distribuido sobre la superficie del rotor.

Para el análisis del motor de inducción en el cual el modelo que representa el sistema es estructurado por ecuaciones, se harán simplificaciones de tal forma que se lo pueda estudiar como un conjunto de circuitos acoplados en los que los voltajes son proporcionales a las corrientes que los producen.

Entonces se asumirá las siguientes simplificaciones:

- a. Los devanados son simétricos, tanto en el rotor como en el estator.
- b. El coeficiente de inductancia mutua entre las bobinas del estator y rotor, es función sinusoidal del ángulo eléctrico entre los devanados.
- c. El rotor es totalmente liso y las autoin-

ductancias de cualquiera de los devanados son independientes de la posición del rotor.

d. Los efectos de saturación, histéresis y corrientes de Eddy son despreciables.

e. Los parámetros son concentrados y lineales en movimiento relativo.

f. No se consideran efectos capacitivos.

1.2. ECUACIONES DEL MOTOR DE INDUCCION

Para realizar el análisis del motor de inducción, se debe desarrollar un modelo que represente al sistema conformado por un conjunto de ecuaciones.

Esquemáticamente se puede representar al motor de inducción trifásico ideal como se lo indica en la figura 1.1.

En este gráfico, sobre el estator están 3 devanados

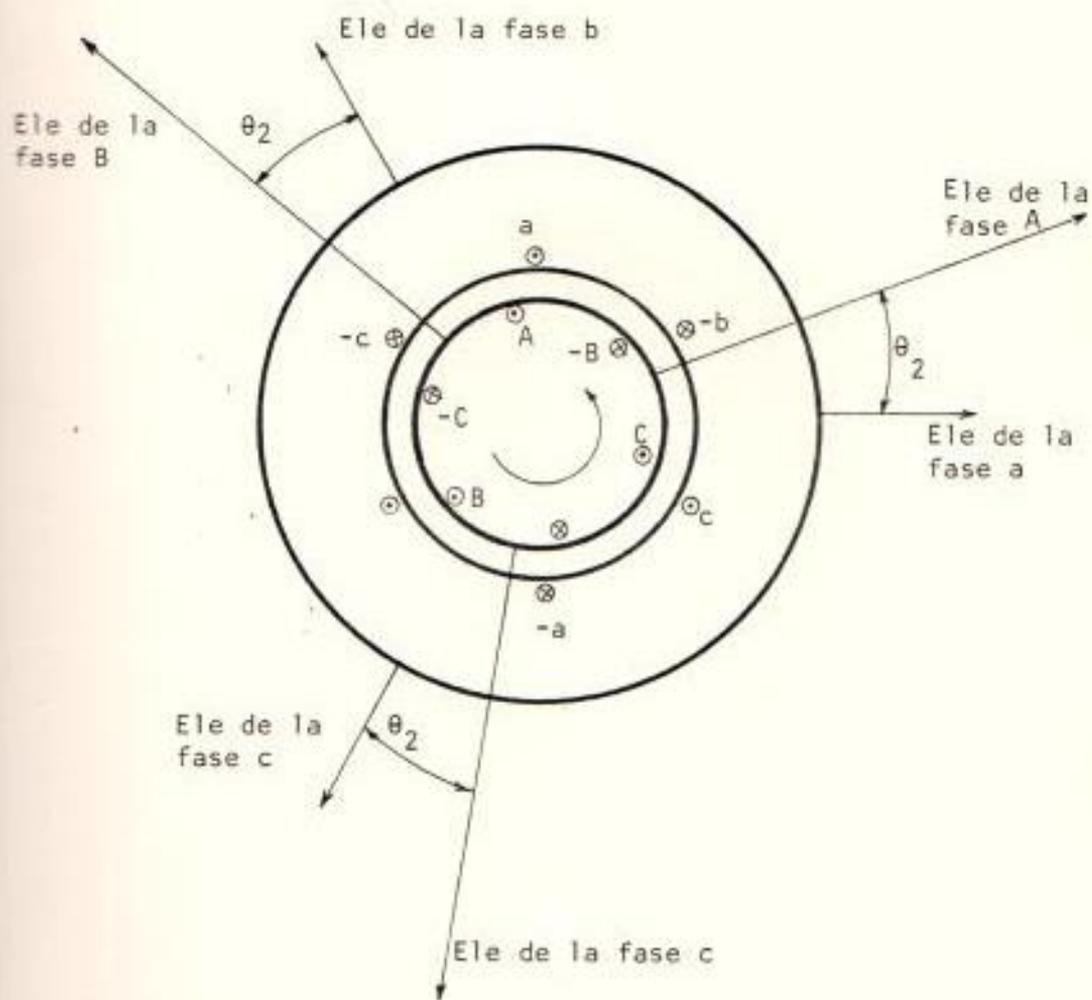


FIGURA 1.1: REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MOTOR DE INDUCCION TRIFASICA.

distribuidos a b, y c, representados como unas bobinas concentradas.

Igualmente en el rotor están otros 3 devanados distribuidos concentrados A, B, y C.

Las fases del estator y rotor están balanceados y pueden estar conectados en γ ó Δ .

Para este caso, los terminales A, B y C, de la figura 1.1. están cortocircuitados de tal manera que:

$$V_a = V_b = V_c = 0.$$

$$V_a = V_b = V_c = 0$$

Además en la figura 1.1, se representan los ejes magnéticos, tanto del estator como del rotor, en donde el eje de fase del rotor se encuentra desplazado un ángulo θ_2 del correspondiente eje del estator.

Como el rotor está girando, el ángulo θ_2 variará con el tiempo. Luego cuando la velocidad angular del rotor es constante en un valor ω_2 :

$$\theta_2 = \omega_2 t \tag{1.1}$$

1.2.1. ECUACIONES EN COORDENADAS HOLONOMICAS

Considerando las simplificaciones hechas al modelo, la máquina puede ser presentada como un grupo de circuitos lineales acoplados.

Así las relaciones Voltaje-Corriente, para los 6 devanados son:

Estator:

$$V_a = r_1 i_a + p \lambda_a \quad (1.2)$$

$$V_b = r_1 i_b + p \lambda_b \quad (1.3)$$

$$V_c = r_1 i_c + p \lambda_c \quad (1.4)$$

Rotor:

$$V_A = r_2 i_A + p \lambda_A \quad (1.5)$$

$$V_B = r_2 i_B + p \lambda_B \quad (1.6)$$

$$V_C = r_2 i_C + p \lambda_C \quad (1.7)$$

Donde:

r_1 = Resistencia de Fase del estator

r_2 = Resistencia de fase del rotor.

λ_x = Enlaces de flujo con el devanado x.

p = Operador diferencial d/dt .

V = Voltaje aplicado a devanados

i = Corrientes en devanado.

Todos los devanados de la máquina tendrán su inductancia propia, así como también su inductancia mutua con respecto a cada uno de los otros.

Se debe tener presente que solamente las inductancias mutuas entre las fases del estator y rotor serán función del ángulo θ_2 de posición del rotor.

Las ecuaciones de fase de los enlaces de flujo son:

Estator:

$$\begin{aligned}\lambda_a &= L_{aa}i_a + L_{ab}(i_b + i_c) \\ &+ L_{aA}\{i_A \cos \theta_2 + i_B \cos(\theta_2 + 120^\circ)\} + \\ &i_C \cos(\theta_2 - 120^\circ)\end{aligned}\quad (1.8)$$

$$\begin{aligned}\lambda_b &= L_{aa}i_b + L_{ab}(i_a + i_c) \\ &+ L_{aA}\{i_A \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_B \cos \theta_2 + \\ &i_C \cos(\theta_2 + 120^\circ)\}\end{aligned}\quad (1.9)$$

$$\begin{aligned}\lambda_c &= L_{aa}i_c + L_{ab}(i_a + i_b) \\ &+ L_{aA}\{i_A \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_B \cos(\theta_2 - 120^\circ) \\ &+ i_C \cos \theta_2\}\end{aligned}\quad (1.10)$$

Rotor:

$$\begin{aligned}\lambda_A &= L_{AA} i_B + L_{AB} (i_A + i_C) \\ &+ L_{aA} \{i_a \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_b \cos\theta_2 \\ &+ i_c \cos(\theta_2 - 120^\circ)\} \quad (1.11)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_B &= L_{AA} i_B + L_{AB} (i_A + i_C) \\ &+ L_{aA} \{i_a \cos(\theta_2 + 120^\circ) \\ &+ i_c \cos(\theta_2 - 120^\circ)\} \quad (1.12)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_C &= L_{AA} i_C + L_{AB} (i_A + i_B) \\ &+ L_{aA} \{i_a \cos(\theta_2 - 120^\circ) \\ &+ i_b \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_c \cos\theta_2\} \quad (1.13)\end{aligned}$$

Donde:

L_{aa} = Inductancia propia del devanado del estator.

L_{AA} = Inductancia propia del devanado del rotor

L_{ab} = Inductancia mutua entre fases del estator

L_{AB} = Inductancia mutua entre fases del rotor

L_{aA} = Valor pico de la inductancia mutua entre estator y rotor.

En la mayoría de la maquinaria de inducción, - por tener sus fases equilibradas o balanceadas, no hay conexión de neutro, osea, se puede - afirmar que no circularán corrientes de secuencia cero.

Entonces:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (1.14)$$

$$i_{A_i} + i_B + i_C = 0 \quad (1.15)$$

Luego en las ecuaciones (1.8) a (1.13) se con sidera que:

$$L_{11} = L_{aa} - L_{ab} \quad (1.16)$$

$$L_{22} = L_{AA} - L_{AB} \quad (1.17)$$

Por lo tanto las ecuaciones de los enlaces de flujo son:

Estator:

$$\lambda_a = L_{11} i_a + L_{aA} \{ i_A \cos \theta_2 + i_B \cos (\theta_2 + 120^\circ) + i_C \cos (\theta_2 - 120^\circ) \} \quad (1.18)$$

$$\lambda_b = L_{11} i_b + L_{aA} \{ i_A \cos (\theta_2 - 120^\circ) + i_B \cos \theta_2 + i_C \cos (\theta_2 + 120^\circ) \} \quad (1.19)$$

$$\lambda_c = L_{11} i_c + L_{aA} \{ i_A \cos (\theta_2 + 120^\circ) + i_B \cos (\theta_2 - 120^\circ) + i_C \cos \theta_2 \} \quad (1.120)$$

Rotor:

$$\lambda_A = L_{22} i_A + L_{aA} \{ i_a \cos \theta_2 + i_b \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_c \cos(\theta_2 + 120^\circ) \} \quad (1.21)$$

$$\lambda_B = L_{22} i_B + L_{aA} \{ i_a \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_b \cos \theta_2 + i_c \cos(\theta_2 - 120^\circ) \} \quad (1.22)$$

$$\lambda_C = L_{22} i_C + L_{aA} \{ i_a \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_b \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_c \cos \theta_2 \} \quad (1.23)$$

Entonces reemplazando las ecuaciones (1.18) a (1.23) en (1.2) a (1.7), se obtiene un conjunto de ecuaciones que definen el comportamiento del motor de inducción:

Estator:

$$V_a = r_1 i_a + p [L_{11} i_a + L_{aA} \{ i_A \cos \theta_2 + i_B \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_c \cos(\theta_2 - 120^\circ) \}] \quad (1.24)$$

$$V_b = r_1 i_b + p \{ L_{11} i_b + L_{aA} \{ i_A \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_B \cos \theta_2 + i_C \cos(\theta_2 + 120^\circ) \} \} \quad (1.25)$$

$$V_c = r_1 i_c + p \{ L_{11} i_c + L_{aA} \{ i_A \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_B \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_C \cos \theta_2 \} \} \quad (1.26)$$

Rotor:

$$V_A = r_2 i_A + p \{ L_{22} i_A + L_{aA} \{ i_a \cos \theta_2 + i_b \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_c \cos(\theta_2 + 120^\circ) \} \} \quad (1.27)$$

$$V_B = r_2 i_B + p \{ L_{22} i_B + L_{aA} \{ i_a \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_b \cos \theta_2 + i_c \cos(\theta_2 - 120^\circ) \} \} \quad (1.28)$$

$$V_C = r_2 i_c + p \{ L_{22} i_c + L_{aA} \{ i_a \cos(\theta_2 - 120^\circ) + i_b \cos(\theta_2 + 120^\circ) + i_c \cos \theta_2 \} \} \quad (1.29)$$

Al anterior sistema de ecuaciones se lo puede

representar en forma matricial, así:

$$\{V\} = \{R\} \{i\} + p\{\lambda\} \quad (1.30)$$

Donde la matriz λ incluye los enlaces de flujo propios y mutuos de los devanados del estator y rotor.

1.3. TRANSFORMACION DE VARIABLES

Las ecuaciones (1.24) a (1.29) representan al motor de inducción, y es un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, los mismos que describen a la máquina en función del tiempo.

Debe anotarse, que en la mayoría de los casos, las inductancias son funciones de la posición angular del rotor y del tiempo, por lo tanto la resolución algebraica de este sistema será un tanto complicado, pero el problema puede ser simplificado usando una transformación de variable a 2 fases.

1.3.1. TRANSFORMACION DE PARK

Es una transformación de variables mediante la cual, en una máquina eléctrica un grupo de corrientes, voltajes y enlaces de flujo ficticios serán puestas en término de nuevas variables.

Las ecuaciones pueden luego ser resueltas para las nuevas variables en función del tiempo.

Básicamente de la proyección de las variables actuales sobre 3 ejes, se obtendrá el nuevo conjunto de variables o cantidades.

Estos nuevos ejes están definidos, uno a lo largo del eje directo d del devanado del rotor y el otro a lo largo del eje en cuadratura q, o sea los ejes d y q están desfasados 90° .

La expresión para la transformada está dada por:

$$\{C\} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \text{Sen } \theta & \text{Sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \text{Sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

1.3.2. TRANSFORMACION DE COORDENADAS

Aplicándole la transformada de Park a la ecuación matricial (1.30) se obtiene:

$$\{C\} \{V\} = \{C\} \{R\} \{i\} + \{C\} \{D\} \quad (1.31)$$

Se sabe además que:

$$\{C\} \{\lambda\} = \{\lambda_{qd}\}$$

$$\{\lambda\} = \{C\}^{-1} \{\lambda_{qd}\}$$

$$\{i\} = \{C\}^{-1} \{i_{qd}\}$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (1.31) se tiene:

$$\{C\} \{V\} = \{C\} \{R\} \{C\}^{-1} \{i_{qd}\} + \{C\} p \{C\}^{-1} \{\lambda_{qd}\} \quad (1.32)$$

Donde:

$$\{C\} \{V\} = \begin{bmatrix} V_{q_s} \\ V_{d_s} \\ V_{q_r} \\ V_{d_r} \end{bmatrix}$$

La submatriz de resistencia del estator y del rotor son invariantes a la transformación $\{C\}$, obteniéndose que:

$$\{C\} \{R\} \{C\}^{-1} = \{R\}$$

Por lo tanto la ecuación (1.32) se transforma en:

$$\{V_{qd}\} = \{R\} \{i_{qd}\} + p \{\lambda_{qd}\} + \{C\} p \{C\}^{-1} \{\lambda_{qd}\} \quad (1.33)$$

Por lo tanto si se desarrolla la ecuación (1.33) se obtiene la siguiente matriz, que da las ecuaciones de voltaje de la máquina de inducción en el sistema de referencia fijo en el estator y en las variables q y d.

$$\begin{bmatrix} V_{d_s} \\ V_{q_s} \\ V_{d_r} \\ V_{q_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & 0 & L_{sr} p & 0 & i_{d_s} \\ 0 & R_s + L_s p & 0 & L_{sr} p & i_{q_s} \\ L_{sr} p & nW_r L_{sr} & R_{rr} + L_r p & nW_r L_r & i_{d_r} \\ -nW_r L_{sr} & L_{sr} p & -nW_r L_r & R_r + L_r p & i_{q_r} \end{bmatrix}$$

(1.34)

Donde:

R_s = Resistencia/fase del devanado del estator

L_s = Inductancia/fase del devanado del estator

L_{sr} = Inductancia mutua estator - rotor

R_r = Resistencia/fase del devanado del rotor

L_r = Inductancia/par fase del devanado del rotor

n = Número de pares de polos

$\omega_r = p\theta$ = velocidad angular mecánica

p = operador d/dt

Finalmente la representación esquemática del motor de inducción en 2 fases es de manera que se muestra en el gráfico siguiente.

3.4. ECUACION DEL TORQUE

La ecuación del torque electromagnético instantáneo en este sistema de referencia, estará dado por:

$$T_e = nL_{sr} (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (1.35)$$

La ecuación (1.35) puede ser también escrita en función de las concatenaciones de flujo:

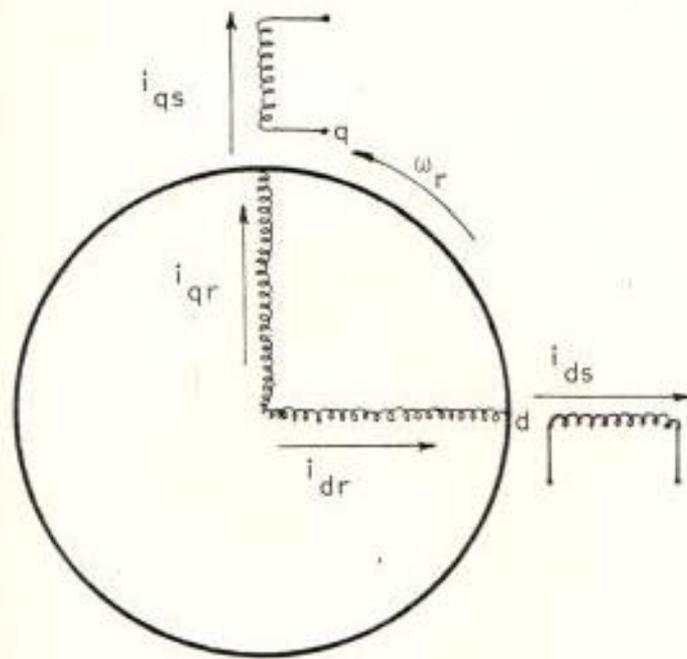


FIGURA 1.2: REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MOTOR BIFASICO.

$$T_e = n(\lambda_{qr} i_{dr} - \lambda_{dr} i_{qr}) \quad (1.36)$$

La ecuación que describe el comportamiento electro-mecánico del sistema, está dada por la siguiente relación:

$$T_r = JpW_r + DW_r - T_e \quad (1.37)$$

Donde:

T_e = Torque electromagnético

J = Momento de inercia polar de la máquina

D = Coeficiente angular de fricción viscosa

JpW_r = Torque de aceleración

DW_r = Torque de amortiguamiento mecánico

T_r = Torque mecánico

1.5. VARIABLES DE ESTADO DEL SISTEMA DINAMICO

Se puede definir el estado de un sistema como un conjunto de números, tales que el conocimiento de estos números y de las funciones de entrada junto con las ecuaciones que describen la dinámica, proporcionan la salida y el estado futuro del sistema.

? a que parámetros se refiere?

Estas variables son las que determinan el comportamiento futuro de un sistema cuando se conocen el estado presente del mismo y las señales de excitación.

El número de variables de estado elegidas para representar este sistema, deberá ser tan bajo como sea posible, con el objeto de evitar variables de estado redundante.

1.5.1. ECUACION DIFERENCIAL DEL VECTOR DE ESTADO

Para resolver las ecuaciones eléctricas y mecánicas del motor de inducción, éstas deben ser expresadas en forma de ecuaciones de estado.

Debe tenerse presente que el sistema que se desarrolla se fundamenta en el modelo de las corrientes como variables de estado, ya que también puede ser constituido por enlaces de flujo como variables de estado.

Para ésto, la matriz de resistencias e induc[tancias] dada en (1.34), puede ser descompues[t]a en dos submatrices:

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{as} \\ V_{dr} \\ V_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & L_{ds} \\ 0 & R_l & 0 & 0 & L_{qs} \\ 0 & nW_r L_{sr} & R_r & nL_r W_r & i_{dr} \\ -nW_r L_{sr} & 0 & -nW_r L_r & R_r & i_{qr} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_{rs} & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_{rs} \\ L_{rs} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_{rs} & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p i_{ds} \\ p i_{qs} \\ p i_{dr} \\ p i_{qr} \end{bmatrix}$$

(1.38)

0 sea, la ecuación descrita en (1.38) es del tipo:

$$\{V\} = \{B\} \{i\} + \{A\} \{pi\} \quad (1.39)$$

Esta ecuación también puede ser escrita así:

$$\{pi\} = \{A\}^{-1} \{V\} - \{A\}^{-1} \{B\} \{i\} \quad (1.40)$$

Para obtener como factor la velocidad del rotor W_r , se descompone la matriz B en 2 submatrices.

Finalmente, después de invertir la matriz A, las ecuaciones de estado en forma matricial quedan:

$$\{pi\} = \{A\}^{-1} \{V\} - \{A\}^{-1} \{R\} \{i\} - \{A\}^{-1} \{L\} \{i\} W_r \quad (1.41)$$

Donde:

$$\{A\}^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & nL_{sr} & nL_r & 0 \\ -nL_{sr} & 0 & nL_r & 0 \end{bmatrix}$$

Al efectuar el producto de las matrices:

$$p i_{ds} = a_{11} V_{ds} + a_{13} V_{dr} - a_{11} R_s i_{ds} - a_{13} R_r i_{dr} -$$

$$a_{13} n L_{sr} i_{qs} W_r - a_{13} n L_r i_{qr} W_r \quad (1.42)$$

$$p i_{qs} = a_{22} V_{qs} + a_{24} V_{qr} - a_{22} R_s i_{qs} - a_{24} R_r i_{qr} +$$

$$a_{24} n L_{sr} i_{ds} W_2 + a_{24} n L_r i_{dr} W_2 \quad (1.43)$$

$$p i_{dr} = a_{31} V_{ds} + a_{33} V_{dr} - a_{31} R_s i_{ds} - a_{33} R_r i_{dr} -$$

$$a_{33} n L_{sr} i_{qs} - a_{31} R_s i_{ds} - a_{33} R_r i_{dr} \quad (1.44)$$

$$p i_{qr} = a_{42} V_{qs} + a_{44} V_{qr} - a_{42} R_s i_{qs} - a_{44} R_r i_{qr} +$$

$$a_{44} n L_{sr} i_{ds} W_2 + a_{44} n L_r i_{dr} W_2 \quad (1.45)$$

$$p W_2 = -n L_{sr} (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \quad (1.46)$$

De donde se puede ver que la matriz columna formada por las variables de estado, se de nomina "vector de estado".

Así de la ecuación (1.41):

$$|i| = \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{qr} \\ i_{ds} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

Será el vector de estado.

CAPITULO II

SIMULACION DEL MOTOR DE INDUCCION

GENERALIDADES

Cuando se dispone de un modelo para un componente o sistema, se puede usar una computadora para investigar cómo se comporta el sistema.

Un modelo de un sistema para computadora es una forma matemática adecuada para demostrar el comportamiento del sistema y puede utilizarse para investigar diversos diseños de un sistema planeado.

Una simulación en computadoras emplea un modelo y las condiciones reales del sistema que se modela, así como las instrucciones reales de entrada a las cuales estará sujeto el sistema.

2.1. MODELOS PARA UNA SIMULACION

Tal como se especificó en el apartado (1.5.1), exis-

ten dos tipos de modelajes para las máquinas eléctricas, (el de las corrientes y el de los enlaces de flujo).

Por lo tanto el motor de inducción puede ser modelado usando como variable de estado a las corrientes - (modelo de las corrientes) y usando los enlaces de flujo (modelo de los enlaces de flujo).

Cada tipo presenta sus ventajas, así en el modelo de las corrientes, el conjunto de variables de estado son:

$$i_{qs} \quad i_{qr} \quad i_{ds} \quad i_{dr} \quad \text{dado en la ecuación (1.47).}$$

Su ventaja es la de ofrecer relaciones simples entre los voltajes V_d y V_q y las variables de estado.

En cuanto al modelo de los enlaces de flujo, el conjunto de las variables de estado son:

$$\lambda_{qs} \quad \lambda_{qr} \quad \lambda_{ds} \quad \lambda_{dr}$$

(los enlaces de flujo en los ejes d y q, tanto del -

rotor como del estator) cuya ventaja se presenta al incluir saturación en el modelo, con menor dificultad matemática.

Para este estudio, resulta más conveniente expresar a las variables de estado en términos de la corriente, ya que éstas son objeto de análisis, y además - la saturación no es considerada.

2.2. TECNICAS DE SIMULACION

Para llevar a cabo la simulación digital de máquinas, existen algunos métodos numéricos que se encargan del proceso de resolución del sistema de ecuaciones diferenciales que representan a la máquina, esto es, el de desarrollar algún método de integración numérica para hallar el comportamiento de las variables de estado en el tiempo.

2.2.1. VENTAJAS DE UNA SIMULACION

Suponiendo que el modelo y el método de simulación son confiables, las principales ventajas

jas de la simulación por computadoras son:

1. El funcionamiento del sistema puede observarse bajo todas las condiciones concebibles.
2. Los resultados del funcionamiento del sistema en el campo, pueden extrapolarse con un modelo de simulación para fines de predicción.
3. Pueden efectuarse pruebas de sistema bajo exámen, en períodos de tiempo mucho más reducidos.
4. Los resultados de la simulación pueden obtenerse a un costo más bajo que el de la experimentación real.
5. Pueden efectuarse el estudio de situaciones hipotéticas aún cuando dichas situaciones no sean realizables.
6. La modelación y la simulación por computa-

doras es frecuentemente y la única técnica factible y segura para analizar y evaluar un sistema.

2.2.2. METODOS DE SOLUCION

Los sistemas dinámicos contínuos, como el de este estudio, han sido tradicionalmente modelados para ser simulados en computadoras análogas debido a que el sistema de ecuaciones - que lo conforman cuenta con no linealidades a causa del producto de sus variables de estado.

Centro de Estudios e Investigaciones Científicas del S.I.P.T.E.N.A.
Sin embargo a medida que los sistemas en estudio se han vuelto más complejos y extensos, la necesidad de precisión y flexibilidad han hecho imperioso el uso de computadoras digitales en esta área.

De aquí el uso del C.S.M.P., que es un programa simulador Digital-Analógico.

2.3. USO DEL PROGRAMA C.S.M.P. (PROGRAMA DE SIMULACION DE SISTEMAS CONTINUOS) PARA LA SIMULACION

El programa de simulación de sistemas continuos se lo creó con el objeto de simular sistemas continuos complejos.

Este programa emplea en la entrada, un lenguaje de bloques, y está diseñado de tal forma que permite construir un modelo de un sistema no lineal.

2.3.1. DESCRIPCION GENERAL

El C.S.M.P., es un programa simulador-digital-analógico, en el cual los bloques funcionales del lenguaje de entrada representan los elementos y organización de un computador analógico.

Este incluye un complemento de los elementos normalizados de simulación y un grupo de elementos especiales que se pueden usar para necesidades particulares de simulación.

Cada tipo de elemento es provisto con un símbolo

lo gráfico y un símbolo en el lenguaje.

La simulación se inicia, desarrollando un diagrama de bloques que muestre las interconexiones de los elementos requeridos para implementar su modelo. Luego transforma el diagrama en un conjunto de especificaciones en lenguaje del C.S.M.P.

2.3.2. EL LENGUAJE DE ENTRADA

El C.S.M.P., cuenta a más de los elementos de simulación comunes tales como integradores, multiplicadores y sumadores, con un número de elementos funcionales más especializados, tales como el "escalón unitario", "sumador pesado", etc., que facilitan la simulación de diferentes perturbaciones y que son detallados en el anexo 1.

Cada uno de los elementos tipo del C.S.M.P. especifican una relación funcional que involucra un máximo de tres variables de entrada y tres

parámetros. La salida de cada elemento tipo, es una sola cantidad escalar de un solo valor definido por la relación funcional en consideración.

La figura 2.1. muestra un elemento general funcional del C.S.M.P.

Donde:

$$e_0 = f(e_1, e_2, e_3, P_1, P_2, P_3)$$

donde e_1, e_2, e_3 son parámetros asociados.

n es el número del bloque particular

f indica la relación funcional

e_0 es la variable de salida.

Cada uno de los elementos tipo es identificado con un símbolo gráfico y un símbolo en el lenguaje.

El diagrama de bloques es traducido a un progra

parámetros. La salida de cada elemento tipo, es una sola cantidad escalar de un solo valor definido por la relación funcional en consideración.

La figura 2.1. muestra un elemento general funcional del C.S.M.P.

Donde:

$$e_0 = f(e_1, e_2, e_3, P_1, P_2, P_3)$$

donde e_1, e_2, e_3 son parámetros asociados.

n es el número del bloque particular

f indica la relación funcional

e_0 es la variable de salida.

Cada uno de los elementos tipo es identificado con un símbolo gráfico y un símbolo en el lenguaje.

El diagrama de bloques es traducido a un progra

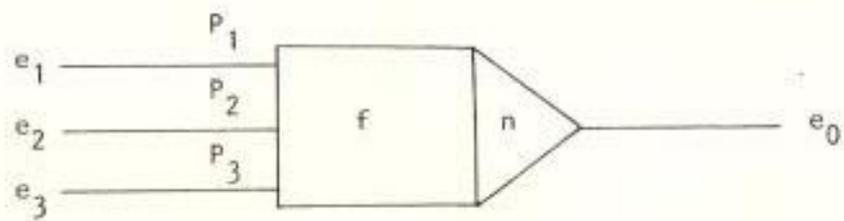


FIGURA 2.1: ELEMENTO FUNCIONAL DEL C.S.M.P.

ma de computadoras usando tres clases de especificaciones de lenguaje que son las siguientes:

1. Especificaciones de configuración: Definen la interconexión de bloques y especifican la operación funcional.
2. Especificaciones de parámetros: Asocian constantes numéricas con los elementos de bloque para particularizar su operación funcional.
3. Especificaciones del generador de funciones: Definen la relación entrada/salida para elementos generadores de funciones del C.S.M.P.

2.3.3. EL MODO ITERATIVO

Este programa puede ser clasificado como un programa que resuelve ecuaciones diferenciales generales especificadas en un lenguaje especial de bloques que es el programa analógico que re

presenta la ecuación. Aquí la integración es aproximada por el uso de un método numérico - llamado RUNGE-KUTTA de segundo orden ó EULER MODIFICADO.

El punto esencial de este método es que cada vez que un bloque es evaluado, el valor de la variable independiente tiempo, es incrementado por $1/2$ del intervalo de integración. El programa usa integración centralizada.

El conjunto de ecuaciones diferenciales es considerado como una ecuación vectorial. A cada medio intervalo de tiempo, el programa llama a una subrutina que computa las salidas de todos los bloques especificados por la configuración, ésto es, evalúa el vector derivada. Este vector es usado entonces como un nuevo - valor de vector de las variables de estado (esto es a la salida de todos los integradores).

2.3.4. INTERCONEXIONES DE BLOQUES

Cada bloque en el Diagrama de simulación es identificado por un número de bloque, el cual es asignado arbitrariamente de tal manera que puede ser cualquier número entero en el rango de 1 a 75.

Por definición, la variable independiente - tiempo está siempre disponible como bloque 76.

2.3.5. CONDICIONES INICIALES Y PARAMETROS

Un máximo de tres parámetros pueden ser asociados con cada bloque. Algunos elementos - tipo utilizan tres parámetros están asociados con el elemento "sumador pesado".

Cada parámetro especifica el factor de ganancia para una de las posibles conexiones en la entrada. Por otro lado, el elemento divisor - no usa parámetro.

2.4. ECUACIONES DEL MODELO PARA LA SIMULACIÓN

Para llevar a cabo la simulación se reescriben las ecuaciones diferenciales del motor de inducción, teniendo presente las diferentes simplificaciones básicas que se dejaron establecidas en el apartado 1.1.2., debido a que estas suposiciones simplifican considerablemente el análisis del motor de inducción porque las ecuaciones se transforman en un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales con coeficientes constantes.

Entonces las ecuaciones (1.42 - 1.45) redefinidas serán:

$$p i_{ds} = \frac{V_{ds}}{CL_s} - \frac{C_3}{C} i_{ds} + \frac{n\omega_r C_1}{C} i_{qs} + \frac{C_2}{C} i_{dr} + \frac{n\omega_r C_4}{C} \quad (2.1)$$

$$p i_{qs} = \frac{V_{qs}}{CL_s} - \frac{C_3}{C} i_{qs} + \frac{n\omega_r C_1}{C} i_{ds} + \frac{C_2}{C} i_{qr} - \frac{n\omega_r C_4}{C} \quad (2.2)$$

$$p i_{dr} = -C_5 p i_{ds} -$$

$$n\omega_r C_5 i_{qs} - C_6 i_{dr} - n\omega_r i_{qr} \quad (2.3)$$

$$p i_{qr} = -C_5 p i_{qs} -$$

$$n\omega_r C_5 i_{ds} - C_6 i_{qr} + n\omega_r i_{dr} \quad (2.4)$$

Además de las ecuaciones del torque (1.35) y (1.37) se tiene:

$$T_e = -n L_{sr} (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \quad (2.5)$$

$$p\omega_r = \left(\frac{T_r - D\omega_r + T_c}{J} \right) \quad (2.6)$$

Donde:

$$C_1 = \frac{(L_{Rs})^2}{L_R \times L_s} \quad (2.7)$$

$$C_2 = \frac{L_{Rs} \times R_R}{L_R \times L_s} \quad (2.8)$$

$$C_3 = \frac{R_s}{L_s} \quad (2.9)$$

$$C_4 = \frac{L_{Rs}}{L_s} \quad (2.10)$$

$$C_5 = \frac{L_{Rs}}{L_R} \quad (2.11)$$

$$C_6 = \frac{R_R}{L_R} \quad (2.12)$$

$$C = (1 - C_1) \quad (2.13)$$

2.5. SIMULACION ANALOGICA DEL SISTEMA

La representación analógica de las ecuaciones (2.1) a (2.4) es:

A partir de (2.1) se tiene:

$$i_{ds} = \frac{1}{C} \int_0^t (n^{\omega_r} C_1 i_{qs} - C_3 i_{ds} + C_2 i_{dr} + n C_4^{\omega_r} i_{qr}) dt + \frac{V_{ds}}{L_s} \quad (2.14)$$

De la ecuación (2.2) se tiene:

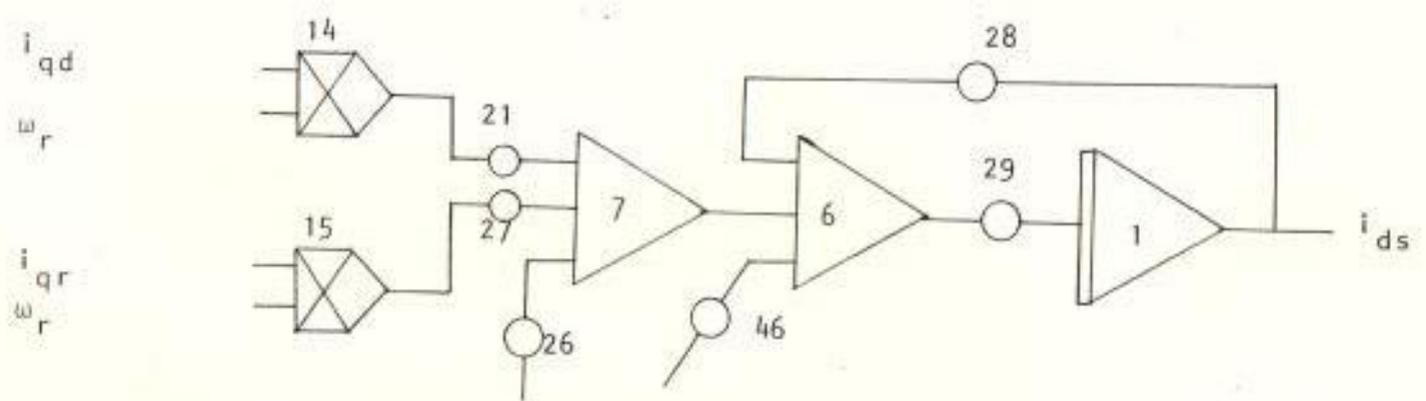


FIGURA 2.2: REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.14)

$$i_{qs} = \frac{1}{C} \int_0^t (-C_3 i_{qs} - n\omega_r C_1 i_{ds} + C_2 i_{qr} - n\omega_r i_{dr}) dt + \frac{V_{qs}}{L_s} \quad (2.15)$$

De la ecuación (2.3) se tiene:

$$i_{dr} = \int_0^t (-C_5 p i_{ds} - n\omega_r i_{qs} C_5 - C_6 i_{dr} - n\omega_r i_{qr}) dt \quad (2.16)$$

De la ecuación (2.4) se tiene:

$$i_{qr} = \int_0^t (-C_5 p i_{qs} - n\omega_r C_5 i_{ds} - C_6 i_{qr} - n\omega_r i_{dr}) dt \quad (2.17)$$

En cuanto a la ecuación (2.5) del torque, su representación analógica es:

$$T_e = -n L_{sr} (i_{ds} i_{qr} - i_{qs} i_{dr}) \quad (2.18)$$

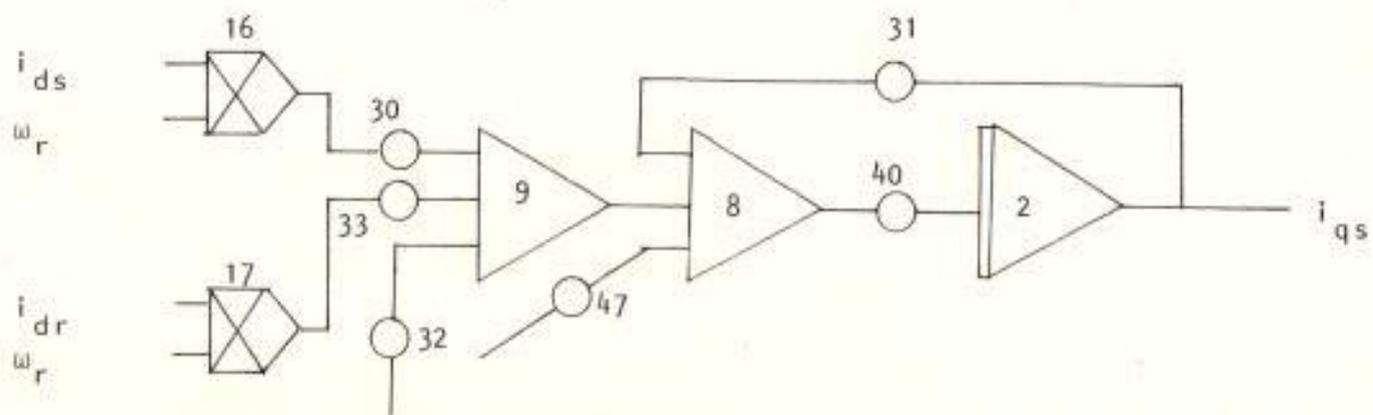


FIGURA 2.3: REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.15)

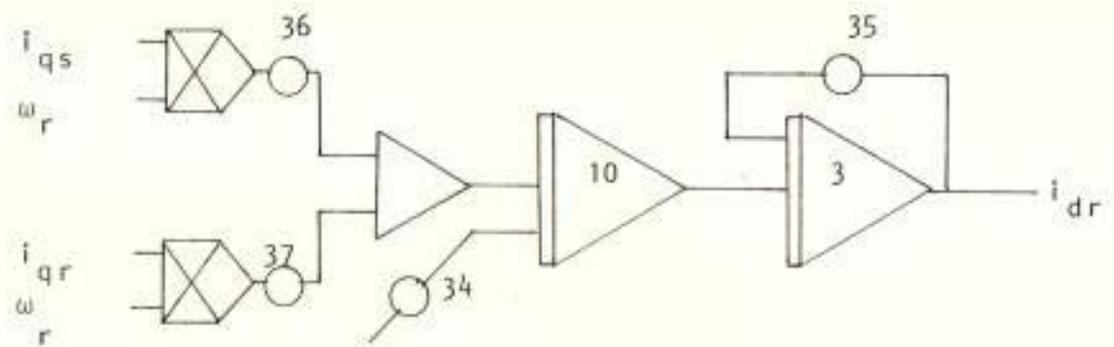


FIGURA 2.4: REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION DE (2.16)

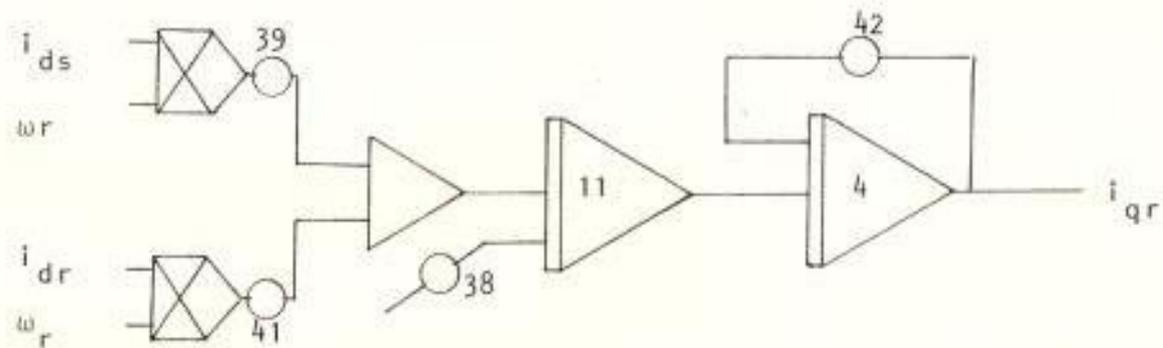


FIGURA 2.5: REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.17)

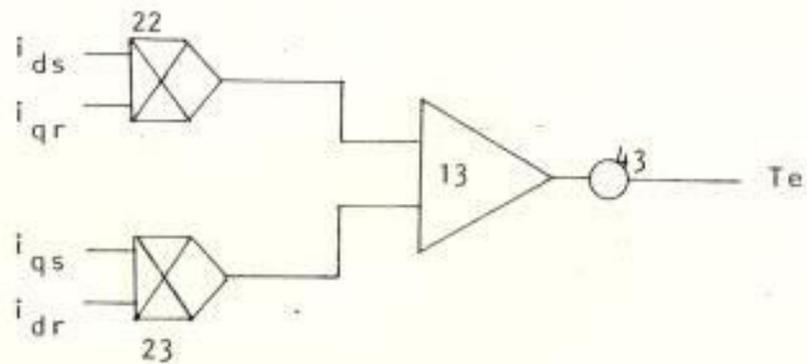


FIGURA 2.6 : REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.18)

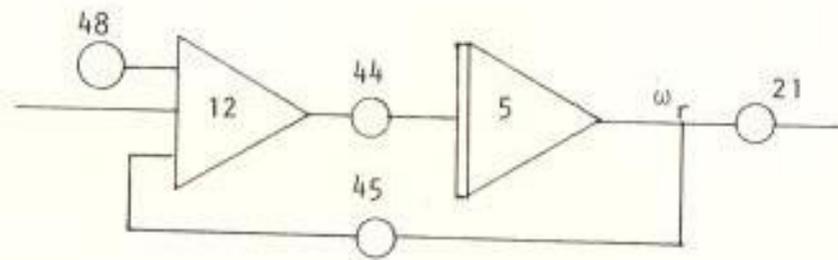


FIGURA 2.7: REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ECUACION (2.19)

Mientras que la ecuación (2.6) de la velocidad se re-

presenta así:

$$p\omega_r = (T_r - D\omega_r + T_e) / J \quad (2.19)$$

El Diagrama analógico completo del motor de inducción conformado a partir del sistema de ecuaciones diferenciales, esta indicado en la figura 2.8.

2.5.1. DIAGRAMA DE SIMULACION DE LA ALIMENTACION DEL MOTOR DE INDUCCION

Debido a que el motor de inducción que se simula es trifásico, pero se lo representa por un sistema estacionario de ejes "d" y "q" es necesario obtener los voltajes en dos fases aplicadas al estator.

Los voltajes de fase originales (en el modelo trifásico), aplicados al motor de inducción - son:

$$V_A = V_{max} \cos(\omega t + \text{ALFA}) \quad (2.20)$$

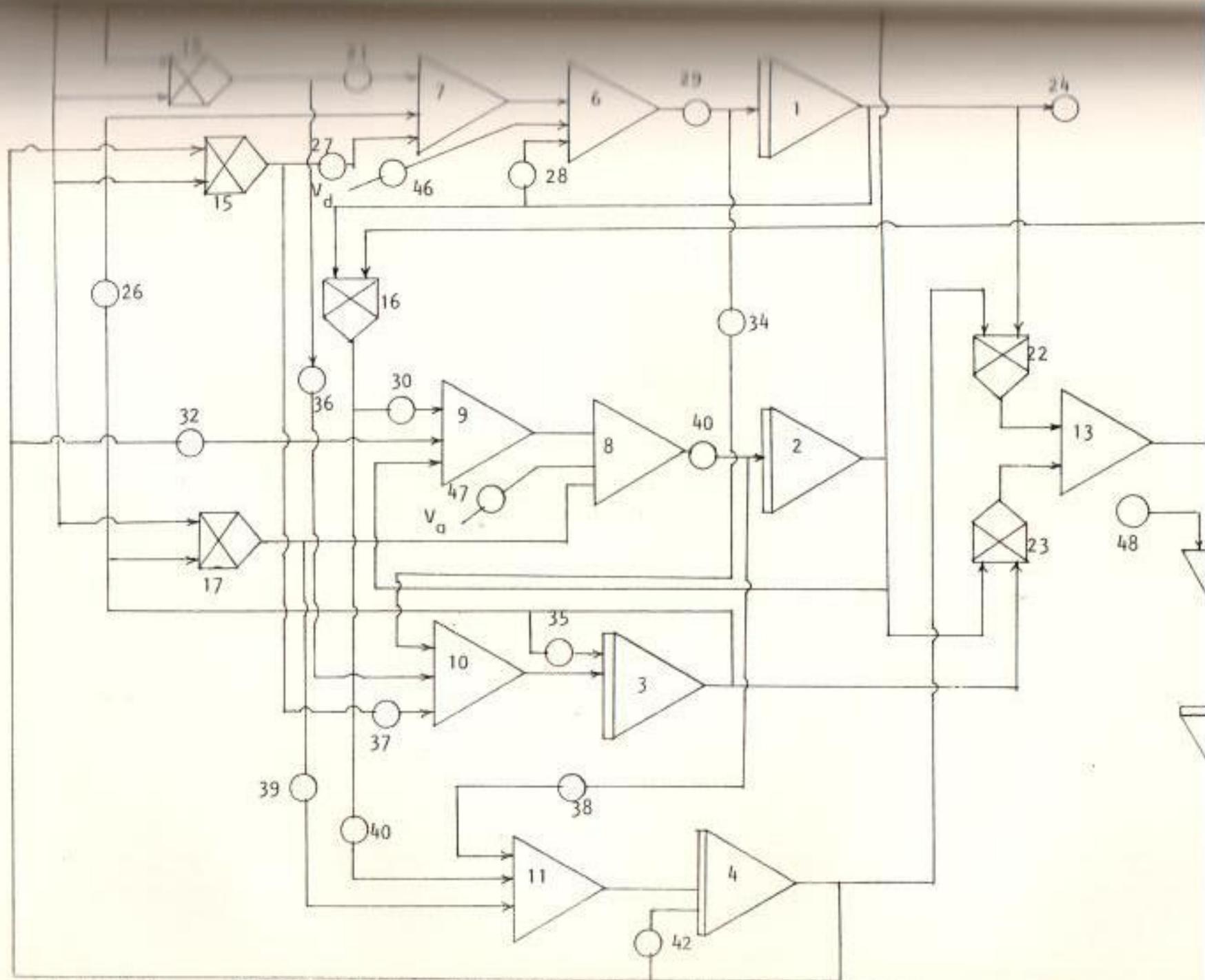


FIGURA 2.8: REPRESENTACION ANALOGICA DEL MOTOR DE INDUCCION.

$$V_B = V_{\max} \cos(\omega_t + \text{ALFA} - 120^\circ) \quad (2.21)$$

$$V_C = V_{\max} \cos(\omega_t + \text{ALFA} + 120^\circ) \quad (2.22)$$

Donde ALFA es un desfaseamiento angular.

Aplicándole a (2.20), (2.21) y (2.22), la transformación de PARK y considerando que cantidades de secuencia cero están ausentes en el sistema, se tiene:

$$V_{ds} = \sqrt{2/3} [V_A - 1/2 (V_B + V_C)] \quad (2.23)$$

$$V_{qs} = \sqrt{1/2} (V_B - V_C) \quad (2.24)$$

Luego, la representación analógica de (2.20) a (2.24) es la que se indica en la figura (2.9).

2.6. SIMULACION DEL MOTOR EN LENGUAJE DEL C.S.M.P.

Los componentes del sistema están representados analógicamente en las figuras 2.8 y 2.9 y tal como se

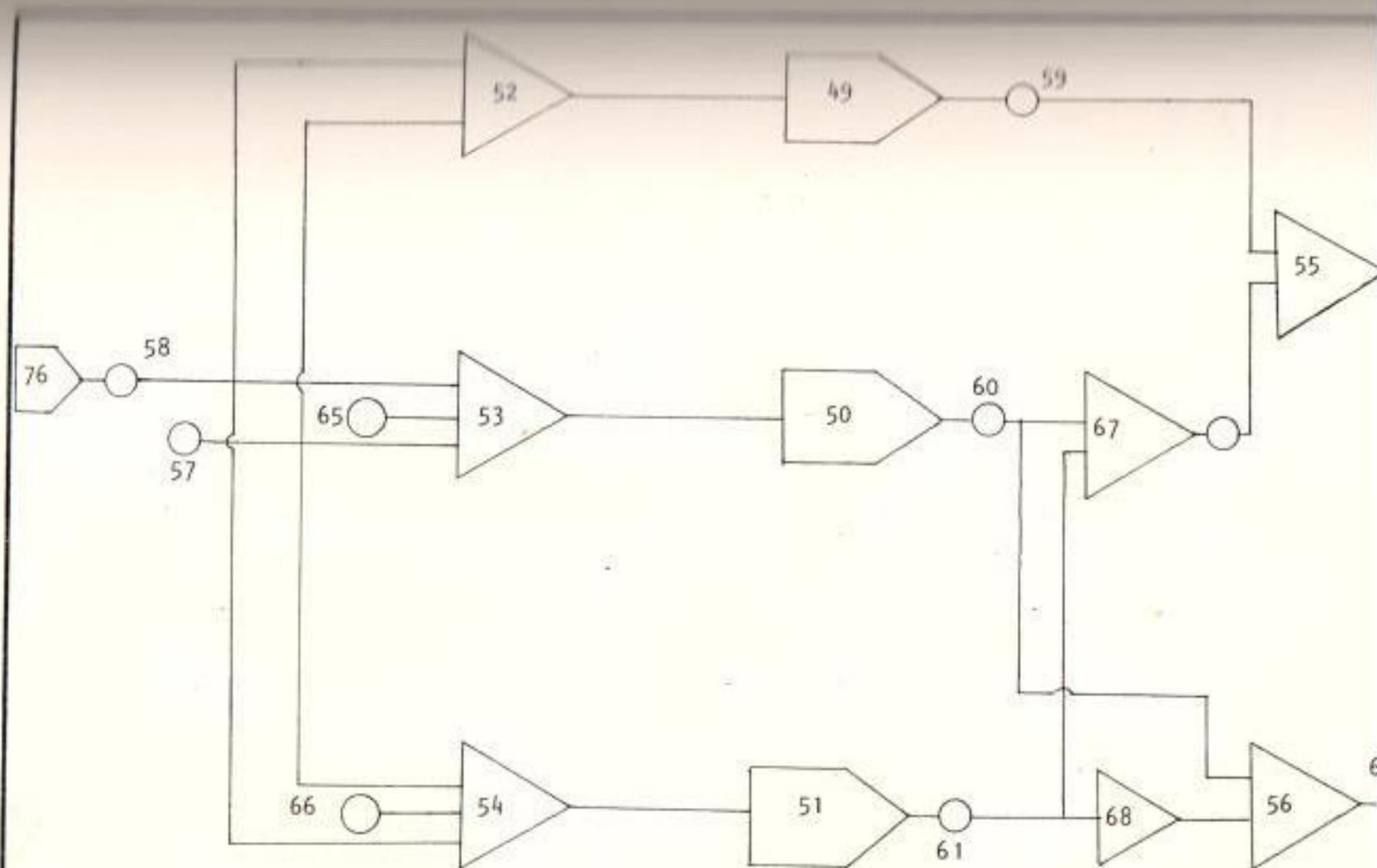


FIGURA 2.9: REPRESENTACION ANALOGICA DE LA ALIMENTACION DEL MOTOR

especificó en el apartado (2.3.5) para empezar, se -
asignará números arbitrarios a los diferentes que
conforman el sistema.

2.6.1. CARACTERISTICAS DEL MOTOR A SER SIMULADO

Para llevar a efecto la simulación, y reali-
zar su estudio correspondiente se ha tomado
un motor de inducción típico de las siquien-
tes caracterfsticas:

Motor de Inducción Rotor devanado, 4 polos.

$P = 10$ HP, trifásico

$V_L = 220$ V

$f = 60$ Hz

$R_s = 0.43$ Ohm/fase

$L_s = 0.131$ H/fase

$L_{sr} = 0.080$ H/fase

$R_r = 0.5$ Ohm/fase

$L_r = 0.052$ H/fase

$J = 0.21$

$D = 0$

$N = 2$

$T_{nominal} = 45$ Nm

10/2 } Todos los parámetros de la máquina están referidos al estator.

A partir de estos parámetros, se pueden evaluar las diferentes constantes usadas en las ecuaciones (2.1) a (2.4), que serán luego utilizadas en la simulación como valores paramétricos de los diferentes bloques.

Reemplazando los valores en (2.7) a (2.13), se tiene:

$$C_1 = 0.9395$$

$$C_2 = 5.8720$$

$$C_3 = 3.2824$$

$$C_4 = 0.6107$$

$$C_5 = 1.5385$$

$$C_6 = 9.6154$$

$$C = 0.0605$$

2.6.2. ESPECIFICACIONES DE LA CONFIGURACION DEL SISTEMA

Esta información describe el formato y el con

tenido de una proposición de configuración -
del C.S.M.P.

Una proposición es preparada para cada bloque
de la simulación y contiene la siguiente in
formación:

1. Nombre de la salida (opcional)
2. Número del bloque
3. Lenguaje simbólico para el elemento tipo.
4. Números de los bloques de entrada.

De esta forma se obtienen los datos de confi
guración que se muestran en la siguiente pá
gina.

2.6.3. ESPECIFICACIONES DE LOS PARAMETROS

Aquí se dan las especificaciones de los pa
rámetros y condiciones iniciales asociadas -
con los elementos del programa C.S.M.P., que
lo requieren tal como se especificó en el -

DATOS DE CONFIGURACION

| NOMBRE DE SALIDA | BLOQUE | TIPO | ENTRADA | | |
|------------------|--------|------|---------|----|----|
| | | | 1 | 2 | 3 |
| IS | 1 | I | 29 | 0 | 0 |
| IS | 2 | I | 40 | 0 | 0 |
| IS | 3 | I | 10 | 35 | 0 |
| IS | 4 | I | 11 | 42 | 0 |
| IS | 5 | I | 44 | 0 | 0 |
| OPUS | 6 | + | 7 | 28 | 46 |
| | 7 | + | 25 | 26 | 27 |
| OPUS | 8 | + | 9 | 33 | 47 |
| | 9 | + | 30 | 31 | 32 |
| PIQR | 10 | + | 34 | 36 | 37 |
| PIQR | 11 | + | 38 | 39 | 41 |
| PIQR | 12 | + | 43 | 45 | 48 |
| TEINLSR | 13 | + | -22 | 23 | 0 |
| IS WR | 14 | X | 2 | 5 | 0 |
| IS WR | 15 | X | 5 | 4 | 0 |
| IS WR | 16 | X | 5 | 1 | 0 |
| IS WR | 17 | X | 5 | 3 | 0 |
| | 21 | G | 5 | 0 | 0 |
| IS IQR | 22 | X | 1 | 4 | 0 |
| IS IQR | 23 | X | 2 | 3 | 0 |
| IS | 24 | G | 1 | 0 | 0 |
| | 25 | G | 14 | 0 | 0 |
| | 26 | G | 3 | 0 | 0 |
| | 27 | G | 15 | 0 | 0 |
| | 28 | G | 1 | 0 | 0 |
| | 29 | G | 6 | 0 | 0 |

| | | | | |
|----|---|----|----|----|
| 30 | G | 16 | 0 | 0 |
| 31 | G | 2 | 0 | 0 |
| 32 | G | 4 | 0 | 0 |
| 33 | G | 17 | 0 | 0 |
| 34 | G | 29 | 0 | 0 |
| 35 | G | 3 | 0 | 0 |
| 36 | G | 14 | 0 | 0 |
| 37 | G | 15 | 0 | 0 |
| 38 | G | 40 | 0 | 0 |
| 39 | G | 16 | 0 | 0 |
| 40 | G | 8 | 0 | 0 |
| 41 | G | 17 | 0 | 0 |
| 42 | G | 4 | 0 | 0 |
| 43 | G | 13 | 0 | 0 |
| 44 | G | 12 | 0 | 0 |
| 45 | G | 5 | 0 | 0 |
| 46 | G | 63 | 0 | 0 |
| 47 | G | 64 | 0 | 0 |
| 48 | K | 0 | 0 | 0 |
| 49 | 3 | 52 | 0 | 0 |
| 50 | 3 | 53 | 0 | 0 |
| 51 | 3 | 54 | 0 | 0 |
| 52 | + | 57 | 58 | 0 |
| 53 | + | 57 | 58 | 65 |
| 54 | + | 57 | 58 | 66 |
| 55 | + | 59 | 62 | 0 |
| 56 | + | 60 | 68 | 0 |
| 57 | K | 0 | 0 | 0 |
| 58 | G | 76 | 0 | 0 |
| 59 | G | 49 | 0 | 0 |

11
-120
+120

| | | | | | |
|----------|----|---|----|----|---|
| V_B | 60 | G | 50 | 0 | 0 |
| V_C | 61 | G | 51 | 0 | 0 |
| | 62 | G | 67 | 0 | 0 |
| V_{DS} | 63 | G | 55 | 0 | 0 |
| V_{QS} | 64 | G | 56 | 0 | 0 |
| | 65 | K | 0 | 0 | 0 |
| | 66 | K | 0 | 0 | 0 |
| | 67 | + | 60 | 61 | 0 |
| | 68 | - | 61 | 0 | 0 |

apartado 2.3.6. Cuando se inicia la operación del programa, todos los parámetros son fijados en cero, ésto es una especificación de parámetros que es requerida solamente para bloques con parámetros no iguales a cero.

De esta manera se tienen las Condiciones Iniciales y Parámetros que se señalan en la página siguiente:

CONDICIONES INICIALES Y PARAMETROS

| C. INICIAL 0 | BLOQUE | C. INICIAL 0 | PARAMETRO | PARAMETRO |
|--------------|--------|--------------|-----------|-----------|
| W. PARAMETRO | | PARAMETRO 1 | 2 | 3 |
| | 3 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 |
| | 4 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 |
| | 21 | 9.5493 | 0.0000 | 0.0000 |
| | 24 | 0.8165 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_1 | 25 | 1.8790 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_2 | 26 | 5.8720 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_3 | 27 | 1.2214 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_4 | 28 | -3.2824 | 0.0000 | 0.0000 |
| $1/C$ | 29 | 16.5289 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_1 | 30 | -1.8790 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_2 | 31 | -3.2824 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_3 | 32 | 5.8720 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_4 | 33 | -1.2214 | 0.0000 | 0.0000 |
| C_5 | 34 | -1.5385 | 0.0000 | 0.0000 |
| C_6 | 35 | -9.6154 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_5 | 36 | -3.0770 | 0.0000 | 0.0000 |
| W | 37 | -2.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| C_5 | 38 | -1.5385 | 0.0000 | 0.0000 |
| W_5 | 39 | 3.0770 | 0.0000 | 0.0000 |
| $1/C$ | 40 | 16.5289 | 0.0000 | 0.0000 |
| W | 41 | 2.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| C_6 | 42 | -9.6154 | 0.0000 | 0.0000 |
| WLSR | 43 | 0.1914 | 0.0000 | 0.0000 |
| $1/C$ | 44 | 4.7619 | 0.0000 | 0.0000 |
| D | 45 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| $1/L_5$ | 46 | 6.3694 | 0.0000 | 0.0000 |

| | | | | |
|------------------|----|----------|--------|--------|
| T/L _s | 47 | 6.3694 | 0.0000 | 0.0000 |
| TR | 48 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| ALFA | 57 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| RAD | 58 | 377.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| V _{max} | 59 | 311.1270 | 0.0000 | 0.0000 |
| V _{max} | 60 | 311.1270 | 0.0000 | 0.0000 |
| V _{max} | 61 | 311.1270 | 0.0000 | 0.0000 |
| -1/2 | 62 | -0.5000 | 0.0000 | 0.0000 |
| $\sqrt{2/3}$ | 63 | 0.8165 | 0.0000 | 0.0000 |
| $\sqrt{2/2}$ | 64 | 0.7071 | 0.0000 | 0.0000 |
| P123 | 65 | -2.0944 | 0.0000 | 0.0000 |
| P143 | 66 | -4.1888 | 0.0000 | 0.0000 |

CAPITULO III

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

3.1. DEFINICION DE LAS REGIONES TRANSIENTES

Examinando el período transiente en los gráficos de solución, se nota que los transientes asociados con las oscilaciones de torque pueden ser divididas en dos regiones:

La primera región es puramente eléctrica y es solamente por unos pocos ciclos, siendo de mucha importancia para la aplicación de fusibles y aparatos de protección. En esta región el torque se construye desde 0 hasta 60Hz con fluctuaciones sinusoidales, pero este período es también corto para que la velocidad cambie significativamente de cero.

Esta región es casi totalmente determinada por la constante de tiempo de la máquina y es definida como "la región de transientes eléctricos". Para las máquinas grandes este período puede ser de aproximadamente 6 ciclos ó alrededor de 100m seg.

La segunda región transiente tiene una duración un poco mayor, y finaliza al decaer las oscilaciones del torque a un valor estable. Esta región es determinada por los parámetros eléctricos y mecánicos de la máquina. Debido a la dependencia de ambos parámetros, esta región es definida como "la región de transientes electromecánicos".

Los transientes de movimiento ó mocionales, ocurren solamente a partir de que cesan las oscilaciones hasta que la máquina alcanza su punto de operación estable.

En esta región transiente, es importante la presencia del torque máximo, el cual es un parámetro de interés en el diseño de la máquina.

3.1.1. CRITERIOS PARA SELECCIONAR PUNTOS DE SWITCHEO (CONEXION)

Debido a que este estudio tiene como objetivo principal la determinación de fenómenos transientes, la "primera región" es muy importante, ya que ella está presente - corrientes de avalancha y sirve para determinar fusibles.

El instante apropiado de switcheo (conexión) para la

primera región, como se dijo anteriormente, varía entre 1 y 6 ciclos, dependiendo del tamaño del motor, de la constante de inercia, de la carga, y de los parámetros eléctricos.

3.2. PRUEBAS REALIZADAS AL MOTOR SIMULADO

Para verificar la exactitud del modelo simulado, se realizan las siguientes pruebas:

- Arranque del motor en vacío.
- Efecto de la variación de parámetros del motor.
- Efecto de la aplicación de voltajes desbalanceados.
- Efecto de la variación de la frecuencia.
- Variación del ángulo de conexión α (ALFA)
- Cortocircuito trifásico
- Frenado a contra corriente.

De las cuales el arranque del motor en vacío, es considerado el "caso base" comparado con las otras pruebas.

3.2.1. ARRANQUE DEL MOTOR EN VACIO

A este se lo puede considerar como una aceleración libre, donde el motor es conectado directamente a una barra infinita y sin carga.

En los gráficos 3.1 y 3.2, se muestran las características del torque electromagnético y la corriente de una fase del estator en función del tiempo, de las cuales se puede obtener las diferentes regiones transientes y valores picos que servirán para realizar el estudio dinámico.

Así, se tiene que la región de transientes eléctricos (A) dura aproximadamente 0.08 segundos y en ella el mayor pico del torque llega a ser 4.2 veces el torque nominal, mientras que la corriente alcanza valores pico de 3.8 veces la corriente nominal a plena carga.

La región de transientes electromecánicos (B) tiene un tiempo de duración de 0.17 segundos, y se ve claramen-

cánicos.

C = Región de transientes-mociona

$$R_R = 0.50 \Omega$$

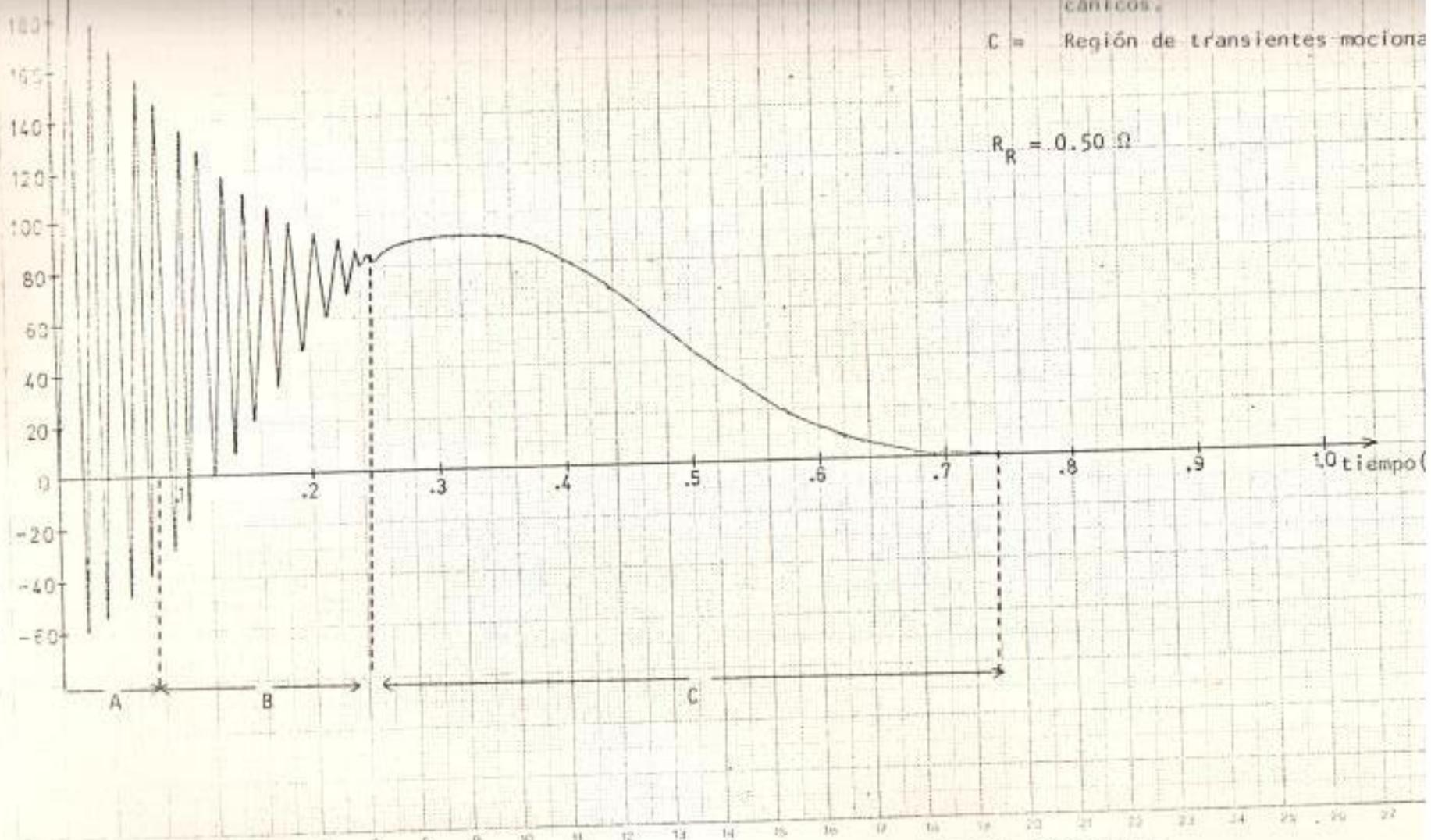


FIGURA 3.1: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO CASO BASE

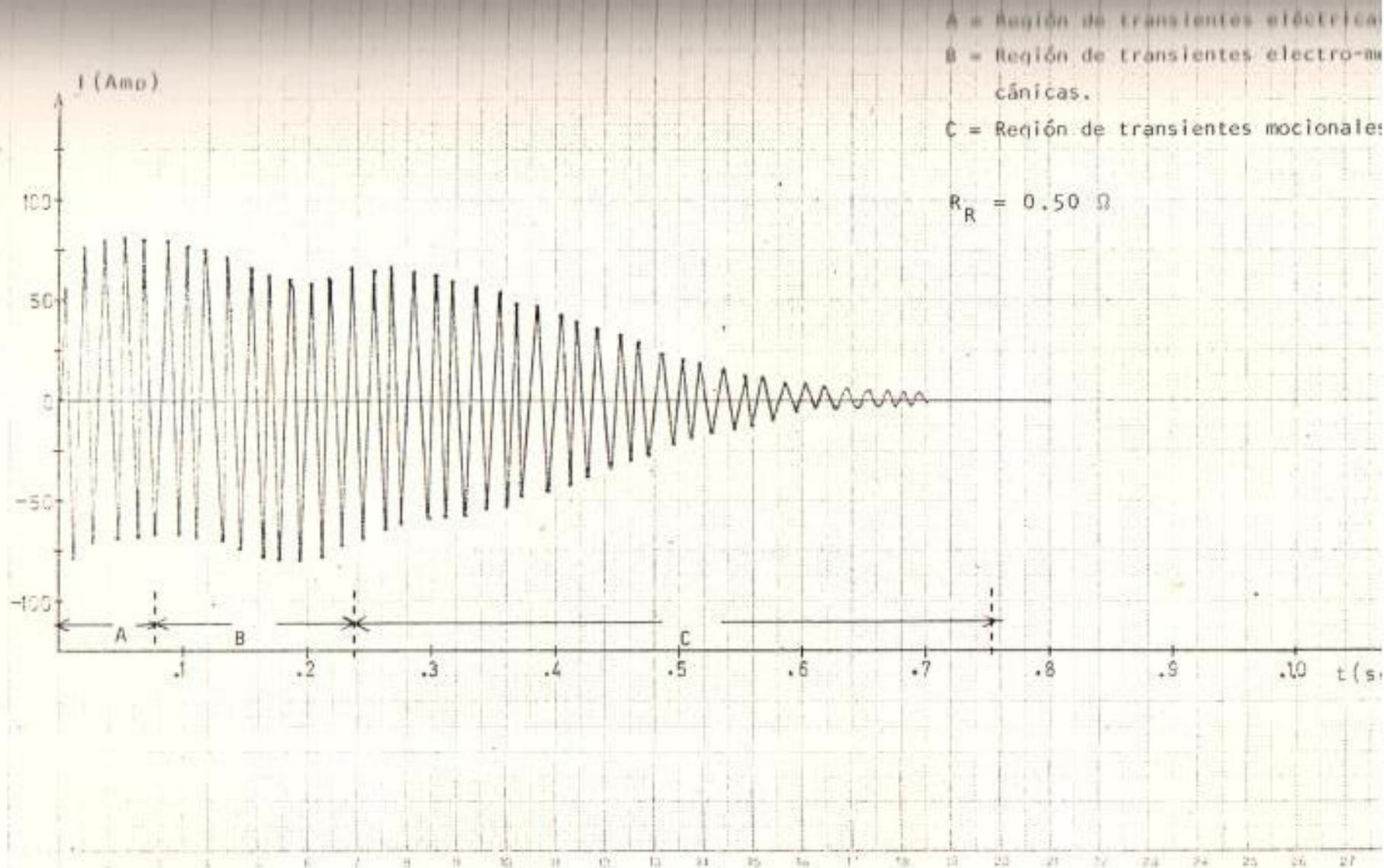


FIGURA 3.2: CARACTERÍSTICA TORQUE V_s , TIEMPO CASO BASE

te cómo las oscilaciones tanto del torque como de la co
rriente se amortiguan.

Finalmente la región de transientes mocionales (C) dura
alrededor 0.45 segundos y en ella se puede observar que
el valor del torque máximo es de aproximadamente 91 Nm.

Otra característica importante es el tiempo de estabili
zación ó tiempo de arranque, el cual representa el tiem
po que toma la máquina en alcanzar su velocidad de esta
do estable, en este caso su valor es de 0.70 segundos.

3.2.2. VARIACION DE LOS PARAMETROS DEL MOTOR

Se tienen los siguientes casos:

A. VARIACION DE LA RESISTENCIA DEL ESTATOR: El uso de
resistencias para el arranque ó tensión reducida de
motores de inducción de pequeña y mediana capacidad
es muy común, de aquí la importancia de analizar me
diante esta simulación su comportamiento transiente
cuando se efectúan variaciones de la resistencia del
estator (que es equivalente a variar la resistencia
en las líneas de alimentación).

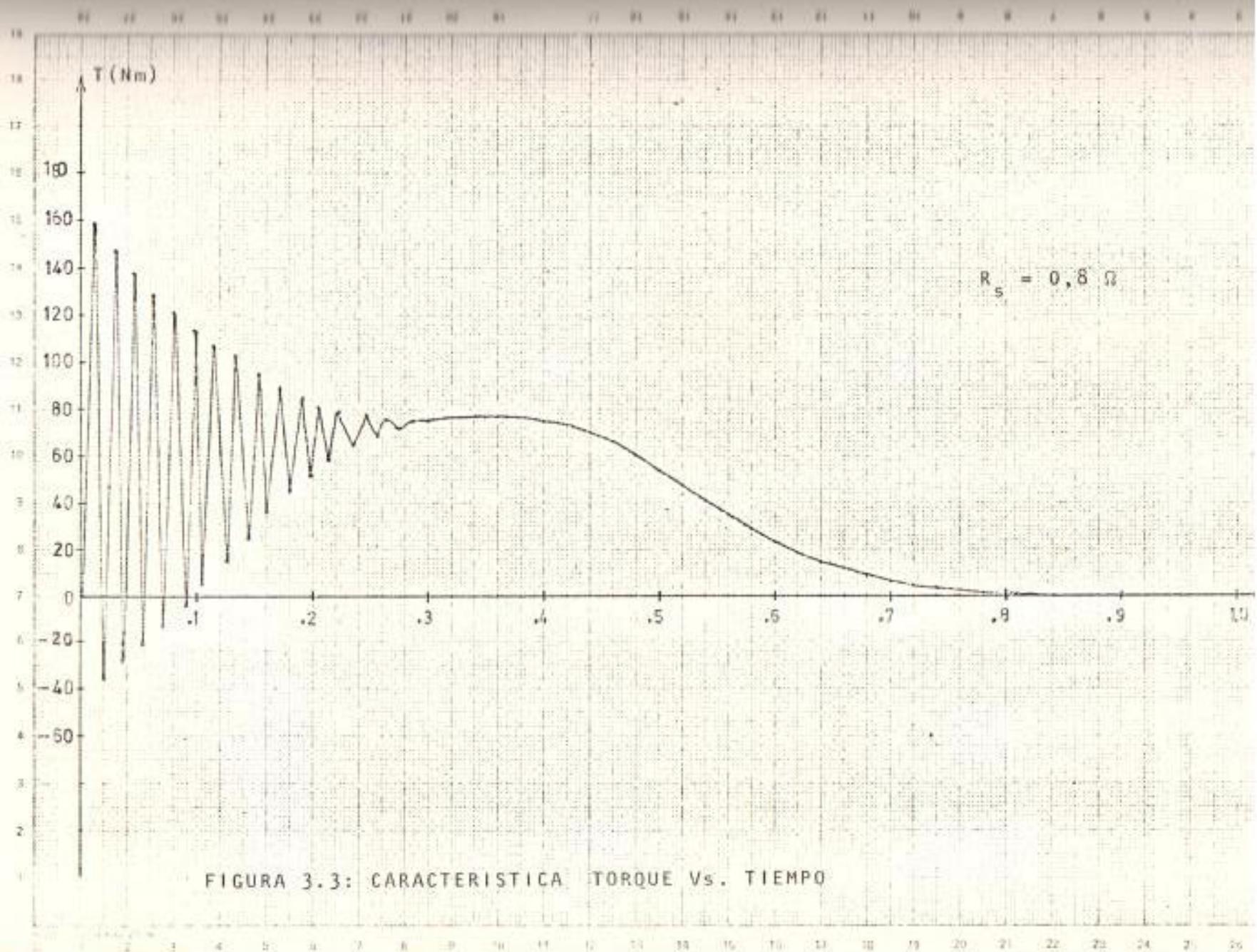
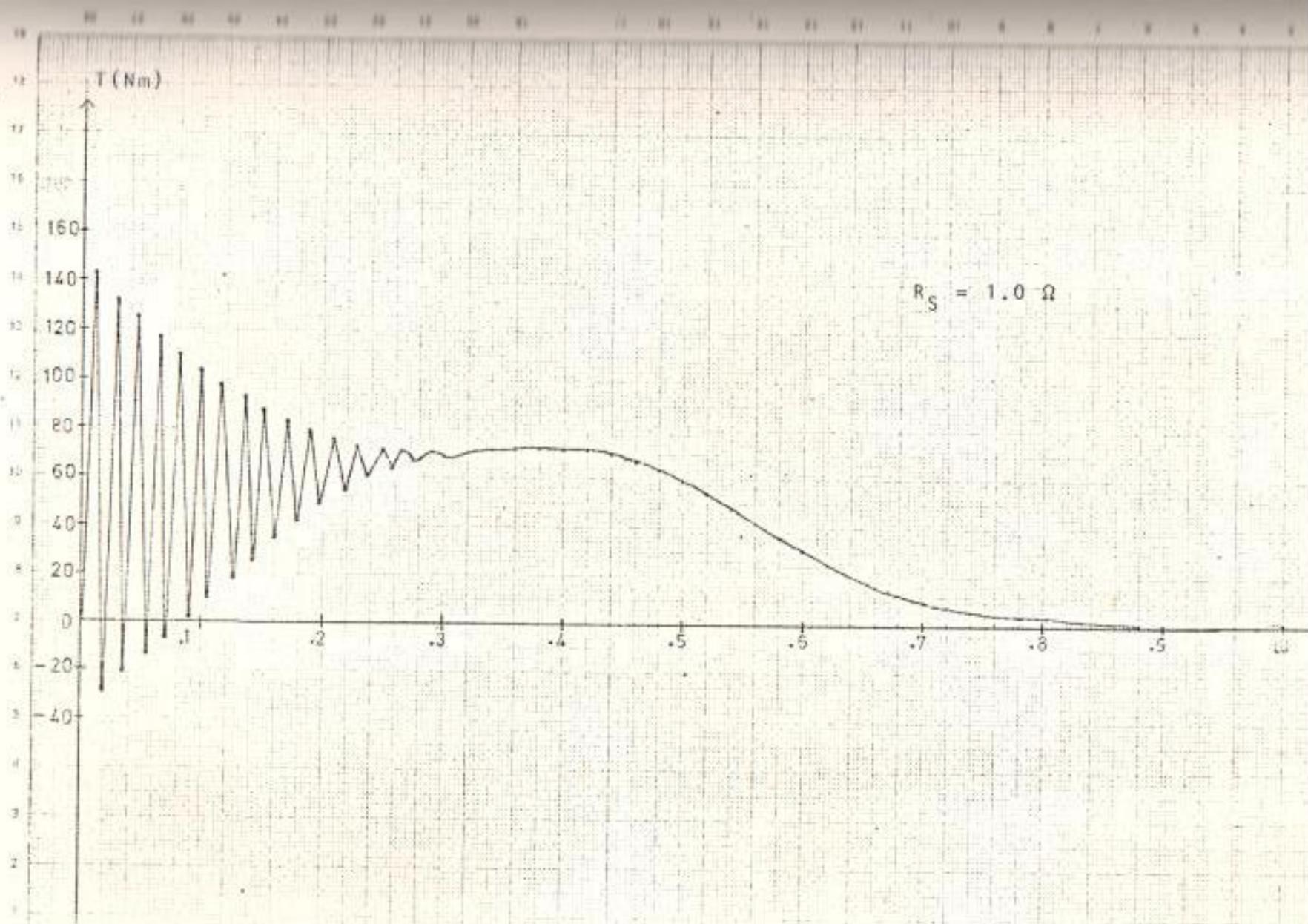


FIGURA 3.3: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO



$R_S = 1.0 \Omega$

FIGURA 3.4: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

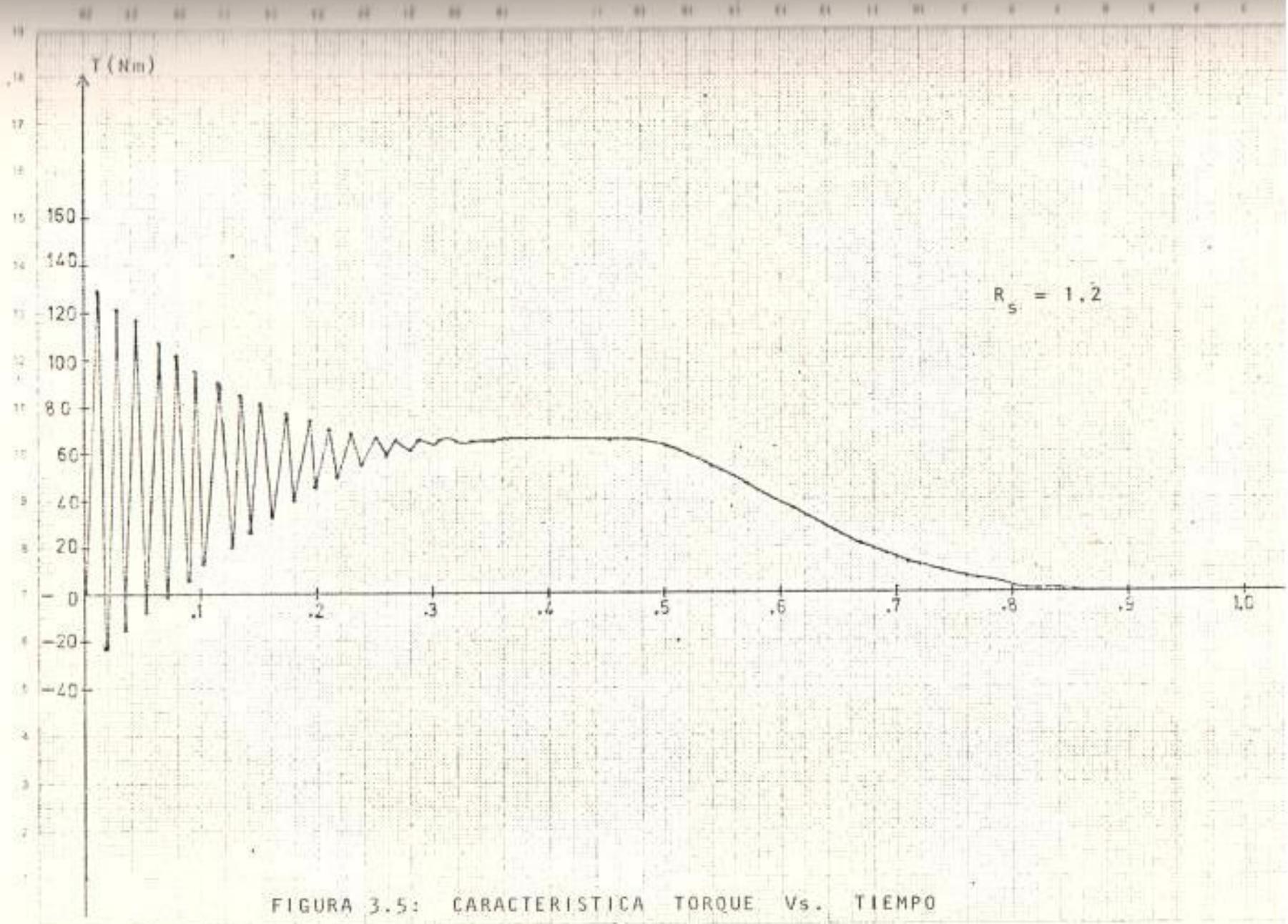


FIGURA 3.5: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

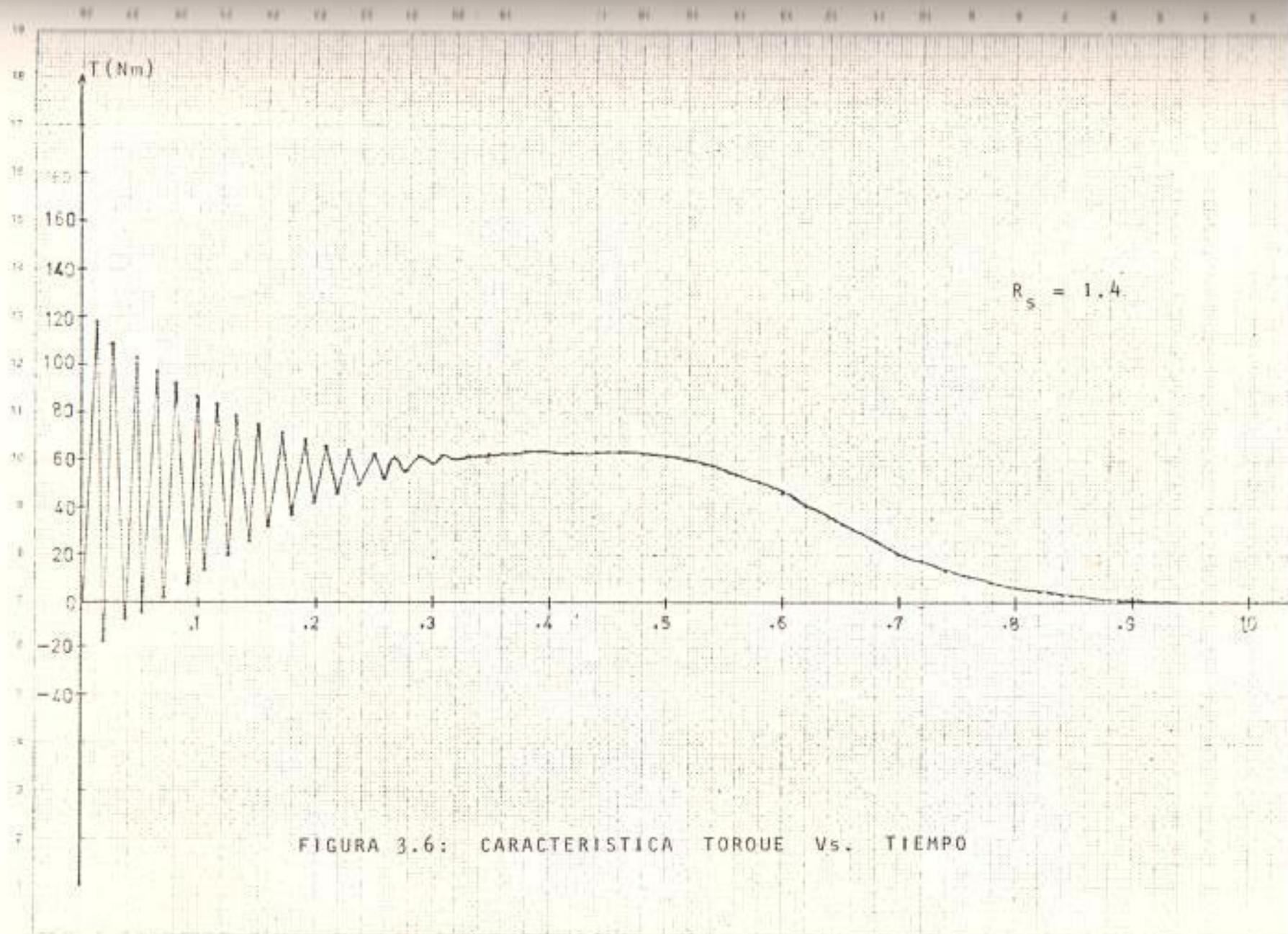


FIGURA 3.6: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

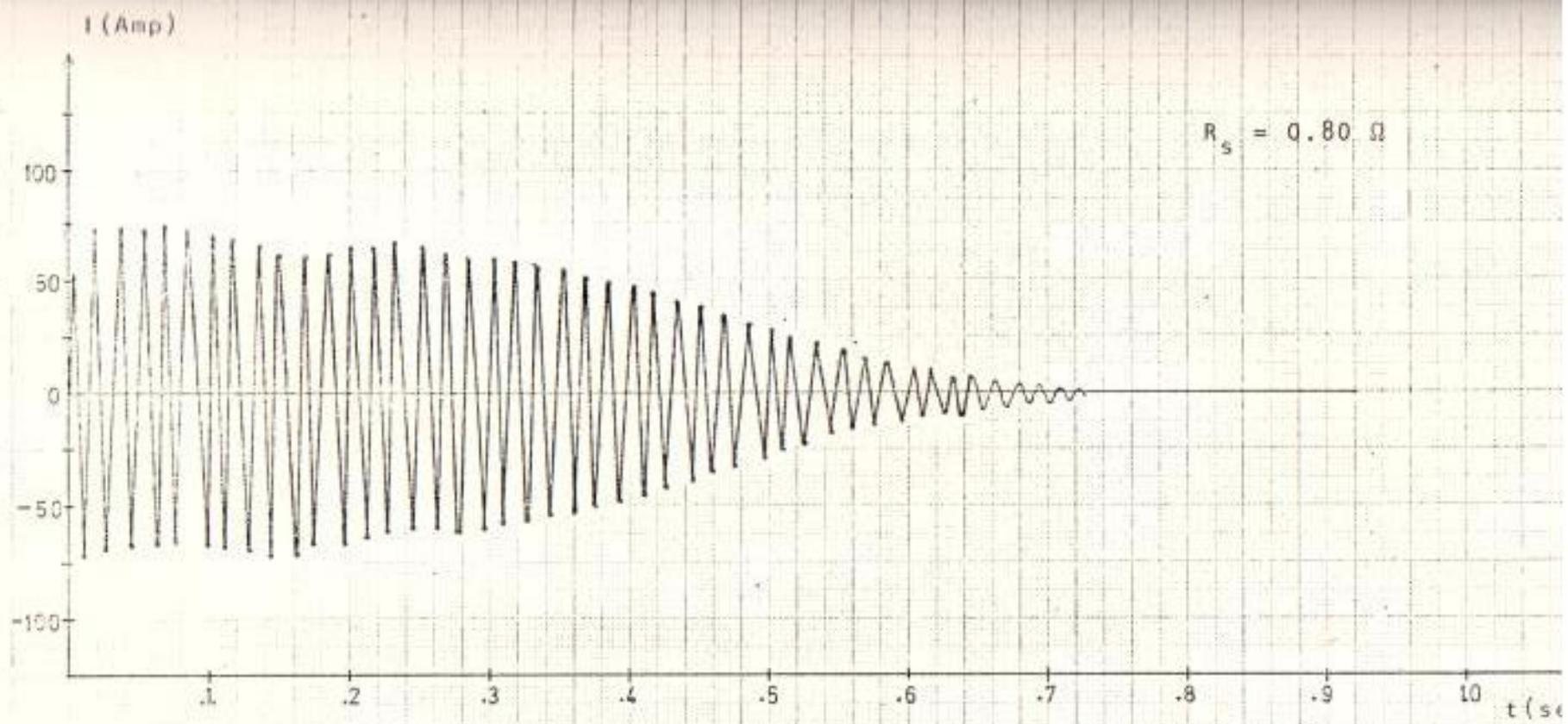


FIGURA 3.7: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

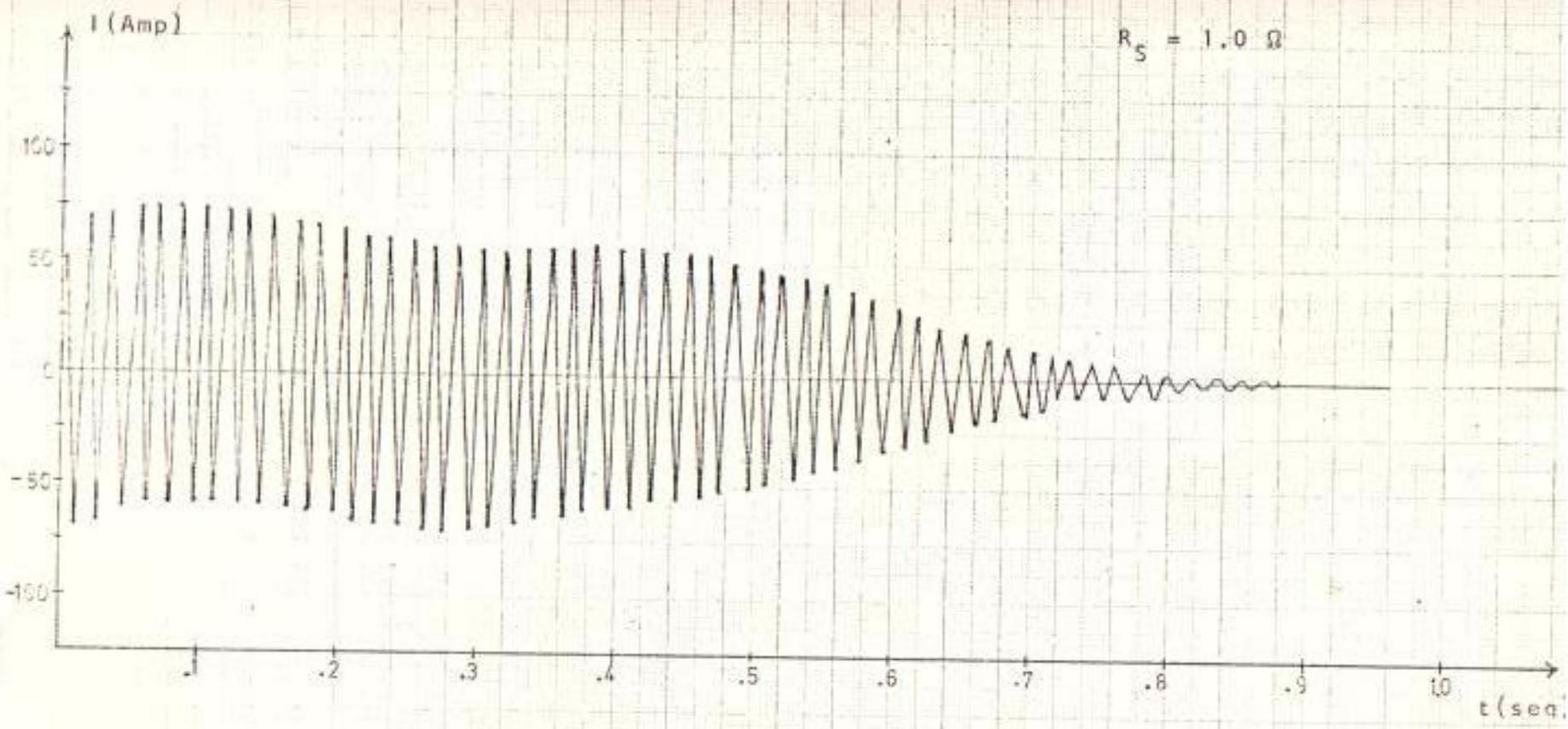


FIGURA 3.8: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

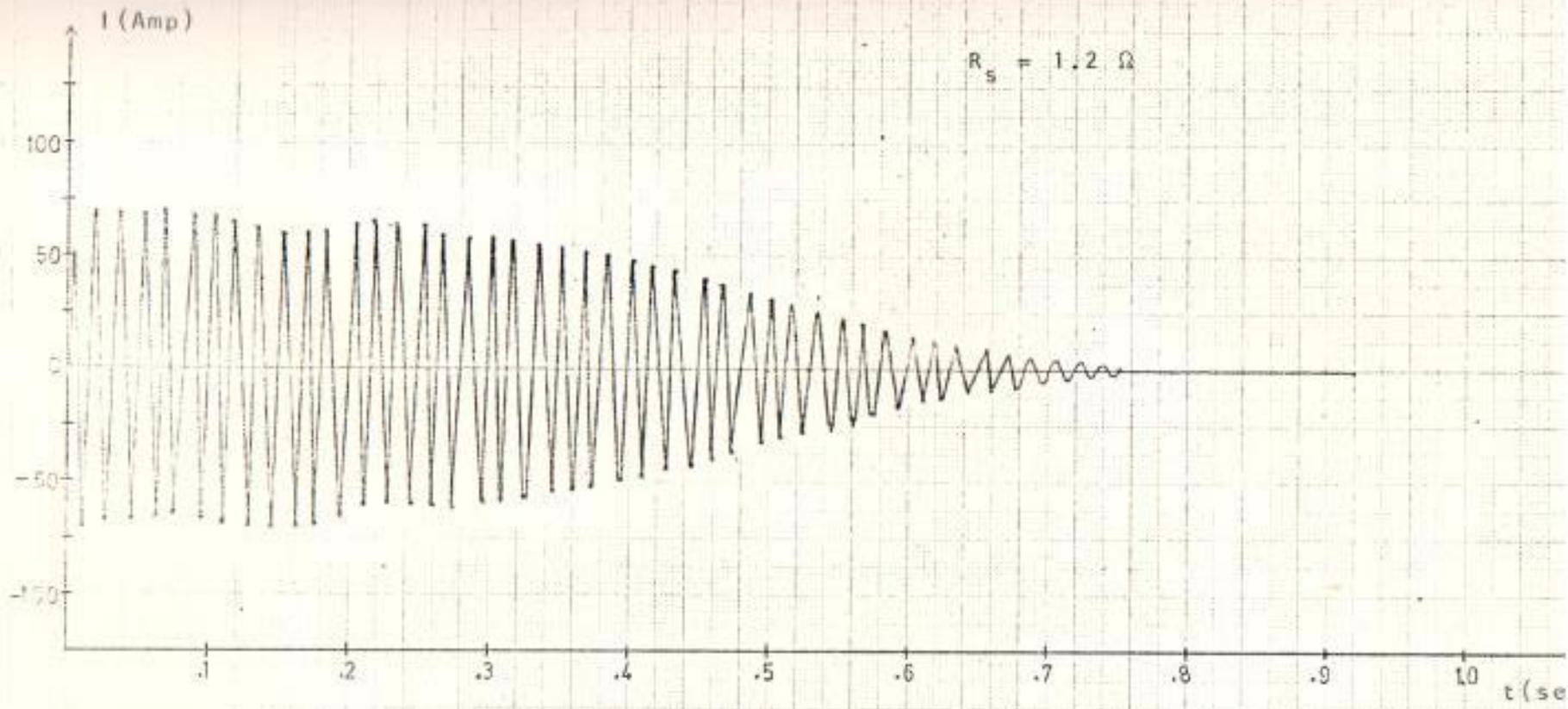


FIGURA 3.9: CARACTERISTICA CORRIENTE V_s . TIEMPO

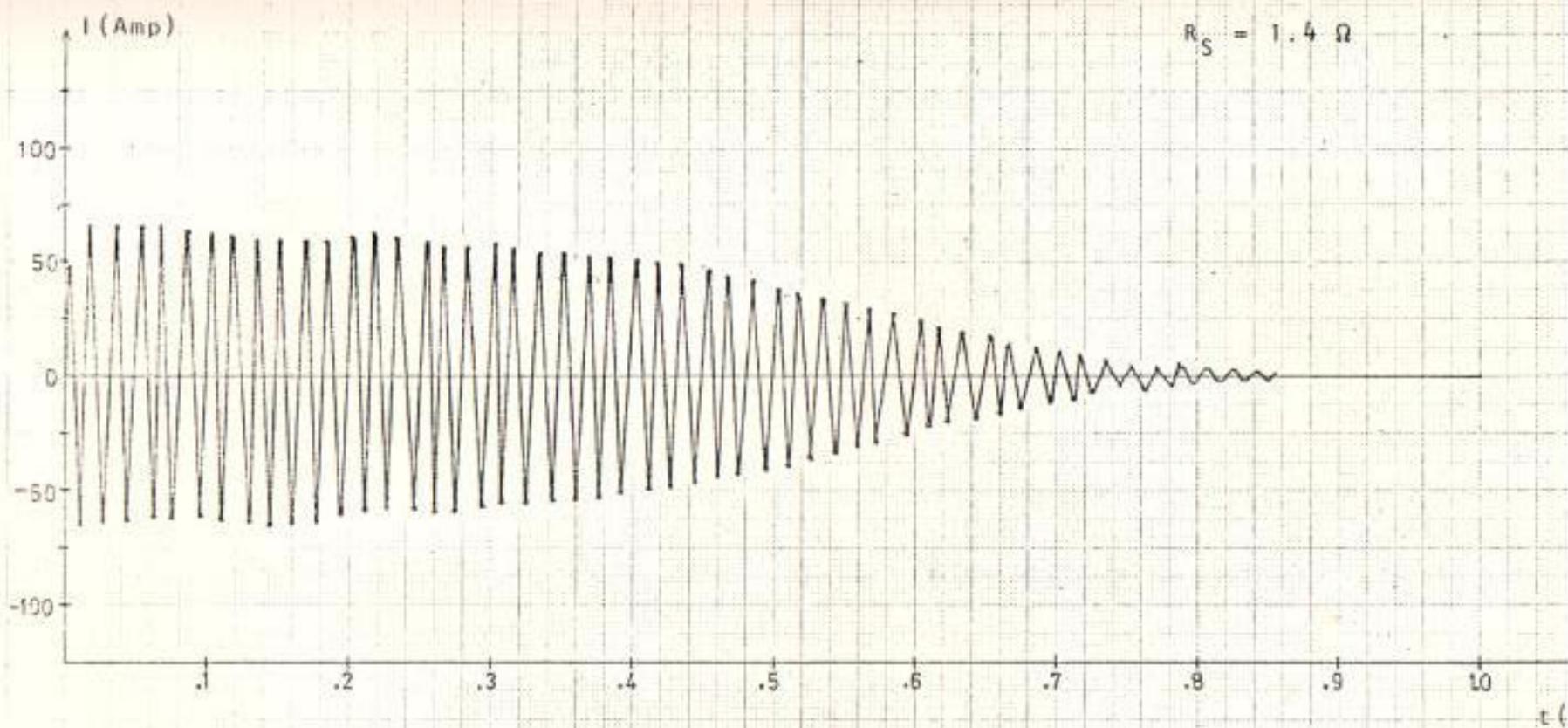


FIGURA 3.10: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

| R_s | 0.43 | 0.80 | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 0hr |
|----------------------|------|------|------|------|------|-----|
| $T_{arr}(pico)_+$ | 192. | 158. | 143. | 129. | 117. | Nm |
| $T_{arr}(pico)_-$ | -59. | -36. | -28. | -22. | -17. | Nm |
| $I_{arr}(pico)_+$ | 76. | 72. | 70. | 68. | 65. | Amq |
| $I_{arr}(pico)_-$ | -78. | -73. | -70. | -68. | -65. | Amq |
| $T_{m\acute{a}ximo}$ | 91. | 77. | 73. | 68. | 64. | Nm |
| $t_{estab.}$ | 0.70 | 0.74 | 0.77 | 0.80 | 0.85 | Seg |

TABLA N^o 3.1: VARIACION DE LA RESISTENCIA DEL ESTATOR.

Como se puede ver en los gráficos (3.3) a (3.6), a medida que aumenta la resistencia, los picos del torque en la región de transientes eléctricos disminuyen, mientras que las regiones transientes electromecánicas y mocionales tienen un mayor tiempo de duración, es decir, debido al menor torque de arranque, el tiempo de arranque es mayor.

Mientras que la corriente durante el periodo de arranque gráficos (3.7) a (3.10) tiende a disminuir sus picos con el aumento de la resistencia del estator, lo cual es beneficioso para el motor porque sus devanados no soportan altas corrientes.

Resumiendo las características más importantes, se tiene lo que mostrados en la Tabla 3.1.

B. VARIACION DE LA INDUCTANCIA DEL ESTATOR: Al igual que el caso anterior, el arranque con tensión reducida por reactancia, es un

método muy usado para el arranque de motores de inducción, debido a que la variación de la inductancia del estator produce reducción del factor de potencia al arranque y agrava la regulación de la línea de alimentación, de aquí la importancia de simular la variación de la inductancia del estator para observar el comportamiento transiente de la corriente del estator y del -torque durante el arranque.

En este caso se puede ver que al disminuir la inductancia del estator figura (3.11), los picos del torque en la región de transientes eléctricos, alcanzan valores de 11.6 veces el torque nominal.

Comparando estos resultados con el "caso -base", se puede ver como en la región de -transientes mecánicos, prácticamente ha desaparecido el torque máximo ya que la máquina alcanza rápidamente su velocidad de estado estable debido a la gran magnitud -de los picos de torque de arranque.

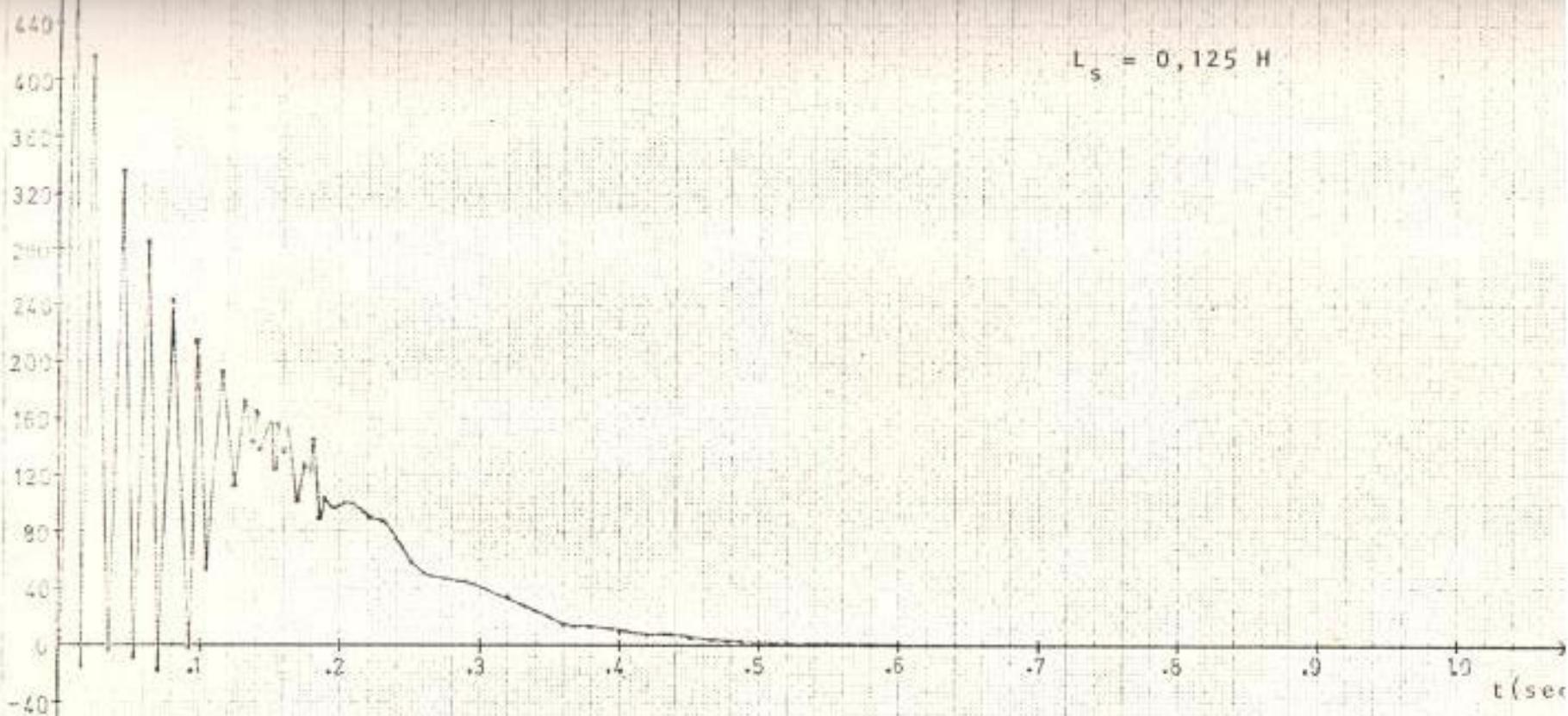


FIGURA 3.11: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

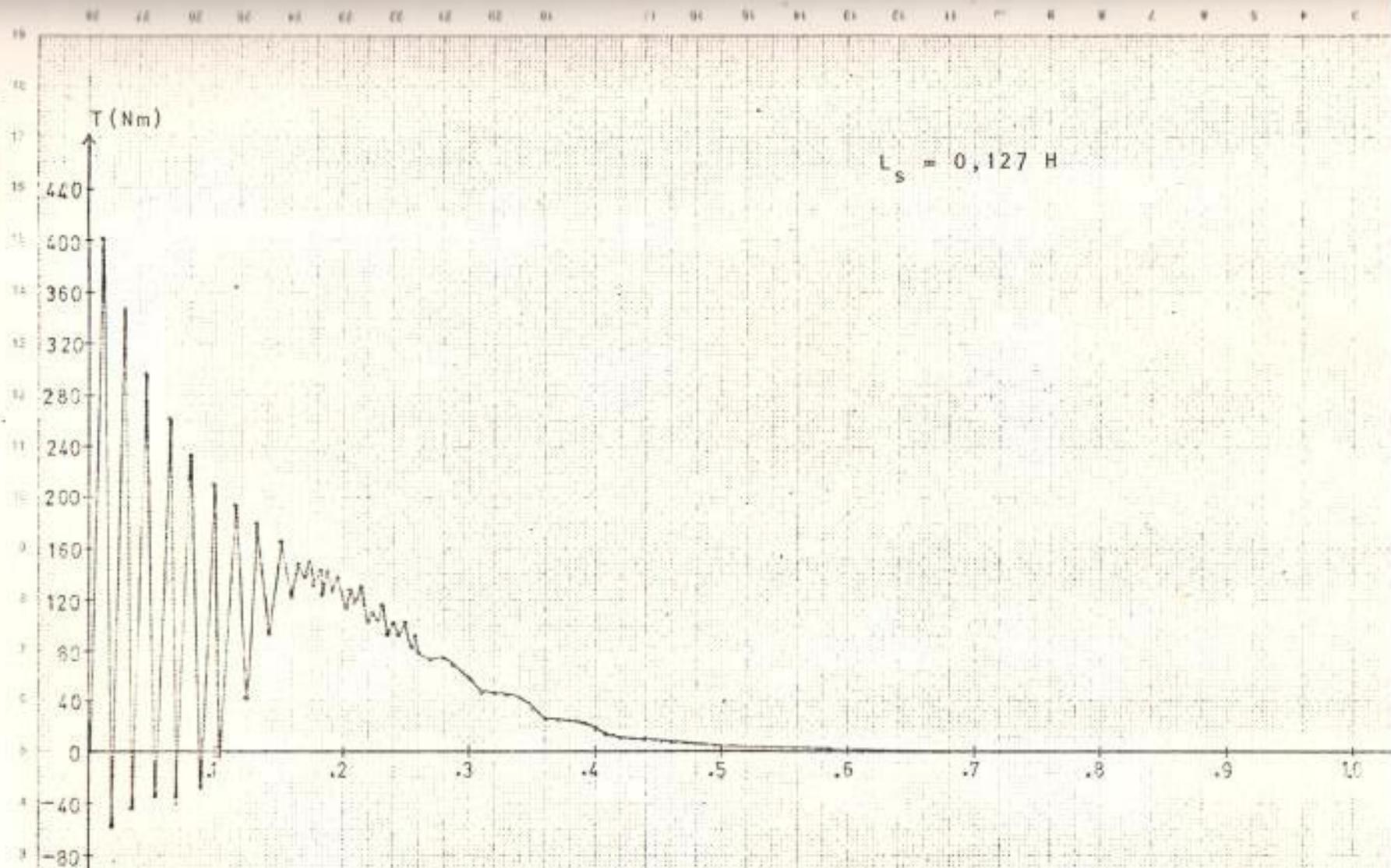


FIGURA 3.12: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

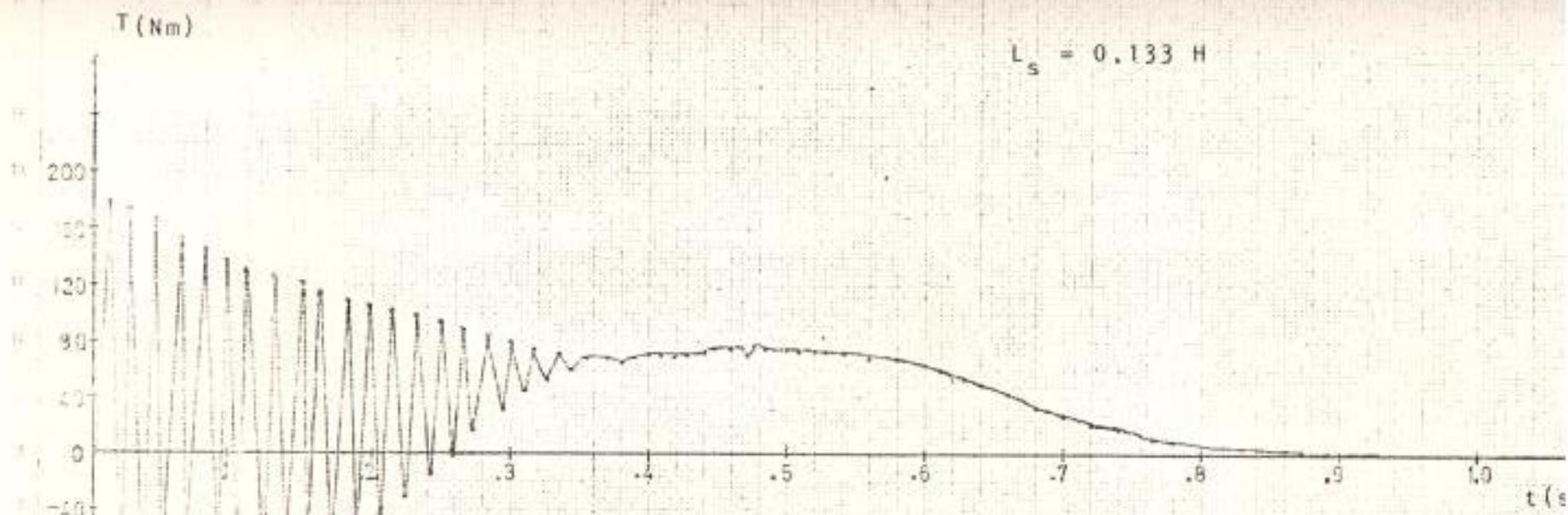


FIGURA 3.13: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

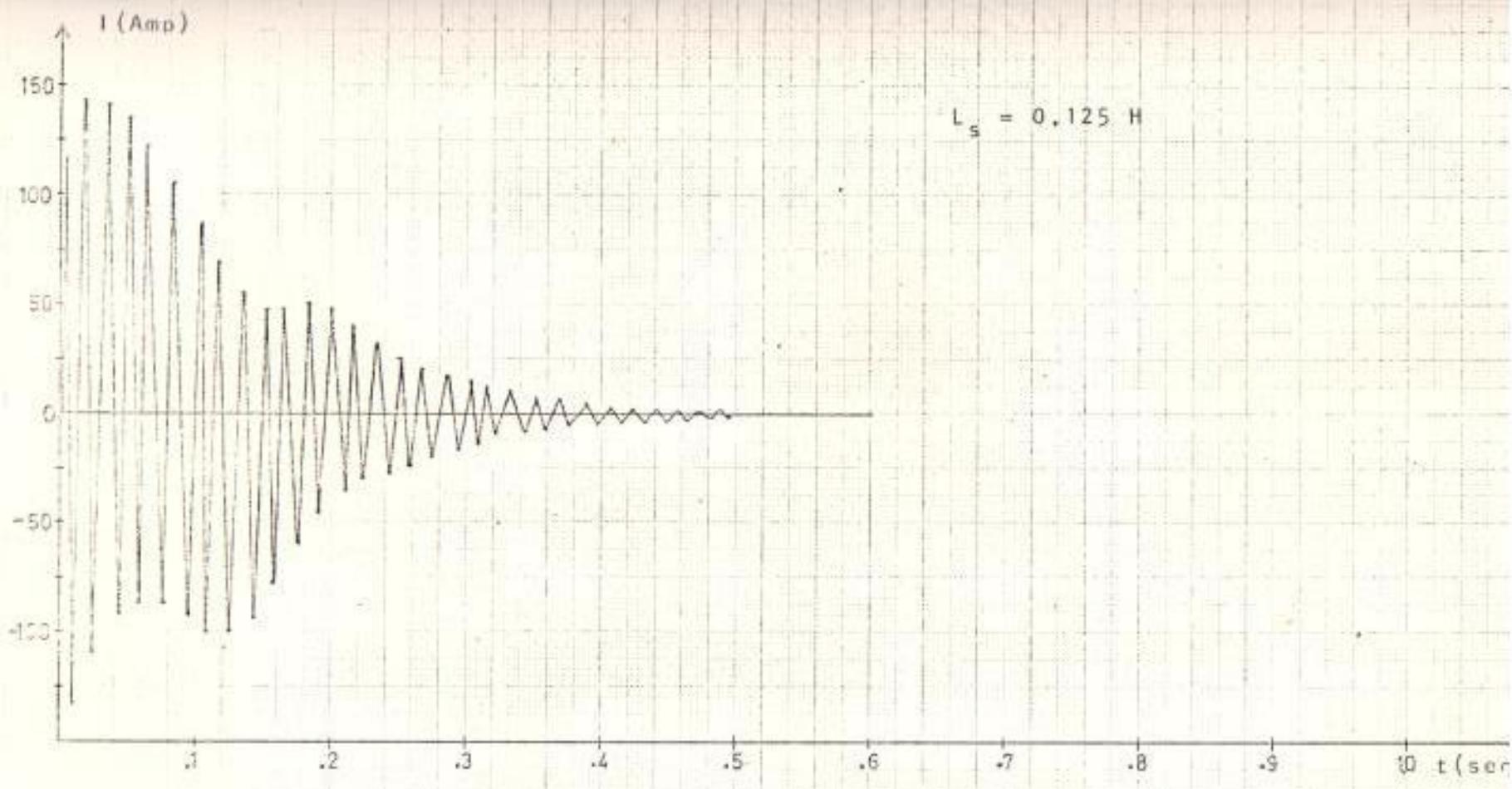


FIGURA 3.14: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

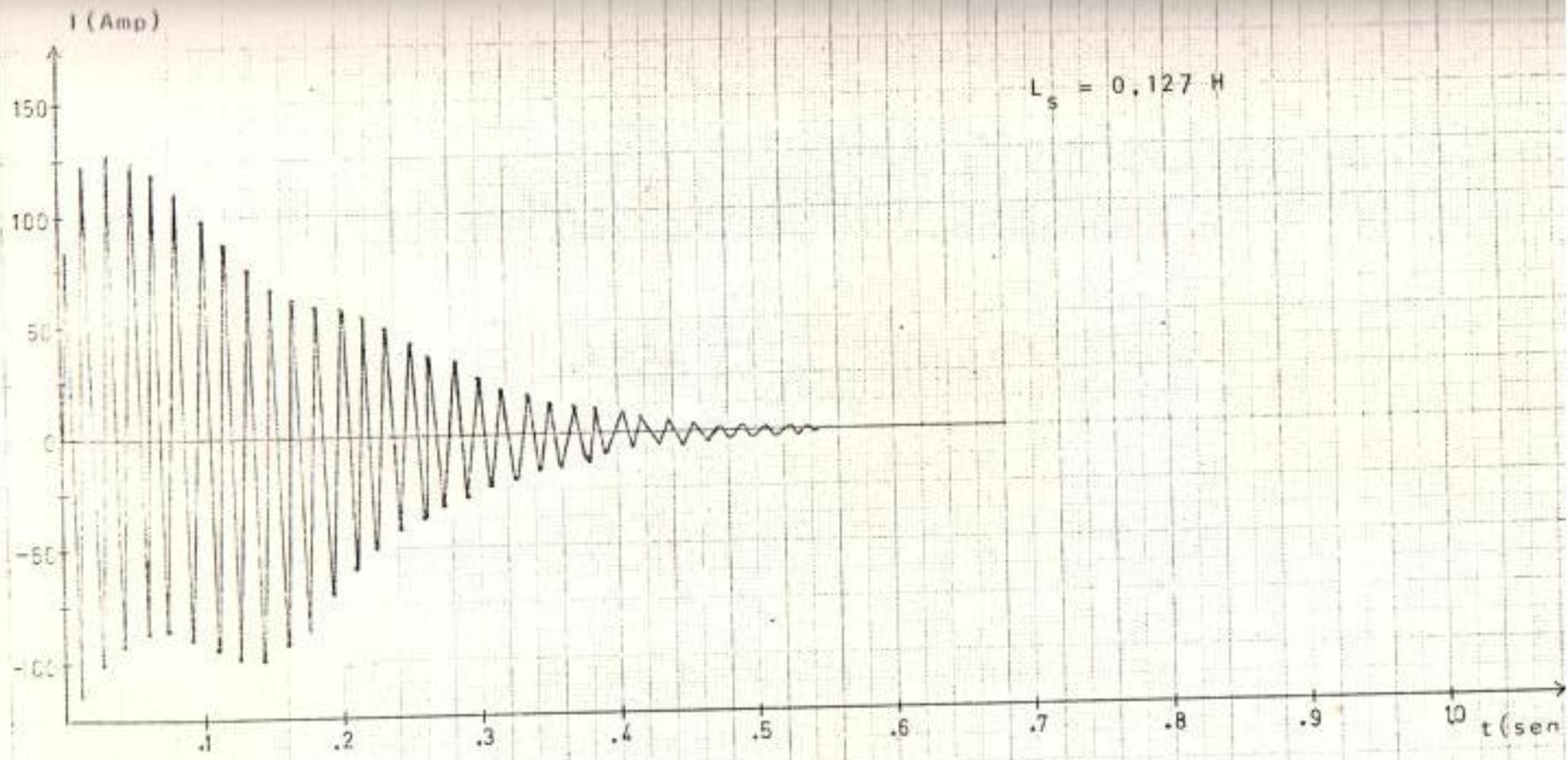


FIGURA 3.15: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

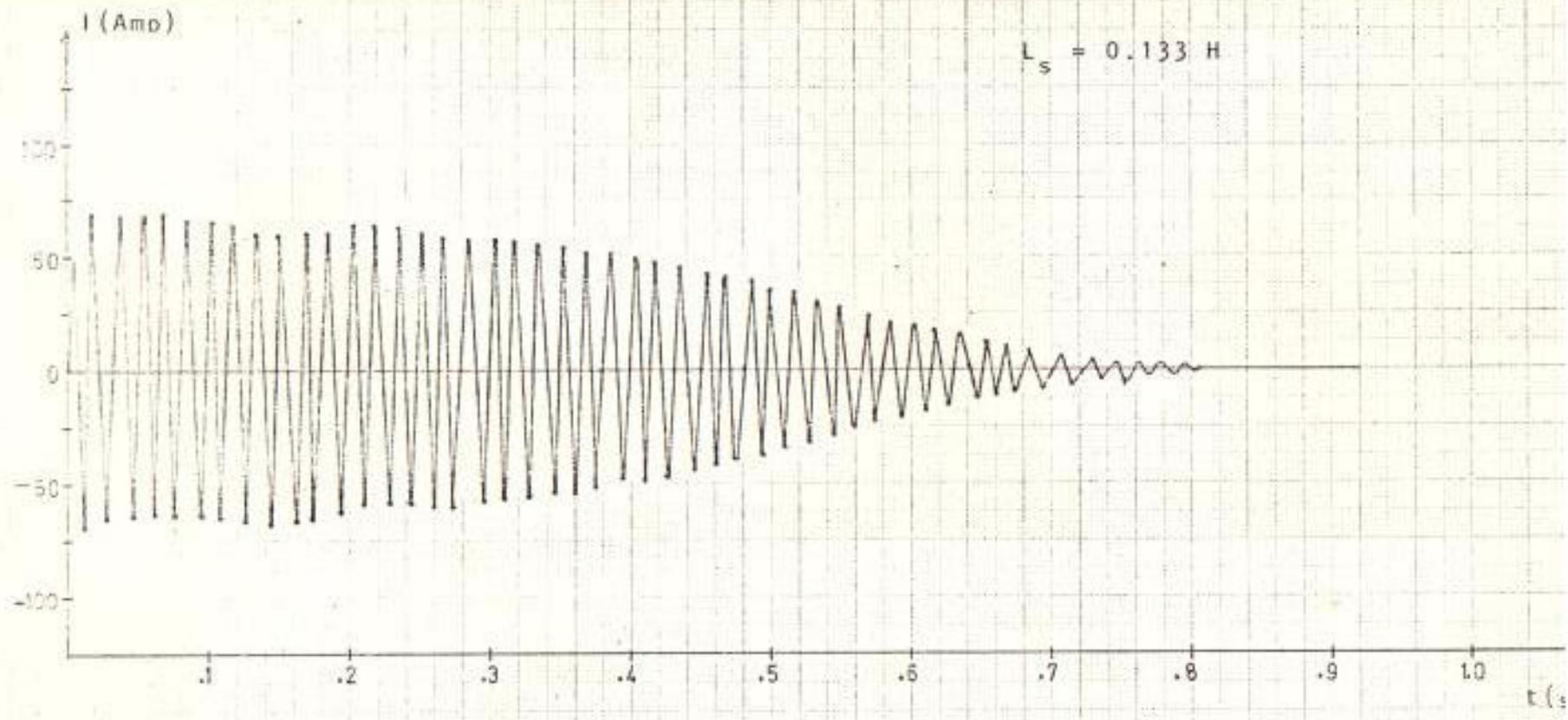


FIGURA 3.16: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

| L_s | 0.125 | 0.127 | 0.131 | 0.133 | 0.135 | H |
|----------------------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|
| $T_{arr}(pico)_+$ | 522. | 402. | 192. | 178. | 133. | Nm |
| $T_{arr}(pico)_-$ | -9. | -57. | -59. | -80. | -69. | Nm |
| $I_{arr}(pico)_+$ | 143. | 122. | 76. | 68. | 57. | Amp. |
| $I_{arr}(pico)_-$ | -132. | -114. | -78. | -69. | -59. | Amp. |
| $T_{m\acute{a}ximo}$ | inestable | inestable | 91. | 77. | 50. | Nm |
| $t_{estab.}$ | 0.50 | 0.55 | 0.70 | 0.850 | 1. | Seg |

TABLA 3.2: VARIACION DE LA INDUCTANCIA DEL ESTATOR

En cuanto a la corriente del estator, durante el período de arranque se puede observar, figura (3.14), picos de gran magnitud, los cuales a pesar de su rápido amortiguamiento pueden ocasionar la destrucción de los devanados de la máquina.

Con el aumento de la inductancia del estator, como se puede observar en la figura (3.13), los picos transientes de torque y corriente disminuyen en magnitud, mientras que las regiones transientes (eléctrico, electro-mecánico y mocional) tienen un período de tiempo mayor que el "caso base", lo que significa un tiempo de arranque mayor, pero corriente de arranque menor, con lo que se evita un gran número de perturbaciones eléctricas que perjudican a la máquina y al sistema de distribución, en donde se encuentra conectado.

C. VARIACION DE LA RESISTENCIA DEL ROTOR: El valor en Ohmios de la resistencia del motor en un motor de inducción, afecta ampliamente 2

importantes características:

- El torque de arranque.
- La intensidad de la corriente de arranque.

Mediante esta simulación, se analiza el estado transiente del motor de inducción al variar este parámetro de la máquina.

Así, observando las figuras (3.17) a (3.23) se nota como a medida que se incrementa la resistencia del rotor, el valor de pico máximo del torque en la región de transientes eléctricos aumenta hasta 4,5 veces el valor del torque nominal, mientras que la corriente puede alcanzar valores de 3,5 veces el valor de la corriente nominal.

Un aspecto que debe tenerse en cuenta es - que en la región de transientes mecánicos, el valor del torque máximo permanece inva

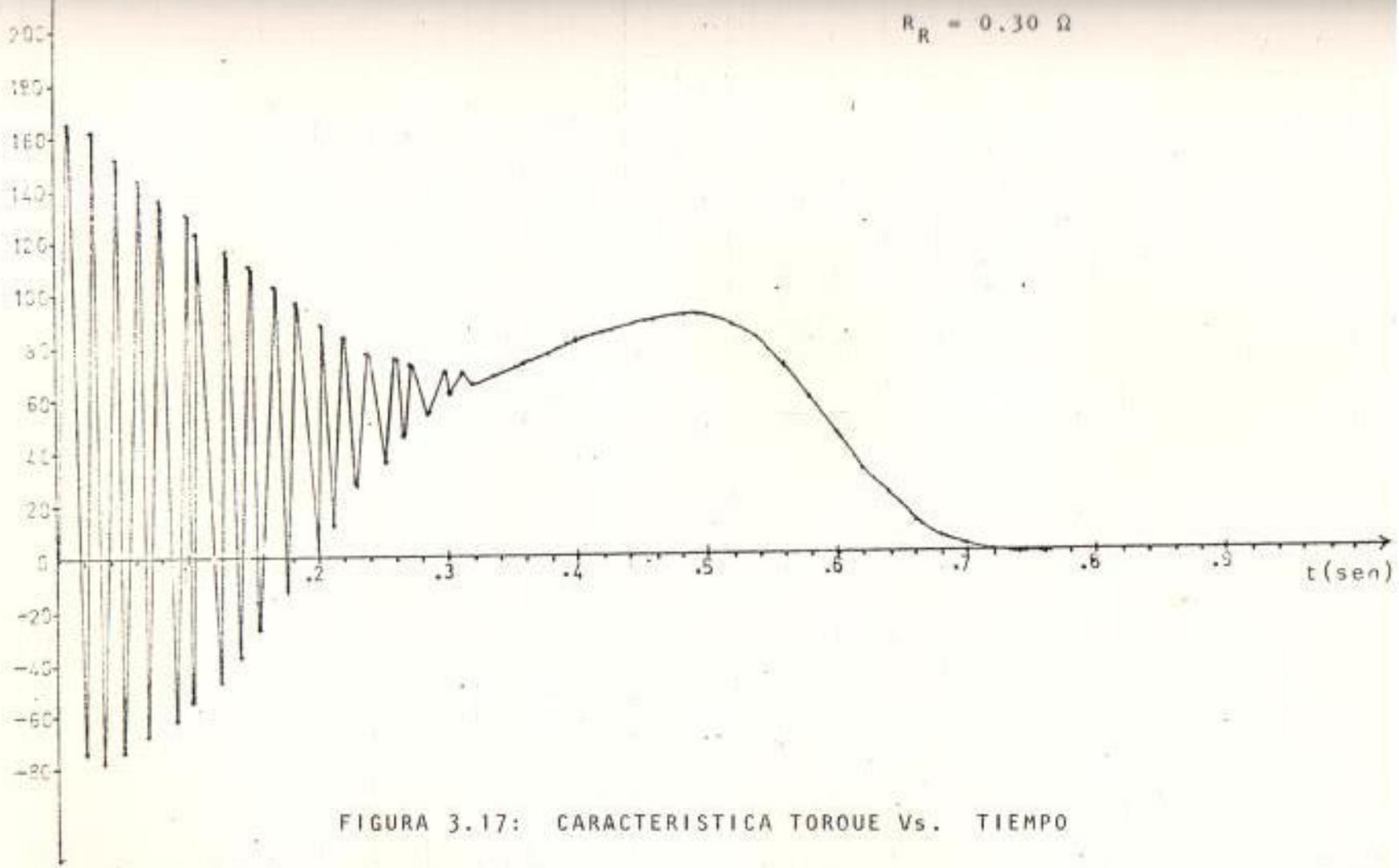


FIGURA 3.17: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

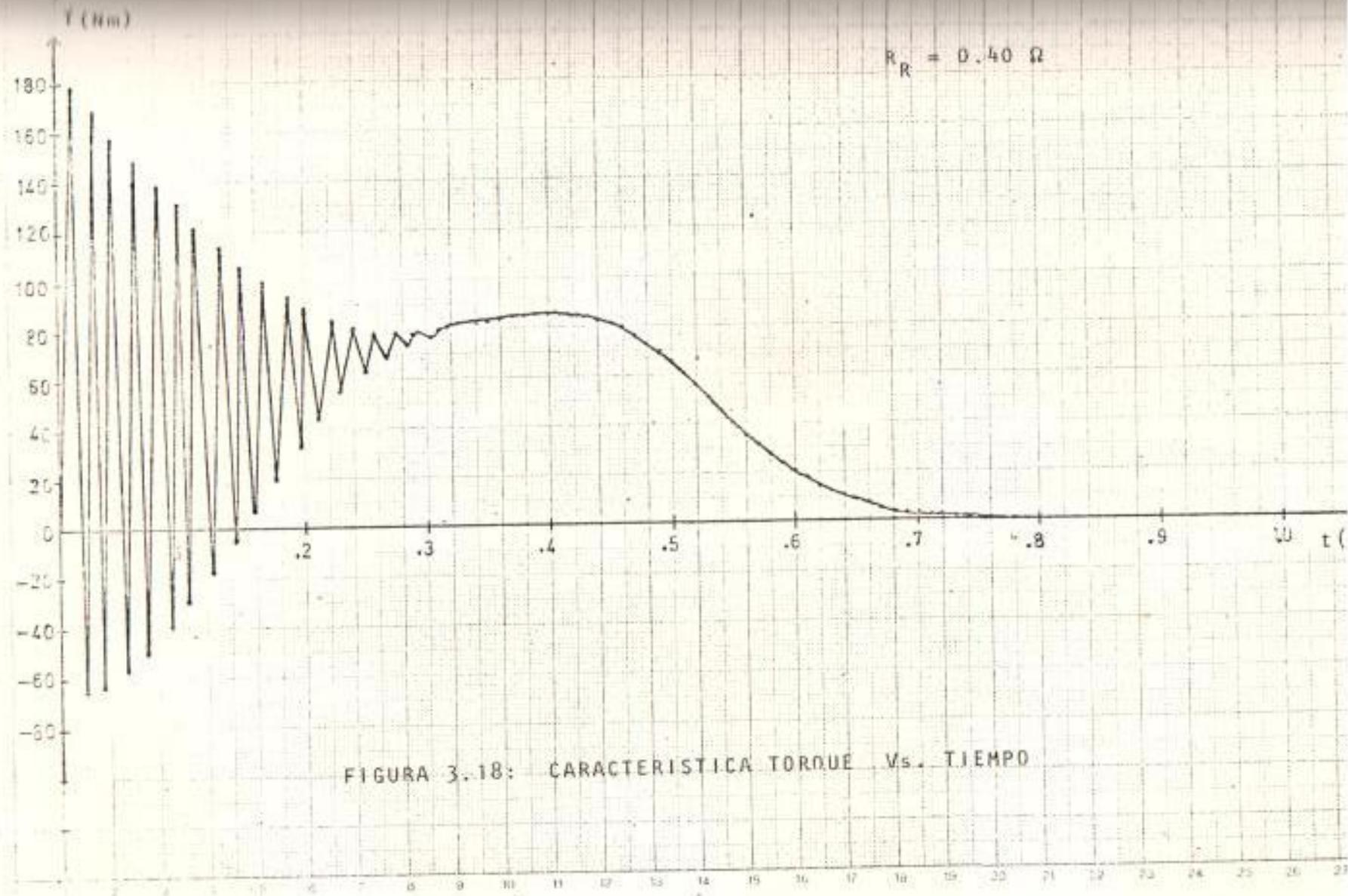


FIGURA 3.18: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

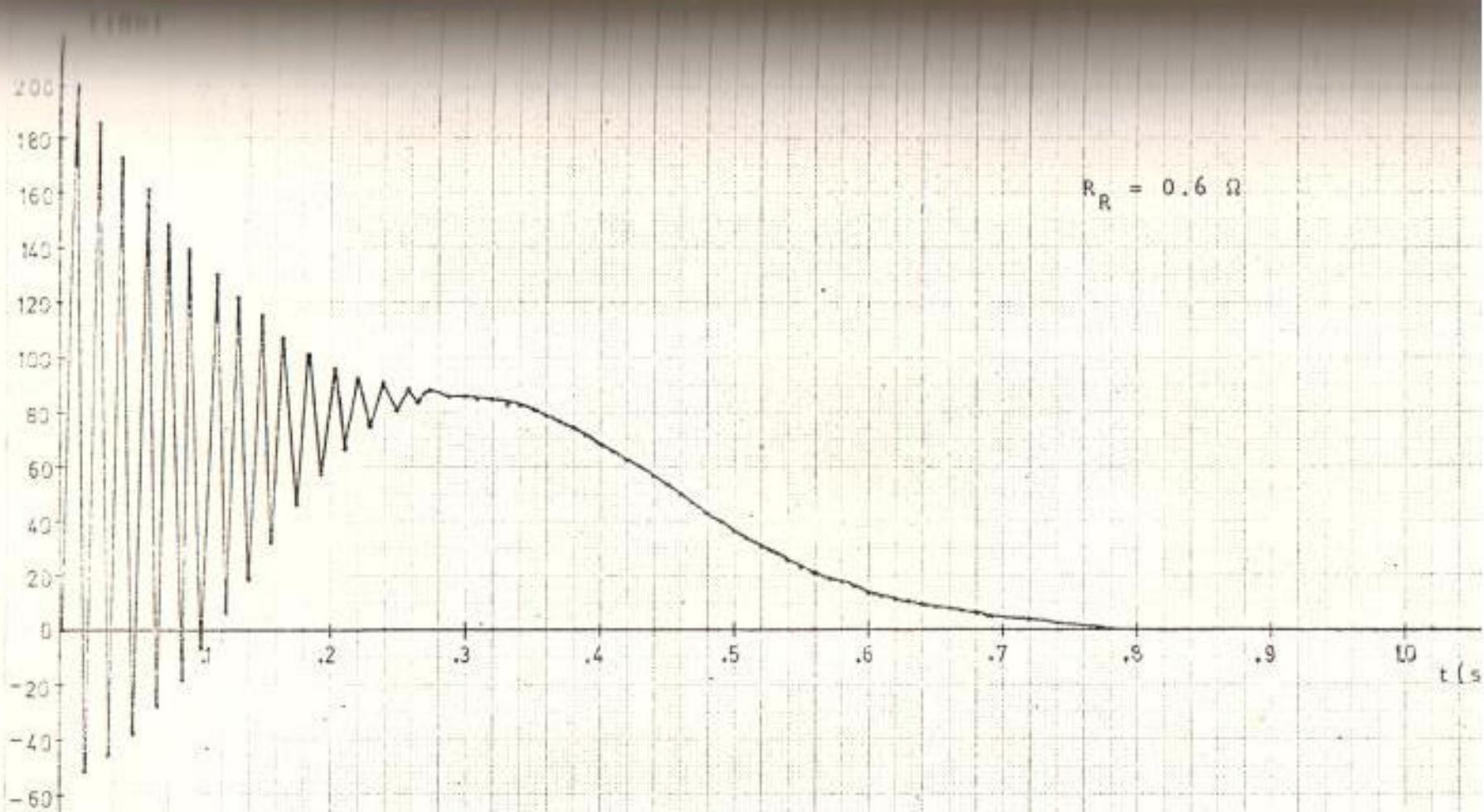


FIGURA 3.19: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

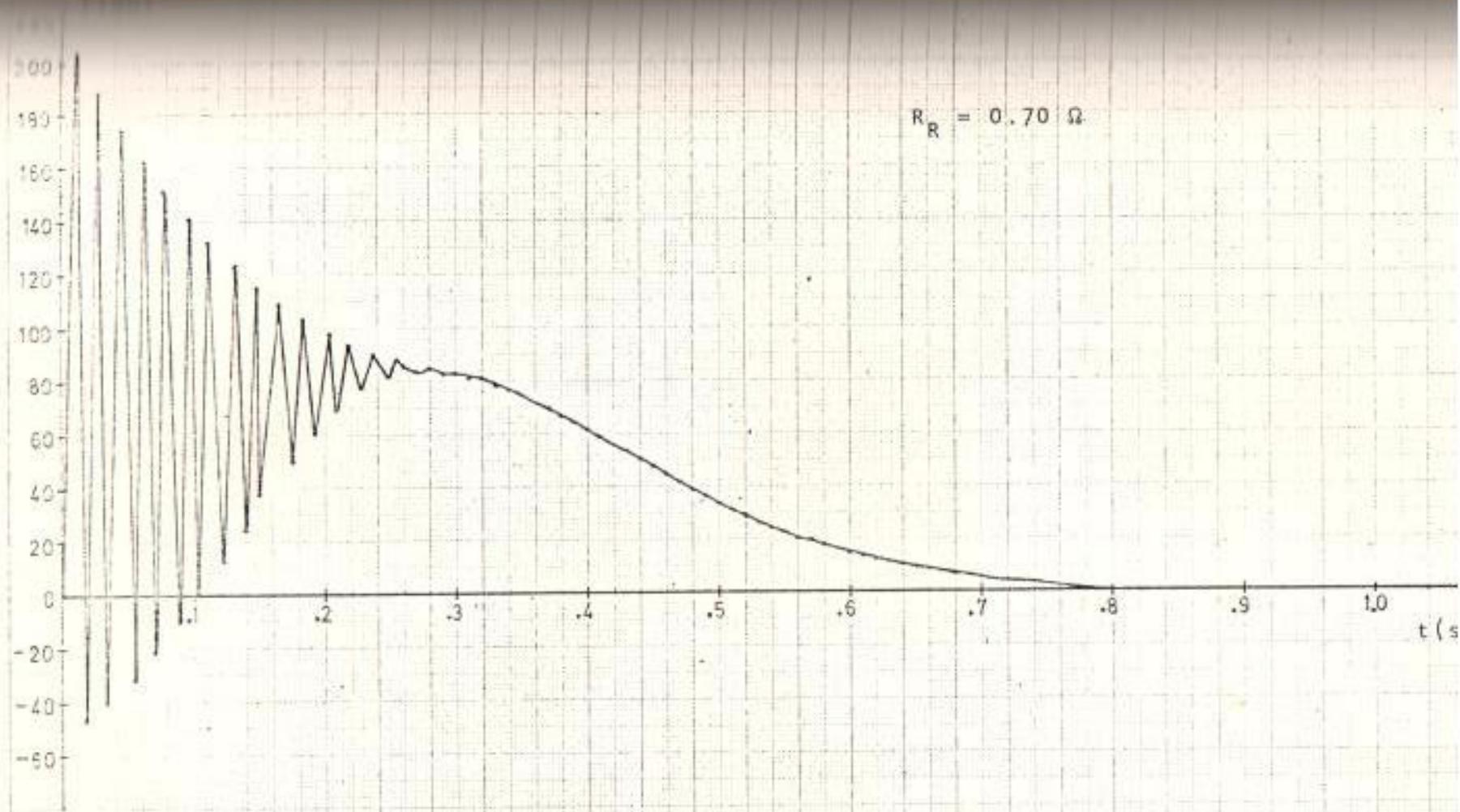


FIGURA 3.20: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

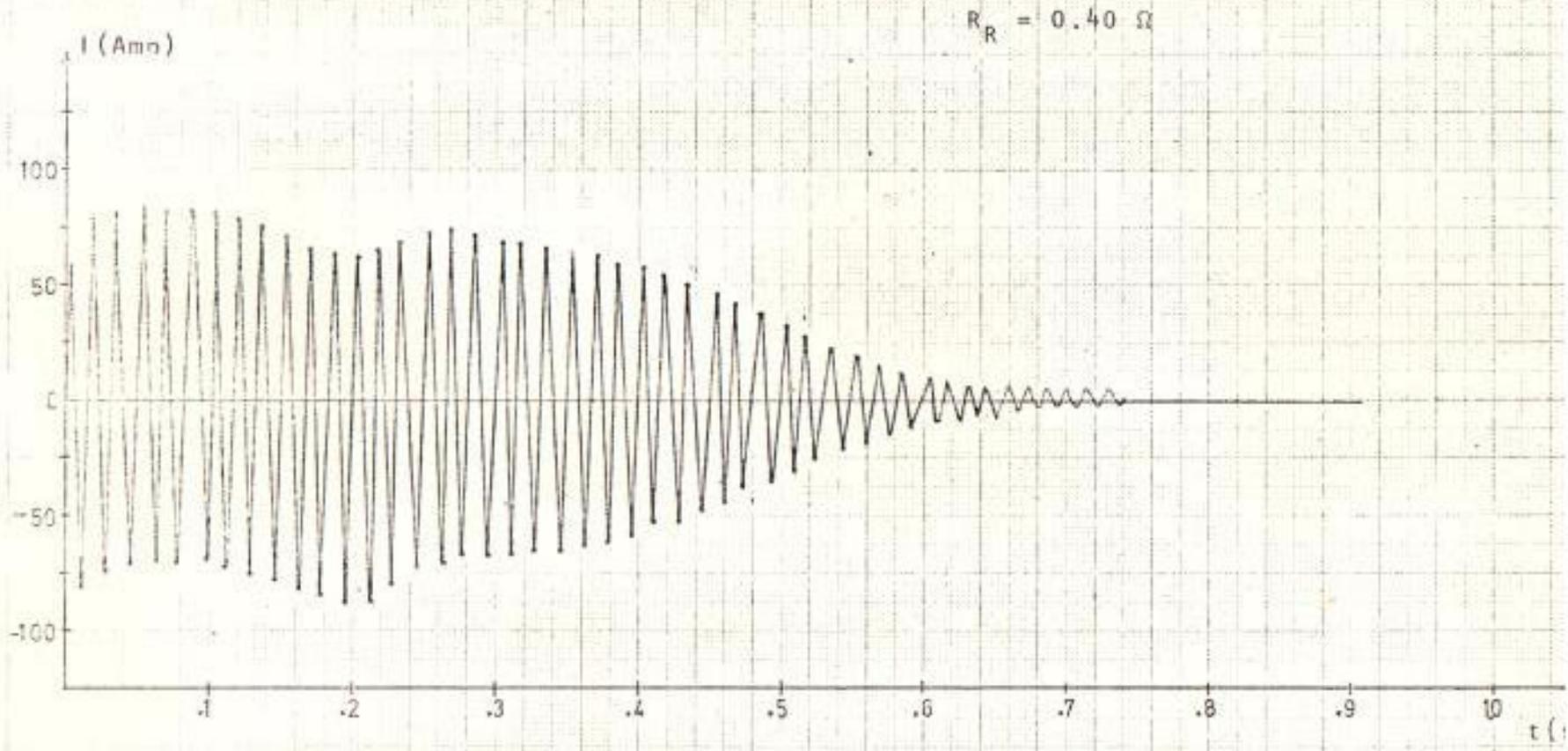


FIGURA 3.21: CARACTERÍSTICA CORRIENTE V_s , TIEMPO

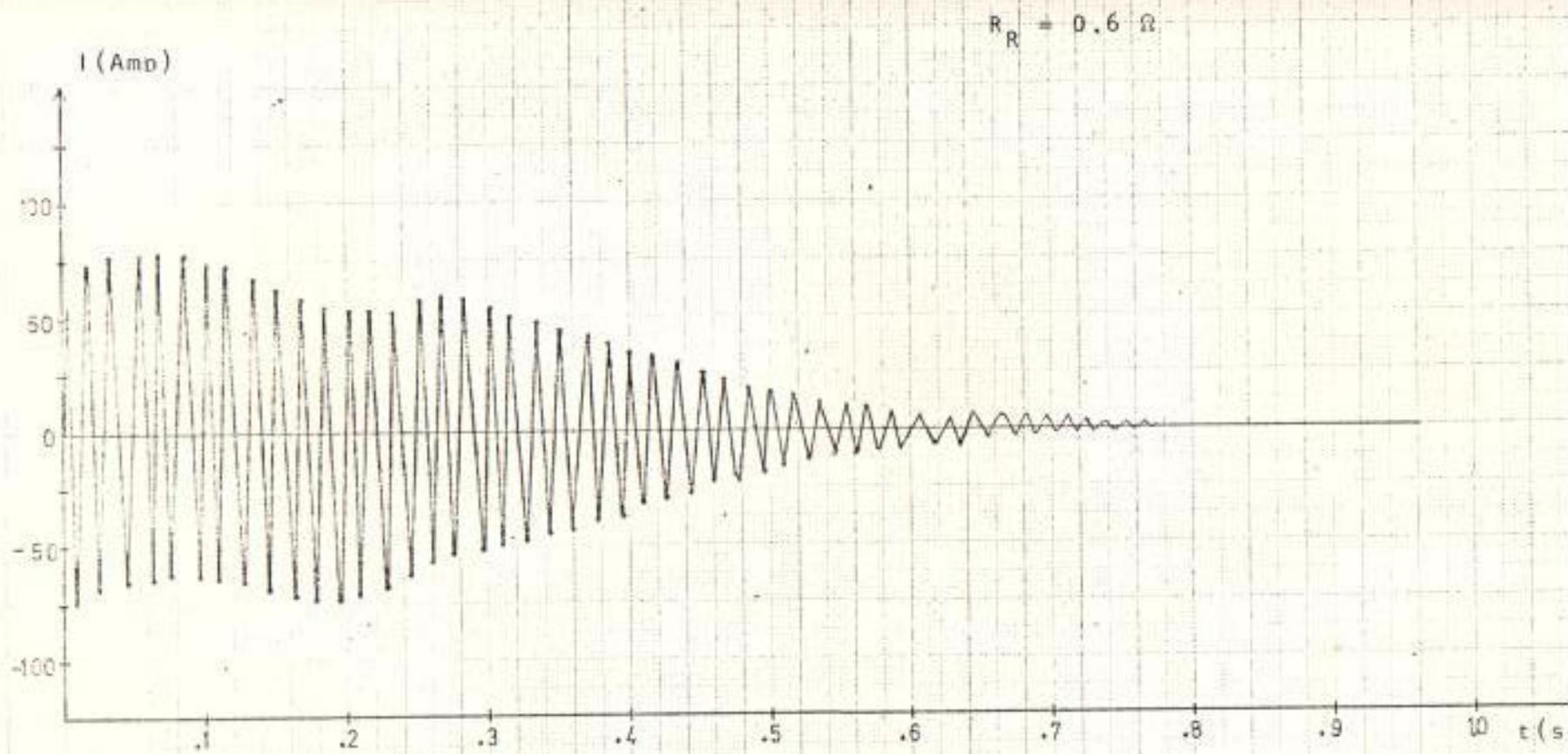


FIGURA 3.22: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

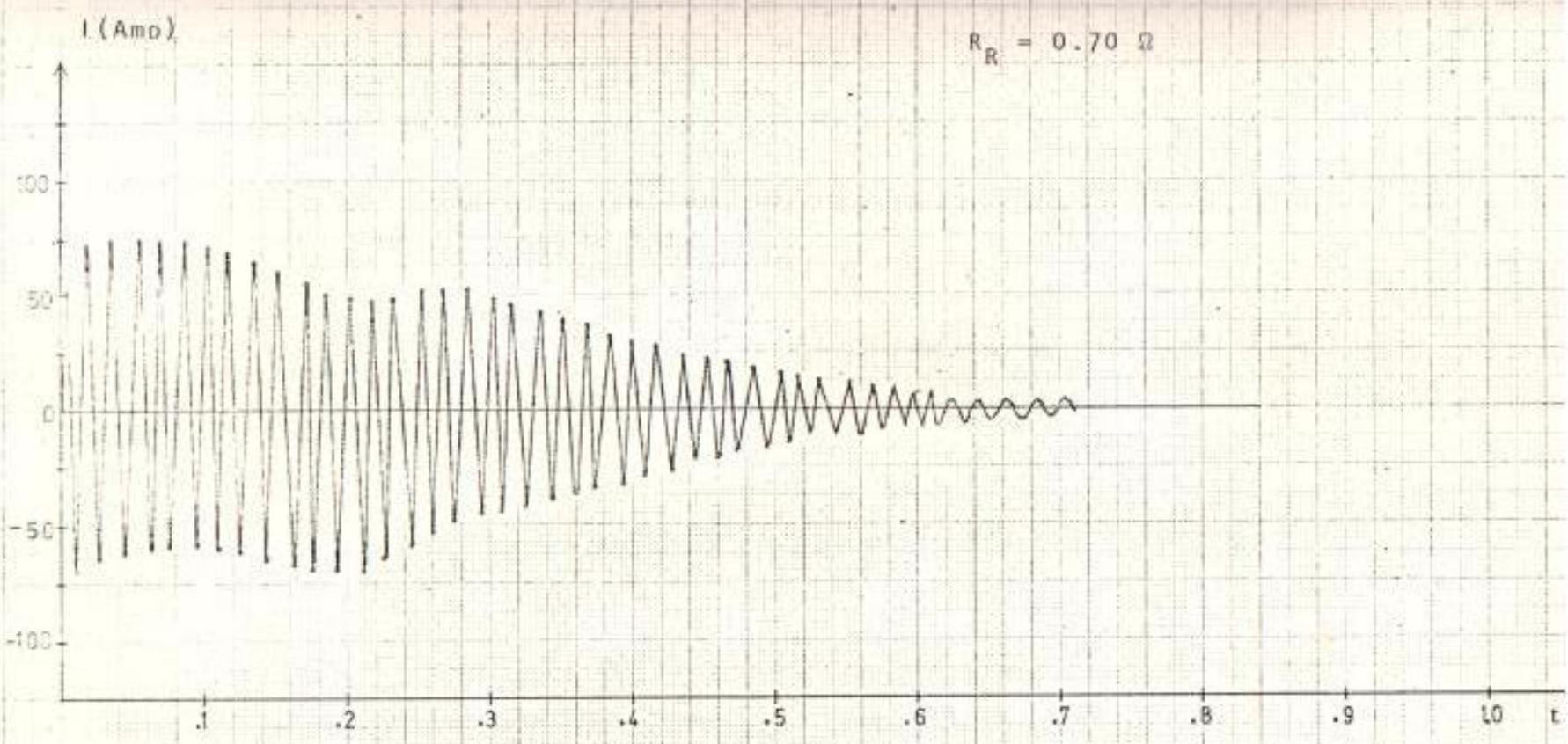


FIGURA 3.23: CARACTERISTICA CORRIENTE V_s , TIEMPO

| R_R | 0.30 Ω | 0.40 Ω | 0.50 Ω | 0.60 Ω | 0.70 Ω | 0hr |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----|
| $T_{arr}(pico)_+$ | 165 | 178. | 192. | 201. | 205. | Nm |
| $T_{arr}(pico)_-$ | -78 | -65. | -59. | -52. | -46. | Nm |
| $I_{arr}(pico)_+$ | 81 | 79. | 76. | 74. | 72. | Am |
| $I_{arr}(pico)_-$ | -85 | -81. | -78. | -74. | -70. | Am |
| $T_{m\acute{a}ximo}$ | 91. | 89. | 91. | 91. | 91. | Nm |
| $t_{estab.}$ | 0.70 | 0.68 | 0.70 | 0.75 | 0.80 | Se |

TABLA 3.3: VARIACION DE LA RESISTENCIA DEL ROTOR

riable con las variaciones de la resisten
cia del rotor, a pesar de que el tiempo -
en que se produce éste, varía.

En la tabla (3.3), se resumen las princi-
pales características originadas al efec-
tuar esta prueba.

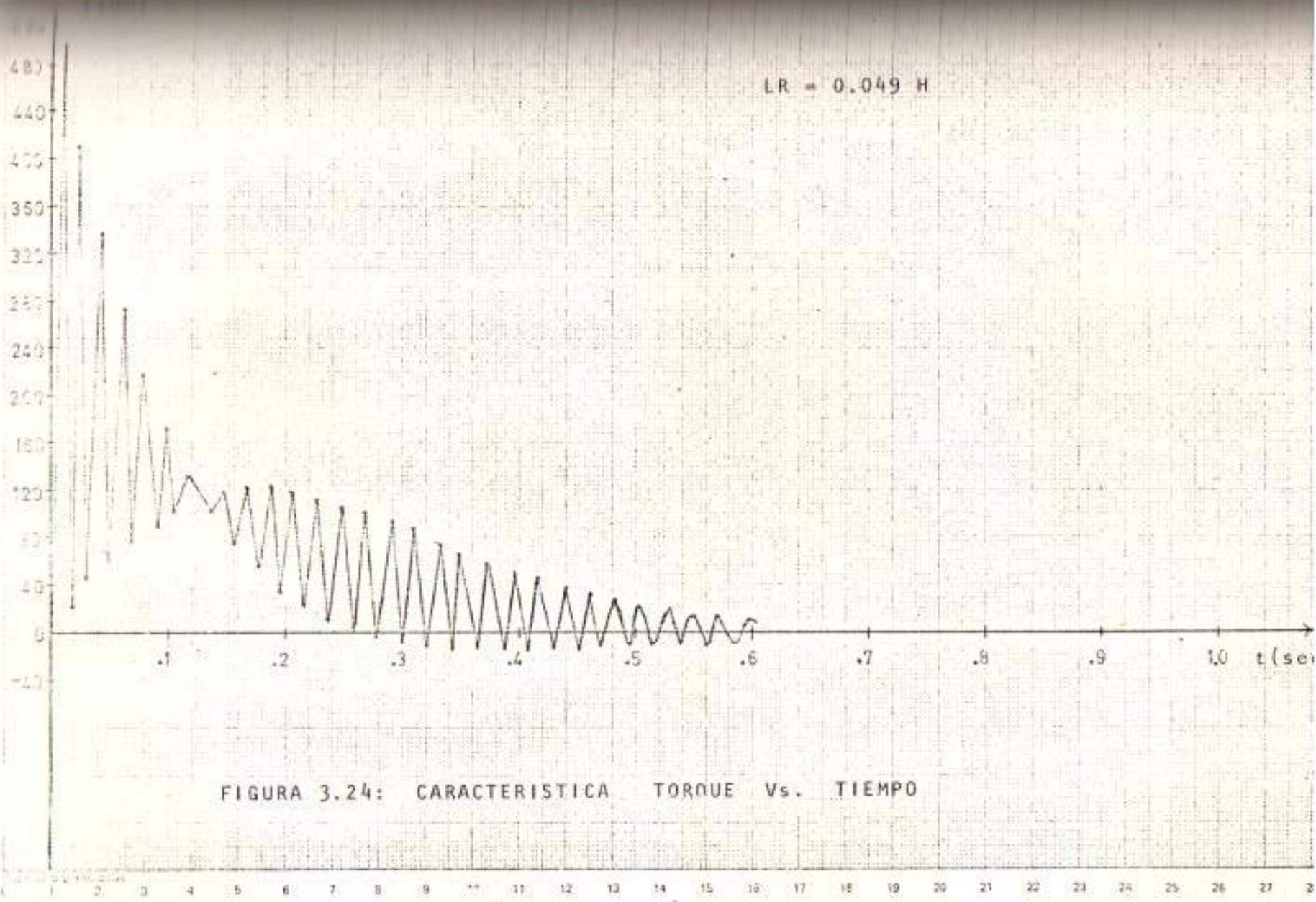
D. VARIACION DE LA INDUCTANCIA DEL ROTOR: La
variación de la inductancia del rotor tie-
ne un efecto muy significativo en el motor
de inducción, debido a que ésta ocasiona
grandes picos transientes, tanto en el tor
que como en la corriente, ver figura (3.24)
a (3.28).

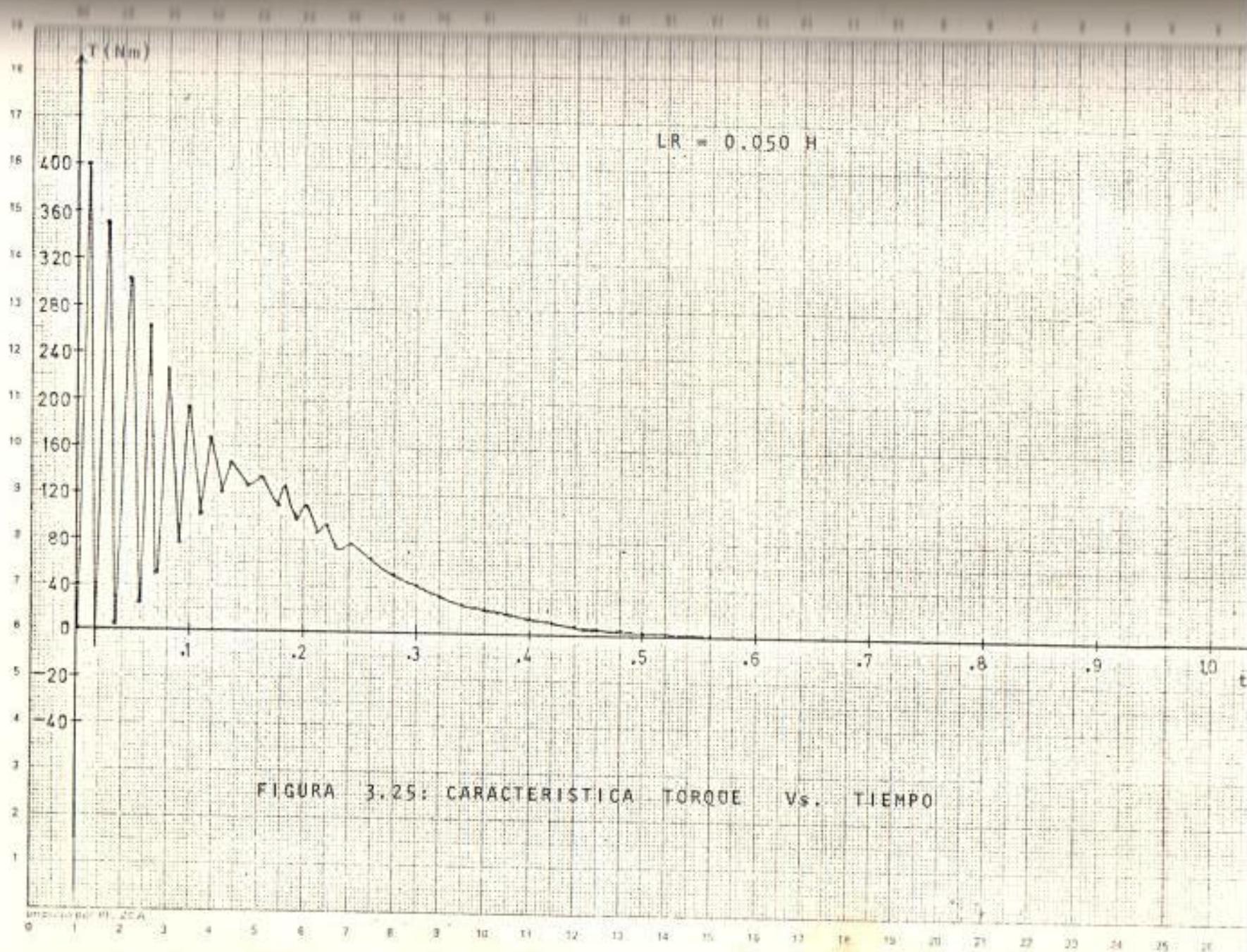
Se nota que al disminuir el valor de la in
ductancia del rotor, los picos del torque
de la región de transientes eléctricos al-
canzan valores de hasta 10.1 veces el tor
que nominal, figura (3.24), al igual que
las corrientes cuyas oscilaciones aumentan
en magnitud con relación al "caso base".

Además se observa que las regiones transientes electromecánicas y mocionales tienden a fusionarse, ésto es debido al gran valor del torque en los primeros ciclos del arranque, el cual acelerará al motor hasta llegar a su velocidad de estado estable en un período de tiempo muy pequeño.

Eléctrica y mecánicamente, las perturbaciones analizadas anteriormente no son convenientes para la máquina debido a que las altas corrientes y que los altos torques deterioran los devanados de la máquina y el eje del rotor respectivamente.

Cuando se aumenta el valor de la inductancia del rotor, tal como se puede ser en la figura (3.27), las oscilaciones del torque disminuyen en magnitud, pero no se amortiguan durante el período de arranque, lo cual hace desaparecer la región de transientes mocionales con la consiguiente inestabilidad de la máquina.





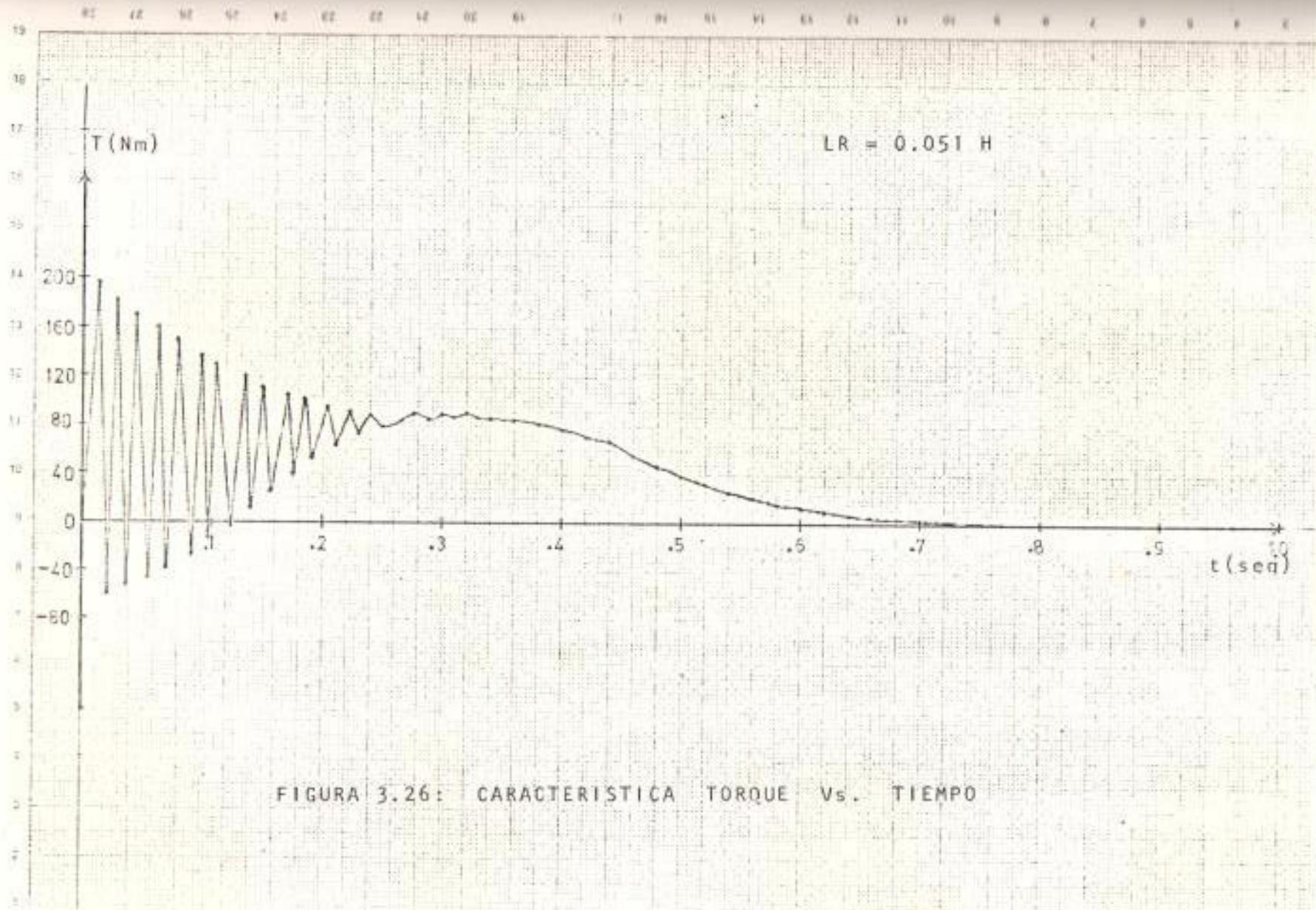


FIGURA 3.26: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

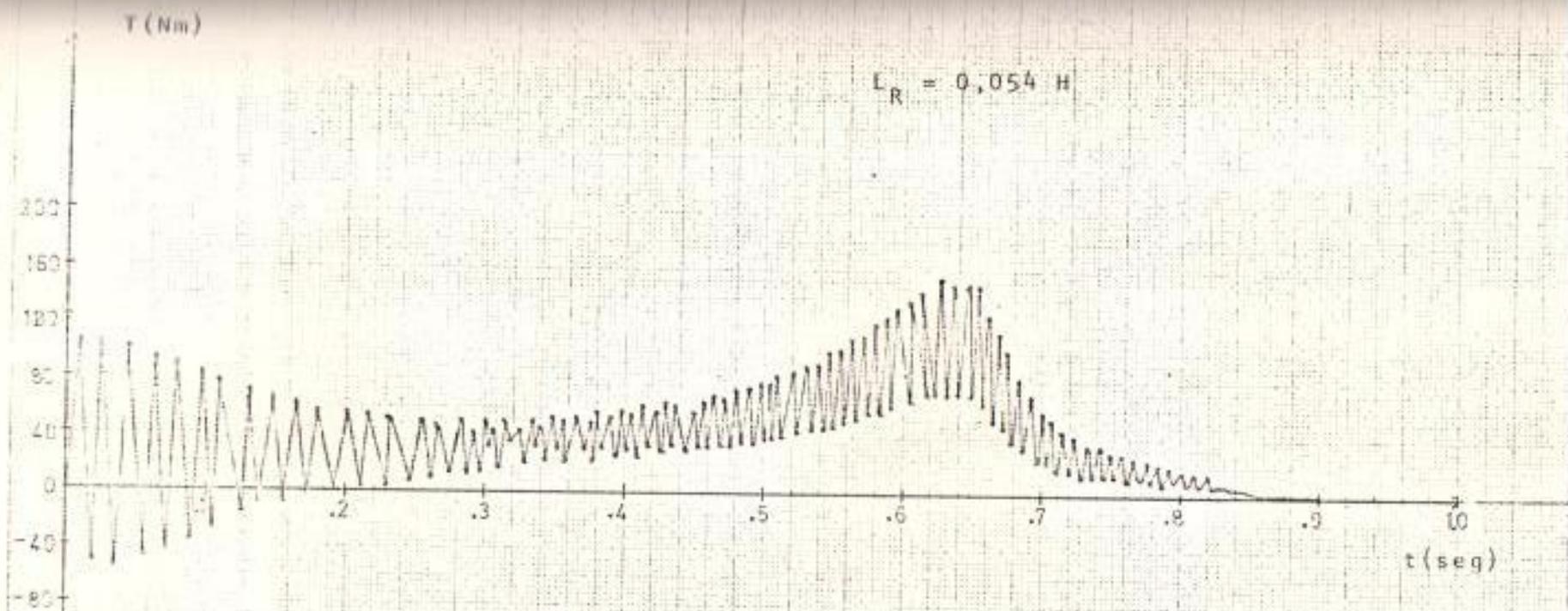


FIGURA 3.27: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

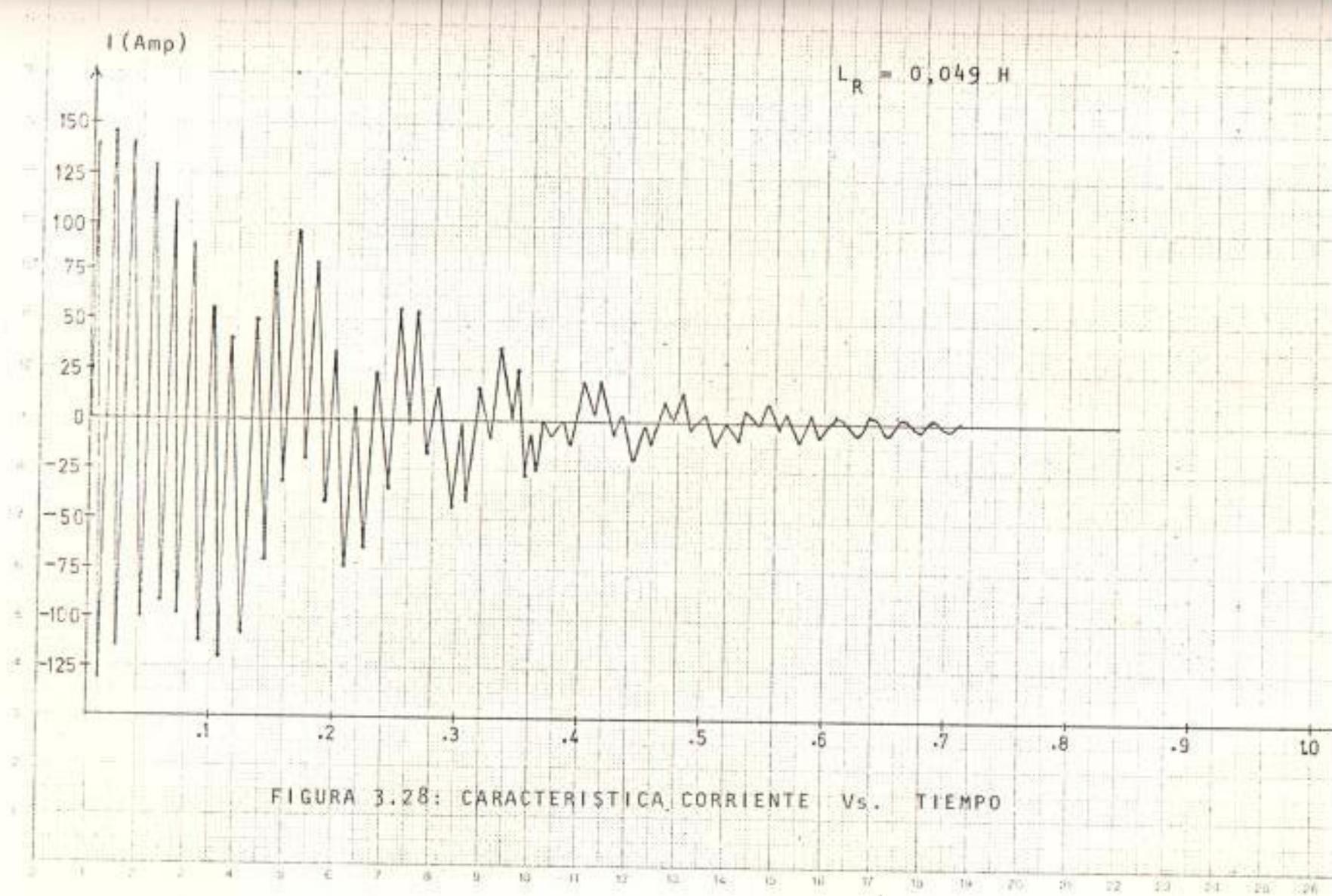


FIGURA 3.28: CARACTERÍSTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

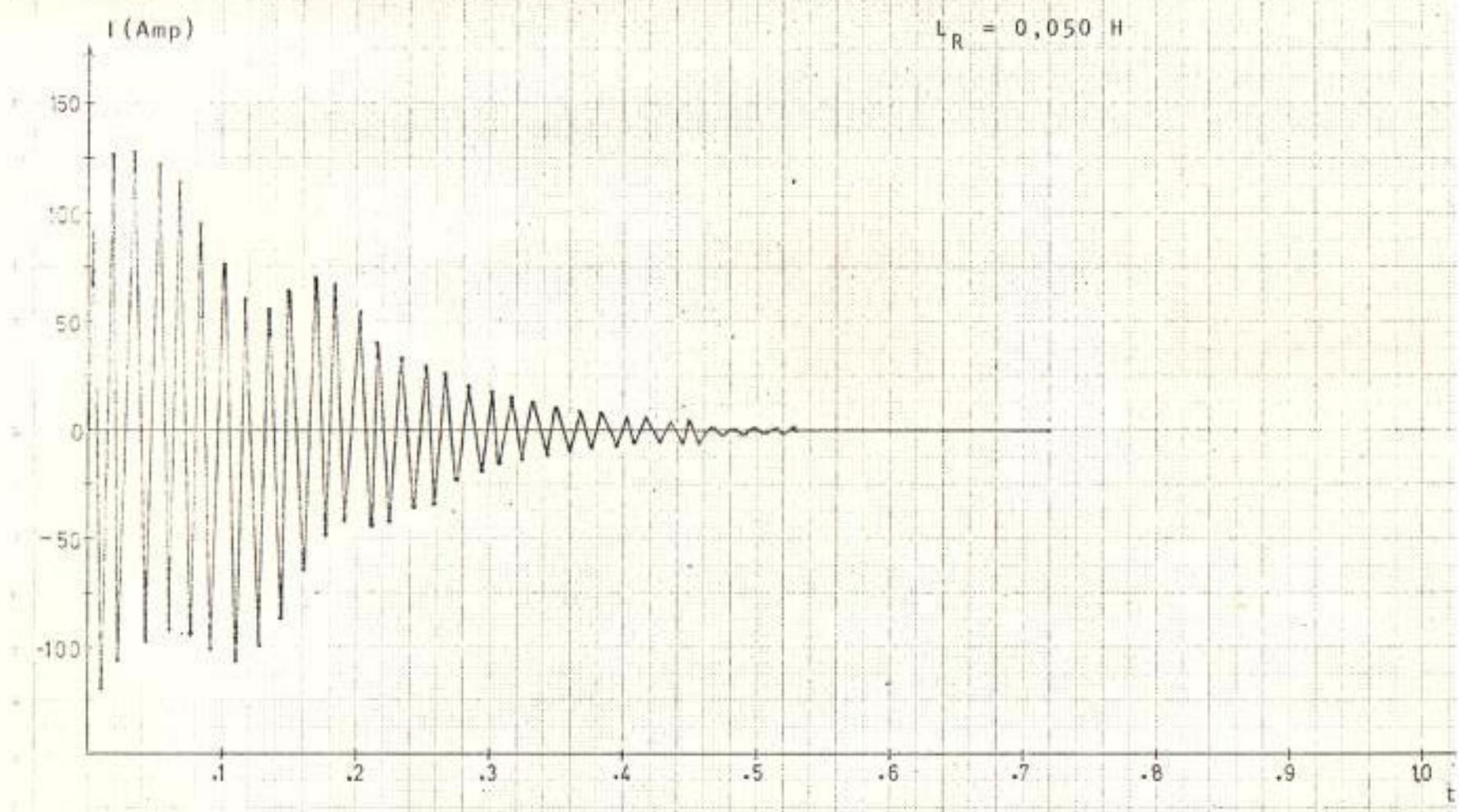


FIGURA 3.29: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

$$L_R = 0,051 \text{ H}$$

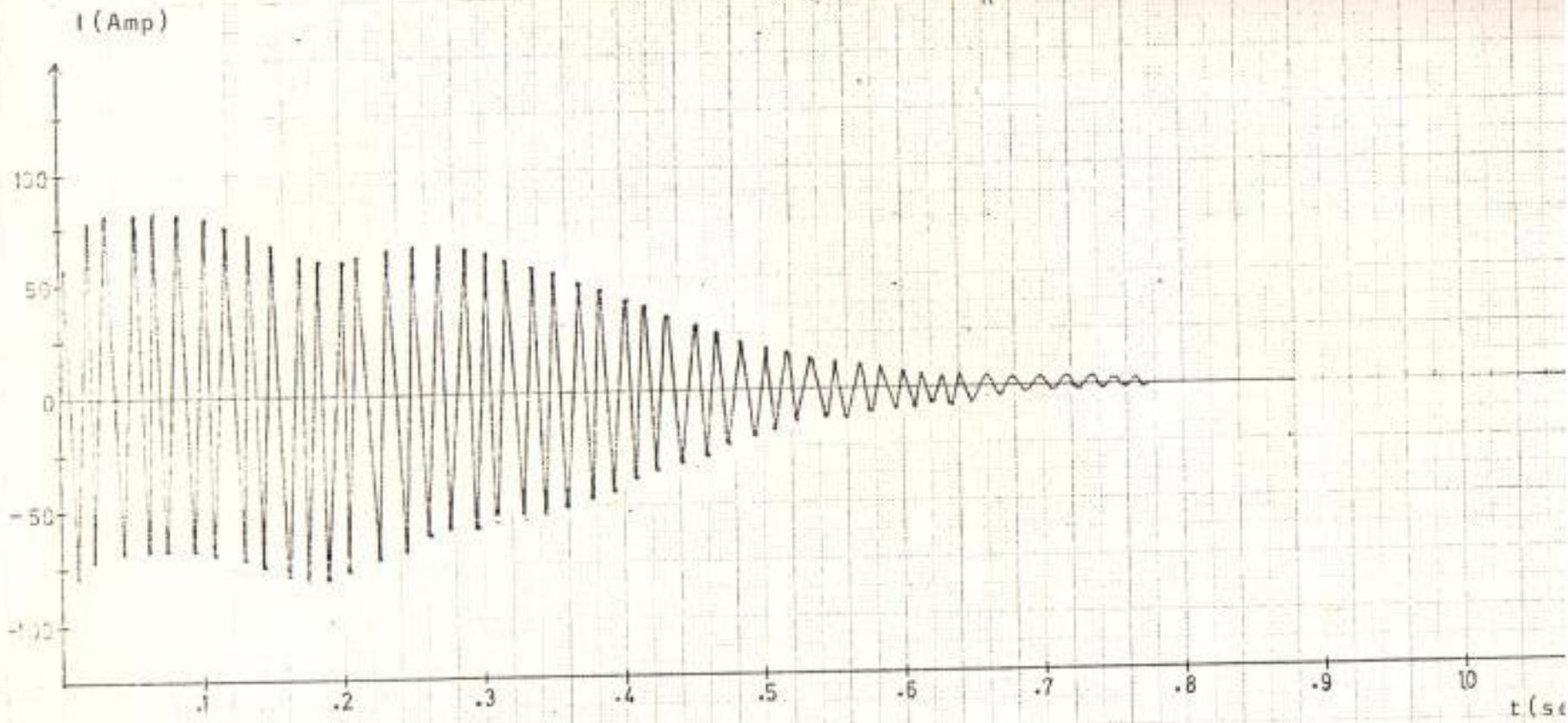


FIGURA 3.30: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

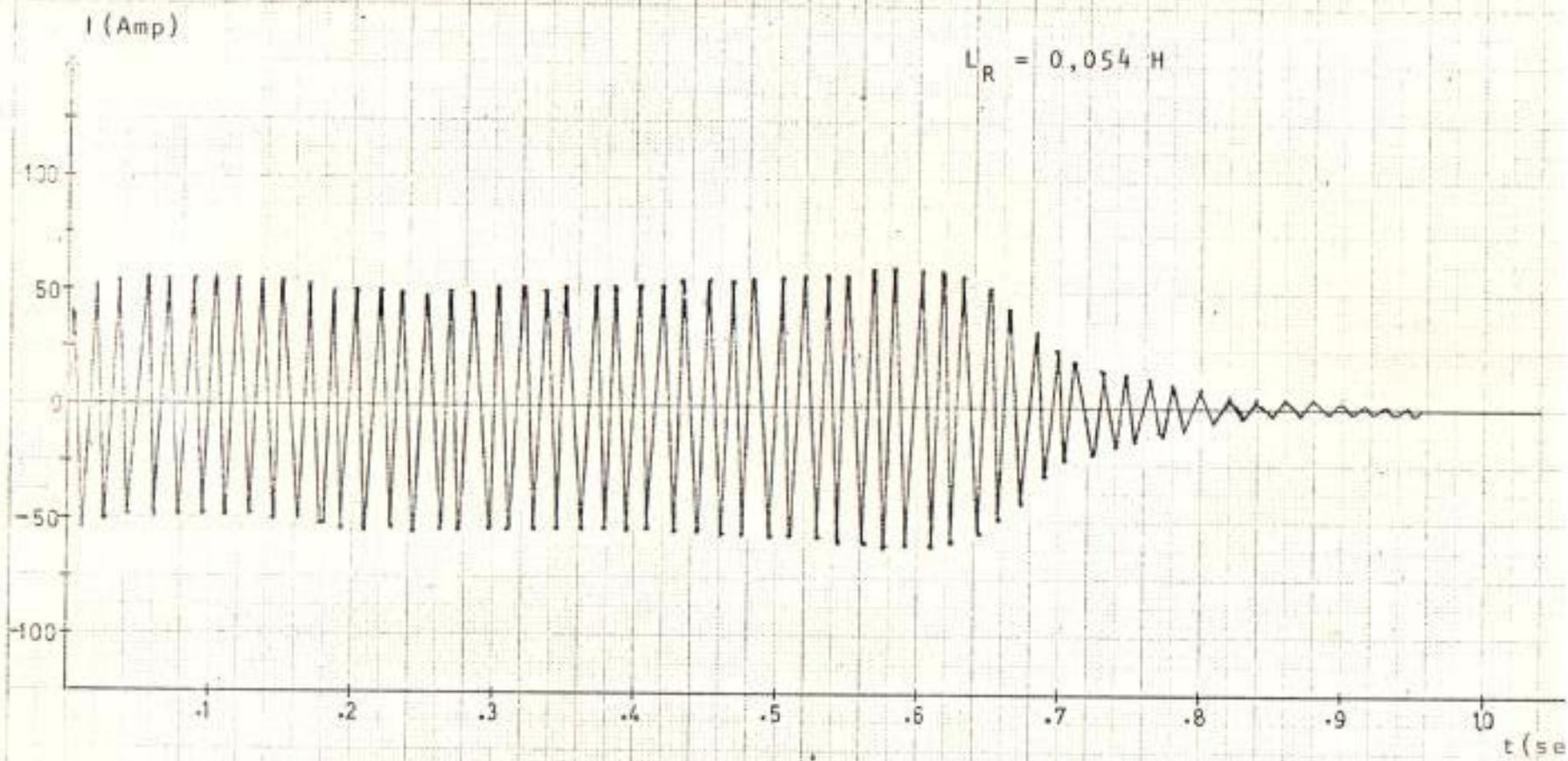


FIGURA 3.31: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

| L_R | 0.049 | 0.050 | 0.051 | 0.052 | 0.054 | H |
|----------------------|-----------|-----------|-------|-------|-----------|-----|
| $T_{arr}(pico)_+$ | 498. | 400. | 197. | 192. | 106. | Nm |
| $T_{arr}(pico)_-$ | | -16. | -59. | -59. | -54. | Nm |
| $I_{arr}(pico)_+$ | 145. | 91. | 77. | 76. | 52. | Amp |
| $I_{arr}(pico)_-$ | 133. | -120. | -79. | -78. | -54. | Amp |
| $T_{m\acute{a}ximo}$ | inestable | inestable | 89. | 91. | inestable | Nm |
| $t_{estab.}$ | 0.55 | 0.60 | 0.70 | 0.70 | > 1. | Seg |

TABLA 3.4: VARIACION DE LA INDUCTANCIA DEL ROTOR

En lo referente a las corrientes, los picos de las oscilaciones disminuyen, pero se mantienen sin amortiguarse por más tiempo, tal como se lo puede ver en la figura (3.31).

Este comportamiento es debido a que el tiempo de arranque ha aumentado a consecuencia de la disminución del torque acelerante.

Debe tenerse presente que tiempos de arranque demasiado largos son perjudiciales para la máquina, debido a que sus devanados deben soportar altas corrientes durante un tiempo relativamente grande.

3.2.3. APLICACION DE VOLTAJES DESBALANCEADOS

La presencia de fases desbalanceadas, debidas a perturbaciones de la línea o a la presencia de cargas desequilibradas, pueden ser aplicadas como alimentación a un motor de inducción.

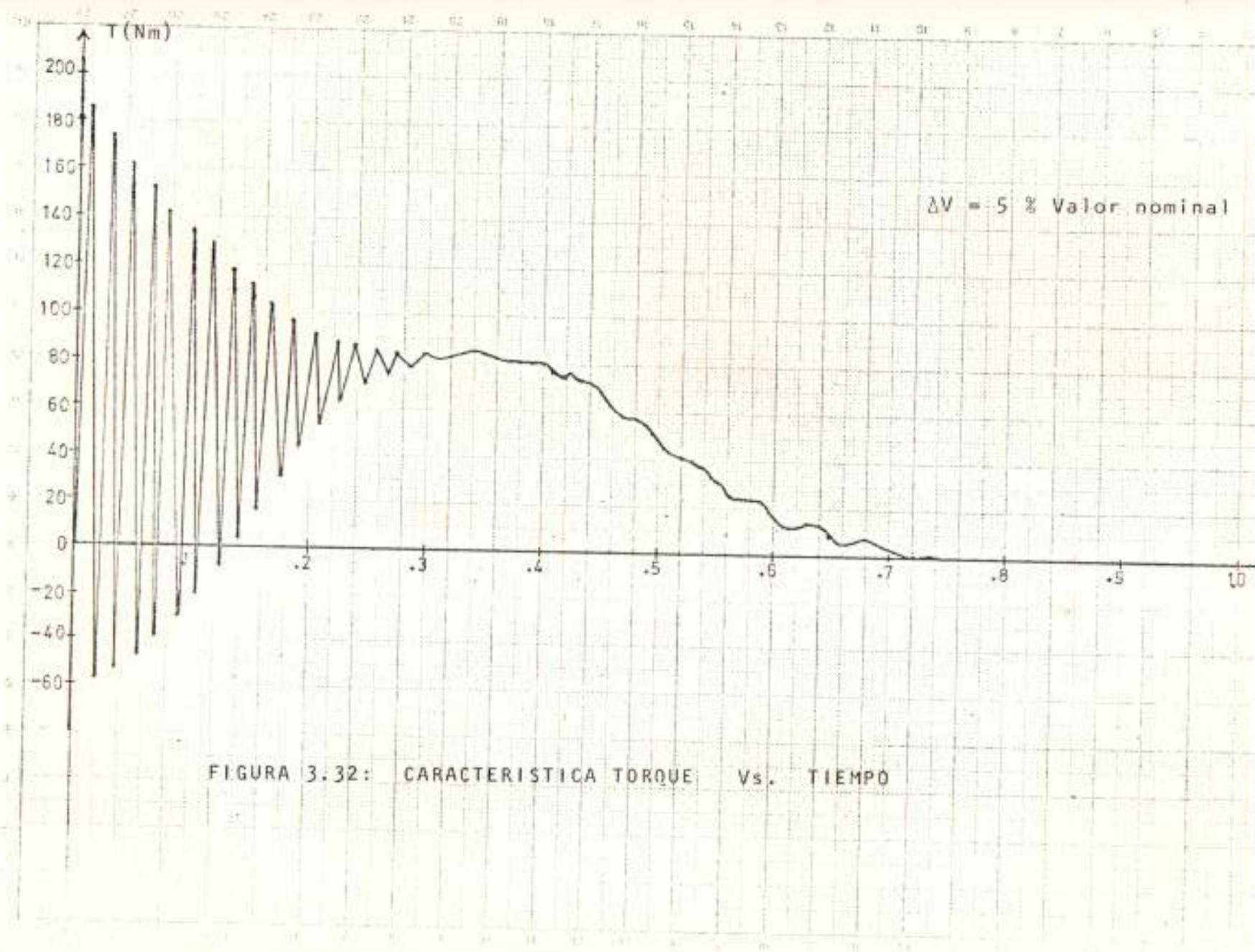
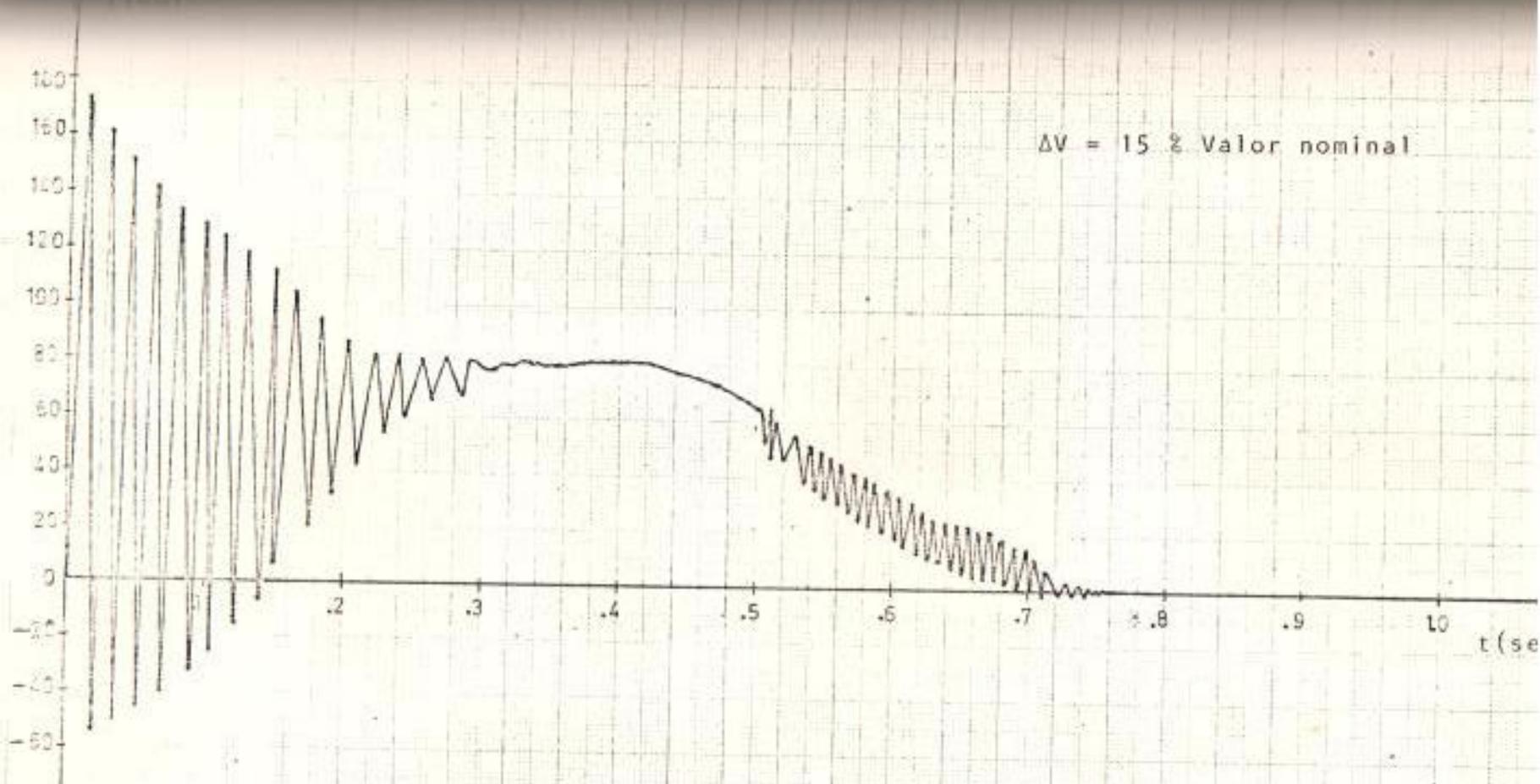


FIGURA 3.32: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO



$\Delta V = 15 \%$ Valor nominal

FIGURA 3.33: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

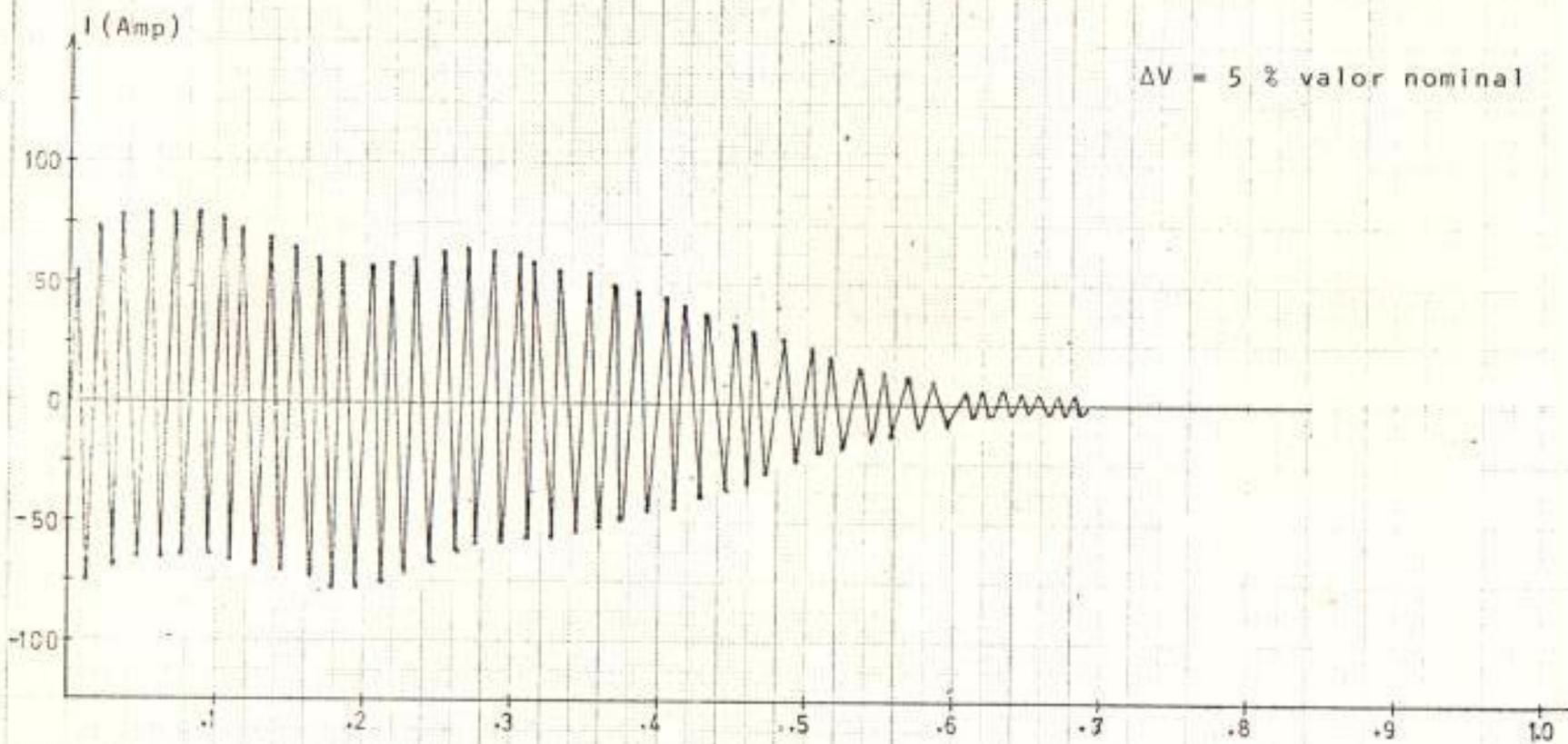


FIGURA 3.34: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

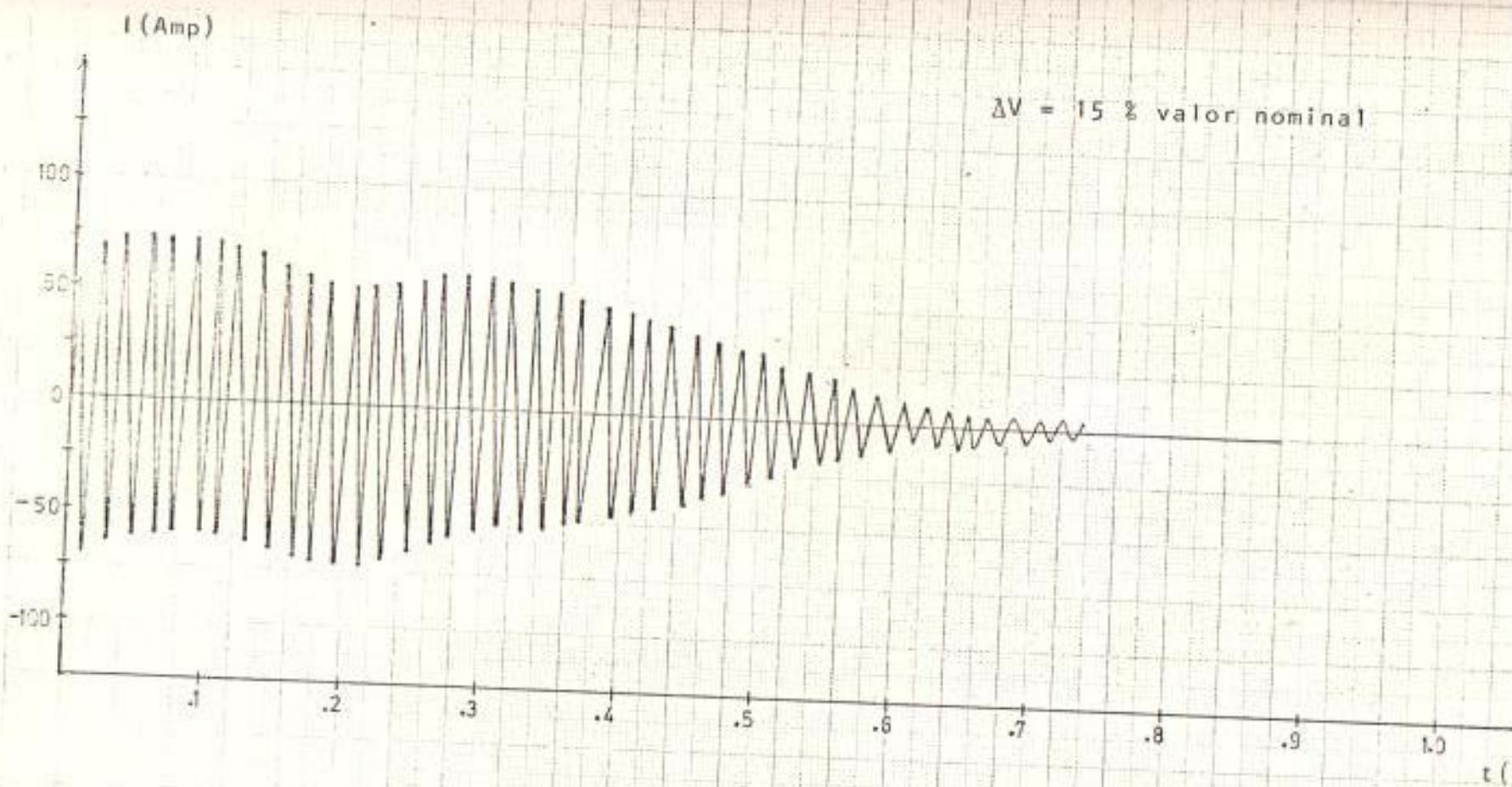


FIGURA 3.35: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

| | $-15\%V_n$ | $-5\%V_n$ | V_n | Volts. |
|----------------------|------------|-----------|-------|--------|
| T_{arr} (pico) | 173. | 186. | 192. | Nm |
| T_{arr} (pico) | -54. | -57. | -59. | Nm |
| I_{arr} (pico) | 69. | 74. | 76. | Amp |
| I_{arr} (pico) | -70. | -75. | -78. | Amp |
| $T_{m\acute{a}ximo}$ | 80. | 85. | 91. | Nm |
| $t_{estab.}$ | 0.8 | 0.76 | 0.7 | Seg |

TABLA 3.5: APLICACION DE VOLTAJES DESBALANCEADOS

El método de componentes simétricas para el análisis de esta perturbación es el más adecuado, por lo tanto, de una manera general - se puede decir que habrán tensiones de secuencia positiva y secuencia negativa aplicadas al motor, que generarán campos magnéticos y giratorios en contraposición. Debido a este efecto se va a producir una reducción del torque y de la potencia mecánica de salida. El porcentaje de reducción es pequeño dependiendo del desbalance de las fases.

En las figuras (3.32) a (3.35), se observan, cómo las características de torque y corriente se ven afectadas por desbalances de la fase A de la alimentación, y cuya información más importante se encuentra resumida en la tabla 3.5

3.2.4. VARIACION DE FRECUENCIA

Las variaciones de frecuencia en la línea, - producirán una pequeña variación en el valor

RMS del voltaje aplicado.

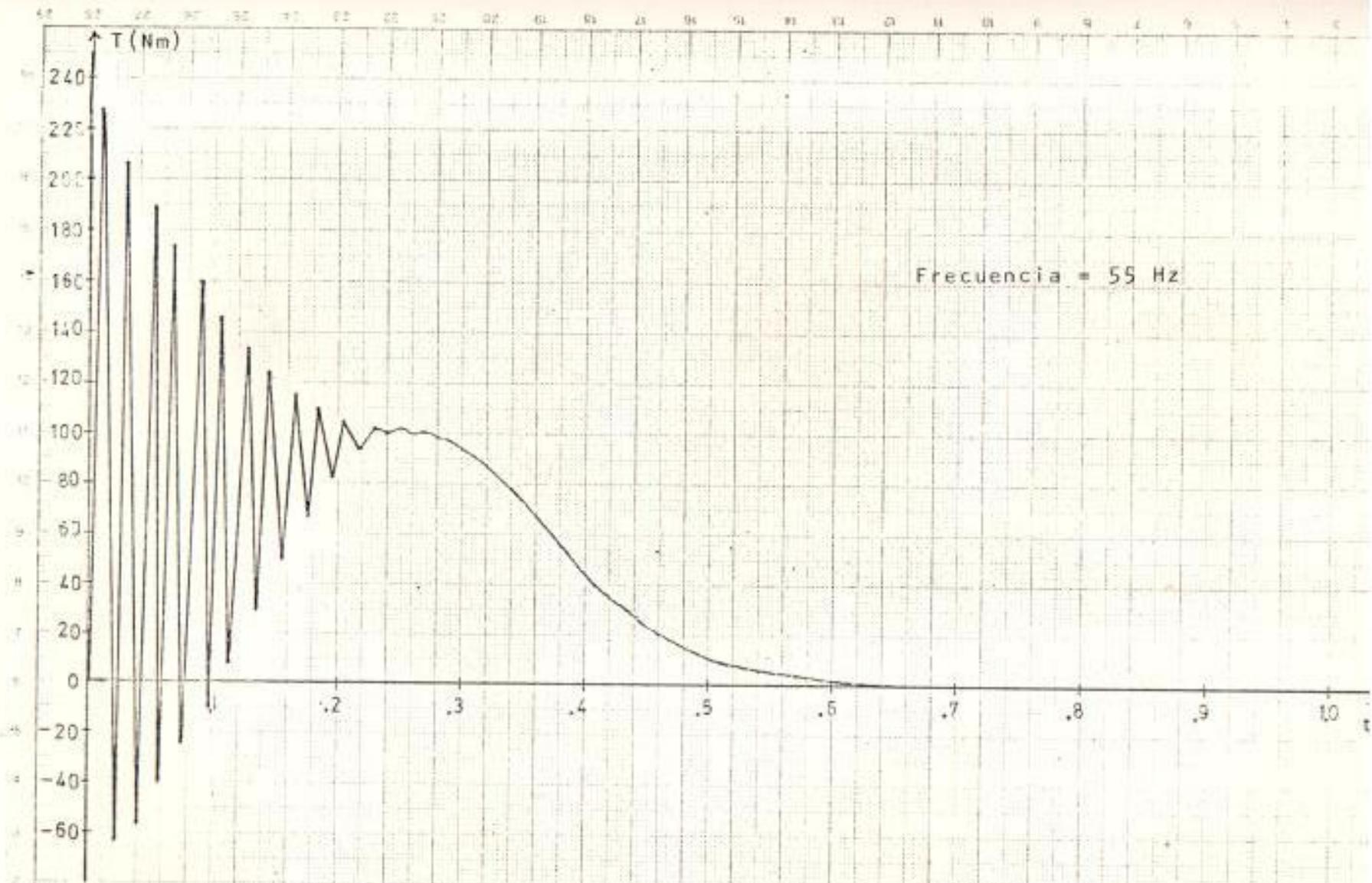
Este efecto se puede despreciar, debido a que el rango de variación de frecuencia aceptable en un sistema eléctrico es pequeño antes de operar las debidas protecciones.

Pero las reactancias de la máquina varían en proporción directa a la frecuencia de línea, de ahí que se producen efectos transientes durante el arranque del motor.

Observando los gráficos (3.36) a (3.43), se nota claramente que al aumentar la frecuencia, los picos de torque y corriente de la región de transientes eléctricos, disminuyen.

Otra característica importante del motor de inducción como es el torque máximo, tiende a disminuir con el aumento de frecuencia, mientras que la velocidad se estabiliza muy cerca del valor de velocidad sincrónica regida por:

$$\omega = \frac{120 \text{ frecuencia}}{\# \text{ polos}} \quad (3.1)$$



Frecuencia = 55 Hz

FIGURA 3.36: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

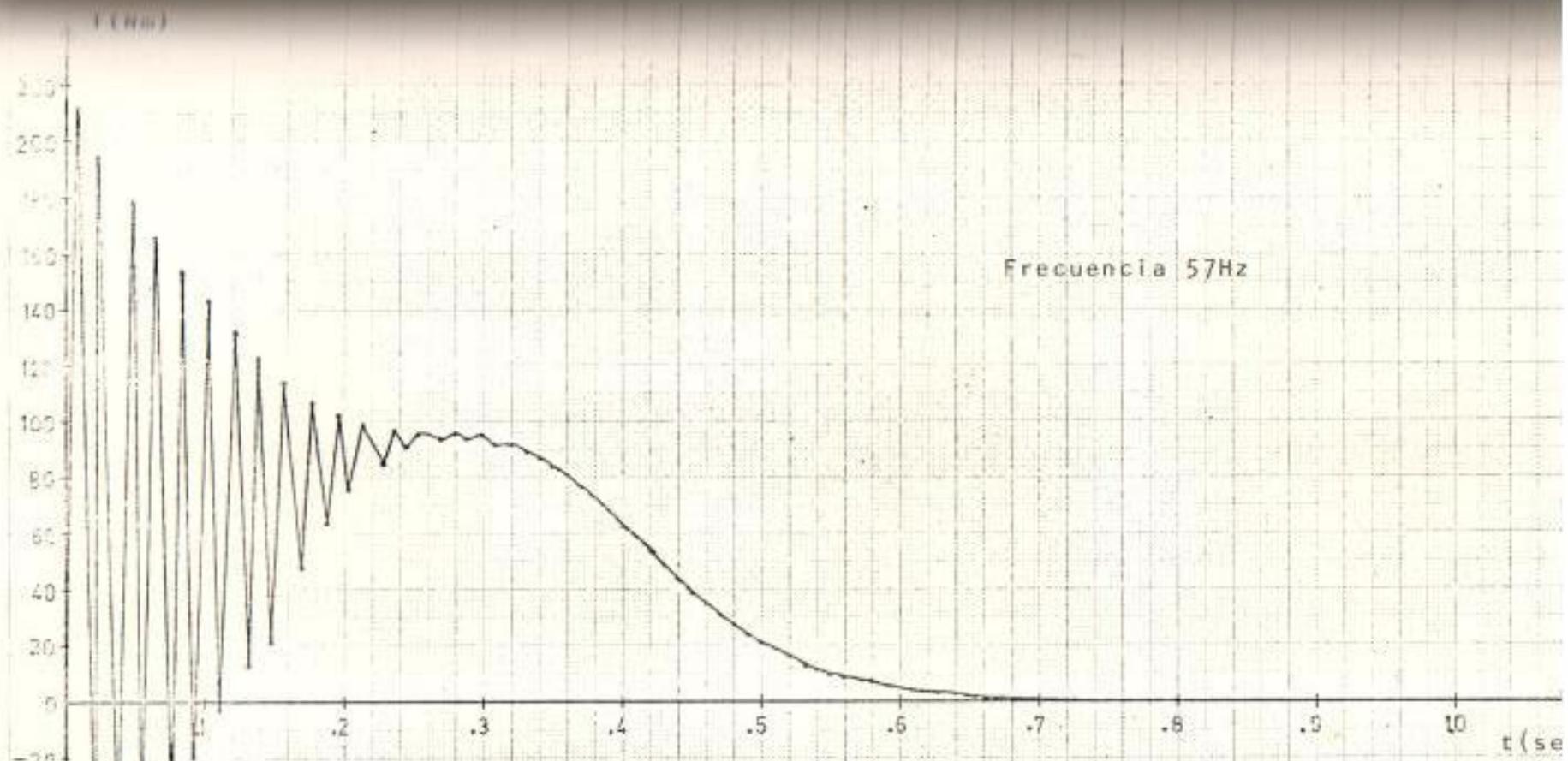


FIGURA 3.37: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

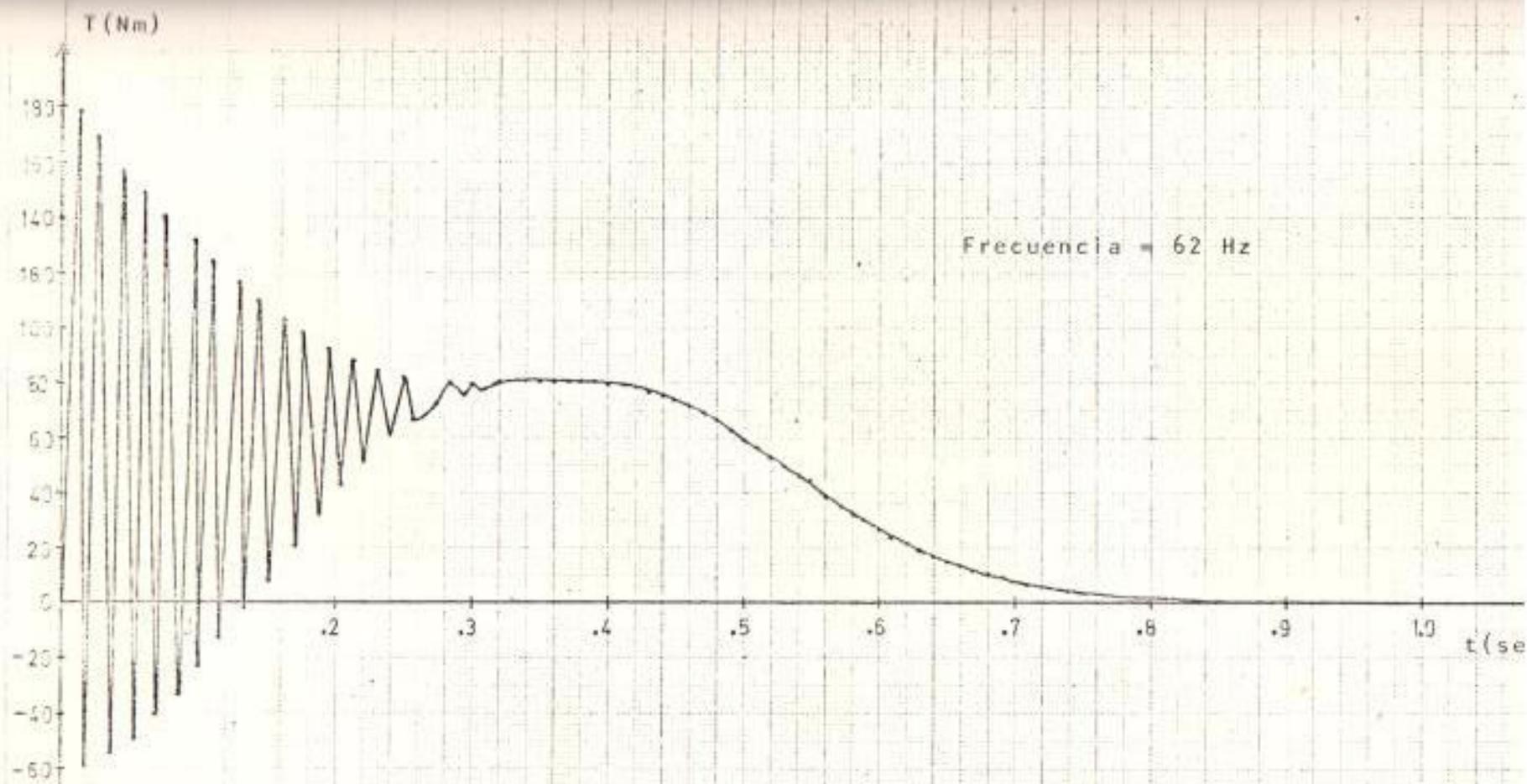


FIGURA 3.38: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

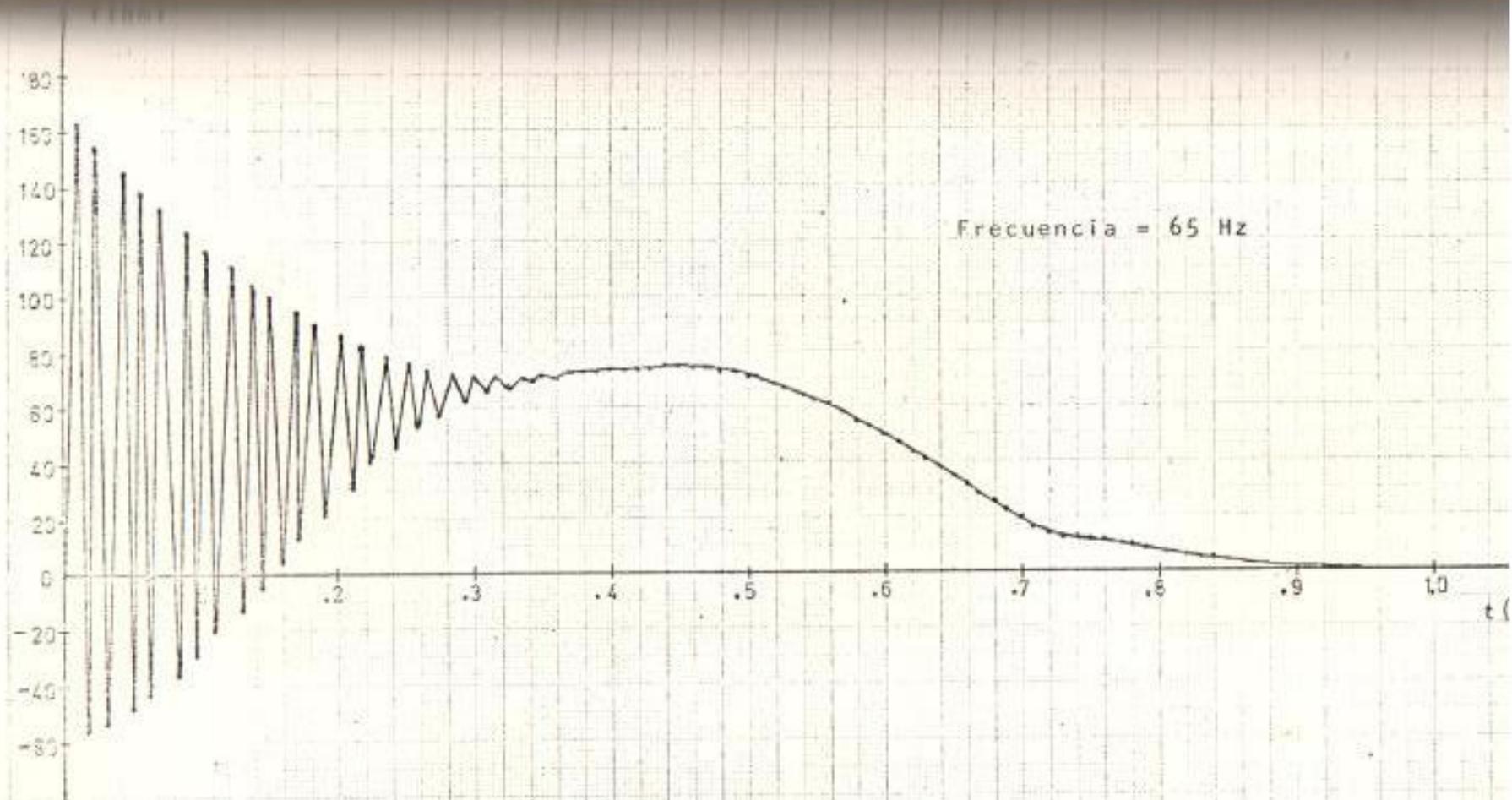


FIGURA 3.39: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO

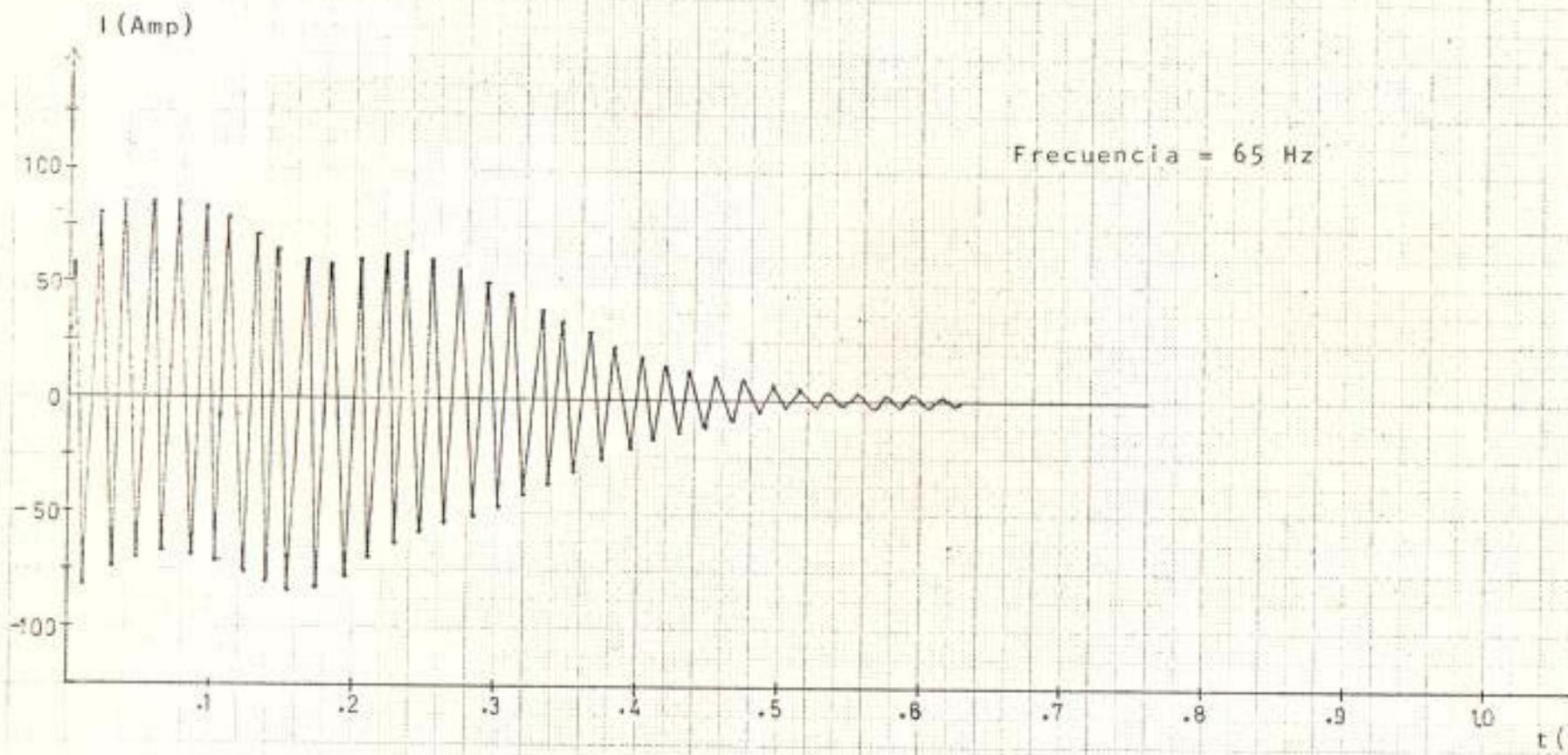


FIGURA 3.40: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

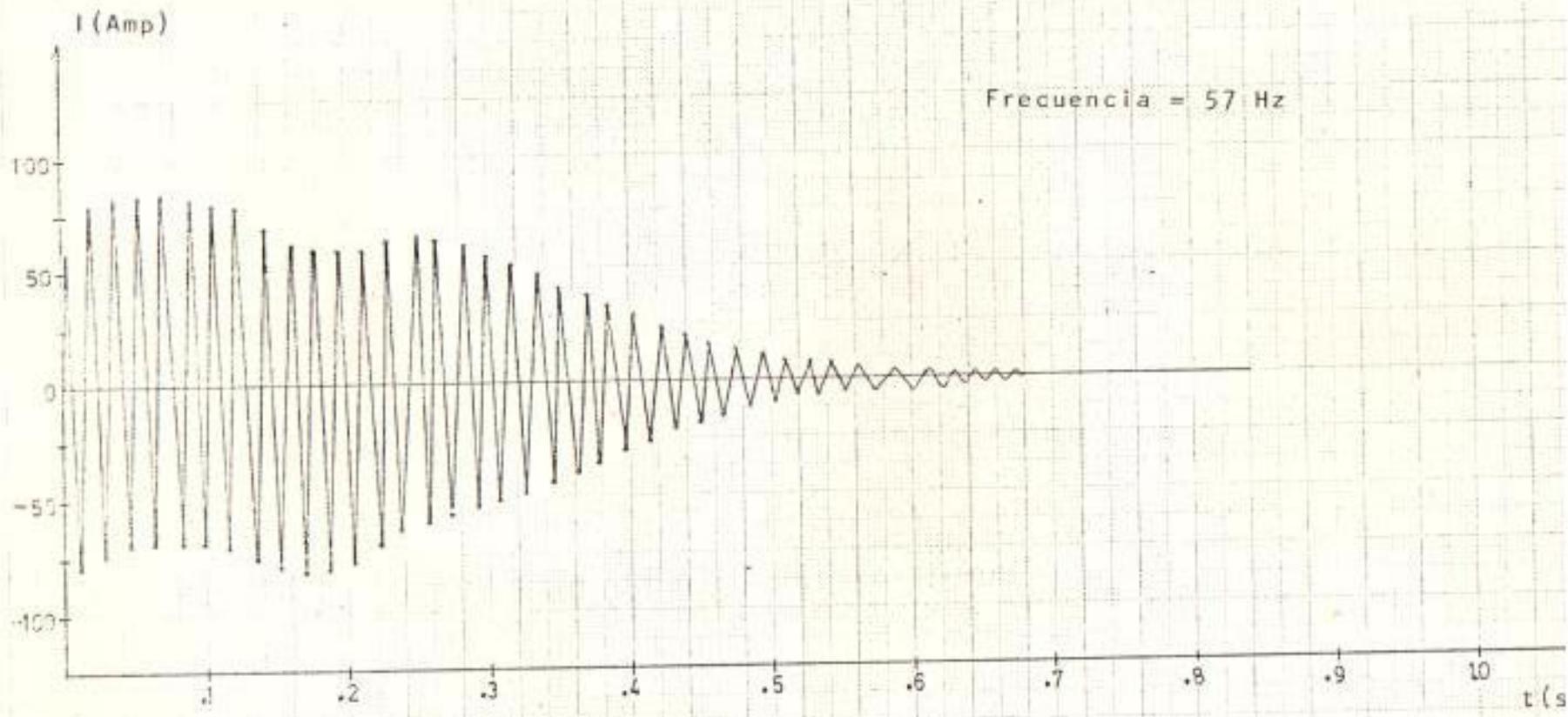


FIGURA 3.41: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

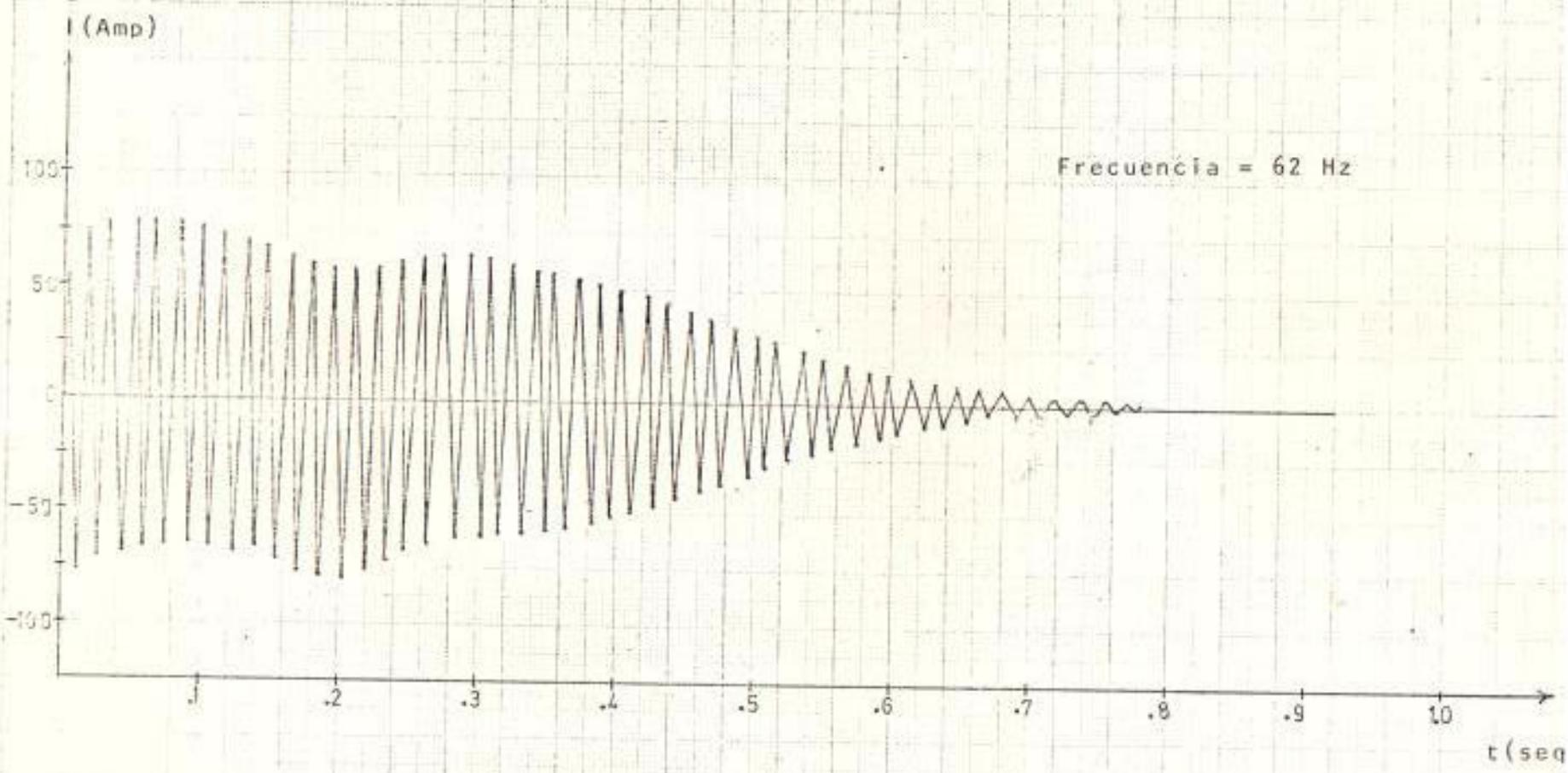


FIGURA 3.42: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

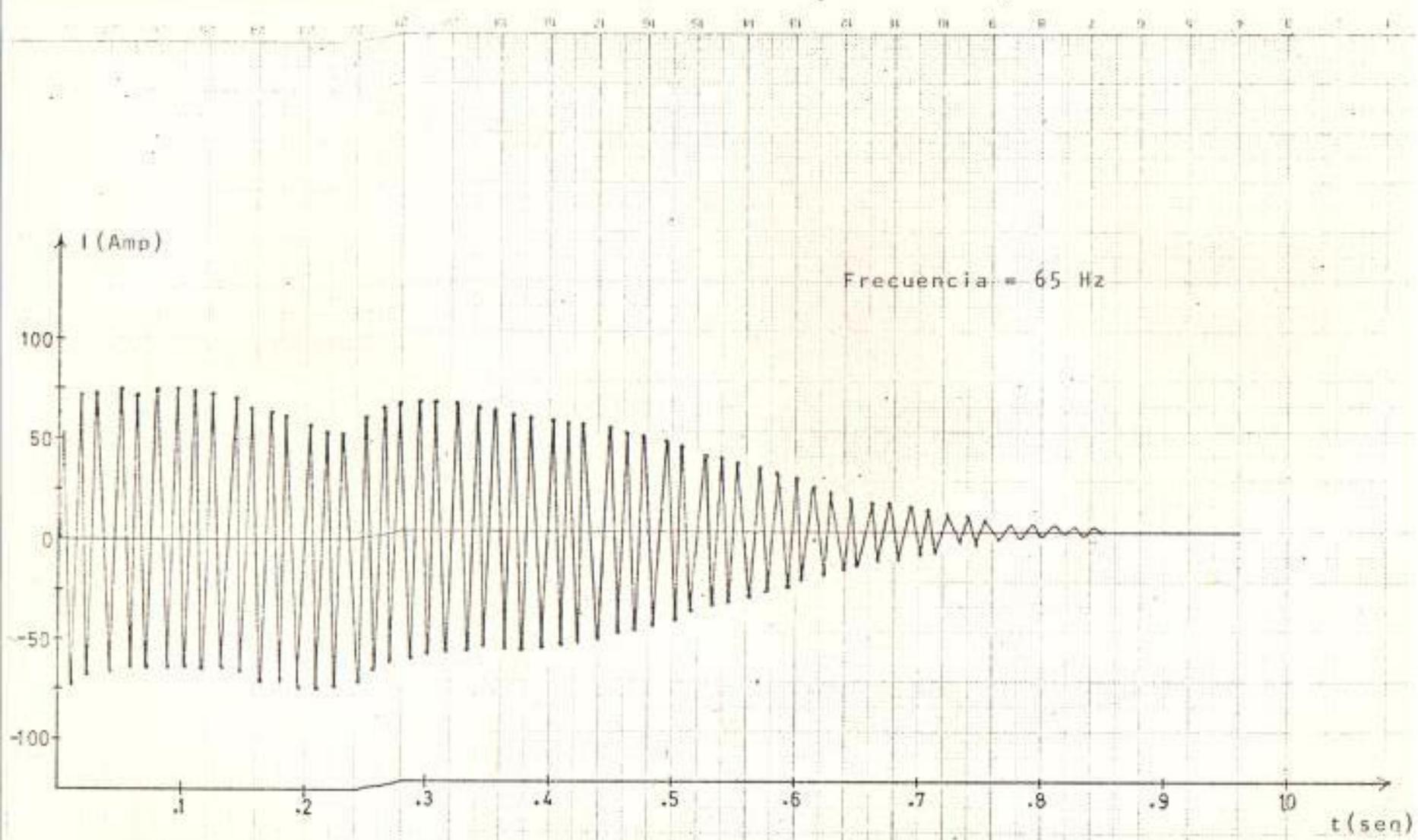


FIGURA 3.43 : CARACTERISTICA COBRIENTE Vs. TIEMPO

| f_1 | 55. | 57. | 60. | 62. | 65. | Hz |
|------------------------|------|------|------|------|------|-----|
| $T_{arr}(\text{pico})$ | 228. | 212. | 192. | 178. | 163. | Nm |
| $T_{arr}(\text{pico})$ | -63. | -62. | -59. | -58. | -55. | Nm |
| $I_{arr}(\text{pico})$ | 83. | 80. | 76. | 75. | 72. | Amp |
| $I_{arr}(\text{pico})$ | -82. | -79. | -78. | -76. | -73. | Amp |
| $T_{\text{máximo}}$ | 101. | 95. | 91. | 81. | 75. | Nm |
| $t_{\text{estab.}}$ | 0.65 | 0.68 | 0.70 | 0.80 | 0.88 | Seg |

TABLA 3.6: VARIACION DE LA FRECUENCIA

Las principales características de esta prueba, son mostradas en la tabla (3.6).

3.2.5. VARIACION DEL ANGULO DE CONEXION α (ALFA)

El ángulo α define el punto de la onda del voltaje de alimentación, en el instante en que el voltaje es conectado a la fase A.

Para evaluar el efecto del ángulo en el arranque del motor, el "caso base" ($\alpha = 0^\circ$), fue repetido para valores de -90 y 90 grados. Los resultados de estas pruebas, los cuales son mostrados en las figuras (3.44) a (3.46), indican cómo la corriente de fase del estator, durante los primeros ciclos del arranque es severamente influenciada por el ángulo α .

Se puede observar, que el pico de corriente, cuando $\alpha = 0^\circ$ es 2.5 veces la corriente nominal a plena carga, pero para $\alpha = 90^\circ$ ó -90° , la magnitud del pico de corriente es 4.3 veces la corriente nominal, lo cual como se especificó anteriormente, influye en la selección de fusibles.

| | | | | |
|---------|-----------|------------|----------|--------------|
| 17.4205 | 15.4729 | 15.7445 | -40.1445 | 1.0000000000 |
| 17.4217 | -77.4636 | 157.2561 | -85.6741 | 1.0000000000 |
| 17.4254 | -66.6147 | 134.9562 | -76.7249 | 1.0000000000 |
| 17.4291 | -61.7178 | 116.4736 | -68.4533 | 1.0000000000 |
| 17.4328 | -57.8123 | 101.5104 | -61.7506 | 1.0000000000 |
| 17.4365 | -54.8772 | 89.2489 | -57.4709 | 1.0000000000 |
| 17.4402 | -52.9123 | 79.7634 | -54.1406 | 1.0000000000 |
| 17.4439 | -51.9192 | 72.7917 | -52.7056 | 1.0000000000 |
| 17.4476 | -50.9367 | 67.5005 | -52.0746 | 1.0000000000 |
| 17.4513 | -50.0000 | 63.2708 | -52.0427 | 1.0000000000 |
| 17.4550 | -49.1119 | 60.0000 | -52.0100 | 1.0000000000 |
| 17.4587 | -48.2664 | 57.6991 | -52.0776 | 1.0000000000 |
| 17.4624 | -47.4675 | 56.3794 | -52.1404 | 1.0000000000 |
| 17.4661 | -46.7182 | 56.0388 | -52.2049 | 1.0000000000 |
| 17.4698 | -46.0223 | 56.6840 | -52.2706 | 1.0000000000 |
| 17.4735 | -45.3836 | 58.3111 | -52.3379 | 1.0000000000 |
| 17.4772 | -44.8055 | 60.9185 | -52.4074 | 1.0000000000 |
| 17.4809 | -44.2923 | 64.5014 | -52.4796 | 1.0000000000 |
| 17.4846 | -43.8484 | 69.0548 | -52.5541 | 1.0000000000 |
| 17.4883 | -43.4782 | 74.5848 | -52.6314 | 1.0000000000 |
| 17.4920 | -43.1859 | 81.0974 | -52.7120 | 1.0000000000 |
| 17.4957 | -42.9666 | 88.5988 | -52.7954 | 1.0000000000 |
| 17.5000 | -42.8164 | 97.0000 | -52.8819 | 1.0000000000 |
| 17.5043 | -42.7305 | 106.2249 | -52.9719 | 1.0000000000 |
| 17.5086 | -42.7042 | 116.2798 | -53.0649 | 1.0000000000 |
| 17.5129 | -42.7339 | 127.1704 | -53.1604 | 1.0000000000 |
| 17.5172 | -42.8150 | 138.8999 | -53.2589 | 1.0000000000 |
| 17.5215 | -42.9440 | 151.4814 | -53.3600 | 1.0000000000 |
| 17.5258 | -43.1173 | 164.9288 | -53.4642 | 1.0000000000 |
| 17.5301 | -43.3319 | 179.2461 | -53.5711 | 1.0000000000 |
| 17.5344 | -43.5848 | 194.4374 | -53.6804 | 1.0000000000 |
| 17.5387 | -43.8733 | 210.5167 | -53.7918 | 1.0000000000 |
| 17.5430 | -44.1948 | 227.4980 | -53.9049 | 1.0000000000 |
| 17.5473 | -44.5568 | 245.3853 | -54.0194 | 1.0000000000 |
| 17.5516 | -44.9579 | 264.1826 | -54.1350 | 1.0000000000 |
| 17.5559 | -45.3968 | 283.8939 | -54.2514 | 1.0000000000 |
| 17.5602 | -45.8723 | 304.5222 | -54.3683 | 1.0000000000 |
| 17.5645 | -46.3834 | 326.0715 | -54.4854 | 1.0000000000 |
| 17.5688 | -46.9291 | 348.5458 | -54.6024 | 1.0000000000 |
| 17.5731 | -47.5084 | 371.9481 | -54.7189 | 1.0000000000 |
| 17.5774 | -48.1204 | 396.2824 | -54.8346 | 1.0000000000 |
| 17.5817 | -48.7642 | 421.5527 | -54.9491 | 1.0000000000 |
| 17.5860 | -49.4390 | 447.7630 | -55.0621 | 1.0000000000 |
| 17.5903 | -50.1440 | 474.9183 | -55.1732 | 1.0000000000 |
| 17.5946 | -50.8784 | 503.0336 | -55.2821 | 1.0000000000 |
| 17.5989 | -51.6416 | 532.1149 | -55.3884 | 1.0000000000 |
| 17.6032 | -52.4330 | 562.1682 | -55.4918 | 1.0000000000 |
| 17.6075 | -53.2521 | 593.2005 | -55.5920 | 1.0000000000 |
| 17.6118 | -54.0985 | 625.2188 | -55.6887 | 1.0000000000 |
| 17.6161 | -54.9718 | 658.2291 | -55.7816 | 1.0000000000 |
| 17.6204 | -55.8717 | 692.2374 | -55.8704 | 1.0000000000 |
| 17.6247 | -56.7979 | 727.2507 | -55.9548 | 1.0000000000 |
| 17.6290 | -57.7502 | 763.2750 | -56.0345 | 1.0000000000 |
| 17.6333 | -58.7284 | 800.3173 | -56.1091 | 1.0000000000 |
| 17.6376 | -59.7324 | 838.3846 | -56.1784 | 1.0000000000 |
| 17.6419 | -60.7621 | 877.4829 | -56.2421 | 1.0000000000 |
| 17.6462 | -61.8174 | 917.6182 | -56.3000 | 1.0000000000 |
| 17.6505 | -62.8982 | 958.8065 | -56.3518 | 1.0000000000 |
| 17.6548 | -63.9944 | 1001.0548 | -56.3973 | 1.0000000000 |
| 17.6591 | -65.1060 | 1044.3691 | -56.4362 | 1.0000000000 |
| 17.6634 | -66.2330 | 1088.7474 | -56.4683 | 1.0000000000 |
| 17.6677 | -67.3754 | 1134.1867 | -56.4934 | 1.0000000000 |
| 17.6720 | -68.5332 | 1180.6930 | -56.5112 | 1.0000000000 |
| 17.6763 | -69.7055 | 1228.2733 | -56.5214 | 1.0000000000 |
| 17.6806 | -70.8923 | 1276.9346 | -56.5238 | 1.0000000000 |
| 17.6849 | -72.0936 | 1326.6829 | -56.5181 | 1.0000000000 |
| 17.6892 | -73.3094 | 1377.5242 | -56.5041 | 1.0000000000 |
| 17.6935 | -74.5407 | 1429.4655 | -56.4814 | 1.0000000000 |
| 17.6978 | -75.7875 | 1482.5128 | -56.4507 | 1.0000000000 |
| 17.7021 | -77.0498 | 1536.6721 | -56.4117 | 1.0000000000 |
| 17.7064 | -78.3276 | 1591.9494 | -56.3641 | 1.0000000000 |
| 17.7107 | -79.6209 | 1648.3417 | -56.3077 | 1.0000000000 |
| 17.7150 | -80.9297 | 1705.8550 | -56.2423 | 1.0000000000 |
| 17.7193 | -82.2540 | 1764.4953 | -56.1677 | 1.0000000000 |
| 17.7236 | -83.5938 | 1824.2686 | -56.0837 | 1.0000000000 |
| 17.7279 | -84.9492 | 1885.1819 | -56.9899 | 1.0000000000 |
| 17.7322 | -86.3202 | 1947.2412 | -56.8961 | 1.0000000000 |
| 17.7365 | -87.7068 | 2010.4535 | -56.7921 | 1.0000000000 |
| 17.7408 | -89.1090 | 2074.8248 | -56.6784 | 1.0000000000 |
| 17.7451 | -90.5268 | 2140.3601 | -56.5547 | 1.0000000000 |
| 17.7494 | -91.9602 | 2207.0654 | -56.4207 | 1.0000000000 |
| 17.7537 | -93.4092 | 2274.9467 | -56.2761 | 1.0000000000 |
| 17.7580 | -94.8738 | 2344.0000 | -56.1207 | 1.0000000000 |
| 17.7623 | -96.3541 | 2414.2323 | -55.9543 | 1.0000000000 |
| 17.7666 | -97.8499 | 2485.6506 | -55.7767 | 1.0000000000 |
| 17.7709 | -99.3613 | 2558.2609 | -55.5877 | 1.0000000000 |
| 17.7752 | -100.8883 | 2632.0692 | -55.3871 | 1.0000000000 |
| 17.7795 | -102.4409 | 2707.0815 | -55.1737 | 1.0000000000 |
| 17.7838 | -104.0091 | 2783.3038 | -54.9473 | 1.0000000000 |
| 17.7881 | -105.5929 | 2860.7421 | -54.7077 | 1.0000000000 |
| 17.7924 | -107.1923 | 2939.3924 | -54.4547 | 1.0000000000 |
| 17.7967 | -108.8073 | 3019.2507 | -54.1881 | 1.0000000000 |
| 17.8010 | -110.4379 | 3100.3230 | -53.9077 | 1.0000000000 |
| 17.8053 | -112.0841 | 3182.6063 | -53.6133 | 1.0000000000 |
| 17.8096 | -113.7459 | 3266.1976 | -53.3047 | 1.0000000000 |
| 17.8139 | -115.4233 | 3351.0939 | -52.9817 | 1.0000000000 |
| 17.8182 | -117.1163 | 3437.2922 | -52.6441 | 1.0000000000 |
| 17.8225 | -118.8249 | 3524.7905 | -52.2917 | 1.0000000000 |
| 17.8268 | -120.5491 | 3613.5868 | -51.9243 | 1.0000000000 |
| 17.8311 | -122.2889 | 3703.6891 | -51.5417 | 1.0000000000 |
| 17.8354 | -124.0443 | 3795.0954 | -51.1437 | 1.0000000000 |
| 17.8397 | -125.8153 | 3887.8037 | -50.7301 | 1.0000000000 |
| 17.8440 | -127.6019 | 3981.8120 | -50.2997 | 1.0000000000 |
| 17.8483 | -129.4041 | 4077.1193 | -49.8523 | 1.0000000000 |
| 17.8526 | -131.2219 | 4173.7336 | -49.3877 | 1.0000000000 |
| 17.8569 | -133.0553 | 4271.6529 | -48.9057 | 1.0000000000 |
| 17.8612 | -134.9043 | 4370.8852 | -48.4061 | 1.0000000000 |
| 17.8655 | -136.7689 | 4471.4295 | -47.8887 | 1.0000000000 |
| 17.8698 | -138.6491 | 4573.2848 | -47.3533 | 1.0000000000 |
| 17.8741 | -140.5449 | 4676.4501 | -46.7997 | 1.0000000000 |
| 17.8784 | -142.4563 | 4780.9254 | -46.2277 | 1.0000000000 |
| 17.8827 | -144.3833 | 4886.7107 | -45.6371 | 1.0000000000 |
| 17.8870 | -146.3259 | 4993.8060 | -45.0277 | 1.0000000000 |
| 17.8913 | -148.2841 | 5102.2113 | -44.3993 | 1.0000000000 |
| 17.8956 | -150.2579 | 5211.9266 | -43.7517 | 1.0000000000 |
| 17.9000 | -152.2473 | 5322.9519 | -43.0847 | 1.0000000000 |
| 17.9043 | -154.2523 | 5435.2872 | -42.4081 | 1.0000000000 |
| 17.9086 | -156.2729 | 5548.9325 | -41.7217 | 1.0000000000 |
| 17.9129 | -158.3091 | 5663.8878 | -41.0253 | 1.0000000000 |
| 17.9172 | -160.3609 | 5780.1531 | -40.3187 | 1.0000000000 |
| 17.9215 | -162.4283 | 5897.7284 | -39.6017 | 1.0000000000 |
| 17.9258 | -164.5113 | 6016.6137 | -38.8741 | 1.0000000000 |
| 17.9301 | -166.6099 | 6136.8090 | -38.1357 | 1.0000000000 |
| 17.9344 | -168.7241 | 6258.3143 | -37.3863 | 1.0000000000 |
| 17.9387 | -170.8539 | 6381.1296 | -36.6257 | 1.0000000000 |
| 17.9430 | -173.0093 | 6505.2549 | -35.8537 | 1.0000000000 |
| 17.9473 | -175.1903 | 6630.6902 | -35.0691 | 1.0000000000 |
| 17.9516 | -177.3969 | 6757.4355 | -34.2717 | 1.0000000000 |
| 17.9559 | -179.6291 | 6885.4908 | -33.4613 | 1.0000000000 |
| 17.9602 | -181.8869 | 7014.8561 | -32.6377 | 1.0000000000 |
| 17.9645 | -184.1703 | 7145.5314 | -31.8007 | 1.0000000000 |
| 17.9688 | -186.4793 | 7277.5167 | -30.9499 | 1.0000000000 |
| 17.9731 | -188.8139 | 7410.8120 | -30.0851 | 1.0000000000 |
| 17.9774 | -191.1741 | 7545.4173 | -29.2051 | 1.0000000000 |
| 17.9817 | -193.5599 | 7681.3326 | -28.3097 | 1.0000000000 |
| 17.9860 | -195.9713 | 7818.5579 | -27.3987 | 1.0000000000 |
| 17.9903 | -198.4083 | 7957.0932 | -26.4719 | 1.0000000000 |
| 17.9946 | -200.8709 | 8096.9385 | -25.5291 | 1.0000000000 |
| 17.9989 | -203.3591 | 8238.0938 | -24.5701 | 1.0000000000 |
| 18.0032 | -205.8729 | 8380.5591 | -23.5947 | 1.0000000000 |
| 18.0075 | -208.4123 | 8524.3344 | -22.6027 | 1.0000000000 |
| 18.0118 | -210.9773 | 8669.4197 | -21.5939 | 1.0000000000 |
| 18.0161 | -213.5679 | 8815.8150 | -20.5681 | 1.0000000000 |
| 18.0204 | -216.1841 | 8963.5203 | -19.5251 | 1.0000000000 |
| 18.0247 | -218.8259 | 9112.5356 | -18.4657 | 1.0000000000 |
| 18.0290 | -221.4933 | 9262.8609 | -17.3897 | 1.0000000000 |
| 18.0333 | -224.1863 | 9414.4962 | -16.2969 | 1.0000000000 |
| 18.0376 | -226.9049 | 9567.4415 | -15.1871 | 1.0000000000 |
| 18.0419 | -229.6491 | 9721.6968 | -14.0601 | 1.0000000000 |
| 18.0462 | -232.4189 | 9877.2621 | -12.9157 | 1.0000000000 |
| 18.0505 | -235.2143 | 10034.1374 | -11.7537 | 1.0000000000 |
| 18.0548 | -238.0353 | 10192.3227 | -10.5739 | 1.0000000000 |
| 18.0591 | -240.8819 | 10351.8180 | -9.3761 | 1.0000000000 |
| 18.0634 | -243.7541 | 10512.6233 | -8.1601 | 1.0000000000 |
| 18.0677 | -246.6519 | 10674.7386 | -6.9257 | 1.0000000000 |
| 18.0720 | -249.5753 | 10838.1639 | -5.6727 | 1.0000000000 |
| 18.0763 | -252.5243 | 11002.9002 | -4.4009 | 1.0000000000 |
| 18.0806 | -255.4989 | 11168.9475 | -3.1091 | 1.0000000000 |
| 18.0849 | -258.4991 | 11336.3058 | -1.7971 | 1.0000000000 |
| 18.0892 | -261.5249 | 11504.9751 | -0.4647 | 1.0000000000 |
| 18.0935 | -264.5763 | 11674.9554 | 0.8781 | 1.0000000000 |
| 18.0978 | -267.6533 | 11846.2467 | 2.2171 | 1.0000000000 |
| 18.1021 | -270.7559 | 12018.8490 | 3.5415 | 1.0000000000 |
| 18.1064 | -273.8841 | 12192.7623 | 4.8511 | 1.0000000000 |
| 18.1107 | -277.0379 | 12367.9866 | 6.1457 | 1.0000000000 |
| 18.1150 | -280.2173 | 12544.5219 | 7.4251 | 1.0000000000 |
| 18.1193 | -283.4223 | 12722.3682 | 8.6891 | 1.0000000000 |
| 18.1236 | -286.6529 | 12901.5255 | 9.9375 | 1.0000000000 |
| 18.1279 | -289.9091 | 13081.9938 | 11.1701 | 1.0000000000 |
| 18.1322 | -293.1909 | 13263.7731 | 12.3867 | 1.0000000000 |
| 18.1365 | -296.4983 | 13446.8634 | 13.5871 | 1.0000000000 |
| 18.1408 | -299.83 | | | |

| | | | | | |
|-------|----------|----------|----------|----------|-------|
| 0.010 | 75.0000 | 127.7500 | 102.2500 | 145.0000 | |
| 0.011 | 74.2774 | 127.5226 | 102.4774 | 144.7226 | |
| 0.012 | 73.5548 | 127.2952 | 102.7048 | 144.4452 | |
| 0.013 | 72.8322 | 127.0678 | 102.9322 | 144.1678 | |
| 0.014 | 72.1096 | 126.8404 | 103.1596 | 143.8904 | |
| 0.015 | 71.3870 | 126.6130 | 103.3870 | 143.6130 | |
| 0.016 | 70.6644 | 126.3856 | 103.6144 | 143.3356 | |
| 0.017 | 69.9418 | 126.1582 | 103.8418 | 143.0582 | |
| 0.018 | 69.2192 | 125.9308 | 104.0692 | 142.7808 | |
| 0.019 | 68.4966 | 125.7034 | 104.2966 | 142.5034 | |
| 0.020 | 67.7740 | 125.4760 | 104.5240 | 142.2260 | |
| 0.021 | 67.0514 | 125.2486 | 104.7514 | 141.9486 | |
| 0.022 | 66.3288 | 125.0212 | 104.9788 | 141.6712 | |
| 0.023 | 65.6062 | 124.7938 | 105.2062 | 141.3938 | |
| 0.024 | 64.8836 | 124.5664 | 105.4336 | 141.1164 | |
| 0.025 | 64.1610 | 124.3390 | 105.6610 | 140.8390 | |
| 0.026 | 63.4384 | 124.1116 | 105.8884 | 140.5616 | |
| 0.027 | 62.7158 | 123.8842 | 106.1158 | 140.2842 | |
| 0.028 | 61.9932 | 123.6568 | 106.3432 | 140.0068 | |
| 0.029 | 61.2706 | 123.4294 | 106.5706 | 139.7294 | |
| 0.030 | 60.5480 | 123.2020 | 106.7980 | 139.4520 | |
| 0.031 | 59.8254 | 122.9746 | 107.0254 | 139.1746 | |
| 0.032 | 59.1028 | 122.7472 | 107.2528 | 138.8972 | |
| 0.033 | 58.3802 | 122.5198 | 107.4802 | 138.6198 | |
| 0.034 | 57.6576 | 122.2924 | 107.7076 | 138.3424 | |
| 0.035 | 56.9350 | 122.0650 | 107.9350 | 138.0650 | |
| 0.036 | 56.2124 | 121.8376 | 108.1624 | 137.7876 | |
| 0.037 | 55.4898 | 121.6102 | 108.3898 | 137.5102 | |
| 0.038 | 54.7672 | 121.3828 | 108.6172 | 137.2328 | |
| 0.039 | 54.0446 | 121.1554 | 108.8446 | 136.9554 | |
| 0.040 | 53.3220 | 120.9280 | 109.0720 | 136.6780 | |
| 0.041 | 52.5994 | 120.7006 | 109.2994 | 136.4006 | |
| 0.042 | 51.8768 | 120.4732 | 109.5268 | 136.1232 | |
| 0.043 | 51.1542 | 120.2458 | 109.7542 | 135.8458 | |
| 0.044 | 50.4316 | 120.0184 | 109.9816 | 135.5684 | |
| 0.045 | 49.7090 | 119.7910 | 110.2090 | 135.2910 | |
| 0.046 | 48.9864 | 119.5636 | 110.4364 | 135.0136 | |
| 0.047 | 48.2638 | 119.3362 | 110.6638 | 134.7362 | |
| 0.048 | 47.5412 | 119.1088 | 110.8912 | 134.4588 | |
| 0.049 | 46.8186 | 118.8814 | 111.1186 | 134.1814 | |
| 0.050 | 46.0960 | 118.6540 | 111.3460 | 133.9040 | |
| 0.051 | 45.3734 | 118.4266 | 111.5734 | 133.6266 | |
| 0.052 | 44.6508 | 118.1992 | 111.8008 | 133.3492 | |
| 0.053 | 43.9282 | 117.9718 | 112.0282 | 133.0718 | |
| 0.054 | 43.2056 | 117.7444 | 112.2556 | 132.7944 | |
| 0.055 | 42.4830 | 117.5170 | 112.4830 | 132.5170 | |
| 0.056 | 41.7604 | 117.2896 | 112.7104 | 132.2396 | |
| 0.057 | 41.0378 | 117.0622 | 112.9378 | 131.9622 | |
| 0.058 | 40.3152 | 116.8348 | 113.1652 | 131.6848 | |
| 0.059 | 39.5926 | 116.6074 | 113.3926 | 131.4074 | |
| 0.060 | 38.8700 | 116.3800 | 113.6200 | 131.1300 | |
| 0.061 | 38.1474 | 116.1526 | 113.8474 | 130.8526 | |
| 0.062 | 37.4248 | 115.9252 | 114.0748 | 130.5752 | |
| 0.063 | 36.7022 | 115.6978 | 114.3022 | 130.2978 | |
| 0.064 | 35.9796 | 115.4704 | 114.5296 | 130.0204 | |
| 0.065 | 35.2570 | 115.2430 | 114.7570 | 129.7430 | |
| 0.066 | 34.5344 | 115.0156 | 114.9844 | 129.4656 | |
| 0.067 | 33.8118 | 114.7882 | 115.2118 | 129.1882 | |
| 0.068 | 33.0892 | 114.5608 | 115.4392 | 128.9108 | |
| 0.069 | 32.3666 | 114.3334 | 115.6666 | 128.6334 | |
| 0.070 | 31.6440 | 114.1060 | 115.8940 | 128.3560 | |
| 0.071 | 30.9214 | 113.8786 | 116.1214 | 128.0786 | |
| 0.072 | 30.1988 | 113.6512 | 116.3488 | 127.8012 | |
| 0.073 | 29.4762 | 113.4238 | 116.5762 | 127.5238 | |
| 0.074 | 28.7536 | 113.1964 | 116.8036 | 127.2464 | |
| 0.075 | 28.0310 | 112.9690 | 117.0310 | 126.9690 | |
| 0.076 | 27.3084 | 112.7416 | 117.2584 | 126.6916 | |
| 0.077 | 26.5858 | 112.5142 | 117.4858 | 126.4142 | |
| 0.078 | 25.8632 | 112.2868 | 117.7132 | 126.1368 | |
| 0.079 | 25.1406 | 112.0594 | 117.9406 | 125.8594 | |
| 0.080 | 24.4180 | 111.8320 | 118.1680 | 125.5820 | |
| 0.081 | 23.6954 | 111.6046 | 118.3954 | 125.3046 | |
| 0.082 | 22.9728 | 111.3772 | 118.6228 | 125.0272 | |
| 0.083 | 22.2502 | 111.1498 | 118.8502 | 124.7498 | |
| 0.084 | 21.5276 | 110.9224 | 119.0776 | 124.4724 | |
| 0.085 | 20.8050 | 110.6950 | 119.3050 | 124.1950 | |
| 0.086 | 20.0824 | 110.4676 | 119.5324 | 123.9176 | |
| 0.087 | 19.3598 | 110.2402 | 119.7598 | 123.6402 | |
| 0.088 | 18.6372 | 110.0128 | 119.9872 | 123.3628 | |
| 0.089 | 17.9146 | 109.7854 | 120.2146 | 123.0854 | |
| 0.090 | 17.1920 | 109.5580 | 120.4420 | 122.8080 | |
| 0.091 | 16.4694 | 109.3306 | 120.6694 | 122.5306 | |
| 0.092 | 15.7468 | 109.1032 | 120.8968 | 122.2532 | |
| 0.093 | 15.0242 | 108.8758 | 121.1242 | 121.9758 | |
| 0.094 | 14.3016 | 108.6484 | 121.3516 | 121.6984 | |
| 0.095 | 13.5790 | 108.4210 | 121.5790 | 121.4210 | |
| 0.096 | 12.8564 | 108.1936 | 121.8064 | 121.1436 | |
| 0.097 | 12.1338 | 107.9662 | 122.0338 | 120.8662 | |
| 0.098 | 11.4112 | 107.7388 | 122.2612 | 120.5888 | |
| 0.099 | 10.6886 | 107.5114 | 122.4886 | 120.3114 | |
| 0.100 | 9.9660 | 107.2840 | 122.7160 | 120.0340 | |
| 0.101 | 9.2434 | 107.0566 | 122.9434 | 119.7566 | |
| 0.102 | 8.5208 | 106.8292 | 123.1708 | 119.4792 | |
| 0.103 | 7.7982 | 106.6018 | 123.3982 | 119.2018 | |
| 0.104 | 7.0756 | 106.3744 | 123.6256 | 118.9244 | |
| 0.105 | 6.3530 | 106.1470 | 123.8530 | 118.6470 | |
| 0.106 | 5.6304 | 105.9196 | 124.0804 | 118.3696 | |
| 0.107 | 4.9078 | 105.6922 | 124.3078 | 118.0922 | |
| 0.108 | 4.1852 | 105.4648 | 124.5352 | 117.8148 | |
| 0.109 | 3.4626 | 105.2374 | 124.7626 | 117.5374 | |
| 0.110 | 2.7400 | 105.0100 | 124.9900 | 117.2600 | |
| 0.111 | 2.0174 | 104.7826 | 125.2174 | 116.9826 | |
| 0.112 | 1.2948 | 104.5552 | 125.4448 | 116.7052 | |
| 0.113 | 0.5722 | 104.3278 | 125.6722 | 116.4278 | |
| 0.114 | -0.1504 | 104.1004 | 125.8996 | 116.1504 | |
| 0.115 | -0.8728 | 103.8730 | 126.1270 | 115.8730 | |
| 0.116 | -1.5952 | 103.6456 | 126.3544 | 115.5956 | |
| 0.117 | -2.3176 | 103.4182 | 126.5818 | 115.3182 | |
| 0.118 | -3.0400 | 103.1908 | 126.8092 | 115.0408 | |
| 0.119 | -3.7624 | 102.9634 | 127.0366 | 114.7634 | |
| 0.120 | -4.4848 | 102.7360 | 127.2640 | 114.4860 | |
| 0.121 | -5.2072 | 102.5086 | 127.4914 | 114.2086 | |
| 0.122 | -5.9296 | 102.2812 | 127.7188 | 113.9312 | |
| 0.123 | -6.6520 | 102.0538 | 127.9462 | 113.6538 | |
| 0.124 | -7.3744 | 101.8264 | 128.1736 | 113.3764 | |
| 0.125 | -8.0968 | 101.5990 | 128.4010 | 113.0990 | |
| 0.126 | -8.8192 | 101.3716 | 128.6284 | 112.8216 | |
| 0.127 | -9.5416 | 101.1442 | 128.8558 | 112.5442 | |
| 0.128 | -10.2640 | 100.9168 | 129.0832 | 112.2668 | |
| 0.129 | -10.9864 | 100.6894 | 129.3106 | 111.9894 | |
| 0.130 | -11.7088 | 100.4620 | 129.5380 | 111.7120 | |
| 0.131 | -12.4312 | 100.2346 | 129.7654 | 111.4346 | |
| 0.132 | -13.1536 | 100.0072 | 129.9928 | 111.1572 | |
| 0.133 | -13.8760 | 99.7798 | 130.2202 | 110.8798 | |
| 0.134 | -14.5984 | 99.5524 | 130.4476 | 110.6024 | |
| 0.135 | -15.3208 | 99.3250 | 130.6750 | 110.3250 | |
| 0.136 | -16.0432 | 99.0976 | 130.9024 | 110.0476 | |
| 0.137 | -16.7656 | 98.8702 | 131.1298 | 109.7702 | |
| 0.138 | -17.4880 | 98.6428 | 131.3572 | 109.4928 | |
| 0.139 | -18.2104 | 98.4154 | 131.5846 | 109.2154 | |
| 0.140 | -18.9328 | 98.1880 | 131.8120 | 108.9380 | |
| 0.141 | -19.6552 | 97.9606 | 132.0394 | 108.6606 | |
| 0.142 | -20.3776 | 97.7332 | 132.2668 | 108.3832 | |
| 0.143 | -21.1000 | 97.5058 | 132.4942 | 108.1058 | |
| 0.144 | -21.8224 | 97.2784 | 132.7216 | 107.8284 | |
| 0.145 | -22.5448 | 97.0510 | 132.9490 | 107.5510 | |
| 0.146 | -23.2672 | 96.8236 | 133.1764 | 107.2736 | |
| 0.147 | -23.9896 | 96.5962 | 133.4038 | 107.0000 | |
| 0.148 | -24.7120 | 96.3688 | 133.6312 | 106.7224 | |
| 0.149 | -25.4344 | 96.1414 | 133.8586 | 106.4448 | |
| 0.150 | -26.1568 | 95.9140 | 134.0860 | 106.1672 | |
| 0.151 | -26.8792 | 95.6866 | 134.3134 | 105.8896 | |
| 0.152 | -27.6016 | 95.4592 | 134.5408 | 105.6120 | |
| 0.153 | -28.3240 | 95.2318 | 134.7682 | 105.3344 | |
| 0.154 | -29.0464 | 95.0044 | 134.9956 | 105.0568 | |
| 0.155 | -29.7688 | 94.7770 | 135.2230 | 104.7792 | |
| 0.156 | -30.4912 | 94.5496 | 135.4504 | 104.5016 | |
| 0.157 | -31.2136 | 94.3222 | 135.6778 | 104.2240 | |
| 0.158 | -31.9360 | 94.0948 | 135.9052 | 103.9464 | |
| 0.159 | -32.6584 | 93.8674 | 136.1326 | 103.6688 | |
| 0.160 | -33.3808 | 93.6400 | 136.3600 | 103.3912 | |
| 0.161 | -34.1032 | 93.4126 | 136.5874 | 103.1136 | |
| 0.162 | -34.8256 | 93.1852 | 136.8148 | 102.8360 | |
| 0.163 | -35.5480 | 92.9578 | 137.0422 | 102.5584 | |
| 0.164 | -36.2704 | 92.7304 | 137.2696 | 102.2808 | |
| 0.165 | -36.9928 | 92.5030 | 137.4970 | 102.0032 | |
| 0.166 | -37.7152 | 92.2756 | 137.7244 | 101.7256 | |
| 0.167 | -38.4376 | 92.0482 | 137.9518 | 101.4480 | |
| 0.168 | -39.1600 | 91.8208 | 138.1792 | 101.1704 | |
| 0.169 | -39.8824 | 91.5934 | 138.4066 | 100.8928 | |
| 0.170 | -40.6048 | 91.3660 | 138.6340 | 100.6152 | |
| 0.171 | -41.3272 | 91.1386 | 138.8614 | 100.3376 | |
| 0.172 | -42.0496 | 90.9112 | 139.0888 | 100.0600 | |
| 0.173 | -42.7720 | 90.6838 | 139.3162 | 99.7824 | |
| 0.174 | -43.4944 | 90.4564 | 139.5436 | 99.5048 | |
| 0.175 | -44.2168 | 90.2290 | 139.7710 | 99.2272 | |
| 0.176 | -44.9392 | 90.0016 | 140.0000 | 98.9496 | |
| 0.177 | -45.6616 | 89.7742 | 140.2274 | 98.6720 | |
| 0.178 | -46.3840 | 89.5468 | 140.4548 | 98.3944 | |
| 0.179 | -47.1064 | 89.3194 | 140.6822 | 98.1168 | |
| 0.180 | -47.8288 | 89.0920 | 140.9096 | 97.8392 | |
| 0.181 | -48.5512 | 88.8646 | 141.1370 | 97.5616 | |
| 0.182 | -49.2736 | 88.6372 | 141.3644 | | |

| | | | | | |
|------|-----------|----------|-----------|-----------|-------|
| 0000 | 1144.116 | 99.4979 | 76.9741 | 01.0434 | |
| 0001 | 132.7423 | 87.2674 | -77.1971 | 67.1481 | |
| 0002 | 1571.508 | 57.7672 | -172.0970 | 85.6450 | |
| 0003 | 163.9747 | 24.2041 | -262.7067 | 49.7672 | |
| 0004 | 1564.957 | -8.6254 | -359.0214 | -7.0574 | |
| 0005 | 177.4330 | -34.9126 | -456.0044 | -21.2741 | |
| 0006 | 107.2549 | -60.8171 | -561.0731 | -49.6989 | |
| 0007 | 69.7701 | -73.3170 | -672.0413 | -68.8604 | |
| 0008 | 29.7977 | -74.1150 | -779.3320 | -80.5164 | |
| 0009 | -7.8956 | -63.2014 | -84.0746 | -81.6770 | |
| 0010 | -37.1997 | -47.4971 | 14.9209 | -74.6956 | |
| 0011 | -76.3037 | -14.7419 | 279.7549 | -62.0369 | |
| 0012 | -52.2068 | 15.9076 | 296.6164 | 13.2055 | |
| 0013 | -46.0244 | 89.3071 | 310.5043 | 17.0010 | |
| 0014 | -24.4764 | 99.1014 | 431.9077 | 56.4214 | |
| 0015 | 9.0427 | 83.9257 | 472.4709 | 69.5253 | |
| 0016 | 49.1763 | 67.4713 | 414.4732 | 71.5440 | |
| 0017 | 84.0750 | 79.7727 | 400.076 | 66.1344 | |
| 0018 | 122.0209 | 61.3092 | -318.0943 | 50.0590 | |
| 0019 | 149.3867 | 38.9630 | -233.0744 | 28.4404 | |
| 0020 | 176.0020 | 4.1024 | -149.4463 | 3.7005 | |
| 0021 | 149.9420 | -26.4460 | -210.5178 | -21.6040 | |
| 0022 | 131.1223 | -62.7070 | -220.0730 | -43.0431 | |
| 0023 | 101.1914 | -70.9643 | -234.0738 | -67.9474 | |
| 0024 | 64.3014 | -78.5462 | -246.4101 | -94.1330 | |
| 0025 | 20.4100 | -74.4059 | -249.005 | -102.9014 | |
| 0026 | -10.1304 | -59.3172 | -23.4637 | -88.410 | |
| 0027 | -30.1217 | -30.2423 | 162.0730 | -26.7754 | |
| 0028 | -54.0970 | -9.6059 | 262.7404 | -4.5950 | |
| 0029 | -57.3010 | 25.3703 | 306.0448 | 20.7614 | |
| 0030 | -45.9744 | 53.4244 | 304.5064 | 43.0210 | |
| 0031 | -22.0413 | 74.5791 | 282.0302 | 67.4974 | |
| 0032 | 10.0000 | 92.0000 | 192.7877 | 70.1127 | |
| 0033 | 40.1524 | 85.7040 | 77.2657 | 69.3773 | |
| 0034 | 84.9901 | 74.0956 | -39.1025 | -67.0023 | |
| 0035 | 130.1021 | 52.0031 | -144.9804 | -41.0227 | |
| 0036 | 172.2501 | 24.4952 | -239.0745 | -20.0003 | |
| 0037 | 145.0947 | -8.4492 | -220.4305 | -40.3042 | |
| 0038 | 140.4442 | -36.9014 | -218.0011 | -29.1134 | |
| 0039 | 122.0750 | -59.5056 | -211.6618 | -4.3363 | |
| 0040 | 94.4549 | -74.1142 | -212.0870 | -20.5469 | |
| 0041 | 50.1097 | -77.0140 | -214.4114 | -31.3734 | |
| 0042 | 24.0942 | -67.4753 | -2.1318 | -36.7266 | |
| 0043 | 0.0000 | -52.0000 | 114.0001 | -41.5483 | |
| 0044 | -34.2304 | -24.4674 | 212.0722 | -34.9732 | |
| 0045 | -60.2002 | 5.0012 | 281.5749 | 4.7730 | |
| 0046 | -91.4741 | 26.4462 | 310.5020 | 26.7592 | |
| 0047 | -117.0423 | 67.4482 | 290.0540 | 31.0290 | |
| 0048 | -14.7737 | 87.4050 | 236.6249 | 64.6074 | |
| 0049 | 11.0747 | 87.3016 | 144.7502 | 71.7307 | |
| 0050 | 80.2043 | 83.6454 | 30.0778 | 64.2464 | |
| 0051 | 80.2464 | 69.4317 | -77.5246 | 52.4760 | |
| 0052 | 109.1447 | 44.3066 | -144.0774 | 36.2371 | |
| 0053 | 120.0579 | 14.4244 | -262.7915 | 12.1040 | |
| 0054 | 136.9349 | -10.7481 | -350.0472 | -13.0519 | |
| 0055 | 142.4092 | -43.7113 | -304.0460 | -25.0403 | |
| 0056 | 110.3324 | -64.4232 | -246.0000 | -52.4097 | |
| 0057 | 90.0000 | -78.2260 | -182.7343 | -61.4270 | |
| 0058 | 59.2099 | -74.5720 | -77.0743 | -60.4060 | |
| 0059 | 20.2116 | -60.5005 | 39.1740 | -58.0872 | |
| 0060 | -4.1346 | -40.9066 | 150.0443 | -23.4002 | |
| 0061 | -27.9951 | -22.6267 | 234.0401 | -10.3092 | |
| 0062 | -42.1701 | 14.3126 | 270.0570 | 14.9006 | |
| 0063 | -44.9245 | 67.0781 | 310.5010 | 26.4874 | |
| 0064 | -30.0914 | 71.0040 | 242.0341 | 67.0671 | |
| 0065 | -16.0012 | 85.0011 | 212.0734 | 69.9443 | |
| 0066 | 11.1960 | 88.9268 | 114.3462 | 72.6064 | |
| 0067 | 42.7863 | 80.7790 | -2.0760 | 67.0451 | |
| 0068 | 74.1304 | 62.2054 | -114.7204 | 50.4070 | |
| 0069 | 101.0792 | 38.9327 | -232.1247 | -49.3227 | |
| 0070 | 170.0137 | 9.5056 | -441.0748 | 4.5302 | |
| 0071 | 126.0316 | -24.5472 | -404.0291 | -20.0429 | |
| 0072 | 125.0918 | -90.1370 | -470.0763 | -40.0334 | |
| 0073 | 114.0700 | -67.5799 | -420.0402 | -20.1790 | |
| 0074 | 88.0243 | -74.4278 | -344.0971 | -60.7062 | |
| 0075 | 61.0000 | -60.0472 | -30.7776 | -54.0070 | |
| 0076 | 31.0000 | -54.2000 | 72.0000 | -44.0470 | |
| 0077 | 1.1001 | -20.7300 | 164.0004 | -24.2770 | |
| 0078 | -19.0269 | -0.1009 | 262.0107 | -0.0092 | |
| 0079 | -32.0000 | 20.0000 | 360.0000 | 20.0172 | |
| 0080 | -37.0702 | 50.7037 | 470.0700 | 47.4047 | |
| 0081 | -30.7330 | 74.0000 | 580.0000 | 64.4142 | |
| 0082 | -14.0000 | 94.0070 | 640.0415 | 71.0442 | |
| 0083 | 9.0000 | 69.9300 | 77.1241 | 72.0000 | |
| 0084 | 36.1103 | 70.9076 | -14.0777 | 62.0614 | |
| 0085 | 60.0000 | 50.4460 | -150.1076 | 45.2772 | |
| 0086 | 94.1451 | 27.3009 | -234.0407 | 27.3170 | |
| 0087 | 110.7211 | 9.3000 | -290.0745 | -7.4444 | |
| 0088 | 120.1123 | -30.1479 | -310.4709 | -24.7014 | |
| 0089 | 119.0366 | -50.2129 | -291.4023 | -45.0412 | |
| 0090 | 104.0928 | -69.1144 | -412.2944 | -64.4319 | |
| 0091 | 90.1230 | -78.3400 | -314.0875 | -59.7276 | |
| 0092 | 60.0000 | -64.2496 | -0.2742 | -51.0434 | |
| 0093 | 30.0000 | -44.3056 | 114.2000 | -40.1700 | |
| 0094 | 12.0000 | -37.7550 | 212.1947 | -14.4072 | |
| 0095 | -8.0000 | -27.0792 | 294.0746 | 10.3527 | |
| 0096 | -23.4777 | 47.7497 | 310.2523 | 24.7061 | |
| 0097 | -20.0000 | 64.9017 | 270.0120 | 35.7036 | |
| 0098 | -24.0127 | 84.0700 | 234.0405 | 67.0000 | |
| 0099 | -11.0000 | 92.3050 | 144.0114 | 71.4144 | |
| 0100 | 6.1310 | 87.6034 | 76.7014 | 71.3074 | |
| 0101 | 33.0002 | 72.1000 | 77.0000 | 64.0000 | |
| 0102 | 50.0000 | 67.0734 | -174.1117 | 49.7744 | |
| 0103 | 62.0000 | 18.0000 | -44.0267 | 15.0000 | |
| 0104 | 100.0760 | -11.0000 | -370.0774 | -7.0000 | |
| 0105 | 114.0700 | -24.7071 | -300.2000 | -11.0000 | |
| 0106 | 114.0000 | -57.1122 | -242.0774 | -46.7733 | |
| 0107 | 106.2763 | -64.2740 | -174.0247 | -64.7474 | |
| 0108 | 91.4011 | -64.0014 | -77.0000 | -55.0034 | |
| 0109 | 71.7400 | -50.0000 | 39.3100 | -45.0134 | |
| 0110 | 47.1001 | -31.7372 | 170.1647 | -27.0472 | |
| 0111 | 23.0707 | -10.4074 | 234.2319 | -14.0034 | |
| 0112 | 24.1007 | 47.0174 | 290.0000 | 20.0000 | |
| 0113 | -11.0000 | 94.0000 | 310.0000 | 45.0000 | |
| 0114 | -10.0000 | 74.0000 | 410.0000 | 67.0000 | |

$\alpha = -90^\circ$

FIGURA 3.46: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO

bles y protecciones del motor.

Sin embargo se encontró que el torque electromagnético, no fue afectado por el valor de α . Esto es debido a que el torque es el resultado del flujo creado por la combinación de los efectos de las tres fases.

3.2.6. CORTOCIRCUITO TRIFASICO

Esta perturbación se la simula, mientras la máquina está operando en estado estable con carga nominal. A un tiempo $t_{cc} = 0,965$, se provoca un cortocircuito trifásico en el estator, y en las figuras (3.47) a (3.49), se puede observar el efecto que tiene éste sobre el torque electromagnético y sobre las corrientes en las 3 fases del estator, adicionalmente se han obtenido las características de las corrientes del estator dadas en los ejes "d" y "q", donde también se puede observar su comportamiento transiente.

De las gráficas mencionadas, se observa que -

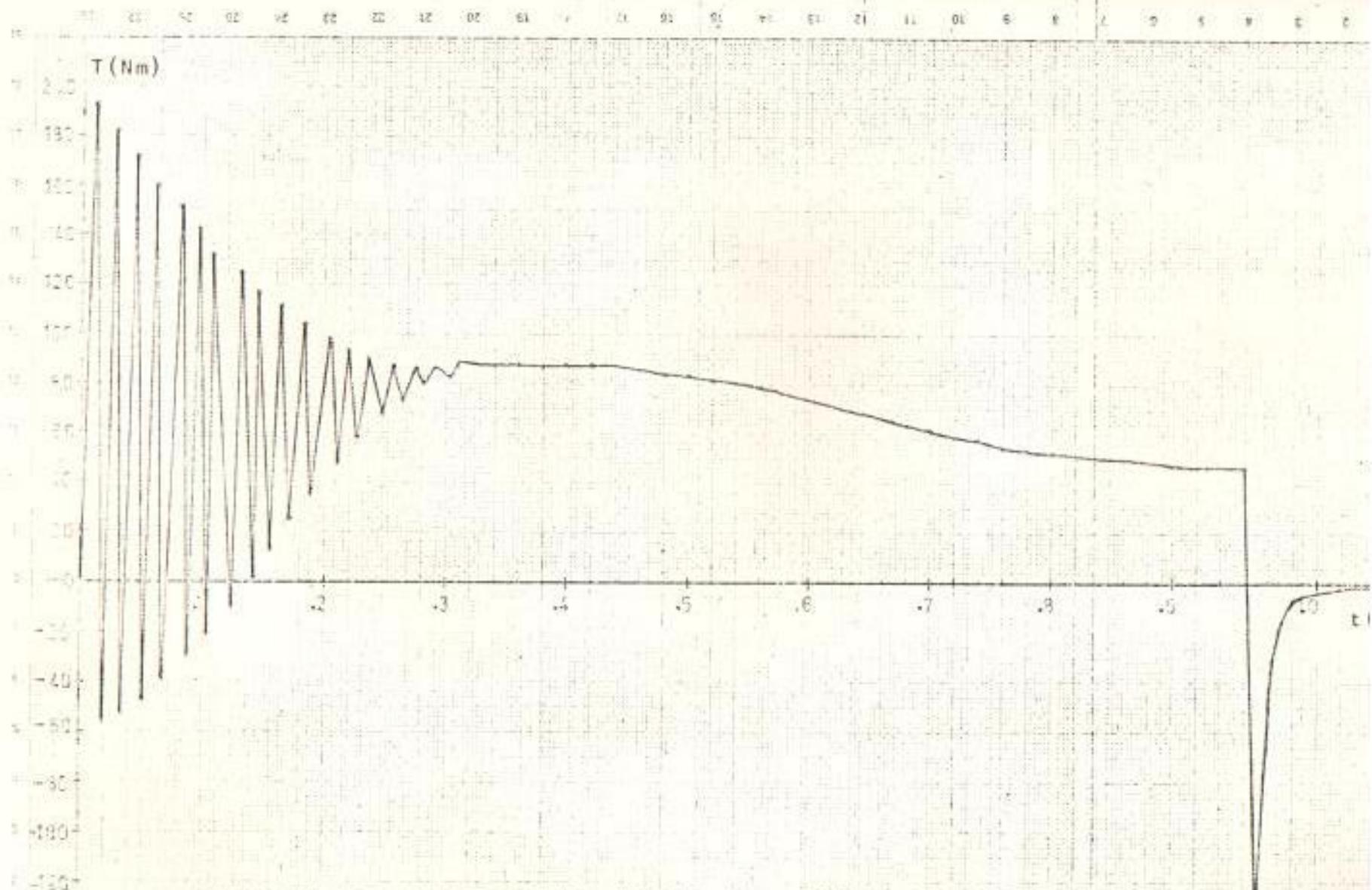


FIGURA 3.47: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO DURANTE EL CORTO
CIRCUITO TRIFASICO

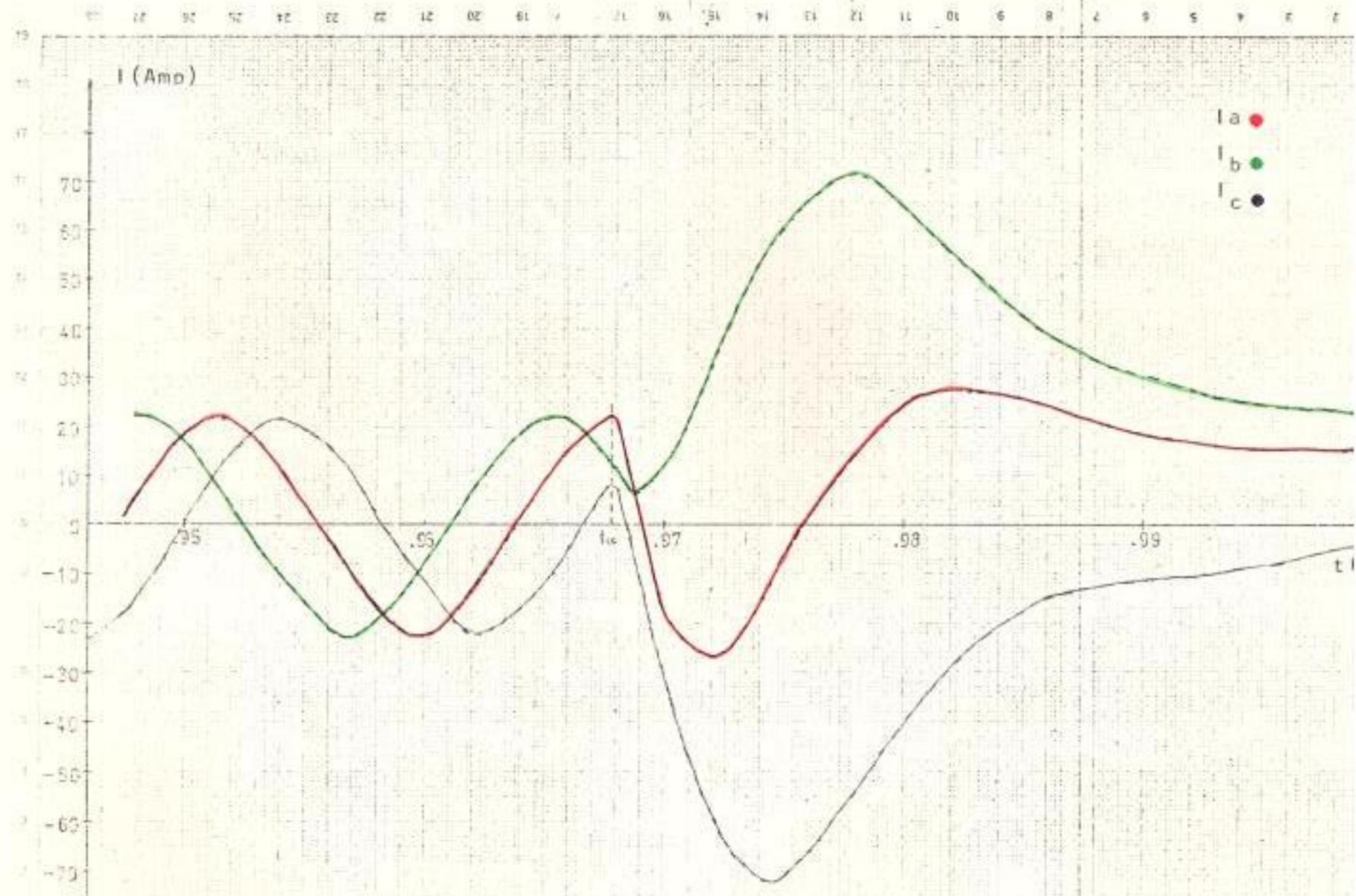


FIGURA 3.48: CARACTERISTICA DE CORRIENTES DEL ESTATOR V_s . TIEMPO DURANTE UN CORTOCIRCUITO TRIFASICO.

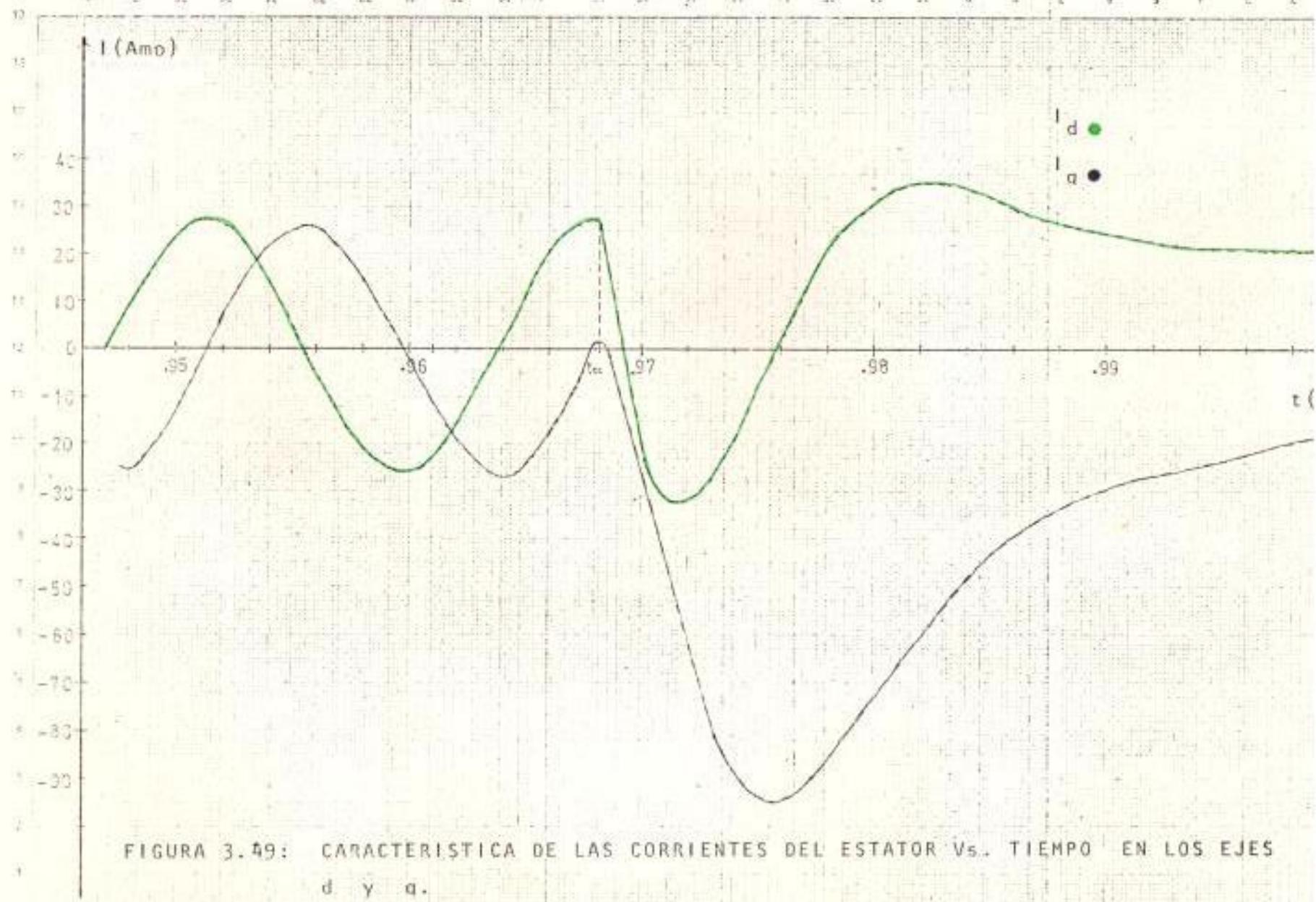


FIGURA 3.49: CARACTERISTICA DE LAS CORRIENTES DEL ESTADOR V_s . TIEMPO EN LOS EJES d y q .

la corriente de cortocircuito alcanza valores de hasta 3.5 veces la corriente nominal, para luego amortiguarse de acuerdo a una constante de tiempo de cortocircuito, mientras que el torque en el cortocircuito es en sentido negativo y de una magnitud pico de 3 veces el torque nominal.

Es importante mencionar, que los transitorios de arranque tienen mayor tiempo de duración - que los de cortocircuito, ya que éstos decaen muy rápidamente.

3.2.7. FRENADO A CONTRACORRIENTE

Debido a la gran aplicación del frenado a contracorriente del motor trifásico de inducción, se ha simulado esta operación con el fin de analizar el período dinámico transiente que se produce en el instante en que se realiza éste.

Para llevar a cabo esta prueba, al motor, mientras está trabajando en estado estable, es necesario desarrollarle un par opuesto al axis

tente, mediante el cambio de sentido del campo magnético giratorio (o sea intercambiando 2 fases cualquiera de la alimentación).

En las figuras (3.50) y (3.51) se pueden observar las características del torque electromagnético y de la corriente durante el período de frenado.

Se nota que el primer pico del par de oposición tiene una magnitud de aproximadamente - el 250% del mayor pico del torque originado en el arranque del "caso base".

Además, este torque de oposición a amortiguarse, teniendo una serie de oscilaciones de torque negativo hasta que finalmente se amortigua tendiendo a un valor negativo del torque nominal del motor hasta que la máquina se detenga totalmente, que es cuando el torque electromagnético llegará a su valor final de cero.

En cuanto a la corriente de frenado, se pue

de observar, que ésta alcanza valores de 3 veces la corriente nominal para luego amor
tiguarse hasta llegar a cero, cuando la má
quina se ha detenido totalmente.

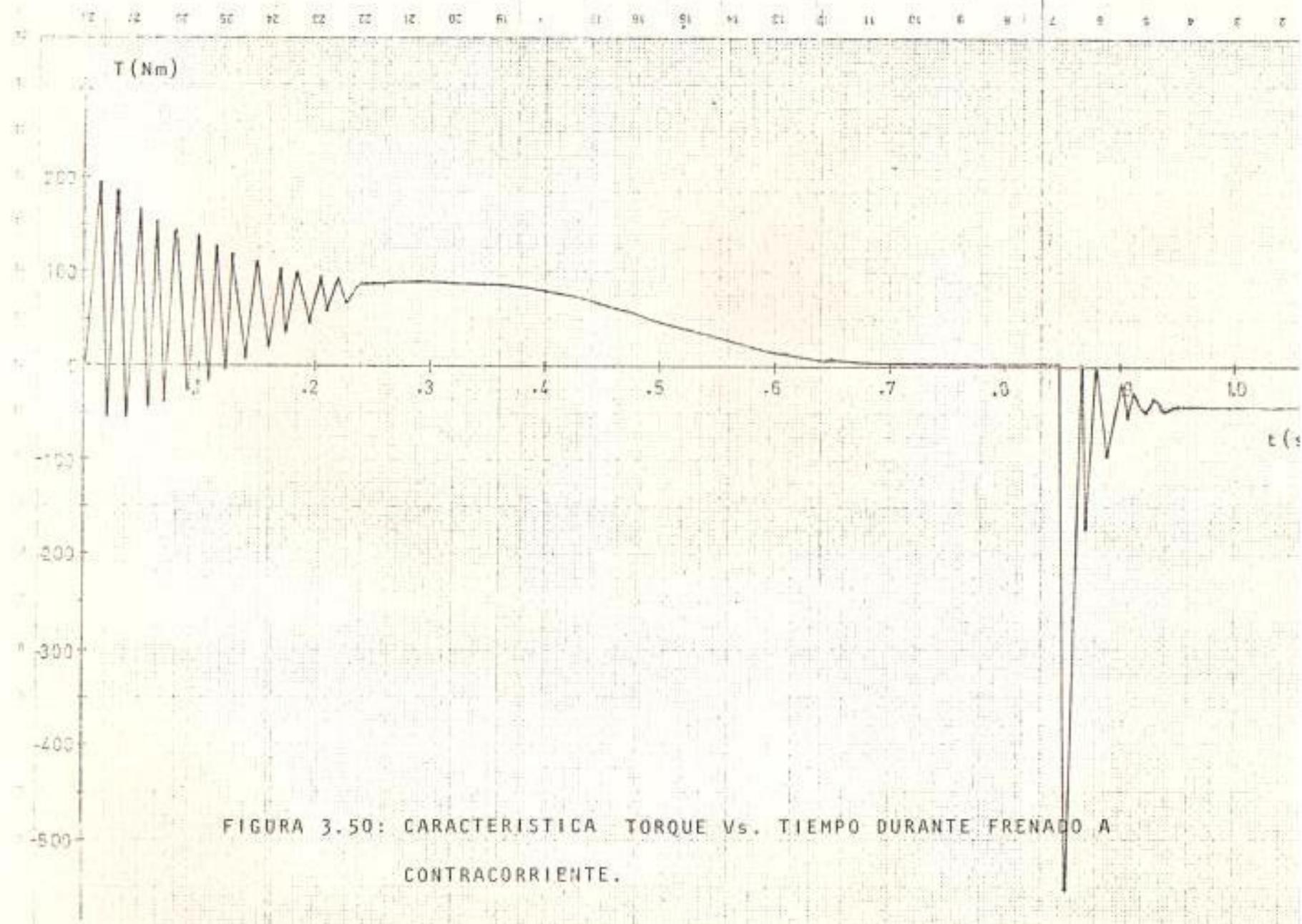


FIGURA 3.50: CARACTERISTICA TORQUE Vs. TIEMPO DURANTE FRENADO A CONTRACORRIENTE.

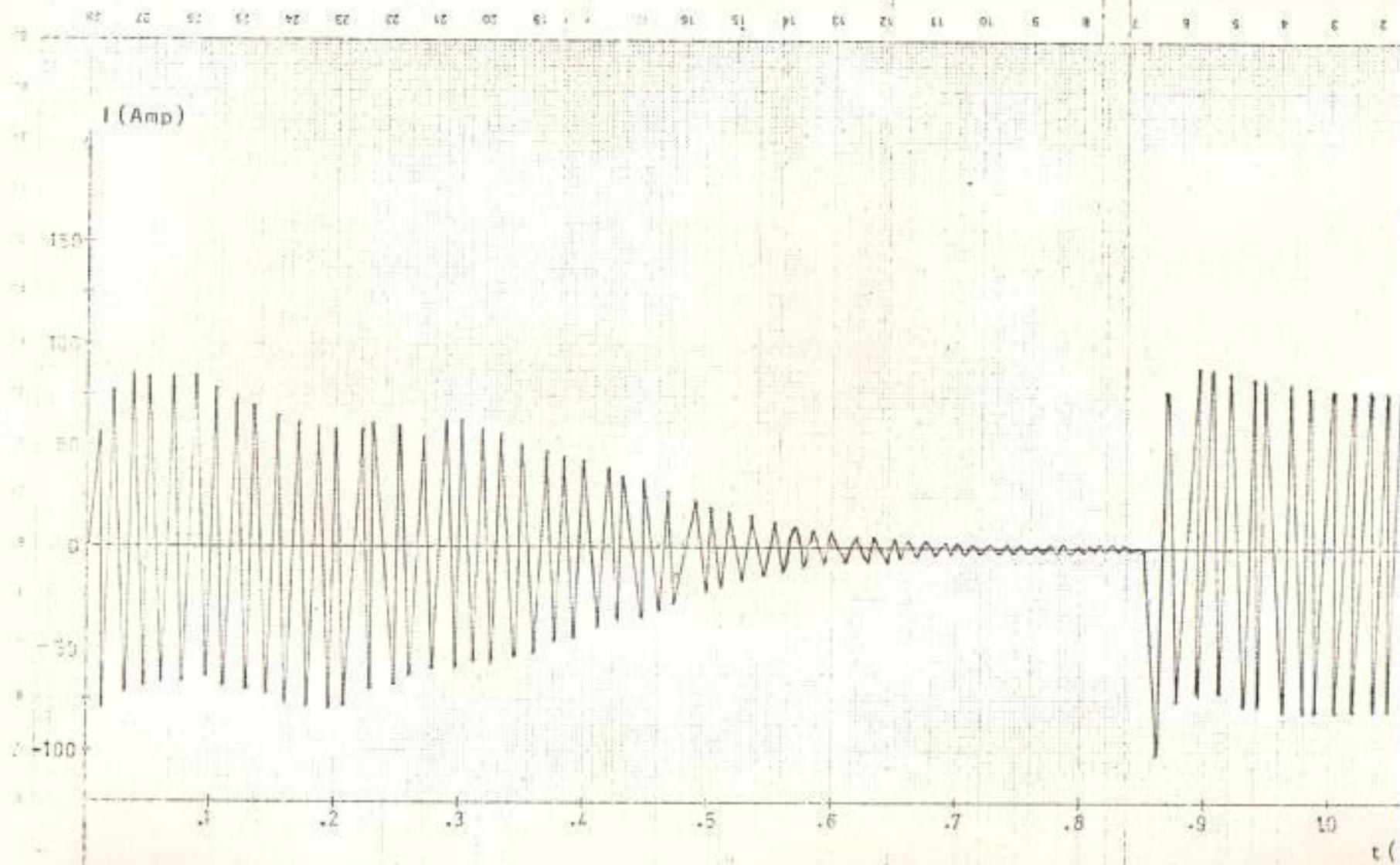


FIGURA 3.51: CARACTERISTICA CORRIENTE Vs. TIEMPO DURANTE EL FRENADO A CONTRACORRIENTE.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

La simulación digital-analógica del motor de inducción basada en el modelo matemático de las corrientes como variables de estado, presenta una gran facilidad para introducir las no linealidades existentes en el sistema de ecuaciones que representan a la máquina.

Además la versatilidad del programa de simulación de sistemas continuos (C.S.M.P.), hace posible resolver este sistema de ecuaciones, maniobrando con cualquiera de las variables existentes en la simulación.

Se han podido calcular, diferentes transientes del motor de inducción, cuyos resultados obtenidos son aceptables, comprobándose así la validez del modelo matemático planteado.

A través de los diferentes gráficos obtenidos en las dis

tintas pruebas simuladas, se puede evaluar la importancia y el efecto que producen variaciones y perturbaciones en el motor de inducción.

Como consecuencia de las ventajas antes mencionadas, en ba se a un estudio del motor de inducción en el computador digital, se pueden realizar diseños de los elementos que conforman la máquina de inducción, debido a la facilidad de investigar con una gama de parámetros y condiciones de operación.

RECOMENDACIONES

- Sería recomendable optimizar el modelo matemático usado, con el fin de que los resultados tengan un comportamiento menos ideal y más físico real, esto es incluir la curva de saturación de la máquina.
- La generalidad del modelo permite introduciendo las ecuaciones respectivas, adaptarlo al análisis dinámico de otro tipo de máquinas eléctricas.

A N E X O

ANEXO

A continuación se muestra cada uno de los elementos que se usarán para esta simulación con sus símbolos gráficos y de lenguaje, de funciones y operaciones - funcionales

Refiriéndonos a esto, se notará que algunos de los elementos tienen una o más entradas, pero no tienen parámetros asociados, así por ejemplo, los elementos "escalón unitario", "multiplicador", los cuales ca da vez que son usados en la simulación requieren una especificación de configuración por separado.

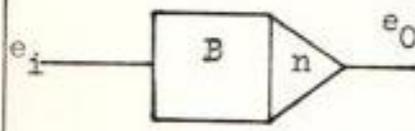
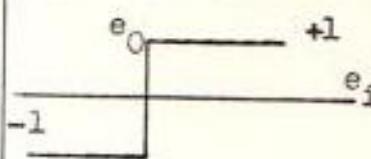
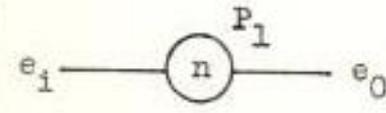
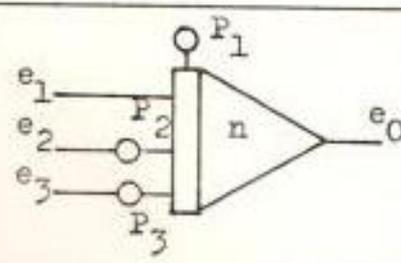
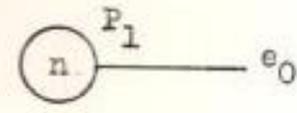
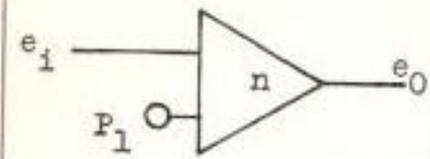
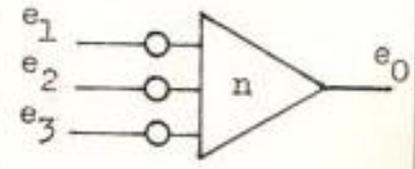
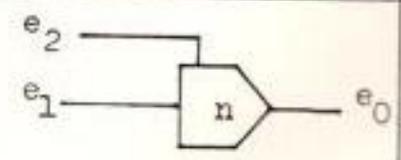
| | | | |
|---------------------|----------|--|--|
| ESCALON UNITARIO | B |  |  |
| AMPLIFICADOR | G |  | $e_o = P_1 e_i$ |
| INTEGRADOR | I |  | $e_o = P_1 \int (E) dt$ |
| CONSTANTE | K |  | $e_o = P_1$ |
| <i>off</i> | O |  | $e_o = e_i + P_1$ |
| SUMADOR PESADO | W |  | $e_o = P_1 e_1 + P_2 e_2 + P_3 e_3$ |
| MULTIPLICADOR | X |  | $e_o = e_1 e_2$ |

DIAGRAMA 1

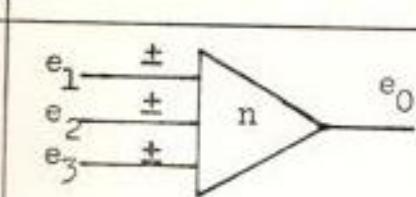
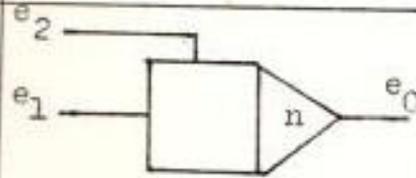
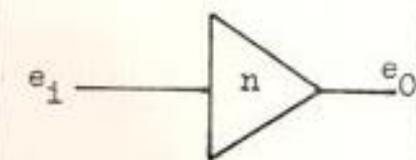
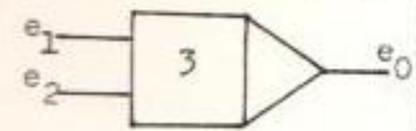
| | | | |
|----------|----|--|---------------------------------|
| SUMADOR | + |  | $e_0 = \pm e_1 \pm e_2 \pm e_3$ |
| DIVISOR | / |  | $e_0 = e_1/e_2$ |
| INVERSOR | - |  | $e_0 = -e_1$ |
| COSENO | 3 |  | $e_0 = \cos(e_1 + e_2)$ |
| TIEMPO | 76 |  | |

DIAGRAMA 2

BIBLIOGRAFIA

DE SARKAR, Asish, BERG, Gunnar, "Digital simulation of three phase induction motors", IEEE Trans, Power Apparatus and Systems, Vol. PAS -89, p.p. 1031 - 1037, July/August 1970.

DESAI, B.G., MATHEW, M.A., "Transient analysis of shaded - pole motor", IEEE trans, Power Apparatus and Systems, Vol. PAS - 90, N^o2, p.p., 484 - 494, March /April 1971.

FITZGERALD, A.E. KINGSLEY, Charles, "Electric machinery", Ed. Mc Graw - Hill, Book Company. Tokio 1961.

JORDAN, Howard E., "Digital Computer analysis of induction machines in dynamic systems", IEEE trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS - 86, N^o 6, p.p. 722 - 727, June 1967.

KRAUSE, P.C. THOMAS, C.H., "Simulation of symmetrical induction machinery", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS - 84, p.p. 1038 - 1053, November 1965.

LEON; EDUARDO, "Modelo para el Análisis Dinámico del Motor de Inducción", TECNOLÓGICA, Vol. N° 2, Revista N° 2, pag. 25 - 32, Julio, 1980.

MURPHY, JOHN M.D., "The investigation of electromechanical transients using a digital simulation language", IEEE Trans. on Education, p.p. 70-72, May 1976.

NELSON, Robert H., LIPO, Thomas A., KRAUSE, Paul C., "Stability analysis of a symmetrical induction machine", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS - 88, N° 11, p.p. 1710 - 1716, November 1969.

THALER, George J, WILCOX, Hilton; "Máquinas Eléctricas: Estado Dinámico y permanente", Ed. Limusa - Wiley S.A. Mexico 1969.

WIEDERHOLT, Lawrence F., FATH, A. Frederick, WERTZ, Harvey j., "Motor transient analysis on a small digital computer", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS - 86, N° 7, p.p. 819 - 824, July 1967.