



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

| | |
|--------------------------------------|---|
| Año: 2016-2017 | Período: Segundo Término |
| Materia: Cálculo de Varias Variables | Profesores: José Castro, Brenda Cobefía, Rosa Díaz, Jorge Medina, Marco Mejía, Mónica Mite, Juan Carlos Osorio, María Nela Pastuizaca, Heydi Roa, Antonio Chong, Soraya Solís, Xavier Toledo, Jorge Vielma, Miguel Vivas. |
| Evaluación: Tercera | Fecha: 6 de marzo de 2017 |

COMPROMISO DE HONOR

Yo,al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:..... **NÚMERO DE MATRÍCULA:**..... **PARALELO:**.....

RÚBRICA DEL EXAMEN

1. (20 p.) Considere la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{y} & ; y \neq 0 \\ 0 & ; y = 0 \end{cases}$.

a) Determine si f es continua en $(0, 0)$.

- Plantea criterio de continuidad puntual.....2 p.
- Prueba alguna sucesión o cambio de variable para establecer la existencia del límite.....2 p.
- Justifica que el límite no existe.....4 p.
- Concluye que la función no es continua en $(0,0)$2 p.

b) Determine si f es diferenciable en $(0, 0)$.

Justifica por teorema que f no es diferenciable.....5 p.

c) Determine de ser posible la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en $(0, 0)$.

Justifica por b) que no existe dicho plano.....5 p.

-
2. (20 p.) Sean f y g dos funciones escalares de clase C^2 ; $x, y > 0$. Demuestre que la función $z = xf\left(\frac{y}{x}\right) + g\left(\frac{y}{x}\right)$ satisface la ecuación diferencial:

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

- Calcula correctamente una expresión para z_x ; z_y (2 p c/u).....4 p.
- Calcula correctamente una expresión para z_{xx} ; z_{yy} ; z_{xy} (4 p c/u).....12 p.
- Sustituye en la expresión dada, simplifica y concluye.....4 p.

3. (20 p.) Considere la integral $I = \int_0^1 \int_0^{\arccos(y)} \operatorname{sen}(x) \sqrt{1 + \operatorname{sen}^2(x)} \, dx dy$.

a) Dibuje la región de integración.

Gráfico correcto (1 p c/límite).....4 p.

b) Cambie el orden de integración de I .

Planteamiento correcto (3 p c/integral).....6 p.

c) Evalúe I con el orden obtenido en b).

- Calcula correctamente la integral en y2 p.
- Calcula correctamente la integral en x4 p.
- Especifica la respuesta correcta y simplificada.....4 p.

4. (20 p.) Sean las superficies $S_1 : z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$; $S_2 : (x - 1)^2 + y^2 = 1$. Calcule:

a) El área de S_1 ubicada en el interior de S_2 .

- Realiza un bosquejo de las superficies (1p c/u).....2 p.
- Identifica proyección en un plano adecuado.....2 p.
- Plantea una integral de superficie general.....2 p.
- Reemplaza datos y evalúa correctamente.....4 p.

b) El volumen del sólido ubicado en el interior de S_2 , acotado por S_1 y $z = 0$.

- Plantea una integral de superficie general.....2 p.
- Reemplaza datos, especificando límites correctamente.....4 p.
- Especifica la respuesta correcta y simplificada.....4 p.

5. (20 p.) Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = \arctan(x^2)\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} + e^{3z}\tan(z)\mathbf{k}$ un campo vectorial de \mathbb{R}^3 . Sea C la traza entre las superficies $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 1$; $z \geq 0$, orientada positivamente. Empleando el Teorema de Stokes evalúe $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

- Plantea la integral general de Stokes.....2 p.
- Calcula el rotacional del campo.....4 p.
- Realiza un bosquejo de las superficies (1p c/u).....2 p.
- Identifica traza.....2 p.
- Identifica proyección de una superficie adecuada.....2 p.
- Reemplaza datos, especificando límites correctamente.....4 p.
- Reemplaza datos y evalúa correctamente.....4 p.