



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2016	PERIODO: PRIMER TÉRMINO
MATERIA: Cálculo Integral	PROFESORES: R. Díaz, J. Castro, N. Córdova, M. Pastuizaca, D. Pinzón, M. Ramos, S. Solís, X. Toledo, L. Vargas
EVALUACIÓN: TERCERA	FECHA: Lunes 12 de septiembre del 2016

COMPROMISO DE HONOR	
<p>Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.</p> <p><i>Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.</i></p> <p>"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".</p>	
Firma	NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

TEMA 1 (20 puntos)

Califique como Verdadera o Falsa cada una de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta formalmente.

a) El área de la región. $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq e^{-x}, x \geq 0\}$ es 1.

CRITERIO	VALOR
Grafica la región de integración	1
Plantea una integral para calcular el área	1
Evalúa la integral usando límites	2
compara y especifica el valor de verdad, en este caso verdadero	1

b) El intervalo de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-5)^n}{n5^n}$ es $(0, 10)$.

CRITERIO	VALOR
Aplicando el criterio de la razón determina el intervalo de convergencia absoluta de la serie	3
Evalúa los extremos del intervalo de convergencia	1
Establece el intervalo de convergencia incluyendo uno de los extremos compara y especifica el valor de verdad, en este caso falso	1

c) Sea $n \in \mathbb{N}$, entonces $\int_0^n [|x|] dx = \frac{n(n+1)}{2}$.

CRITERIO	VALOR
Grafica la región de integración	1
Plantea la integral definida como la serie aritmética $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$	1
Determina el valor de la suma	2
Compara y especifica el valor de verdad, en este caso falso	1

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{i=1}^n \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi i}{n} \right) \frac{\pi}{n} \right] = \frac{\pi}{2}$

CRITERIO	VALOR
Identifica los parámetros de la definición de la integral definida y expresar la sumatoria como una integral	2
Antideriva y evalúa la integral definida	2
Compara y especifica el valor de verdad, en este caso verdadero	1

TEMA 2 (20 puntos)

Obtenga las siguientes antiderivadas o evalúe según corresponda:

a) $\int_{-1}^2 (x \lceil x \rceil + 1) dx.$

CRITERIO	VALOR
Aplica propiedades de linealidad	1
Aplica la definición de la función entero mayor	1
Antideriva y evalúa la integral definida	2
Expresa el resultado de forma correcta	1

b) $\int e^{2x+\ln(x)} dx$

CRITERIO	VALOR
Reescribe la función del integrando utilizando propiedades de los logaritmos	1
Realiza una sustitución adecuada	1
Antideriva y evalúa la integral definida	2
expresa el resultado de forma correcta	1

$$c) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$$

CRITERIO	VALOR
Reescribe la integral impropia utilizando límites	1
Realiza una sustitución adecuada	1
Antideriva y evalúa la integral definida	2
Toma el límite y expresa el resultado de forma correcta	1

$$d) \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$$

CRITERIO	VALOR
Desarrolla el sumatorio	1
Mediante propiedades de logaritmos obtiene la suma de los n términos ($S_n = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right)$)	2
Plantea la suma de la serie infinita como el límite cuando n tiende a infinito de S_n	1
Toma el límite y expresa el resultado de forma correcta en este caso especificando que diverge	1

TEMA 3 (20 puntos)

Considere la región plana $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq \ln(x); 1 \leq x \leq e\}$.

Calcule:

a) El área de R

CRITERIO	VALOR
Grafica la región	2
Especifica el diferencial de área y expresa el área como una integral definida	3
Antideriva	2
Evalúa la integral definida y especifica el valor del área	3

b) El volumen del sólido que se genera cuando R gira alrededor del eje $x = e$

CRITERIO	VALOR
Grafica el sólido de revolución	2
Especifica el diferencial de volumen y expresa el volumen como una integral definida	3
Antideriva	2
Evalúa la integral definida y especifica el valor del volumen	3

TEMA 4 (20 puntos)

Determine el área y el perímetro de la región común a las curvas:

$$r = 2\cos(\theta), r = 2\sin(\theta) \text{ y } r = 1$$

CRITERIO	VALOR
Grafica la región en el plano polar	2
Especifica el diferencial de área y expresar el área como una integral definida	3
Antideriva	2
Evalúa la integral definida y especificar el valor del área	3
Escribe el perímetro como la suma de tres longitudes de arco de una curva.	1
Especifica el diferencial de la longitud de una curva y expresa la longitud de la curva como una integral definida para cada uno de los tramos identificados	3
Antideriva las integrales planteadas	3
Evalúa la integral definida y especificar el valor del perímetro	3

TEMA 5 (20 puntos)

Dada la función $f(x) = \arctan(x)$:

a) Obtenga su representación en serie de potencias de Maclaurin.

CRITERIO	VALOR
Expresa la serie de Maclaurin de $\frac{1}{1-x}$	2
Realiza la composición para determinar la serie de $\frac{1}{1+x^2}$	2
Integra término a término el resultado anterior para obtener la serie de la función dada	2

b) Determine el intervalo de convergencia de la serie obtenida en el literal anterior.

CRITERIO	VALOR
Aplica el criterio de la razón	2
Determina el intervalo de convergencia absoluta	2
Analiza la serie en los extremos del intervalo	2
Expresa el intervalo de convergencia	1

c) Integrando término a término la serie del literal a), obtenga $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)}$

CRITERIO	VALOR
Integra término a término la serie anterior	2
Especifica el punto donde evaluar	2
Evalúa y especifica el valor de la suma de la serie numérica	3