



<b>AÑO LECTIVO:</b> 2022 - 2023	<b>PERIODO ACADÉMICO:</b> 2	<b>COMPONENTE TEÓRICO</b>	
<b>MATERIA:</b> Ecuaciones Diferenciales <b>COORDINADOR:</b> Antonio Chong Escobar	<b>PROFESORES:</b> <b>Paralelo 01:</b> Antonio Chong Escobar <b>Paralelos 02 y 03:</b> Hernando Sánchez Caicedo <b>Paralelos 05 y 06:</b> Eduardo Rivadeneira Molina		
		<b>TOTAL (100 Puntos)</b>	
<b>EVALUACIÓN:</b> Tercera	<b>FECHA:</b> 13 de febrero de 2023		

**COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR  
 PARA QUE ESTE EXAMEN SEA CALIFICADO**

Yo, \_\_\_\_\_

**al firmar este compromiso, reconozco que en el presente examen:**

- 1) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
- 2) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se encuentre en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo el examen luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
- 3) no puedo usar **abrigos, gafas, relojes, ni gorras; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi examen; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
- 4) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
- 5) debo **resolver la evaluación** de manera individual, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
- 6) **no** debo usar **calculadora**, ni cualquier otro instrumento para hacer cálculos como laptops o tablets.
- 7) **sólo** puedo usar **un bolígrafo, un lápiz, un borrador y un sacapuntas**, mientras que todo lo demás, incluido cartucheras, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
- 8) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
- 9) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara; debo mantener el **examen doblado del tamaño de una hoja A4**.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.*

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

---

**Tema 1 (20 puntos)****Literal a (8 Puntos)**

De ser posible, utilice el criterio de comparación ordinaria (también llamado criterio de comparación directa) para determinar si la serie  $\sum_{n=23}^{\infty} \frac{n}{13n^3 + 2}$  es convergente o divergente.

**Literal b (12 Puntos)**

A partir de la serie de Maclaurin de  $\cos(x)$  dada por  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ , determine la serie de Maclaurin de la función  $h(x) = \cos(3x^4)$ . Luego, obtenga la serie para  $f(z) = \int_0^z h(x) dx$  y su intervalo de convergencia.

---

**Tema 2 (20 Puntos)**

El problema de valor inicial  $xy'(x) = -y(x) + \sqrt{xy(x) + 1}$ ;  $y(0) = 3$  describe matemáticamente cierto sistema de ingeniería.

- a) ¿La ecuación diferencial de este problema es de tipo Bernoulli? Justifique.
- b) ¿La ecuación diferencial de este problema es de tipo exacta? Justifique.
- c) Determine la solución del problema de valor inicial, utilizando el cambio de variable  $u = xy(x) + 1$ .

---

**Tema 3 (20 puntos)**

Considere la ecuación diferencial  $3x^2y''(x) + 3xy'(x) + Ay(x) = 0$ , donde  $A$  es una constante.

- a) Transforme la ecuación en una ecuación de coeficientes constantes, usando el cambio de variable  $x = e^t$ .
- b) Determine la condición que debe satisfacer " $A$ " para que la ecuación auxiliar de la ecuación diferencial de coeficientes constantes del literal anterior tenga soluciones reales diferentes.
- c) Considerando que " $A$ " satisface la condición del literal b, determine la solución general de la ecuación diferencial de coeficientes variables dada.

---

**Tema 4 (20 puntos)**

Las funciones  $r(t)$  y  $v(t)$  se relacionan por medio del sistema  $\begin{cases} r'(t) + r(t) + v'(t) - v(t) = 2 \\ r''(t) + r'(t) - v'(t) = \cos(t) \end{cases}$ . Usando la transformada de Laplace, determine la solución del sistema, sujeto a las condiciones iniciales  $r(0) = 0$ ,  $r'(0) = 2$ ,  $v(0) = 1$ .

---

**Tema 5 (20 puntos)**

Considere el sistema de ecuaciones diferenciales lineales  $\begin{cases} x''(t) + x'(t) - 3x(t) - y'''(t) = 2 \\ x'(t) + y'(t) = -t^3 \end{cases}$ .

a) Usando el método del operador diferencial, determine la función incógnita  $x(t)$ .

b) Con la solución obtenida para  $x(t)$  en el literal anterior, determine la función incógnita  $y(t)$ .

**(Observación:** No utilice la transformada de Laplace en la resolución del tema.)