

# Escuela Superior Politécnica del Litoral

## Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

### Examen de Segunda Evaluación - PAO1 2025

#### Simulación Matemática

Profesor: Carlos M. Martín B.



Estudiante: \_\_\_\_\_

#### Temas

1. (40 points) Una empresa fabrica un tipo especial de ventiladores de escritorio que tiene incorporada una batería de larga duración y además una lámpara de alta luminosidad. La producción diaria (en decenas de unidades) se comporta según una variable aleatoria continua  $X$  que tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:  $f(x) = \frac{2(x-2)}{15}$  si  $2 \leq x < 5$  y  $f(x) = \frac{7-x}{5}$  si  $5 \leq x \leq 7$ . Sin embargo, el precio de cada ventilador varía debido a la alta competencia que se generó por este tipo de ventiladores a partir del problema de la crisis energética y se comporta de acuerdo a una variable aleatoria discreta  $Y$  que sigue la Tabla 1 de probabilidades. La demanda, por otro lado, se comporta de acuerdo a una variable aleatoria  $Z$  que sigue la Tabla 2 de probabilidades. El costo de fabricar cada ventilador es de 9 dólares. El costo fijo diario de la empresa es de 30 dólares. Existe un inventario inicial de 5 ventiladores.

Precio Unitario (dólares)	Probabilidad
20	0.2
22	0.4
25	0.3
27	0.1

Tabla 1: Tabla de probabilidades de la variable aleatoria  $Y$ .

Demanda diaria (unidades)	Probabilidad
30	0.1
40	0.3
50	0.4
60	0.2

Tabla 2: Tabla de probabilidades de la variable aleatoria  $Y$ .

- a) Construya la función acumulada inversa de probabilidad  $F^{-1}$  para simular la variable  $X$  que representa la producción diaria.
  - b) Simule la operación de la empresa durante 20 días y llene la Tabla 3. Cuando la producción supere a la demanda, los ventiladores se almacenan en inventario. La demanda se puede satisfacer con la producción del día y lo que se encuentre disponible en inventario. **IMPORTANTE:** Sólo con el propósito de simplificar la elaboración de la Tabla 3, una vez que haya generado el valor de la variable aleatoria  $X$ , redondee para que la producción simulada sea entera. Use los números aleatorios 0.3, 0.7, 0.1, 0.6, 0.9, 0.2, 0.8, 0.4, 0.5, 0.0, 0.6, 0.3, 0.7, 0.2, 0.9, 0.1, 0.8, 0.5, 0.4 y 0.0 para la producción diaria. Use 0.6, 0.2, 0.9, 0.1, 0.4, 0.7, 0.3, 0.8, 0.5, 0.0, 0.2, 0.6, 0.9, 0.3, 0.7, 0.1, 0.8, 0.4, 0.5 y 0.0 para el precio unitario  $y$ , finalmente, use 0.7, 0.3, 0.5, 0.1, 0.8, 0.4, 0.9, 0.2, 0.6, 0.4, 0.3, 0.7, 0.1, 0.5, 0.8, 0.2, 0.9, 0.4, 0.6 y 0.0 para la demanda diaria. No considere inventario negativo. Si no hay para satisfacer la demanda se vende todo y el inventario queda en cero.
  - c) Calcule la ganancia obtenida durante los 20 días simulados.
2. (10 points) Se sabe que si  $U$  es una variable aleatoria uniforme continua en el intervalo  $[0, 1]$ , entonces la variable aleatoria

$$X = \frac{1}{1+U}$$

cumple que

$$\mathbb{E}[X] = \ln(2).$$

- a) Escriba un algoritmo para simular la constante  $\ln(2)$  usando la propiedad anterior. Su algoritmo debe generar valores de  $U$  y calcular  $X$ , luego estimar  $\ln(2)$  como el promedio de los valores de  $X$  generados.
- b) Use los siguientes 10 números aleatorios (de dos dígitos decimales) uniformes en  $[0, 1]$  para realizar la simulación y estimar  $\ln(2)$ :

0.12, 0.47, 0.85, 0.33, 0.59, 0.06, 0.71, 0.24, 0.98, 0.40

Calcule el valor de  $X_i = \frac{1}{1+U_i}$  para cada número  $U_i$ , y estime  $\ln(2)$  como la media de los  $X_i$ .

DIA	INV. INICIAL	PRODUCCIÓN	DEMANDA	INV. FINAL	PRECIO U.	COSTOS	GANANCIA
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							

Tabla 3: Tabla de simulación de la producción de 20 días.